

УДК 536.7 + 519.85  
ББК 78.34

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Директор Л. Б.<sup>1</sup>, Майков И. Л.<sup>2</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Объединенный Институт высоких температур РАН,  
Москва)*

*Разработаны математическая модель обобщенной схемы энергокомплекса, численный метод для анализа и оптимизации схемных решений и программное обеспечение, позволяющие решать задачи оптимизации с большими горизонтами расчетов и максимально точно учитывать графики изменения нагрузок потребителя. Минимизация целевой функции, коэффициенты которой определяются выбранным критерием оптимизации (стоимость, потребление первичных энергоносителей, экология), обеспечивается в итерационном процессе с использованием численной процедуры – симплекс-метода с искусственным базисом. В связи с большой размерностью оптимизационной задачи используется метод декомпозиции.*

Ключевые слова: математическое моделирование, оптимизация, численные методы, энергокомплекс, линейное программирование.

---

<sup>1</sup> Леонид Бенцианович Директор, доктор технических наук, в.н.с. ([director@oivtran.ru](mailto:director@oivtran.ru)).

<sup>2</sup> Игорь Леонидович Майков, доктор физико-математических наук, в.н.с. ([maikov\\_i@mail.ru](mailto:maikov_i@mail.ru)).

## **1. Введение**

В последнее десятилетие в малую энергетику активно внедряются энергоустановки, использующие в качестве первичного источника энергии газопоршневые двигатели [5, 6, 8]. Выбор установки и режимы ее эксплуатации во многом определяются особенностями конкретного потребителя: суточными, недельными и сезонными графиками электрической и тепловой нагрузок, структурой и оборудованием существующих систем энергоснабжения, технической возможностью подключения к централизованным сетям. Кроме того, при выборе схемных решений необходимо учитывать характеристики собственно энергетической установки и других элементов схемы, климатические условия региона, возможности резервирования электрической мощности и многое другое.

Вопросам математического и технико-экономического анализа эффективности комбинированных технологий, прежде всего, в энергетике, сегодня уделяется особое внимание. Разработка подходов к моделированию подобных технологий, методов оптимизации и соответствующего программного обеспечения позволит выбирать эффективные схемные решения, соответствующее оборудование, оптимальные тарифы на продукты комбинированных технологий [4].

В настоящей работе представлен метод решения одной из практически важных задач, связанных с эффективным энергоснабжением, прежде всего, обособленных потребителей с учетом реальных графиков энергетических нагрузок и взаимосвязи всех возможных компонентов схемы: потребителя энергии, внешних по отношению к автономному энергетическому комплексу источников электрической и тепловой энергии, газопоршневой когенерационной установки, традиционных источников теплоснабжения (водогрейной котельной) и вспомогательных элементов схемы.

Разработаны математическая модель обобщенной схемы энергокомплекса, численный метод для анализа и оптимизации

схемных решений и программное обеспечение, позволяющие решать задачи оптимизации с большими горизонтами расчетов и максимально точно учитывать графики изменения нагрузок потребителя.

## 2. Математическая модель

Рассмотрим обобщенную схему энергокомплекса, в состав которой входят: газопоршневая мини-ТЭЦ (ГПУ), электродвигатель (ЭК), водогрейная котельная (ВК), аккумулятор тепловой энергии (АК), электрическая (ВЭС) и тепловая (ВТС) внешние сети, потребитель электрической (ПЭЭ) и тепловой (ПТЭ) энергии (рис. 1). Математическая модель строится из условий баланса потоков электрической ( $z_i$ ) и тепловой ( $y_i$ ) энергии.

Электрический баланс энергокомплекса

$$\begin{aligned} z_1 + z_3 &= N_p, \\ (1) \quad z_3 + z_4 &\leq N_c, \\ z_1 + z_2 &\leq N^{nom}, \end{aligned}$$

где  $N_p$  – электрическая мощность потребителя;  $N_c$  – предельная мощность, которую можно отобрать от сети;  $N^{nom}$  – номинальная электрическая мощность ГПУ.

Тепловой баланс энергокомплекса:

$$\begin{aligned} (2) \quad y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 &= W_p, \\ y_5 &\leq W_c, \end{aligned}$$

где  $W_p$  – тепловая мощность потребителя;  $W_c$  – предельная мощность, которую можно отобрать от внешнего источника теплоснабжения.

Дополнительные соотношения:

$$\begin{aligned} (3) \quad y_1 &= f(z_1 + z_2), \\ y_2 &= k_{ek}(z_2 + z_4). \end{aligned}$$

где  $k_{ek}$  – КПД электродвигателя.

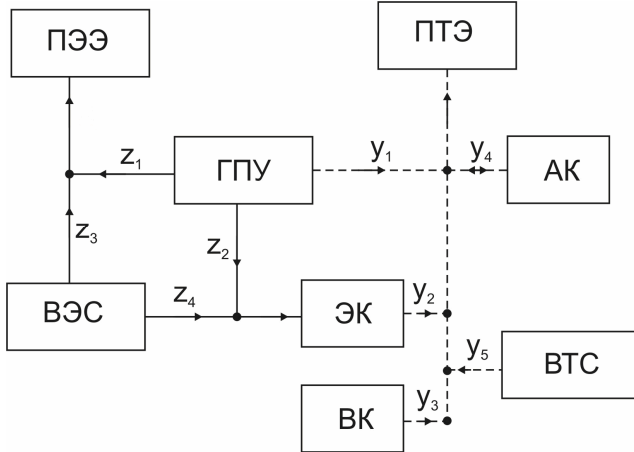


Рис. 1. Обобщенная схема электро- и теплоснабжения:  
 $z_1 \dots z_4$  — потоки электрической энергии;  
 $y_1 \dots y_5$  — потоки тепловой энергии

Система уравнений (1)–(3) представляет собой баланс электрической и тепловой энергии за промежуток времени  $\Delta t_i$ , в течение которого можно считать  $N_p(t) = \text{const}$  и  $W_p(t) = \text{const}$ . Предполагается, что все  $z_j \geq 0$  и  $y_j \geq 0$ . Поток  $y_4$  представляет собой поток тепловой энергии к аккумулятору тепловой энергии или от аккумулятора (зарядка или разрядка аккумулятора) и может быть как положительным, так и отрицательным.

Для каждого промежутка времени  $\Delta t_i$  можно записать систему уравнений (1)–(3) и дополнить ее балансом тепла бака-аккумулятора

$$(4) \quad \sum_i^N \Delta t_i y_4 = 0,$$

где  $N$  — количество интервалов времени с постоянной нагрузкой.

Введем целевую функцию

$$(5) \quad F = \sum_i^N \sum_j^4 \Delta t_i a_j z_j^i + \sum_i^N \sum_j^4 \Delta t_i b_j y_j^i,$$

где  $\alpha_j$  и  $\beta_j$  – коэффициенты целевой функции (в случае оптимизации по критерию минимальной стоимости энергоресурсов – тарифы (себестоимость) на электрическую и тепловую энергии, производимыми  $j$ -ми источниками энергокомплекса).

Решение системы уравнений (1)–(4), при котором целевая функция (5) принимает минимальное значение, определяет оптимальные режимы работы энергокомплекса в каждый промежуток времени  $\Delta t_i$ .

### 3. Численные методы

#### ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ

Для решения подобных оптимизационных задач достаточно эффективными являются методы линейной оптимизации [2].

Для линеаризации системы уравнений (1)–(5) уравнение для теплового потока от мини-ТЭЦ  $y_1^i$  представим в виде

$$(6) \quad y_1^i = k_t (z_1^i + z_2^i),$$

где  $k_t$  – коэффициент, определяющий для ГПУ отношение тепловой мощности к электрической мощности.

Введем новые переменные (таблица 1). Переменная  $y_4$  может принимать отрицательные значения. Так как в начале процедуры решения задачи знак  $y_4$  не определен (он определяется в процессе решения), представим переменную  $y_4$  в виде  $y_4 = x_6 - x_8$ , причем  $x_6 \geq 0$  и  $x_8 \geq 0$ .

Таблица 1. Замена переменных в системе уравнений (1)–(4)

Новая переменная	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6-x_8$	$x_7$
Старая переменная	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$y_3$	$y_4$	$y_5$

После замены переменных система уравнений (1)–(4) запишется в виде

$$\begin{aligned}
 & x_3^i + x_4^i \leq N_c, \\
 & x_1^i + x_3^i = N_p^i(\Delta t_i), \\
 & x_1^i + x_2^i \leq N^{nom}, \\
 (7) \quad & k_t x_1^i + (k_{ek} + k_t) x_2^i + k_{ek} x_4^i + x_5^i + x_6^i + x_7^i - x_8^i = W_p^i(\Delta t_i), \\
 & x_7^i \leq W_c, \\
 & \text{где } i = 1, \dots, N, \\
 & \sum_i^N \Delta t_i (x_6^i - x_8^i) \leq 0.
 \end{aligned}$$

В отличие от системы уравнений (1)–(4), система (7) линейная, все переменные и правые части в ней неотрицательны. Последнее равенство системы уравнений (1)–(4) заменено неравенством для того, чтобы система уравнений (7) была совместна и имела решение. Физически это условие означает сброс излишней тепловой энергии мини-ТЭЦ.

Целевая функция (5) для новых переменных принимает вид

$$(8) \quad F = \sum_i^N \sum_j^8 \Delta t_i c_j x_j^i,$$

где  $c_j$  – коэффициенты целевой функции. Выбор конкретных значений  $c_j$  определяется принятым критерием оптимизации: по стоимости энергоресурсов, потреблению первичных энергоносителей всеми источниками энергии или экологическим критерием. В данной постановке задачи полагается, что  $c_j = \text{const}$  в заданном промежутке времени  $\Delta t_i$ .

Полную систему уравнений (неравенств) (7) в векторно-матричном виде можно записать как

$$(9) \quad \left( \begin{array}{ccc|c} A_1 & 0 & 0 & X_1 \\ 0 & A_i & 0 & X_i \\ 0 & 0 & A_N & X_N \\ B_1 & B_i & B_N & \end{array} \right) \text{ (ограничения)} \quad \left( \begin{array}{c} D_1 \\ D_i \\ D_N \\ 0 \end{array} \right),$$

где матрица коэффициентов

$$(10) A_i = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_t & k_{ek} + k_t & 0 & k_{ek} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix},$$

вектор правых частей

$$(11) D_i = \begin{vmatrix} N_c & N_p^i(\Delta t_i) & N^{nom} & W_p^i(\Delta t_i) & W_c \end{vmatrix}^T,$$

вектор неизвестных

$$(12) X_i = \begin{vmatrix} x_1^i & x_2^i & x_3^i & x_4^i & x_5^i & x_6^i & x_7^i & x_8^i \end{vmatrix}^T.$$

Последнее уравнение системы (7) (член с индексом  $i$ ) представим в виде

$$(13) B_i = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta t_i & 0 & -\Delta t_i \end{vmatrix}.$$

Полученная система уравнений (9) может быть решена симплекс-методом с искусственным базисом [1], при этом решение будет оптимальным по отношению к целевой функции (8) (значение целевой функции – минимально).

### НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ (УЧЕТ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ)

Построенная выше модель опиралась на предположение, что все коэффициенты целевой функции  $c_j = \text{const}$ . В ряде случаев такое приближение может оказаться очень грубым. Оно справедливо в том случае, когда нагрузки потребителя постоянны во времени и близки к номинальным нагрузкам источников энергии (мини-ТЭЦ, котельной). Для большинства же потребителей, прежде всего, автономных, энергетические нагрузки переменны как в течение суток, так и в течение недели, месяца, года. В этом случае удельные характеристики источника энергии (себестоимость энергии, удельный расход топлива, экологические характеристики) будут зависеть от коэффициента мощности или КПД установки.

Вклад ГПУ в целевую функцию за промежуток времени  $\Delta t_i$  можно записать в виде

$$(14) F_G^i = \Delta t_i (c_1^i x_1^i + c_2^i x_2^i) = \Delta t_i c^i (x_1^i + x_2^i) = \Delta t_i c^i x^i.$$

Здесь учитывалось, что  $c_1^i = c_2^i = c^i$ , а  $x^i$  – полный поток электрической энергии от ГПУ, причем  $c^i = c^i (x^i)^j$  [3].

Проведем разбиение функции  $F_G^i : x^{ik} = a_{ik}$ ,  $k = 0, \dots, K$ . Тогда кусочно-линейную аппроксимацию функции  $F_G^i$  можно записать в виде

$$(15) F_G^i = \sum_{k=1}^K r_{ik} x^{ik} + F_G^i(a_{i0}),$$

где  $x^i = a_{i0} + \sum_{k=1}^K x^{ik}$ ,  $r_{ik} = \frac{F_G^{ik}(a_{ik}) - F_G^{ik-1}(a_{ik-1})}{a_{ik} - a_{ik-1}}$ .

Новые переменные  $x^{ik}$  удовлетворяют ограничениям

$$(16) 0 \leq x^{ik} \leq a_{ik} - a_{ik-1}.$$

Таким образом, система уравнений (7) переходит в систему

$$x_3^i + x_4^i \leq N_c,$$

$$x_1^i + x_3^i = N_p^i(\Delta t_i),$$

$$x_1^i + x_2^i \leq N^{nom},$$

$$x_1^i + x_2^i = a_{i0} + \sum_{k=1}^K (x_1^{ik} + x_2^{ik}),$$

$$(17) x_1^{ik} + x_2^{ik} \leq a_{ik} - a_{ik-1},$$

где  $k = 1, \dots, K$ ,

$$k_t x_1^i + (k_{ek} + k_t) x_2^i + k_{ek} x_4^i + x_5^i + x_6^i + x_7^i - x_8^i = W_p^i(\Delta t_i),$$

$$x_7^i \leq W_c,$$

где  $i = 1, \dots, N$ ,

$$\sum_i^N \Delta t_i (x_6^i - x_8^i) \leq 0.$$



Целевая функция имеет вид

$$(18) F = \sum_i^N \left( \Delta t_i \left( \sum_{k=1}^K r_{ik} (x_1^{ik} + x_2^{ik}) + F_G^i(a_{i0}) + \sum_{j=2}^8 c_j x_j^i \right) \right).$$

Оценим минимальные требования к ресурсам компьютера для решения линейной и нелинейной задачи при условии, что в качестве метода решения используется симплекс-метод. Предполагаем, что имеются почасовые энергетические нагрузки потребителя за промежуток времени  $T = \sum_i^N \Delta t_i$  (сутки, неделя, месяц, год).

Исходная матрица коэффициентов  $\mathbf{A}$  для линейной задачи имеет размерность  $8N(5N + 1)$ . При решении симплекс-методом формируется расширенная матрица  $\mathbf{A}$  с размерностью  $(8N + 2(5N + 1))(5N + 1) \approx 90N^2 + 10N$  (произведение максимально допустимого общего числа переменных и максимально допустимого числа уравнений). Предполагая, что для хранения чисел используется формат двойной точности *double* (число занимает 8 байт), необходимый объем оперативной памяти составляет

$$(19) P = 80N(9N + 1).$$

Для нелинейной задачи исходная матрица коэффициентов  $\mathbf{A}$  имеет размерность  $N(9 + K)((6 + K)N + 1)$ , и расширенная матрица  $\mathbf{A}$  имеет размерность  $((9 + K)N + 2((6 + K)N + 1)) \times ((6 + K)N + 1) \approx N^2(126 + 39K + 3K^2) + N(5K + 33)$ . Необходимый объем оперативной памяти составляет

$$(20) P = 8(N^2(126 + 39K + 3K^2) + N(5K + 33)).$$

Зависимость объема оперативной памяти  $P$  от количества промежутков времени  $N$  при различных  $K$  представлена на рис. 2.

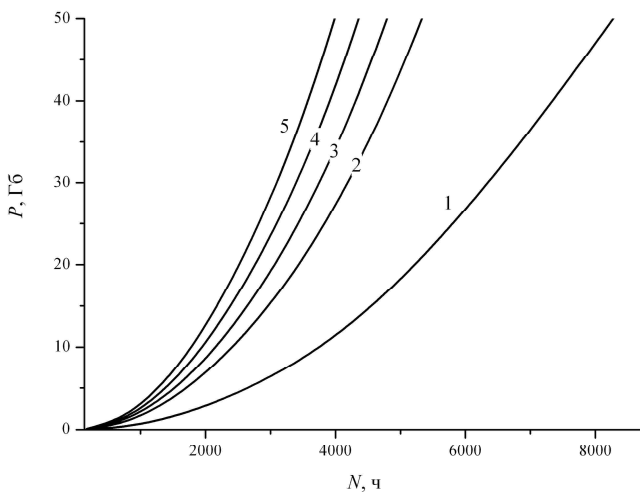


Рис. 2. Зависимость объема оперативной памяти от количества промежутков времени  $\Delta t_i$ : 1 – линейная задача; нелинейная задача: 2 –  $K=2$ , 3 –  $K=3$ , 4 –  $K=4$ , 5 –  $K=5$

Специфика рассматриваемых задач такова, что горизонт расчетов должен составлять календарный год. Кроме того, для максимально точного учета изменения реальных нагрузок потребителя интервалы времени с постоянной нагрузкой должны быть не меньше 1 ч.

Приведенные выше оценки показывают принципиальную возможность проведения подобных расчетов на современных суперкомпьютерах, обладающих необходимыми ресурсами памяти и быстродействием. Однако при использовании персональных компьютеров (объем оперативной памяти несколько гигабайт и быстродействие в десятки гигафлопс) необходима разработка специальных методов расчета. Так, при  $N \approx 3000$  (горизонт расчета около 4 месяцев при  $\Delta t_i = 1$  ч) минимальный объем оперативной памяти для хранения расширенной матрицы  $A$  для линейной задачи составляет более 5 Гб (рис. 2). Для нелинейной задачи при том же объеме оперативной памяти и  $K = 4$

горизонт расчета составляет около 2 месяцев при  $\Delta t_i = 1$  ч. С учетом выделения памяти для дополнительных переменных, операционной системы и т.д. объем необходимой оперативной памяти будет существенно выше, что делает невозможным непосредственное применение симплекс-метода к решению задачи при больших  $N$ . Таким образом, имеется возможность проведения расчетов только при значительном увеличении промежутка  $\Delta t_i$  (или уменьшении  $N$  и  $K$ ). Такое разбиение может оказаться очень грубым приближением.

Из сказанного следует, что для решения задач с горизонтом расчета в 1 год и  $\Delta t_i = 1$  ч для получения результатов с приемлемой точностью необходима разработка специальных численных методов. При этом, как видно из рис. 2, необходимые ресурсы для нелинейной модели могут оказаться существенно выше, чем для линейной.

### МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ

Системы уравнений (7) и (17) имеют общую структуру (9) со своими матрицами коэффициентов, векторами переменных и правых частей.

Для решения системы ограничений (уравнений) (9) применим метод декомпозиции [7]. Системы ограничений (уравнений) (9) включают в себя ограничения (уравнения)  $\mathbf{B}$  ( $B_1, B_2, \dots, B_N$ ), которые содержат все переменные  $X_1, X_2, \dots, X_N$  (эти ограничения (уравнения) образуют блок-связку) и ограничения (уравнения)  $A_i$ , содержащие только часть переменных  $X_i$  (эти ограничения образуют блоки). Задача (9) имеет блочную структуру, и метод декомпозиции позволяет свести решение задачи (9), содержащей  $N$  блоков, к решению отдельных  $N$  подзадач, соответствующим образом связанных между собой через коэффициенты ограничения  $\mathbf{B}$ . При этом число блоков определяет количество подзадач, решаемых на каждой итерации при решении главной задачи системы ограничений (уравнений) (9).

Построим главную задачу для системы (9) с минимизацией целевой функции

$$(21) F = \sum_i^N C_i X_i .$$

Будем считать, что в общем случае минимальный временной интервал с постоянной нагрузкой соответствует 1 ч и количество блоков  $N = 8760$  (горизонт расчета – 1 год). Все блоки связаны через уравнение  $\mathbf{V}$  с коэффициентами  $B_i$  (13).

Систему ограничений (9) можно представить в виде

$$(22) \begin{array}{rcl} A_1 X_1 & = & D_1, \\ & A_2 X_2 & = D_2, \\ & \ddots & \vdots \\ & A_N X_N & = D_N, \\ B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_N X_N & = & 0. \end{array}$$

Введением дополнительных переменных в систему ограничений (уравнений) (9) все неравенства сведены к равенствам.

Тогда можно записать

$$(23) X_j = \sum_{k=1}^{K_1} b_{jk} Y_j ,$$

где  $Y_{jk}$  – крайние точки множества  $X_j$ ,  $k = 1, \dots, K_j$ ,  $b_{jk} \geq 0$  для всех  $j$  и  $k$ , причем  $\sum_{k=1}^{K_1} b_{jk} = 1$ .

Главная задача (16) заключается в минимизации целевой функции

$$(24) F = \sum_{k=1}^{K_1} b_{1k} C_1 Y_{1k} + \sum_{k=1}^{K_2} b_{2k} C_2 Y_{2k} + \dots + \sum_{k=1}^{K_N} b_{Nk} C_N Y_{Nk}$$

при ограничениях

(25)

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^{K_1} b_{1k} &= 1, \\
 \sum_{k=1}^{K_2} b_{2k} &= 1, \\
 &\vdots \\
 \sum_{k=1}^{K_N} b_{Nk} &= 1, \\
 \sum_{k=1}^{K_1} b_{1k} B_1 Y_{1k} + \sum_{k=1}^{K_2} b_{2k} B_2 Y_{2k} + \dots + \sum_{k=1}^{K_N} b_{Nk} B_N Y_{Nk} &= 0.
 \end{aligned}$$

В главной задаче новыми переменными являются  $\beta_{jk}$ . После того как будет найдено оптимальное решение  $b_{jk}^*$  задачи (24)–(25), оптимальное решение исходной задачи вычисляется по формуле

$$(26) \quad X_j = \sum_{k=1}^{K_1} b_{jk}^* Y_j.$$

Структура матрицы (9) остается блочно-диагональной, если объединить несколько матриц  $A_i$ . Введем новые матрицы  $A_i^{new}$ , которые определяются следующим образом

$$(27) \quad A_i^{new} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & A_k & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}}_L \Bigg\} L,$$

где  $k = j + L(i-1)$ ,  $j = 1, \dots, L$ .

Аналогичным образом изменятся векторы неизвестных, векторы правых частей и строка  $\mathbf{B}$ . Новая система ограничений будет иметь вид

$$(28) \left| \begin{array}{ccc|c} A_1^{new} & 0 & 0 & X_1^{new} \\ 0 & A_i^{new} & 0 & X_i^{new} \\ 0 & 0 & A_M^{new} & X_M^{new} \\ B_1^{new} & B_i^{new} & B_M^{new} & \end{array} \right| \text{(ограничения)} \left| \begin{array}{c} D_1^{new} \\ D_i^{new} \\ D_M^{new} \\ 0 \end{array} \right|.$$

В частности, если  $L = 24$  (блок состоит из 24 часов),  $M = 365$ , т. е. в такой постановке задача содержит 365 блоков (или подзадач), а один блок соответствует одному дню. Зависимости времени счета от величины блока представлены на рис. 3.

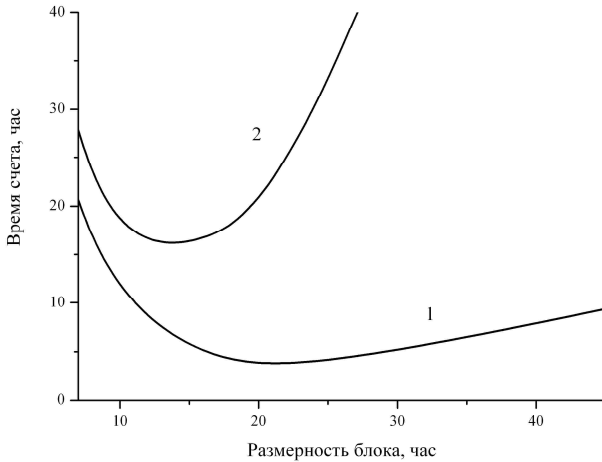


Рис. 3. Зависимость времени счета от величины блока:  
1 – линейная задача, 2 – нелинейная задача ( $K = 5$ )

Минимальное время счета для линейной задачи составляет 3,5 ч, для нелинейной задачи – 16,2 ч. Причем оптимальный размер блока для линейной задачи соответствует 24 часам, для нелинейной ( $K = 4$ ) – 12 ч. Время счета оценивалось для компьютера с двухядерным процессором *Core 2 Duo* с тактовой частотой 2,4 ГГц и производительностью 19,2 гигафлопс.

В реальной ситуации величина интервалов времени с постоянной нагрузкой неравномерна. В частности, на объектах ЖКХ в ночные часы и электрическая, и тепловая нагрузки практически постоянны. Относительно постоянные часовые нагрузки и на предприятиях с трехменным режимом работы. Уменьшение числа интервалов времени  $N$  с постоянной нагрузкой в два раза (среднее значение  $\Delta t_i = 2$  ч) приводит к уменьшению времени счета приблизительно в 4 раза, и для линейной модели составит 0,8 ч, а для нелинейной – 4 ч. Таким образом, при соответствующей подготовке исходных данных можно существенно уменьшить время счета, не теряя при этом точности вычислений.

#### **4. Результаты**

Результатами расчетов являются номинальная электрическая мощность газопоршневой мини-ТЭЦ, номинальная мощность электродвигателя и энергетическая емкость бака-аккумулятора тепловой энергии. Кроме того, определяются оптимальные режимы работы каждого элемента схемы энергокомплекса (режимные карты) и стоимость энергоресурсов для оптимизированной схемы.

Для демонстрации возможностей разработанной модели и эффективности алгоритмов оптимизации схемы энергокомплекса (рис. 1) проведены предварительные тестовые расчеты. Значения выбранных параметров не являются характеристиками конкретного объекта, а задаются как некие средние величины. Для наглядности в качестве горизонта расчетов принято двое суток (48 ч) – характерный график потребителя в рабочий и выходной дни. Графики изменения относительных электрической и тепловой нагрузок потребителя приведены на рис. 4а.

В качестве исходных данных для коэффициентов целевой функции  $C_i$  (например, удельная стоимость или тариф в относительных единицах) заданы следующие значения: внешняя электрическая сеть – 3; внешняя тепловая сеть – 3; водогрейная

котельная – 1; ГПУ (линейная модель) – 1,25; ГПУ (нелинейная модель) – с учетом функциональной зависимости  $C_i$  от мощности (кпд) ГПУ [3].

Матрица  $\mathbf{A}$  имеет размерность  $384 \times 281$  для линейной модели и  $672 \times 677$  для нелинейной модели.

Результаты расчетов представлены на графиках (рис. 4б–4е). Относительная стоимость энергоресурсов при расчете по линейной модели составила 37,76 относительных единиц, по нелинейной модели – 34,42 относительных единиц.

Учет нелинейностей приводит также к изменению режимов работы элементов энергокомплекса: газопоршневой мини-ТЭЦ (рис. 4б и 4в), электродкотла (рис. 4г), бака-аккумулятора (рис. 4д) и водогрейной котельной (рис. 4е).

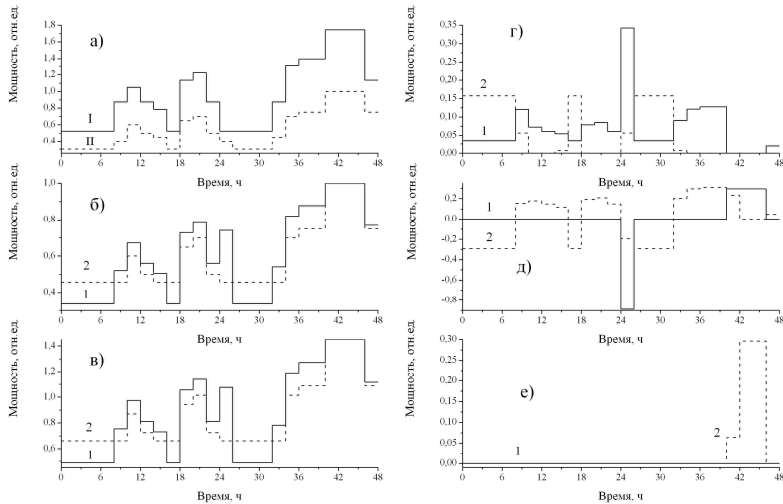


Рис. 4. Суточные графики изменения электрической (I) и тепловой (II) нагрузок – а). Результаты оптимизации энергокомплекса по критерию минимальной стоимости энергоресурсов (1 – линейная модель, 2 – нелинейная модель): б) ГПУ (электрическая энергия); в) ГПУ (тепловая энергия); г) ЭК; д) аккумулятор; е) ВК



Таким образом, для получения корректных результатов при моделировании работы энергокомплекса на резко переменные нагрузки потребителя необходимо учитывать нелинейные эффекты, в частности, зависимости коэффициентов целевой функции от коэффициента мощности.

Можно предложить следующий алгоритм расчетов по предложенным моделям. На первом этапе рассчитывается обобщенная схема энергокомплекса. В результате определяются те элементы схемы, для которых коэффициент использования мощности незначителен и затраты на их установку экономически не оправданы. После их исключения из обобщенной схемы снова решается оптимизационная задача, в результате чего определяются номинальные параметры устройств, входящих в энергокомплекс (мощность мини-ТЭЦ, электрокотла, емкость бака-аккумулятора, мощность водогрейной котельной), и режимные карты энергокомплекса.

## **5. Выводы**

Представленные результаты показывают возможность проведения оптимизационных расчетов с учетом всех особенностей схемы энергоснабжения, включая нелинейные эффекты, за разумные времена. Разработанные модели могут найти применение при модернизации и проектировании энергокомплексов, выборе оптимальных схемных решений, являются основой для проектирования системы автоматического управления системой энергоснабжения.

Предложенные подходы к созданию математических моделей и эффективные численные методы оптимизационных расчетов могут использоваться для решения и других задач, связанных с комбинированными технологиями, максимально учитывая изменение потребности в том или ином продукте в течение принятого временного горизонта расчетов.

Представленная работа выполнялась в соответствии с заданием государственного контракта с Федеральным агентством по науке и инновациям №02.516.11.6198.

### **Литература**

1. АКУЛИЧ И. Л. *Математическое программирование в примерах и задачах.* – М.: Высшая школа, 1986. – 319 с.
2. БОГЛАЕВ Ю. П. *Вычислительная математика и программирование.* – М.: Высшая школа, 1990. – 544 с.
3. ДЖУЛИЙ А. В., ДИРЕКТОР Л. Б., ЗАЙЧЕНКО В. М., МАРКОВ А. В. *Теплоутилизационный блок мини-ТЭЦ на базе ДВС // Теплоэнергетика.* – 2010. – №1. – С. 61–65.
4. КАГАНОВИЧ Б. М., ФИЛИППОВ С. П. *Теоретические основы анализа эффективности комбинированных технологий // Изв. РАН. Энергетика.* – 2008. – №6. – С. 116–126.
5. КОТЛЕР В. Р. *Мини-ТЭЦ: зарубежный опыт // Теплоэнергетика.* – 2006. – №8. – С. 69–71.
6. ФИЛИППОВ С. П. *Малая энергетика в России // Теплоэнергетика.* – 2009. – №8. – С. 38–44.
7. ХЕМДИ А. ТАХА. *Ведение в исследование операций.* – 7-е издание. – М.: Издательский дом Вильямс, 2005. – 912 с.
8. ХРИЛЕВ Л. С. *Основные направления и эффективность развития теплофикации // Теплоэнергетика.* – 1998. – №4. – С. 2–15.

### **SOLVING THE PROBLEMS OF COMPLEX POWER SYSTEMS OPTIMIZATION**

**Leonid Director**, Joint Institute for High Temperatures of RAS, Moscow, professor ([director@oivtran.ru](mailto:director@oivtran.ru)).

**Igor Maikov**, Joint Institute for High Temperatures of RAS, Moscow, professor ([maikov\\_i@mail.ru](mailto:maikov_i@mail.ru)).

*Abstract: We propose a general model of a power-supply unit, a computational routine for circuit design analysis and optimization, and software that accurately accounts for the changes in the consumption schedule and solves the optimization problems for long time horizon. Simplex method with artificial basis is used in an iterative process to minimize the goal function that depends on the criterion chosen (costs, primary resources consumption, or environment). Decomposition method is employed due to high dimensionality of the problem.*

Keywords: mathematical modeling, optimization, numerical methods, power-generating unit, linear programming.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Н. Н. Бахтадзе*