

УДК 62.50
ББК Ж 30

АДАПТИВНЫЕ МЕТОДЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ МОДУЛЯЦИЕЙ ГЕНЕРАТОРОВ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ¹

Андриевский Б. Р. ²

Фрадков А. Л. ³

(Учреждение Российской академии наук Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург)

Изложены три метода передачи информации модулированием генераторов хаотических сигналов, основанные на: применении адаптивных наблюдателей; адаптивной идентификации с неявной настраиваемой моделью; частотной модуляции с адаптивным демодулятором. Показано применение предложенных методов для передачи информации модуляцией хаотического генератора, построенного на основе системы Чуа.

Ключевые слова: передача информации, адаптация, хаотические системы.

Введение

Возрастающий интерес исследователей к синхронизации хаотических систем [3, 5, 6, 11, 14, 23–25, 32, 40] в значительной степени вызван возможными ее применениями в различных об-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №06-08-01386, научной программы Президиума РАН №22 «Процессы управления» (проект 1.8) и Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых ученых и ведущих научных школ, проект НШ-2387.2008.1.

² Андриевский Борис Ростиславич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, (bandri@yandex.ru).

³ Фрадков Александр Львович, доктор технических наук, заведующий лабораторией, (fradkov@mail.ru).

ластях наук и техники, в частности, – в телекоммуникации [6, 8–10, 15–18, 26, 27, 34, 35, 41]. В системах связи основное значение имеет синхронизация двух систем с однонаправленным взаимодействием (передатчика и приемника). Такая задача синхронизации может быть рассмотрена как задача оценивания состояния, или, более широко, как задача управления с эталонной моделью. В значительном числе работ, начиная с [26], используется идея синхронизации хаотических систем на базе наблюдателей состояния. При этом естественно возникает требование идентичности, или близости параметров ведущей системы (генератора) и ведомой системы (наблюдателя). Использование адаптивного подхода открывает более широкие возможности в выборе способа синхронизации и, если говорить о системах связи – в способе введения сообщения в передаваемый сигнал. При *адаптивной синхронизации* [3, 37] считается, что не только начальное состояние ведущей системы («передатчика»), но и ряд ее параметров неизвестны при построении ведомой системы («приемника»). Эта более сложная задача может соответствовать применению параметрической модуляции для передачи сообщений.

В предлагаемой статье изложены три метода передачи информации модулированием генераторов хаотических сигналов, основанные на: применении адаптивных наблюдателей (п. 1), адаптивной идентификации с неявной настраиваемой моделью (п. 2) и частотной модуляции с адаптивным демодулятором (п. 3). Показано применение предложенных методов для передачи информации модуляцией хаотического генератора, построенного на основе системы Чуа (п. 4).

1. Применение адаптивных наблюдателей с пассивацией

Зададим ведущую систему уравнением

$$(1) \quad \dot{x} = f(x),$$

а ведомую – уравнением

$$(2) \quad \dot{z} = f(z) + u(t),$$

где x, z, u – n -мерные векторы. Выбирая вектор сигналов обратной связи $u(t)$ пропорциональным ошибке

$$(3) \quad u(t) = -Ke(t),$$

где $e = x - z$ – вектор ошибок; $K > 0$ – коэффициент усиления, получим уравнение ошибок

$$(4) \quad \dot{e} = f(x(t)) - f(x(t) - e) - Ke,$$

в котором $x(t)$ – заданная функция времени, являющаяся реше-

нием (1). Если матрица Якоби $A(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)$ ограничена в некоторой области Ω , содержащей решение системы (1)-(3), то легко подобрать такое $K > 0$, чтобы собственные числа симметричной матрицы $A(x) + A^T(x) - 2KI_n$, где I_n – единичная $n \times n$ -матрица, лежали левее мнимой оси при $x \in \Omega$. При этом система (1)-(3) будет обладать свойством *конвергентности в Ω* [7]: все ее траектории, лежащие в Ω , сходятся при $t \rightarrow \infty$ к единственному ограниченному решению. Поскольку $e(t) \equiv 0$ является решением (4), то к нему и сходятся все траектории. Таким образом, решения систем (1) и (2)-(3) неограниченно сближаются, что и означает синхронизацию двух систем. При этом поведение каждой из систем может быть и оставаться хаотическим.

Из литературы известен ряд методов *адаптивной синхронизации*, при которой часть параметров систем неизвестна. Один из них основан на применении адаптивных наблюдателей с пассивацией [30, 32, 37].

Рассмотрим применение адаптивных наблюдателей для выделения сообщений из модулированного хаотического сигнала.

Управляемый хаотический генератор модулированного сигнала (ведущую систему) зададим уравнениями состояния в форме Лурье:

$$(5) \quad \dot{x}_d = Ax_d + B\left(\varphi_0(y_d) + \sum_{i=1}^m \theta_i \varphi_i(y_d)\right), \quad y_d = Cx_d$$

где $x_d \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния модулятора; $y_d \in \mathbb{R}^l$ – вектор выходов (передаваемых сигналов); $\theta = \text{col}\{\theta_1, \dots, \theta_m\}$ – вектор

параметров модулятора (содержащий информацию о передаваемом сообщении). Нелинейности $\varphi_i(\cdot)$, $i = 0, 1, \dots, m$, матрицы A, C и вектор B считаются известными при синтезе системы, принимающей сообщение (демодулятора).

Ведомая система (демодулятор) формирует оценки $\hat{\theta}_i$, $i = 1, \dots, m$ параметров модулятора на основе зашумленных измерений передаваемого сигнала $y_d(t)$ и описывается уравнениями вида

$$(6) \quad \dot{z} = F(z, y_r),$$

$$(7) \quad \hat{\theta} = h(z, y_r).$$

Функция $F(z, y_r)$ в (6) строится так, чтобы обеспечить сходимость

$$(8) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(t) - \theta\| \leq \Delta,$$

где $y_r(t) = y_d(t) + \xi(t)$ — принимаемый сигнал; $\xi(t)$ — шум в канале связи; $\hat{\theta}(t) = \text{col}\{\hat{\theta}_1(t), \dots, \hat{\theta}_m(t)\}$ — вектор оценок параметров; $\Delta \geq 0$ — заданная точность.

Демодулятор, основанный на пассивации является разновидностью адаптивного наблюдателя и описывается уравнениями [30, 32, 37]

$$(9) \quad \dot{x} = Ax + \varphi_0(y_r) + B \left(\sum_{i=1}^m \hat{\theta}_i \varphi_i(y_r) + \hat{\theta}_0 G(y_r - y) \right), y = Cx,$$

$$(10) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = \psi_i(y_r, y), \quad i = 0, 1, 2, \dots, m,$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^l$, $\hat{\theta}_0 \in \mathbb{R}$ и $G \in \mathbb{R}^l$ — вектор весовых коэффициентов. Алгоритм адаптации (10) получается на основе стандартного применения метода скоростного градиента [13] и имеет вид:

$$(11) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_i (y - y_r) \varphi_i(y_r), \quad i = 1, \dots, m,$$

$$(12) \quad \dot{\hat{\theta}}_0 = -\gamma_0 (y - y_r)^2,$$

где γ_i , ($i = 0, 1, \dots, m$) — положительные коэффициенты усиления алгоритма. При наличии помех в канале связи алгоритм (11), (12) следует регуляризовать (робастифицировать). Одним из методов регуляризации является введение параметрической обратной связи [13]. Отсюда вытекает следующая форма алгоритма [1, 4, 6, 19, 20]

$$(13) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_i(y - y_r)\varphi_i(y_r) - \alpha_i\hat{\theta}_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$(14) \quad \dot{\hat{\theta}}_0 = -\gamma_0(y - y_r)^2 - \alpha_0\hat{\theta}_0,$$

где $\alpha_i > 0$ ($i = 0, 1, \dots, m$) — коэффициенты регуляризации. Другим методом регуляризации является введение в алгоритм адаптации зоны нечувствительности. В этом случае алгоритм (10) принимает вид [4, 19, 20]

$$(15) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = \begin{cases} -\gamma_i\delta\varphi_i(y_r), & \text{если } |\delta| \geq \Delta \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad i = 1, \dots, m,$$

$$(16) \quad \dot{\hat{\theta}}_0 = \begin{cases} -\gamma_0\delta^2, & \text{если } |\delta| \geq \Delta \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $\delta \triangleq y - y_r$ — ошибка адаптации, $\Delta \geq 0$ — выбранное значение (зоны нечувствительности).

Далее алгоритм (11), (12) исследуется для случая, когда в качестве генератора хаотического сигнала используется система Чуа с перестраиваемым коэффициентом. Развитие этого подхода связано с распространением методов синтеза адаптивных наблюдателей на непасифицируемые системы [2, 31].

Пример применения описанного метода приведен в п. 4.1.

2. Применение адаптивной идентификации с неявной настраиваемой моделью

Другой метод построения адаптивного наблюдателя основан на использовании неявной настраиваемой модели [3, 13]. Чтобы избежать дифференцирования входного процесса, в модель вводятся дополнительные (augmented) сигналы, которые генерируются набором фильтров нижних частот [3, 28, 33, 36]. Применим этот метод для синхронизации нелинейных колебательных систем.

Передачная функция $W(\lambda)$ линейной части системы (5), приведенной к форме Лурье, имеет вид

$$(17) \quad W(\lambda) = \frac{b_0\lambda^k + b_1\lambda^{k-1} + \dots + b_k}{\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_n} \equiv \frac{B(\lambda)}{A(\lambda)},$$

так что для выходных и входных сигналов выполнено соотношение

$$(18) \quad y_r^{(n)} + a_1 y_r^{(n-1)} + \dots + a_n y_r = b_0 u^{(k)} + \dots + b_{k-1} u,$$

где $u(t)$ выход нелинейной части (5), т.е. $u(t) \triangleq \varphi_0(y_r) + \sum_{i=1}^m \theta_i \varphi_i(y_r)$. С учетом этого выражения, перепишем уравнение

(18), явно выразив зависимость правой части от параметров θ_i (которые на этапе синтеза алгоритма предполагаем постоянными):

$$(19) \quad y_r^{(n)} + a_1 y_r^{(n-1)} + \dots + a_n y_r = b_0 \varphi_{t,0}(t)^{(k)} + \dots + b_{k-1} \varphi_{t,0} + \sum_{i=1}^m \theta_i \left(b_0 \varphi_{t,i}^{(k)} + \dots + b_{k-1} \varphi_{t,i} \right),$$

где обозначено $\varphi_{t,i} = \varphi_i(y_r(t))$.

Целью адаптивной идентификации является определение набора неизвестных параметров θ_i по измерениям выхода ведущей системы $y_r(t)$. Вид нелинейных зависимостей $\varphi_i(\cdot)$, а также значения параметров a_i, b_j считаем известными. Введем новые вход-

ные переменные $v_i = b_0(\varphi_{t,i}^{(k)} + \dots + b_{k-1}\varphi_{t,i})$ ($i = 0, 1, \dots, m$). Уравнение (19) влечет подобное соотношение относительно выходов и входов $\tilde{y}_r(t), \tilde{v}_i(t)$ идентичных фильтров, возбуждаемых сигналами $y_r(t), v_i(t)$:

$$(20) \quad \tilde{y}_r^{(n)} + a_1\tilde{y}_r^{(n-1)} + \dots + a_n\tilde{y}_r = \tilde{v}_0(t) + \sum_{i=1}^m \theta_i\tilde{v}_i(t).$$

В отличие от (18), (19), все производные в (20) могут быть измерены непосредственно, без дифференцирования входов/выходов системы. Для идентификации неизвестных параметров θ системы (18), используем метод неявной настраиваемой модели [3, 13]. Запишем уравнение для невязки δ :

$$(21) \quad \delta(t) = \tilde{y}_r^{(n)} + a_1\tilde{y}_r^{(n-1)} + \dots + a_n\tilde{y}_r - \tilde{v}_0(t) - \sum_{i=1}^m \hat{\theta}_i(t)\tilde{v}_i(t),$$

в котором через $\hat{\theta}_i(t)$ обозначены оценки неизвестных параметров θ_i ($i = 1, 2, \dots, m$) ведущей системы (генератора сигнала). Введя регрессор ψ и вектор настраиваемых параметров $\hat{\theta}$ как

$$\psi \triangleq [\tilde{y}_r^{(n-1)}, \dots, \tilde{y}_r, -\tilde{v}_1, -\dots, -\tilde{v}_m]^T, \quad \hat{\theta}(t) \triangleq [\hat{\theta}_1(t), \dots, \hat{\theta}_m(t)]^T,$$

приведем (21) к виду

$$(22) \quad \delta(t) = \delta_1(t) + \psi(t)^T \hat{\theta}(t),$$

где сигнал $\delta_1(t)$ содержит слагаемые, не зависящие от неизвестных параметров: $\delta_1(t) = \tilde{y}_r^{(n)} + a_1 \tilde{y}_r^{(n-1)} + \dots + a_n \tilde{y}_r - \tilde{v}_0(t)$. Применяя методы скоростного градиента и калмановской фильтрации, получим окончательно алгоритм идентификации в виде:

$$(23) \quad \dot{\Gamma}(t) = -\Gamma(t)\psi(t)\psi(t)^T\Gamma(t) + \alpha\Gamma(t), \quad \Gamma(0) = \Gamma(0)^T > 0,$$

$$(24) \quad \dot{\hat{\theta}}(t) = -\Gamma(t)\psi(t)\delta(t),$$

где $\Gamma(t) = \Gamma(t)^T > 0$ — квадратная положительно-определенная матрица коэффициентов усиления, $\alpha > 0$ — параметр алгоритма. Существенное для сходимости алгоритмов идентификации условие *неисчезающего возбуждения* [12] для рассматриваемых систем можно считать выполненным в силу хаотических свойств процесса на выходе генератора (ведущей системы). Кроме того, обычным предположением при обосновании сходимости различных алгоритмов адаптации является предположение о постоянстве неизвестных параметров. На практике это предположение выливается в «гипотезу квазистационарности». В рассматриваемом случае это означает, что идентификация параметров должна походить существенно быстрее, чем процесс их изменения в ведущей системе, или, другими словами, что полоса частот информационного сигнала значительно уже полосы частот передаваемого (несущего) процесса. Такое требование является естественным в рамках *широкополосных систем связи* [34, 38]. Применение алгоритма (21)-(24) для передачи информации на основе модуляции хаотического генератора (системы Чуа) рассмотрено ниже в п. 4.2.

3. Адаптивная идентификация с частотной модуляцией

Обратимся снова к динамической системе (5) и введем *масштабный множитель по времени* θ [22, 29]. Масштабированная система описывается следующими уравнениями:

$$(25) \quad \dot{x}_d = A\theta x_d + \theta\varphi_0(y_d) + B\theta\varphi(y_d), \quad y_d = Cx_d,$$

где $x_d(t) \in \mathbb{R}^n$, $y_d(t) \in \mathbb{R}$. Очевидно, для всех $\theta = \text{const} > 0$ система (25) обладает хаотической динамикой, если исходная система была хаотической. Более того, при одинаковых начальных условиях выходы систем (5) и (25) совпадают с точностью до масштабного множителя θ , а именно, $x_d(0) = x(0)$ влечет $y_d(t) \equiv y(\theta t)$ для всех $t \geq 0$.

Далее будем считать, что параметр модулятора θ (масштаб по времени) является информационным сигналом (т. е. сообщением, которое должно быть передано). Ввиду этого, θ предполагается неизвестной демодулятору величиной, которую требуется восстановить с помощью соответствующего алгоритма. Как и выше, считаем что θ постоянно на достаточно длительных промежутках времени.

Демодулятор синтезируется как динамическая система, вырабатывающая оценку $\hat{\theta}$ параметра θ модулятора на основе текущих (зашумленных) значений переданного сигнала $y_d(t)$. Снова используем метод идентификации с неявной настраиваемой моделью и фильтрами состояния [4, 20–22, 29]. Передаточную функцию $W(\lambda)$ линейной части системы в форме Лурье (25) можно записать как $W_\theta(\lambda) = B_\theta(\lambda)/A_\theta(\lambda)$, где многочлены $A_\theta(\lambda)$, $B_\theta(\lambda)$ имеют степени n и k , соответственно ($k < n$), и зависят от θ как от параметра. Очевидно, их можно переписать в виде $A_\theta(\lambda) \equiv A(\lambda\theta^{-1})$, $B_\theta(\lambda) \equiv B(\lambda\theta^{-1})$, где $A(\lambda)$, $B(\lambda)$ — знаменатель и числитель линейной части системы (5) с передаточной

функцией $W(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1}B \equiv \frac{B(\lambda)}{A(\lambda)}$. Окончательно, для

выходных и входных сигналов линейной части (25) выполнено следующее соотношение

$$(26) \quad \begin{aligned} y_r^{(n)} + a_1\theta y_r^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}\theta^{n-1}y_r^{(1)} + a_n\theta^n y_r = \\ = b_0\theta^{n-k}u^{(k)} + \dots + b_{k-1}\theta^{n-1}u^{(1)} + b_k\theta^n u, \end{aligned}$$

где $u(t)$ — выход нелинейной части подсистемы (25): $u(t) \triangleq$

$\varphi_0(y_r) + B\theta\varphi(y_r)$. Стоит заметить, что все коэффициенты a_i, b_j ($i = 1, 2, \dots, n, j = 0, 1, \dots, k$) известны и могут быть непосредственно использованы в алгоритме приемника, а θ является единственным параметром, подлежащим оцениванию. Запишем следующее уравнение неявной настраиваемой модели:

$$(27) \quad \begin{aligned} & \tilde{y}_r^{(n)} + a_1 \hat{\theta} \tilde{y}_r^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \hat{\theta}^{n-1} \tilde{y}_r^{(1)} + a_n \hat{\theta}^n \tilde{y}_r = \\ & = b_0 \hat{\theta}^{n-k} \tilde{u}^{(k)} + \dots + b_{k-1} \hat{\theta}^{n-1} \tilde{u}^{(1)} + b_k \hat{\theta}^n \tilde{u}, \end{aligned}$$

где настраиваемый параметр $\hat{\theta}$ служит оценкой неизвестного параметра модулятора θ ; \tilde{u}, \tilde{y}_r — выходы идентичных фильтров, на входы которых поступают сигналы $y_r(t)$ и $u(t)$. Применяя метод скоростного градиента, получим алгоритм идентификации в виде:

$$(28) \quad \dot{\hat{\theta}} = -\gamma \delta(t) \phi(t),$$

где сигнал

$$(29) \quad \begin{aligned} \delta(t) \triangleq & \tilde{y}_r^{(n)} + a_1 \hat{\theta} \tilde{y}_r^{(n-1)} + \dots + a_n \hat{\theta}^n \tilde{y}_r - \\ & - b_0 \hat{\theta}^{n-k} \tilde{u}^{(k)} - \dots - b_{k-1} \hat{\theta}^{n-1} \tilde{u}^{(1)} - b_k \hat{\theta}^n \tilde{u}, \end{aligned}$$

является ошибкой идентификации. Тогда алгоритм идентификации принимает следующий вид:

$$(30) \quad \dot{\hat{\theta}} = -\gamma \delta(t) \phi(t),$$

где

$$(31) \quad \begin{aligned} \phi(t) \triangleq & a_1 \tilde{y}_r^{(n-1)} + 2a_2 \hat{\theta} \tilde{y}_r^{(n-2)} + \dots \\ & + na_n \tilde{y}_r \hat{\theta}^{n-1} - (n-k)b_0 \hat{\theta}^{n-k-1} \tilde{u}^{(k)} - \dots \\ & - (n-1)b_{k-1} \hat{\theta}^{n-2} \tilde{u}^{(1)} - nb_k \hat{\theta}^{n-1} \tilde{u}, \end{aligned}$$

— регрессор; $\gamma > 0$ — коэффициент идентификации.

Алгоритм (30), робастифицированный введением параметрической обратной связи имеет вид:

$$(32) \quad \dot{\hat{\theta}} = -\gamma\delta(t)\phi(t) - \alpha(\hat{\theta} - \theta_0),$$

где $\alpha > 0$ — коэффициент обратной связи, θ_0 — некоторое *a priori* выбранное значение $\hat{\theta}$. Естественно принять $\hat{\theta}(0) = \theta_0$.

Несколько иной алгоритм частотной модуляции хаотического сигнала предложен в работе [39]. Применение метода частотной модуляции а основе системы Чуа показано в п. 4.3.

4. Передача информации модуляцией хаотического генератора Чуа

4.1. Применение адаптивных наблюдателей и метода пассивации

Рассмотрим пример, в котором как источник сигнала (модулятор), так и приемник (демодулятор) реализованы в виде систем Чуа (см. [4, 19–21, 29, 30]). В безразмерной форме модулятор описывается уравнениями:

$$(33) \quad \begin{cases} \dot{x}_{d1} = p(x_{d2} - x_{d1} + f(x_{d1}) + sf_1(x_{d1})), \\ \dot{x}_{d2} = x_{d1} - x_{d2} + x_{d3}, \\ \dot{x}_{d3} = -qx_{d2}, \end{cases}$$

где $f(z) = M_0z + 0.5(M_1 - M_0)f_1(z)$; $f_1(z) = |z + 1| - |z - 1|$; M_0, M_1, p, q — параметры модулятора; $s = s(t)$ — информационный сигнал, который должен быть восстановлен в демодуляторе. Предположим что передаваемый сигнал $y_r(t) = x_{d1}(t)$ и значения параметров p, q, M_0, M_1 известны.

В соответствии с ранее приведенными соотношениями для синтеза адаптивного наблюдателя по методу пассивации, по-

лучим уравнения демодулятора

$$(34) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = p(x_2 - x_1 + f(y_r) + c_1 f_1(y_r) + c_0(x_1 - y_r)), \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -qx_2, \end{cases}$$

где c_0, c_1 — настраиваемые параметры. Алгоритм адаптации (13), (14), принимает вид

$$(35) \quad \begin{cases} \dot{c}_0 = -\gamma_0(y_r - x_1)^2 - \alpha_0 c_0, \\ \dot{c}_1 = -\gamma_1(x_1 - y_r)f_1(y_r) - \alpha_1 c_1, \end{cases}$$

где γ_0, γ_1 — коэффициенты усиления алгоритма, α_0, α_1 — коэффициенты регуляризации.

Алгоритм адаптации (15), (16) в данном примере имеет вид

$$(36) \quad \begin{cases} \dot{c}_0 = \begin{cases} -\gamma_0 \delta^2, & \text{если } |\delta| \geq \Delta_0, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \\ \dot{c}_1 = \begin{cases} \gamma_1 \delta f_1(y_r), & \text{если } |\delta| \geq \Delta_0, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \end{cases}$$

где $\delta = y_r - x_1, \Delta_0 \geq 0, \Delta_1 \geq 0$.

4.2. Применение неявной настраиваемой модели

Применим теперь к рассматриваемой задаче алгоритм (22) — (24). С учетом выражения для передаточной функции линейной части системы, уравнение (21) для данного случая принимает вид

$$(37) \quad \begin{aligned} \delta(t) = & \tilde{y}^{(3)}(t) + (1+p)\tilde{y}^{(2)}(t) + q\tilde{y}^{(1)}(t) + pq\tilde{y}(t) - \\ & - \tilde{u}^{(2)}(t) - \tilde{u}^{(1)}(t) - q\tilde{u}, \end{aligned}$$

где $\tilde{y}^{(i)}, \tilde{u}^{(i)}$ — выходы, входы и их производные по времени двух фильтров нижних частот Баттерворта (Butterworth) третьего порядка, на входы которых поступают сигналы $y_r(t), u(t)$ соответственно; $y_r(t)$ — принимаемый сигнал (для идеального канала

связи $y_r(t) \equiv x_{d_1}(t)$ в (33)); «вход линейной части модели» $u(t)$ находится через $u = p\tilde{f}(y_d) + p\tilde{s}\tilde{f}_1(y_d)$, где $\tilde{s} = \tilde{s}(t)$ – оценка параметра модулятора, нелинейная часть описывается функциями $\tilde{f}_1(y_d) = |y_r + 1| - |y_r - 1|$, $\tilde{f}(y_r) = M_0 y_r + 0.5(M_1 - M_0)\tilde{f}_1(y_r)$, p, q, M_0, M_1 – заданные постоянные. Сигнал $\tilde{f}_1(y_r(t))$ подается на другой фильтр Баттерворта для формирования регрессора $\phi(t)$

в виде $\phi = -p(\tilde{f}_{1_f}^{(2)} + p\tilde{f}_{1_f}^{(1)} + q\tilde{f}_{1_f})$, где $\tilde{f}_{1_f}^{(i)}$ – выход фильтра и его производные. Алгоритм адаптации (21), формирующий оценку $\tilde{s}(t)$ переданного сигнала $s(t)$ имеет вид (23), (24).

4.3. Применение частотной модуляции

Для случая частотной модуляции, передатчик описывается уравнениями

$$(38) \quad \begin{cases} \dot{x}_{d_1} = \theta p(x_{d_2} - x_{d_1} + f(x_{d_1}) + f_1(x_{d_1})), \\ \dot{x}_{d_2} = \theta(x_{d_1} - x_{d_2} + x_{d_3}), \\ \dot{x}_{d_3} = -\theta q x_{d_2}, \end{cases}$$

где $\theta = \theta_0 + \vartheta$, а алгоритм адаптивного восстановления информации в приемнике – формулами (37), (28). Регрессор (31) для данного примера имеет вид

$$(39) \quad \begin{aligned} \phi(t) &\triangleq a_1 \tilde{y}_r^{(n-1)} + 2a_2 \hat{\theta} \tilde{y}_r^{(n-2)} + \dots \\ &+ na_n \tilde{y}_r \hat{\theta}^{n-1} - (n-k) b_0 \hat{\theta}^{n-k-1} \tilde{u}^{(k)} - \dots \\ &-(n-1) b_{k-1} \hat{\theta}^{n-2} \tilde{u}^{(1)} - nb_k \hat{\theta}^{n-1} \tilde{u}. \end{aligned}$$

Практически сигналы в системах связи всегда подвержены действию шумов. При моделировании примем, что $\xi(t)$ поступает аддитивно к выходу модулятора, так что сигнал на входе приемника $y_r(t)$ описывается выражением

$$(40) \quad y_r(t) = y_d(t) + \xi(t),$$

где $\xi(t)$ — гауссовский белый шум с нулевым средним и интенсивностью σ . (Более подробно, $\xi(t)$ моделируется как кусочно-постоянный случайный процесс с периодом квантования Δ_t и $\xi(t_k) = \zeta_k/\sqrt{\Delta_t}$, ($k = 0, 1, 2, \dots$, $t_k = k\Delta_t$), где ζ_k — гауссовские случайные числа с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением σ .)

4.4. Результаты моделирования

Описанные выше схемы исследованы компьютерным моделированием при следующих значениях параметров модулятора: $p = 9$, $q = 14,286$, $M_0 = 5/7$, $M_1 = -6/7$. Для этих значений система (33) имеет хаотический аттрактор.

После некоторого периода «настройки» (связанного с необходимостью завершения переходных процессов в фильтрах) подавался информационный сигнал вида «прямоугольная волна»:

$$(41) \quad s(t) = s_0 + s_1 \operatorname{sign} \sin \left(\frac{2\pi t}{T_0} \right),$$

где $s_0 = 1,005$, $s_2 = 0,005$.

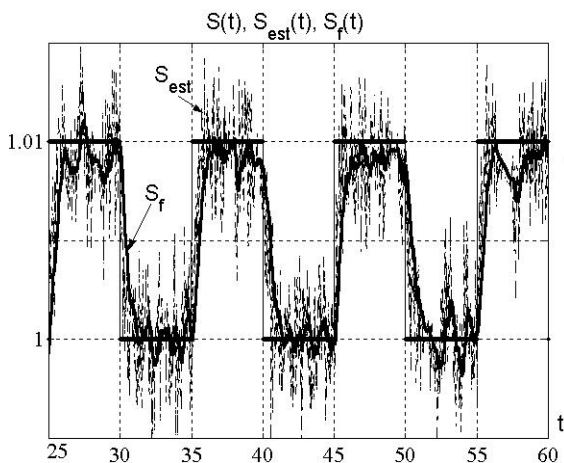


Рис. 1. Оценка параметров адаптивным наблюдателем (34), (35)

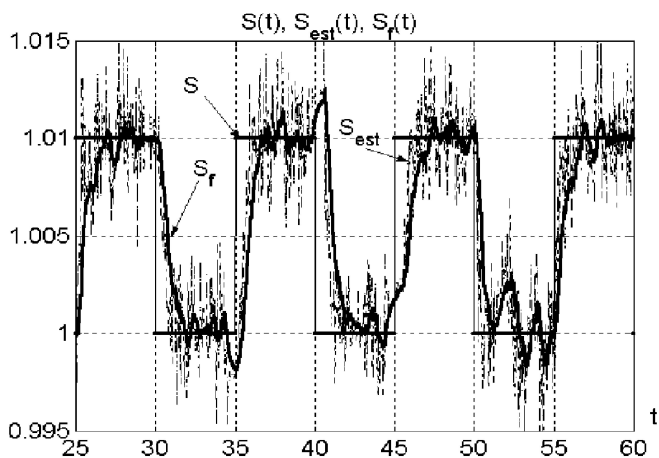


Рис. 2. Оценивание параметров адаптивным наблюдателем (34), (36)

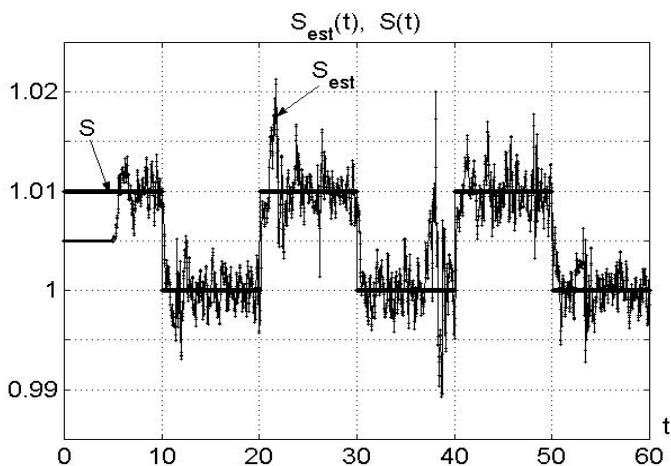


Рис. 3. Оценивание параметров алгоритмом идентификации (23), (24), (37).

Результаты оценивания параметра с помощью адаптивного

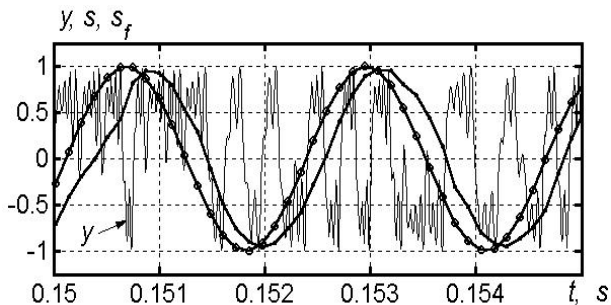


Рис. 4. Передача гармонического сигнала $s(t) = s_0 \sin \omega t$. s – модулирующий сигнал; s_f – восстановленный сигнал; y – передаваемый хаотический сигнал $y_d(t)$.

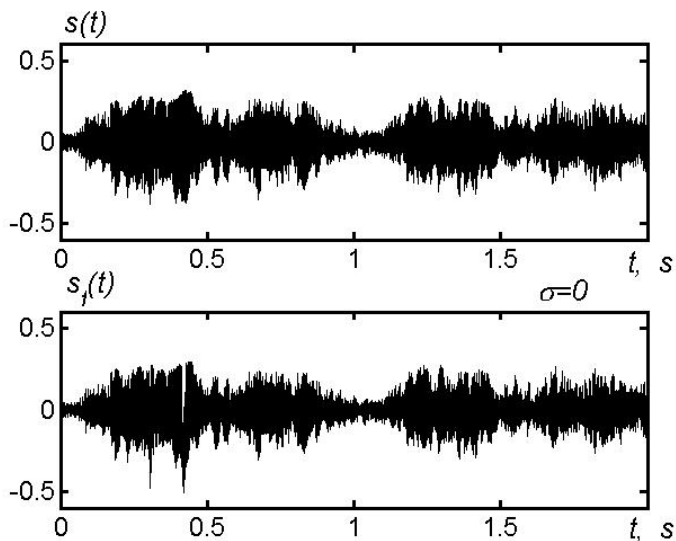


Рис. 5. Музыкальные сигналы; s – исходный, s_f – восстановленный. Алгоритм (30), $\sigma = 0$.

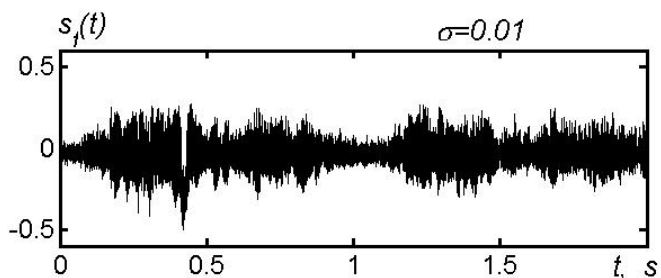


Рис. 6. Восстановленный сигнал s_f . Алгоритм (28), $\sigma = 0,01$.

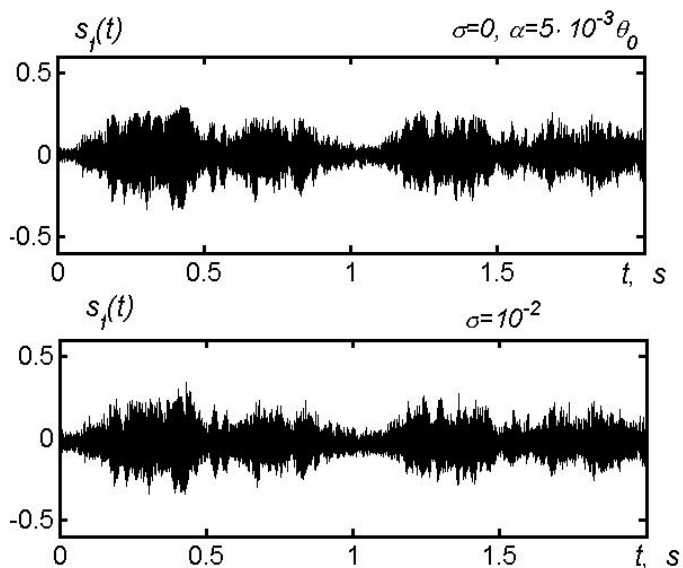


Рис. 7. Восстановленный сигнал s_f ; алгоритм (32), идеальный (а) и зашумленный (б) каналы связи.

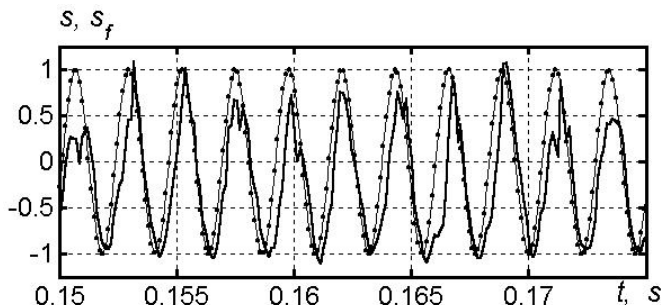


Рис. 8. Передача гармонического сигнала при наличии шумов, $\sigma = 0,01$.

наблюдателя с параметрической обратной связью (34), (35) показаны на рис. 1. Интенсивность шума σ принята равной $\sigma = 10^{-3}$. Результаты оценивания параметра с помощью адаптивного алгоритма с зоной нечувствительности (34), (36) для аналогичных условий показаны на рис. 2. Ширина зоны нечувствительности $\Delta_0 = \Delta_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$. Как показывают результаты моделирования, сигнал $c_1(t)$ можно использовать для восстановления сообщения.

Более сложный алгоритм (23), (24), (37) обладает большей помехозащищенностью, как это видно из рис. 3, где взято $\sigma = 0,1$ и не используется фильтрация процесса на выходе демодулятора. Приняты следующие параметры алгоритма (23), (24): $\gamma = \text{sgn}(t - t_0)$, (где $\text{sgn}(\cdot)$ означает единичную функцию Хевисайда, $t_0 = 5 \text{ c}$) $\alpha = 5$, $\Gamma(t_0) = 10^{-5}$, ширина полосы пропускания фильтров Баттерворта взята 5^{-1} . При моделировании принято что $\vartheta(t) = \theta_0 s(t)$, где $s(t_k) = s[k]$, $s[k]$ — информационный сигнал, полученный квантованием по времени звукового файла с частотой F_s , $t_k = E(F_s t)$ (sign $E(\cdot)$ — функция *entier*), $|s(t)| < 1$. Таким образом, для модулятора (33) выполнено $\theta(t) = (1 + s(t))\theta_0$. При экспериментах взято $\theta_0 = 5 \cdot F_s$. Ширина полосы пропускания фильтров Баттерворта $\omega_f = 1,0\theta_0 \text{ c}^{-1}$. Декодированный сигнал

(выход демодулятора (30)) $\hat{\theta}$ подвергнут сглаживанию с помощью

пост-фильтра $W_{pf}(\lambda) = \omega_{pf}/(\lambda + \omega_{pf})$, где $\omega_{pf} = 0,4\theta_0 \text{ с}^{-1}$. Окончательно, дискретный информационный сигнал $s[k]$ получен реконструкцией $s_f[k] = \hat{\theta}_{pf}[t_k]/\theta_0 - 1$, где $\hat{\theta}_{pf}(t)$ — выход

пост-фильтра со входным сигналом $\hat{\theta}(t)$.

4.5. Применение частотной модуляции

Представим некоторые результаты моделирования для описанной выше схемы с частотной модуляцией. На рис. 4 показаны процессы $s(t)$, $s_f(t)$ и выход модулятора $y_d(t)$ (приведенный масштабированием к единичной амплитуде) для идеального канала связи ($\sigma = 0$). Принят гармонический информационный сигнал $s(t) = 0,25 \sin \omega t$, $\omega = 2\pi F$, $F = 440 \text{ Гц}$, частота дискретности $F_s = 8192 \text{ Гц}$. Демодулятор описывался уравнениями (30), (37), (39). Рисунок дает возможность сопоставить границу частот несущего и сигнала с частотой информационного сигнала.

Рассмотрим также процесс передачи музыкального сигнала. В качестве примера взят фрагмент музыкального произведения «*Gloria in D*» Антонио Вивальди. Частота квантования $F_s = 44100 \text{ Гц}$. Процессы s , s_f при $\sigma = 0$ и демодулятором (30), (37), (39) показаны на рис. 5.

Для повышения помехозащищенности системы передачи сигналов, можно использовать: различные способы регуляризации алгоритма адаптации; введение дополнительных сглаживающих фильтров; расширение относительной ширины полосы частот несущего сигнала и т.д. Продемонстрируем на примере влияние робастификации алгоритма введением параметрической обратной связи. В условиях предыдущего эксперимента вместо алгоритма (30) использован алгоритм (32). Параметр $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \theta_0$. На рис. 7 показаны сигналы $s_f(t)$ на выходе демодулятора для случаев $\sigma = 0$ и $\sigma = 0,01$. Отсюда видно, что огрубление алгоритма адаптации обратной связью повышает качество передачи информации в условиях помех.

5. Заключение

В статье изложены методы передачи информации модулированием генераторов хаотических сигналов, основанные на:

- применении адаптивных наблюдателей;
- адаптивной идентификации с неявной настраиваемой моделью;
- частотной модуляции с адаптивным демодулятором.

Исследуется влияние аддитивных помех в канале связи на точность воспроизведения информационного сигнала приемником. Показано применение предложенных методов для передачи информации модуляцией хаотического генератора, построенного на основе системы Чуа. Приводятся результаты численного моделирования, показывающие высокое быстродействие предложенных алгоритмов и позволяющее оценить границы их применимости при действии помех в канале связи.

Литература

1. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., НИКИФОРОВ В. О., ФРАДКОВ А. Л. *Методы управления периодическими и хаотическими колебаниями* / Юбилейная конференция РФФИ. – 2002.
2. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., НИКИФОРОВ В. О., ФРАДКОВ А. Л. *Синхронизация нелинейных неаппроксимированных систем на основе адаптивных наблюдателей* // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №7. – С. 74-89.
3. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB*. – Санкт-Петербург: Наука, 1999. – 467 с.
4. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab (учебное пособие)*. – Санкт-Петербург: Наука, 2001. – 286 с.
5. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Управление хаосом. Методы и приложения. Часть 1. Методы* // Автоматика и телемеханика. – 2003. – №5. – С. 3-45.

6. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Управление хаосом. Методы и приложения. Часть II. Приложения // Автоматика и телемеханика.* – 2004. – №4. – С. 3-34.
7. ДЕМИДОВИЧ Б. П. *Лекции по математической теории устойчивости.* 2-е изд. - М.: Изд-во МГУ, 1998.
8. ДМИТРИЕВ А. С., ПАНАС А. И., СТАРКОВ С. О. *Динамический хаос как парадигма современных систем связи // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники.* – 1997. – №10. – С. 4-26.
9. ДМИТРИЕВ А. С., КУЗЬМИН Л. В. *Передача информации с использованием синхронного хаотического отклика при наличии фильтрации в канале связи // Письма в ЖТФ.* – 1999. – Том 25, №16. – С. 71-77.
10. НАПАРТОВИЧ А. П., СУХАРЕВ А. Г. *Декодирование информации в системе хаотического лазера, управляемого хаотическим сигналом // Квантовая электроника.* – 1998. – 25, 1. – С. 85-88.
11. *Управление мехатронными вибрационными установками /* Б. Р. Андриевский, И. И. Блехман, Ю. А. Борцов и др. Под ред. И. И. Блехмана и А. Л. Фрадкова. – Санкт-Петербург: Наука, 2001. - 278 с.
12. ФОМИН В. Н., ФРАДКОВ А. Л., ЯКУБОВИЧ В. А. *Адаптивное управление динамическими объектами.* – М.: Наука, 1981. – 448 с.
13. ФРАДКОВ А. Л. *Адаптивное управление в сложных системах.* – М.: Наука, 1990. – 292 с.
14. ФРАДКОВ А. Л. *Кибернетическая физика. Принципы и примеры.* – Санкт-Петербург: Наука, 2003. – 208 с.
15. ШАЛФЕЕВ В. Д., ОСИПОВ Г. В., КОЗЛОВ А. К., ВОЛКОВСКИЙ А. Р. *Хаотические колебания – генерация, синхронизация, управление // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники.* – 1997. – №10. – С. 27-49.
16. ШИМАНСКИЙ В. Э. *Система связи с хаотической несущей на цифровом сигнальном процессоре ADSP-2181 //*

- Изв. ВУЗов. Прикл. нел. динам. – 1998. – 6, №5. – С. 66-75.
17. ABEL A., SCHWARZ W. *Chaos communication – principles, schemes, and system analysis* // Proc. IEEE. – 2002. – Vol. 90, 5. – P. 691-710.
 18. ALVAREZ-RAMIREZ J., PUEBLA H., CERVANTES I. *Stability of observer-based chaotic communications for a class of Lur'e systems* // Int. J. Bifurcation and Chaos. – 2002. – Vol. 12, 7. – P. 1605-1618.
 19. ANDRIEVSKY B. R. *Information transmission by adaptive identification with chaotic carrier* / Proc. 2nd International Conference “Control of Oscillations and Chaos (COC 2000)”, 5-7 July 2000, St. Petersburg, Russia. – Vol. 1. – P. 115-117.
 20. ANDRIEVSKY B. R. *Adaptive synchronization methods for signal transmission on chaotic carriers* // Mathematics and Computers in Simulation. – 2002. – Vol. 58, Issue 4-6. – P. 285-293.
 21. ANDRIEVSKY B. R., FRADKOV A. L. *Information transmission by adaptive synchronization with chaotic carrier and noisy channel* / Proc. 39th IEEE Conf. Decisions and Control, Sydney, 12-15 Dec. 2000. – P. 1025-1030.
 22. ANDRIEVSKY B. R., FRADKOV A. L. *Information transmission by means of chaos-based frequency modulation and adaptive identification* / Proc. 2007 IEEE Multi-conference on Systems and Control, Singapore, October 1-3, 2007.
 23. BLEKHMANN I. I., FRADKOV A. L., NIJMEIJER H., POGROMSKY A. Y. *On self-synchronization and controlled synchronization* // System and Control Letters. – 1997. – Vol. 31. – P. 299-305.
 24. BROWN R., CHUA L. O. *Clarifying chaos III: Chaotic and stochastic processes, chaotic resonance and number theory* // Int. J. Bifurcation and Chaos. – 1999. – №9(5). – P. 785-803.
 25. CHEN G., DONG X. *From chaos to order: Perspectives, Methodologies and Applications*. Singapore: World Scientific, 1998. – 753 p.

26. CUOMO K.M., OPPENHEIM A.V., STROGATZ S.H. *Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with application to communications* // IEEE Trans. Circ. Syst. – 1993. – II. 40. 10. – P. 626-633.
27. CUOMO K.M., OPPENHEIM A.V. *Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications* // Phys. Rev. Lett. – 1993. – 71. 1. – P. 65-68.
28. DEMIRCIOĞLU H., YAVUZYILMAZ Ç. *Constrained predictive control in continuous time* // IEEE Control Systems Magazine. – Vol. 22, No 4. – P. 57-67.
29. FRADKOV, A. L., ANDRIEVSKY, B. R. *Adaptive robustified synchronization methods for chaos-based information transmission* / Proc. 1st IEEE Int. Conf. Circ. Syst. for Communic. – St.Petersburg, 2002. – P. 275-280.
30. FRADKOV A. L., H. NIJMEIJER AND A. YU. MARKOV. *Adaptive observer-based synchronization for communication* // Int. J. Bifurcations and Chaos. – 2000. – Vol. 10, №12. – P. 2807-2813.
31. FRADKOV A. L., NIKIFOROV V. O., ANDRIEVSKY B. R. *Adaptive observers for nonlinear nonpassifiable systems with application to signal transmission* / Proc. 41st IEEE Conf. Dec. Contr. (CDC'02). – USA, 2002. – P. 4704-4711.
32. FRADKOV A.L., POGROMSKY A.Y. *Introduction to control of oscillations and chaos*. – Singapore: World Scientific, 1998.
33. GAWTHROP P.J. *Continuous-Time Self-Tuning Control*. – V.1. Letchworth. – U.K.: Research Studies Press, 1987.
34. HASLER, M., SCHIMMING, TH. *Chaos communication over noisy channels* // Intern. J. Bifurc. Chaos. – 2000. – Vol. 10, №4. – P. 719-735.
35. KOLUMBAN G., KENNEDY M.P., CHUA L.O. *The role of synchronization in digital communications using chaos – Part I: Fundamentals of digital communications* // IEEE Trans. Circ. Syst.– 1997. – Part I: 44(10). – P. 927-936., Part II: *Chaotic modulation and chaotic synchronization*. // IEEE

- Trans. Circ. Syst.– 1998. – Part I: 45. 11. – P. 1129-1140.
36. LION P.M. *Rapid identification of linear and nonlinear systems* // AIAA J. – 1967. – Vol. 5. – P. 1835-1842. r
 37. MARKOV A. YU., FRADKOV A. L. *Adaptive synchronization of chaotic systems based on speed gradient method and passification* // IEEE Trans. Circ. and Syst. – 1997. – No 11. – P. 905-912.
 38. PETERSON, R. L., ZIEMER, R. E., BORTH, D. E. *Introduction to Spread-Spectrum Communications*. – Prentice Hall, NJ, 1995. – 695 p.
 39. TORRES, W. P., OPPENHEIM, A. V., ROSALES, R. R. *Generalized frequency modulation* // IEEE Trans. Circ. Syst. - I. – 2001. – Vol. 48, №12. – P. 1405-1412.
 40. IEEE Transactions on Circuits and Systems. *Special issue “Chaos control and synchronization”* / Eds. M. Kennedy, M. Ogorzalek. – 1997. – 44. 10.
 41. IEEE Transactions on Circuits and Systems. *Special issue on applications of chaos in modern communication systems* / Eds. L. Kocarev, G. M. Maggio, M. Ogorzalek, et al. – 2001. – Vol. 48. 12.
 42. IÑARREA M., LANCHARES V. *Chaos in the reorientation process of a dual-spin spacecraft with time-dependent moments of inertia* // Int. J. Bifurc. Chaos. – 2000. – Vol. 10, №5. – P. 997-1018.

ADAPTIVE-BASED METHODS FOR INFORMATION TRANSMISSION BY MEANS OF CHAOTIC SIGNAL SOURCE MODULATION

Boris Andrievsky, Dr.Sc., Leading Research Fellow
(bandri@yandex.ru).

Alexander L. Fradkov, Dr.Sc., Head of the Lab (Institute for Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint Petersburg, 61, V.O. Bolshoy Av., (812) 321-47-66, fradkov@mail.ru)

Abstract: Three methods for information transmission based on chaotic signal source modulation based on: implementation of adaptive observers, adaptive identification with the Implicit Adjustable Model, and frequency modulation with the adaptive demodulator are described. Application on the proposed methods for information transmission by means of modulation of chaotic Chua's generator is presented.

Keywords: information transmission, adaptation, chaotic systems.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.М. Вишневым*