

**Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН**

# **УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ**

***Выпуск 26***

**Сентябрь 2009**

**СБОРНИК  
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл №ФС77-27285 от 22.02.2007

**Москва – 2009**

[www.mtas.ru](http://www.mtas.ru)

## ИНТЕРНЕТ-сайт теории управления организационными системами

**ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ**

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН



**Целью сайта** является предоставление специалистам по теории и практике управления организационными системами (ученым, преподавателям, аспирантам, студентам, а также реальным управленцам) доступа к ресурсам, отражающим современное состояние теории и возможности обмена идеями и результатами.

**На сайте имеются разделы:**

**Теория** – с обзором теории управления организационными системами, глоссарием, информацией для аспирантов;

**Практика** – с обзором результатов внедрения механизмов управления в реальных организациях;

**Библиография** – около 2500 публикаций по теории управления, снабжена классификатором и аннотациями;

**Электронная библиотека** – около 700 полнотекстовых монографий, статей и учебных пособий;

**а также многое другое.**

На сайте работает **форум**, на котором можно обсудить вопросы, относящиеся к математике, экономике, управлению организациями, узнать новости теории управления и ознакомиться с планируемыми конференциями и семинарами.

## **МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ» (УБС'2009)**

**Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН** объявляет о проведении 17-19 ноября 2009 года Международной научно-практической Мультиконференции «Управление большими системами».

**В рамках Мультиконференции планируется проведение:**

1. Международной научно-практической конференции «Теория активных систем - 2009» (17-19 ноября);
2. VIII Международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций» (CASC'2009) (17-19 ноября);
3. Круглого стола «Проблемы управления большими системами» (19 ноября).

**Заявка на участие** должна быть подана через сайт <http://www.mtas.ru/seminar/ubs2009> (далее – сайт) не позднее 4 октября 2009 г. Контакты между Оргкомитетом и участниками будут осуществляться по электронной почте [ubs2009@ipu.ru](mailto:ubs2009@ipu.ru).

# ubs.mtas.ru

Интернет-сайт электронного периодического  
научного издания «Управление большими  
системами: сборник трудов»

## **УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ**

ЭЛЕКТРОННЫЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ  
ИНСТИТУТА ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В. А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

С 1998 года Институт проблем управления РАН выпускает периодический сборник трудов ученых, занимающихся разработкой и исследованием математических моделей управления большими (социально-экономическими, организационными, организационно-техническими и др.) системами. Все статьи, публикуемые в сборнике, проходят рецензирование ведущими специалистами по теории управления.

С 2006 года сборник "Управление большими системами" вместе с ведущим журналом ИПУ РАН "Проблемы управления" – включены в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

С июля 2007 года Сборник входит в список ВАК (перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук):

\* по управлению, вычислительной технике и информатике (для докторов наук);

\* по электронике, измерительной технике, радиотехнике и связи; по энергетике (для кандидатов наук).

**Уважаемые коллеги! Приглашаем Вас опубликовать  
Вашу статью в очередном выпуске сборника  
"Управление большими системами"!**

Периодичность сборника - 4 раза в год. Время выхода прошедшей рецензирование статьи - 3-4 месяца. Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
*Институт проблем управления*  
*им. В.А. Трапезникова*

**УПРАВЛЕНИЕ  
БОЛЬШИМИ  
СИСТЕМАМИ**

**СБОРНИК ТРУДОВ**

*Выпуск 26*

**Москва – 2009**

### КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН Васильев С.Н., Емельянов С.В., Коровин С.К., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН Желтов С.Ю., Каляев И.А., Меликян А.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук, проф. Бутковский А.Г., Дорофеев А.А., Кузнецов О.П., Кульба В.В., Кротов В.Ф., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор:** Новиков Д.А. **Ответственный секретарь:** Губко М.В.

Д-ра техн. наук, проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Артамонов Е.И. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Архипова М.Ю. (ИПИ РАН), д-ра техн. наук, проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневецкий В.М. (ИППИ РАН), д-р экон. наук, проф. Голиченко О.Г. (ЦЭМИ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Добровидов А.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Заложнев А.Ю. (ИПУ РАН), проф. Земляков С.Д. (ИПУ РАН), проф. Ириков В.А. (МФТИ), проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Касаткин С.И. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Кононенко А.Ф. (ВЦ РАН), проф. Курдюков А.П. (ИПУ РАН), проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), к-т техн. наук, доцент Лебедев В.Н. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ловчиновский Э.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Новосельцев В.Н. (ИПУ РАН), проф. Орлов А.И. (МВТУ), канд. техн. наук Петрикевич Я.И. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Рыков А.С. (МИСИС), д-р экон. наук, проф. Секерин В.Д. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Сухарев О.С. (Ин-т экономики РАН), д-ра техн. наук, проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МВТУ), канд. физ.-мат. наук, доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук, проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

### РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

**Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук, проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Ижевск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н., к-т физ.-мат. наук, проф. Родионов В.И. (УдмГУ); **Иркутск** – д-ра физ.-мат. наук, проф. Бычков И.В., проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук, проф. Кузнецов Л.А., проф. Погодаев А.К. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук, проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Санкт-Петербург** – д-ра физ.-мат. наук, проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), проф. Фрадков А.Л. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ); **Тверь** – д-ра техн. наук, проф. Кузнецов В.Н., проф. Палюх Б.В. (ТГТУ).

**Адрес редакции:** 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

**Адрес в Интернет:** [ubs.mtas.ru](http://ubs.mtas.ru).

Номер гос. регистрации электронного научного издания (ЭНИ): 0420900023.

© ИПУ РАН, 2009

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Системный анализ*

---

- Болотова Л. С. , Мороз Ю. В.**  
*Игровые подходы к обучению инженера по знаниям..* 5

### *Информационные технологии в управлении*

---

- Гусев В. Б., Павельев В. В., Павельев С. В.**  
*Выбор оптимального механизма саморегулирования системы защиты центра обработки данных от аварий и катастроф.....* 21

- Тукубаев З. Б.**  
*Моделирование и исследование алгоритмов динамического управления потоками и очередями сообщений в компьютерных сетях.....* 38

### *Управление в социально-экономических системах*

---

- Гонтарев А. В., Чхартишвили А. Г.**  
*О явных и скрытых коалициях в рефлексивных играх.* 47

### *Управление в медико-биологических и экологических системах*

---

- Горбанева О. И., Угольницкий Г. А.**  
*Модели распределения ресурсов в иерархических системах управления качеством речной воды.....* 64

- Золотова Т. В.**  
*Вопросы согласования интересов в региональной иерархической модели сохранения природных ресурсов.* 81

**Управление техническими системами  
и технологическими процессами**

---

**Генкин А. Л.**

*Комплект алгоритмических и программных модулей для системы управления энергосберегающей технологией при горячей прокатке полос (СУЭТ).....* 102

**Управление подвижными объектами и навигация**

---

**Андреевский Б.Р., Фрадков А.Л.**

*Адаптивное управление летательным аппаратом с идентификацией на скользящих режимах .....* 113

**Технические и программные средства управления**

---

**Корепанов В. О.**

*Имитационные модели тактического поведения агентов.....* 145

**Крайванова В. А.**

*Модель естественно-языкового интерфейса для систем управления сложными техническими объектами и оценка эффективности алгоритмов на ее основе .....* 158



УДК 004.891  
ББК 32.813

## ИГРОВЫЕ ПОДХОДЫ К ОБУЧЕНИЮ ИНЖЕНЕРА ПО ЗНАНИЯМ

**Болотова Л. С.<sup>1</sup>, Мороз Ю. В.<sup>2</sup>**

*(Московский государственный институт радиотехники,  
электроники и автоматики (технический университет))*

*Рассмотрена проблема подготовки специалистов по проектированию экспертных систем и баз знаний. Предложено включать в учебный процесс специальные игры, качественно меняющие и ускоряющие приобретение нужных знаний и навыков. Описан тип игр, названный идентификационными и проводимый на первом этапе проектирования базы знаний. Приведены примеры тематик игр, типовой сценарий и результаты.*

Ключевые слова: экспертная система, инженерия знаний, база знаний, экспертные оценки, метод парных сравнений, идентификационная игра.

### **1. Введение**

В настоящее время экспертные системы поддержки принятия решения (ЭС ППР) в системах управления настолько популярны, что стали практически обязательным элементом в учебных программах по курсам «Теория принятия решений», «Системы искусственного интеллекта», «Интеллектуальные информационные системы», «Системы, основанные на знаниях» и т.п. Как известно, основой любой ЭС является модель пред-

---

<sup>1</sup> Болотова Людмила Сергеевна, профессор каф. вычислительной техники, доктор технических наук, профессор ([lubolotova@mail.ru](mailto:lubolotova@mail.ru)).

<sup>2</sup> Мороз Юлия Владимировна, аспирант ([moroz@mirea.ru](mailto:moroz@mirea.ru)).

метной области (ПрО), по существу образующая базу знаний (БЗ). Для разработки БЗ еще в 1980-х гг. появилась наука «Инженерия знаний» и профессия, называемая «Инженер по знаниям» или «Когнитолог». При этом время на разработку ЭС, её качественные характеристики – быстрдействие, функциональные возможности, полнота покрытия ситуационного пространства управления и принятия решений, комфортность, выбор инструментальных средств и т.д., – целиком зависят от инженера по знаниям (одного или нескольких) – его опыта, способности к системному и концептуальному мышлению, его психологичности, т.е. умения разговаривать эксперта, внушить ему доверие и желание по новому познавать ту ПрО, экспертом которой он является. Фактически опытный инженер по знаниям должен быть и психологом, и системным аналитиком, и специалистом в областях извлечения, структурирования и формализации знаний, разбираться в инструментальных программных средствах проектирования и разработки ЭС, знать и уметь еще очень многое. Ко всему, он должен иметь хороший опыт практической разработки ЭС для произвольных ПрО. Так, для непосредственного (прямого) извлечения знаний инженером по знаниям рекомендуется учитывать три основных теоретико-методических аспекта этого процесса: психологический, лингвистический и гносеологический [3]. Психологический аспект акцентирует внимание на обстановку, в которой происходит работа с экспертом или их группой (комфорт, состав участников, их личные особенности, согласованность и т.д.), лингвистический аспект обращает внимание на язык общения – его содержательность, общность понятий у эксперта и когнитолога, используемые языковые формы и т.п., гносеологический – объединяет методологические проблемы получения нового знания. Помимо перечисленных, рекомендуются такие методы, как извлечение знаний из лекций, игротехнические (мозговой штурм, ролевые и экспертные игры). Всего в современной практике применяется около 15 коммуникативных и текстологических методов. При этом получаемый результат – явные

знания, имеющие поверхностный и бессистемный характер. Но, кроме явных, в системах знаний важную роль играют скрытые – латентные, имплицитные знания, для получения которых применяются, в свою очередь, другие методы, в частности методы психосемантики, такие как многомерное шкалирование, репертуарные решетки, факторный и кластерный анализы и др. [1]. Для структурирования знаний, в свою очередь, рекомендуются свои подходы: структурный, объектный и объектно-структурный, каждый из которых тоже использует свое множество методов – символьных, визуальных, других [3]. Для формализации знаний тоже нужно очень многое знать: формальные и неформальные модели представления знаний; технологии проектирования гибридных моделей [2]. Вот таким в идеале должен быть хороший инженер по знаниям. Очевидно, что в рамках тех учебных часов, которые отводятся в ВУЗах на лекции, лабораторные и курсовые работы, еще и при отсутствии возможности участия студентов в НИР, за редкими исключениями, подготовить хорошего специалиста по знаниям невозможно.

Что же делать? Где взять опытных, хорошо обученных инженеров по знаниям? Кстати, они бы ещегодились для создания хранилищ знаний, систем управления знаниями и т.п. В данной статье мы предлагаем выход из создавшегося положения путем включения в учебный процесс, в частности, в лабораторные работы, семинары, курсовое проектирование, другие формы учебной деятельности, – учебных игр различных типов: идентификационных, ситуационных, концептуальных с компьютерной поддержкой или без неё, на основе ситуационных центров или в обычных компьютерных классах. В данной статье мы предлагаем рассмотреть один из типов таких игр – идентификационную игру.

## **2. Идентификационная игра**

### **2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Идентификационная игра (ИДИ) включается в учебный процесс на первом этапе разработки ЭС – этапе идентификации ПрО [6]. В идентификацию входит: определение границ ПрО задачи и её сужение до требуемых нормативов; выделение основных сущностей (инцидентов, факторов, событий, ошибок и т.п.) ПрО и их ранжирование по значимости для принятия решений, определение концептов сущностей и их объемов. По результатам игры оцениваются параметры участия игроков (в дальнейшем под игроком понимается как сам игрок, так и игровая группа).

В качестве объекта ИДИ может быть выбрана ПрО любой, в том числе по масштабу, системы управления (предприятия, непромышленной организации, корпорации, муниципального образования, региона, государства в целом), при управлении которой появляются проблемы с большой начальной неопределенностью проблемной ситуации. ИДИ проводится в рамках времени, отводимого на курс по теории принятия решений. Другими темами этого курса являются методы многокритериальной экспертной оценки альтернативных решений, в частности с использованием метода парных сравнений и формирования решающего правила для упорядочивания альтернатив, и нечеткие системы. В этой связи для повышения качества усвоения материала и приобретения навыков практического применения экспертных оценок и нечетких множеств было решено совместить обучение практическим навыкам по этим темам в рамках ИДИ.

ИДИ решает задачу определения границ выделенной ПрО в рамках призначного пространства тех сущностей, которые берутся за основу в качестве объектов ПрО. Например, для корпоративной системы управления (КСУ) такие границы могут определяться инцидентами, возникающими в процессе функционирования корпоративной информационной системы (КИС)

КСУ. Основой выделения границ для моделирования процессов развития муниципального образования могут служить факторы когнитивной модели [4].

Кадровый состав и продолжительность ИДИ: участники игры – методолог (преподаватель, владеющий методами теории принятия решений), игротехник (преподаватель, проводящий игру), эксперт (инженер, хорошо ориентирующийся в заданной ПрО); игроки – студенты (15-20 чел.), которые разбиваются на шесть–семь команд по 2-3 человека в каждой; длительность игры – четыре академических часа.

ИДИ рассматривается как проект [5], описанный игротехником в виде сценария, который должен выполняться в рамках определенной временной последовательности по фазам и стадиям, общим для всех игр. В ИДИ выделяются три основные фазы:

§ фаза проектирования, называемая игровым моделированием, в результате которой методолог определяет ПрО ИДИ, а эксперт – основные сущности ПрО и их признаки;

§ технологическая фаза, называемая собственно ИДИ, результатом которой является реализация ИДИ (ее прохождение), осуществляемая игроком;

§ рефлексивная фаза, называемая игровой рефлексией, результатом которой является оценка реализованной ИДИ как методологом, так и игроком и набор инцидентов, выявленных игроками.

ИДИ может проводиться в вариантах – без компьютерной поддержки (ручной) и с нею (машинный), а при наличии возможности – на базе ситуационного центра.

Рассмотрим типовой сценарий ИДИ, объектом которой является ПрО КИС КСУ.

## *2.2. ТИПОВОЙ СЦЕНАРИЙ ИДИ*

Фаза игрового моделирования содержит три этапа.

1-й этап. Выбор методологом ПрО ИДИ и приглашение эксперта. Для ПрО КИС КСУ экспертом может быть системный администратор, инженер-системотехник и др. технические

специалисты, ее поддерживающие и обслуживающие.

2-й этап. Подготовка исходных данных экспертом в виде графического и/или текстового представления КИС КСУ.

3-й этап. Определение экспертом сущностей ПрО – инцидентов, возникающих в процессе функционирования КИС, и их основных признаков. Например, признаками инцидента могут быть: частота инцидента, последствия инцидента, время обработки инцидента и др. (таблица 1).

Таблица 1. Признаки инцидентов и их значения

Признаки инцидентов		
Частота	Последствия	Время обработки
никогда	отсутствуют	мгновенно
очень редко	очень слабые	очень мало
редко	слабые	мало
не часто, не редко	не сильные, не слабые	не много, не мало
часто	сильные	много
очень часто	очень сильные	очень много
постоянно	катастрофические	не определено

В рамках собственно ИдИ выполняются 2 этапа.

1-й этап. Ознакомление игроков с ПрО КИС КСУ и определение того, каким инцидентам из табл.1 в первую очередь требуется обработка ЭС. Очевидно, это будут инциденты, постоянно возникающие, с катастрофическими последствиями, время обработки которых не определено.

2-й этап. Определение игроками содержания инцидентов (в дальнейшем – инцидентов) на естественном языке. Каждый игрок в процессе мозгового штурма предлагает свои инциденты, значения признаков которых, по их мнению, удовлетворяют вышеприведенным балльным оценкам. Допустим, игроки предложили следующие инциденты:

- 1) не удастся установить удаленное подключение к Интернету;
- 2) происходит самопроизвольное отключение Интернета;

- 3) не удастся подключиться к корпоративной сети;
- 4) не удастся подключиться к другим компьютерам корпоративной сети;
- 5) не удастся установить высокоскоростное подключение к Интернету через линию *DSL* или кабельное соединение.

3-й этап. Оценка инцидентов игроками. На этом этапе выделенным признакам инцидентов присваиваются приоритеты по степени убывания значений признаков, рассматриваемых в данном случае как частные критерии оценки с последующим расчетом комплексной характеристики каждого (т. е. с учетом комплексного критерия оценки инцидента).

Формализуется задача идентификации следующим образом. Пусть дано множество  $x_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, j, \dots, m$ ) инцидентов и признак, по которому они будут оцениваться и упорядочиваться.

Значение предпочтительности инцидента характеризуется числовой мерой, которая заранее считается неизвестной, однако может быть определена на основе имеющейся у игроков косвенной (субъективной) информации. Процедура проведения экспертизы строится на основе метода парных сравнений [7].

Отношение превосходства по данному признаку выразим знаками «>», «=» или «<», числовое значение которых предлагается в данном случае 1,5; 1,0; 0,5 (или 2; 1; 0).

Возможны различные варианты проведения экспертизы. Можно заранее сгруппировать инциденты парами и предложить игроку указать более предпочтительный в каждой паре. Другой вариант – игрок проводит сравнение путем построения «графа превосходства».

При любом варианте проведения экспертизы ее результаты представляются в виде квадратной матрицы  $A = |a_{ij}|$ , визуализирующей мнения игроков (таблица 2).

На пересечении строки и столбца игрок проставляет оценку предпочтения  $i$ -го инцидента над  $j$ -ым. При  $x_i > x_j$  эта оценка равна 1, если  $x_i < x_j$ , то  $a_{ij} = 0$ . Числовая оценка каждого инцидента по данному признаку получается в виде соответствующей

суммы  $a_{ij}$ .

Коэффициент  $a_{ij}$  в задаче о расстановке приоритетов является не баллом, а лишь числовой мерой – аналогом нашего представления о превосходстве (по какому-то признаку)  $i$ -го инцидента над  $j$ -м.

Таблица 2. Матрица парных сравнений

$x_j$ $x_i$	1	2	...	$j$	...	$m$	$\sum a_{ij}$
1	–	$a_{12}$	...	$a_{1j}$	...	$a_{1m}$	
2	$a_{21}$	–	...	$a_{2j}$	...	$a_{2m}$	
...	...	...	...	...	...	...	...
$i$	$a_{i1}$	$a_{i2}$	...	$a_{ij}$	...	$a_{im}$	
...	...	...	...	...	...	...	...
$m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mi}$	...	–	

Исходным материалом для настоящей задачи является балльная оценка инцидентов, данная игроками на первом этапе данной фазы ИДИ.

Решение задачи идентификации проводится в следующем порядке: первоначально необходимо получить приоритеты инцидентов по частным критериям (по каждому признаку в отдельности); затем определяется значимость частных критериев (т. е. признаков).

Расчет ведется по каждому критерию (признаку) в матрицах смежности.

Последовательность получения значений приоритетов (количественных характеристик инцидентов) следующая.

Игрок высказывает свои суждения относительно инцидентов, определенных другими игроками, в виде парных сравнений без количественной оценки степени предпочтения в каждой паре.

На основании анализа имеющейся информации или с помощью экспертной оценки задаются пределы изменения степени выраженности данного признака в оцениваемых инцидентах,



которые фиксируются в виде отношения крайних чисел ранжированного ряда:

$$(1) \frac{x_i^{\max}}{x_j^{\min}} = K_p,$$

где  $x_i^{\max}$  – инцидент с максимальной оценкой критерия;  $x_j^{\min}$  – инцидент с минимальной оценкой критерия;  $K_p$  – расчетный коэффициент отношения.

По найденному отношению  $K_p$  подбираются соответствующие коэффициенты  $a_{ij}$ .

Строится матрица  $A = |a_{ij}|$  на основе системы парных сравнений и с использованием подобранных коэффициентов  $a_{ij}$ .

Производится расчет значений приоритетов инцидентов  $P_i(k)$  итеративным методом на основе формулы:

$$(2) P^{\text{отн}}(k) = \frac{1}{I(k)} AP^{\text{отн}}(k-1),$$

где  $k = 1, 2, \dots$ ;  $I(k) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m a_{ij} P_i^{\text{отн}}(k-1)$  – сумма компонент вектора  $AP(k-1)$ .

Рассчитывается фактический коэффициент отношения  $K_{\phi}$  и сравнивается с расчетным  $K_p$ . При согласованности коэффициентов задача идентификации считается решенной. В противном случае производится корректировка коэффициентов  $a_{ij}$  и расчет повторяется.

Составим множество пар сравнений по первому критерию (признаку):

$$x_1 > x_2 \quad x_2 > x_3 \quad x_3 < x_4 \quad x_4 > x_5$$

$$x_1 > x_3 \quad x_2 = x_4 \quad x_3 = x_5$$

$$x_1 > x_4 \quad x_2 > x_5$$

$$x_1 > x_5$$

Построим матрицу смежности, где знаки предпочтения заменим коэффициентами предпочтительности  $a_{ij}$ , соответственно, для нашего случая:

$$(3) \quad a_{ij} = \begin{cases} 1,5 & \text{при } x_i > x_j \\ 1,0 & \text{при } x_i = x_j \\ 0,5 & \text{при } x_i < x_j \end{cases} .$$

В результате формируется следующая матрица (таблица 3).

Таблица 3. Матрица смежности для определения приоритетов инцидентов по первому признаку

$i \backslash j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$\sum a_{ij}$	$P_i$	$P_i^{\text{отн}}$
$x_1$	1,0	1,5	1,5	1,5	1,5	7,0	175,0	0,28
$x_2$	0,5	1,0	1,5	1,0	1,5	5,5	137,5	0,22
$x_3$	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0	3,5	87,5	0,14
$x_4$	0,5	1,0	1,5	1,0	1,5	5,5	137,5	0,22
$x_5$	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0	3,5	87,5	0,14
$\sum$	3,0	4,5	6,5	4,5	6,5	25,0	537,5	1,00

В вычислительной части решения последовательно находим приоритеты  $P_i$  инцидентов, затем эти приоритеты нормируем (т. е. вычисляем в долях единицы  $P_i^{\text{отн}}$ ). Порядок таких вычислений по первому критерию (признаку) следующий.

Для получения приоритетов  $P_i$  каждую строку в матрице умножается на столбец  $\sum a_{ij}$ . Получаем  $P_1 = 175$ ,  $P_2 = 137,5$ ,  $P_3 = 87,5$ ,  $P_4 = 137,5$ ,  $P_5 = 87,5$ .

Нормированные значения приоритетов  $P_i^{\text{отн}}$  получаются по формуле:

$$(4) \quad P_i^{\text{отн}} = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} .$$

В результате имеем  $P_1^{\text{отн}} = 0,28$ ,  $P_2^{\text{отн}} = 0,22$ ,  $P_3^{\text{отн}} = 0,14$ ,  $P_4^{\text{отн}} = 0,22$ ,  $P_5^{\text{отн}} = 0,14$ .

Эти значения  $P_i^{\text{отн}}$  принимаем в качестве окончательных значений приоритетов при оценке инцидентов по первому признаку и далее все значения  $P_i^{\text{отн}}$  будем принимать соответствен-

но в качестве окончательных значений приоритетов.

Аналогично строятся матрицы смежности по второму признаку и третьему, т. е. пока не будут рассмотрены все признаки.

Таким образом, для каждого инцидента мы получаем значение  $P_i^{\text{отн}}$  по всем его признакам.

Далее задача идентификации сводится к расчету комплексного (суммирующего) критерия, т. е. общей характеристики инцидента.

Очевидно, что простое суммирование  $P_i^{\text{отн}}$  для каждого инцидента по всем признакам недопустимо, так как они имеют различную значимость (весовой коэффициент) в комплексном критерии (в общей характеристике), на основании которого принимается решение. Требуется найти эту значимость, для чего мы снова применяем тот же алгоритм с той лишь разницей, что сущностями теперь являются не инциденты, а их признаки, т. е. частные критерии оценки ( $P_i$ ).

Наглядно эти вычисления выглядят следующим образом: из ранее рассчитанных матриц смежности выбираем наибольшие значения приоритетов, т. е. из первой матрицы выбирается наибольшее значение приоритета первого признака, из второй – второго и из третьей – третьего. В результате чего мы получаем следующие значения приоритетов признаков:  $P_1 = 0,28$ ,  $P_2 = 0,14$ ,  $P_3 = 0,22$ . Составим множество пар сравнений:  $P_1 > P_2$ ,  $P_1 > P_3$ ,  $P_2 < P_3$ .

По-прежнему будем считать, что знаки предпочтения заменяются коэффициентами предпочтительности по следующей схеме:

$$(5) \quad a_{ij} = \begin{cases} 1,5 & \text{при } P_i > P_j \\ 1,0 & \text{при } P_i = P_j \\ 0,5 & \text{при } P_i < P_j \end{cases}$$

Для нахождения значимости (весомости) каждого отдельного признака в общей характеристике инцидентов составим матрицу смежности (таблица 4).

Найдем весомость каждого признака в общей характери-

стике инцидентов, для чего каждую строку матрицы умножим на векторный столбец  $\sum a_{ij}$ . Получаем  $P_1 = 36, P_2 = 18, P_3 = 27$ .

Путем нормирования вычисляем весовые коэффициенты признаков инцидентов, т. е. находим значения  $P_i^{отн}$  по формуле (4). Получаем  $P_1^{отн} = 0,45, P_2^{отн} = 0,22, P_3^{отн} = 0,33$ .

Таблица 4. Матрица смежности для определения значимости критериев инцидентов

$i \backslash j$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\sum a_{ij}$	$P_i$	$P_i^{отн}$
$P_1$	1,0	1,5	1,5	4,0	36,0	0,45
$P_2$	0,5	1,0	0,5	2,0	18,0	0,22
$P_3$	0,5	1,5	1,0	3,0	27,0	0,33
$\sum$	2,0	4,0	3,0	9,0	81,0	1,00

После этих вычислений становится возможным и расчет комплексного приоритета для каждого инцидента (таблица 5).

Таблица 5. Определение значений комплексного приоритета

Инциденты	Расчет приоритетов по частным критериям			Значение комплексного приоритета
	Частота	Последствия	Время обработки	
	Значимость (вес) критериев $P_i$			
	0,450	0,220	0,330	
1	0,280	0,240	0,200	245
	0,126	0,053	0,066	
2	0,220	0,260	0,260	242
	0,099	0,057	0,086	
3	0,140	0,180	0,140	149
	0,063	0,040	0,046	
4	0,220	0,180	0,220	211
	0,099	0,040	0,073	
5	0,140	0,140	0,180	153
	0,063	0,003	0,059	

Значение комплексного приоритета определяется как сумма произведений относительных приоритетов признаков на относительные приоритеты их значимостей:

$$(6) \quad P_i^{\text{компл}} = \left( \sum_{i=1}^m P_{ij} \right) \times P_i^{\text{отн}}$$

В горизонтальной графе таблицы для каждого инцидента проставлены два числа: верхнее – это значение  $P_i^{\text{отн}}$  соответственно для каждого из трех признаков, а нижнее – произведение этого числа на значимость (вес) критерия, указанный в шапке таблицы.

Подсчитаем комплексные приоритеты для каждого инцидента. Для удобства оперирования с целыми числами введем множитель 1000. Получаем  $P_1^{\text{компл}} = 245$ ,  $P_2^{\text{компл}} = 242$ ,  $P_3^{\text{компл}} = 149$ ,  $P_4^{\text{компл}} = 211$ ,  $P_5^{\text{компл}} = 153$ .

Фаза игровой рефлексии. В результате проделанной работы граница ПрО очерчивается теми инцидентами, которые получили наивысшее значение комплексного приоритета. Число инцидентов определяется нормативными требованиями к ЭС. Для выполнения курсовой работы одному игроку необходимо предложить минимум пять инцидентов, из которых три будут далее концептуализироваться.

В нашем варианте выбирается, например, первый, второй и четвертый инциденты с наивысшими значениями комплексного приоритета, равными 245, 242 и 211 единицам. Соответственно, игроки, которые предложили данные инциденты, получают эти баллы на свой счет.

Разбор игры проводится экспертом совместно с методологом. Они разбирают инциденты, выявляют полярные оценки, обсуждается с игроками их правомерность.

ИДИ поддерживается программными средствами, что обеспечивает расчет всех параметров, обоснованный выбор границ ПрО и формирование списка инцидентов, необходимого для перехода ко второму этапу проектирования ЭС – концептуализации ПрО.

### 3. Заключение

С использованием ИДИ в рамках курсового проектирования было построено более 40 прикладных ЭС ППР по тематике «Порождение и разрешение инцидентов в КИС КСУ» на примере интернет-кафе, интернет-магазина, произвольной локальной вычислительной сети; «Управление интеллектуальным домом» на примере возникновения инцидентов в службах водоснабжения, света, канализации, электричества, охранной системы, вентиляции и кондиционирования, телевидения, телефона и др., «Управления муниципальным образованием, регионом, государством» на примере качества образования, беспризорности и безнадзорности, и др. общественно значимых проблем.

Анализ результатов показал, что в результате внедрения ИДИ в учебный процесс достигаются следующие цели:

§ наработывается практический опыт работы с конкретными и самыми различными Про, что обеспечивает на следующих этапах проектирования ЭС необходимую свободу в интерпретации и концептуализации представлений;

§ наработываются практические навыки применения методов экспертных оценок и нечетких множеств к реальным задачам;

§ студенты проходят школу выстраивания внутри- и межгрупповых отношений, обучаются коллективной работе;

§ проведенные игры показали, что учебный процесс проходит заинтересованно и активно, более чем в два раза сокращается время на достижение такого же результата по сравнению с традиционным способом.

### Литература

1. АНДРЕЙЧИКОВ А. В., АНДРЕЙЧИКОВА О. Н. *Интеллектуальные информационные системы: Учебник.* – М.: Финансы и статистика, 2006. – 424 с.
2. БОЛОТОВА Л. С., СМIRНОВ Н. А., СМОЛЬЯНИНОВ

- А. А. Системы искусственного интеллекта. Теоретические основы СИИ и формальные модели представления знаний: Учебное пособие. – М.: МИРЭА, 2003. – 124 с.
3. ГАВРИЛОВА Т. А., МУРОМЦЕВ Д. И. *Интеллектуальные технологии в менеджменте: инструменты и системы: Учеб. пособие. 2-е изд.* – СПб.: Высшая школа менеджмента; СПбГУ, 2008. – 488 с.
  4. АВДЕЕВА З. К., КОВРИГА С. В., МАКАРЕНКО Д. И., МАКСИМОВ В. И. *Когнитивный подход в управлении // Проблемы управления.* – 2007. – №3. – С. 2-8.
  5. НОВИКОВ А. М., НОВИКОВ Д. А. *Методология.* – М.: Синтег, 2007. – 668 с.
  6. ПОПОВ Э. В., ФОМИНЫХ И. Б., КИСЕЛЬ Е. Б., ШАПОВ М. Д. *Статические и динамические экспертные системы: Учеб. пособие.* – М.: Финансы и статистика, 1996. – 318 с.
  7. *Теория систем и системный анализ в управлении организациями: Справочник: Учеб. пособие /* В.А. Баринов, Л.С. Болотова, В.Н. Волкова и др.; Под ред. В.Н. Волковой, А.А. Емельянова. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 848 с.

## **GAME-BASED APPROACH TO KNOWLEDGE ENGINEER TRAINING**

**Lyudmila Bolotova**, Moscow State Institute of Radioengineering, Electronics and Automation, Professor of Computer Engineering Department, Doctor of Technics, Professor, ([lubolotova@mail.ru](mailto:lubolotova@mail.ru)).

**Yuliya Moroz**, Moscow State Institute of Radioengineering, Electronics and Automation, Postgraduate Student ([moroz@mirea.ru](mailto:moroz@mirea.ru))

*An engineer training problem is considered for expert systems and knowledge database design. Inclusion of special games in educational process enhanced quality and accelerated knowledge and skills acquisition. An identification game, which is proposed as one of the types of the games, is carried out in the first stage of knowl-*

*edge base design. Examples of the game subject, typical scenario and results are given.*

Keywords: expert system, knowledge engineering, knowledge base, paired comparison method, identification game.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*



УДК 658.012.011.56

ББК 05.25.05

**ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО МЕХАНИЗМА  
САМОРЕГУЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ  
ЦЕНТРА ОБРАБОТКИ ДАННЫХ  
ОТ АВАРИЙ И КАТАСТРОФ**

**Гусев В. Б.<sup>1</sup>, Павельев В. В.<sup>2</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)*

**Павельев С. В.<sup>3</sup>**

*(ОАО «Федеральная сетевая компания  
Единая энергетическая система», Москва)*

*Предложена методика выбора оптимального механизма саморегулирования системы защиты от аварий и катастроф выделенного центра обработки данных в территориально-распределенной автоматизированной системе, построенной с использованием каналов глобальных сетей связи.*

Ключевые слова: центр обработки данных, глобальные сети связи, оптимальный механизм саморегулирования системы защиты.

---

<sup>1</sup> Владислав Борисович Гусев, кандидат физико-математических наук, (тел. (495) 334-88-21, [gusvbr@ipu.ru](mailto:gusvbr@ipu.ru))

<sup>2</sup> Владимир Васильевич Павельев (тел. (495) 334-88-21, [pavvvs@ipu.ru](mailto:pavvvs@ipu.ru))

<sup>3</sup> Сергей Владимирович Павельев, департамент информатизации (тел. (495) 921-76-07, [pavelyev-sv@rao.elektra.ru](mailto:pavelyev-sv@rao.elektra.ru))

## 1. Введение

В настоящее время многие организации начали целенаправленно внедрять технологии обеспечения непрерывности бизнеса в непредвиденных ситуациях (*BCP – business continuity planning*)]. Учитывая, что затраты на внедрение и эксплуатацию таких технологий составляют значительную долю ресурсов многих организаций, важное значение приобретает проблема оптимизации этих затрат. Одним из основных подходов, применяемых в настоящее время для оптимизации затрат на системы безопасности, является анализ и управление рисками. Простейшей мерой риска является пара: вероятность  $Q$  неблагоприятного события и последствия (ущерб)  $W$  при его наступлении. Оба показателя могут быть мультипликативным образом объединены в один:  $R = QW$ , математическое ожидание ущерба, что позволяет сравнивать ситуации с различными последствиями и вероятностями их наступления. Принятие ответственных решений по выбору схемы защиты от аварий и катастроф центров обработки данных (ЦОД) требует комплексной оценки рассматриваемых вариантов. При этом в качестве основных критериев выступают следующие показатели:

- возможный ущерб от нарушения нормальной работы автоматизированной системы в результате выхода из строя ЦОД;
- вероятность наступления событий, наносящих существенный ущерб;
- затраты (капитальные и эксплуатационные) на мероприятия по защите ЦОД от аварий и катастроф.

В связи с этим, актуальной является задача разработки методики анализа потенциальных угроз на этапах проектирования и эксплуатации системы, а также оптимального механизма саморегулирования системы защиты от них ЦОД на этапе ее эксплуатации.

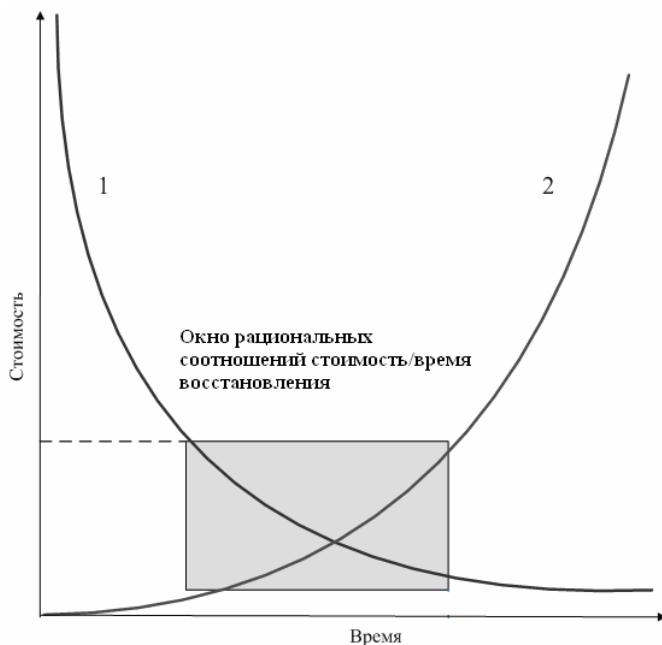
## **2. Обеспечение требуемого уровня доступности информационных ресурсов в территориально-распределенных ИТ-инфраструктурах**

При эксплуатации любых автоматизированных систем всегда существует определенная вероятность разрушения информационных массивов (ИМ) и программных модулей (ПМ). При использовании каналов глобальных сетей связи и децентрализованном хранении резерва возможно быстрое возобновление работы при выходе из строя одного из узлов, содержащего рабочие информационные массивы и программные модули. Зависимость финансовых потерь, которые несет организация из-за недоступности ИТ-сервисов, от времени их недоступности приведена на рис. 1. Здесь же приведена зависимость стоимости создания системы высокой доступности от величины допустимого времени простоя. Величина финансовых потерь, как правило, растет нелинейно, нелинейная зависимость наблюдается и у величины затрат на мероприятия по обеспечению непрерывности ИТ-сервисов от гарантированного времени восстановления.

Оптимальное решение обычно лежит в области, которая на рисунке обозначена как окно рациональных соотношений «стоимость/время восстановления» [1].

Основными технологиями, обеспечивающими защиту данных в чрезвычайных ситуациях, являются:

- резервное копирование и архивирование данных на удаленной площадке (*Crosssite backup*) с размещением их на ленточных накопителях;
- различные способы репликации данных на удаленную площадку с размещением их на дисковых массивах.



*Рис. 1. Зависимость финансовых потерь (2) из-за недоступности информационных ресурсов от времени их недоступности и стоимости (1) создания системы высокой доступности от допустимого времени простоя*

### **3. Основные схемы организации резервирования информационных массивов и IT-сервисов в территориально-распределенных системах**

При проектировании IT-инфраструктуры современных территориально-распределенных автоматизированных систем в настоящее время обычно используются архитектуры, предусматривающие создание одного или нескольких ЦОД, иногда находящихся на значительном расстоянии друг от друга. Приняв за основу семиуровневую (0-6) классификацию построения

систем резервирования и управления данными и доработав ее на основе российского и международного опыта построения территориально-распределенных ИТ-архитектур с выделенными ЦОД [4, 6, 8] предлагается выделить 10 наиболее распространенных схем организации резервирования информационных массивов и ИТ-сервисов в территориально-распределенных ИТ-инфраструктурах с выделенными ЦОД:

1. Производится регулярное резервное копирование ИМ и ПМ с хранением резервных копий в том же помещении/здании.

2. Производится регулярное резервное копирование с хранением резервных копий в отдельном помещении/здании.

3. Используются технологии резервного копирования и архивирования данных на резервную площадку.

4. Используются технологии резервного копирования и архивирования наиболее критичных данных на резервную площадку по каналам связи.

5. Репликация данных на резервную площадку в асинхронном режиме (с небольшим запаздыванием).

6. Репликация данных на резервную площадку в синхронном режиме.

7. Оперативное резервирование. Режим постоянной готовности. Репликация данных на резервную площадку осуществляется в синхронном режиме.

8. Вычислительный центр распределен по нескольким площадкам, находящимся на удалении не более 50 км (в пределах одного города). В этом случае из нескольких площадок можно создать единый вычислительный центр, рассматривая их просто как разные комнаты в одном здании.

9. Вычислительный центр распределен по нескольким площадкам, находящимся на существенном удалении (в несколько тысяч километров).

10. Вычислительный центр состоит из нескольких площадок, расположенных в пределах одного города, плюс одна или несколько площадок на существенном удалении (в другом регионе). Между площадками в пределах города организована син-

хронная репликация, на удаленные площадки осуществляется асинхронная репликация.

Ставится задача выбора лучшего варианта схемы защиты, формируемого как комбинация из 10 наиболее распространенных и обеспеченных программными и техническими средствами схем защиты.

#### **4. Выбор наилучшего варианта защиты центра обработки данных от аварий и катастроф**

Широко распространенные методики выбора лучших вариантов в качестве целевой функции используют аддитивную линейную свертку значений частных показателей с учетом коэффициентов их относительной важности. Под весовым коэффициентом показателя понимается нормированное приращение значений целевой функции, приходящееся на единицу приращения значения этого показателя, инвариантное относительно фиксированных уровней значений остальных показателей. Большинство разработчиков методик комплексного оценивания, использующих метод аддитивной линейной свертки частных показателей, данное требование инвариантности считается автоматически выполняющимся при любых условиях. В действительности, в задачах разработки гармоничных сбалансированных систем, имеющих практический смысл, приращение целевой функции, приходящееся на единицу приращения значений одного показателя, обычно зависит от того, на каком уровне зафиксированы значения остальных показателей. Таким образом, значения весовых коэффициентов показателей, как правило, не постоянны и зависят от того, на каких участках шкал производится их соизмерение. Кроме того, монотонная линейная функция свертки требует допустимости взаимной компенсации худших оценок по одним показателям лучшими оценками по другим показателям, что на практике далеко не всегда возможно.

Методика целенаправленного выбора лучшего варианта, использующая метод векторной стратификации [4-6], позволяет преодолеть перечисленные трудности. В основе целенаправленного выбора лежит следующий принцип: комплексное оценивание должно обеспечивать измерение степени соответствия объекта оценки сформулированному целевому назначению. В соответствии с этим принципом путем дихотомической конкретизации и детализации формулировки заданной цели формируется бинарная древовидная структура показателей комплексной оценки объекта выбора.

Комплексная оценка варианта защиты ЦОД от аварий и катастроф формируется в виде бинарного дерева, содержащего две группы оценок. Группа П1 – показатели, определяющие снижение риска ущерба при использовании мер защиты; группа П2 – показатели, определяющие размер затрат на создание системы защиты.

В таблице 1 в качестве примера приведена часть показателей группы П1 и группы П2.

Значения частных показателей определяются следующим образом.

Путем опроса экспертов или на основании имеющейся статистики определяются вероятности реализации опасностей в отношении выделенных групп объектов опасности в случае отсутствия мероприятий по защите ЦОД от аварий и катастроф.

Производится расчет ущерба в случае реализации опасностей при отсутствии мероприятий по защите ЦОД от аварий и катастроф.

Расчет верхней оценки суммарного риска нарушения доступности информационных ресурсов при отсутствии мероприятий по защите ЦОД от аварий и катастроф производится по следующей формуле:

$$R_{\Sigma} = \sum_i P_i W_i, \text{ где } P_i - \text{вероятность реализации опасностей}$$

в отношении  $i$ -ой группы объектов опасности;  $W_i$  – ущерб в

случае реализации опасностей в отношении  $i$ -ой группы объектов опасности.

Соответственно, каждой группе объектов опасности будет соответствовать риск  $R_i = P_i W_i$ .

Табл. 1. Фрагменты показателей группы П1 и группы П2

Код показателя	Наименование показателя
<i>Группа П1</i>	
1.1	Оценка снижения риска ущерба от недоступности средств обработки данных вследствие природных пожаров, наводнений и прочих негативных природных факторов
1.2.1	Оценка снижения риска ущерба от недоступности средств обработки данных вследствие аварий на опасных производствах
1.2.2	Оценка снижения риска ущерба от недоступности средств обработки данных вследствие прочих негативных техногенных воздействий
<i>Группа П2</i>	
2.1.1.1	Оценка затрат на закупку оборудования и организацию каналов связи производственной площадки
2.1.1.2	Оценка затрат на закупку оборудования и организацию каналов связи резервной площадки
2.1.2.1	Оценка затрат на оборудование помещений производственной площадки
2.1.2.2	Оценка затрат на оборудование помещений резервной площадки
2.2.1.1	Оценка текущих затрат на эксплуатацию системы, находящейся в производственном режиме
2.2.1.2	Оценка текущих затрат на эксплуатацию системы, находящейся в резерве
2.2.2	Оценка затрат на оплату труда персонала



Свяжем каждую группу объектов опасности с мероприятием, парирующим эти опасности. Некоторые мероприятия носят избыточный характер, воздействуя на несколько групп объектов опасности. Расчет верхней оценки затрат на реализацию каждого варианта защиты для имеющегося перечня вариантов защитных мероприятий производится по следующей формуле:

$$C_n = \sum_i C_{nj},$$

где  $n$  – номер рассматриваемого варианта;  $j$  – статья затрат, соответствующая мероприятию по защите.

Из перечня рассматриваемых вариантов на предварительном этапе целесообразно исключить все варианты, не соответствующие субъективному условию рациональности затрат на реализацию варианта защиты:

$$(1) \quad C_n \leq kR_{\Sigma},$$

где  $k$  – коэффициент, отражающий склонность лица, принимающего решения (ЛПР) к риску. Если для значения  $k$  порядка 1 находится хотя бы один вариант защиты, удовлетворяющий условию (1), то принимается решение, что задача выбора варианта имеет смысл.

Расчет значений рисков производится для каждой группы объектов опасности для каждого из рассматриваемых вариантов:

$$R_{ni} = P_{ni} W_{ni},$$

где  $n$  – номер варианта;  $i$  – номер группы опасностей, воздействующих на определенную группу объектов опасностей.

Производится расчет величины снижения риска. Для каждого из рассматриваемых вариантов вычисляем величины снижения риска у каждой группы объектов опасности по сравнению с величинами рисков, рассчитанных для случая отсутствия мер защиты по формуле:

$$\Delta R_{ni} = R_i - R_{ni}.$$

Использование оценок снижения рисков для принятия решений путем суммирования  $\Delta R_{ni}$  по номерам групп опасностей  $i$  некорректно, поскольку реализации опасностей группы  $i$  при

варианте защиты  $n$  не являются независимыми событиями. Степень влияния групп опасностей определяется экспертным путем методом векторной стратификации. Как указывалось выше, существенным достоинством этого метода является возможность учета нелинейности вклада отдельных факторов в результирующую оценку.

В соответствии с рассматриваемым методом, для каждого из вариантов защиты получаем относительные оценки по показателям, расположенным на концевых вершинах дерева оценок. Для этого значения величин снижения риска и постатейных расходов на создание систем защиты, характеризующих каждый из рассматриваемых вариантов, преобразуются в вербально-числовую шкалу Харрингтона из пяти градаций и далее в соответствующую пятибалльную шкалу.

Для каждого узла древовидной структуры показателей лицо, принимающее решение, или эксперты заполняют матрицы логической свертки частных оценок в обобщающую оценку размерности  $5 \times 5$ . Строки матрицы соответствуют значениям оценок по одному из объединяемых показателей, столбцы – значениям оценок по второму показателю. Значения оценок варианта по обобщающему показателю проставляются на пересечении столбцов и строк. Их определяет эксперт или лицо, принимающее решение с учетом относительной значимости оценок по объединяемым показателям.

По комплексному критерию (решающему правилу, состоящему из совокупности матриц логической свертки) все рассматриваемые варианты оцениваются по пятибалльной шкале, упорядочивающей их по предпочтительности. Самые лучшие, обеспечивающие полное достижение заявленной цели, будут отнесены к 5-ой страте, самые худшие (бесполезные для достижения цели) – к 1-ой страте. Если в некоторой страте окажется несколько объектов оценки, то лучший из них выбирается с помощью дополнительной информации об условиях их применения.

## **5. Механизм саморегулирования системы защиты центра обработки данных**

Затраты на эксплуатацию выбранного варианта системы защиты ЦОД могут изменяться (как правило, возрастать) в связи с возникновением новых угроз, необходимостью парирования их, инфляцией и другими факторами. Предполагается, что выбранная система защиты в процессе эксплуатации допускает необходимые действия по рациональному реагированию на изменения условий её функционирования (например, наращиванию и модификации защитных свойств системы за счёт увеличения числа копий, частоты производимых репликаций, изменения протокола обмена данными и пр.). При этом, каждое такое действие соизмеряется как с производимыми затратами, так и с изменением потерь от нарушений в системе, измеренных в стоимостных показателях. Сравнивая потери от нарушения доступности данных и затраты на содержание системы защиты ЦОД и ее развитие в пределах выбранной архитектуры, можно находить и отслеживать оптимальный уровень защиты, обеспечивающий наименьшие общие издержки в процессе эксплуатации.

Рассмотрим механизм оптимизации режимов функционирования системы защиты ЦОД от вероятных угроз на основе обратной связи, позволяющий достигать минимальных значений целевой функции  $s = (f + q) \rightarrow \min$  (рис. 2), где  $q$  — затраты на защиту ЦОД от вероятных угроз;  $f$  — ущерб от реализации угроз;  $s$  — общие издержки, вызванные затратами на создание защиты ЦОД от вероятных угроз и ущербом, наносимым при реализации этих угроз.

Для этой цели в условиях эксплуатационного режима будем использовать принцип действия пропорционально-интегрального регулятора [7]. Статистические данные о произведенных затратах на мероприятия по защите, а также оценки ожидаемых или реализованных потерь периодически собираются и используются для расчета оптимальных уровней планируе-

мых затрат на защиту в процессе эксплуатации информационной системы. Предлагаемый механизм не требует явного задания зависимости общих издержек от составляющих, поскольку использует только регулярно производимые замеры реальных издержек и эксплуатационных затрат.

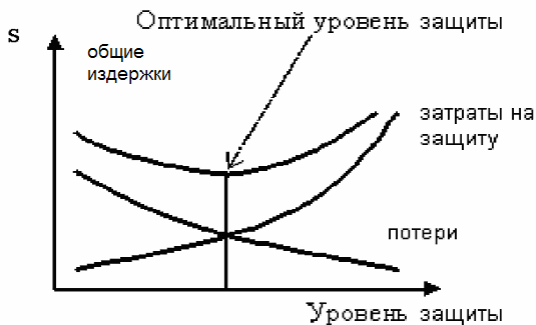


Рис.2. Механизм оптимального выбора мер защиты данных

Для иллюстрации в качестве модели затрат, аппроксимирующей зависимость общих издержек от вероятных угроз и затрат на реализацию защитных мероприятий, рассмотрим зависимость

$$s = a/\exp(q/r) + q,$$

где  $q$  — затраты на реализацию защитных мероприятий;  $a$  — максимальный ущерб от реализации угроз;  $r$  — стоимость «эффективных» мер защиты. Поскольку процесс регулирования развивается во времени  $t$ , параметры  $a$  и  $r$  изменяются с темпом инфляции  $p$ . Численные значения параметров модели были выбраны следующими:  $p = 1,02$ ;  $a = 2p^t$ ;  $r = 0,2p^t$ ;  $t = 0, 1, \dots, 21$ .

В отличие от классического регулятора, в качестве значения невязки процесса регулирования выбрана разностная аппроксимация предельной суммы общих издержек  $M_s = ds/dq$ . Обратная связь в системе с саморегуляцией осуществляется по следующему закону:

$$q = q_0 + k M_s + II,$$

где  $q_0$  – постоянные затраты;  $k$  – коэффициент пропорциональной связи;  $l$  – коэффициент интегральной связи;  $I$  – интеграл (накопленная сумма) предельных издержек. При соответствующем подборе коэффициентов обратной связи (в рассматриваемой численной реализации модели были выбраны значения  $q_0 = 0,5$ ;  $k = 0,02$ ;  $l = 0,1$ ) процесс находился вблизи оптимального режима (при минимальном значении общих издержек).

Для подбора параметров регулятора использовалась процедура многомерной минимизации усредненного по времени значения полных издержек. Для практических приложений можно использовать процедуру многомерной минимизации апостериорного прогнозируемого значения полных издержек на основе статистических данных, относящихся к предыстории. Правомерность такого подхода при выборе параметров регулирования  $q_0$ ,  $k$ ,  $l$  основывается на предположении о том, что в процессе эксплуатации системы источники сбоя и угроз сохраняют свою природу и необходимо только учитывать уточненные характеристики риска. Возникновение непредвиденных угроз требует корректировки архитектуры информационной системы по методу, описанному в предыдущих разделах.

Интерпретация результатов моделирования позволит реализовать организационный механизм, обеспечивающий минимизацию общих издержек. Основным звеном этого механизма является измеритель предельных общих издержек на каждом шаге цикла в соответствии с конечно-разностным приближением

$$M_s(t) = (s(t) - s(t - 1)) / (q(t) - q(t - 1)),$$

где  $t$  – текущий цикл регулирования. В стационарном (оптимальном) режиме, как не трудно видеть, уровень предельных издержек равен нулю. Значение достигаемого уровня суммарных потерь зависит как от «эффективности» регулятора системы защиты ЦОД, так и постоянных издержек  $q_0$ , определяемых структурой системы защиты. Результаты имитации работы регулятора в условиях роста эффективных затрат с учетом инфляции приведены на рис 3. Для сравнения на этом рисунке

приведена кривая для оптимальных значений затрат на организацию защиты, вычисленных аналитически:

$$q(t) = r(t) \cdot \ln \frac{r(t)}{a(t)}.$$



Рис. 3. Динамика основных параметров процесса саморегулирования

Результаты расчетов показывают, что, несмотря на неточное приближение динамики затрат к оптимальному уровню, уровень общих издержек практически совпадает с минимально достижимым (оптимальным) уровнем.

Рассмотренная модель может быть отнесена к модели индикативных регуляторов [1]. Важной чертой представленных регуляторов является то, что они нацелены на достижение оптимального уровня контролируемого параметра и не требуют ни знания этого уровня, ни знания модели регулируемого объекта. Необходимо иметь только элемент, измеряющий текущее состояние критериального показателя, алгоритм расчета управляющего воздействия и канал обратной связи.

При этом:

- индикативные регуляторы позволяют обеспечить близкие к требуемым (в т.ч. оптимальным) параметры состояния объекта управления;

– эффект от применения механизмов оптимизации, как правило, весьма значителен (рис. 4);



Рис. 4. Сравнение общих издержек при наличии механизма оптимизации и без него

- упрощается процесс достижения целей в актуальных сферах деятельности;
- организация таких регуляторов требует: разработки индикативных показателей обратной связи, настройки численных параметров обратной связи, периодического пересмотра состава показателей и механизма регулирования.

## 6. Заключение

Рассмотрены основные стратегии обеспечения доступности информационных ресурсов и обеспечения непрерывности ИТ-сервисов в случае аварий и катастроф.

Разработана методика выбора наилучшего варианта системы защиты ЦОД с использованием метода векторной стратификации и экономического механизма оптимизации системы защиты ЦОД от вероятных угроз, позволяющего достигать минимальных значений целевой функции.

Предлагаемая методика позволяет увязать методы экспертного оценивания с моделированием рассматриваемых объектов и процессов. Благодаря этому появляется возможность получать эффективные решения при рациональном сочетании исходной информации, полученной от экспертов и объективной информации, полученной в результате измерений и сбора статистики (по результатам испытаний технических средств, результатам проведенных организационных мероприятий и др.).

Результаты моделирования позволяют признать перспективность использования предложенного метода саморегулирования системы защиты ЦОД от аварий и катастроф.

### **Литература**

1. АНОХИН А. М., ГУСЕВ В. Б., ПАВЕЛЬБЕВ В. В. *Комплексное оценивание и оптимизация на моделях многомерных объектов.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
2. ГЛОТОВ В. А., ПАВЕЛЬБЕВ В. В. *Векторная стратификация.* – М.: Наука, 1984.
3. ЛЕВИНТАЛЬ А. Б., ЕФРЕМЕНКО В. Ф., ГУСЕВ В. Б., ПАЩЕНКО Ф. Ф. *Расчет показателей индикативного планирования для программ развития региона. Научное издание.* – М.: ИПУ РАН, 2006.
4. МОРОЗЕВИЧ А., ГАВРИЛЮК В. *Управление данными или ИМ по ИВМ: опыт практической реализации / "Storage News".* – 2006. – №3 (28).
5. ПАВЕЛЬБЕВ В. В. *Формирование системы критериальных свойств при комплексной оценке сложных объектов.* – В кн.: Механизмы функционирования организационных систем. Вып. 29. – М.: ИПУ РАН, 1982.
6. ПАВЕЛЬБЕВ С. В. *Методы обеспечения сохранности информации пользователей в сети Интернет. // Теория активных систем / Труды международной научно-практической конференции (17-19 ноября 2003 г., Москва,*



Россия). Под ред. В. Н. Буркова, Д. А. Новикова. Том 2. –М.: ИПУ РАН, 2003. – С. 140-142.

7. SHAW J. *The PID Control Algorithm: How It Works, How To Tune It, and How to Use It*. – 2nd Ed. – 62 p. – URL: <http://learncontrol.com/pid/description.htm>
8. WARRICK C., BERETTA C., GHEM R., HILLIARD L., KAMONTHIPSUKON S., ROLANDI S., SING J., TARELLA G. J., LEUNG C. *IBM Total Storage Business Continuity Solutions Guide*, International Technical Support Organization, IBM Redbooks SG24-6547-02, August 2005.

### **CHOICE OF THE OPTIMAL MECHANISM OF SELF-REGULATION OF THE DATA-PROCESSING PROTECTION SYSTEM FROM FAILURES AND ACCIDENTS**

**Vladislav Gusev**, Russian Academy of Sciences Institute of Control Sciences (ICS RAS) Moscow, Russian Federation, Cand.Sc. ([gusvbr@ipu.ru](mailto:gusvbr@ipu.ru))

**Vladimir Pavelyev**, Russian Academy of Sciences Institute of Control Sciences (ICS RAS) Moscow, Russian Federation ([pavvvs@ipu.ru](mailto:pavvvs@ipu.ru))

**Sergey Pavelyev**, Department of information of Open Society "Federal network company of Uniform Power Systems" Moscow, Russian Federation ([pavelyev-sv@rao.elektra.ru](mailto:pavelyev-sv@rao.elektra.ru)).

*Abstract: The technique is proposed of a choice of the optimum mechanism for self-regulation of system of protection against failures and accidents of the allocated data-processing centre in the territorially-distributed automated system constructed with use of channels of global communication networks.*

**Keywords:** self-regulation mechanism, protection, failures and accidents, allocated data-processing center, global communication networks.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.И. Орловым.*

УДК 621.396.6

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ДИНАМИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКАМИ И ОЧЕРЕДЯМИ СООБЩЕНИЙ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ**

**Тукубаев З. Б.<sup>1</sup>**

*(Международный Казахско-Турецкий университет  
им. Ясауи, г.Туркестан, Казахстан)*

*Предлагается алгоритм стохастического управления нестационарными потоками приоритетных сообщений по узлам полносвязной сети, отличающийся от существующих разнородностью (приоритетностью) потоков, обобщенным критерием, учитывающим вероятность потерь, упрощенным методом пошаговой оценки состояния.*

Ключевые слова: алгоритмы стохастического управления потоками сообщений, нестационарные потоки приоритетных сообщений, вероятность потерь, пошаговая оценка состояния, фильтр Калмана, нестационарные системы массового обслуживания, идентификация и управление в реальном времени, обобщенный критерий оценки управления.

В современных информационно-вычислительных сетях в узлах выхода нескольких локальных сетей (ЛС) в глобальную сеть (ГС) через маршрутизатор образуются очереди сообщений (заявок), поскольку ЛС имеют высокое быстродействие ( $\approx 10-100$  Мбит/с), а исходящий канал выхода в ГС, T1-канал, имеет скорость передачи  $V = 1,544$  Мбит/с [1, 3].

---

<sup>1</sup> *Зухирхан Бейсекович Тукубаев, кандидат технических наук  
([zuhr@pochta.ru](mailto:zuhr@pochta.ru), [zuhr08@rambler.ru](mailto:zuhr08@rambler.ru))*

Такой же случай обслуживания очередей возникает когда администратор сети управляет удаленным маршрутизатором или клиент работает с сеансом *Telnet*; при этом администратор для работы в интерактивном режиме должен управлять маршрутизаторами для организации обслуживания потоков в заданном направлении.

Кластерная организация обмена информацией между процессорами серверов дает возможность гибко регулировать производительность системы и добиваться нужной производительности и надежности [1, 3].

Такая же задача оптимизации очередей приоритетных заявок при организации данных в СУБД серверов современных сетей передачи данных решается в трудах [2].

Постоянное наращивание и развитие таких сетей потребовало разработки новых способов и алгоритмов динамического управления обслуживанием потоков сообщений и функционированием сетей, учитывающих дальнейшее их развитие. В этих условиях, когда число взаимосвязанных параметров и взаимодействующих компонентов велико, имитационное моделирование является эффективным методом, позволяющим создать модели необходимой полноты (содержательности), универсальности и адекватности.

Использование методов идентификации и управления, работающих в масштабе процесса, увеличивает степень использования общей пропускной способности системы и эффективности загрузки ее элементов и узлов. При этом возникает задача разработки адаптивных алгоритмов обработки в нестационарных СМО (НСМО), методов оценки и оптимального управления НСМО.

В работе Г.И.Пранявичюса [4] разработан алгоритм стохастического управления нестационарными однородными потоками сообщений на базе критерия минимизации среднего времени задержки сообщений.

В работах [5-8] разработаны алгоритмы, учитывающие приоритетность потоков сообщений и вероятности потерь из-за

ограничения длины очереди. При оценке состояния системы использована оптимизация на каждом шаге.

В настоящей работе предлагается обобщенный критерий оценки управления и более эффективный алгоритм прогнозирования. Рассматривается полносвязная сеть, пропускающая нестационарные приоритетные потоки заявок. Требуется построить диспетчер потоков, который с учетом нестационарности потоков управляет распределением потоков по узлам, минимизируя потери, связанные с задержкой заявок. Величину нагрузки узлов рассмотрим как состояние системы и применим управление, минимизирующее дисперсию состояния. При этом состояние системы оценивается с помощью фильтра Калмана как состояние нестационарного случайного процесса. Рекуррентное оценивание по Калману сводится к решению задачи динамического программирования, что является довольно громоздкой задачей. Поэтому в настоящей работе предлагается использование управления по шагово-оптимизируемому критерию вместо глобального. Преимуществом такого динамического критерия является отсутствие накопления ошибок.

Пусть  $V_i(t)$  – нагрузка на  $i$ -ом узле связи (эрл). Состояние сети задается вектором  $V(t) = V_1(t), \dots, V_n(t)$ ,  $n$  – количество узлов.

Обозначим через  $U_i(t)$  величину поступления нагрузок на  $i$ -й узел от других узлов. Далее, приводим векторные величины размерности  $n$ . В качестве критерия, задаваемого на каждом шаге, выберем

$$(1) \quad I_k = M(X_{k+1} P X_{k+1} + U_k Q U_k),$$

где  $X_{k+1}$  определяется по следующей формуле (2):

$$(2) \quad X_{k+1} = V_{k+1} - V_0 = V_k + \Delta N / m - \Delta t + U_k / m - V_0,$$

где  $k$  – номер текущего шага (период управления);  $1/\mu$  – длительность времени обслуживания;  $\Delta N$  – прогноз числа заявок;  $\Delta t$  – длина периода;  $V_0$  – центрированная нагрузка сети (усредненная по узлам).

При длительном функционировании сети ее общую нагрузку, и, следовательно,  $V_0$  можно считать приблизительно одинаковой. С учетом такого допущения  $X_{k+1}$  определяется следующим образом:

$$(3) \quad X_{k+1} = (\Delta N + U_k) / m - \Delta t.$$

Таким образом, общий вид уравнения состояния определяется по формуле:

$$(4) \quad X_{k+1} = \hat{O}_e \tilde{O}_e + U_k / m.$$

А с учетом определения  $X_k$  окончательно  $\Phi_k$  определяется по формуле:

$$(5) \quad \hat{O}_e = 1 + (\Delta N / m - \Delta t) / \tilde{O}_e.$$

Оптимальное управление должно минимизировать критерий (1), компенсируя отклонения  $X_{k+1}$  от общесетевого среднего, и одновременно уменьшать внутрисетевой обменный поток  $U_k$ . Из условия экстремума уравнение (1) имеет вид

$$(6) \quad X_{k+1} P + U_k Q = 0.$$

Подставим сюда значение из (2) и, решив полученную систему уравнений, определим значения  $U_k$ .

Алгоритм  $A_1$  периодически минимизирует разброс незавершенной работы вокруг среднего значения с учетом прогнозных значения ожидаемого поступления заявок. Алгоритм  $A_2$  отличается от  $A_1$  тем, что не учитываются прогнозных значения потоков. Работа алгоритмов  $A_1$  и  $A_2$  оценивается по относительному эффекту, получаемому по отношению к функционированию сети без диспетчера  $A_0$ .

Оценочным критерием принята взвешенная по приоритетам сумма произведений времен пребывания заявок в сети и вероятностей потерь.

Эффективность алгоритма  $E$  оценивается следующим образом:

$$(7) \quad E = f_0 / f_a;$$

где  $f_0$  – потери при отсутствии перераспределения нагрузок;  $f_a$  – потери при использовании диспетчера;  $a = 1, 2$  для алгоритмов  $A_1, A_2$ . Значение  $f_a$  определяется как

$$(8) \quad f_a = \sum_p b_p w_p^a t_p^a,$$

где  $\beta_p$  – вес заявок  $p$ -го приоритета;  $\omega_p^a$  – вероятность потери заявки  $p$ -го приоритета;  $t_p^a$  – среднее время прохождения заявок  $p$ -го приоритета в сети.

В качестве примера рассмотрены входные приоритетные потоки с интенсивностями, которые определяются по формуле:

$$(9) \quad I_p = b_p + c_p \sin\left(\frac{2p}{T_p} t\right).$$

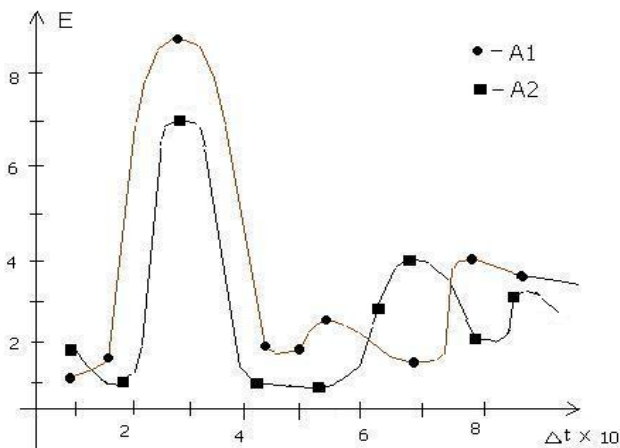


Рис. 1. Зависимость выигрыша от интервала управления при постоянной производительности узлов связи

На рис. 1 показана зависимость выигрыша  $E$  от периода управления при исходных данных:  $P = 3$ ,  $\beta_p = (10, 12, 15)$ ,  $c_p = (5, 6, 7)$ ,  $T_p = (1, 2, 3)$ ,  $\mu = 60$  заявок в минуту.

Для прогнозирования  $\Delta N$  использован обобщенный фильтр Калмана (алгоритм интервального суммирования – АИС). Выбор этого метода объясняется тем, что в нем есть возможность рекуррентного оценивания с более полным использованием информации о предыстории процесса, а также реализация этого алгоритма сравнительно проста.

Адаптивность метода к процессу обеспечивает компромисс между скоростью и объемом памяти.

Для построения  $K$ -модели ( $K$  – длина интервала) процесса  $Y = \{y_t, t = 1, \dots, N\}$  составляется система  $n_i = n - (m + k)$  уравнений относительно неизвестных коэффициентов регрессии  $b_i, i = 1 - m; m$  – глубина памяти.

Выходом  $K$ -модели служат точки  $Y_{m+k+1}, \dots, Y_n$ , а все предыдущие отсчеты  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{m+k}$  берутся в качестве входа в множественную регрессионную модель, определяемую в виде

$$(10) Y_j = \sum_{i=1}^m b_i y_{j+i-m-k-1}, j = \overline{m+k+1, n}.$$

Идентификация процесса поступления заявок ведется по совокупности обучающих точек из числа наблюдаемых.

При задании временного ряда  $Y$  из  $E$  элементов  $K$ -модель прогнозирования строится путем определения  $b_i$ , минимизирующих невязку (11):

$$(11) \sum_{j=k+m+1}^E \left( y_j - \sum_{i=1}^m b_i y_{z+i} \right)^2, z = j - (m + k + 1),$$

здесь  $K$  можно рассматривать как величину шага упреждения.

Алгоритм прогнозирования отлажен и реализован на языках ПЛ/1, СПАЛМ и С++ состоит из следующих модулей:

**1. Идентификация процесса по экспериментальным данным.** Строятся различные варианты модели процесса  $M(m, k)$  по наблюдениям. При этом параметры модели  $m, k$  варьируются. Обращения к подпрограмме имеет вид:  $МОД(H, m, k, b, err)$ .

**2. Апробирование моделей  $M(m, k)$ .** На экзаменующей последовательности производится прогнозирование потоков с определением среднеквадратического отклонения (СКО) предсказания. Данный модуль, оформленный в виде процедуры  $PROGNOS(H, m, k, e, g, b, y, T)$ , заполняет массив СКО, который имеет размерности  $m \times k$ .

**3. Выбор модели с наименьшим СКО** и выдача коэффициентов  $b_i, i = 1 - m$  и параметров  $k, m$ .

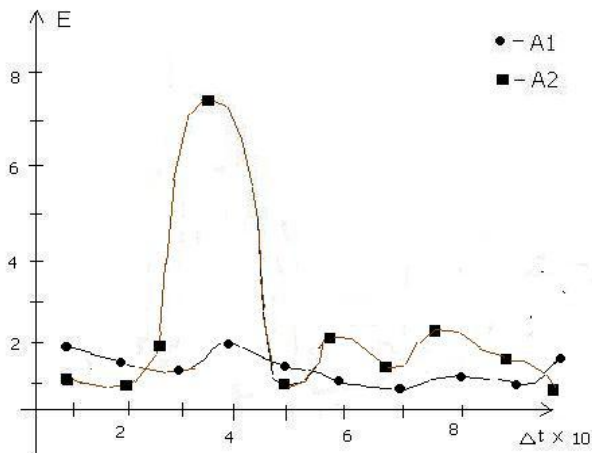


Рис. 2. Зависимость выигрыша от интервала управления при переменной производительности узлов связи

После определения всех данных для вычисления  $U_k$  (измерения  $X$ , прогноза  $\Delta N$ , текущей интенсивности обслуживания  $\mu$ ) приступим к распределению нагрузок согласно значениям  $U_k$ .

#### Выводы:

1. Анализируя результаты моделирования, можно подобрать значения интервала  $\Delta t$ , обеспечивающее компромисс между минимумом энергии управления и максимумом выигрыша  $E$ .

2. Также можно определить, что при случайных изменениях производительности узлов  $\mu$  эффективность алгоритма  $A_1$  стохастического управления падает, уступая алгоритму без прогнозирования  $A_2$  (рис. 2).

3. Алгоритм перераспределения оправдывает себя при малом времени передачи заявок между узлами.

Разработанная имитационная модель позволяет подбирать рациональные значения интервала управления  $\Delta t$  и выбирать наиболее подходящий алгоритм перераспределения в различных ситуациях.



## **Литература**

1. БРОЙДО В. Л. *Вычислительные системы, сети и телекоммуникации. 2-изд.* – М.–С.Пб.–Н.Новгород–Воронеж: Изд-во Питер, 2004. – 703 с.
2. КУЗНЕЦОВ С. Д. *Основы современных баз данных // Информационно-аналитические материалы.* – URL: <http://www.citforum.ru>.
3. КУЛЬГИН М. *Компьютерные сети. Практика построения для профессионалов. 2-изд.* – М.–С.Пб: Изд-во Питер, 2003. – 462 с.
4. ПРАНЯВИЧЮС Г. И. *Модели и методы исследования вычислительных систем.* – Вильнюс: Мокслас, 1982г. – 228 с.
5. ТУКУБАЕВ З. Б., КАМАРЕДДИНОВ Б. Н. *Динамическое распределение нестационарных приоритетных потоков в системе с потерями требований // Сб. «Вопросы кибернетики»,* Ташкент. – 1985. – Вып. 130.
6. ТУКУБАЕВ З. Б., КАМАРЕДДИНОВ Б. Н. *Модель эффективной загрузки узлов сети // Тезисы докладов XI – Всесоюзного совещания по проблемам управления.* – М. – Ташкент, 1989.
7. ТУКУБАЕВ З. Б., КАМАРЕДДИНОВ Б. Н. *Моделирование и исследование алгоритмов распределения нестационарных приоритетных потоков в сети СМО // Сб. «Алгоритмы»,* Ташкент. – 1986. – Вып. 60.
8. ТУКУБАЕВ З. Б., ТУКУБАЕВ Б. З. *Моделирование и исследование алгоритмов динамического управления потоками сообщений в информационно-вычислительных сетях // Труды Междунар. конф. “Вычисл. технологии и матем. моделиров. в науке, технике и образовании” (ВТММ-2003), ч.5, Новосибирск–Алматы–Усть-Каменогорск, 2003.*

## **MODELING AND INVESTIGATING DYNAMIC CONTROL ALGORITHMS OF MESSAGES' STREAMS IN COMPUTER NETWORKS**

**Tukubaev Z.B.**, International Kazakh-Turkish university named after Yasaуy, Turkestan, Kazakhstan ([zuhr@pochta.ru](mailto:zuhr@pochta.ru), [zuhr08@rambler.ru](mailto:zuhr08@rambler.ru))

*Abstract: The algorithm is offered for stochastic control of non-stationary streams of prioritized messages in complete communication network. The distinctive features of the algorithm are the heterogeneity (priority) of the streams, generalized criteria accounting for the probability of losses, and simpler method of step-by-step status estimation.*

**Keywords:** dynamic control, streams of messages, computer networks, modeling algorithms, priority messages, stochastic management, complete communication network, generalized criteria.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

УДК 519.8  
ББК 22.18

## О ЯВНЫХ И СКРЫТЫХ КОАЛИЦИЯХ В РЕФЛЕКСИВНЫХ ИГРАХ

**Гонтарев А. В.<sup>1</sup>**

*(Московский физико-технический институт, Москва)*

**Чхартишвили А. Г.<sup>2</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук*

*Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН,  
Москва)*

*Рассмотрена модель рыночной олигополии, в которой участники рынка могут заключать союз – явный или неявный (тайный). При наличии союза (коалиции) все его участники преследуют цель максимизации суммарного выигрыша, в то время как остальные участники рынка максимизируют свои собственные выигрыши. Для моделирования взаимодействия в случае неявного союза была применена концепция информационного равновесия рефлексивной игры.*

Ключевые слова: олигополия, явная коалиция, тайная коалиция, рефлексивные игры, информационное равновесие.

### **1. Введение**

Олигополия – это такая рыночная структура, при которой доминирует небольшое число продавцов, а вход в отрасль новых производителей ограничен высокими барьерами.

---

<sup>1</sup> Гонтарев Александр Владимирович, студент  
([alexander.gontarev@gmail.com](mailto:alexander.gontarev@gmail.com)).

<sup>2</sup> Чхартишвили Александр Гедеванович, доктор физико-математических наук ([sandro\\_ch@mail.ru](mailto:sandro_ch@mail.ru)).

Олигополия возникает в том случае, если число фирм в отрасли настолько мало, что каждая из них при формировании своей экономической политики вынуждена принимать во внимание реакцию со стороны конкурентов. Подобно тому, как шахматист должен учитывать возможные ходы противника, олигополист должен быть готов к различным (нередко альтернативным) вариантам развития ситуации на рынке в результате различного поведения конкурентов.

Всеобщая взаимозависимость проявляется и в условиях обострения конкурентной борьбы, и в условиях, когда достигается договоренность с другими олигополистами и возникает тенденция превращения отрасли в чисто монопольную.

Возможны две основные формы поведения фирм в условиях олигополистических структур [3]: некооперативное и кооперативное. В случае некооперативного поведения каждый продавец самостоятельно решает проблему определения цены и объема выпуска продукции. В случае кооперативного поведения все фирмы-участники кооперации договариваются о цене и объеме выпускаемой продукции.

В условиях высокой степени неопределенности олигополисты ведут себя по-разному. Одни пытаются игнорировать конкурентов и действовать, как будто в отрасли господствует совершенная конкуренция. Другие, наоборот, пытаются предвидеть поведение соперников и внимательно следят за каждым их шагом. Наконец, некоторые из них считают наиболее выгодным тайный сговор с фирмами-противниками.

В данной работе мы рассмотрим олигополию, в которой несколько производителей объединяются в коалицию. При этом будет рассмотрено две ситуации. В первой участники коалиции прямо заявляют о своем союзе остальным участникам олигополии. Во второй ситуации несколько производителей совершают тайный сговор, при этом всем остальным участникам рынка приходится строить догадки о том, был ли заключен союз или нет.

## 2. Модель без коалиций

Рассмотрим систему, которая состоит из  $n$  однотипных игроков-олигополистов. Пусть каждый из этих игроков может выбрать некоторое действие  $x_i$ , при этом целевые функции игроков имеют вид

$$(1) \quad f_i = (1 - x_1 - \dots - x_n)x_i - \frac{x_i^2}{2r}.$$

Содержательно первое слагаемое в (1) означает доход  $i$ -го игрока, второе – его затраты на производство  $x_i$  единиц продукции.

Наиболее распространенной концепцией решения некооперативной игры является равновесие Нэша (см., напр., [1, 2]). Равновесие Нэша – это ситуация, в которой каждый игрок выбрал наилучшее для себя действие (максимизирующее целевую функцию) при фиксированных действиях остальных игроков. Иначе говоря, каждому игроку невыгодно в одиночку отклоняться от равновесного состояния.

Стандартным способом нахождения равновесных состояний является нахождение максимума целевой функции каждого игрока по его действию и решение получившейся системы  $n$  уравнений. В данном случае в равновесном состоянии все игроки выбирают одинаковое действие, равное

$$(2) \quad \frac{1}{n+1+\frac{1}{r}}.$$

При этом их выигрыши будут

$$(3) \quad \frac{1}{2} \frac{r(2r+1)}{(nr+r+1)^2}.$$

### 3. Явная коалиция

Пусть первые  $m$  игроков заключили союз. То есть, выбирая свои действия, они будут максимизировать не каждый свою целевую функцию, а агрегированную функцию

$$(4) \quad F = \sum_{k=1}^m f_k .$$

Рассмотрим случай, когда все игроки системы осведомлены о том, что союз заключен. Тогда целевые функции имеют следующий вид:

$$(5) \quad \begin{cases} F_i = (1 - x_1 - \dots - x_n)x_i - \frac{x_1^2}{2r} + \dots + (1 - x_1 - \dots - x_n)x_m - \frac{x_m^2}{2r}, & i \leq m, \\ F_i = (1 - x_1 - \dots - x_n)x_i - \frac{x_i^2}{2r}, & i > m. \end{cases}$$

Находя равновесие Нэша стандартным способом, приходим к системе уравнений вида

$$(6) \quad \begin{cases} 1 - \sum_{k=1}^n x_k - \sum_{k=1}^m x_k - \frac{x_i}{r} = 0, & i \leq m, \\ 1 - \sum_{k=1}^n x_k - x_i - \frac{x_i}{r} = 0, & i > m. \end{cases}$$

Первая группа уравнений описывает действия игроков, заключивших союз, вторая группа уравнений – действия игроков, оказавшихся вне коалиции.

Вычитая последовательно уравнения внутри каждой группы, систему можно привести к следующему равносильному виду:

$$(7) \begin{cases} 1 - \sum_{k=1}^n x_k - \sum_{k=1}^m x_k - \frac{x_1}{r} = 0, \\ \frac{1}{r} x_i - \frac{1}{r} x_{i+1} = 0, \quad i \leq m-1, \\ 1 - \sum_{k=1}^n x_k - x_{m+1} - \frac{x_{m+1}}{r} = 0, \\ \left(1 + \frac{1}{r}\right) x_i - \left(1 + \frac{1}{r}\right) x_{i+1} = 0, \quad m+1 \leq i \leq n-1. \end{cases}$$

Таким образом, легко видеть, что действия всех игроков в коалиции окажутся одинаковыми. Одинаковыми будут и действия игроков, не вошедших в этот союз. Обозначим тогда  $y = x_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  и  $z = x_i$ ,  $i = m+1, \dots, n$ . Тогда систему можно записать в следующем виде:

$$(8) \begin{cases} 1 - 2my - (n-m)z - \frac{y}{r} = 0, \\ 1 - my - (n-m)z - z - \frac{z}{r} = 0. \end{cases}$$

Решение данной системы имеет вид:

$$(9) \begin{cases} y = \frac{(r+1)r}{mr^2n - m^2r^2 + 2mr^2 + mr + nr + r + 1}, \\ x = \frac{(mr+1)r}{mr^2n - m^2r^2 + 2mr^2 + mr + nr + r + 1}. \end{cases}$$

Выпишем выигрыши игроков в равновесии. Игроки, вошедшие в коалицию, получают выигрыши по

$$(10) \frac{1}{2} \frac{(r+1)r(2mr^2 + 2mr + r + 1)}{(mr^2n - m^2r^2 + 2mr^2 + mr + nr + r + 1)^2}.$$

Здесь мы считаем, что суммарный выигрыш коалиции делится поровну между ее участниками.

Игроки, не вошедшие в коалицию, получают выигрыши по

$$(11) \frac{1}{2} \frac{(mr+1)r(2mr^2 + 2mr + 2r + 1)}{(mr^2n - m^2r^2 + 2mr^2 + mr + nr + r + 1)^2}.$$

Для первых  $t$  игроков найдем разницу в выигрышах (в случае, когда заключен союз, и в случае, когда союза нет). Эта разница записывается выражением

$$(12) \quad \begin{aligned} & - \frac{1}{2} \frac{r^3(-1+8m^2r^3n+2nmr-4mr^3n-2r-2mr^3n^2+m)}{(mr^2n-m^2r^2+2mr^2+mr+nr+1)^2(nr+r+1)^2} \\ & - \frac{1}{2} \frac{r^3(8m^2r^2+4mr-2nr-2m^3r^2n+m^2r^2n^2+4m^2r^2n)}{(mr^2n-m^2r^2+2mr^2+mr+nr+1)^2(nr+r+1)^2} \\ & - \frac{1}{2} \frac{r^3(2m^2r^3n^2-2mr^3-n^2r^2-2nr^2-8m^3r^3+8m^2r^3)}{(mr^2n-m^2r^2+2mr^2+mr+nr+1)^2(nr+r+1)^2} \\ & - \frac{1}{2} \frac{r^3(8m^3r^2-2m^3r+2m^4r^3-r^2-4m^3r^3n+m^4r^2)}{(mr^2n-m^2r^2+2mr^2+mr+nr+1)^2(nr+r+1)^2}. \end{aligned}$$

Рассмотрим частный случай  $n = 30$  и построим график этой разницы в плоскости параметров  $\langle r, m \rangle$  (см. рис. 1).

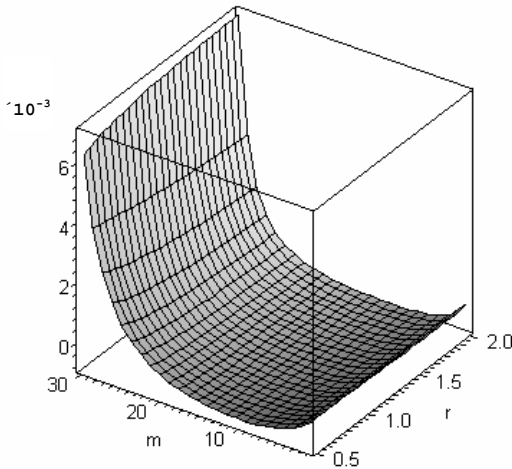


Рис. 1. Разница выигрышей для участников коалиции при размере системы  $n = 30$

На графике (рис. 1) видно, что эта разница оказывается положительной только при достаточно больших значениях числа



участников коалиции. При этом участники максимально выигрывают в коалиции, когда никто не остается вне союза, т. е. все участники рынка действуют совместно.

Таким образом, не всегда коалиция оказывается выгодной, т. е. не всегда участники коалиции увеличивают свой выигрыш по сравнению с выигрышем в случае отсутствия коалиции.

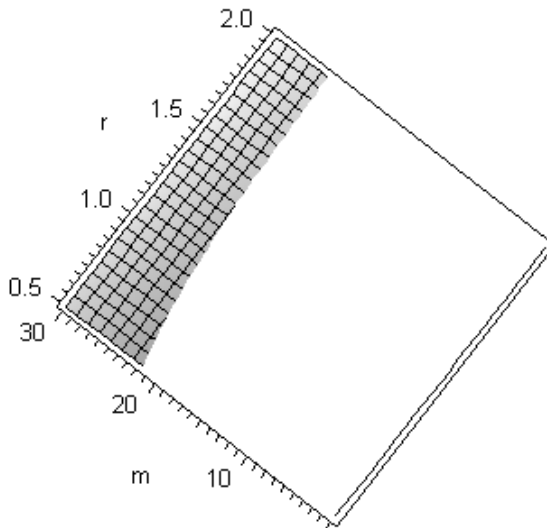


Рис. 2. Область коалиций, выгодных для их участников, при размере системы  $n = 30$

Интересно отметить, что «выгодное» число участников коалиции зависит от эффективности работы игроков. На рис. 2 отмечена область таких значений параметров  $r$  и  $m$ , при которых игроки получают больший выигрыш, заключив союз, нежели работая по отдельности.

Рассмотрим другой частный случай – положим эффективность всех игроков постоянной и равной  $r = 1$ . Посмотрим, как будет зависеть разница в выигрышах игроков в случае наличия коалиции и в случае ее отсутствия (рис. 3).

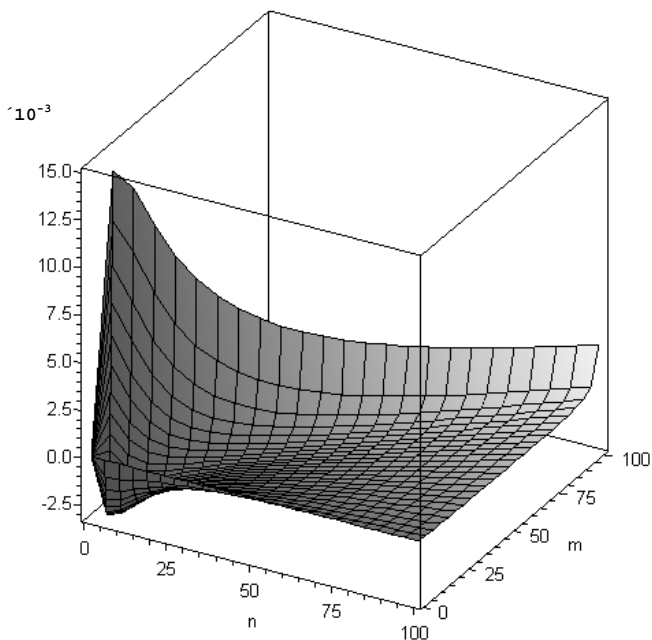


Рис. 3. Разница выигрышей участников коалиции при эффективности  $r = 1$

Как видно из рис. 3, коалиции становятся выгодными только при достаточно большом числе игроков (когда  $m$  сравнимо с  $n$ ). При этом при фиксированном числе игроков в системе коалиция сначала становится убыточной, и только с ростом размера коалиции начинает приносить прибыль. Продемонстрируем это для случая  $n = 25$  (см. рис. 4).

Найдем точку минимума разницы выигрышей участников коалиции при  $r = 1$ . Эта разница записывается выражением

$$(13) \quad \Delta = -\frac{1-4-4n-n^2-2nm+3m^4-18m^3+4m+15m^2}{2(nm-m^2+3m+n+2)^2(n+2)^2} + \frac{1}{2} \frac{12m^2n+3m^2n^2-6m^3n-2mn^2}{(nm-m^2+3m+n+2)^2(n+2)^2}.$$

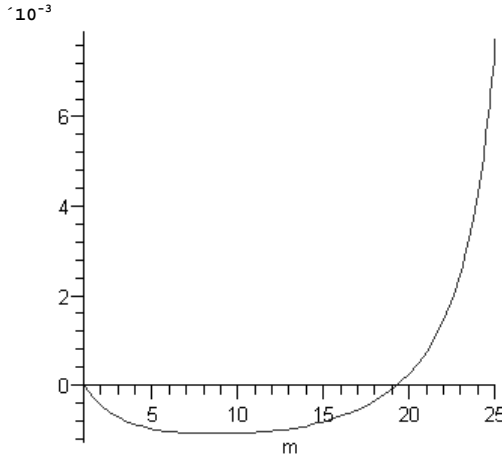


Рис. 4. Разница выигрышей участников коалиции при эффективности  $r = 1$  и размере системы  $n = 25$

Рассмотрим разницу выигрышей  $\Delta$  как функцию переменной  $m$  с параметром  $n$ . Найдя производную функции по ее аргументу и приравняв ее к нулю, стандартным способом получаем, что функция (13) достигает своего экстремума (в данном случае – минимума) в точке

$$(14) \quad m = \frac{1}{6}n + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\sqrt{n^2 + 2n + 13}.$$

График этой зависимости изображен на рис. 5.

Отметим, что при  $n = 25$  получим  $m_{min} \approx 8.7$ , что согласуется с рис. 4.

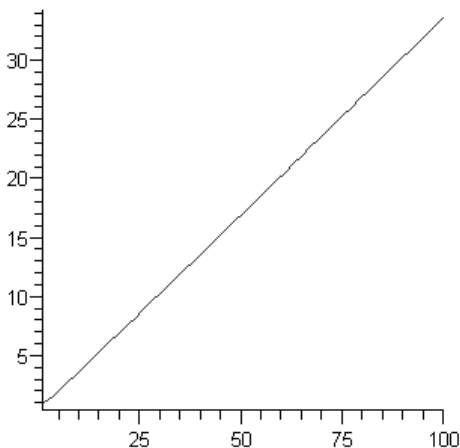


Рис. 5. Наименее выгодный размер коалиции

#### 4. Скрытая коалиция

В предыдущем разделе был рассмотрен случай явного союза игроков – наличие коалиции и ее состав были общеизвестны. Однако возможен и иной случай – когда о коалиции известно лишь ее участникам, а остальные игроки ни о чем не подозревают.

Итак, пусть первые  $m$  игроков заключили коалицию и действуют совместно, а остальные  $(n - m)$  игроков не знают о коалиции. Адекватным описанием такой ситуации является рефлексивная игра (см. [2, 4]), где наряду с  $n$  реальными игроками в системе появляются  $m$  фантомных игроков. Фантомные игроки в данном случае – это первые  $m$  игроков в представлении остальных. Действительно, реально первые  $m$  игроков образуют коалицию, а в представлении остальные  $(n - m)$  игроков они действуют независимо.

Целевые функции в действительности и в представлении игроков имеют следующий вид:

$$(15) \left\{ \begin{array}{l} f_i = (1 - x_1 - \dots - x_n)x_1 - \frac{x_1^2}{2r} + \dots + (1 - x_1 - \dots - x_n)x_m - \frac{x_m^2}{2r}, \quad i \leq m, \\ f_i = (1 - x_{i1} - \dots - x_{in})x_i - \frac{x_i^2}{2r}, \quad i > m, \\ f_{ji} = (1 - x_{j1} - \dots - x_{jn})x_{ji} - \frac{x_{ji}^2}{2r}, \quad j > m, i \leq n, \\ x_{ii} = x_i, \quad i \leq n. \end{array} \right.$$

Здесь за  $x_{ij}$  обозначено действие  $j$ -го игрока в представлении  $i$ -го. При этом величины  $x_{ii}$  и  $x_i$  считаем совпадающими – каждый игрок имеет верные представления о своих действиях.

Концепцией решения рефлексивной игры является обобщение равновесие Нэша – информационное равновесие [2, 4], которое является, по сути, равновесием Нэша игры реальных и фантомных игроков. Находя информационное равновесие в этой игре, приходим к системе уравнений

$$(16) \left\{ \begin{array}{l} 1 - \sum_{k=1}^m x_k - \sum_{k=1}^n x_k - \frac{x_i}{r} = 0, \quad i \leq m, \\ 1 - \sum_{k=1}^n x_{ik} - x_i - \frac{x_i}{r} = 0, \quad i > m, \\ 1 - \sum_{k=1}^n x_{jk} - x_{ji} - \frac{x_{ji}}{r} = 0, \quad j > m, i \leq n, \\ x_{ii} = x_i, \quad i \leq n. \end{array} \right.$$

Как и в случае явной коалиции (раздел 3), попарно вычтем уравнения внутри каждой группы. Приходим к следующей системе:

$$(17) \left\{ \begin{array}{l} 1 - \sum_{k=1}^n x_k - \sum_{k=1}^m x_k - \frac{x_1}{r} = 0, \\ \frac{1}{r} x_i - \frac{1}{r} x_{i+1} = 0, \quad i \leq m-1, \\ 1 - \sum_{k=1}^n x_{ik} - x_{m+1} - \frac{x_{m+1}}{r} = 0, \\ \left(1 + \frac{1}{r}\right) x_i - \left(1 + \frac{1}{r}\right) x_{i+1} = 0, \quad m+1 \leq i \leq n-1, \\ 1 - \sum_{k=1}^n x_{jk} - x_{j1} - \frac{x_{j1}}{r} = 0, \quad j > m, \\ \left( \left(2 + \frac{1}{r}\right) x_{j1} + \sum_{k=2}^n x_{jk} \right) - \left( \left(2 + \frac{1}{r}\right) x_{j+1,1} + \sum_{k=2}^n x_{j+1,k} \right) = 0, \quad j > m, \\ \left(1 + \frac{1}{r}\right) x_{ji} - \left(1 + \frac{1}{r}\right) x_{j,i+1} = 0, \quad j > m, i < n, \\ x_{ii} = x_i, \quad i \leq n. \end{array} \right.$$

Аналогично случаю явной коалиции получаем равенство действий для игроков, находящихся внутри одной группы (т. е. игроков, вошедших в коалицию, не вошедших в нее и действия в представлении игроков, не вошедших в коалицию).

Таким образом, можно ввести обозначения для действий игроков по группам:

- реальные действия игроков, вошедших в коалицию, обозначим через  $x$ ;
- реальные действия игроков, не вошедших в коалицию, обозначим через  $y$ ;
- действия фантомных игроков – игроков, вошедших в коалицию, в представлении не вошедших в коалицию игроков обозначим через  $z$ .

Тогда систему (17) можно записать в следующем виде:

$$(18) \begin{cases} \left(2m + \frac{1}{r}\right)x + (n - m)y = 1, \\ \frac{y}{x} + (n + 1)z = 1, \\ \left(n + 1 + \frac{1}{r}\right)z = 1, \\ z = y. \end{cases}$$

Действия игроков в таком случае примут следующий вид:

$$(19) \begin{cases} x = \frac{r}{2mr + 1} \frac{mr + r + 1}{nr + r + 1}, \\ y = \frac{r}{nr + r + 1}. \end{cases}$$

Можно заметить, что при  $m = 1$  (т. е. в случае, когда коалиция не образуется), действия игроков полностью совпадают с действиями в случае отсутствия союза в системе.

Выигрыш игроков, вошедших в коалицию таким образом составит

$$(20) f = \frac{1}{2} \frac{r(mr + r + 1)^2}{(nr + r + 1)^2(2mr + 1)},$$

а разница в выигрышах в случае заключения союза и в случае его отсутствия составит

$$(21) \Delta f = \frac{1}{2} \frac{r^3(m^2 - 2m + 1)}{(nr + r + 1)^2(2mr + 1)}.$$

Как и прежде, зафиксируем эффективности всех игроков на уровне  $r = 1$  и построим график зависимости разности выигрышей при разном числе игроков в системе (см. рис. 6).

Легко видеть, что в случае «тайного сговора» максимальный выигрыш от создания коалиции игроки получают, как и в случае явной коалиции, при максимально возможном числе коалиционеров. Очевидное отличие от явного союза состоит в том, что тайный сговор всегда выгоден (повышает выигрыш участников).

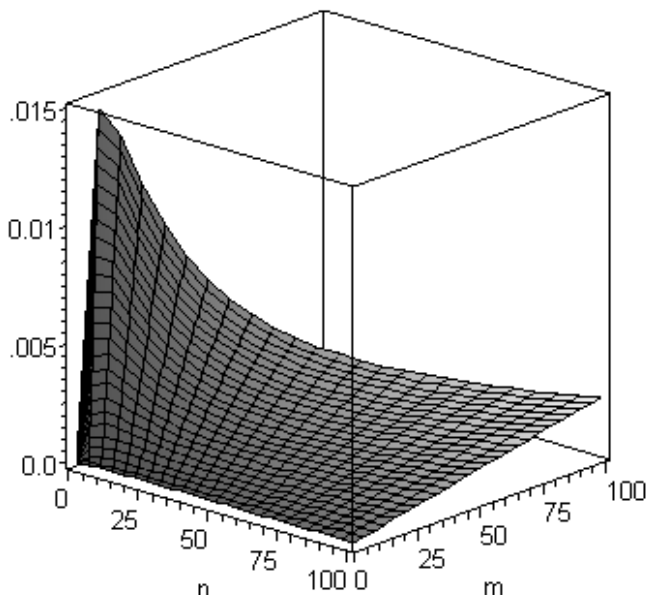


Рис. 6. Разница выигрышей участников коалиции при эффективности  $r = 1$

Рассмотрим выигрыши и разницу в выигрышах (по сравнению с отсутствием коалиции) игроков, не попавших в союз. Для них эти значения записываются выражениями

$$(22) \quad g = -\frac{1}{2} \frac{2mn - 8m + 4n - 3 - 4m^2}{(2m+1)(n+2)^2}.$$

и

$$(23) \quad \Delta g = -\frac{mn - m + 2n - 2m^2}{(2m+1)(n+2)^2}.$$

Проследим зависимость разницы выигрышей при различном числе игроков в системе и числе игроков, заключивших союз (см. рис. 7).



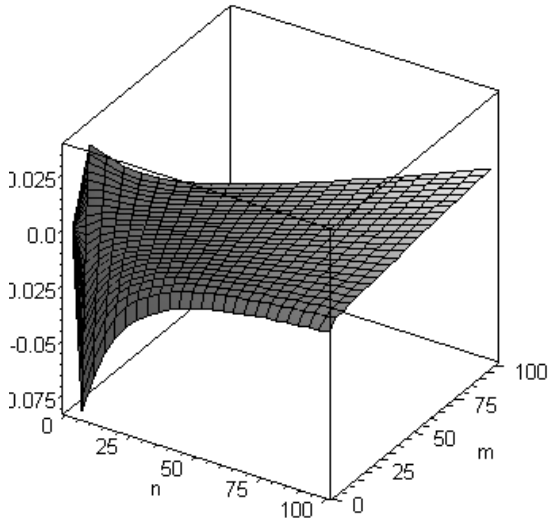


Рис. 7. Разница выигрышей игроков, не вошедших в коалицию, при эффективности  $r = 1$

Можно заметить, что, как правило, игроки вне союза теряют в выигрыше. Однако если в союз вступило достаточно большое число игроков, игрокам вне коалиции это также выгодно.

Найдем, при каком размере тайной коалиции оставшиеся вне ее игроки оказываются в выигрыше. Из соотношения (23) легко видеть, что находящиеся вне коалиции игроки оказываются в выигрыше (по сравнению с отсутствием коалиции) при достаточно больших  $m$  – начиная с

$$(24) \quad m = \frac{1}{4}n - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{n^2 + 14n + 1}$$

или, для неограниченно возрастающего  $n$ , – при  $m \approx n/2$ .

Завершая рассмотрение случая скрытых коалиций, отметим, что возникающее при этом информационное равновесие не является стабильным (см. [4]) – результат игры будет неожиданным для не вошедших в коалицию агентов. Для описания динамики представлений агентов в рефлексивных играх требуется более

сложная конструкция (см. [5]), однако этот вопрос выходит за рамки данной работы.

## **5. Заключение**

В работе рассмотрена модель олигополии с явно или тайно существующей коалицией. При рассмотрении этой модели удалось выявить следующее:

- явно заключенный союз не всегда приносит дополнительную выгоду его участникам;
- явный союз, затрагивающий всех (или почти всех) участников рынка (монополия) приносит наибольший прирост прибыли для всех участников коалиции;
- неявно заключенный союз всегда приносит дополнительные прибыли его участникам;
- тайный союз может быть полезен и не участвующим в нем игрокам.

Перспективным представляется исследование вопросов формирования явных и тайных коалиций (в том числе – нескольких коалиций) в других типах игр, а также выявление общих закономерностей взаимодействия в условиях неполной информации о существовании коалиций.

## **Литература**

1. ГУБКО М. В., НОВИКОВ Д. А. *Теория игр в управлении организационными системами*. – М.: СИНТЕГ, 2002.
2. НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Рефлексивные игры*. – М.: СИНТЕГ, 2003.
3. НУРЕЕВ Р. М. *Курс микроэкономики. Учебник для вузов*. – М.: ИНФРА-М, 1999.
4. ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Теоретико-игровые модели информационного управления*. – М.: ЗАО «ПМСОФТ», 2004.

5. ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Рефлексивные игры: трансформация структур информированности* // Проблемы управления. – 2008. – № 5. – С. 43-48.

## IMPLICIT AND EXPLICIT COALITIONS IN REFLEXIVE GAMES

**Alexander Chkhartishvili**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, D.Sc., ([sandro\\_ch@mail.ru](mailto:sandro_ch@mail.ru)).

**Alexander Gontarev**, Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, student ([alexander.gontarev@gmail.com](mailto:alexander.gontarev@gmail.com)).

*Abstract: A model of the oligopolistic market is considered. Market participants can conclude an agreement to maximize their aggregate profit (they can conclude this agreement implicitly or explicitly). Each member of the union maximizes the profit of coalition while all other market participants maximize their own profit. The case of implicit union is modeled with the concept of informational equilibrium of reflexive game.*

Keywords: oligopoly, implicit coalition, explicit coalition, reflexive game.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П. Ю. Чеботаревым.*

## **МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ РЕЧНОЙ ВОДЫ**

**Горбанева О. И.<sup>1</sup>, Угольницкий Г. А.<sup>2</sup>**

*(Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону)*

*В статье описана и исследована задача распределения ресурсов в иерархических системах управления качеством речной воды. Система состоит из двух центральных элементов, каждому из которых подчиняются все остальные элементы. Экономический центр распределяет ресурсы между подчиненными элементами, а экологический центр следит за влиянием экономики предприятия на состояние окружающей среды. Модель распределения ресурсов рассматривается в трех случаях: случай отсутствия механизма коррупции, случаи попустительства и вымогательства при распределении ресурсов и контроле над использованием ресурсов. Модель управления качеством речной воды учитывает различные случаи нарушения норм сброса загрязняющих веществ в речные воды. Найдены равновесие по Штакельбергу и кооперативно-игровые решения, а также решения задачи управления качеством водных ресурсов.*

Ключевые слова: древовидная иерархическая система, механизмы коррупции, теоретико-игровые модели.

---

<sup>1</sup> *Ольга Ивановна Горбанева, ассистент ([gorbaneva@mail.ru](mailto:gorbaneva@mail.ru))*

<sup>2</sup> *Геннадий Анатольевич Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор ([ougoln@mail.ru](mailto:ougoln@mail.ru))*

## **1. Введение**

Рыночная экономика требует высокого уровня использования ресурсов хозяйствующих субъектов. С другой стороны, действия субъектов рынка всегда связаны с риском и конфликтом интересов. Поэтому задачи оптимизации распределения ресурсов следует рассматривать с теоретико-игровых позиций. Основная часть объединений субъектов экономической деятельности представляет собой сложные многоуровневые образования, состоящие из следующих структурных составляющих: Центра, прерогативой которого является определение общих стратегических целей; объектов, организационно подчиненных Центру, имеющих собственные цели и довольно большую свободу в выборе своего будущего состояния; и объектов, не подчиняющихся Центру организационно, а связанных с ним неформально в процессе производственной, хозяйственной, финансовой или информационной деятельности (потребители продукции данного предприятия, сервисные организации и т.д.).

Нормальной деятельности экономических систем препятствует коррупция [7]. Это сложное явление тесно связано со множеством экономических, политических, социопсихологических и других трудноформализуемых процессов, протекающих в обществе, и требует учета при моделировании.

## **2. Постановка задачи**

Пусть имеется древовидная экономическая система, например, предприятие во главе с директором, состоящее из нескольких структурных подразделений, или сеть предприятий, объединенных единым руководством. Главенствующий орган (в первом случае – директор предприятия, во втором – руководство объединения) следит за экономической деятельностью этих подчиненных ему подразделений и может влиять на нее.

Главенствующий орган имеет определенное количество ресурсов, которое распределяет между подчиненными предприятиями (подразделениями), используя полученные ресур-

сы для производства продукции и получения прибыли от ее продажи. Очевидно, что каждое подразделение стремится получить от главенствующего органа как можно больше ресурсов.

В процессе деятельности подразделений образуются отходы производства, негативно сказывающиеся на состоянии окружающей среды. Отходы сбрасываются в виде сточных вод в какой-либо природный водный объект или в виде выбросов загрязняющих веществ в атмосферу. Очевидно, чем больше масштабы производства, тем больше образуется отходов, которые загрязняют окружающую среду.

Имеется некоторый государственный контрольный орган (например, Ростехнадзор), целью которого является поддержание экологической обстановки района в определенном состоянии, в частности, того объекта, в который сбрасываются сточные воды. Контрольный орган может воздействовать на предприятия путем принуждения к очищению сточных вод самим предприятием или путем наложения штрафов за загрязнение объекта. Если предприятия в недостаточной степени очищают сточные воды, контрольный орган очищает их сам или с помощью нанятой им организации (путем фильтрации, проведения химических реакций) за счет средств, собранных с предприятий в виде штрафов.

Таким образом, рассматриваются следующие элементы:

- два источника воздействия верхнего уровня:
  - Экономический Центр;
  - Экологический Центр;
- $N$  источников нижнего уровня – подразделения экономического Центра, которые мы назовем Подчиненными;
- объект воздействия – водный объект (река).

Центры воздействуют на Подчиненных, а Подчиненные – на речную систему. Экономический Центр на реку не воздействует, а Экологический Центр может воздействовать только в том случае, если Подчиненные очистили сточные воды недостаточно для того, чтобы состояние экологической системы осталось в допустимых пределах.

Рассмотрим каждый из этих элементов в отдельности.

1) Подчиненный использует для производства ресурсы, выделенные ему Центром. Зная, что Центр обладает лишь ограниченным количеством ресурсов, на которые претендуют и другие Подчиненные, для получения как можно большего количества ресурсов Подчиненный может предложить Экономическому Центру взятку в размере определенной доли от того количества ресурсов, которое ему выделит Центр. Не исключено, что у Подчиненного кроме общесистемных экономических целей, согласуемых с Центром, имеются и свои частные цели, на которые также требуются ресурсы. То есть полученные от Центра ресурсы Подчиненный может потратить как на цели всей экономической системы во главе с Центром, так и на свои частные производственные цели. Одной из задач Подчиненного является распределение доставшихся от Центра ресурсов:

- а) на общесистемное производство;
- б) на свою частную деятельность;
- в) на взятку Экономическому Центру

– таким образом, чтобы получить максимальную прибыль от всей своей деятельности.

Второй задачей Подчиненного является выбор уровня очистки сточных вод таким образом, чтобы затраты на очистку воды и на выплату штрафов за загрязнение были минимальными.

2) Экономический Центр руководит производственной системой и заинтересован в том, чтобы она дала как можно большую прибыль. Центр имеет ограниченное количество ресурсов, которое следует распределить между Подчиненными таким образом, чтобы в процессе производства Подчиненных получить максимальную прибыль. Но здесь дело может осложниться следующими обстоятельствами:

а) зная, что Подчиненный может потратить полученные ресурсы не только на производственные цели всей системы, но и на свои частные цели, Центр может указать Подчиненному минимальную долю ресурсов, меньше которой он не может потратить на общесистемные цели;

б) Центр также может иметь свои частные несистемные цели, для достижения которых требуются ресурсы. То есть не исключено, что из того ограниченного количества ресурсов, которые имеются у Центра для распределения между Подчиненными, часть Центр потратит на свои частные цели;

в) если Подчиненный для получения большего количества ресурсов предлагает Центру взятку, то Центру при распределении ресурсов нужно выяснить, что больше: выигрыш от взятки или потери от того, что данному Подчиненному были выделены средства, которые могли быть использованы более прибыльным Подчиненным.

3) Экологический Центр. Его главная цель – обеспечение некоторых объективных требований к состоянию водного объекта. Для обеспечения этих целей Экологический Центр назначает Подчиненному следующие виды штрафов: штрафы за загрязнения, превышающие допустимые нормы, но не превышающие критические пределы, и штрафы за загрязнения, превышающие критические пределы. Если Подчиненные сами не очищают свои сточные воды на должном уровне, а отделяются штрафом, Экологический Центр сам за счет своих средств очищает речную систему. Дополнительной задачей Экологического Центра является назначение такой штрафной системы Подчиненным, чтобы разность от средств, полученных в качестве штрафов от Подчиненных, и средств, потраченных на очистку воды, была максимальной.

4) Речная система подвергается сбросу в нее сточных вод Подчиненными, а также очищению со стороны Подчиненных и Экологического Центра.

Здесь явно видны две иерархические системы: Экономический Центр – Подчиненный, Экологический Центр – Подчиненный – Река. В разделе 3 рассматривается взаимодействие Подчиненных с Экономическим Центром, а в разделе 4 – с Экологическим.



### 3. Исследование модели распределения ресурсов.

#### 3.1. ОТСУТСТВИЕ ОБЪЕДИНЕНИЯ В КОАЛИЦИИ

Рассматривается двухуровневая древовидная модель управления [12, 13, 18], состоящая из Экономического Центра и  $n$  подчиненных ему подразделений. Центр имеет некоторое количество ресурсов  $R$ , которое необходимо распределить между Подчиненными. Не исключено, что Центр оставляет часть ресурсов на собственные цели, и что Подчиненные, в свою очередь, могут распределить доставшееся им количество ресурсов как на общесистемные цели, так и на свои частные цели. Также учтена возможность влияния Подчиненных на количество распределенных им ресурсов при помощи механизма коррупции [16, 17]. И Центр, и Подчиненные стремятся максимизировать свои целевые функции от использования ресурсов  $J_0$  и  $J_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  соответственно. Без ограничения общности примем количество  $R = 1$ .

В целевую функцию Центра включаются средства, полученные от использования ресурсов Подчиненными в общих целях, средства, полученные от использования оставшихся ресурсов в своих собственных интересах и средства, полученные от Подчиненных в качестве взятки.

Целевая функция Подчиненного состоит из дохода от его деятельности, направленной на общесистемные цели, и от деятельности, направленной на свои частные цели. Так как Подчиненный направляет на общие цели только часть средств, Центр имеет право установить контроль над использованием ресурсов Подчиненным, т.е. может задать минимальную долю ресурсов, которую Подчиненный должен потратить на общесистемные цели.

Итак, математическая модель выглядит следующим образом:

Задача Центра:

$$(1) \quad J_0 = H \left( 1 - \sum_{i=1}^n r_i(b_i) \right) + \sum_{i=1}^n g_i(u_i r_i) + \sum_{i=1}^n b_i r_i(b_i) \rightarrow \max$$

$$(2) \quad 0 \leq q_i(b_i) \leq 1,$$

$$(3) \quad 0 \leq r_i(b_i) \leq 1,$$

$$(4) \quad \sum_{i=1}^n r_i(b_i) \leq 1.$$

Задача Подчиненного:

$$(5) \quad J_i = h_i((1 - b_i - u_i)r_i) + g_i(u_i r_i) \rightarrow \max$$

$$(6) \quad q_i(b_i) \leq u_i \leq 1,$$

$$(7) \quad b_i + u_i \leq 1,$$

$$(8) \quad 0 \leq b_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $b_i$  – доля выделенного ресурса, возвращаемая  $i$ -м Подчиненным Центру в качестве взятки (от  $r_i$ );  $r_i(b_i)$  – доля ресурса, выделяемая  $i$ -му Подчиненному Центром (от  $R$ );  $u_i$  – доля выделенного ресурса, используемая  $i$ -м Подчиненным для решения общесистемных задач;  $q_i(b_i)$  – нижняя граница значений  $u_i$ , контролируемая Центром (от  $r_i$ );  $g_i(u_i r_i)$  – выигрыш системы от деятельности  $i$ -го Подчиненного;  $h_i((1 - u_i - b_i)r_i)$  – выигрыш  $i$ -го субъекта от его частной деятельности;  $H\left(1 - \sum_{i=1}^n r_i(b_i)\right)$  – выиг-

рыш Центра от нецелевого использования ресурсов. Функции  $g_i(x)$ ,  $h_i(x)$  и  $H(x)$  являются производственными с коэффициентом отдачи  $\beta$ .

Задачи (1)-(4) и (5)-(8) – иерархическая игра 2-х лиц в нормальной форме [5, 6]. Стратегиями Центра являются распределение ресурсов  $r_i$  и назначение контроля над использованием ресурсов  $q_i$ . Стратегиями Подчиненных являются следующие величины: доля ресурса  $u_i$ , выделенного Центром, используемая на общесистемные цели, и доля ресурсов  $b_i$ , возвращаемая Центру в качестве взятки. Центр имеет право первого хода. В качестве решения ищется равновесие по Штакельбергу [3, 4].

Не исключена возможность наличия механизмов коррупции в системе, причем рассматриваются следующие механизмы коррупции:

- 1)  $r_i = r_i(b_i)$  – коррупция при выделении ресурсов;
- 2)  $q_i = q_i(b_i)$  – коррупция при контроле выполнения общесистемных требований,

причем каждый из этих видов коррупции рассматривается в двух случаях: попустительства и вымогательства.

В работе использованы следующие виды параметризаций:

1) функция контроля Центром использования ресурсов  $i$ -м Подчиненным от количества взятки  $q_i(b_i)$ :

§  $q_i(b_i) \equiv q_{i0}$  (отсутствие коррупции при контроле выполнения общесистемных требований);

§  $q_i(b_i) = q_{i0}(1 - b_i)$  (случай попустительства,  $q_{i0}$  – начальный уровень контроля над использованием ресурсов при отсутствии взятки, который уменьшается с увеличением размера предложенной взятки до нуля);

§  $q_i(b_i) = 1 - (1 - q_{i0})b_i$  (случай вымогательства,  $q_{i0}$  – конечный уровень контроля над использованием ресурсов при уровне взятки, равном 100%, который увеличивается с уменьшением размера предложенной взятки до единицы);

2) функция доли ресурса, выделяемой  $i$ -му Подчиненному Центром, от уровня взятки  $r_i(b_i)$ :

§  $r_i(b_i) \equiv r_{i0}$  (отсутствие коррупции при распределении ресурсов);

§  $r_i(b_i) = r_{i0} + \frac{(k-1)b_i}{n}$  (случай попустительства,  $r_{i0}$  – начальная доля ресурсов, выделенная Подчиненному при отсутствии взятки, которая увеличивается с увеличением размера предложенной взятки);

§  $r_i(b_i) = \frac{b_i}{n}$  (случай вымогательства, начальная доля ресурсов, выделенных Подчиненному, равна нулю)

В случае отсутствия механизма коррупции равновесие по Штакельбергу выглядит следующим образом [2]:

$$(9) \quad u_i = 1,$$

$$(10) \quad b_i = 0,$$

$$(11) \quad q_i = 1,$$

$$(12) \quad r_i^* = \frac{{}^{1-b}\sqrt{g_i(x)}}{\sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{g_i(x)} + {}^{1-b}\sqrt{H(x)}} ,$$

$$(13) \quad r_0^* = \frac{{}^{1-b}\sqrt{H(x)}}{\sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{g_i(x)} + {}^{1-b}\sqrt{H(x)}} ,$$

$$(14) \quad J_i(r_i^*) = \frac{g_i^{\frac{1}{1-b}}(1)}{\left( \sum_{i=1}^n g_i^{\frac{1}{1-b}}(1) + H^{\frac{1}{1-b}}(1) \right)^b} ,$$

$$(15) \quad J_0(r^*) = \left( \sum_{i=1}^n g_i^{\frac{1}{1-b}}(1) + H^{\frac{1}{1-b}}(1) \right)^{1-b} .$$

В случае вымогательства при распределении ресурсов решение задачи: стратегия Подчиненного

$$(16) \quad u_i = \frac{{}^{1-b}\sqrt{g_i(x)}}{2\left({}^{1-b}\sqrt{g_i(x)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(x)}\right)} ,$$

$$(17) \quad b_i = 1/2 .$$

| Стратегия Центра  $q_{i0} = 1$ ,

$$(18) \quad r_i = \frac{1}{2n} .$$

Здесь Центр не оставляет Подчиненным возможности использовать ресурсы на свои частные цели, так как все ресурсы, не пошедшие на общесистемные цели, Центр забирает себе в качестве взятки.

В случае попустительства аналитически можно найти только стратегию Подчиненного:

$$(19) \quad b_i = \frac{1}{2} - \frac{nr_{i0}}{2(k-1)} ,$$

$$(20) \quad u_i = \frac{{}^{1-b}\sqrt{g_i(x)}}{{}^{1-b}\sqrt{g_i(x)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(x)}} \left( \frac{1}{2} + \frac{nr_{i0}}{2(k-1)} \right) ,$$

где  $x$  – любая точка из промежутка  $(0; 1]$ , откуда видно, что  $b_i \leq 1/2$ .

Доказано, что стратегии Центра  $q_i$  в случае попустительства можно найти при помощи метода последовательных приближений, а набор стратегий  $r_i$  – при помощи метода линеаризации.

Как при наличии, так и при отсутствии частного интереса у Подчиненного, количество ресурсов, возвращаемое Центру в качестве взятки, одинаково. Т. е. отсутствие или наличие частного интереса на размер взятки не влияет. А вот оставшиеся средства (минус средства, полученные от Подчиненных в качестве взятки) распределяются Подчиненным в зависимости от того, имеются или нет частные интересы и каковы его производственные мощности.

### **3.2. ВОЗМОЖНОСТЬ ОБЪЕДИНЕНИЯ В КОАЛИЦИИ.**

Пусть  $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  – конечное множество субъектов экономической системы, где  $\{0\}$  – Центр. Рассматриваются всевозможные коалиции, т. е. подмножества  $K \subseteq N$ , в том числе и одноэлементные  $\{i\}$  и максимальная коалиция  $N$ .

В двухуровневой иерархической системе управления возможны следующие основные типы коалиций:

- 1) вертикальная коалиция – коалиция Центра и Подчиненного;
- 2) горизонтальная коалиция – двух или нескольких Подчиненных;
- 3) комплексная кооперация – коалиция Центра с несколькими Подчиненными.

В статье найдены выигрыши каждой коалиции, а также способы распределения выигрыша между всеми участниками коалиции (вектор Шепли, вектор пропорционального распределения) для задачи распределения ресурсов как кооперативной игры. Для каждой коалиции вычислен кооперативный эффект [1], т.е. величина  $\Delta_K = v(K) - \sum_{i \in K} v(i)$ , где величина  $\Delta_K$  дает количественную характеристику выгоды объединения в коалицию  $K$ .

Найден выигрыш от вступления в коалицию всех участников системы

$$(21) \quad v(N) = \left( \sum_{i=1}^n \left( (2g_i(1))^{1-b} + h_i(1)^{1-b} \right) + H(1)^{1-b} \right)^{1-b},$$

который можно оптимально распределить между участниками системы при помощи вектора Шепли или вектора пропорционального распределения [1].

Найден вектор Шепли:

$$(22) \quad \Phi_0 = \frac{1}{n+1} \left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i=1}^n \left( {}^{1-b}\sqrt{2g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right) \right)^{1-b} - \\ - \frac{n-1}{2(n+1)} \left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right)^{1-b} + \\ + \sum_{s=2}^n g(s) \sum_{\substack{\forall K \\ |K|=s-1}} \left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i \in K} {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} + \sum_{i \in K} \left( {}^{1-b}\sqrt{2g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right) \right)^{1-b},$$

$$(23) \quad \Phi_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{{}^{1-b}\sqrt{g_i(1)}}{\left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} \right)^b} + \\ + \sum_{s=2}^n g(s) \sum_{\substack{\forall K \\ |K|=s-1 \\ i \in K}} \left[ \left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i \in K} {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} + \sum_{i \in K} \left( {}^{1-b}\sqrt{2g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right) \right)^{1-b} - \right. \\ \left. - \left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i \in K \setminus \{i\}} {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} + \sum_{i \in K \setminus \{i\}} \left( {}^{1-b}\sqrt{2g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right) \right)^{1-b} \right].$$

Найден также вектор пропорционального распределения:

$$(24) \quad x_0 = \left( \sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \left( {}^{1-b}\sqrt{2g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right) \right)^{1-b} \frac{\sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{H(1)}}{2 \sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{H(1)}},$$

$$(25) \quad x_i = \frac{{}^{1-b}\sqrt{g_i(1)}}{2 \sum_{i=1}^n {}^{1-b}\sqrt{g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{H(1)}} \left( {}^{1-b}\sqrt{H(1)} + \sum_{i=1}^n \left( {}^{1-b}\sqrt{2g_i(1)} + {}^{1-b}\sqrt{h_i(1)} \right) \right)^{1-b}.$$

#### 4. Исследование модели управления качеством речной воды

Исследована статическая задача управления качеством речной воды, которая состоит в следующем. Имеется Экологический Центр и предприятие, загрязняющее окружающую среду.

Задачей Экологического Центра является поддержание окружающей среды в допустимых пределах. В этих целях Экологический Центр следит за количеством загрязняющих веществ, сброшенных предприятием в реку, и обеспечивает очистку сброшенных им в реку сточных вод. Если предприятие нарушило допустимые нормы сброса сточных вод, Экологический Центр назначает предприятию штраф и очищает реку собственными силами за счет собранных в виде штрафа средств. Таким образом, стратегией Экологического Центра является назначение величины штрафа за единицу сброшенных сверх допустимой нормы веществ.

Задачей предприятия является получение наибольшей прибыли с учетом затрат (в том числе на очищение сточных вод и выплату штрафов). Предприятие, сбросив сточные воды в реку, очищает их с выбранным уровнем очистки, измеряемом в процентах. Если объем загрязнений после очистки все же превышает допустимые пределы, то предприятие выплачивает штраф. Стратегией предприятия является выбор уровня очистки сточных вод.

Задача включает в себя следующие три подзадачи [14, 15]:

Задача 1: если объем сброса сточных вод Подчиненного в реку меньше допустимого (выбор Подчиненного  $p_i$  удовлетворяет условию  $0 \leq w_i(1 - p_i) \leq \tilde{w}_i$ ), то

$$(26) J_0 = -c_a(y)$$

$$(27) y_i^{(0)} = -w_i C_p(p) - (1 - n) s_i w_i (1 - p_i) \rightarrow \max_{p_i}$$

$$(28) 0 \leq p_i \leq 1 - e$$

Здесь свою оптимизационную задачу решает только Подчиненный.

Задача 2: если объем сброса сточных вод Подчиненного в реку больше допустимого, но меньше предельного (выбор Подчиненного  $p_i$  удовлетворяет условию  $\tilde{w}_1 \leq w_i(1-p_i) \leq \tilde{w}_2$ ), то

$$(29) J_0 = -c_a(y) + \sum_{j=1}^n K_{ch} s_i (w_i(1-p_i) - \tilde{w}_1) \rightarrow \max_{K_{ch}}$$

$$(30) y_i^{(1)} = -w_i C_p(p) - (1-n) s_i \tilde{w}_1 - K_{ch} s_i (w_i(1-p_i) - \tilde{w}_1) \rightarrow \max_{p_i}$$

$$0 \leq p_i \leq 1 - e, 0 \leq K_{ch} \leq K_{ch\max}.$$

Т. е. в этом случае свои оптимизационные задачи решают и Центр, и Подчиненный.

Задача 3: если объем сброса сточных вод Подчиненного в реку больше предельного (выбор Подчиненного  $p_i$  удовлетворяет условию  $w_i(1-p_i) \geq \tilde{w}_2$ ), то

$$(31) J_0 = -c_a(y) + \sum_{j=1}^n K_{ch} s_i (\tilde{w}_2 - \tilde{w}_1) + \sum_{j=1}^n K_{ca} s_i (w_i(1-p_i) - \tilde{w}_2) \rightarrow \max_{K_{ch}, K_{ca}}$$

$$(32) y_i^{(2)} = -w_i C_p(p) - (1-n) s_i \tilde{w}_2 - K_{ch} s_i (\tilde{w}_2 - \tilde{w}_1) - K_{ca} s_i (w_i(1-p_i) - \tilde{w}_2) \rightarrow \max_{p_i}$$

$$0 \leq p_i \leq 1 - e, 0 \leq K_{ch} \leq K_{ch\max}, 0 \leq K_{ca} \leq K_{ca\max}$$

Т. е. в этом случае, аналогично предыдущему случаю, свои оптимизационные задачи решают и Центр, и Подчиненный.

Здесь введены следующие условные обозначения:  $v$  – ставка налога (константа);  $J_0$  – выигрыш экологического Центра;  $y_i^{(0)}$ ,  $y_i^{(1)}$ ,  $y_i^{(2)}$  – выигрыши Подчиненного в соответствующих задачах 1, 2 или 3;  $c_a(y)$  – функция затрат Центра на очистку речных вод;  $c_p(p)$  – функция затрат Подчиненного на очистку речных вод;  $s_i$  – функция штрафа Подчиненного за загрязнение воды (константа);  $w_i$  – объем сброса загрязняющих веществ до очистки;  $w_i(1-p_i)$  – объем сброса загрязняющих веществ после очистки;  $\tilde{w}_1$ ,  $\tilde{w}_2$ ,  $w$  – пределы нарушений (считаются известными).

Задача решается при следующих допущениях: функция затрат Центра на очистку речных вод  $c_a(y)$  линейна:  $c_a(y) = c_1 y$ ,



где  $y = \sum_{i=1}^n w_i(1 - p_i)$ , а функция затрат Подчиненного на очистку

речных вод  $c_p(p)$  имеет следующий вид:  $c_p(p) = \frac{Dp}{1-p}$ .

Решив задачу (26)-(28), получим

$$(26) \quad p_i = \begin{cases} \max \left\{ 1 - \frac{w_0}{w_i}, 0 \right\}, & s_i < \frac{D}{(1-n)} * \max^2 \left\{ \frac{w_i}{w_0}, 1 \right\}, \\ 1 - \sqrt{\frac{D}{(1-n)s_i}}, & \frac{D}{(1-n)} * \max^2 \left\{ \frac{w_i}{w_0}, 1 \right\} \leq s_i \leq \frac{D}{(1-n)e^2}, \\ 1 - e, & s_i > \frac{D}{(1-n)e^2}. \end{cases}$$

Решив задачу (29)-(30), получим, что оптимальная стратегия Подчиненного

$$(27) \quad p_i = \begin{cases} \max \left\{ 1 - \frac{w_0}{w_i}, 0 \right\}, & K_{ch} < \frac{D}{s_i} * \max^2 \left\{ \frac{w_i}{w_0}, 1 \right\}, \\ 1 - \sqrt{\frac{D}{K_{ch}s_i}}, & \frac{D}{s_i} * \max^2 \left\{ \frac{w_i}{w_0}, 1 \right\} \leq K_{ch} \leq \frac{D}{s_i e^2}, \\ 1 - e, & K_{ch} > \frac{D}{s_i e^2}. \end{cases}$$

а величина  $K_{ch}$  находится численным путем при помощи метода дихотомии. Чем больше  $K_{ch}$ , тем больше степень очистки.

Решив задачу (31)-(32), получим, что

$$(28) \quad p_i = \begin{cases} 0, & K_{ca} < \frac{D}{s_i}, \\ 1 - \sqrt{\frac{D}{K_{ca}s_i}}, & \frac{D}{s_i} \leq K_{ca} \leq \frac{D}{s_i \max^2 \left\{ \frac{w_0}{w_i}, e \right\}}, \\ 1 - e, & K_{ca} > \frac{D}{s_i \max^2 \left\{ \frac{w_0}{w_i}, e \right\}}. \end{cases}$$

причем данная критическая точка является точкой максимума. Оптимальная стратегия Центра:  $K_{ch} = K_{ch\max}$ . Это можно объяснить тем, что предполагается, что уровень очистки Подчиненного  $p_i$  точно удовлетворяет условию  $w_i(1 - p_i) \geq \tilde{w}_2$ , следовательно, штраф за первое нарушение ему придется заплатить в любом размере, а для Центра выгодно задать максимальную величину штрафа. Величина  $K_{ca}$  находится численно при помощи метода дихотомии.

## **5. Заключение**

В работе рассмотрены две частные модели взаимодействия субъектов эколого-экономической системы, включающей Экономический Центр, Экологический Центр и Подчиненных. В первой модели изучено распределение ресурсов Экономическим Центром между Подчиненными с учетом возможности нецелевого использования и коррупции. В качестве решения в бескоалиционном случае получено равновесие по Штакельбергу, а в кооперативном – вектор Шепли и вектор пропорционального распределения. Во второй модели исследована возможность обеспечения экологических требований путем экономического воздействия Экологическим Центром на Подчиненного. Найдены оптимальные стратегии Экологического Центра.

## **Литература**

1. АГИЕВА М. Т., МАЛЬСАГОВ Г. А., УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Моделирование иерархической структуры управления образованием*. – Ростов-на-Дону: Издательство ООО «ЦВВР», 2003. – 208 с.
2. ГОРБАНЕВА О. И. *Распределение ресурсов в иерархических системах управления* // Рукопись деп. в ВИНТИ, 26.01.2006, №81–В2006.
3. ГОРЕЛИК В. А., КОНОНЕНКО А. Ф. *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах*. – М.: Радио и связь, 1992. – 132 с.

4. МОИСЕЕВ Н. Н. *Математические задачи системного анализа. Уч. пособие для студ. вузов.* – М.: Наука, 1981. – 488 с.
5. НОВИКОВ Д. А. *Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем.* – М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.
6. НОВИКОВ Д. А. *Стимулирование в организационных системах.* – М.: Наука, 2003. – 312 с.
7. РЫБАСОВ Е. А., УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Математическое моделирование иерархического управления эколого-экономическими системами с учетом коррупции* // Компьютерное моделирование. Экология. Выпуск 2. / Под ред. Угольницкого Г. А. – М.: Вузовская книга, 2004. – С. 46-65.
8. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Иерархическое управление устойчивым развитием социальных организаций* // Общественные науки и современность. – 2002. – №3. – С.133-140.
9. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Линейная теория иерархических систем.* – М.: Вузовская книга, 1996.
10. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Математическое моделирование иерархического управления устойчивым развитием* // Компьютерное моделирование. Экология. Выпуск 2 // Под ред. Угольницкого Г. А.. – М.: Вузовская книга, 2004. – С. 101-125.
11. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Теоретико-игровые принципы оптимальности иерархического управления устойчивым развитием* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2005. – №4.
12. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Теоретико-игровое моделирование методов иерархического управления устойчивым развитием* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2002. – №1.
13. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Управление эколого-экономическими системами.* – М.: Вузовская книга, 1999. – 132 с.
14. УСОВ А. Б. *Методы иерархического управления качеством воды* // Компьютерное моделирование. Экология. Выпуск 2. / Под ред. Угольницкого Г. А. – Москва: Вузовская книга, 2004. – С. 136-158.

15. УСОВ А. Б., УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Многоуровневые модели в задачах управления качеством речной воды* // Водные ресурсы. – 2005. – Т. 32, №4. – С.504-511.
16. BARDHAN P. *Corruption and Development: a Review of Issues* // J. Political Economy. – 1996. – Vol. 31.
17. CHANDER P., WILDE L. *Corruption in tax administration* / Journal of Public Economics. – 1992. – Vol.49. – P. 333-349.
18. OUGOLNITSKY G. A. *Game Theoretic Modeling of the Hierarchical Control of Sustainable Development* // Game Theory and Applications. – 2002. – Vol. 8. – P. 82-91.

## RESOURCE ALLOCATION MODELS IN THE HIERARCHICAL SYSTEMS OF RIVER WATER QUALITY CONTROL

**Olga Gorbaneva**, Southern Federal University, assistant ([gorbaneva@mail.ru](mailto:gorbaneva@mail.ru)).

**Guennady Ougolnitsky**, Southern Federal University, professor ([ougoln@mail.ru](mailto:ougoln@mail.ru)).

*Abstract: The resource allocation problem in the hierarchical systems of river water quality control is described and investigated. It is shown that the problem may be divided into two subproblems: the resource allocation problem in hierarchical system and the river water quality control problem. Three cases of resource allocation model are considered: no-corruption mechanism, connivance and racket under resource allocation and the resource using controlling. The Stackelberg equilibrium in game theoretic model is found by the Lagrange multipliers method.*

Keywords: tree-type hierarchical system, corruption mechanisms, game-theoretic models.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым.*

УДК 35.073.5

ББК 22.18

## **ВОПРОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ В РЕГИОНАЛЬНОЙ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОХРАНЕНИЯ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ**

**Золотова Т. В.<sup>1</sup>**

*(Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, Комсомольск-на-Амуре)*

*Рассмотрена двухуровневая иерархическая система с одним элементом верхнего уровня и  $n$  элементами нижнего уровня. Получены необходимые и достаточные условия экстремума для верхнего уровня (центра). На примере региональной модели рационального использования природных ресурсов показано, когда необходимые условия экстремума для регионального центра являются необходимыми и достаточными условиями. Представлены различные механизмы назначения цен на ресурсы, квот, штрафа, регулирования финансовых средств для предприятий, с помощью которых в иерархической системе можно достичь идеальной согласованности.*

Ключевые слова: иерархическая система, региональный центр, производственные единицы, идеальная согласуемость, условия оптимальности, цены на ресурсы, квоты, штраф.

### **1. Введение**

В основе изучения любой иерархической системы управления лежит анализ взаимодействия между двумя элементами, один из которых находится в непосредственном подчинении у другого. Первый называют подсистемой, второй – центром.

---

<sup>1</sup> Золотова Татьяна Валерьяновна, кандидат физико-математических наук, доцент ([tgold11@mail.ru](mailto:tgold11@mail.ru)).

Вопросы исследования иерархических систем освещались, например, в [1, 2, 3, 6].

Описание функционирования иерархической системы управления подразумевает задание порядка принятия решений (выбора управляющих параметров) и информированности всех элементов в моменты принятия решений, а также принципов выбора при всех возможных видах информированности (с точки зрения центра). Выбирая управляющие параметры и передавая информацию подсистемам, центр стремится к тому, чтобы в процессе функционирования системы добиться выполнения необходимых глобальных ограничений на параметры системы (в широком смысле устойчивости или гомеостаза системы) и в пределах области допустимости (гомеостаза) оптимизировать значение своего критерия эффективности.

Основным условием устойчивости и эффективности функционирования в иерархической системе является согласованность интересов всех ее элементов. Интересы элементов согласуемы, если центр может обеспечить устойчивое функционирование системы. Если при этом центр может достичь абсолютного максимума своего критерия эффективности, то интересы элементов системы идеально согласуемы.

Таким образом, задачи управления в иерархических системах имеют смысл, если выполняется условие согласуемости. При этом условие идеальной согласуемости в общем случае может и не выполняться, а на практике выполняется достаточно редко. Поэтому будем ставить и решать задачи в общем случае, и, анализируя их, показывать, когда можно рассчитывать на идеальную согласованность.

К одной такой общей постановке задачи управления в иерархических системах мы и переходим.

## **2. Необходимые и достаточные условия оптимальности для центра**

Рассмотрим двухуровневую иерархическую систему с одним элементом верхнего уровня (центром) и  $n$  элементами ниж-

него уровня (подсистемами). Обозначим управление центра через  $u$ , считая его точкой некоторого пространства  $U$ . Управление подсистем обозначим  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , а управление нижнего уровня в целом через  $v = (v_1, \dots, v_n)$ , также считая его точкой некоторого пространства  $V$ . При выборе центром управления и передаче некоторой фиксированной информации об этом выборе множество возможных управлений нижнего уровня есть  $R(u) \subseteq V$ .

Если фазовое состояние системы  $x$  однозначно определяется управлениями  $u, v$ , то условие устойчивости системы или скоординированности всех управлений может быть записано в виде

$$(1) \quad (u, v) \in \Omega,$$

где множество  $\Omega \subseteq U \times V$  представляет собой совокупность управлений, приводящих к устойчивым состояниям.

Множество допустимых управлений центра, обеспечивающих выполнение условия устойчивости (1), есть

$$(2) \quad D = \{u \in U \mid (u, v) \in \Omega \quad \forall v \in R(u)\}.$$

Критерии эффективности элементов нижнего уровня являются функционалами от управлений верхнего и нижнего уровней, то есть  $G_i(u, v_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Пространства управлений подсистем  $V_i(u)$  зависят от управления центра, т. е. центр имеет возможность в определенных пределах регламентировать свободу их действий. Будем считать, что подсистема при выборе управления стремится максимизировать  $G_i(u, v_i)$ . Тогда оптимальная стратегия  $i$ -ой подсистемы  $v_i^0(u)$  определяется из условия

$$(3) \quad G_i(u, v_i^0(u)) = \max_{v_i \in V_i(u)} G_i(u, v_i).$$

При этом реакция  $i$ -ой подсистемы есть

$$R_i(u) = \text{Arg} \max_{v_i \in V_i(u)} G_i(u, v_i).$$

Множество возможных управлений нижнего уровня имеет вид  $R(u) = \prod_{i=1}^n R_i(u)$ .

Пусть критерий эффективности центра представляет собой функционал  $F(u, v)$ . Задача центра заключается в нахождении

оптимального гарантирующего управления  $u^0$  и результата  $F^0$ , удовлетворяющих соотношению

$$(4) \quad F^0 = \max_{u \in D} \inf_{v \in R(u)} F(u, v).$$

Если максимум в задаче (3) определяется однозначно или центру известен выбор нижнего уровня, т. е. имеется соотношение  $R_i(u) = \arg \max_{v_i \in V_i(u)} G_i(u, v_i)$ , то

$$(5) \quad F^0 = \max_{u \in D} F(u, v^0(u)).$$

Пусть пространство управлений нижнего уровня задается системой неравенств:

$$(6) \quad V_i(u) = \{v_i \mid g_i(u, v_i) \geq 0\},$$

где  $u, v_i$  – точки конечномерных евклидовых пространств;  $g_i(u, v_i)$  – вектор-функция размерности  $m_i$ .

Множество  $\Omega$  будем считать заданным в виде

$$(7) \quad \Omega = \{(u, v) \mid j(u, v) \geq 0\},$$

где  $j(u, v)$  – вектор-функция размерности  $l$ .

В [3] сформулированы необходимые условия для центра, а в [4] необходимые условия экстремума получены для конкретной задачи ценообразования. Мы займемся вопросом получения необходимых и достаточных условий экстремума для центра в общем виде, но сначала докажем две леммы.

Будем считать векторную функцию  $y(x) = (y_1(x), \dots, y_i(x), \dots, y_n(x))$  вогнутой по переменной  $x$ , если каждая ее компонента  $y_i(x)$ ,  $i = 1, \dots, n$  есть вогнутая функция по  $x$ .

*Лемма 1.* Пусть  $X$  и  $Y$  – выпуклые множества, и для некоторой непрерывно дифференцируемой функции  $h(x, y) \quad \forall x \in X, y \in Y$  выполнены условия: (а)  $\partial h(x, y) / \partial y_i > 0, \quad i = 1, \dots, n$ ; (б) функция  $h(x, y)$  вогнута по совокупности переменных; (в)  $y(x)$  является вогнутой функцией переменной  $x$ .

Тогда сложная функция  $h(x, y(x))$  вогнута по  $x$ .

*Доказательство.* Покажем, что  $\forall x^1, x^2 \in X, a \in [0; 1]$  выполняется соотношение



$$(8) \quad \begin{aligned} &h(ax' + (1-a)x'', y(ax' + (1-a)x'')) \geq \\ &\geq ah(x', y(x')) + (1-a)h(x'', y(x'')). \end{aligned}$$

В силу условия (в) имеем  $y(ax' + (1-a)x'') \geq ay(x') + (1-a)y(x'')$ . Тогда согласно (а) получаем  $h(x, y(ax' + (1-a)x'')) \geq h(x, ay(x') + (1-a)y(x''))$ .

Пусть  $x = ax' + (1-a)x''$ , тогда последнее соотношение равносильно следующему

$$(9) \quad \begin{aligned} &h(ax' + (1-a)x'', y(ax' + (1-a)x'')) \geq \\ &\geq h(ax' + (1-a)x'', ay(x') + (1-a)y(x'')). \end{aligned}$$

В силу условия (б) имеем

$$(10) \quad \begin{aligned} &h(ax' + (1-a)x'', ay(x') + (1-a)y(x'')) \geq \\ &\geq ah(x', y(x')) + (1-a)h(x'', y(x'')). \end{aligned}$$

Из (9) и (10) следует (8). Лемма доказана.

*Лемма 2.* Пусть  $X$  и  $Y$  – выпуклые множества, и для некоторой непрерывно дифференцируемой функции  $h(x, y) \quad \forall x \in X, y \in Y$  выполнены условия: (а)  $\partial h(x, y)/\partial y_i > 0, \quad i = 1, \dots, n$ ; (б)  $y(x) = \arg \max_{y \in Y} h(x, y)$ .

Тогда  $y(x)$  является вогнутой функцией переменной  $x$ .

*Доказательство.* Вогнутость функции  $y(x)$  означает, что  $\forall x^1, x^2 \in X, \forall a \in [0; 1]$  выполняется соотношение

$$y(ax^1 + (1-a)x^2) \geq ay(x^1) + (1-a)y(x^2).$$

Предположим противное, т. е.

$$\exists x^1, x^2, a, k, y_k(ax^1 + (1-a)x^2) < ay_k(x^1) + (1-a)y_k(x^2).$$

Согласно (а)  $h(x, y_1, \dots, y_k(ax^1 + (1-a)x^2), \dots, y_n) < h(x, y_1, \dots, ay_k(x^1) + (1-a)y_k(x^2), \dots, y_n)$ .

Пусть  $x = ax^1 + (1-a)x^2, y_i = y_i(ax^1 + (1-a)x^2), \quad i \neq k$ , тогда в силу (б) имеем

$$\begin{aligned} &\max_{y \in Y} h(ax^1 + (1-a)x^2, y) < \\ &< h(ax^1 + (1-a)x^2, y_1, \dots, ay_k(x^1) + (1-a)y_k(x^2), \dots, y_n) \leq \\ &\leq \max_{y \in Y} h(ax^1 + (1-a)x^2, y). \end{aligned}$$

Получили противоречие. Лемма доказана.

Введем функцию Лагранжа для задачи (3), (6):

$$(11) L_i(u, v_i, I_i) = G_i(u, v_i) + \langle I_i, g_i(u, v_i) \rangle,$$

где  $I_i$  – векторный множитель Лагранжа,  $I_i \geq 0$ .

*Теорема 1.* Пусть в задаче (3), (6), (5), (7) выполнены следующие условия:

1<sup>0</sup>. Функция  $F(u, v)$  и компоненты вектор-функции  $j(u, v)$  непрерывно дифференцируемые по всем переменным, вогнутые по совокупности переменных; функции  $G_i(u, v_i)$  и компоненты вектор-функций  $g_i(u, v_i)$   $i = 1, \dots, n$ , – дважды непрерывно дифференцируемые, вогнутые по совокупности переменных;

2<sup>0</sup>.  $\partial j_k(u, v)/\partial v_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $k = 1, \dots, l$ ;

3<sup>0</sup>.  $\partial F(u, v)/\partial v_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;

4<sup>0</sup>. Градиенты  $\partial g_i(u^0, v^0)/\partial v$ ,  $i \in I = \{i \mid i = 1, \dots, n, g_i(u^0, v^0) = 0\}$  в точке  $(u^0, v^0)$  линейно независимы;  $v^0$  – решение задачи (3), (6) при  $u = u^0$ ;

5<sup>0</sup>.  $I_i^0 > 0$  (строгая дополняющая нежесткость);  $I_i^0$  – векторный множитель Лагранжа, соответствующий  $(u^0, v^0)$ ;

6<sup>0</sup>.  $\langle h, (\partial^2 L_i(u^0, v_i^0, I_i^0)/\partial v_i^2)h \rangle < 0 \forall h \neq 0$  такого, что

$\langle \partial g_i(u^0, v^0)/\partial v, h \rangle = 0$ ,  $i \in I$ .

7<sup>0</sup>. Для функции  $G_i(u, v_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  выполняются условия

$\partial G_i(u, v_i)/\partial v_{ij} > 0$ ,  $j = 1, \dots, m$ .

Тогда для того чтобы  $u^0$  являлась оптимальной стратегией центра для задачи (5), (7) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$(12) \left\langle \frac{\partial F(u^0, v^0)}{\partial u} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(u^0, v^0)}{\partial v_i} \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u^0)}{\partial u} \right]^T + \left[ m \left[ \frac{\partial f(u^0, v^0(u^0))}{\partial u} \right] + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f(u^0, v^0(u^0))}{\partial v_i} \right] \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u^0)}{\partial u} \right]^T \right\rangle = 0,$$

$$\langle m, f(u^0, v^0) \rangle = 0,$$

где матрица частных производных функций  $v_i^0(u^0)$  определяется из матричного соотношения

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{array}{c} \left[ \frac{\partial v_i^0(u^0)}{\partial u} \right]^T \\ \left[ \frac{\partial L_i(u^0)}{\partial u} \right]^T \end{array} \right) = \\
 (13) & \left( \begin{array}{cc} \left[ \frac{\partial^2 G_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial v_i^2} \right] + [L_i(u^0)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial v_i^2} \right]^T & \left[ \frac{\partial g_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial v_i} \right]^T \\ [L_i(u^0)] \left[ \frac{\partial g_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial v_i} \right]^T & [g_i(u^0, v_i^0(u^0))] \end{array} \right)^{-1} \times \\
 & \times \left( \begin{array}{c} - \left[ \frac{\partial^2 G_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial v_i \partial u} \right] - [L_i(u^0)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial v_i \partial u} \right]^T \\ - [L_i(u^0)] \left[ \frac{\partial g_i(u^0, v_i^0(u^0))}{\partial u} \right]^T \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

$[\cdot]$  – обозначение матрицы,  $T$  – знак транспонирования матрицы.

*Доказательство.* Согласно условиям 1<sup>0</sup>, 4<sup>0</sup>, 5<sup>0</sup>, 6<sup>0</sup> теоремы функция  $G_i(u, v_i)$  имеет единственный глобальный максимум по  $v_i$  при фиксированном  $u$ , т. е. имеем однозначную функцию  $v_i^0(u) = \arg \max_{v_i \in V_i(u)} G_i(u, v_i)$ . Поэтому необходимые и достаточные

условия оптимальности для нижнего уровня (см., например, [5]) имеют вид

$$(14) \quad \frac{\partial L_i(u, v_i^0, I_i)}{\partial v_i} = 0, \quad \langle I_i, g_i(u, v_i^0) \rangle = 0.$$

Или более подробно

$$(15) \quad \frac{\partial G_i(u, v_i^0)}{\partial v_i} + [L_i] \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0)}{\partial v_i} \right]^T = 0, \quad \langle I_i, g_i(u, v_i^0) \rangle = 0.$$

Оптимальный выбор нижнего уровня  $v_i^0$  и множитель Лагранжа  $I_i$  зависят от  $u$ .

Продифференцируем соотношения (15) по  $u$ :

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{\partial^2 G_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i \partial u} \right] + \left[ \frac{\partial^2 G_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i^2} \right] \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u)}{\partial u} \right]^T + \\
 & + \left[ \frac{\partial I_i(u)}{\partial u} \right] \cdot \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i} \right]^T + [I_i(u)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i \partial u} \right]^T + \\
 (16) \quad & + [I_i(u)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i^2} \right]^T \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u)}{\partial u} \right]^T = 0, \\
 & \left[ \frac{\partial I_i(u)}{\partial u} \right] \cdot (g_i(u, v_i^0(u)))^T + [I_i(u)] \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial u} \right]^T + \\
 & + [I_i(u)] \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i} \right]^T \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u)}{\partial u} \right]^T = 0.
 \end{aligned}$$

Перепишем соотношения (16) в виде

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{\partial^2 G_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i^2} \right] \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u)}{\partial u} \right]^T + \\
 & + [I_i(u)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i^2} \right]^T \left[ \frac{\partial v_i^0(u)}{\partial u} \right]^T + \\
 (17) \quad & + \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i} \right] \cdot \left[ \frac{\partial I_i(u)}{\partial u} \right]^T = \\
 & = - \left[ \frac{\partial^2 G_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i \partial u} \right] - [I_i(u)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i \partial u} \right]^T, \\
 & [I_i(u)] \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i} \right]^T \left[ \frac{\partial v_i^0(u)}{\partial u} \right]^T + [g_i(u, v_i^0(u))] \cdot \left[ \frac{\partial I_i(u)}{\partial u} \right]^T = \\
 & = - [I_i(u)] \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial u} \right]^T.
 \end{aligned}$$

Из условий 4<sup>0</sup>, 5<sup>0</sup>, 6<sup>0</sup> теоремы следует невырожденность матрицы Якоби

$$\left( \begin{array}{cc} \left[ \frac{\partial^2 G_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i^2} \right] + [I_i(u)] \left[ \frac{\partial^2 g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i^2} \right]^T & \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i} \right] \\ [I_i(u)] \left[ \frac{\partial g_i(u, v_i^0(u))}{\partial v_i} \right]^T & [g_i(u, v_i^0(u))] \end{array} \right)$$

системы (15) относительно неизвестных  $v_i$  и  $I_i$  в точке  $u^0$ .

Значит, по теореме о неявной функции в некоторой окрестности точки  $u^0$  существуют однозначные непрерывно дифференцируемые вектор-функции  $v_i^0(u)$ ,  $I_i(u)$ , удовлетворяющие системе (15), при этом система (17) разрешима относительно неизвестных  $\partial v_i^0(u)/\partial u$ ,  $\partial I_i(u)/\partial u$ , т. е. имеет место соотношение (13). Согласно условию 7<sup>0</sup> теоремы 1 полученные вектор-функции  $v_i^0(u)$  являются вогнутыми.

Для задачи центра (5), (2), (7) функция Лагранжа имеет вид (18)  $L_0(u, m) = F(u, v^0(u)) + \langle m, j(u, v^0(u)) \rangle$ ,

где  $m$  – векторный множитель Лагранжа,  $m \geq 0$ .

Так как все условия леммы 1 для функций  $F(u, v^0(u))$ ,  $j(u, v^0(u))$ ,  $v^0(u)$  выполнены, то  $F(u, v^0(u))$  является вогнутой по  $u$  на выпуклом множестве  $D$ , определенном (2), (7). Поэтому для оптимальности стратегии центра  $u^0$  необходимо и достаточно выполнения соотношений

$$(19) \quad \frac{\partial L_0(u^0, m)}{\partial u} = 0, \quad \langle m, j(u^0, v^0(u^0)) \rangle = 0.$$

Или более подробно

$$(20) \quad \frac{\partial F(u^0, v^0)}{\partial u} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F(u^0, v^0)}{\partial v_i} \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u^0)}{\partial u} \right]^T \right) + \left\langle m \left[ \frac{\partial f(u^0, v^0(u^0))}{\partial u} \right] + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f(u^0, v^0(u^0))}{\partial v_i} \right] \cdot \left[ \frac{\partial v_i^0(u^0)}{\partial u} \right]^T \right\rangle = 0,$$

$$\langle m, f(u^0, v^0) \rangle = 0.$$

Теорема доказана.

Полученные необходимые и достаточные условия оптимальности можно конкретизировать для разных видов ограничений, в частности, когда имеются условия неотрицательности  $u \geq 0, v \geq 0$ .

Оптимальный результат центра может отличаться от глобального максимума его критерия. Рассмотрим это на примере региональной модели рационального использования природных ресурсов.

### **3. Региональная модель сохранения природных ресурсов без назначения штрафа**

Предположим, что региональный центр устанавливает цены  $p = (p_1, \dots, p_m)$  на природные ресурсы (вода, земля, лес) и дефицитные ресурсы (электричество, газ). Такие цены могут рассчитываться с учетом платы за подключение, использование, сбросы и т.п. Центр также имеет возможность выделять финансовые средства  $K_i, i = 1, \dots, n$  предприятиям. Например, центр в рамках федеральной целевой программы участвует в развитии некоторой отрасли промышленности и финансирует инвестиционные проекты в объеме  $K_i, i = 1, \dots, n$ . Тогда пространства управлений производственных единиц имеют вид

$$(21) X_i(p, K_i) = \{x_i \mid \langle p, x_i \rangle \leq K_i, x_i \geq 0\}, i=1, \dots, n.$$

где  $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im})$  - вектор ресурсов, потребляемых  $i$ -й производственной единицей (предприятием, объединением).

Выпуск каждого предприятия определяется векторной производственной функцией  $f_i(x_i)$ , для которой выполняются условия

$$(22) f_i(0) = 0, \frac{\partial f_i(x_i)}{\partial x_{ij}} > 0, \left\langle x \frac{\partial^2 f_{ik}(x_i)}{\partial x_i^2}, x \right\rangle < 0,$$

где  $f_{ik}(x_i)$  -  $k$ -я компонента векторной функции  $f_i(x_i)$ .

Если  $c_i$  - вектор цен на соответствующие виды продукции  $i$ -го предприятия или объединения, то задачу максимизации валового выпуска  $M_i(x_i, p, K_i)$  каждого предприятия можно записать в виде

$$(23) M_i(x_i, p, K_i) = \langle c_i, f_i(x_i) \rangle \rightarrow \max_{x_i | \langle p, x_i \rangle \leq K_i} .$$

Решение задачи  $i$ -го предприятия есть вектор  $x_i^0(p, K_i)$ .

Пусть центр стремится к увеличению взвешенной суммы валовых выпусков предприятий, тогда целевая функция центра есть

$$(24) F_0(x_i, p, K_i) = \sum_{i=1}^n a_i M_i(x_i, p, K_i),$$

где  $a_i$  – положительные весовые коэффициенты, которые могут отражать, например, социальные, экологические приоритеты.

При ограничениях, связанных с использованием природных и дефицитных ресурсов получаем задачу для центра

$$F_0(x^0(p, K), p, K) =$$

$$(25) = \sum_{i=1}^n a_i M_i(x_i^0(p, K_i), p, K_i) \rightarrow \max_{(p, K) | \sum_{i=1}^n x_i^0(p, K_i) \leq X},$$

где  $X$  – ограничение по объемам природных и дефицитных ресурсов,  $K = (K_1, \dots, K_i, \dots, K_n)$ .

### 3.1. МЕХАНИЗМЫ НАЗНАЧЕНИЯ ЕДИНЫХ ЦЕН НА РЕСУРСЫ

В [4] рассмотрена задача потребления в математической постановке аналогичная рассматриваемой задаче и показано, что, управляя ценами  $p = (p_1, \dots, p_m)$  и финансовыми средствами  $K_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , можно достичь идеальной согласованности интересов всех уровней иерархии. В [4] также показано, что, управляя только ценами  $p = (p_1, \dots, p_m)$  при неизменных финансовых средствах  $\bar{K}_i$ , центр, вообще говоря, не может достичь идеальной согласованности.

Обратимся к теореме 1, т. е. посмотрим, когда условия оптимальности для центра в задаче (25) будут являться необходимыми и достаточными условиями.

Функция цели задачи (25) удовлетворяет условиям (а) и (б) (в отношении стратегии нижнего уровня  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ) леммы 1 ввиду особенностей производственной функции. Если предпо-

ложить, что функция  $x_i^0(p, \bar{K}_i)$  вогнута по  $p$  (выполнено свойство (в) леммы 1), то функция цели задачи (24) является вогнутой. Однако вогнутость  $x_i^0(p, \bar{K}_i)$  приводит к тому, что функция ограничений задачи (25)  $X - \sum_{i=1}^n x_i^0(p, \bar{K}_i)$  становится выпуклой и задача (25) не будет являться задачей выпуклого программирования. Значит, условия (12) представляют собой, вообще говоря, необходимые, но не достаточные условия оптимальности центра. Исключение составляет случай, когда  $x_i^0(p, \bar{K}_i)$  – линейная функция по  $p$ . Тогда согласно теореме 1 условия (12) являются необходимыми и достаточными условиями оптимальности для центра.

### 3.2. МЕХАНИЗМЫ НАЗНАЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ДЛЯ ПРЕДПРИЯТИЙ ЦЕН НА РЕСУРСЫ

Исследуем теперь вопрос, можно ли использовать другой механизм управления ценами на ресурсы, чтобы центр мог достичь при фиксированных объемах средств  $\bar{K}_i$  идеальной согласованности. Оказывается, как будет показано ниже, устанавливая для каждого предприятия определенные цены на ресурсы, можно добиться идеальной согласованности.

Задача каждого предприятия имеет вид

$$(26) \quad M_i(x_i, p_i) = \langle c_i, f_i(x_i) \rangle \rightarrow \max_{x_i \in X_i(p_i)},$$

где  $X_i(p_i) = \{x_i \mid \langle p_i, x_i \rangle \leq \bar{K}_i, x_i \geq 0\}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $p_i = (p_{i1}, \dots, p_{ij}, \dots, p_{im})$ . Решение задачи (26) дает вектор  $x_i^0(p_i)$ .

Задача центра есть

$$(27) \quad F_0(x^0(\bar{p}), \bar{p}) = \sum_{i=1}^n a_i M_i(x_i^0(p_i), p_i) \rightarrow \max_{\bar{p} \mid \sum_{i=1}^n x_i^0(p_i) \leq X}.$$

Решение для центра есть  $\bar{p}^0 = (p_1^0, \dots, p_i^0, \dots, p_n^0)$ .

**Теорема 2.** Пусть функции  $M_i(x_i, p_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , непрерывны и строго вогнуты по совокупности переменных и имеют непрерывные положительные производные по всем переменным. Тогда при фиксированных объемах средств  $\bar{K}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,



выбором различных цен на ресурсы  $p_i$  для элементов нижнего уровня в задаче (27) центр достигает глобального максимума, т. е. интересы в такой системе идеально согласованы

*Доказательство.* При любом  $i$  функция  $M_i(x_i, p_i)$  имеет на компактном выпуклом множестве  $X_i(p_i)$  при фиксированном  $p_i$  единственный глобальный максимум. Составим для задачи на условный экстремум (26) функцию Лагранжа

$$L_i(x_i, I_i) = M_i(x_i, p_i) + I_i(\bar{K}_i - \langle p_i, x_i \rangle),$$

где  $I_i \geq 0$  – множитель Лагранжа. Для того чтобы точка  $x_i^0 = (x_{i1}^0, \dots, x_{ij}^0, \dots, x_{im}^0)$  была точкой максимума, необходимо и достаточно, чтобы для каждой переменной  $x_{ij}^0$  выполнялись условия

$$(28) \quad \frac{\partial L_i(x_i^0, I_i)}{\partial x_{ij}} \leq 0, \quad \frac{\partial L_i(x_i^0, I_i)}{\partial x_{ij}} x_{ij}^0 = 0, \quad I_i \frac{\partial L_i(x_i^0, I_i)}{\partial I_i} = 0,$$

$$\frac{\partial L_i(x_i^0, I_i)}{\partial I_i} \geq 0, \quad x_{ij}^0 \geq 0, \quad I_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Возьмем производные функции Лагранжа и запишем условия (28) в виде

$$(29) \quad \frac{\partial \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle}{\partial x_{ij}} - I_i p_{ij} \leq 0, \quad \left( \frac{\partial \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle}{\partial x_{ij}} - I_i p_{ij} \right) x_{ij}^0 = 0,$$

$$I_i(\bar{K}_i - \langle p_i, x_i^0 \rangle) = 0, \quad \bar{K}_i - \langle p_i, x_i^0 \rangle \geq 0,$$

$$x_{ij}^0 \geq 0, \quad I_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Функция  $F_0(x, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n a_i M_i(x_i, p_i)$  как линейная комбинация непрерывных строго вогнутых и монотонных функций также является непрерывной строго вогнутой и монотонной, поэтому она имеет единственный глобальный максимум на множестве, определяемом ограничением  $\sum_{i=1}^n x_i \leq X$ . Причем это ограничение в точке максимума выполняется как равенство.

Пусть  $x_i^* = (x_{i1}^*, \dots, x_{ij}^*, \dots, x_{im}^*)$  доставляют глобальный максимум функции  $F_0(x, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n a_i M_i(x_i, p_i)$ . Функция Лагранжа есть

$$L(x, \mathbf{m}) = \sum_{i=1}^n a_i M_i(x_i, p_i) + \left\langle \mathbf{m}, X - \sum_{i=1}^n x_i \right\rangle,$$

где  $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_m)$  – вектор множителей Лагранжа.

Тогда необходимые и достаточные условия экстремума таковы:

$$(30) \quad \left( a_i \frac{\partial \langle c_i, f_i(x_i^*) \rangle}{\partial x_{ij}} - m_j \right) x_{ij}^* = 0, \quad \sum_{i=1}^n x_i^* = X, \quad x_{ij}^* \geq 0, \quad m_j \geq 0,$$

$$i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Для того чтобы доказать утверждение теоремы, достаточно показать, что центр может выбрать такие  $\mathbf{p}$ , что для нижнего уровня  $x_i^0 = x_i^*, i = 1, \dots, n$ .

Так как  $X > 0$  и  $\sum_{i=1}^n x_i^* = X$ , то  $\forall j \sum_{i=1}^n x_{ij}^* > 0$ , т. е.  $\forall j \exists i$  такое, что  $x_{ij}^* > 0$  и из (30)  $a_i (\partial \langle c_i, f_i(x_i^*) \rangle / \partial x_{ij}) = m_j$ . По условию теоремы  $a_i > 0$ ,  $\partial \langle c_i, f_i(x_i^*) \rangle / \partial x_{ij} > 0 \forall x_i$ , то  $m_j > 0, j = 1, \dots, m$ .

Определим вектор цен так:  $p_{ij} = k_j m_j$ , где  $k_i$  такие, что имеет место равенство  $K_i = \langle p_i, x_i^* \rangle$ . Тогда из (29) имеем равенство  $l_i k_i m_j = m_j / a_i$ , из которого получаем  $l_i = 1 / k_i a_i$ .

Значит,  $x_i^*$  удовлетворяет условиям (29), т. е.  $x_i^*$  является оптимумом для нижнего уровня при заданных дифференцированных ценах на ресурсы  $p_i$ , что и требовалось доказать.

Рассмотрим другие постановки задачи сохранения природных ресурсов, в которых при фиксированных объемах финансовых средств  $\bar{K}_i, i = 1, \dots, n$ , идеальная согласованность может быть достигнута.

#### 4. Региональная модель сохранения природных ресурсов с назначением штрафа

Предположим, что центр при фиксированных объемах финансовых средств  $\bar{K}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , имеет возможность назначать единые цены  $p$ , а также штрафовать предприятия за превышение ограничений, установленных для конкретного предприятия и связанных с использованием природных и дефицитных ресурсов. Размер штрафа  $z_i$  за единицу превышения назначается центром. В качестве функции штрафа возьмем максимальное превышение по всем ресурсам. Тогда целевые функции предприятий есть

$$(31) \hat{M}_i(x_i, p, z_i, \mathbf{b}_i) = \langle c_i, f_i(x_i) \rangle - z_i \max_{1 \leq j \leq m} \max(0, x_{ij} - b_i X_j),$$

$$i = 1, \dots, n.$$

Квоты  $b_i$  удовлетворяют условиям  $b_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\sum_{i=1}^n b_i = 1$  и

определяются центром.

Каждое предприятие решает задачу

$$(32) \langle c_i, f_i(x_i) \rangle - z_i \max_{1 \leq j \leq m} \max(0, x_{ij} - b_i X_j) \rightarrow \max_{x_i | \langle p, x_i \rangle \leq \bar{K}_i}.$$

Решение этой задачи есть вектор  $\hat{x}_i^0(p, z_i, \mathbf{b}_i)$ .

В данной модели предполагается, что центр в своей целевой функции не учитывает выплачиваемый предприятиями штраф, т. е. целевая функция для центра имеет вид

$$(33) \hat{F}_0(x, p, z, \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n a_i \hat{M}_i(x_i, p, z_i, \mathbf{b}_i).$$

где  $\hat{M}_i(x_i, p, z_i, \mathbf{b}_i) = \langle c_i, f_i(x_i) \rangle$ . Задача центра принимает вид

$$(34) \sum_{i=1}^n a_i \hat{M}_i(\hat{x}_i^0(p, z_i, \mathbf{b}_i), p, z_i, \mathbf{b}_i) \rightarrow \max_{p, z, \mathbf{b} \in Q}$$

$$Q = \{(p, z, \mathbf{b}) | \mathbf{b} \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^n b_i = 1, p \geq 0, z \geq 0, \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^0(p, z_i, \mathbf{b}_i) \leq X\}.$$

Решение для центра есть  $(p^0, z^0, b^0)$ .

#### 4.1. МЕХАНИЗМЫ НАЗНАЧЕНИЯ ЕДИНЫХ ЦЕН НА РЕСУРСЫ, ВЕЛИЧИНЫ ШТРАФА И КВОТ

Исследуем вопрос, при каких условиях в региональной модели с назначением штрафа возможна идеальная согласованность интересов всех уровней иерархии, т. е. может ли центр достичь своего глобального максимума.

*Теорема 3.* Пусть функции  $\hat{M}_i(\hat{x}_i^0(p, z_i, b_i), p, z_i, b_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  непрерывны и строго вогнуты по совокупности переменных и имеют непрерывные положительные производные по всем переменным. Тогда центр с помощью штрафов  $z_i$ , квот  $b_i$  и единых цен  $p$  достигает идеальной согласованности в системе для любых фиксированных  $\bar{K}_i, i = 1, \dots, n$ .

*Доказательство.* Функция  $\hat{F}_0(x, p, z, b) = \sum_{i=1}^n a_i \hat{M}_i(x_i, p, z_i, b_i)$

как линейная комбинация непрерывных строго вогнутых и монотонных функций также является непрерывной строго вогнутой и монотонной, поэтому она имеет единственный глобальный максимум на множестве  $Q$ . Причем ограничение  $\sum_{i=1}^n x_i \leq X$  в точке максимума выполняется как равенство.

Пусть  $x_i^* = (x_{i1}^*, \dots, x_{ij}^*, \dots, x_{im}^*)$  доставляют глобальный максимум функции  $\hat{F}_0(x, p, z, b) = \sum_{i=1}^n a_i \hat{M}_i(x_i, p, z_i, b_i)$ . Для того, чтобы доказать утверждение теоремы, достаточно показать, что центр может выбрать такие  $p, z_i, b_i$ , что оптимальный выбор для нижнего уровня  $x_i^0 = x_i^*, i = 1, \dots, n$ .

Пусть цены  $p_i = kp$ , где  $p$  – единый для всех подсистем вектор цен на ресурсы,  $k = \min_{1 \leq i \leq n} k_i$ , а  $k_i$  такие, что при  $p_i = k_i p$  имеем

$\bar{K}_i \geq \langle p_i, x_i^* \rangle; z_i \geq \partial \langle c_i, f_i(x_i^*) \rangle / \partial x_{ij}; b_i = x_{ij}^* / X_j$ . Тогда (31) примет вид

$$(35) \hat{M}_i(x_i, p, z_i, b_i) = \langle c_i, f_i(x_i) \rangle - z_i \max_{1 \leq j \leq m} \max(0, x_{ij} - x_{ij}^*),$$

$i = 1, \dots, n$ .

Предположим, что имеет место  $x_i^0 < x_i^*$ . Тогда, увеличивая  $x_i^0$  на величину  $\delta$  так, что  $x_i^0 + \delta < x_i^*$ , согласно (22) имеем  $\langle c_i, f_i(x_i^0 + \delta) \rangle > \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle$ . Значит,  $x_i^0$ , для которого  $x_i^0 < x_i^*$ , не является оптимальной точкой для нижнего уровня.

Если имеет место  $x_i^0 > x_i^*$ , то

$$(36) \hat{M}_i(x_i^0, p, z_i, b_i) = \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle - z_i(x_{ij}^0 - x_{ij}^*).$$

Дифференцируя (36) по  $x_{ij}$ , получаем  $\partial \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle / \partial x_{ij} - z_i$ . Так как  $z_i \geq \partial \langle c_i, f_i(x_i^*) \rangle / \partial x_{ij}$ , то получили согласно (22), что производная по  $x_{ij}$  функции (36) в оптимальной точке отрицательна. Значит,  $x_i^0$ , для которого  $x_i^0 > x_i^*$ , не является оптимальной точкой для нижнего уровня.

Таким образом,  $x_i^0 = x_i^*$  является оптимумом для нижнего уровня при заданных  $p, z_i, b_i$ . Теорема доказана.

#### 4.2. МЕХАНИЗМЫ НАЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ШТРАФА И КВОТ

Предположим, что центр может менять величину штрафа  $z_i, b_i, i = 1, \dots, n$ , но не может управлять ценами  $p$  и финансовыми средствами предприятий  $K_i, i = 1, \dots, n$ . Из доказательства теоремы 3 вытекает, что идеальная согласованность при фиксированных средствах предприятий  $\bar{K}_i$  и ценах  $\bar{p}$  может быть достигнута при условии  $\bar{K}_i \geq \langle \bar{p}, x_i^* \rangle$ . В общем случае идеальной согласованности нет.

Задача выбора оптимальных  $b_i^0$  и штрафов  $z^0$  имеет вид

$$(37) \sum_{i=1}^n a_i \hat{M}_i(\hat{x}_i^0(z_i, b_i), z_i, b_i) \rightarrow \max_{z, b \in Q_1}$$

$$Q_1 = \{z, b \mid z \geq 0, b \geq 0, \sum_{i=1}^n b_i = 1, \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^0(z_i, b_i) \leq X\}.$$

Здесь  $\hat{x}_i^0(z_i, b_i), i = 1, \dots, n$ , – реакция нижнего уровня.

Функция Лагранжа для задачи (37) имеет вид

$$L_{02}(z, b, m) = \sum_{i=1}^n a_i \hat{M}_i(\hat{x}_i^0(z_i, b_i), z_i, b_i) + \left\langle m, X - \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^0(z_i, b_i) \right\rangle.$$

Исходя из того, что  $z_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ , решение задачи (37) сводится к системе

$$(38) \quad \begin{aligned} \frac{\partial L_{02}(z^0, b^0, m)}{\partial z_i} &= 0, & \frac{\partial L_{02}(z^0, b^0, m)}{\partial b_i} &\leq 0, \\ \frac{\partial L_{02}(z^0, b^0, m)}{\partial b_i} b_i^0 &= 0, & \frac{\partial L_{02}(z^0, b^0, m)}{\partial m} &\geq 0, \\ m \frac{\partial L_{02}(z^0, b^0, m)}{\partial m} &= 0, & m &\geq 0. \end{aligned}$$

Задача нижнего уровня (32) при фиксированных ценах  $p$  эквивалентна следующей задаче

$$(39) \quad \begin{aligned} \tilde{M}_i(x_i, w_i, z_i, b_i) &= \langle c_i, f_i(x_i) \rangle - z_i w_i \rightarrow \max_{(x_i, w_i) \in X_i(z_i, b_i)} \\ X_i(z_i, b_i) &= \{(x_i, w_i) \mid x_{ij} - b_i X_j \leq w_i, \langle \bar{p}, x_i \rangle \leq \bar{K}_i, \\ & x_i \geq 0, w_i \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m\}. \end{aligned}$$

Составим для задачи на условный экстремум (39) функцию Лагранжа

$$\begin{aligned} \tilde{L}_i(x_i, w_i, I_{i1}, I_{i2}) &= \tilde{M}_i(x_i, w_i, p, z_i, b_i) + I_{i1}(\bar{K}_i - \langle p, x_i \rangle) + \\ & + I_{i2}(w_i + b_i X_j - x_{ij}), \end{aligned}$$

где  $I_{i1} \geq 0$ ,  $I_{i2} \geq 0$  – множители Лагранжа. Для того чтобы точка  $x_i^0 = (x_{i1}^0, \dots, x_{ij}^0, \dots, x_{im}^0)$  была точкой максимума, необходимо и достаточно, чтобы для каждой переменной  $x_{ij}^0$  и  $w_i^0$  выполнялись условия

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial x_{ij}} \leq 0, \quad \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial w_i} \leq 0, \\
 & \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial x_{ij}} x_{ij}^0 = 0, \quad \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial w_i} w_i^0 = 0, \\
 (40) \quad & I_{i1} \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial I_{i1}} = 0, \quad I_{i2} \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial I_{i2}} = 0, \\
 & \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial I_{i1}} \geq 0, \quad \frac{\partial \tilde{L}_i(x_i^0, w_i^0, I_{i1}, I_{i2})}{\partial I_{i2}} \geq 0, \\
 & x_{ij}^0 \geq 0, w_i^0 \geq 0, I_{i1} \geq 0, I_{i2} \geq 0, i=1, \dots, n, j=1, \dots, m.
 \end{aligned}$$

Возьмем производные функции Лагранжа и запишем условия (40) в виде

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle}{\partial x_{ij}} - I_{i1} \bar{p}_j - I_{i2} \leq 0, \quad -z_i + I_{i2} \leq 0, \\
 & \left( \frac{\partial \langle c_i, f_i(x_i^0) \rangle}{\partial x_{ij}} - I_{i1} \bar{p}_j - I_{i2} \right) x_{ij}^0 = 0, \quad (-z_i + I_{i2}) w_i^0 = 0, \\
 (41) \quad & I_{i1} (\bar{K}_i - \langle \bar{p}, x_i^0 \rangle) = 0, \quad I_{i2} (w_i^0 + b_i X_j - x_{ij}^0) = 0, \\
 & \bar{K}_i - \langle \bar{p}, x_i^0 \rangle \geq 0, \quad w_i^0 + b_i X_j - x_{ij}^0 \geq 0, \\
 & x_{ij}^0 \geq 0, w_i^0 \geq 0, I_{i1} \geq 0, I_{i2} \geq 0, i=1, \dots, n, j=1, \dots, m.
 \end{aligned}$$

Дифференцируя условия оптимальности нижнего уровня (41) и подставляя получающиеся производные функций  $\hat{x}_i^0(z_i, b_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , в (38), получаем условия оптимальности верхнего уровня аналогично теореме 1.

Если центр управляет финансовыми средствами предприятий  $K_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , и может менять размер штрафа  $z_i$  и коэффициенты  $b_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , то из теоремы 3 следует, что, выбирая  $K_i$  так, что  $K_i \geq \langle \bar{p}, x_i^* \rangle$ , где  $\bar{p}$  – единые цены для всех элементов нижнего уровня, можно добиться идеальной согласованности.

Итак, математические методы исследования позволяют совершенствовать управление в иерархических системах, что в свою очередь способствует повышению эффективности промышленного производства с учетом рационального использования дефицитных и природных ресурсов.

### **Литература**

1. БУРКОВ В. Н., КОНДРАТЬЕВ В. В., ЦЫГАНОВ В. В. *Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма.* – М.: Наука, 1984. – 272 с.
2. БУРКОВ В. Н., НОВИКОВ Д. А. *Теория активных систем: состояние и перспективы.* – М.: СИНТЕГ, 2001. – 153 с.
3. ГОРЕЛИК В. А., ГОРЕЛОВ М. А., КОНОНЕНКО А. Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления.* – М.: Радио и связь, 1991. – 286 с.
4. ГОРЕЛИК В. А., КОНОНЕНКО А. Ф. *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах.* – М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.
5. ГОРЕЛИК В. А., ФОМИНА Т. П. *Экстремальные задачи: Учебное пособие.* – М.: Моск. пед. гос. ун-т, 2001. – 146 с.
6. НОВИКОВ Д. А. *Теория управления организационными системами.* – М.: Физматлит, 2007. – 583 с.

### **ISSUES OF INTERESTS COORDINATION IN REGIONAL HIERARCHICAL MODEL OF NATURAL RESOURCES PRESERVATION**

**Zolotova Tatiana**, Komsomolsk-na-Amure State Technical University, Komsomolsk-na-Amure, Cand.Sc., assistant professor ([tgold11@mail.ru](mailto:tgold11@mail.ru)).

*Abstract: Two-level hierarchical system with the single principal and several agents is examined. Necessary and sufficient optimality conditions for the principal are obtained. An example of regional*



*model of rational natural resources use is studied; the cases are revealed when necessary optimality conditions for the regional principal become necessary and sufficient. Various ways of achieving the perfect coordination in the hierarchical system by means of resource prices, quotas, penalties assignment, enterprises' finances regulation are presented.*

Keywords: hierarchical system, regional principal, producing units, perfect coordination, optimality conditions, resource price, quotas, penalties.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым.*

УДК.5.015:621.771.23

ББК 32.965,34.621

## **КОМПЛЕКТ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ И ПРОГРАММНЫХ МОДУЛЕЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕЙ ТЕХНОЛОГИЕЙ ПРИ ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКЕ ПОЛОС (СУЭТ)**

**Генкин А. Л.<sup>1</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)*

*Разработан программно-алгоритмический комплекс СУЭТ, имитационные модели которого обеспечивают исходную настройку и коррекцию технологической линии «нагрев металла – горячая прокатка полос» в соответствии с энергосберегающими критериями.*

Ключевые слова: математическое моделирование, энергосберегающее управление, алгоритм, листопрокатный комплекс.

### **1. Введение**

Одной из наиболее актуальных задач по повышению конкурентоспособности металлургических предприятий является снижение энергоемкости выпускаемой металлопродукции. Горячекатаный лист (один из основных видов продукции металлургического комбината) производится, как правило, в листопрокатных комплексах (ЛПК), включающих печи для нагрева металла и клетки для прокатки полос. Основными энергоносителями в ЛПК «печи – стан» являются топливо (газ) для нагрева металла в печах перед прокаткой и электроэнергия, затрачиваемая на обжатие

---

<sup>1</sup> Аркадий Львович Генкин, кандидат технических наук, старший научный сотрудник ([algenkin@yandex.ru](mailto:algenkin@yandex.ru)).

металла в прокатных клетях. Снижение расхода энергоносителей может быть обеспечено как модернизацией оборудования нагревательных печей и прокатных клетей, так и совершенствованием методов и систем управления нагревом и прокаткой металла.

В Институте проблем управления РАН на базе математического моделирования технологической линии «нагрев металла – горячая прокатка полос» разработан метод перераспределения энергии между отдельными участками ЛПК «печи – стан» [3, 4]. Метод основан на изменении режима обжатий в черновой группе клетей, обеспечивая, в зависимости от цены энергоносителей, оптимальную для различных производственных ситуаций температуру нагрева сляба и минимизируя тем самым энергозатраты при производстве горячекатаной полосы. Для решения задач энергосбережения применительно к ЛПК «печи – стан» указанный метод был реализован с использованием современных компьютерных и информационных технологий в виде алгоритмического и программного обеспечения СУЭТ (Система Управления Энергосберегающей Технологией) для листовых станов горячей прокатки, использующих слябы, поступающие из нагревательных печей.

Актуальность разработки ПО СУЭТ заключается в возможности выбора с его помощью оптимальных управляющих воздействий, обеспечивающих сокращение издержек производства, как при исходной настройке энергосберегающего управления, так и при ее коррекции в реальном масштабе времени.

## **2. Технологический объект управления**

В качестве объекта управления рассматривается часть технологической линии широкополосного стана горячей прокатки, включающая нагрев и черновую прокатку слябов. Типовой печью на станах горячей прокатки является многозонная методическая печь. Черновая прокатка слябов осуществляется в пяти последовательно расположенных клетях.

В черновой группе клетей осуществляется обжатие металла (раската) от толщины сляба  $H_{сл}$  на входе в черновую группу до толщины подката  $H_{п}$  на выходе из нее. Температура металла по мере его прокатки на этом участке снижается от температуры выдачи сляба из печи  $T_{сл}$  до температуры подката на выходе из черновой группы клетей  $T_{п}$ . Параметры  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$  и ширина сляба  $B_{сл}$  являются заданными значениями, а величина  $T_{сл}$  определяется возможностью обеспечения заданных параметров на выходе из черновой группы клетей.

Постановка задачи управления технологической линией «нагрев металла – горячая прокатка полос» заключается в следующем: при заданных параметрах  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$  и  $B_{сл}$  найти распределение обжатий металла в клетях черновой группы и температуру  $T_{сл}$ , обеспечивающие удовлетворение выбранного критерия оптимальности. Область допустимых управлений определена ограничениями на энергосиловые параметры процесса, конструктивными параметрами клетей и самой технологической линии. Управляющим воздействием является изменение режима обжатий в клетях черновой группы.

Критерий оптимальности энергосберегающего управления исходной настройкой ЛПК «печи – стан» представлен в виде

$$Z_{т} + Z_{э} + Z_{ок} \rightarrow \min$$

или в виде минимума отдельных удельных затрат. В формуле  $Z_{т}$ ,  $Z_{э}$ ,  $Z_{ок}$  – соответственно, затраты на топливо в нагревательных печах, на электроэнергию в прокатных клетях и на металл, ушедший в окалину при его нагреве в печах.

Коррекция исходной настройки осуществляется в соответствии с критерием минимизации отклонения температуры подката на выходе черновой группы при изменении параметров объекта.

### **3. Алгоритмы управления ЛПК «печи – стан»**

Для реализации ПО СУЭТ разработаны оригинальные алгоритмы исходной настройки системы управления и ее коррекции применительно к ЛПК «печи – стан», полное описание которых

представлено в [3, 4]. Основная суть этих алгоритмов заключается в определении оптимальных обжатий металла и температуры его нагрева в печи в соответствии с выбранным критерием оптимальности и принятыми ограничениями. Основные функции этих алгоритмов перечислены ниже:

1. Алгоритм расчета энергосиловых параметров прокатки при заданных обжатиях. Предназначен для определения энергосиловых параметров прокатки в черновых клетях и температуры нагрева сляба при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$ ,  $B_{сл}$  и обжатий металла в клетях.

2. Алгоритм оптимизации обжатия металла в клети. Предназначен для расчета обжатия металла в клети, обеспечивающего заданные значения энергосиловых параметров прокатки с учетом принятых ограничений.

3. Алгоритм расчета энергосберегающего режима. Предназначен для расчета температуры нагрева сляба, обжатий и энергосиловых параметров в черновых клетях, обеспечивающих минимальные суммарные затраты на нагрев и прокатку металла при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$  и  $B_{сл}$ .

4. Алгоритм расчета топливосберегающего режима. Предназначен для расчета температуры нагрева сляба, обжатий и энергосиловых параметров в черновых клетях, обеспечивающих минимальный расход топлива в печах при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$  и  $B_{сл}$ .

5. Алгоритм расчета электросберегающего режима. Предназначен для расчета температуры нагрева сляба, обжатий и энергосиловых параметров в черновых клетях, обеспечивающих минимальный расход электроэнергии на прокатку металла при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$  и  $B_{сл}$ .

6. Алгоритм расчета полной загрузки черновой группы. Предназначен для расчета температуры сляба и подката, обжатий и энергосиловых параметров в черновых клетях, обеспечивающих полную загрузку клетей при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$  и  $B_{сл}$ .

7. Алгоритм расчета равномерной загрузки черновой группы. Предназначен для расчета температуры нагрева сляба, обжатий и энергосиловых параметров в черновых клетях, обеспечивающих равномерность загрузки всех клеток при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $T_{п}$  и  $B_{сл}$ .

8. Алгоритм расчета режима контролируемой прокатки. Предназначен для расчета температуры сляба и подката, обжатий и энергосиловых параметров в черновых клетях при заданных значениях  $H_{сл}$ ,  $H_{п}$ ,  $B_{сл}$ ,  $T_{сл}$  и  $T_{п}$ .

9. Алгоритм расчета технико-экономических показателей нагрева и прокатки металла. Предназначен для определения значений основных статей расходов по переделу при обработке металла в комплексе «печи – стан горячей прокатки полос». К ним относятся, в первую очередь, затраты на электроэнергию при прокатке металла, затраты на топливо и потери от угара при нагреве металла в печи.

10. Алгоритм коррекции исходной настройки. Предназначен для перераспределения обжатий в черновых клетях при отклонении параметров прокатки от расчетных значений. Алгоритм функционирует в соответствии с принципами, разработанными сотрудниками НПО «Черметавтоматика» и Института проблем управления [1]: черновая группа условно разбивается на ряд областей управления, в каждую из которых входят три клетки:  $i$  – измерительная,  $(i + 1)$  – регулирующая,  $(i + 2)$  – контролирующая. Для первой области  $i$ -я клетка – это печь, для последней области  $(i + 2)$ -я клетка – последняя клетка черновой группы. Так, например, для пятиклетевой черновой группы можно выделить 4 области управления:

- 1) выход печи ( $i$ ) – 1-я клетка ( $i + 1$ ) – выход 2-ой клетки ( $i + 2$ );
- 2) выход 1-ой клетки ( $i$ ) – 2-я клетка ( $i + 1$ ) – выход 3-ей клетки ( $i + 2$ );
- 3) выход 2-ой клетки ( $i$ ) – 3-я клетка ( $i + 1$ ) – выход 4-ой клетки ( $i + 2$ );
- 4) выход 3-ей клетки ( $i$ ) – 4-я клетка ( $i + 1$ ) – выход 5-ой клетки ( $i + 2$ ).

Температура металла в клетке определяется косвенным образом на основе измеренного значения мощности (либо усилия) прокатки. Регулирование осуществляется при отклонении измеренной косвенным образом температуры в  $i$ -ой клетке от расчетного значения, определенного при исходной настройке. Расчет корректирующего воздействия для нажимного устройства ( $i + 1$ )-ой клетки с целью изменения толщины раската на ее выходе осуществляется таким образом, чтобы на выходе ( $i + 2$ )-ой клетки получить минимально возможное отклонение температуры металла от расчетного значения при неизменной (в пределах допуска) толщине раската на выходе этой клетки. Регулирование осуществляется с учетом приведенных выше ограничений, используемых при исходной настройке, а также дополнительных ограничений на величину и скорость перемещения нажимных винтов.

#### **4. Реализация ПО СУЭТ**

Для реализации энергосберегающего управления ЛПК «печи – стан» сотрудниками Института проблем управления РАН и ОАО «Черметавтоматика» разработана структурная схема АСУ с оптимизацией режимов прокатки [1, 2]. В основу АСУ положена двухуровневая структура, обеспечивающая управление температурой металла как в режиме прогноза, так и в реальном масштабе времени.

К верхнему уровню относится подсистема оптимизации исходной настройки технологической линии, т. е. определение оптимальных (в смысле минимума энергетических затрат) значений температуры и толщины металла во всех звеньях линии. Основными функциями подсистемы верхнего уровня являются:

- выбор стратегии управления (критерия оптимальности);
- расчет в соответствии с выбранным критерием оптимальности исходной настройки клеток черновой группы, обеспечивающей требуемые температуру и толщину раската на выходе из

черновой группы и температуру слябов на выходе из нагревательных печей;

- адаптивная идентификация параметров прокатки;
- выбор программ настройки черновых клетей;
- расчет исходных данных для локальных систем регулирования в черновых клетях и печах;
- расчет технико-экономических показателей прокатки данного типоразмера;
- коррекция температуры подката.

На нижнем уровне осуществляется коррекция исходной настройки и обработка текущей информации. Основные функции подсистемы нижнего уровня:

- обработка входных сигналов с целью косвенного определения энергетических характеристик прокатки в черновых клетях;
- расчет и реализация коррекции обжатия металла в черновых клетях с целью обеспечения заданной температуры раската на выходе каждой клетки.

В основе имитационных моделей, используемых в ПО СУЭТ, лежат представленные выше алгоритмы управления ЛПК «печи – стан». Структурно ПО СУЭТ построено в соответствии с модульным принципом: каждый модуль реализует один из режимов исходной настройки или ее коррекции. Такое построение облегчает сравнительный анализ того или иного режима прокатки и выбор наиболее приемлемого в различных производственных ситуациях.

Документирование и архивация информации в ПО СУЭТ осуществляется на уровне создания отдельных специализированных файлов для каждого режима исходной настройки и ее коррекции, а также файлов сервисной поддержки. В процессе функционирования ПО создаются файлы исходных и выходных данных, которые могут быть переданы в ЭВМ более высокого уровня. В зависимости от конкретных условий внедрения, в ПО СУЭТ могут быть внесены дополнительные изменения. ПО СУЭТ может использоваться для научных исследований, в



режиме советчика оператора прокатного стана, а также непосредственно в процессе управления механизмами черновых прокатных клетей.

## 5. Описание работы с программным обеспечением СУЭТ

После запуска ПО СУЭТ в верхней строке экрана располагается горизонтальное меню, каждый пункт которого содержит выпадающие вниз подменю (рис. 1). В свою очередь, из каждого пункта подменю можно вызвать соответствующую программу. Движение по пунктам меню и подменю осуществляется с помощью мыши и клавиш управления курсором.

Режимы исходной настройки	Параметры	Описание	Quit
В соответствии с инструкцией			
Энергосберегающий			
Топливосберегающий			
Электросберегающий			
Полная загрузка клетей			
Равномерная загрузка клетей			
Контролируемая прокатка			
Коррекция исходной настройки			

Рис. 1. Фрагмент экрана при выборе исходной информации

В пункте «Режимы исходной настройки» осуществляется выбор одного из режимов прокатки. В пункте «Параметры» осуществляется ввод исходных технико-экономических параметров процесса (стоимость энергоносителей и т.п.). В пункте «Описание» приводится общее описание ПО СУЭТ и принципов работы с ним. Пункт «Quit» предназначен для выхода, окончания работы с системой.

После выбора соответствующего режима пользователь вводит исходные данные о прокатываемом металле и получает таблицу результатов расчета оптимальных, в соответствии с выбранным критерием, параметров прокатки, а также технико-

экономические показатели процесса. При выборе режима коррекции исходной настройки пользователь имитирует (вводит) отклонение температуры нагрева сляба от заданного значения, определяемого режимом исходной настройки. На экране появляются в графическом виде результаты расчета коррекции толщины раската для соответствующего режима исходной настройки, обеспечивающей минимизацию отклонения температура подката (рис. 2).

### КОРРЕКЦИЯ ТОЛЩИНЫ РАСКАТА (электросберегающий режим)

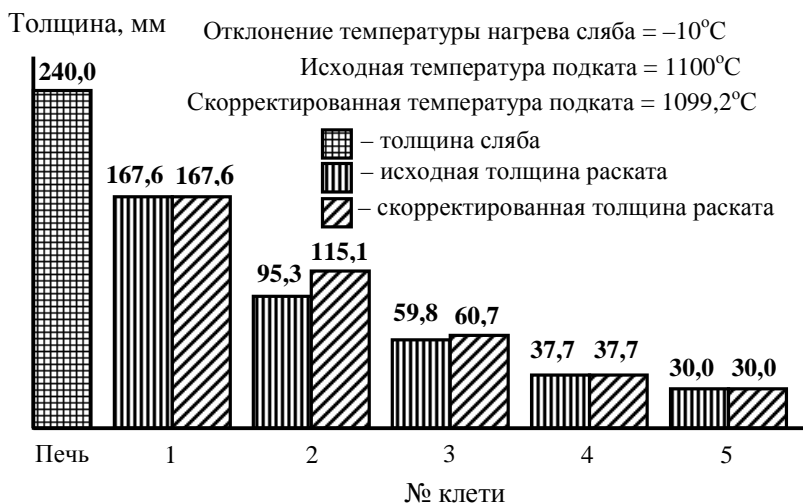


Рис. 2. Фрагмент экрана при имитации коррекции исходной настройки

Экономическая эффективность системы управления широкополосным станом горячей прокатки с использованием ПО СУЭТ определяется, в основном, следующими факторами:

- повышением производительности листопрокатного комплекса и уменьшением угара металла при нагреве слябов в печах благодаря сокращению времени нагрева;
- уменьшением затрат энергии на нагрев и прокатку металла;
- повышением качества готовой продукции благодаря стабилизации температуры подката на выходе из черновой группы клетей.

Конкретное значение технико-экономических показателей зависит, в основном, от конструкции листопрокатного комплекса, объема производства проката, а также затрат на создание системы.

## **6. Заключение**

В настоящее время комплекс СУЭТ используется как прототип тренажера диспетчера ЛПК «печи – стан» для проведения научных исследований и в учебном процессе. ПО СУЭТ может также использоваться непосредственно в процессе управления механизмами черновых прокатных клетей.

### **Литература**

1. БОЖКО Ю. П., БЫЧКОВ Н. П., ДОБРОНРАВОВ Д. Н., МАСАЛЬСКИЙ Я. С., ГЕНКИН А. Л., КУДЕЛИН А. Р. *Устройство регулирования температуры подката для широкополосного стана горячей прокатки* // Авт. свид. СССР №1444003. – Открытия. Изобретения. – 1988. – №46.
2. ГЕНКИН А. Л., ВЛАСОВ С. А., МАСАЛЬСКИЙ Я. С. *Возможности энергосберегающего управления листопрокатным комплексом* // Автоматизация в промышленности. – 2003. – №3. – С. 44-47.
3. ГЕНКИН А. Л., КУДЕЛИН А. Р. *Проблемы энергосберегающего управления листопрокатным комплексом. Ч. I* // Проблемы управления. – 2006. – №6. – С. 51-54.

4. ГЕНКИН А. Л., КУДЕЛИН А. Р. *Проблемы энергосберегающего управления листопрокатным комплексом. Ч. II // Проблемы управления.* – 2007. – №1. – С. 51-57.

**PACKAGE OF ALGORITHMIC AND SOFTWARE MODULES FOR SYSTEM USED IN ENERGY-SAVING TECHNOLOGY (SUET) AT HOT STRIP ROLLING**

**Arkady Genkin**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., Senior Researcher ([algenkin@yandex.ru](mailto:algenkin@yandex.ru)).

*Abstract: The software and algorithmic complex SUET is developed. Its simulation models support initial setup and tuning of “reheat metal – hot strip rolling” line basing on the energy-saving criteria.*

**Keywords:** mathematical modeling, energy-saving control, algorithm, hot strip rolling complex.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Н.Н. Бахтадзе.*

УДК 62.50  
ББК Ж 30

## **АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ С ИДЕНТИФИКАЦИЕЙ НА СКОЛЬЗЯЩИХ РЕЖИМАХ <sup>1</sup>**

**Андриевский Б. Р. <sup>2</sup>**  
**Фрадков А. Л. <sup>3</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук Институт проблем  
машиноведения РАН, Санкт-Петербург)*

*Рассматривается адаптивное управление угловым боковым движением беспилотного летательного аппарата при слежении за командным сигналом по углу рыскания и наведении. Предложено использовать комбинированный адаптивный регулятор, содержащий параллельный компенсатор («шунт»), контур идентификации параметров, регулятор с переменной структурой и настраиваемую последовательную модель. Процедура синтеза адаптивного регулятора продемонстрирована на типовой модели динамики движущегося в атмосфере летательного аппарата. Приведен численный пример управления полетом многорежимно-го летательного аппарата.*

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты №№ 08-01-00775, 09-08-00803, Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых ученых и ведущих научных школ, проект НШ-2387.2008.1 и Межсекционной программы фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН 2 «Проблемы управления и безопасности энергетики и технических систем». Авторы признательны С. А. Красновой и В. А. Уткину (ИПУ РАН) за внимание к работе и ряд полезных замечаний.

<sup>2</sup> Андриевский Борис Ростиславич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник ([boris.andrievsky@gmail.com](mailto:boris.andrievsky@gmail.com)).

<sup>3</sup> Фрадков Александр Львович, доктор технических наук, заведующий лабораторией ([alexander.fradkov@gmail.com](mailto:alexander.fradkov@gmail.com)).

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, адаптивное управление, метод шунтирования, идентификация, скользящий режим.

## 1. Введение

С развитием авиационной техники к системам автоматического управления летательными аппаратами (ЛА) предъявляются все более строгие требования. Системы автопилотирования ЛА должны обеспечивать точную и быструю реакцию на командное воздействие, несмотря на значительные изменения условий полета. Поэтому важным требованием при разработке автопилотов является обеспечение высоких динамических свойств при существенной параметрической неопределенности [7, 16, 17, 39]. Адаптивное управление [2, 3, 7, 11, 16, 17, 21, 24] является одним из основных методов выполнения указанных требований. Выбранный метод адаптации должен удовлетворять противоречивым требованиям к быстродействию процесса адаптации и качеству процессов в системе при недостатке текущей информации о элементах движения ЛА. Алгоритмы управления систем с *переменной структурой*, использующих принудительные *скользящие режимы*, обеспечивают высокое быстродействие при парировании параметрических возмущений в некоторой области [20], но в общем случае не обеспечивает оптимального поведения замкнутой системы. Методы настройки регулятора, основанные на *адаптивной идентификации*, облегчают возможность решения оптимизационных задач, но обычно связаны с более длительным периодом настройки [2, 3, 7, 17, 24].

В данной статье для задачи управления полетом многорежимного ЛА используется *комбинированный* адаптивный регулятор [5, 25], который включает как регулятор с переменной структурой, так и подсистему идентификации, что облегчает выполнение указанных выше требований. При синтезе регулятора учитывается также неполнота сведений о текущих координатах объекта управления. Недостаток информации о состоянии объекта мотивирует разработку методов адаптивного управления с неизвест-

ным относительным порядком модели объекта и при измерении только его выхода (а не производных), см. [9, 15]. Недостатком известных методов является сложность (высокий порядок) предлагаемых алгоритмов, которая затрудняет их реализацию и снижает помехоустойчивость. Некоторые более простые алгоритмы предложены в [15] и описаны в книге [14]. На преодоление этого недостатка направлен также развитый в [23, 25, 26] *метод шунтирования*, основанный на использовании параллельного компенсатора (шунтирующего звена, или «шунта»). Основная идея метода заключается в обеспечении свойства строгой минимально-фазовости (СМФ) расширенного объекта (включающего собственно объект управления и компенсатор [14, 23, 30, 31, 35]).

В 1960-х годах в ИПУ РАН положено начало развитию теории и методов применения систем управления *с переменной структурой* (СПС) [10, 18–20]. Основная идея построения СПС состоит в использовании переключающихся законов управления (соответствующим различным *структурам* замкнутой системы) [19, 20]. Переключение происходит на основе текущей информации о состоянии объекта управления в соответствии с выбранной *функцией переключения*. Такой принцип построения устройства управления существенно расширяет возможности управления вследствие использования полезных свойств каждой из структур и, кроме того, позволяет получить новые свойства, не присущие ни одной из них. Возможны различные способы построения СПС. Наиболее универсальным и разработанным методом является принудительная организация в замкнутой системе *скользящих режимов*, при которых изображающая точка в пространстве состояний системы движется по выбранной поверхности. На эту поверхность точка попадает за конечное время после начала переходного процесса [18, 20], а затем остается на ней. В результате поведение замкнутой системы мало зависит (или совсем не зависит) от параметров объекта управления, а определяется выбранным при синтезе регулятора уравнением поверхности переключения. Тем самым, принудительные скользящие режимы позволяют снизить чувствительность системы к параметрическим и

координатным возмущениям, а также добиться инвариантности по отношению к задающему воздействию. Требуемые динамические свойства замкнутой системы обеспечиваются надлежащим выбором поверхности переключения, вид которой задается при синтезе. Полезной особенностью скользящих режимов является также возможность *декомпозиции* задачи проектирования. Синтез регулятора разбивается на две более простые подзадачи:

- создание устойчивых скользящих режимов;
- выбор поверхности переключения, движение по которой обладает желаемыми свойствами.

Скользящие режимы могут использоваться также для идентификации параметров и состояния объекта [12, 20].

В [5, 25] предложен подход, основанный на совместном использовании метода шунтирования, скользящих режимов и процедуры идентификации. Алгоритм управления включает регулятор с переменной структурой с принудительными скользящими режимами [20], алгоритм параметрической идентификации и параллельный компенсатор (или *шунт*) [23, 25, 30, 31, 34]. Использование метода позволяет существенно снизить требования к полноте текущей информации о поведении объекта. Комбинированный алгоритм адаптации обеспечивает заданные динамические свойства замкнутой системы при изменении параметров объекта управления в широких пределах.

В данной работе показано применение подхода [5, 25] к таким задачам управления ЛА, как отработка командного угла рыскания и задача сближения с подвижным объектом (самонаведение). Результаты работы были ранее частично изложены в [5, 27, 28, 32].

Постановка задачи адаптивного управления угловым движением ЛА дается в разделе 2, где также приведена используемая в данной работе модель динамики ЛА. Общая процедура синтеза комбинированных адаптивных регуляторов указанного типа описана в разделе 3. Применению данного метода для управления боковым угловым движением ЛА посвящен раздел 4, где рассмотрен процесс отработки программного задающего сигнала рыскания, а также процесс сближения с движущейся целью.



Приведены результаты моделирования для гипотетического ЛА.

## 2. Постановка задачи. Уравнения динамики ЛА

В качестве примера применения предложенного метода рассмотрим задачу управления движением летательного аппарата (ЛА) по рысканию. Пусть ЛА имеет постоянные, априорно неопределенные параметры, значения которых лежат в заданной ограниченной области. Заметим, что подобная ситуация может иметь место при полете на различных режимах, когда высота, скорость и нагрузка ЛА изменяются медленно по сравнению с темпом угловых движений. Для описания динамики углового движения ЛА используем следующие линеаризованные уравнения [6–8]

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{\beta}(t) = \omega_y(t) + a_z^\beta \beta(t) - a_z^{\delta_r} \delta_r(t), \\ \dot{\omega}_y(t) = -a_{m_y}^\beta \beta(t) - a_{m_y}^{\omega_y} \omega_y(t) - a_{m_y}^{\delta_r} \delta_r(t), \\ \dot{\psi}(t) = \omega_y(t), \end{cases}$$

где  $\psi(t)$ ,  $\omega_y(t)$  – угол и угловая скорость рыскания;  $\beta(t)$  – угол

скольжения;  $\delta_r(t)$  – угол поворота рулей направляющих;  $a_z^\beta$ ,  $a_{m_y}^\beta$ ,  $a_{m_y}^{\omega_y}$ ,  $a_{m_y}^{\delta_r}$  и  $a_{m_y}^{\delta_r}$  – параметры ЛА. Их значения зависят от указанных выше факторов и могут изменяться в широких пределах в зависимости от высоты и скорости полета. Точные значения параметров априорно не определены. Предполагаем также, что динамикой исполнительного органа можно пренебречь и считать, что управляющим сигналом, вырабатываемым автопилотом, является непосредственно величина отклонения рулей  $\delta_r(t)$ . Считаем, что доступна измерению только регулируемая координата  $\psi(t)$ , без угловой скорости  $\omega_y(t)$ . Уравнениям (1) отвечает передаточная функция (2), где  $\deg A(s) = 3$ ,  $\deg B(s) = 1$ ,  $k = 2$ .

Естественным требованием является обеспечение заданных динамических характеристик замкнутой системы “автопилот–ЛА” для различных условий полета. Эти требования часто выражаются через заданную *эталонную модель*.

Коэффициенты передаточной функции объекта управления (2) связаны с параметрами модели ЛА (1) соотношениями

$$a_1 = a_{m_y}^{\omega_y} - a_z^\beta, \quad a_2 = a_{m_y}^\beta - a_{m_y}^{\omega_y} a_z^\beta,$$

$$a_3 = 0, \quad b_0 = -a_{m_y}^{\delta_r}, \quad b_1 = a_{m_y}^{\delta_r} a_z^\beta + a_y^{\delta_r} a_{m_y}^\beta.$$

### 3. Алгоритм комбинированного адаптивного управления

Для решения поставленной задачи применим комбинированный адаптивный регулятор [5, 25, 32]. Ниже, следуя [5], приводятся вспомогательные сведения, необходимые для дальнейшего изложения.

#### 3.1. Математическая формулировка задачи

Рассмотрим линейный стационарный объект управления со скалярным управлением и выходом, уравнения состояния которого имеют вид

$$(1) \quad \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t), \quad y_p(t) = C_p x_p(t),$$

где  $x_p(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}$ ,  $y_p(t) \in \mathbb{R}$ . Передаточная функция объекта (1) имеет вид

$$(2) \quad W_p(s) = C_p (sI_n - A_p)^{-1} B_p = \frac{B(s)}{A(s)},$$

где  $s \in \mathcal{C}$  – аргумент;  $\deg A(s) = n$ ,  $\deg B(s) = m$ ,  $k = n - m$  – относительный порядок передаточной функции объекта. Полагаем, что  $W_p(0) > 0$ ,  $k > 1$ .

Рассмотрим задачу адаптивного управления объектом при существенной априорной неопределенности его параметров. Кроме того, считаем, что измерению доступен только выход  $y(t)$  (а не его производные). Пусть требуется, чтобы поведение замкнутой системы отвечало следующему уравнению (см. также [2, 16, 24, 30])

$$(3) \quad A_m(p)y_p(t) = KB(p)r(t),$$

где  $r(t)$  – задающее (командное) воздействие;  $p$  – оператор дифференцирования ( $p = d/dt$ );  $A_m(s)$  – некоторый заданный гурвицев

многочлен степени  $n$ ;  $K = \frac{A_m(0)}{B(0)}$ . Уравнение (3) соответствует

рассмотренной в работах [22, 26] неявной эталонной модели и приводит к менее жестким ограничениям на поведение системы, чем явная эталонная модель (см., напр., [11, 16]). Параметр  $K$  вводится для обеспечения астатизма системы.

### 3.2. Алгоритмическая структура комбинированного адаптивного регулятора

Используемый в данной работе алгоритм адаптивного управления включает в себя:

- регулятор систем с переменной структурой (СПС) для организации скользящих режимов, обеспечивающий «идеальное» слежение за командным сигналом;
- *настраиваемую* последовательную модель (далее называемую «*префильтром*»), предназначенную для выработки командного сигнала на СПС;
- блок параметрической идентификации объекта;
- шунтирующее звено, позволяющее снизить число измеряемых выходных координат объекта.

Ниже подробно описываются алгоритмы работы указанных подсистем.

### 3.3. Метод шунтирования

Для достижения цели (3) обеспечим точное слежение за преобразованным командным сигналом  $y_f(t)$ , который вырабатывается настраиваемым префильтром, уравнения которого приводятся ниже. Эта задача может быть решена путем организации движения в скользящем режиме [20]. Можно показать, что условие строгой минимально-фазовости (СМФ) [21, 22] достаточно как для обеспечения скользящего режима, так и для решения задачи прямого адаптивного управления с эталонной моделью. Для

скалярных объектов условие СМФ означает, что числитель передаточной функции объекта – гурвицев многочлен с положительными коэффициентами и  $k = 1$ . В данной задаче выполнение этого условия не предполагается. Возникающих при этом трудностей можно избежать введением *параллельного компенсатора* («шунта»), развитого в работах [5, 23, 26, 29, 35, 36], что позволяет обеспечить выполнение указанного условия для расширенного объекта, включающего собственно объект управления и шунт.

Обозначим передаточную функцию шунта через

$$W_c(s) = \frac{B'(s)}{A'(s)}, \quad \deg A'(s) = n'.$$

Выход расширенного объекта  $y(t) = y_p(t) + y_c(t)$ . Передаточная функция расширенного объекта от  $u$  к  $y$  имеет вид

$$(4) \quad W(s) = W_p(s) + W_c(s) = \frac{F(s)}{A(s)A'(s)},$$

где  $F(s) = A(s)B'(s) + A'(s)B(s)$ .

Шунтирующее звено возьмем в виде, предложенном в работе [23]:

$$(5) \quad W_c(s) = \frac{\kappa\varepsilon(\varepsilon s + 1)^{k-2}}{(s + \lambda)^{k-1}}, \quad \lambda > 0.$$

Как показано в [23], расширенный объект (4) с шунтом (5) обладает следующими свойствами:

- 1) Пусть  $W_p(s)$  (2) – минимально-фазовая ( $B(s)$  – гурвицев многочлен), имеет относительный порядок  $k > 1$  и  $W_p(0) > 0$ . Тогда существуют параметр  $\kappa_0 > 0$  и функция  $\varepsilon_0(\kappa) > 0$  такая, что передаточная функция  $W(s) = W_p(s) + W_c(s)$  – строго минимально-фазовая (СМФ) для всех  $\kappa > \kappa_0$  и  $0 < \varepsilon < \varepsilon_0(\kappa_0)$ .

- 2) Пусть  $W_p(s)$  – устойчивая ( $A(s)$  – гурвицев многочлен), имеет относительный порядок  $k > 1$  и  $W_p(0) > 0$ . Тогда для любого  $\varepsilon > 0$  существует достаточно большое значение  $\kappa_0$  такое, что  $W(s) = W_p(s) + W_c(s)$  – СМФ для всех  $\kappa \geq \kappa_0$ .

Таким образом, можно ввести шунт (5) порядка  $\deg(A_s(s)) = k - 1 = n - m - 1$ , который при достаточно большом  $\kappa$  и малом  $\varepsilon$  обеспечивает условие СМФ для расширенного объекта (4) при любом минимально-фазовом объекте управления и произвольной заданной области параметров. Как следует из утверждения 2, при другом способе выбора параметров шунта (5), условие СМФ выполняется для устойчивых (и, возможно, неминимально-фазовых) объектов. В этом случае уравнение шунта можно упростить, а

именно, вместо (5) можно взять  $W_c(s) = \frac{\kappa}{s + \lambda}$ .

### 3.4. Настраиваемая последовательная модель

Для обеспечения слежения за  $r(t)$  с заданной динамикой заметим, что выход расширенного объекта  $y(t)$  не совпадает с выходом объекта управления  $y_p(t)$  и идеальное слежение  $y(t)$  за  $y_f(t)$  не означает того же самого для  $y_p(t)$ . Отсюда определяются условия для выбора последовательной модели (префильтра). Получим передаточную функцию  $W_r(s)$  от  $r(t)$  к  $y_p(t)$ , предполагая, что  $y(t) \equiv y_f(t)$ . Учитывая (4) и уравнение, шунта получим, что

$$(6) \quad W_r(s) = W_f(s) \frac{B(s)A'(s)}{F(s)},$$

где  $W_f(s)$  – передаточная функция префильтра. Из (3), (6) следует что цель управления будет достигнута, если  $y(t) \equiv y_f(t)$  и если  $W_f(s)$  взять в виде

$$(7) \quad W_f(s) = \frac{KF(s)}{A_m(s)A'(s)},$$

где  $K = \frac{A_m(0)}{B(0)}$ .

Уравнение (7) в неадаптивном случае описывает фильтр с постоянными параметрами. При неопределенности параметров объекта вместо (7) следует использовать настраиваемый префильтр, задаваемый уравнениями

$$(8) \quad \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f r(t), \quad y_f(t) = \Omega^T(t) x_f(t),$$

где  $x_f(t) \in \mathbb{R}^N$ ;  $\Omega(t) \in \mathbb{R}^N$  – вектор настраиваемых параметров:  $\Omega(t) = [\omega_1(t), \omega_2(t), \dots, \omega_N(t)]^T$ ,  $N = n + n'$ . Номинальное значение  $\Omega(t) \equiv \Omega_*$  зависит от параметров объекта и должно удовлетворять (7) для передаточной функции  $W_f(s) = \Omega_*^T (sI - A_f)^{-1} B_f$ . При записи уравнений префильтра в канонической

форме фазовой переменной выполнено  $F(s) = \sum_{i=1}^N \omega_i^* s^{N-i}$ . Отсюда получается система линейных уравнений для параметров префильтра:  $\omega_i^*$ ,  $i = 1, \dots, N$

$$(9) \quad \sum_{i=1}^N \omega_i^* s^{N-i} = K(A(s)B'(s) + A'(s)B(s)).$$

Эти значения зависят от параметров объекта. Для получения в реальном времени оценок неизвестных параметров используем описанный ниже алгоритм *адаптивной идентификации*.

### 3.5. Алгоритм идентификации параметров

Для оценки неизвестных параметров объекта по измерениям только входного и выходного сигналов воспользуемся известным алгоритмом идентификации, представляющим собой вариант расширенного фильтра Калмана [7, 13, 24, 33].

Запишем полиномы  $A(s)$ ,  $B(s)$  передаточной функции объекта (2) в виде

$$A(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n, \quad B(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1},$$

где  $a_i, b_j$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 0, 1, \dots, m-1$ ) – неизвестные параметры объекта.

Введем вектор  $\tilde{\varphi}$  («регрессор») как

$$\tilde{\varphi}(t) = [\tilde{y}^{(n-1)}(t), \dots, \dot{\tilde{y}}(t), \tilde{y}(t), -\tilde{u}^{(m)}(t), \dots, -\tilde{u}(t)]^T,$$

где  $\tilde{u}, \tilde{y}$  – выходы фильтров состояния, возбуждаемых сигналами  $u(t), y(t)$ :

$$(10) \quad D(p)\tilde{y}(t) = y(t), \quad D(p)\tilde{\varphi}(t) = \varphi(t)$$

с некоторым гурвицевым многочленом  $D(p) = p^n + d_1 p^{n-1} + \dots + d_n$  степени  $n$ . Заметим, что компоненты вектора  $\varphi(t)$  могут быть получены на основе измерений только входа и выхода объекта управления (без выполнения операции дифференцирования).

Обозначим через  $\theta$  вектор оценок параметров объекта

$$\theta = \text{col}\{\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_{m-1}\},$$

где  $\hat{a}_i, \hat{b}_j$  – оценки соответствующих коэффициентов  $a_i$  и  $b_j$  передаточной функции (2).

Алгоритм идентификации имеет вид

$$(11) \quad \dot{\theta}(t) = -\Gamma(t)\varphi(t)\varepsilon(t),$$

где «невязка» алгоритма  $\varepsilon(t)$  определяется как

$$(12) \quad \varepsilon(t) = \tilde{y}^n(t) + \theta^T(t)\varphi(t),$$

а матричный коэффициент усиления  $\Gamma(t)$  задается уравнением

$$(13) \quad \begin{aligned} \dot{\Gamma}(t) &= -\Gamma(t)\tilde{\varphi}(t)\tilde{\varphi}^T(t)\Gamma(t) + \alpha\Gamma(t), \\ k_0 I &\geq \Gamma(0) = \Gamma(0)^T > 0, \end{aligned}$$

в котором  $\alpha > 0$  – параметр регуляризации;  $k_0 > 0$  – величина начального значения матрицы усиления.

Замечание 1. Известны и другие варианты алгоритма идентификации (11)-(13). Например, вместо (13) можно использовать алгоритм [5, 25]

$$(14) \quad \begin{aligned} \dot{\Gamma}(t) &= -\Gamma(t)\varphi(t)\varphi^T(t)\Gamma(t) + \\ &+ \left( \Gamma(t) - \frac{1}{k_0}\Gamma(t)^2 \right), \quad \Gamma(0) = k_0 I. \end{aligned}$$

Результаты применения алгоритмов (13), (14) показывают, что алгоритм (14) лучше работает в условиях помех, а алгоритм (13) обладает более высокой скоростью оценивания и, следовательно, обладает преимуществом при существенной нестационарности объекта.

Доказательство сходимости оценок параметров модели объекта к их истинным значениям опирается на предположение, что система подвержена *неисчезающему возбуждению* со стороны сигнала управления  $u(t)$  [5, 21, 24, 25].

### 3.6. Регулятор с переменной структурой

Предположим теперь, что шунт (5) выбран надлежащим образом и расширенный объект (4) удовлетворяет условию СМФ. Таким образом, в рассматриваемой задаче требуется найти управляющее воздействие  $u(t)$  и закон настройки  $\Omega(t)$  в (8) такой, что для любого данного значения относительного порядка  $k$  объекта управления, его выход асимптотически удовлетворяет (3). С этой целью используем регулятор с переменной структурой [20, 38] со скользящим режимом, обеспечивающий сходимость ошибки слежения  $\sigma(t) = y(t) - y_f(t)$  к нулю за конечное время. Для обеспечения скользящего режима на поверхности  $\sigma = y - y_f = 0$  выберем сигнал управления в виде

$$(15) \quad u(t) = -k_s \sigma(t) - \gamma \text{sign}(\sigma(t)),$$

где  $k_s > 0$  и  $\gamma > 0$  — параметры. Управление (15) обеспечивает существование у системы устойчивого скользящего режима [5, 25].

Структурная схема адаптивной системы представлена на рис. 1.

При обосновании сходимости оценок параметров при идентификации к их истинным значениям обычно возникает *условие исчезающего возбуждения* [14, 21, 24, 37]. Выполнение указанного условия в рассматриваемой системе управления ЛА неочевидно, так как идентификация осуществляется в замкнутом контуре управления угловым положением и, кроме того, командный



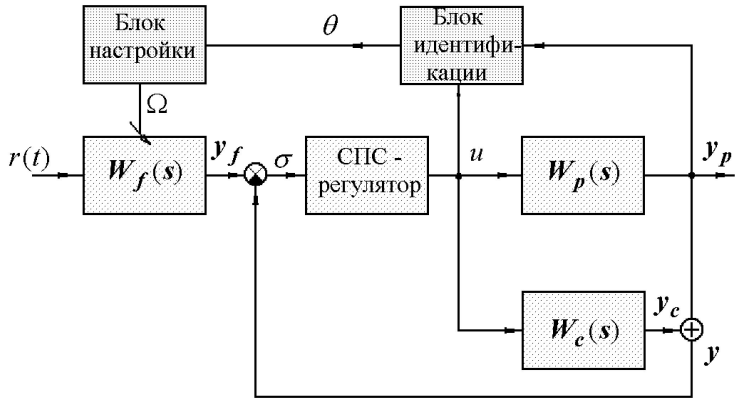


Рис. 1. Структурная схема адаптивной системы

сигнал, вырабатываемый пилотажной системой более высокого уровня (например, навигационной системой, летчиком или контуром самонаведения), также зависит от текущего положения ЛА. Аналитическая проверка этого условия в сложной многоконтурной нелинейной нестационарной системе с разрывным управлением встречает значительные трудности, поэтому работоспособность процедуры идентификации исследована в настоящей работе компьютерным моделированием.

#### 4. Адаптивное управление летательным аппаратом.

Применим описанные в предыдущем разделе алгоритмы к сформулированной в разделе 2 задаче управления ЛА.

##### 4.1. Задача слежения за задающим воздействием

Очевидно, что здесь не требуется проводить оценивания  $a_3$ ; следовательно, можно уменьшить число оцениваемых параметров и упростить алгоритм идентификации.

В рассматриваемом примере относительный порядок объекта

$k = 2$  и шунт (5) может быть задан передаточной функцией

$$(1) \quad W_c(s) = \frac{\kappa}{s + \lambda}, \quad \kappa > 0, \lambda > 0.$$

Используем фильтры состояния (10) третьего порядка с характеристическим многочленом  $D(s) = s^3 + d_1s^2 + d_2s + d_3$ .

Для рассматриваемой системы в алгоритме идентификации (11) компонентами вектора оценок  $\theta(t) \in \mathbb{R}^4$ , получаемого алгоритмом идентификации (11), являются оценки параметров  $a_1, a_2, b_0, b_1$  передаточной функции ЛА. Входящая в формулы (13), (14) матрица  $\Gamma(t)$  имеет для данного примера четвертый порядок.

Рассмотрим теперь регулятор с переменной структурой. Введем выходной сигнал «расширенного» объекта  $y_a(t) = \psi(t) + y_c(t)$ , где  $y_c(t)$  – выход шунтирующего звена и выберем сигнал управления в виде

$$(2) \quad \delta_r(t) = -k_s \sigma(t) - \gamma \operatorname{sign} \sigma(t),$$

где  $\sigma(t) = y(t) - y_f(t)$ ;  $y_f(t)$  – выход префильтра (8).

Для достижения цели управления (3) найдем параметры префильтра так, чтобы при выполнении предположения о сходимости оценок параметров ЛА в установившемся режиме к их истинным значениям уравнения префильтра (8) удовлетворяли (7),

где  $K = \frac{A_m(0)}{B(0)}$  и многочлен  $F(s) = A_p(s)B'(s) + A'(s)B_p(s)$ .

Характеристический многочлен эталонной модели (3) для данной задачи имеет порядок три,  $A_m(s) = p^3 + a_1^m p^2 + a_2^m p + a_3^m$ . Для данной системы получаем

$$(3) \quad F(s) = \kappa s^3 + (\kappa a_1 + b_0)s^2 + (\kappa a_2 + b_0 \lambda + b_1)s + b_1 \lambda$$

и знаменатель передаточной функции  $W_f(s)$  (7) – многочлен четвертой степени:

$$A_m(s)A'(s) = s^4 + (\lambda + d_1)s^3 + (\lambda d_1 + d_2)s^2 + (\lambda d_2 + d_3)s + \lambda d_3.$$

Окончательно получаем следующие уравнения настраиваемого префильтра (8):

$$\begin{aligned}\dot{x}_{f,1}(t) &= x_{f,2}(t), \\ \dot{x}_{f,2}(t) &= x_{f,3}(t), \\ \dot{x}_{f,3}(t) &= x_{f,4}(t), \\ \dot{x}_{f,4}(t) &= -\lambda d_3 x_{f,1}(t) - d_3 x_{f,2}(t) - (\lambda d_1 + d_2) x_{f,3}(t) \\ &\quad - (\lambda + d_1) x_{f,4}(t) + r(t),\end{aligned}$$

$$y_f(t) = K(t) \sum_{i=1}^4 \omega_i(t) x_{f,i}(t),$$

$$\begin{aligned}\omega_1(t) &= \theta_4(t)\lambda, & \omega_2(t) &= \theta_4(t) + \lambda\theta_3(t) - \kappa\theta_2(t), \\ \omega_3(t) &= \theta_3(t) - \kappa\theta_1(t), & \omega_4 &= \kappa,\end{aligned}$$

$$(4) \quad K(t) = \frac{d_3}{\theta_4(t)}.$$

Проверим теперь выполнение условия СМФ для рассматриваемой системы. В данном случае числитель  $F(s)$  передаточной функции расширенного объекта (4) имеет вид (3) и должен быть гурвицевым многочленом третьей степени. Коэффициенты числителя передаточной функции ЛА имеют отрицательные значения [7, 8],  $b_0 < 0$ ,  $b_1 < 0$ . Следовательно, для параметров ЛА и шунта должны выполняться неравенства:

$$(5) \quad \begin{aligned}\kappa < 0, & \quad b_0 + \kappa a_1 < 0, & \quad \lambda b_0 + \kappa a_2 + b_1 < 0, \\ \lambda b_0^2 + \kappa \lambda a_1 b_0 + \kappa^2 a_1 a_2 + b_0 b_1 - \kappa \lambda b_1 > 0.\end{aligned}$$

Для примера рассмотрим численный пример управления углом рыскания гипотетического ЛА, имеющего для различных режимов полета параметры, указанные в таблице 1.

Таблица 1. Параметры модели ЛА

	$a_z^\beta$	$a_{m_y}^\beta$	$a_{m_y}^{\omega_y}$	$a_{y_r}^{\delta_r}$	$a_{m_y}^{\delta_r}$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$
№	$c^{-1}$	$c^{-2}$	$c^{-1}$	$c^{-1}$	$c^{-1}$	$c^{-2}$	$c^{-2}$	$c^{-2}$	$c^{-3}$
1	-1,10	15,5	1,20	0,09	33,0	2,3	16,8	-33	-35
2	-0,86	5,81	0,18	0,06	9,15	1,0	6,0	-9,2	-7,5
3	-1,34	-12,5	0,45	0,07	15,2	1,8	-12	-15,2	-21,2

Как видно из таблицы, параметры изменяются в широких пределах и режим 3 соответствует статически неустойчивому ЛА.

Зададим следующие значения параметров алгоритмов управления и идентификации:

– характеристический многочлен эталонной модели

$$A_m(s) = s^3 + a_1^m s^2 + a_2^m s + a_3^m,$$

$$a_1^m = 14,2 \text{ c}^{-1}, a_2^m = 51 \text{ c}^{-2}, a_3^m = 90 \text{ c}^{-3}.$$

– параметры шунтирующего звена:  $\lambda = 10 \text{ c}^{-1}$ ,  $\kappa = -2$ ;

– параметры фильтров (7):  $d_1 = 20 \text{ c}^{-1}$ ,  $d_2 = 200 \text{ c}^{-2}$ ,  $d_3 = 10^3 \text{ c}^{-3}$ ;

– параметры регулятора с переменной структурой:  $k_s = 10$ ,  $\gamma = 3$ ;

– начальные значения переменных в процедуре идентификации:  $\Gamma(0) = k_0 I$ ,  $k_0 = 10^3$ ,  $\theta(0) = [0, 0, 0, -10]$ ; параметр  $\alpha = 5$ .

Неравенства (5) определяют область СМФ расширенного объекта, т. е. диапазон значений параметров ЛА, для которых применим закон управления (2). На рис. 2 показана область ужесточенной СМФ, для которой числитель передаточной функции расширенного объекта (4)  $F(s)$  имеет степень устойчивости  $\eta = 0,5$ . При построении области СМФ варьировались параметры  $a_y^\alpha$ ,  $a_{m_y}^\alpha$ ,

$a_{m_y}^\delta$ . Параметры  $a_{y_r}^{\delta_r} = 0,07 \text{ c}^{-1}$ ,  $a_{m_y}^{\omega_y} = 0,18 \text{ c}^{-2}$ . Цифрами на рис. 2 обозначены точки, соответствующие строкам таблицы.

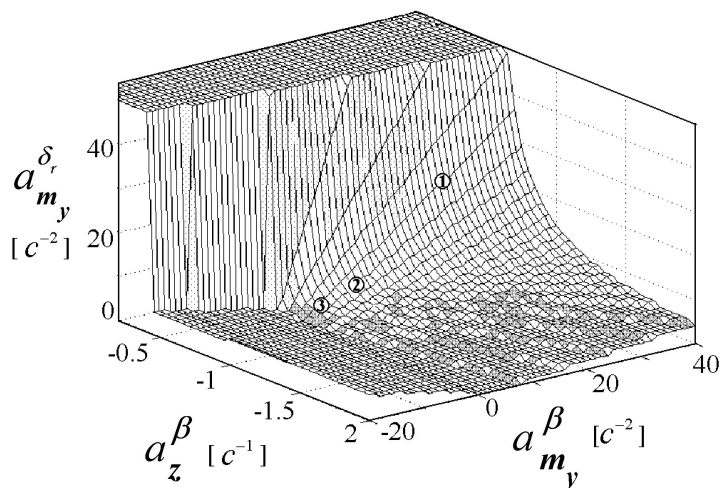


Рис. 2. Граница области СМФ для  $\eta = 0.5$ .

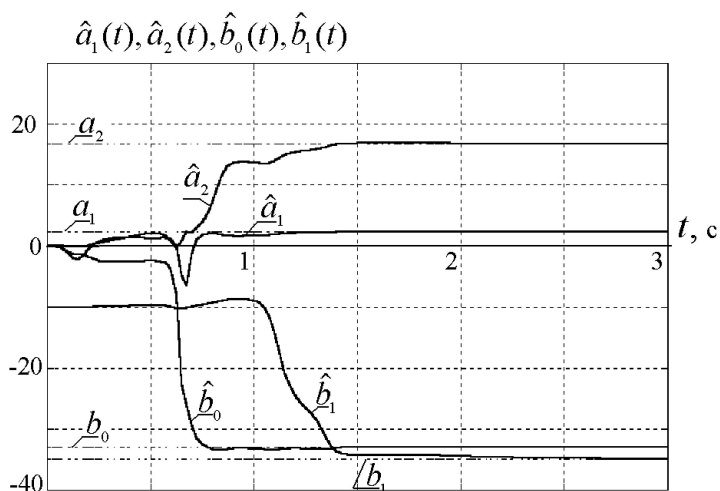


Рис. 3. Процесс идентификации параметров ЛА

Результаты моделирования приведены на рис. 3, 4.

Переходные процессы по углу рыскания при задающем воз-

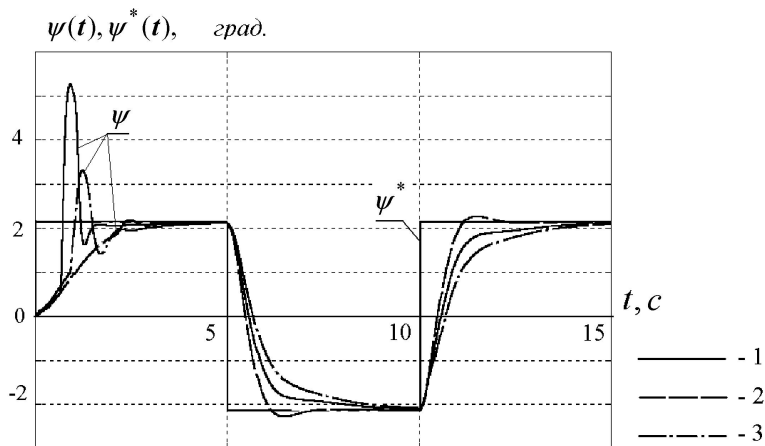


Рис. 4. Переходные процессы по углу рысканья ЛА

действии  $r(t) \equiv \psi^*(t)$  в виде «прямоугольной волны»

$$\psi^*(t) = \psi_0^* \text{sign}(\sin(0,2\pi t)),$$

где  $\psi_0^* = 5$  град. для различных значений параметров из таблицы 1 приведены на рис. 3. На рис. 4 показаны графики оценок параметров ЛА для режима 1 (следует обратить внимание на разницу масштабов времени). Результаты моделирования показывают достаточно высокую скорость настройки параметров регулятора. Некоторое отличие переходных процессов в системе по истечении времени адаптации связано с тем, что числитель передаточной функции замкнутой «эталонной» системы имеет нуль, совпадающий с нулем передаточной функции ЛА (см. (3)) и, следовательно, зависит от изменяющегося параметра  $a_z^\beta$ .

**Замечание 2.** Выбор малого статического коэффициента передачи шунта (1) (отношения  $\kappa/\lambda$ ) приводит к тому, что выход расширенного объекта  $y_a(t)$  от угла рысканья ЛА  $\psi(t)$  отличается незначительно. Поэтому иногда можно пренебречь искажениями, вносимыми шунтом при обработке командного сигнала  $\psi^*(t)$ , и, следовательно, исключить процедуру настройки префильтра, а

также связанную с ней процедуру параметрической идентификации. Это приводит к существенному упрощению структуры адаптивного регулятора, а также к повышению помехоустойчивости системы.

З а м е ч а н и е 3. В состав бортовой аппаратуры управления ЛА обычно входит датчик угловой скорости (ДУС), позволяющий измерять угловую скорость рыскания  $\omega_y$ . Тогда оказывается естественным суммировать выход шунтирующего звена не с выходом объекта управления (углом рыскания  $\psi$ ), а с выходным сигналом ДУС. Таким образом, при выводе и аналитическом обосновании алгоритма управления в модели объекта можно учесть дополнительные инерционные звенья, прежде всего – приводы рулевых органов. В настоящей работе исполнительные приводы считаются безынерционными. Исследование скользящих режимов с учетом инерционности приводов, в частности – определение частоты перекладки руля направления и *коэффициента одновременности* нагрузки приводов (усредненного отношения модуля скорости перекладки рулей к ее максимально возможному значению) является важной для практики задачей, требующей отдельного исследования.

#### 4.2. Задача самонаведения

В системах самонаведения можно выделить два контура. Внешний контур (собственно контур наведения) служит для выработки сигнала наведения на основе текущей информации о взаимном положении ЛА и цели. Эта информация получается на основе сигнала визирующего устройства, входящего в головку самонаведения и бортовых датчиков. Внутренний контур, включающий автопилот, служит для отработки команд наведения, передаваемых в виде задающего воздействия по угловому положению или ускорению ЛА [1, 8, 39]. Вся система в целом является нестационарной вследствие изменения кинематических параметров в процессе сближения с заданной точкой.

В рассматриваемой далее структуре контур наведения используется для формирования задающего воздействия по рысканию  $\psi^*(t)$ , передаваемого на адаптивный автопилот. Основной

целью проводимых ниже исследований является установление возможности проведения идентификации в замкнутом контуре, в котором задующее воздействие формируется на основе текущего состояния системы.

*Закон наведения.* В системах самонаведения наиболее широкое применение находит закон *пропорциональной навигации* [1, 8, 39]. Ввиду того, что основным направлением проводимых в данной работе исследований является анализ возможности применения рассматриваемой схемы адаптивного управления к задачам самонаведения, здесь рассматриваются более простые методы *прямого наведения* и *«погони»*. Напомним, что в методе прямого наведения ось ЛА направлена на цель (т. е. продольная ось ЛА совпадает с *линией визирования* цели), а при методе погони на цель направлен вектор скорости ЛА. Уравнения кинематических связей для горизонтальной плоскости, соответствующие указанным методам, имеют вид:

$$\Psi_t - \psi = 0 \quad \text{– метод прямого наведения}$$

$$\Psi_t - \Psi = 0 \quad \text{– метод погони.}$$

Здесь через  $\Psi_t$  обозначен *азимут визирования* цели со стороны ЛА,  $\Psi$  – угол курса ЛА,  $\psi$  – угол рыскания (см. (1)). Как известно [6, 7], в горизонтальном полете имеет место  $\Psi = \psi - \beta$ , т. е. отличие в кинематических траекториях при методах прямого наведения и погони возникает вследствие скольжения с углом  $\beta$ . С помощью бортового координатора измеряется *угол визирования* цели в осях ЛА  $\psi_t = \psi - \Psi_t$ . Значение  $\psi_t$  используется при формировании сигнала самонаведения. Кинематическая траектория движения по методу погони при постоянной скорости ЛА и прямолинейном движении цели может быть найдена аналитически [1, 8]. Анализ показывает, что при сближении ЛА и цели угол  $\Psi_t$  стремится к нулю. Следовательно, при любых начальных значениях угла  $\Psi_{t,0} \neq \pi$  в конце наведения ЛА будет приближаться к цели всегда с задней полусферы. Все траектории, таким образом, кроме случаев  $\Psi_t \equiv 0$  и  $\Psi_t \equiv \pi$  будут криволинейными (траектория сближения с передней полусферы, т. е. при  $\Psi_t = \pi$  неустой-



чива), и для их осуществления необходим разворот с некоторой скоростью (и перегрузкой). Расчет кинематических траекторий по методу прямого наведения сложнее, так как при нем приходится принимать во внимание и динамику углового движения ЛА. Принято, что кинематические траектории сближения при методе погони приближенно описывают и характер движения ЛА и в случае прямого наведения. Отметим, что метод погони приводит к меньшим значениям промаха, однако его сложнее реализовать, так как темп изменения углового положения ЛА (угла рыскания  $\psi$ ) выше, чем темп изменения движения центра масс (угла курса  $\Psi$ ). Кроме того, измерение курса связано с использованием, помимо гироскопов, дополнительных средств, например, навигационного оборудования.

Исходя из приведенных уравнений методов наведения, сформируем следующим образом командный сигнал  $\psi^*(t)$ , который поступает на адаптивную подсистему автопилотирования:

$$(6) \quad \psi^* = -k_g (\psi + \psi_t) \quad - \text{метод прямого наведения,}$$

$$(7) \quad \psi^* = -k_g (\Psi + \psi_t) \quad - \text{метод погони,}$$

где  $k_g$  – некоторый коэффициент самонаведения. Стоит заметить, что требуемое по методу погони значение курсового угла  $\Psi$  представляется в (7) заданным углом рыскания  $\psi^*$ . Это связано с тем, что подсистема автопилотирования непосредственно управляет угловым положением ЛА, а не движением центра масс. По окончании переходных режимов, при движении по прямолинейной траектории, разница между углами рыскания и курса (т. е. угол скольжения) становится малой.

Замечание 4. Уравнение метода самонаведения, определяющее кинематическую траекторию, отличается от закона наведения, который задает способ формирования сигнала наведения при реализации выбранного метода. Поэтому могут быть использованы другие, отличные от (6), (7), законы наведения, например, интегральный.

Для исследования процесса сближения используем следующую

щие кинематические соотношения

$$(8) \quad \begin{aligned} x &= Vt, \\ x_t &= D_0 + V_{x_t}t, \quad z_t = z_{t0} + V_{z_t}t, \\ \Delta x &= x_t - x, \quad \Delta z = z_t - z, \\ D &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}, \\ \dot{z} &= -V\Psi, \\ \Psi_t &= -\arctan(\Delta z / \Delta x), \end{aligned}$$

где  $V_{x_t}$  и  $V_{z_t}$  – компоненты вектора скорости цели. Выполнено:  $V_{x_t} = V_t \cos q_t$ ,  $V_{z_t} = -V_t \sin q_t$ , где  $q_t$  – курсовой угол цели (в некоторой земной системе координат);  $x(t)$ ,  $z(t)$ ,  $x_t(t)$ ,  $z_t(t)$  – боковые координаты ЛА и цели (соответственно);  $V$  – земная скорость ЛА.

Рассмотрим следующие численные примеры.

*Вариант 1.* Для этого варианта приняты следующие значения параметров модели гипотетического ЛА:  $a_{m_y}^\beta = -1,3 \text{ c}^{-2}$ ,  $a_z^\beta = -0,4 \text{ c}^{-1}$ ,  $a_{m_y}^{\delta_r} = 9,85 \text{ c}^{-2}$ ,  $a_z^{\delta_r} = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ ,  $a_{m_y}^{\omega_y} = 0,37 \text{ c}^{-1}$  (заметим, что рассматривается неустойчивый ЛА с корнями характеристического многочлена передаточной функции  $\{0, 0,75, -1,53\}$ ). Земная скорость ЛА  $V = 500 \text{ м/с}$ ; модуль скорости цели  $V_t = 20 \text{ м/с}$ ; курсовой угол цели  $q_t = 90 \text{ град}$ . Приняты следующие желаемые собственные числа контура управления угловым положением:  $s = \{-10, -2,1 \pm 2,14i, -0,8\}$ . Начальная дальность до цели  $D_0 = 10 \text{ км}$ .

Переходные процессы изменения оценок параметров ЛА  $\hat{a}_1(t)$ ,  $\hat{a}_2(t)$ ,  $\hat{b}_0(t)$ ,  $\hat{b}_1(t)$  показаны на рис. 5, 6. Длительность процесса идентификации составляет около 2,5 с. Таким образом, идентификация параметров проходит со скоростью, близкой к скорости изменения углового положения ЛА. На рис. 7 показана траектория сближения ЛА с целью в относительных координатах  $(\Delta x, \Delta z)$  для двух методов самонаведения – (6) и (7) Показано, что метод (7) является предпочтительным по точности при сближении с движущейся целью. На рис. 8 показан график ошибки обработки командного сигнала  $\psi^*(t)$ . Этот график дает представление о динамических свойствах внутреннего контура. График отклонение рулей направления показан на рис. 9.

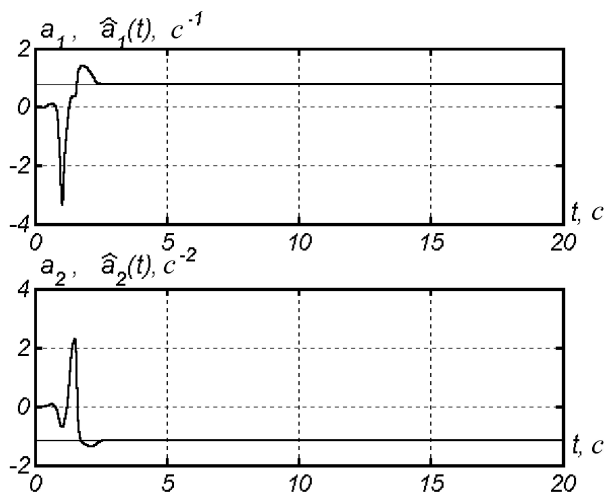


Рис. 5. Оценки  $\hat{a}_1(t)$ ,  $\hat{a}_2(t)$  параметров  $a_1$ ,  $a_2$  (вариант 1)

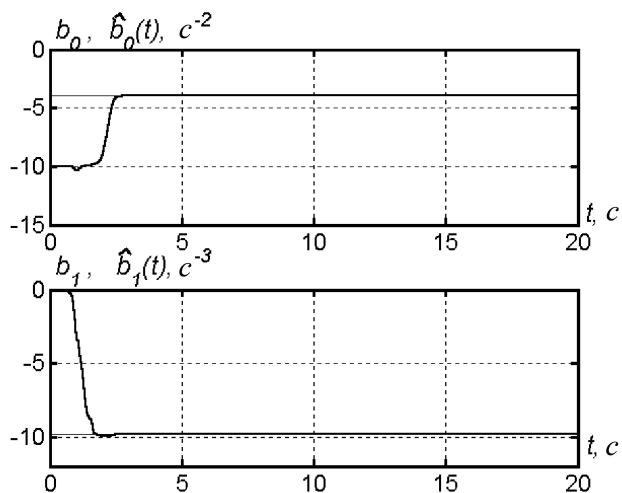


Рис. 6. Оценки  $b_0$ ,  $b_1$  параметров  $\hat{b}_0(t)$ ,  $\hat{b}_1(t)$  (вариант 1)

Вариант 2. Рассмотрим теперь другой режим полета ЛА, ха-

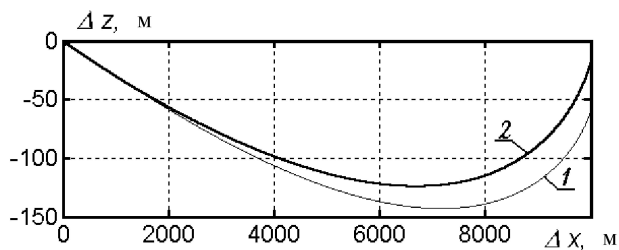


Рис. 7. Траектории сближения: 1 – закон наведения (6);  
2 – закон наведения (7), (вариант 1)

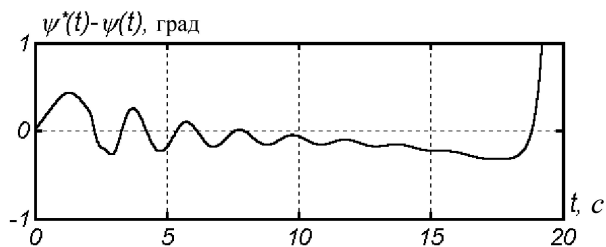


Рис. 8. Ошибка слежения  $\Delta\psi(t) = \psi^*(t) - \psi(t)$  (вариант 1)

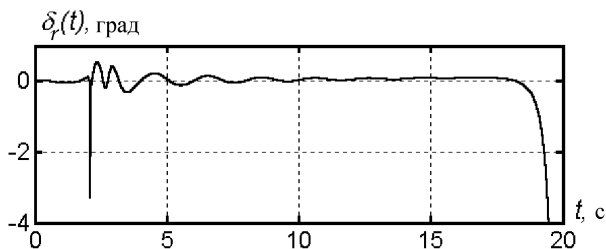


Рис. 9. Управляющее воздействие  $\delta_r(t)$  (вариант 1)

рактирующийся следующими значениями параметров:  $a_{m_y}^\beta = 15,5 \text{ c}^{-2}$ ,  $a_z^\beta = -1,1 \text{ c}^{-1}$ ,  $a_{m_y}^{\delta_r} = 33 \text{ c}^{-2}$ ,  $a_z^{\delta_r} = 0,09 \text{ c}^{-1}$ ,  $a_{m_y}^{\omega_y} = 1,2 \text{ c}^{-1}$  Эти параметры соответствуют устойчивому угловому движению ЛА с собственными числами  $\{0, -1,15 \pm 3,94i\}$ . Все остальные параметры и характеристики движения ЛА и цели оставлены теми же, что и в предыдущем варианте.

Результаты моделирования для данного варианта показаны на рис. 10-14. Как видно из графиков, время оценки параметров не отличается от полученного в предыдущем варианте. Траектория полета показана на рис. 12. Очевидно, что она не имеет заметных отличий от аналогичной траектории для варианта 1. Графики показывают также, что использование регулятора с переменной структурой в данной задаче не приводит к форсированному отклонению рулей направления. Это связано, в первую очередь, с использованием последовательного префильтра, который формирует гладкое задающее воздействие  $\psi^*(t)$  с реалистичным временем переходного процесса.

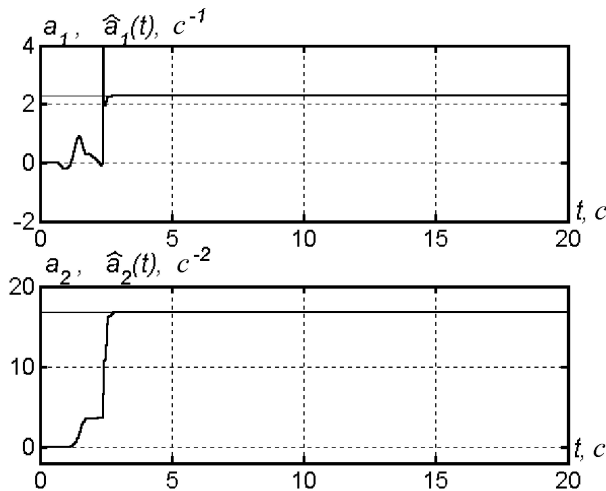


Рис. 10. Оценки  $\hat{a}_1(t)$ ,  $\hat{a}_2(t)$  параметров  $a_1$ ,  $a_2$  (вариант 2)

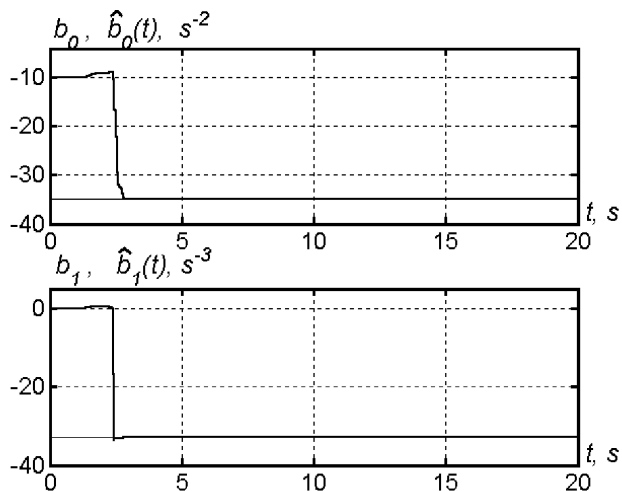


Рис. 11. Оценки  $b_0$ ,  $b_1$  параметров  $\hat{b}_0(t)$ ,  $\hat{b}_1(t)$  (вариант 2)

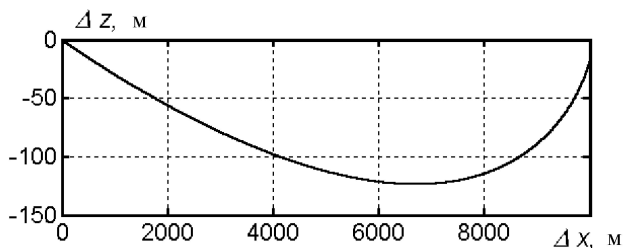


Рис. 12. Траектория сближения; закон наведения (7), (вариант 2)

## Заключение

В статье показано применение комбинированного алгоритма адаптации для управления угловым движением многорежимного летательного аппарата. Использование метода позволяет существенно снизить требования к полноте исходной и текущей

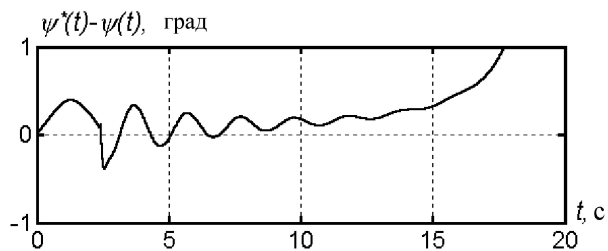


Рис. 13. Ошибка слежения  $\Delta\psi(t) = \psi^*(t) - \psi(t)$  (вариант 2)

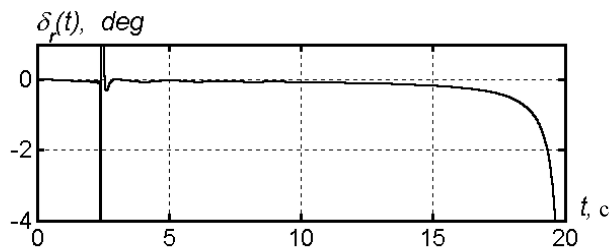


Рис. 14. Управляющее воздействие  $\delta_r(t)$  (вариант 2).

информации о динамике ЛА. Комбинированный алгоритм адаптации обеспечивает заданные динамические свойства замкнутой системы при изменении параметров объекта управления в широких пределах. На последнем примере задачи самонаведения продемонстрирована возможность применения алгоритма для систем со значительной параметрической неопределенностью и при наличии внешних обратных связей. Результаты моделирования подтверждают работоспособность алгоритма и демонстрируют обеспечение предъявленных к системе управления требований.

### Литература

1. АГАДЖАНОВ П. А., ВЕЙЦЕЛЬ В. А., ВОЛКОНСКИЙ С. А. И ДР. *Основы радиоуправления: Учебное пособие для вузов* / Под ред. В.А. Вейцеля. – М.: Радио и связь, 1995.
2. АЛЕКСАНДРОВ А.Г. *Оптимальные и адаптивные системы: Учебное пособие*. – М.: Высш. шк., 1989.
3. АЛЕКСАНДРОВ А.Г. *Методы построения систем автоматического управления*. – М.: Физматлит, 2008.
4. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., СТОЦКИЙ А. А., ФРАДКОВ А. Л. *Алгоритмы скоростного градиента в задачах управления и адаптации. Обзор* // *АиТ*. – 1988. – №12.
5. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB*. – СПб.: Наука, 1999.
6. БОДНЕР В. А. *Системы управления летательными аппаратами*. – М.: Машиностроение, 1973.
7. БУКОВ В.Н. *Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом*. – М.: Наука, 1987.
8. ДМИТРИЕВСКИЙ А. А. *Баллистика и навигация ракет*. – М.: Машиностроение, 1989.
9. ДРУЖИНИНА М.В., НИКИФОРОВ В.О., ФРАДКОВ А. Л. *Методы адаптивного управления нелинейными объектами по выходу* // *АиТ*. – 1996. – №2.
10. ЕМЕЛЬЯНОВ С. В. *Системы автоматического управления с переменной структурой*. – М.: Наука, 1967.



11. ЗЕМЛЯКОВ С. Д., РУТКОВСКИЙ В. Ю. *О некоторых результатах развития теории и практического применения беспоисковых адаптивных систем* // *АиТ.* – 2001. – №7.
12. КРАСНОВА С. А., УТКИН В. А. *Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем.* – М.: Наука, 2008.
13. ЛЬЮНГ Л. *Идентификация систем. Теория для пользователей.* – М.: Наука, 1992.
14. МИРОШНИК И. В., НИКИФОРОВ В. О., ФРАДКОВ А. Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами.* – СПб.: Наука, 2000.
15. НИКИФОРОВ В. О., ФРАДКОВ А. Л. *Схемы адаптивного управления с расширенной ошибкой. Обзор* // *АиТ.* – 1994. – №9.
16. ПЕТРОВ Б. Н., РУТКОВСКИЙ В. Ю., ЗЕМЛЯКОВ С. Д. *Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами.* – М.: Наука, 1980.
17. ТЕРЯЕВ Е. Д., ШАМРИКОВ Б. М. *Цифровые системы и поэтапное адаптивное управление.* – М.: Наука, 1999.
18. УТКИН В. И. *Скольльзящие режимы и их применения в системах с переменной структурой.* – М.: Наука, 1974.
19. *Теория систем с переменной структурой* / Под ред. С. В. Емельянова. – М.: Наука, 1970.
20. УТКИН В. И. *Оптимизация и управление в системах со скольльзящими режимами.* – М.: Наука, 1981.
21. ФОМИН В. Н., ФРАДКОВ А. Л., ЯКУБОВИЧ В. А. *Адаптивное управление динамическими объектами.* – М.: Наука, 1981. – 448 с.
22. ФРАДКОВ А. Л. *Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта* // *АиТ.* – 1974. – №12.
23. ФРАДКОВ А. Л. *Адаптивная стабилизация минимально-фазовых объектов с векторным входом без измерения производных от выхода* // *Докл. РАН.* – 1994. – Т. 337, №5.
24. ФРАДКОВ А. Л. *Адаптивное управление в сложных си-*

- стемах: *беспоисковые методы*. – М.: Наука. 1990.
25. ANDRIEVSKY B. R., FRADKOV A. L., STOTSKY A. A. *Shunt compensation for indirect sliding-mode adaptive control* // Proc. 13th Triennial IFAC World Congr. V. K. S. Fr., USA, 1996.
  26. ANDRIEVSKY B. R., FRADKOV A. L. *Implicit model reference adaptive controllers based on feedback Kalman-Yakubovich lemma* // Proc. 3rd IEEE Conf. on Control Applications. Glasgow, 1994.
  27. ANDRIEVSKY B. R. *Analysis of time-varying control system with combined adaptation law* // Proc. 6th Saint-Petersburg Symposium on Adaptive Systems Theory. (SPAS'99) – Vol. 1. – St. Petersburg, 1999.
  28. ANDRIEVSKY B. R., FRADKOV A. L. *Combined adaptive flight control system* // Proc. 5th Intern. ESA Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems. Frascati, Italy, 2002. (ESA-516, 2003).
  29. BAR-KANA I. *Parallel feedforward and simplified adaptive control* // Int. J. Adapt. Control and Signal Processing. – 1987. – Vol. 1.
  30. BARTOLINI G., FERRARA A. *A simplified discontinuous control scheme for uncertain linear systems: an Input/Output approach* // Proc. IEEE Workshop “Variable Structure and Lyapunov Control of Uncertain Dynamical Systems”. – Sheffield, UK, 1992.
  31. BARTOLINI G., FERRARA A., STOTSKY A. *Stability and exponential stability of an adaptive control scheme for plants of any relative degree* // IEEE Trans. Autom. Contr. – 1995. – Vol. 40, No1.
  32. FRADKOV A. L., ANDRIEVSKY B. R. *Combined adaptive controller for UAV guidance* // Europ. J. of Control. – 2005. – Vol. 11 (1). – Pp. 71–79.
  33. GAWTHROP P. J. *Continuous-Time Self-Tuning Control*. – Letchworth, U.K.: Research Studies Press, 1987.
  34. IWAI Z., MIZUMOTO I. *Realization of simple adaptive con-*

- trol by using parallel feedforward compensator // Int. Journ. Contr. – 1994. – Vol. 59.*
35. KAUFMAN H., BAR-KANA I., SOBEL K. *Direct adaptive control algorithms.* – N.Y.: Springer-Verlag, 1994.
  36. MAREELS I. *A simple self-tuning controller for stable invertible system // Syst. Contr. Letters. – 1984. – Vol. 4.*
  37. NARENDRA K. S., ANNASWAMY A. M. *Persistent excitation in adaptive systems // Int. J. of Control. – 1987. – Vol. 45, №1.*
  38. SANNUTI P. *Direct singular perturbation analysis of high-gain and cheap control problems // Automatica. – 1983. – Vol. 19.*
  39. WHITE B. A, TSOURDOS A. *Modern missile flight control design: an overview // Proc. 15th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Bologna, Italy, 2001.*

## **ADAPTIVE FLIGHT CONTROL BASED ON PARAMETER IDENTIFICATION PROCEDURE SIMULTANEOUSLY WITH SLIDING MODE MOTION**

**Boris Andrievsky**, Institute for Problems of Mechanical Engineering of RAS, Dr.Sc., Leading Research Fellow (Saint Petersburg, 61, V.O. Bolshoy Av., +7 812 321-4766, [boris.andrievsky@gmail.com](mailto:boris.andrievsky@gmail.com)).

**Alexander L. Fradkov**, Institute for Problems of Mechanical Engineering of RAS, Dr.Sc., Head of the Laboratory (Saint Petersburg, 61, V.O. Bolshoy Av., +7 812 321-4766, [alexander.fradkov@gmail.com](mailto:alexander.fradkov@gmail.com)).

*Abstract: The problem of adaptive control for lateral angular motion of unmanned aerial vehicle for the cases of tracking the yaw reference signal and homing guidance is considered. The combined adaptive controller, including the parallel feedforward compensator (“shunt”), parameter estimator, variable structure controller and the adjustable sequential reference model is proposed. Design technique is demonstrated by the typical atmospheric aerial vehicle model. The numerical example of flight control for multiple-mode aerial vehicle is presented.*

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, adaptive control, shunting method, parameter identification, sliding mode.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.П. Курдюковым.*

УДК 004.942  
ББК 22.18

## ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ТАКТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ АГЕНТОВ

**Корепанов В. О.<sup>1</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)*

*Приводятся результаты тестирования алгоритмов тактического поведения для агентной системы моделирования эвакуации людей из здания. Проводится их анализ и сравнение на качественном уровне.*

Ключевые слова: эвакуация, агентное моделирование, уровень тактического поведения.

### **1. Введение**

Настоящая статья посвящена разработке системы агентного моделирования эвакуации людей из здания, в более общем случае – моделирования какого-либо движения агентов на плоскости вообще.

Для программной реализации агента выбрана иерархическая модель, представленная на рис. 1, более подробное описание реализованной модели см. в [2]. Данная иерархия универсальна и типична для искусственных мультиагентных систем, но, например, в [4] описана иерархия более приближенная к человеческому, социальному поведению. На рис. 1 можно видеть тактический уровень управления движением агента, он отвечает за эффективное движение агента к выбранной цели: выбор оптимальной траектории, уход от столкновений, обход препятствий и т.п. Основная особенность агентного моделирования – это

---

<sup>1</sup> Всеволод Олегович Корепанов, аспирант ([kvsevolodo@mail.ru](mailto:kvsevolodo@mail.ru)).

возможность лёгкого изменения поведения агента, что при данной иерархической организации позволяет менять каждый уровень в отдельности. Разрабатываемая система агентного моделирования находится в свободном доступе на сайте <http://evacuation.sourceforge.net/>.

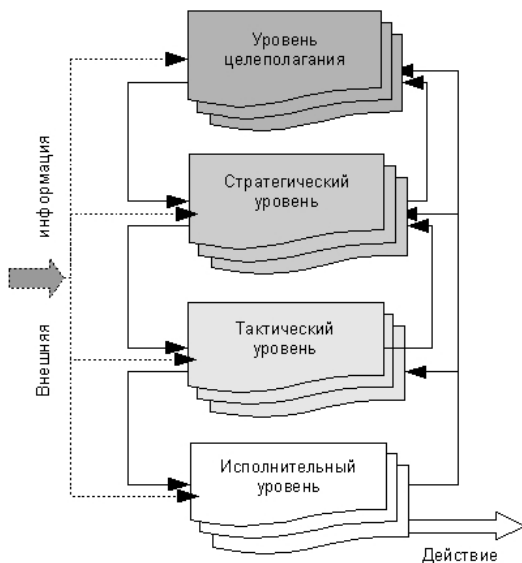


Рис. 1 Иерархическая структура агента

Можно предположить, что каждое конкретное тактическое поведение можно тоже рассматривать как последовательное применение нескольких алгоритмов. В соответствии с этим предположением были разработаны три «примитивных» поведения (соответствующих тактическому уровню): нацеливание, уход от ближайшего столкновения (вероятностный и детерминированный) и уход от скоплений. На базе этих «примитивов» были построены две тактики поведения: «Простая» и «Базовая». «Простая» состоит из последовательного применения нацеливания и ухода от столкновений. «Базовая» – нацеливание, уход от скоплений, уход от столкновений на выбранном пути. В данной

статье представляются результаты тестирования и анализ перечисленных тактик поведения, плюс две такие же тактики, только с детерминированным уходом от ближайшего столкновения.

Цель тестирования не в том, чтобы статистически строго оценить качество разработанных алгоритмов, а в том, чтобы увидеть правдоподобное «поведение» предложенных алгоритмов, заметить общие закономерности и недостатки модели.

## **2. Общее описание экспериментов**

Вид здания представлен на рис. 2. Один шаг тестирования – выход всех агентов из здания при заданных параметрах, на следующем шаге меняется один параметр (например ширина перехода) и агенты снова выходят. На каждом шаге тестирования эксперимент выполняется 30 раз и результат для данного шага есть среднее этих времён.

Моделирование передвижения агентов происходит с шагом моделирования  $dt$  по формуле  $x_n = x_{n-1} + V_{n-1} \cdot dt$ , соответственно управление передвижения сводится к управлению вектором скорости агента.

Исполнительный уровень отвечает за реализацию механических свойств движения агента. В данном случае это: минимальные и максимальные ограничения вектора скорости, изменение вектора скорости с учётом величины ускорения, зависимость поворота вектора скорости от величины его модуля; возможно, реализация примитивов движения (по прямой, по дуге, остановка и т.п.). Более подробно про исполнительный уровень и примитивы тактического поведения см. в [1]

Сначала агенты находятся в двух помещениях №1 и №4, по пятьдесят в каждом. Причём агенты в первом помещении идут в выход №3, а агенты из помещения №4 – в выход №5, такое их поведение задаётся с помощью уровня целеполагания: у агентов цель – выход 3, у других – 5, далее стратегический уровень уже отвечает за то, чтобы они дошли до цели. Таким образом, эти два потока пересекаются в помещении №2. Расположение аген-

тов – случайное (но фиксированное, т.е. сначала они расставляются случайно, и такое расположение уже фиксируется для остальных тестов). Начальные характеристики агентов (скорость, ускорение) фиксированы.

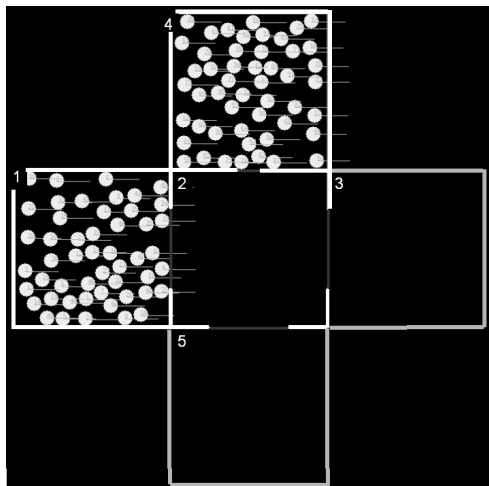


Рис. 2 Вид здания

Для каждого потока время выхода регистрируется отдельно; итоговое время выхода потока – среднее время выхода агентов.

### 1.1. ТИПЫ ТАКТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

1. Базовый тип тактики. Структурно состоит из последовательного применения тактик прямого нацеливания, ухода от скоплений, ухода от столкновений с другими агентами (вероятностного).

2. Простой тип тактики. Последовательно применяется тактика прямого нацеливания, а потом – тактика ухода от столкновений (вероятностная).

3. Два остальных типа тактик «Базовая детерминированная» и «Простая детерминированная» – такие же, как первые два, но



детерминированные. В них агент одним, определённым образом выбирает, как он будет избегать столкновения.

Отдельно опишем алгоритмы «примитивных» тактик.

1. **Нацеливание.** Эта тактика возвращает вектор скорости, направленный в сторону мишени. По модулю равен модулю скорости агента. Так как мишенью является отрезок (переход, дверной проём), реализуется алгоритм проекции точки (координаты агента) на отрезок.

2. **Уход от столкновений.**

*Шаг 1.* Выбираем всех агентов в поле видимости.

*Шаг 2.* Выбираем самого близкого по времени столкновения: зная координаты агентов и их скорости, вычисляется их время столкновения с агентом, делающим шаг. Найденное время столкновения соответствует либо столкновению в будущем, либо происходящему столкновению (время отрицательное, но ограниченное по модулю).

*Шаг 3.* Зная параметры столкновения, к вектору скорости применяются корректирующие правила, описанные в [1] (там же описаны существенные параметры столкновения)

3. **Уход от скоплений.** Это сканирующий алгоритм.

*Шаг 1.* Выбирается начальный угол вектора скорости для сканирования (в реализованном алгоритме это исходный угол вектора скорости минус 90 градусов).

*Шаг 2.* При выбранном угле сканирования, строится траектория до выхода: по прямой до ближайшего препятствия (столкновение с другим агентом или со стеной), затем по прямой от столкновения до мишени.

*Шаг 3.* По этой траектории производится расчёт приблизительного времени движения по ней агента с расчётом, что скорость до столкновения будет максимальной, а после столкновения будет равна скорости агента с которым произошло столкновение или максимальной, если столкновение произошло со стеной.

*Шаг 4.* Данное время сохраняется.

*Шаг 5.* Вектор скорости смещается на определённый угол — шаг сканирования. Затем алгоритм повторяется с Шага 2 пока не будет достигнут конечный угол вектора скорости (в реализованном алгоритме это угол исходного вектора скорости плюс 90 градусов)

### 3. Эксперимент I. Пересечение потоков

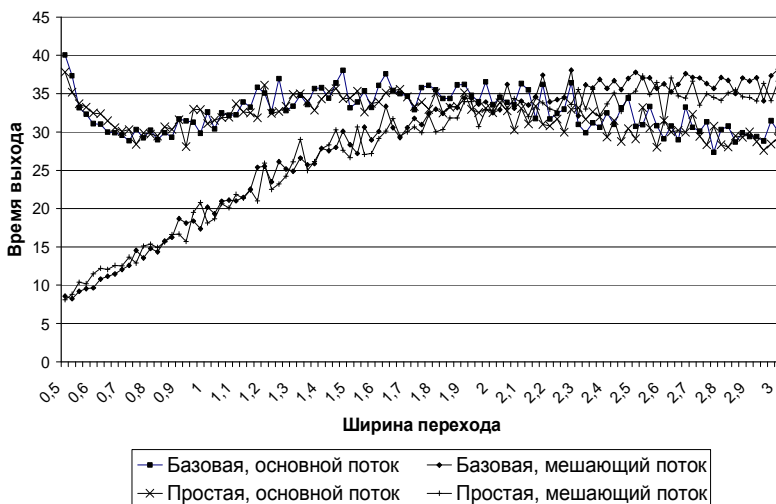


Рис. 3 Пересечение потоков

В данном эксперименте меняется ширина перехода 1, соединяющего помещения 1 и 2, с величины 0,5 м до 3 м. Основной поток – поток из помещения 1 в 3 (на пути которого и стоит переход с меняющейся шириной), второй поток – «мешающий» поток. Тактики вероятностные.

Первое, что бросается в глаза – «статистическое совпадение» графиков для «Базовой» и «Простой тактики», что говорит либо о том, что «Базовая» тактика в данном случае не имеет преимуществ, либо о том, что алгоритм ухода от скоплений неэффективен.

Второе – более важное – наблюдение, что при увеличении ширины перехода, время выхода основного потока (при ширине перехода 0,8-3м) сначала растёт, а потом падает, но незначительно (среднее значение находится в интервале 30-35 с.). При этом время выхода мешающего потока значительно возрастает. Модель свидетельствует, что увеличение ширины перехода в данном случае нецелесообразно, так как из-за возникновения пробки время только увеличивается, либо нужно выбирать между двумя размерами: 0,8 и ближе к 3 м. Но оба эти варианта имеют недостаток: при ширине перехода 0,8 метров, в панике может возникнуть сильная давка, так как перед этим переходом образуется большая пробка (что видно при визуальном моделировании, а также это можно просчитать методами, предложенными в [3]), а при ширине 3 м время выхода второго потока становится слишком велико.

Быстрое убывание графика основного потока в начале можно объяснить тем, что при малой ширине перехода мешающий поток почти свободно успевает пройти до выхода, т.е. основному потоку мешает быстро выйти только малая ширина перехода, здесь даже эффекта пересечения потоков почти не наблюдается.

При отдельном визуальном наблюдении за движением агентов можно увидеть, что при малой ширине перехода мешающий поток просто «сносит» основной (и даже графики при таких значениях более гладкие), а при равной ширине образуется большое скопление агентов во втором помещении.

Графики не гладкие, – возможно, нужно выполнять больше экспериментов на каждом шаге тестирования, так как, во-первых, здесь тестируются вероятностные тактики, а во-вторых, как будет видно из третьего эксперимента, время выхода чувствительно от начального расположения агентов, и здесь из-за случайности на каждом шаге моделирования траектории каждого агента могут сильно различаться друг от друга на каждом шаге эксперимента.

Заметно также, что графики приблизительно пересекаются при ширине перехода 2 м, т.е. когда потоки находятся теоретически в равных условиях.

#### 4. Эксперимент II. Пробка с поперечным потоком

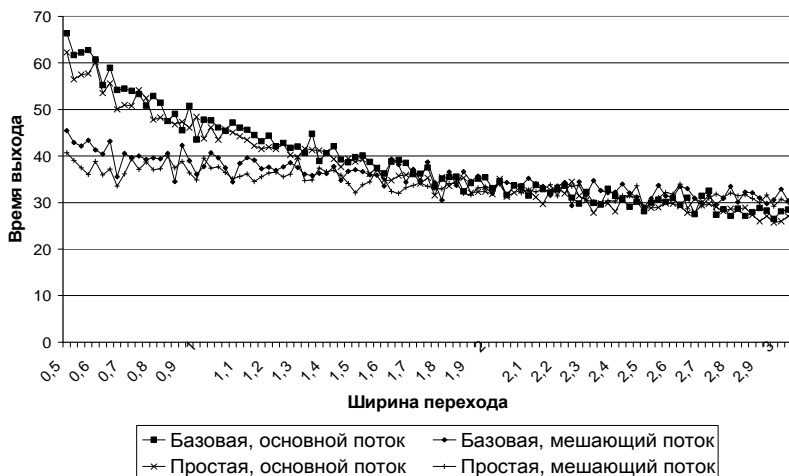


Рис. 4 Пробка с поперечным потоком

В данном эксперименте меняется ширина перехода 2, соединяющего помещение 2 с выходом 3, с величины 0,5 м до 3 м.

Здесь в принципе всё предсказуемо, также видно, что «Базовая» и «Простая» тактики практически неотличимы.

Интересно, что график мешающего потока очень близок к линейному, а график основного потока похож на «экспоненциальный»; пересекаются они также при ширине перехода примерно 2 м.

### 5. Эксперимент III. Детерминированные тактики

Данный эксперимент в постановке совпадает с экспериментом 1, только здесь тактики детерминированные. Предполагалось, что если результаты тестирования совпадут с результатами тестирования вероятностных тактик, то можно будет не проводить серию экспериментов на каждом шаге моделирования для накопления статистики, а проводить по одному эксперименту.

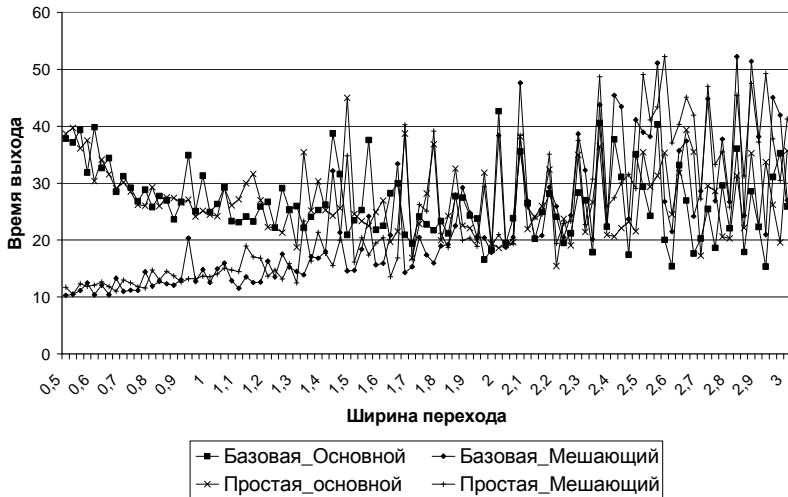


Рис. 5 Детерминированные тактики

Оказалось, что детерминированные тактики являются неустойчивыми по отношению к изменению ширины перехода. Это можно попытаться объяснить тем, что при таких тактиках изменение траектории каждого агента сразу влечёт изменение траекторий ближайших агентов, и, следовательно, сразу на всех агентов влияют такие малые изменения. Также на детерминированных тактиках при дополнительных экспериментах подтвердилось предположение о зависимости времени выхода от начального расположения агентов – см. рис. 5.

Если рассматривать графики двух потоков одной тактики (основного и мешающего: квадрат и ромб, знак умножения и знак сложения), когда они близко, то можно заметить их согласованность: пики и впадины одновременны. Здесь можно предположить, что с определённого момента, когда пробка быстро появляется, агенты обоих потоков в среднем с одинаковой частотой покидают её, что даёт схожие средние результаты их выхода, тем более что существование такой пробки возможно только при одинаковом количестве агентов обоих типов, так как при сильном различии одна сторона начинает «сметать» другую или просто обходить. Такое поведение заметно при визуальном моделировании и вытекает из физики алгоритмов движения и столкновения: пока это упругие столкновения шаров.

#### **6. Эксперимент IV. «Базовая» и «Простая» тактики**

В данном эксперименте тактики у потоков были разные, у одного «Базовая», у второго – «Простая». Но, как уже было видно в первых трёх экспериментах, практически они не различаются, соответственно и полученные в этом эксперименте графики аналогичны результатам первого эксперимента и подтверждают их неразличимость.

#### **7. Эксперимент V. Усреднение детерминированной тактики**

Так как полученные в эксперименте 3 данные говорят о неустойчивости детерминированных тактик, данный эксперимент проводился с усреднением результатов, полученных при различной начальной расстановке: агенты расставлялись случайно в помещении на каждый следующий шаг тестирования. Тип тактики уже только один – простой.

Результаты схожи с экспериментом 1, различие только в том, что у графика основного потока нет роста, т. е., в принципе, увеличение ширины перехода целесообразно, но с учётом того, что этот график убывает медленно, а график мешающего потока

постоянно линейно растёт. Также заметно относительно меньшее время выхода для обеих тактик, так как детерминированное поведение уже не предполагает колебаний в выборе направления обхода препятствий, а в вероятностном агент на каждом шаге может поменять направление обхода (только с разной степенью вероятности).

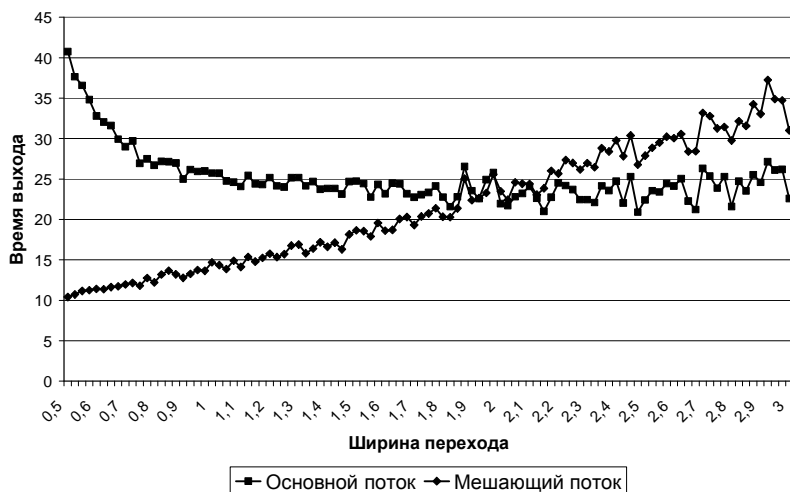


Рис. 6 Усреднение детерминированной тактики

Даже усреднённые значения начинают сильно колебаться, когда ширина перехода равна 2 м и больше.

## 8. Выводы

Агентные имитационные модели, использующие сложную иерархическую архитектуру агентов, позволяют наблюдать нетривиальные эффекты поведения, в данном случае – эффекты взаимовлияния двух потоков на основе только тактического поведения. Использование иерархического подхода также позволяет независимо исследовать разные уровни поведения агентов.

Исследованные четыре тактики не показывают реальное время выхода людей из здания, в них пока не учитывается желание агента избегать большой плотности и, как следствие, огибание реальными людьми скоплений других людей (например, конфликтных точек). Так, например, в [3], в главе посвящённой движению пересекающихся потоков, приводятся результаты, что при плотности выше 0,4 пересечение потоков невозможно (максимальная плотность людского потока вообще 0,92). С этой точки зрения визуальное наблюдение действительно показывает, что агенты с предложенными тактиками создают пробку с максимальной плотностью и движения непосредственно потоков уже нет, есть только медленный выход из пробки. Такое поведение может быть при панике людей, например. С другой стороны даже такие простые тактики показывают не совсем простое поведение, как, например, в первом эксперименте.

1. Данная реализация «Базовой» тактики по результатам не отличается от «Простой». Скорее всего, недостаточно эффективно реализован алгоритм обхода скопления.

2. Детерминированные тактики оказались тоже неустойчивыми, то есть нужно всё равно набирать статистику и усреднять результаты тестирования.

Применение агентных моделей дает возможность анализировать недостатки геометрии зданий с локальной точки зрения, то есть выявлять локальные изменения в людском потоке, которые в дальнейшем могут приводить к таким глобальным изменениям потока как перестройка, пробка, поворот и т.п. В то же время такие модели позволяют исследовать проблемы движения, связанные с самим движущимся объектом: механизм движения и способы поведения на разных уровнях абстракции.

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется создание вариантов стратегического поведения (методов достижения цели) с привлечением аппарата теории активных систем и теории игр, не обязательно для задач эвакуации, но и, например, для задач управления группой мобильных агентов.



## Литература

1. КОРЕПАНОВ В. О. *Модели движения агентов в замкнутом пространстве* // Труды IV Всероссийской школы-семинара молодых учёных «Проблемы управления и информационные технологии (ПУИТ'08)». 2008. – С. 118.
2. КОРЕПАНОВ В. О. *Реализация иерархической структуры агента* // Труды 51 Всероссийской молодёжной научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». 2008. – Ч. 1 – С. 161.
3. ПРЕДТЕЧЕНСКИЙ В. М., МИЛИНСКИЙ А. И. *Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков*. – М.: Стройиздат. – 1979.
4. XIAOSHAN PAN, CHARLES S. HAN, KEN DAUBER, KINCHO H. LAW. *A multi-agent based framework for the simulation of human and social behaviors during emergency evacuations* / AI & Society. Springer-Verlag. – October 2007. – Vol. 22, Issue 2.

## **SIMULATION MODELS OF AGENTS TACTICAL BEHAVIOR**

**Vsevolod Korepanov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, post-graduate student ([kvsevolodo@mail.ru](mailto:kvsevolodo@mail.ru)).

*Abstract: Results of algorithms testing are described for agent-based model of building evacuation. Analysis of algorithms and their qualitative comparison are performed.*

**Keywords:** evacuation, agent-based model, level of tactical behavior.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Н.Н. Непейвода.*

УДК 004.89 + 004.5

ББК 32.813

## **МОДЕЛЬ ЕСТЕСТВЕННО-ЯЗЫКОВОГО ИНТЕРФЕЙСА ДЛЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ НА ЕЕ ОСНОВЕ <sup>1</sup>**

**Крайванова В. А. <sup>2</sup>**

*(Алтайский государственный технический университет  
им. И. И. Ползунова, г. Барнаул)*

*Рассмотрена проблема построения интеллектуального человеко-машинного интерфейса на основе логического анализа фраз на естественном языке. Предложена математическая модель интерфейса и показана ее эффективность. На основе построенной модели рассмотрена архитектура интеллектуального управления техническими объектами на примере систем „Умный дом“.*

Ключевые слова: естественно-языковой интерфейс, человеко-машинное взаимодействие, искусственный интеллект.

### **Введение**

Задача создания интерфейса для общения с компьютером на естественном человеческом языке (ЕЯ) не нова, однако сейчас она вновь обретает остроту и актуальность в свете особенностей современных компьютерных систем. Это связано, прежде всего, со следующими тремя факторами. Во-первых, на сегодняшний день сфера применения компьютеров настолько широка и разнообразна, что использовать для всех задач универсальный интер-

---

<sup>1</sup> Автор признателен профессору Е.Н. Крючковой за ценное обсуждение содержания статьи.

<sup>2</sup> Варвара Андреевна Крайванова, аспирант ([kraivanova@yandex.ru](mailto:kraivanova@yandex.ru)).

фейс человеко-машинного взаимодействия неэффективно. Каждый вид интерфейса становится всё более специализированным. Во-вторых, нарастание сложности технических систем требует от субъекта управления всё больших усилий по запоминанию сценариев взаимодействия: комбинаций действий, нажатий кнопок, голосовых команд. В-третьих, пользователю приходится приспосабливаться к формальному компьютерному интерфейсу. Альтернативой является построение человеко-машинного взаимодействия на основе естественного человеческого языка, но данная задача необычайно сложна с точки зрения формализации.

На сегодняшний день существует три основных подхода к формализации естественного языка. Наиболее распространенный на западе подход основывается на формальных грамматиках [13, 12] и позволяет достаточно эффективно формализовать синтаксис языка, однако извлечение смысла в данной парадигме представляется проблематичным. Второй подход основан на использовании не только синтаксической информации, но и семантических словарей [5], однако составлять такие словари очень трудоемко, а чрезмерная многозначность естественного языка приводит на вычислительном уровне к комбинаторному взрыву. Третий подход – использование шаблонов – наиболее прост в автоматизации и используется для извлечения семантики из достаточно строго структурированных текстов. Применение этого подхода для сколько-нибудь широкого подмножества естественного языка проблематично, так как требуется предусмотреть все возможные способы выражения той или иной мысли [5].

Таким образом, задача синтаксического разбора фраз ЕЯ в определенной степени уже решена, чего нельзя сказать о смысловом анализе текстов.

Одним из прикладных вопросов в этой области является перевод задания, сформулированного в фразах ЕЯ, в формальные команды исполнителя-компьютера. Вопрос имеет широкую сферу применения: от построения естественно-языковых интерфейсов к базам данных (например, отечественный коммерческий проект InBase [9]) до сред программирования сверхвысокого уровня.

На практике, как правило, для каждой подобной задачи строится своя достаточно сложная семантическая модель. Тем не менее, далеко не каждая задача требует глубокого семантического анализа текста, учитывающего структуру дискурса. Во многих прикладных областях понимание текстов на уровне простейшей логики было бы достаточным. Примерами таких областей служат запросы к базам данных, интеллектуальные справочные системы, электронные персональные секретари, системы управления „Умных домов“ [8]. Заметим, что во всех этих областях сейчас используются системы управления, требующие от пользователя специальных навыков (например, знание SQL, умение пользоваться сложными графическими интерфейсами), строго говоря, неадекватных содержанию предметной области.

**Цель проекта** – построение модели интеллектуального адаптивного ЕЯ-интерфейса, с одной стороны, достаточно разумного и быстрого для практического использования, а с другой стороны, требующий минимальных усилий для построения базы знаний. Поскольку, как уже говорилось ранее, задача синтаксического анализа в достаточной для целей проекта степени решена для широкого круга языков, в предлагаемой модели в качестве исходных данных берутся результаты синтаксического анализа. С точки зрения трех описанных выше подходов предлагаемое решение является расширением шаблонов с минимальным синтаксическим лексиконом упрощенной структуры. В качестве представления фраз естественного языка используется несколько модифицированное функциональное представление, предложенное Тузовым [10]. Статья посвящена анализу темпоральной эффективности алгоритмов логического вывода в построенной модели.

Для иллюстрации и экспериментальной реализации в качестве предметной области нами выбрана модель системы управления „Умными домами“. Модель применима к любому языку, синтаксис которого основан на подчинительных отношениях, для определенности в качестве примера будет использован русский язык.

## **1. Математическая модель ЕЯ-интерфейса**

Естественный язык имеет достаточно строгую грамматическую структуру, т. е. содержит обширную формальную составляющую. Эта составляющая достаточно информативна. Действительно, турист с помощью нескольких стандартных фраз и разговорника может понимать незнакомый язык на бытовом уровне, не вникая в тонкости значений слов и выражений. В этом случае человек не думает на используемом языке, т. е. подходит к языковым знаниям с точки зрения формальной лексико-синтаксической структуры. При этом турист в состоянии самостоятельно обучаться: встраивать в свой лексикон новые слова и узнавать новые синтаксические конструкции.

Предлагаемая математическая модель ЕЯ-интерфейса основана на этом же принципе и состоит из следующих элементов:

- лексикон как множество известных в модели слов;
- формальное представление фразы ЕЯ на основе ее синтаксической структуры;
- представление команд системы управления;
- механизм анализа фраз.

В данной работе предлагается осуществлять перевод синтаксической конструкции с естественного языка на формальный путем замены фрагментов синтаксических конструкций на их логические следствия. При этом осуществляется не только буквальный перевод команд с естественного языка на формальный, но и логический анализ фраз, не являющихся командами. Пример, иллюстрирующий этот подход, будет приведен далее.

Пусть  $A$  – алфавит лексического уровня применяемого ЕЯ. Тогда формально словом будем называть упорядоченную последовательность непустых цепочек на этом алфавите, разделенных пробелами. Пусть конечное множество  $W \subseteq A + (A+)^*$  – лексикон модели. Слова в лексиконе  $W$  могут являться как отдельными словами ЕЯ (например: ЧАЙКА, ФЛАГ, ЯБЛОКО), так и

устойчивыми словосочетаниями (например: СТИРАЛЬНАЯ МАШИНА, ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ). Лексикон ЕЯ представляет собой гораздо более сложную структуру, чем просто множество слов. Лексикон построенной модели учитывает два аспекта лексикона ЕЯ, непосредственно определяемые через синтаксис ЕЯ: группировка слов ЕЯ в понятия и синонимичность.

Из множества  $W$  выделим множество  $N$  понятий естественного языка. Нечеткое **отношение обобщения**  $Gen : W \times N \rightarrow [0, 1]$  определяет степень уверенности модели в том, что некоторое понятие  $p \in N$  обобщает слово  $w \in W$ .

Нечеткое **отношение синонимичности**  $Syn : W \times W \rightarrow [0, 1]$  определяет степень уверенности системы в том, что некоторое слово  $w_A \in W$  является синонимом к слову  $w_B \in W$ .

Мы исходим из посылки, что знания модели о предметной области не полны, поэтому небольшое начальное (созданное экспертом по знаниям) множество слов  $W$  и отношения обобщения и синонимичности уточняются в процессе функционирования модели на основе анализа позиции в фразе, где встретилось незнакомое слово. Разработанные механизмы адаптации модели в процессе функционирования описаны в [3].

Для дальнейшей иллюстрации будем рассматривать приведенный ниже начальный лексикон.

$W = \{\text{НАПИСАТЬ, НАБРАТЬ, НАПЕЧАТАТЬ, "ТЕКСТОВЫЙ ДОКУМЕНТ", СТАТЬЯ, ПИСЬМО, ЗАПУСТИТЬ, БЛОКНОТ, ПРОИГРЫВАТЕЛЬ, ПРОГРАММА, ВКЛЮЧИТЬ, ПРИБОР, ПОМЕЩЕНИЕ, ТЕМНО, СВЕТИЛЬНИК, ЧАЙНИК, КОМНАТА, КУХНЯ}\}$

- $Gen(\text{СТАТЬЯ, "ТЕКСТОВЫЙ ДОКУМЕНТ"}) = 1;$
- $Gen(\text{ПИСЬМО, "ТЕКСТОВЫЙ ДОКУМЕНТ"}) = 1;$
- $Gen(\text{БЛОКНОТ, ПРОГРАММА}) = 1;$
- $Gen(\text{БЛОКНОТ, ПРОИГРЫВАТЕЛЬ}) = 1;$
- $Gen(\text{СВЕТИЛЬНИК, ПРИБОР}) = 1;$

- $\text{Gen}(\text{ЧАЙНИК}, \text{ПРИБОР}) = 1$ ;
- $\text{Gen}(\text{КОМНАТА}, \text{ПОМЕЩЕНИЕ}) = 1$ ;
- $\text{Gen}(\text{КУХНЯ}, \text{КОМНАТА}) = 1$ ;
- $\text{Syn}(\text{НАПЕЧАТАТЬ}, \text{НАБРАТЬ}) = 1$ ;
- $\text{Syn}(\text{НАБРАТЬ}, \text{НАПЕЧАТАТЬ}) = 1$ ;

Все прочие отношения равны нулю. Все новые для модели слова также добавляются в лексикон.

Рассмотрим представление фраз ЕЯ. В фразах естественного языка можно выделить три основных вида синтаксических отношений:

- подчинительные отношения соединяют некоторое главное слово с зависимой синтаксической конструкцией;
- сочинительные отношения – это отношения между конструкциями, синтаксически не подчиненными друг другу и связанными между собой союзом и/или интонацией (например, однородные члены предложения) [6];
- отношение отрицания (унарное) – это признак того, что утверждение не является истинным.

Для ЕЯ это отношение гораздо сложнее традиционного логического отрицания. В общем случае о значении фразы с признаком отрицания ничего конкретного сказать нельзя. Поэтому в дальнейшем мы не будем строить никаких предположений о семантике отрицания.

В предлагаемой модели за основу представления ЕЯ-фразы возьмем подчинительные синтаксические отношения. С точки зрения подчинительных отношений ЕЯ-фраза представляется некоторой иерархической структурой, в которой главные слова находятся над зависимыми.

Формально фразу на естественном языке определим как функциональную форму, в которой в качестве функциональных символов выступают слова лексикона  $W$ :

- $w \in W$  – любое слово из лексикона модели является фразой;
- $\neg\phi$  – отрицание фразы является фразой;
- $w([r_1 : \phi_1], [r_2 : \phi_2], \dots, [r_n : \phi_n]), n > 0, \phi_i$  – подчиненная фраза;  $r_i$  – тип аргумента;  $w \in W$  – слово с перечисленными в скобках подчиненными фразами.

Пусть  $Rel$  – конечное множество типов аргументов модели. Фактически, это типы возможных в языке подчинительных отношений. На практике тип аргумента может представлять собой просто некоторую морфологическую информацию.

Чтобы абстрагироваться от порядка слов в предложении, будем считать, что на множестве  $Rel$  всех типов аргументов и на множестве всех слов  $W$  задана геделевская нумерация  $Ng(r), r \in Rel$  и  $Ng(w), w \in W$ . Аргументы некоторого функционального символа упорядочены сначала по геделевскому номеру типа аргумента, а потом – по геделевскому номеру функционального символа – слова.

Функциональную форму фразы  $\phi$  удобно изображать в виде дерева, вершины которого помечены словами  $w \in W$ , а ребра – типами аргументов  $r \in Rel$  (рис. 1). Корень дерева фразы  $\phi$  будем обозначать как  $Root(\phi)$ . Пусть  $u$  – узел помеченного дерева фразы. Тогда  $Word(u)$  – пометка узла  $u$ ;  $Relation(u)$  – пометка ребра, соединяющего узел  $u$  с родительским;  $Args(u)$  – множество дочерних узлов узла  $u$ .  $Negation(u)$  – признак отрицания узла  $u$ .

Получить такое помеченное дерево фразы из предложения на ЕЯ можно, например, с помощью библиотек *Dialing* [7]. Для иллюстрации используются деревья, полученные этим анализатором. К предлагаемому представлению с помощью достаточно очевидных преобразований приводятся такие традиционные представления синтаксических конструкций ЕЯ, как граф зависимостей или дерево непосредственных составляющих [5].

Команда системы управления представляется парой



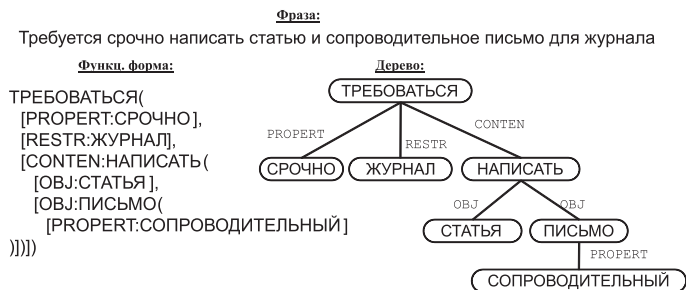


Рис. 1. Пример построения дерева фразы

$$e = \langle \nu, Parameters \rangle$$

где  $\nu$  – функциональная форма, задающая определение команды на ЕЯ. Некоторые функциональные символы в  $\nu$  могут быть помечены не словами из  $W$ , а параметрами из множества  $Parameters$ .  $Parameters = \{p | p = \langle name_i, N_i \rangle, N_i \subseteq N\}$  – множество параметров команды, где  $name_i$  – имя параметра;  $N$  – множество понятий.

В общем случае команда – это некоторая фиксированная параметризованная синтаксическая конструкция, понятная объекту управления. Можно показать, что общность модели не нарушается, вне зависимости от того, используется ли в командах формальный или естественный язык. Для определенности будем считать, что команда в модели – это фиксированное описание формальной команды объекта управления на естественном языке, т. е. используются типы аргументов и слова естественного языка,

В узлы дерева  $\nu$ , помеченные параметром  $name_i$ , может быть подставлено некоторое дерево  $\phi$ , такое, что  $\exists n : Gen(Word(Root(\phi)), n) > 0, n \in N_i$ . Пусть  $\tau(p_i)$  – уровень достоверности унификации параметра.

$$(1) \quad \tau(p_i) = Gen(Word(Root(\phi)), n)$$

Проверка наличия в некоторой фразе  $\phi$  команды  $e$  и вычисление параметров команды производится с помощью операции

унификации.

$$(2) \quad \langle \gamma, Values \rangle = Unification(\phi, e)$$

Результатом унификации являются:

- уровень релевантности  $\gamma$ , который определяет степень уверенности системы в наличии команды.
- множество  $Values = \{ \langle p_i, \phi_i \rangle \}$ , где  $p_i$  – параметры команды  $e$ ;  $\phi_i$  – значения параметров. Причем для каждого параметра  $p_i$  должно существовать единственное значение  $\phi_i$ .

Обозначим  $Value(p_i) = \phi_i$ .

Задача логического анализа заключается в том, чтобы свести некоторую начальную фразу  $\phi$  к множеству фраз, определяющих команды и понятных объекту управления. Механизм преобразования фраз описывается конечным множеством правил контекстной замены  $Rules$ . Введем три группы правил контекстной замены.

**Логическое правило** задается следующим образом:

$$r_L = \langle \nu \rightarrow \sigma, Parameters \rangle$$

где  $\nu$  и  $\sigma$  – гипотеза и следствие правила, представленные двумя суперпозициями, некоторые функциональные символы которых, возможно, помечены не словами ЕЯ, а параметрами из множества  $Parameters$ .  $Parameters$  – множество параметров правила, аналогичное множеству параметров команды.

**Правило-определение** используется для перевода функциональных форм устойчивых словосочетаний в слова лексикона. Правило-определение задается следующим образом:

$$r_O = \langle \nu \rightarrow c, Parameters \rangle$$

где  $\nu$  – словосочетание в функциональной форме, содержащее, возможно, параметры;  $c$  – определяемое слово из лексикона  $W$ ;  $Parameters$  – множество параметров.

**Заключительное правило** представляет собой шаблон команды для объекта управления или фразу-ответ на ЕЯ. Заключительное правило задается парой

$$r_E = \langle \nu, Parameters \rangle$$

где  $\nu$  – функциональная форма, представляющая шаблон команды объекта управления или фразу-ответ на ЕЯ.

**Цепочка вывода** из функциональной формы  $\phi$  – это конечная последовательность функциональных форм  $\langle \phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n \rangle$  таких, что  $\phi_0 = \phi$ , форма  $\phi_{i+1}$  непосредственно выводима из  $\phi_i$  для  $0 < i < n - 1$  с помощью некоторого правила  $r_i \in Rules$ , форма  $\phi_n$  получена из формы  $\phi_{n-1}$  с помощью заключительного правила  $r_n \in Rules$ .

На основе введенных определений задачу логического анализа фразы  $\phi$  можно сформулировать следующим образом.

**Задача 1.** Найти множество  $E_\phi$  всех заключительных функциональных форм, выводимых из данной функциональной формы  $\phi$  с помощью цепочек вывода длины не более  $Length$ . Очевидно, что при такой постановке задачи множество  $E_\phi$  конечно.

Далее приведен пример логического анализа нескольких фраз. Объект управления в примере умеет только включать известные ему приборы (светильник и чайник), расположенные в известном помещении (на кухне) и запускать известные программы (блокнот и проигрыватель). Для краткости будем опускать обозначение типа аргумента.

$$Rules = \{$$

- 1) ЗАПУСТИТЬ (\$X)  $Parameters = \{\{ \$X, "ПРОГРАММА" \}\};$
- 2) ВКЛЮЧИТЬ (\$X, \$Y)  $Parameters = \{\{ \$X, "ПОМЕЩЕНИЕ" \}, \{ \$Y, "ПРИБОР" \}\};$
- 3) НАПИСАТЬ (\$X)  $\rightarrow$  НАБРАТЬ (\$X) ,  $Parameters = \{\{ \$X, "ТЕКСТОВЫЙ ДОКУМЕНТ" \}\};$

4) НАБРАТЬ (\$X) → ЗАПУСТИТЬ (БЛОКНОТ),  
 $Parameters = \{\{\$X, "ТЕКСТОВЫЙ ДОКУМЕНТ"\}\};$

5) ТЕМНО (\$X) → ВКЛЮЧИТЬ (\$X, СВЕТИЛЬНИК)  
 $Parameters = \{\{\$X, "ПОМЕЩЕНИЕ"\}\};$

}

Рассмотрим анализ фразы "Нужно срочно написать статью для журнала". Заметим, что эта фраза не является явной командой объекту управления. Функциональная форма, представляющая фразу: НУЖНО(СРОЧНО, ЖУРНАЛ, НАПИСАТЬ(СТАТЬЯ)). Применение правила 3 к функциональной форме: НУЖНО(СРОЧНО, ЖУРНАЛ, НАБРАТЬ(СТАТЬЯ)). Применение правила 4: НУЖНО(СРОЧНО, ЖУРНАЛ, ЗАПУСТИТЬ(БЛОКНОТ)). Применение заключительного правила 1 дает команду: ЗАПУСТИТЬ(БЛОКНОТ). Аналогичным образом фраза "В кухне слишком темно" приведет к команде ВКЛЮЧИТЬ(КУХНЯ, СВЕТИЛЬНИК). Таким образом, предложенная модель позволяет описывать принципиально более сложную логику, чем простая интерпретация команд, вроде "Включи чайник". Пример показывает, что адекватность результатов логического вывода определяется наполнением множества правил и отношениями на лексиконе, и не зависит от используемого языка.

Однако алгоритмы, решающие Задачу 1, имеют высокую временную сложность.

**Теорема:** Задача 1 является NP-трудной.

Доказательство теоремы можно найти в [2].

Если рассматривать данную модель с точки зрения практической применимости, возникает проблема, типичная для интеллектуальных систем: высокая временная сложность алгоритмов. Предлагаемый способ решения этой проблемы рассмотрен далее.

## **2. Проблема увеличения скорости работы алгоритма логического анализа**

В большинстве случаев фраза на ЕЯ характеризуется уникальным упорядоченным набором слов – пометок вершин. Схемы

построения фраз, задаваемые пометками ребер, определяются не обширным лексиконом, а структурной спецификой выбранного языка, и потому имеют тенденцию к повторению. Эта особенность ЕЯ отражается, прежде всего, в синтаксисе. Учет этого обстоятельства позволяет, как показано далее, значительно снизить временную сложность алгоритмов предложенной модели.

Схема  $Template(\phi)$  – это дерево фразы  $\phi$  без пометок вершин. Для хранения схем гипотез всех правил базы и целевых шаблонов команд нами разработана специальная структура данных – дерево схем (ДС). Ребра ДС помечены типами отношений, возможными между лексемами во фразах на анализируемом языке. Каждый узел может быть связан данным типом отношения с не более чем одним потомком. Таким образом, каждый узел  $u_t$  ДС однозначно задается упорядоченным набором пометок ребер  $L(u_t)$  вдоль пути от корня дерева к узлу  $u_t$ . Каждый узел  $u_t$  содержит список правил, в гипотезе которой существует узел  $u$ , такой что  $L(u) = L(u_t)$ .

Заметим, что производительность ДС зависит не от количества внесенных в него фраз, а от количества узлов в этих фразах. Эксперименты, результаты которых представлены ниже, показали эффективность ДС не только как структуры организации базы правил, но и как хранилища уже полученных фраз для предотвращения повторного вывода.

### **3. Результаты тестирования производительности**

Были проведены вычислительные эксперименты, позволяющие проанализировать эффективность разработанных алгоритмов. В экспериментах измерялось только „чистое“ время работы системы, не включающее время перевода фраз на ЕЯ во внутреннее представление.

В качестве анализируемого языка использован русский. Анализируемые предложения имеют различную сложность и длину от 2 до 11 слов. Заметим, что фразы на естественном языке редко бывают длиннее 20 слов, поэтому их размер мало влияет на общую производительность алгоритмов модели.

Знания модели в проводимых экспериментах являются полными, т. е. при унификации уровень релевантности результата равен 0 или 1 и обучение системы не производится.

Поведение системы значительно зависит от конкретного содержания предложений. Это связано с наличием экстенсивных правил. Пусть дерево фразы  $s_1$  – результат применения правила  $r$  к дереву фразы  $s$ . Правило  $r$  назовем экстенсивным, если оно применимо к  $s_1$ . Такие правила вызывают порождение сильно ветвящихся деревьев вывода с большой высотой, что существенно влияет на производительность системы. Для более объективной оценки времени работы системы каждая точка графика получается как среднее значение времени работы пяти тестов. В качестве входного текста для каждого из пяти тестов использовалась случайная выборка предложений требуемого размера. К каждому предложению применимо хотя бы одно правило из базы правил. Для алгоритмов выбора правила ЛВП и ДС в точках с одинаковым количеством правил анализируются одинаковые тексты.

### **1. Сравнение алгоритмов выбора правила ЛВП и ДС. Зависимость от размера текста.**

Условия эксперимента:

- База правил – 200 правил.
- Структура данных для хранения полученных результатов – красно-черное дерево.
- Максимальная глубина дерева вывода – 5 шагов.
- Диапазон изменения размера текста: от 10 до 120 предложений; шаг: 10 предложений.

На рис. 2 изображена полученная зависимость. Пунктирными линиями обозначены коридоры значений.

### **2. Сравнение алгоритмов выбора правила ЛВП и ДС. Зависимость от количества правил.**

Условия эксперимента:

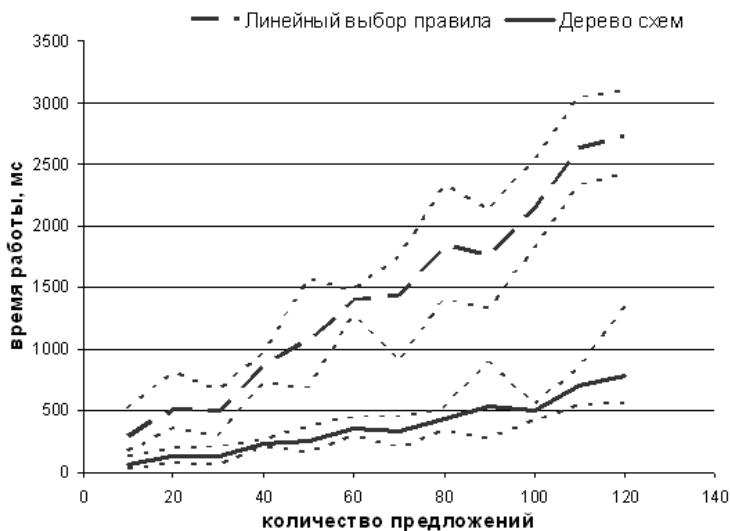


Рис. 2. Сравнение алгоритмов выбора правила ЛВП и ДС.  
Зависимость от размера текста

- Диапазон изменения размера базы правил – от 15 до 390 правил; шаг: 15 правил.
- Структура данных для хранения полученных результатов – красно-черное дерево.
- Максимальная глубина дерева вывода – 5 шагов.
- Размер текста: 128 предложений.

На рис. 3 изображена полученная зависимость. Пунктирными линиями обозначены коридоры значений.

Серии 1 и 2 экспериментов демонстрируют несомненное превосходство алгоритма ДС в сравнении с алгоритмом ЛВП для выбора применяемого правила.

**3. Сравнение ДС и красно-черного дерева как структур данных для хранения полученных результатов (для предот-**



Рис. 3. Сравнение алгоритмов выбора правила ЛВП и ДС. Зависимость от количества правил

**вращения повторного вывода) для различных способов выбора правила: ЛВП и ДС.**

Условия эксперимента:

- База правил – 200 правил.
- Максимальная глубина дерева вывода – 7 шагов.
- Диапазон изменения размера текста: от 10 до 120 предложений; шаг: 10 предложений.

Эксперимент показал, что в качестве структуры данных для хранения полученных результатов ДС значительно эффективнее красно-черного дерева. Однако это отличие заметно лишь при большой глубине дерева логического вывода. В проведенном эксперименте алгоритм логического вывода получил порядка 1400 различных фраз для текста из 120 предложений. Если ограничить максимальную глубину дерева вывода 5 шагами, то количество



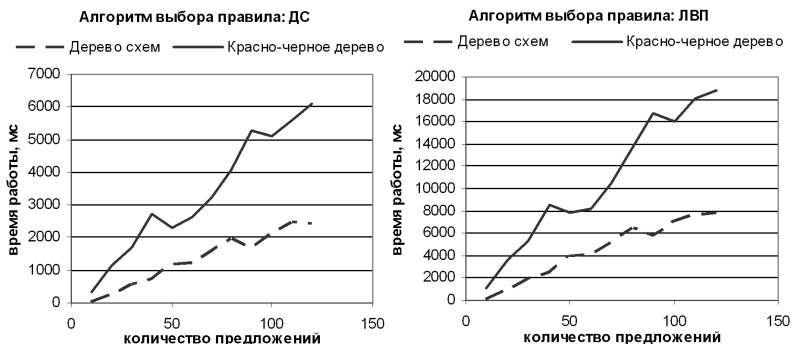


Рис. 4. Сравнение ДС и красно-черного дерева как структур данных для хранения полученных результатов (для предотвращения повторного вывода) для различных способов выбора правила: ЛВП и ДС

получаемых различных фраз – около 600, и различия в производительности между красно-черным деревом и ДС незаметны.

#### 4. Зависимость времени работы алгоритмов от глубины вывода для различных способов выбора правила: ЛВП и ДС.

Условия эксперимента:

- База правил – 200 правил.
- Структура данных для хранения полученных результатов – красно-черное дерево.
- Диапазон ограничения на максимальную глубину дерева вывода – от 3 до 7 шагов.
- Диапазон изменения размера текста: от 10 до 120 предложений; шаг: 10 предложений.

Эта серия экспериментов показывает, что производительность системы при росте ограничения на максимальную глубину дерева вывода очень быстро падает (рис. 5).

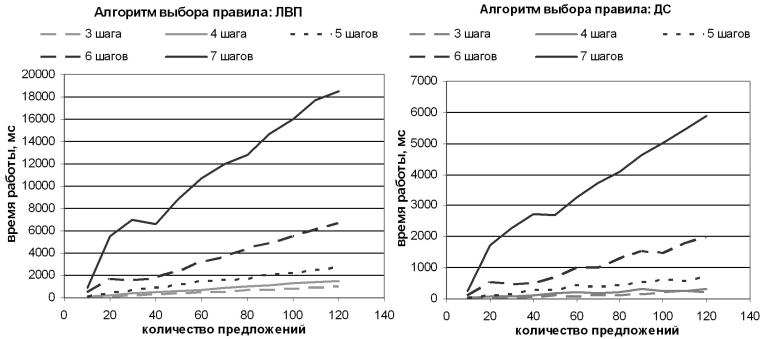


Рис. 5. Зависимость времени работы алгоритмов от глубины вывода для различных способов выбора правила: ЛВП и ДС

#### 4. Общая архитектура системы

В качестве языка программирования для реализации предложенной математической модели выбран мультиплатформенный язык *Java*. Взаимодействие модулей реализации системы представлено на рис. 6[4].



Рис. 6. Схема потоков данных системы  
Модуль первичного семантического анализа преобразует

фразы на естественном языке во внутреннее представление системы – функциональные формы. Первичный семантический анализ использует внешний синтаксический анализатор текстов на естественном языке. Модуль первичного семантического анализа легко заменяем, что позволяет подключать к системе синтаксические анализаторы различных языков. В текущей реализации для синтаксического анализа используется продукт *Dialing*.

Задача модуля логического вывода – построить список команд для объекта управления из исходных гипотез путем построения цепочек логического вывода. Алгоритм логического вывода конфигурируется набором параметров, таких как глубина дерева логического вывода и параметры обучения.

Преобразование результатов логического вывода в команды для „Умного дома“ производится в модуле интерпретации. В простейшем случае каждому шаблону команды соответствует мини-программа определенной системы „Умного дома“. Этот модуль является заменяемым и определяется программным интерфейсом объекта управления.

Через модуль графического интерфейса осуществляется взаимодействие с пользователем системы: ввод команд на естественном языке, интерактивное обучение системы с учителем, конфигурация и настройка системы.

Модуль обучения автоматизирует процесс построения базы знаний системы.

## **5. Выводы**

Вычислительные эксперименты демонстрируют, что предложенная математическая модель адекватна моделируемому объекту в пределах поставленной задачи. Тестирование производительности показало высокую эффективность механизмов повышения темпоральной эффективности. Модель представляет практический интерес в области интеллектуального управления техническими системами.

Использование разработанной программной библиотеки в комплексах „Умный дом“ позволит расширить функциональ-

ные возможности комплексов (возможно управление любыми электрическими бытовыми приборами без усложнения системы управления). Кроме того, предложенный механизм не требует от пользователя специальной подготовки и опыта работы с формализованными знаковыми системами.

### Литература

1. ЛЮГЕР Д. Ф. *Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем*. 4-е издание. – М.: Вильямс, 2003.
2. КРАЙВАНОВА В. А. *Вычислительная сложность задачи логического анализа для адаптивно-логической модели естественного языка* // Материалы двенадцатой региональной конференции по математике "МАК-2009". – Барнаул: Изд-во АГУ, 2009. – С. 130-132.
3. КРАЙВАНОВА В. А., КРЮЧКОВА Е. Н. *Концепция адаптивного управления интеллектуальными объектами на основе логического вывода* / Ползуновский альманах. – 2008. – №4. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ. – С. 26-30.
4. КРАЙВАНОВА В. А. *Система интеллектуального управления сложными адаптирующимися объектами* // Научная сессия ТУСУР-2008: Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск, 5-8 мая 2008 г. Ч. 2. – Томск: В-Спектр, 2008. – С. 78-81.
5. НАЙХАНОВА Л. В., ЕВДОКИМОВА И. С. *Методы и алгоритмы трансляции естественно-языковых запросов к базе данных в SQL-запросы*. – Улан-Уде: Издательство ВСГТУ, 2004.
6. РОЗЕНТАЛЬ Д. Э., ТЕЛЕНКОВА М. А. *Справочник по русскому языку. Словарь лингвистических терминов*. – М.: Наука, 1985. – 394 с.
7. СОКИРКО А. В. *Реализация первичного семантического анализа в системе Диалинг* // Труды междунар. семинара

- Диалог'2000 по компьютерной лингвистике и её приложениям, Протвино, 2000.
8. *Сайт компании House Control* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.housecontrol.ru>
  9. *Сайт Российского НИИ искусственного интеллекта* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://artint.ru>
  10. ТУЗОВ В. А. *Компьютерная семантика русского языка* СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. – 400 с.
  11. ХОРОШЕВСКИЙ В. Ф. *Оценка систем извлечения информации из текстов на естественном языке: кто виноват, что делать* // Труды Десятой национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ- 2006). – М.: Физматлит. – 2006. – Т. 2. – С. 464-478.
  12. ЧЕПОВСКИЙ А. М. *Неразрешимая проблема компьютерной лингвистики* // "Компьютерра" №30, 02.08.2002.
  13. CHOMSKY N. *The logical basis of linguistic theory* // Preprints of papers for ninth international congress of linguistics. – Cambridge: Mass. – 1962.

## **MODEL OF NATURAL-LANGUAGE INTERFACE FOR COMPLEX TECHNICAL OBJECTS CONTROL SYSTEMS AND EFFICIENCY EVALUATION OF MODEL-BASED ALGORITHMS**

**Varvara Krayvanova**, Altai State Technical University, Barnaul,  
post-graduate student([krayvanova@yandex.ru](mailto:krayvanova@yandex.ru)).

*Abstract: The article considers the problem of intelligent computer human interface construction based on natural language phrases logical analysis. The mathematical model of interface is offered and its efficiency is shown. The architecture of technical objects intellectual control is considered by the example of systems „Clever house“.*

Keywords: natural language interface, human-computer interaction, artificial intelligence.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым.*