

**Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН**

# **УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ**

***Выпуск 29***

**Июнь 2010**

**СБОРНИК  
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл №ФС77-27285 от 22.02.2007

**Москва – 2010**

**www.mtas.ru**

**ИНТЕРНЕТ-сайт теории управления  
организационными системами**

**ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ**

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН



**Целью сайта** является предоставление специалистам по теории и практике управления организационными системами (ученым, преподавателям, аспирантам, студентам, а также реальным управленцам) доступа к ресурсам, отражающим современное состояние теории и возможности обмена идеями и результатами.

**На сайте имеются разделы:**

**Теория** – с обзором теории управления организационными системами, глоссарием, информацией для аспирантов;

**Практика** – с обзором результатов внедрения механизмов управления в реальных организациях;

**Библиография** – около 2500 публикаций по теории управления, снабжена классификатором и аннотациями;

**Электронная библиотека** – около 700 полнотекстовых монографий, статей и учебных пособий;

**а также многое другое.**

На сайте работает **форум**, на котором можно обсудить вопросы, относящиеся к математике, экономике, управлению организациями, узнать новости теории управления и ознакомиться с планируемыми конференциями и семинарами.

# ubs.mtas.ru

Интернет-сайт электронного периодического  
научного издания «Управление большими  
системами: сборник трудов»

## УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

ЭЛЕКТРОННЫЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ  
ИНСТИТУТА ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

С 1998 года Институт проблем управления РАН выпускает периодический сборник трудов ученых, занимающихся разработкой и исследованием математических моделей управления большими (социально-экономическими, организационными, организационно-техническими и др.) системами. Все статьи, публикуемые в сборнике, проходят рецензирование ведущими специалистами по теории управления.

С 2006 года сборник "Управление большими системами" вместе с ведущим журналом ИПУ РАН "Проблемы управления" – включены в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

С июля 2007 года Сборник входит в список ВАК (перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук):

\* по управлению, вычислительной технике и информатике (для докторов наук);

\* по электронике, измерительной технике, радиотехнике и связи; по энергетике (для кандидатов наук).

**Уважаемые коллеги! Приглашаем Вас опубликовать  
Вашу статью в очередном выпуске сборника  
"Управление большими системами"!**

Периодичность сборника - 4 раза в год. Время выхода прошедшей рецензирование статьи - 3-4 месяца. Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

**Редколлегия сборника "Управление большими системами" сотрудничает со многими научными и общественными организациями:**

**ФГУП НТЦ "Информрегистр"** по указанию Правительства РФ осуществляет регистрацию электронных научных изданий, публикация в которых приравнивается ВАКом к опубликованным работам, отражающим основные результаты диссертационной работы. Сборник трудов "Управление большими системами" с 2006 года зарегистрирован НТЦ "Информрегистр".

**Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU** - это крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн научных статей и публикаций. Все выпуски сборника трудов "Управление большими системами" доступны в открытом доступе на платформе eLIBRARY.RU.

**Общероссийский математический портал Math-Net** - это общероссийский математический портал, предоставляющий российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Все выпуски сборника трудов "Управление большими системами" доступны в открытом доступе на платформе MathNet.Ru.

**Всероссийский институт научной и технической информации РАН** – это крупнейший российский и мировой информационный и аналитический центр. Все выпуски Сборника трудов "Управление большими системами" обрабатываются ВИНИТИ, включаются им в базу данных и реферативный журнал.

**Издательство "МАИК Наука"** при поддержке Российской академии наук издает более 180 академических журналов на английском языке и совместно с Академиздатцентром Наука – более 200 журналов на русском языке практически по всем направлениям современной науки. С 2010 года Сборник трудов «Управление большими системами» сотрудничает с выпускаемым издательством МАИК Наука журналом «Автоматика и телемеханика», что предполагает опубликование избранных статей Сборника на английском языке в выпускаемом издательством МАИК «Наука» журнале «Automation and Remote Control» (английская версия журнала «Автоматика и телемеханика»).

**Подробнее о программах сотрудничества со Сборником УБС – на официальном сайте [ubs.mtas.ru](http://ubs.mtas.ru)**

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
*Институт проблем управления*  
*им. В.А. Трапезникова*

**УПРАВЛЕНИЕ  
БОЛЬШИМИ  
СИСТЕМАМИ**

**СБОРНИК ТРУДОВ**

*Выпуск 29*

**Москва – 2010**

### КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Коровин С.К., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Бутковский А.Г., Дорофеюк А.А., Кузнецов О.П., Кульба В.В., Кротов В.Ф., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор:** член-корр. РАН Новиков Д.А. **Отв. секретарь:** к.т.н. Губко М.В. Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Артамонов Е.И. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Архипова М.Ю. (ИПИ РАН), д-ра техн. наук: проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИППИ РАН), д-р экон. наук, проф. Голиченко О.Г. (ЦЭМИ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Добровидов А.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Заложнев А.Ю. (ИПУ РАН), проф. Ириков В.А. (МФТИ), проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Касаткин С.И. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ключков В.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Кононенко А.Ф. (ВЦ РАН), проф. Курдюков А.П. (ИПУ РАН), проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), к-т техн. наук, доцент Лебедев В.Н. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ловчиновский Э.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Новосельцев В.Н. (ИПУ РАН), проф. Орлов А.И. (МВТУ), канд. техн. наук Петрикевич Я.И. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Рыков А.С. (МИСИС), д-р экон. наук, проф. Секерин В.Д. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Сухарев О.С. (Ин-т экономики РАН), д-ра техн. наук: проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МВТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербakov П.С. (ИПУ РАН).

### РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

**Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Ижевск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н., к-т физ.-мат. наук, проф. Родионов В.И. (УдмГУ); **Иркутск** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Бычков И.В., проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Кузнецов Л.А., проф. Погодаев А.К. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Санкт-Петербург** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), проф. Фрадков А.Л. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ); **Тверь** – д-ра техн. наук: проф. Кузнецов В.Н., проф. Палюх Б.В. (ТГТУ).

**Адрес редакции:** 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

**Адрес в Интернет:** [ubs.mtas.ru](http://ubs.mtas.ru).

Номер гос. регистрации электронного научного издания (ЭНИ): 0420900023.

© ИПУ РАН, 2010

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Системный анализ*

---

**Ажмухамедов И. М.**

*Анализ и управление комплексной безопасностью на основе когнитивного моделирования* ..... 5

**Салтыков С. А.**

*Экспериментальное сопоставление методов взвешенной суммы, теории полезности и теории важности критериев для решения многокритериальных задач с балльными критериями* ..... 16

### *Математическая теория управления*

---

**Мазуров А. Ю.**

*Диссипативность и чувствительность к рискам в задачах управления* ..... 42

### *Информационные технологии в управлении*

---

**Иващенко А. В., Пугачева Е. С., Погодина С. С.**

*Моделирование виртуальных сообществ пользователей интегрированной информационной среды* ..... 68

**Ильин В. Д.**

*Технология научной деятельности: подход к повышению продуктивности* ..... 88

### *Управление в социально-экономических системах*

---

**Еналеев А. К.**

*Оптимальный механизм функционирования в активной системе с обменом информацией* ..... 108

**Мыльников Л. А.**  
*Управление инновационными проектами на основе  
составного интегрального критерия* ..... 128

**Сиразетдинов Р. Т., Бражкина А. А.**  
*Универсальная структурная модель типового эконо-  
мического кластера* ..... 152

***Управление техническими системами  
и технологическими процессами***

---

**Ахметзянов А. В., Ибрагимов И. И.,  
Ярошенко Е. А.**  
*Интегрированные гидродинамические модели при  
разработке нефтяных месторождений* ..... 167

**Гвоздева И. Г., Кошев А. Н., Варенцов В. К.**  
*Управление электрохимическим реактором с про-  
точными трехмерными электродами за счет опти-  
мального распределения электропроводности сис-  
темы*..... 184

**Крюков А. В., Закарюкин В. П., Абрамов Н. А.**  
*Управление системами тягового электроснабжения  
железных дорог* ..... 201

**Пудовиков О. Е.**  
*Управление длинносоставными тяжеловесными  
грузовыми поездами*..... 214

***Программные и технические средства управления***

---

**Гончар Д. Р., Фуругян М. Г.**  
*Алгоритмы управления многопроцессорными сис-  
темами с неоднородным множеством работ* ..... 232



УДК 004.056  
ББК 05.25.05

## **АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ БЕЗОПАСНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**Ажмухамедов И. М.<sup>1</sup>**

*(ФГОУ Астраханский государственный  
технический университет, Астрахань)*

*Предложена схема построения когнитивной модели, позволяющая унифицировать подходы к управлению комплексной безопасностью различных систем.*

Ключевые слова: нечеткая когнитивная модель, уровень безопасности, нестрогое ранжирование, веса Фишберна.

### **1. Введение**

В современном понятийно-категориальном аппарате под безопасностью понимается состояние и тенденции развития защищенности жизненно важных элементов системы от внешних и внутренних негативных факторов.

Любые неконтролируемые внешние или внутренние процессы потенциально могут привести к возникновению угроз. Реализация этих угрозы в свою очередь оказывает негативное влияние на состояние безопасности системы, что вызывает различные деструктивные процессы. Нарушается нормальное функционирование системы, что находит свое отражение в значениях различных критериев и показателей, используемых для оценки безопасности.

Исследованию в этой области посвящен ряд работ, в которых предлагаются различные подходы.

---

<sup>1</sup> *ИскандарМаратович Ажмухамедов, кандидат технических наук, доцент (aim\_agtu@mail.ru).*

Так, например, в [6] изложен системный подход к построению комплексной защиты информационной системы предприятия и описана методика построения такой системы с применением отечественных технических и криптографических средств защиты. В работе [4] рассмотрены принципы и методы аудита информационной безопасности (ИБ) на основе процессорного подхода, приведены некоторые методы оценивания ИБ.

Наиболее яркое выражение системный подход к решению задач безопасности нашел в работах В. В. Домарева. Им предложена трехмерная модель, включающая в себя основные этапы, направления и методы обеспечения безопасности различных систем [2]. Подчеркнуто, что специфическими особенностями задачи создания систем защиты являются:

- неполнота и неопределенность исходной информации о составе и характере угроз;
- многокритериальность задачи, связанная с необходимостью учета большого числа частных показателей;
- наличие как количественных, так и качественных показателей, которые необходимо учитывать при решении задач разработки и внедрения систем защиты;
- невозможность применения классических методов оптимизации.

Поэтому разработка модели, позволяющей унифицировать подходы к управлению комплексной безопасностью системы, является весьма актуальной задачей.

Безопасность – понятие комплексное и не может рассматриваться как простая сумма составляющих ее частей. Эти части взаимосвязаны и взаимозависимы. Кроме того, каждая часть критично значима. Следовательно, никакие методы, предусматривающие осреднение (пусть и неявное) при оценке комплексной безопасности, неприемлемы.

*Комплексная оценка уровня безопасности (КОУБ)* не может быть больше минимальной оценки, полученной для различных аспектов системы.

Безопасность не существует сама по себе, в отрыве от человека. Она обеспечивается для человека и им же оценивается. Поэтому, понятие безопасности имеет не только объективную,

но и субъективную сторону, поскольку оценка ее уровня проводится в конечном итоге *человеком*. При этом оценка уровня безопасности всегда относительна. Попытки напрямую приписать этой оценке численное значение в большинстве случаев бесперспективны в плане дальнейшей интерпретации результатов.

Это весьма важный аспект, который приводит к слабой формализованности задачи оценки уровня безопасности и к необходимости оперирования лингвистическими переменными (основными структурными единицами в языке людей) и, как следствие, к применению аппарата нечеткой логики [3].

Для решения широкого круга задач, связанных с моделированием плохо формализованных процессов, их прогнозированием и поддержкой принятия решений, часто используются нечеткие когнитивные модели. Неоспоримыми их достоинствами по сравнению с другими методами являются возможность формализации численно неизмеримых факторов, использования неполной, нечеткой и даже противоречивой информации [5].

## **2. Когнитивная модель управления уровнем комплексной безопасности**

*Уровень комплексной безопасности* – это интегральная оценка, основанная на наборе показателей и критериев, характеризующая состояние системы в плане защищенности критичных для неё элементов.

При построении нечеткой когнитивной модели (НКМ) объект исследования обычно представляют в виде знакового ориентированного графа. В качестве такой модели при оценке комплексной безопасности системы (*KBS*) может быть принят кортеж:

$$(1) \text{ } KBS = \langle G, L, E \rangle.$$

Здесь  $G$  – ориентированный граф, имеющий одну корневую вершину и не содержащий петель и горизонтальных ребер в пределах одного уровня иерархии:

$$(2) \text{ } G = \langle \{F_i\}; \{D_{ij}\} \rangle,$$

где  $\{F_i\}$  – множество вершин графа (факторов или концептов в

терминологии НКМ);  $\{D_{ij}\}$  – множество дуг, соединяющих  $i$ -ую и  $j$ -ую вершины (множество причинно-следственных связей между концептами);  $F_0 = K$  – корневая вершина, отвечающая уровню комплексной безопасности в целом (интегральному критерию безопасности – целевому концепту);  $L$  – набор качественных оценок уровней каждого фактора в иерархии:

$L = \{\text{Низкий, Ниже среднего, Средний, Выше среднего, Высокий}\}$ ;  $E$  – система отношений предпочтения одних факторов другим по степени их влияния на заданный элемент следующего уровня иерархии:

$$(3) E = \{F_i(e) F_j \mid e \in (\succ; \approx)\},$$

где  $F_i$  и  $F_j$  – факторы одного уровня иерархии;  $\succ$  – отношение предпочтения;  $\approx$  – отношение безразличия. Такая система может быть получена, например, изложенным в [1] модифицированным методом нестрогого ранжирования, позволяющим определить обобщенные на случай предпочтения/безразличия факторов по отношению друг к другу веса Фишберна для каждой дуги  $D_{ij}$  (веса связей).

Веса Фишберна отражают тот факт, что системе убывающего предпочтения  $N$  альтернатив наилучшим образом отвечает система снижающихся по правилу арифметической прогрессии весов.

Поэтому эти веса представляют собой рациональные дроби, в знаменателе которых стоит сумма  $N$  первых членов натурального ряда (арифметической прогрессии с шагом 1), а в числителе – убывающие на единицу элементы натурального ряда, от  $N$  до 1 (например,  $3/6$ ,  $2/6$ ,  $1/6$ ). Таким образом, предпочтение по Фишберну выражается в убывании на единицу числителя рациональной дроби весового коэффициента более слабой альтернативы.

Пример наложения системы отношений предпочтения типа

$$(3) E = \{U_1 \succ U_2; U_2 \succ U_3 \approx U_4; U_4 \approx U_5\}$$
 на фрагмент графа изображен на рис. 1.

Связь между любыми двумя вершинами (концептами) при необходимости можно также представить в виде нечеткой когнитивной модели более низкого уровня. При этом на верхний

уровень будет передаваться максимальное значение связи, выявленное в ходе анализа НКМ нижнего уровня. Такой иерархический способ позволяет упростить построение НКМ для систем высокой степени сложности.

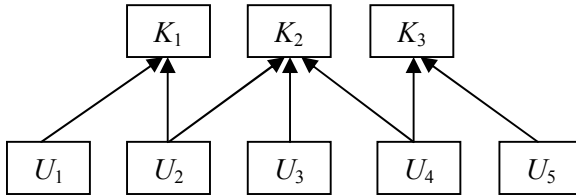


Рис. 1. Пример системы отношений предпочтения на одном из уровней иерархии

Состояние системы с точки зрения безопасности можно охарактеризовать матрицей  $B$ , строки которой состоят из элементов  $(K_i, F_i, V_i, T_i, S_i)$ , где  $K_i$  – показатель уровня безопасности по  $i$ -му критерию;  $F_i$  – тенденция изменения  $i$ -го критерия (возрастает (+1), убывает (-1), нейтрален(0));  $V_i$  – скорость изменения  $i$ -го критерия (например: низкая, ниже среднего, средняя, выше среднего, высокая);  $T_i$  – характерное для  $i$ -го критерия время, которое, в частности, позволяет правильно интерпретировать значения параметра  $V_i$ ;  $S_i$  – степень критичности негативных последствий при реализации рисков, ухудшающих значение  $i$ -го критерия.

В этом случае текущее значение  $K_i$  в произвольный момент времени  $t$  может быть найдено по формуле:

$$K_i(t) = K_i(t = 0) + F_i * V_i(t/T_i).$$

Показатели же степени критичности негативных последствий  $S_i$  фактически представляют собой веса, с которыми частные критерии безопасности  $K_i$  влияют на комплексный показатель безопасности системы в целом.

Матрицу вида  $B$  будем называть в дальнейшем *матрицей безопасности* (МБ).

Критерии можно сгруппировать по соответствующим направлениям обеспечения безопасности, например: экономиче-

ские, экологические, социальные, технические и т.п.

Таким образом, каждый кортеж  $(K_i, F_i, V_i, T_i, S_i)$  характеризует состояние безопасности по  $i$ -му критерию.

Частичные матрицы, состоящие из строк, представляющих определенное направление обеспечения безопасности, описывают состояние в соответствующей области.

Показатели уровня безопасности  $K_i$  тесно связаны с последствиями от возможной реализации имеющихся в системе угроз, мерами предотвращения таких последствий и мерами, направленными на локализацию и устранение последствий, если таковые все же возникают.

Следует особо отметить, что угрозы можно разделить на первичные и вторичные. Первичные угрозы существуют вне зависимости от состояния системы и имеют априорно заданную безусловную вероятность появления. Вероятность появления вторичных угроз является условной и зависит от внутреннего состояния системы и состояния внешней среды.

В частности, некоторые состояния системы могут спровоцировать возникновение угроз, появление которых в иных условиях было бы невозможным.

Введем следующие обозначения:  $\bar{U}_i$  и  $\tilde{U}_j$ ,  $(i, j = 1, 2, \dots)$  – совокупность первичных и вторичных угроз, возникающих с вероятностями  $P\bar{U}_i$  и  $P\tilde{U}_i$ , соответственно и оказывающих влияние  $\bar{n}_{km}$  и  $\tilde{n}_{km}$  на элемент  $(k, m)$  матрицы безопасности  $B$ ,  $(k = 1, 2, 3, \dots; m = 1, 2, 3, 4, 5)$ .

Влияние каждой из первичных или вторичных угроз можно описать соответствующими матрицами влияния (МВ)  $\bar{N}_i$  и  $\tilde{N}_i$ , имеющими вид  $N_i = \{n_{ij}\}$ .

Кортеж  $\bar{R}_i = \{\bar{N}_i; P\bar{U}_i\}$  назовем *риском реализации  $i$ -ой первичной угрозы*.

Данный кортеж отражает появление с вероятностью  $P\bar{U}_i$  негативных факторов, которые изменяют состояние системы через соответствующие матрицы влияния  $\bar{N}_i$ .

Вероятности возникновения первичных угроз  $P\bar{U}_i$  от нас не зависят. Однако совокупность превентивных мер защиты позволяет ослабить влияние первичных угроз на степень безопасности системы.

Этот факт может быть описан с помощью матриц превентивных мер (МПМ)  $Z_j = \{z_{ik}\}$  ( $i=1, \dots, n; k=1, \dots, 5$ ). Здесь  $j$  меняется от 1 до  $M$ , где  $M$  – общее количество превентивных мер.

Элементы матрицы  $Z_i$  назовем *демпфирующими коэффициентами*.

Тогда под *остаточным влиянием* будем подразумевать матрицу  $\hat{N}_i$  (назовем ее матрицей остаточного влияния – МОВ) элементы которой находятся из выражения:

$$\hat{n}_{mn} = n_{mn} \otimes \max_{k=1 \dots M} z_{mn}^k$$

где  $z_{mn}^k$  – элемент  $(m, n)$  матрицы превентивных мер  $Z_k$ . Символом « $\otimes$ » обозначена некоторым образом определенная для двух матриц операция. В случае числовых значений элементов матриц это может быть, например, операция обычного поэлементного умножения или сложения. В случае лингвистических значений данная операция определяется с помощью принципа расширения обычных (четких) математических функций на нечеткие числа, предложенного Л. Заде [3].

Под *остаточным риском* будем понимать кортеж

$$\hat{R}_i = \{\hat{N}_i; P\bar{U}_i\}$$

Если все же, несмотря на превентивные меры защиты, реализация определенного множества первичных угроз привела к возникновению последствий, то необходимо предпринять меры для их локализации и устранения.

Прежде всего необходимо оценить отклонение текущего состояния системы  $\hat{B}$  от безопасного состояния  $B_S$ .

Введем понятие разности между двумя матрицами, определив результат применения операции « $\#$ » аналогично тому, как это было сделано для операции « $\otimes$ »: в случае числовых значений элементов матриц – это операция поэлементного вычитания, в случае лингвистических значений – операция определяет-

ся с помощью принципа расширения Л. Заде.

Тогда матрицу  $Q = B_s \# \widehat{B}$  назовем *матрицей потерь безопасности* (МПБ) на данном этапе.

Элементы МПБ являются входными данными для блока ликвидации последствий (БЛП).

Реализация мероприятий этого блока может быть формализована с помощью матрицы ликвидации последствий (МЛП)  $L = \{l_{ij}\}$ , где  $i=1, \dots, n$ ;  $j=1, \dots, 5$ .

Результат применения БЛП может быть записан следующим образом:

$$\widehat{Q} = Q \otimes L = \{\widehat{q}_{ij}\}$$

Матрицу  $\widehat{Q}$  назовем матрицей остаточных потерь безопасности (МОПБ).

Если  $\widehat{Q} \neq B_s$ , то подобное состояние системы может инициировать появление вторичных угроз с вероятностями  $P\widetilde{U}_i$ .

Таким образом, кроме первичных угроз в зависимости от текущего состояния системы и ее окружения возможно возникновение вторичных угроз, вероятность появления которых равна  $P\widetilde{U}_i$ .

Кортеж  $\widetilde{R}_i = \{\widetilde{N}_i; P\widetilde{U}_i\}$  назовем риском реализации  $i$ -ой вторичной угрозы.

Заметим, что вероятности появления вторичных угроз не являются безусловными, как для первичных угроз. Они зависят от текущего состояния системы. С первичными угрозами мы начинаем бороться еще до их наступления, т. е. фактически пытаемся свести к минимуму их последствия, не имея возможности повлиять на сам факт их появления. В случае со вторичными угрозами мы должны пытаться вообще не допустить их, т. е. должны бороться с вызывающими их причинами. Это принципиальное различие в блоках мероприятий, воздействие которых формализовано множеством матриц  $Z_j$  и матрицей  $L$ .

На основании вышеизложенного общую схему анализа и управления комплексной безопасностью на основе нечеткого



когнитивного моделирования можно представить в следующем виде:

1. Сбор информации об объекте защиты, выбор критериев, характеризующих состояние различных сторон обеспечения безопасности, определение их приемлемого уровня (возможно в виде интервальных оценок или лингвистических термов).

2. Построение когнитивной модели в виде знакового ориентированного графа с наложенной системой отношений предпочтения типа (3).

3. Вычисление весов Фишберна на основании модифицированного метода нестрого ранжирования.

4. Анализ уровня обеспечения безопасности системы (УБС).

5. Если УБС не находится в приемлемом диапазоне значений, то производятся изменения в составе концептов, участвующих в построении когнитивной модели, в составе связей между концептами, изменяются их веса посредством введения защитных мероприятий, влияния которых отражаются МПМ и МЛП. Данные изменения соответствуют различным стратегиям управления безопасностью: уменьшение рисков, уклонение от рисков, принятие рисков [7].

Таким образом, процесс обеспечения безопасности системы подразумевает решение двух взаимосвязанных задач: прямой (анализ состояния системы) и обратной задачи управления (воздействие на систему). При решении первой задачи требуется определить значения критериев безопасности  $K_i$  и интегрального критерия  $K$  при заданных значениях всех влияющих на них концептов. Если полученные значения находятся вне диапазона приемлемости, то при решении обратной задачи необходимо подобрать такие управляющие воздействия  $Z_i$  и  $L$ , которые обеспечат возвращение целевых критериев в безопасный диапазон.

Если существует не единственный набор необходимых управляющих воздействий, то на этом этапе может возникнуть задача оптимизации, состоящая в нахождении такой комбинации  $Z_i$  и  $L$ , которая обеспечивает максимальное воздействие на негативные факторы при заданных или минимальных затратах на реализацию способов и средств защиты.

### 3. Выводы

Схема построения когнитивной модели позволяет унифицировать подходы к управлению комплексной безопасностью и приступить к разработке соответствующих вычислительных процедур и модулей, которые могут быть в дальнейшем использованы при построении систем поддержки принятия решений.

### Литература

1. АЖМУХАМЕДОВ И. М. *Моделирование на основе экспертных суждений процесса оценки информационной безопасности* // Вестник АГТУ. – 2009. – №2. – С. 101–109.
2. ДОМАРЕВ В. В. *Безопасность информационных технологий. Системный подход*. – Киев: изд-во «Диасофт», 2004. – 992 с.
3. ЗАДЕ Л. *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений* – М.: Мир, 1976. – 165 с.
4. КУРИЛО А. П., ЗЕФИРОВ С. Л., ГОЛОВАНОВ В. Б. *Аудит информационной безопасности*. – М.: Издательская группа «БДЦ-пресс», 2006. – 304 с.
5. МАКСИМОВ В. И., КОРНОУШЕНКО Е. К. *Аналитические основы применения когнитивного подхода при решении слабоструктурированных задач* // Труды ИПУ РАН. – 1999. – Т. 2. – С. 95–109.
6. САДЕРДИНОВ А. А., ТРАЙНЕВ В. А., ФЕДУЛОВ А. А. *Информационная безопасность предприятия: Учебное пособие. 2-е изд.* – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков К°», 2005. – 336 с.
7. ХРУСТАЛЕВ Е. Ю., МАКАРЕНКО Д. И. *Когнитивные технологии в теории и практике стратегического управления (на примере оборонно-промышленного комплекса)* // Проблемы теории и практики управления. – 2007. – №4. – С. 25–33.

## **COGNITIVE-MODELING-BASED INTEGRATED SECURITY ANALYSIS AND MANAGEMENT**

**Iskandar Azmuhamedov**, Astrakhan State Technical University,  
Astrakhan, Cand.Sc., assistant professor (aim\_agtu@mail.ru).

*Abstract: The scheme of cognitive model construction is proposed that allows unifying the approaches to the integrated risk management in various systems.*

Keywords: fuzzy cognitive model, security level, poor ranking, Fishburn weights.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым*

УДК 519.816  
ББК 22.18

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ СОПОСТАВЛЕНИЕ МЕТОДОВ ВЗВЕШЕННОЙ СУММЫ, ТЕОРИИ ПОЛЕЗНОСТИ И ТЕОРИИ ВАЖНОСТИ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ С БАЛЛЬНЫМИ КРИТЕРИЯМИ <sup>1</sup>**

**Салтыков С. А.<sup>2</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)*

*Приводится экспериментальное сопоставление методов взвешенной суммы, теории полезности и теории важности критериев для решения многокритериальных задач с балльными критериями. Показано, что при весьма нестрогих допущениях метод взвешенной суммы приводит к существенному проценту ошибок, а методы теории полезности довольно часто «заставляют» «терять время» на построение функции полезности тогда, когда ее можно не строить. Теория важности критериев свободна от этих недостатков.*

Ключевые слова: теория важности критериев, процент ошибок метода взвешенной суммы.

### **1. Введение**

В целом ряде практических задач принятия решений варианты оцениваются по нескольким критериям, имеющим общую

---

<sup>1</sup> Автор выражает благодарность проф. Подиновскому В. В. и д.ф.-м.н. Чеботареву П. Ю. за помощь в работе над статьей, ценные предложения, идеи и замечания.

<sup>2</sup> Салтыков Сергей Анатольевич, младший научный сотрудник (ssaltykov@mail.ru)

балльную шкалу. Например, при отборе наиболее эффективного экспертного метода для решения данной прогнозной задачи [14] часто складывается такая ситуация, что один метод больше подходит по одним критериям (например, решение им задачи занимает меньше времени) и меньше подходит по другим (например, стоимость решения им задачи выше). Быстроту и стоимость решения можно оценивать по балльной шкале; также можно определить, как, с точки зрения ЛПР, важность быстроты решения соотносится с важностью стоимости решения. С другой стороны, если в исходной задаче критерии имеют разные шкалы, то их можно привести к единой балльной шкале [8].

Решать многокритериальные задачи можно разными методами: методом теории полезности (с использованием функции полезности, или ценности) [3], теории важности критериев [8], методом взвешенной суммы, взвешенного произведения (при общем подходе – взвешенного степенного среднего) и взвешенной медианы; также существует метод согласования кластеризованных ранжировок [2]. В данной работе мы проанализируем первые три метода. Итак, какой же из этих методов выбрать для решения многокритериальной задачи?

Считается, что необоснованное использование метода взвешенной суммы некорректно по многим причинам, в частности, из-за того, что внутри этого метода «зашито» представление о том, что предпочтения ЛПР при переходе от одной шкальной градации к другой растут равномерно, что на практике далеко не всегда верно. Но это лишь теоретическое соображение: фактически это утверждение, что надо корректно использовать математическую теорию измерений и, в частности, методы работы с порядковыми шкалами. А насколько сильно некорректность использования операции взятия средневзвешенного – основы метода взвешенной суммы – для балльных оценок может отразиться на результатах анализа практических задач? Стоит ли её применять в условиях ограниченного времени (даже сознавая её некорректность)? И, соответственно, есть ли шанс, что данная стоящая перед нами многокритериальная задача будет решена

верно? И если он есть, то насколько он велик? Достаточен ли он для практической значимости?

Аналогичный вопрос выбора возникает и при сопоставлении теории полезности и теории важности критериев. Можно ли получить какие-либо существенные выводы относительно предпочтительности выбора того или иного подхода? То есть не только лишь теоретические выводы, а количественные соображения, позволяющие создать основу для технико-экономического обоснования выбора наиболее приемлемого многокритериального подхода.

Для ответа на эти вопросы был проведен вычислительный эксперимент в рамках вероятностного подхода к анализу эффективности многокритериальных решающих правил [11]. В отличие от проводившихся ранее исследований [1, 12], в которых предполагалось, что информация о важности критериев фиксирована, мы приняли, что и оценки важности критериев являются случайными величинами. Это позволило получить оценки эффективности методов для всего массива возможных многокритериальных задач.

Кроме того, отметим интересные работы [4, 5], где также ставился вопрос о том, всегда ли ошибаются те, кто используют среднее арифметическое для порядковых величин, можно ли в какой-то мере «реабилитировать» для каких-то случаев такое его использование? В указанных работах был получен вывод о том, что можно при больших объемах выборок использовать среднее арифметическое различных значений двух каких-либо величин, измеренных в порядковой шкале, для определения, какая величина больше, если функции распределения этих величин не пересекаются, т. е. одна лежит над другой (но они могут касаться). «Последнее условие выполняется, если два значения некоторой величины измеряются с помощью одного и того же средства измерения, у которого распределение погрешностей не меняется при переходе от измерения одного значения рассматриваемой величины к измерению другого» [5].

Данная работа является продолжением и развитием исследования [13].

## 2. Описание используемой многокритериальной модели

Многокритериальная модель, рассматриваемая в статье, может быть представлена следующим образом:

$$(1) \langle S, K_1, \dots, K_m, R \rangle,$$

где  $S$  – это множество вариантов решений (стратегий, планов, альтернатив и т.д.), далее называемое множеством вариантов;  $K_1, \dots, K_m$  – критерии (целевые функции и т.д.);  $R$  – отношение нестрогого предпочтения.

Поясним представленную модель (1). Каждый вариант  $s$  из множества  $S$  всех (данных) вариантов характеризуется значениями  $m \geq 2$  критериев  $K_i$ . Под критерием  $K_i$  мы понимаем функцию, определенную на множестве  $S$  и принимающую значения из множества  $X_i$ , называемого шкалой (а также множеством оценок, шкальных градаций, значений критериев). Без ограничения общности будем считать, что все оценки выражены в численном виде, и большие значения предпочтительней меньших. Таким образом, каждый вариант  $s$  характеризуется значениями  $K_i(s)$  всех критериев, формирующих вектор оценок этого варианта, или его векторную оценку  $x(s) = (K_1(s), \dots, K_m(s))$ . Следовательно, варианты сравниваются по предпочтительности посредством сопоставления их векторных оценок. Множество всех векторов оценок  $X = X_1 \times \dots \times X_m$ . Мы предполагаем далее, что критерии являются однородными, т. е. имеют одинаковую (общую) шкалу  $X_0 = X_1 = \dots = X_m$  (так что  $X = X_0^m$ ); более того, если критерий  $K_j$  заменить на  $\xi(K_j)$ , где  $\xi$  – некоторое допустимое преобразование, определяемое типом шкалы, то и все остальные критерии  $K_i$  следует заменить на  $\xi(K_i)$ . Примем также, что множество  $X_0$  конечно:  $X_0 = \{1, \dots, q\}$ . Элементы этого множества будем называть шкальными градациями.

Предпочтения ЛПП моделируются отношением предпочтения  $R$  на  $X$ :  $xRy$  означает, что вектор оценок  $x$  не менее предпочтителен, чем  $y$ . Отношение  $R$  порождает отношения безразличия  $I$  и (строгого) предпочтения  $P$ :  $xIy$  имеет место, когда справедливо  $xRy$  и  $yRx$ ;  $xPy$  выполнено, когда верно  $xRy$  и неверно  $yRx$ .

В данной работе рассматриваются отношения нестрогого предпочтения Парето  $P^0$ ; количественной важности критериев с порядковой шкалой  $R^\ominus$  или шкалой первой порядковой метрики при замедлении роста предпочтений вдоль шкалы  $R^{\ominus \& D}$  [9, 10], а также отношение предпочтения  $R^{\ominus \& D^1}$ , использующее интервальную информацию о скорости роста предпочтений вдоль шкалы критериев.

Информацию о количественной важности критериев будем использовать в форме значений важности критериев – чисел  $\beta_i$ ,  $1 \leq i \leq m$ , так как это более удобно для целей проводимого вычислительного эксперимента. Функцию ценности будем задавать в аддитивном виде, сопоставляя каждой шкальной градации  $k$  её ценность  $v(k)$ .

### 3. Предварительные замечания

Метод взвешенной суммы, упомянутый во введении, является частным видом метода обобщенного критерия. Поэтому при характеристике метода взвешенной суммы, который на практике используется значительно чаще, чем методы теории полезности и теории важности критериев, надо обязательно отметить следующее относительно метода обобщенного критерия [6].

Согласно этому методу, все критерии вначале приводятся к сопоставимому виду («нормализуются»), т. е. заменяются на  $K_i^o = \eta_i(K_i)$ . И лишь затем строится обобщенный критерий  $F(\alpha_1, K_1^o, \dots, \alpha_m, K_m^o)$ . Обоснованный выбор видов функций  $\eta_i$  и вида функции свертки  $F$  – очень сложная проблема, которой обычно уделяется мало внимания. Чаще всего попросту берут

$$\eta_i(K_i) = \frac{K_i - K_{i*}}{K_i^* - K_{i*}}$$

или



$$\eta_i(K_i) = \frac{K_i^* - K_i}{K_i^* - K_{i*}}, \quad F = \sum_{i=1}^m \alpha_i K_i^0,$$

где  $K_i^*$  и  $K_{i*}$  – соответственно наибольшие и наименьшие значения критериев на множестве вариантов (первая формула для  $\eta_i$  применяется, если критерий  $K_i$  желательно максимизировать, вторая – минимизировать). С другой стороны, открытой остается проблема обоснованного назначения величин коэффициентов важности (относительных весов<sup>1</sup>) критериев  $\alpha_i$ , так как строгого определения самого понятия важности критериев в методе обобщенного критерия нет.

В том случае, когда все критерии  $K_i$  изначально имеют общую шкалу и в роли обобщенного критерия используется взвешенная сумма  $F = \sum_{i=1}^m \alpha_i K_i$ , фактически принимается ничем не

подкрепленное допущение о том, что рост предпочтений вдоль шкалы равномерен, а проблема обоснованного оценивания коэффициентов важности остается открытой.

Итак, проведем численные эксперименты для получения ответов на вопросы, поставленные во введении, последовательно привлекая все более «сильную» информацию об изменении предпочтений вдоль шкалы критериев. При этом везде будем полагать, что значения важности критериев известны.

Сначала исследуем случай, когда информации о скорости роста предпочтений вдоль шкалы критериев нет и, следовательно, можно применить методы теории количественной важности критериев с порядковой шкалой. То есть варианты в эксперименте будут сравниваться по отношению нестрогого предпочтения  $R^\ominus$ .

Затем будем предполагать наличие информации о том, что предпочтения ЛПП растут вдоль шкалы (при движении от

---

<sup>1</sup> Понятия относительного веса и коэффициента важности следует различать, но мы не будем на этом здесь останавливаться.

меньших градаций к большим) с затуханием (так называемая информация  $D$ ) и, следовательно, можно применить методы теории количественной важности критериев со шкалой первой порядковой метрики. То есть варианты в этом численном эксперименте будут сравниваться по отношению нестрогого предпочтения  $R^{\Theta \& D}$ .

Наконец, положим, что имеется информация о том, что рост предпочтений ЛПП не просто замедляется при движении от меньших шкальных градаций к большим, а «существенно» замедляется, т. е. зададимся определенными пределами для величины этого затухания. В данном случае варианты в эксперименте будут сравниваться по отношению предпочтения  $P^{\Theta \& D^1}$ .

Расчеты будут проводиться при помощи специально разработанной компьютерной программы. Для контроля полученных результатов будет применяться известная система DASS [7].

#### **4. Описание вычислительного эксперимента с использованием отношения предпочтения $R^{\Theta}$ и его результатов**

Вычислительный эксперимент строился следующим образом. Фиксировалась размерность многокритериальной задачи некоторой размерности (например, 7 вариантов и 5 критериев). Генератор случайных чисел выдавал балльные векторные оценки для каждого из вариантов. Баллы использовались от 2 до 5 по аналогии со школьными оценками, понятными и знакомыми большинству ЛПП.

Поясним, почему мы считаем достаточно репрезентативными выводы, полученные с использованием «урезанной» пятибалльной «школьной» шкалы. С математической точки зрения она не имеет никаких преимуществ перед другими шкалами, а вот с когнитивной – имеет. Можно потребовать эксперта/ЛПП интерпретировать полезность/ценность скорости, эффективности, массы или чего-то еще в общей шкале с любым числом градаций, но будет ли процесс этой интерпретации когнитивно

корректным? Сможет ли человек протянуть ассоциативную цепочку в своих представлениях от весьма специализированных характеристик (скорости, красоты дизайна) к довольно общим – «удовлетворительно для меня», «хорошо», «очень хорошо»? Существует ли в его представлениях об исследуемых объектах и процессах такая ассоциативная цепочка? Кажется разумным, что необходимым условием существования этой цепочки является очень большая частота употребления общей шкалы к весьма разнородным феноменам. Так ли много таких общих шкал существует для нашей культурной подсистемы? По-видимому, совсем не много. Это школьная пятибалльная шкала и различные ее вариации («5–», «4+»), из которых можно сделать, скажем, весьма дифференцированную 12–13-балльную общую шкалу. Эти шкалы и являются самыми распространенными. В этом свете использование «школьной» пятибалльной шкалы представляется достаточно репрезентативным. Естественно, для других систем школьного образования «привычная» (а следовательно, так скажем, «когнитивно корректная») общая шкала может быть другой. Здесь видна культурная обусловленность количественных выводов вычислительного эксперимента и аналитических выкладок.

Появление любой из балльных оценок по каждому критерию было равновероятным. После этого генератором случайных чисел определялась важность критериев. Она определялась не через непосредственно коэффициенты важности, а через  $N$ -модель [8, 9]. Если (для простоты интерпретации) представлять одну из многокритериальных задач, решаемых в эксперименте, задачей выбора наилучшего студента по его оценкам по разным предметам, тогда элемент  $N$ -модели может иметь следующий смысл: это число равноважных разделов в данном предмете. Предполагалось, что в одном предмете максимально содержится от 5 до 9 таких «разделов». Также предполагалось, что предмет может иметь любое число «разделов» от 1 до максимального с равной вероятностью. При решении многокритериальных задач одной размерности максимальное число разделов в предмете считалось постоянным. Таким образом, генератором случайных чисел

определялись значения важности критериев, а не коэффициенты их важности.

Если удастся выделить единственный недоминируемый вариант, т. е. лучший, (точнее, один недоминируемый класс эквивалентности вариантов), это значит, что информации только о балльных оценках и важности критериев для данной задачи достаточно. А следовательно, использование для этой задачи теории полезности (с построением функции полезности) было бы пустой тратой времени, так как для данной задачи выяснять, как изменяются предпочтения ЛПП вдоль шкалы, нет необходимости: как бы они ни изменялись (при любых их изменениях) с такими балльными оценками и значениями важности критериев у данных вариантов всегда будет лучшим тот вариант, который является недоминируемым по методу количественной важности критериев.

Если в рассматриваемой гипотетической задаче остался лишь один недоминируемый вариант (с точностью до эквивалентности), то это говорит и о том, что в данном случае метод взвешенной суммы дал бы верный ответ. И мы это можем утверждать, даже не зная, как изменяются предпочтения ЛПП вдоль шкалы [9].

Решался миллион таких задач одной размерности (случайно сгенерированных). И определялась доля случаев, когда для задачи данной размерности использование информации о количественной важности критериев достаточно для выделения одного лучшего (с точностью до эквивалентности) варианта.

Рассматривались и решались задачи с числом вариантов от 2 до 9 и числом критериев от 2 до 9. Результаты расчетов занесены в таблицу 1. В этой таблице, а также в таблицах 2–5, для облегчения поиска цветом выделены числа, к которым есть отсылки в тексте статьи. Таким образом, в таблицу занесено 64 числа, что соответствует 64 миллионам решенных задач. Все эти 64 миллиона задач решались в предположении, что существует 5 различных значений важности критериев (говоря языком нашего иллюстративного примера, в предмете может быть от 1 до 5 равноважных разделов).

Таблица 1. Доля случаев, когда количественной важности критериев достаточно для определения одного (с точностью до эквивалентности) недоминируемого варианта; 5 различных значений важности критериев

Число вариантов	Число критериев							
	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0,850	0,738	0,669	0,627	0,602	0,585	0,574	0,566
3	0,778	0,624	0,536	0,484	0,454	0,435	0,422	0,415
4	0,754	0,574	0,472	0,413	0,380	0,359	0,345	0,336
5	0,753	0,554	0,439	0,374	0,336	0,313	0,298	0,287
6	0,763	0,549	0,422	0,350	0,307	0,281	0,265	0,255
7	0,778	0,550	0,412	0,333	0,288	0,259	0,243	0,231
8	0,796	0,554	0,406	0,323	0,273	0,243	0,224	0,212
9	0,813	0,560	0,404	0,315	0,263	0,230	0,210	0,197

Далее были проведены аналогичные эксперименты для 6, 7, 8, 9 различных значений важности критериев. Полученные в этих исследованиях результаты не сильно отличаются от приведенных в таблице 1, и эти различия не влияют на выводы, получаемые в статье. Поэтому далее использовались 5 различных значений важности критериев.

Для повышения надежности результаты, представленные в таблице 1, были получены двумя разными путями, т. е. одна и та же многокритериальная задача решалась двумя способами – алгоритмом сравнения по отношению предпочтения  $R^{\ominus}$  с построением  $N$ -модели и без построения оной [9].

Если во множестве вариантов присутствует, говоря образно, слишком много «хороших» вариантов, «сильно» превосходящих остальные варианты, то это выглядит несколько неправдоподобно. В действительности такое бывает не часто. Обычно одни варианты, среди которых производится отбор, лучше прочих по одним параметрам и хуже по другим.

Для того чтобы отразить этот факт в вычислительном эксперименте, на варианты, создаваемые генератором случайных чисел, накладываем следующее ограничение: сумма балльных оценок в векторе, соответствующем варианту, не должна превышать 4, умноженное на число оценок в варианте (что равно числу критериев). Это следует из такого соображения: никакая оценка, доминирующая по Парето, над оценкой из всех «четверок», не должна удовлетворять этому ограничению и, следовательно, не должна попасть в экспериментальное множество вариантов:

$$(2) \quad \sum_{i=1}^m K_i(s) \leq 4m.$$

Кроме ограничения (2) на множестве вариантов  $S$ , рассмотрим, исходя из тех же соображений, также и следующее ограничение: сумма квадратов балльных оценок не должна превышать число 16, умноженное на число оценок в варианте:

$$(3) \quad \sum_{i=1}^m K_i^2(s) \leq 16m.$$

На рис. 1 изображено множество векторов оценок для случая двух критериев ( $m = 2$ ), а также наложенные ограничения (2) и (3). Варианты, изображенные на рисунке черным, не удовлетворяют ни ограничению (2), ни (3). Варианты, изображенные серым, удовлетворяют (2), но не удовлетворяют (3).

При наложенном ограничении (2), говоря неформально, «отрезаются» только «очень хорошие» варианты, а при ограничении (3) – «очень хорошие» и «хорошие». Поэтому понятно, почему результаты эксперимента с ограничением (2) находятся между результатами эксперимента без наложенного ограничения и с ограничением (3). Поэтому мы предположили, что наиболее существенные выводы эксперимента лежат между результатами эксперимента без наложенного ограничения и с ограничением (3).

Отметим еще, что во всех случаях вероятность того, что метод взвешенной суммы даст правильный ответ, выше, чем равномерный случайный выбор из множества вариантов. Из табли-

цы 1 видно, что любое число в этой таблице больше, чем единица, деленная на соответствующее число вариантов, соответствующих этому числу в ячейке. Например, для 7 вариантов и 9 критериев:  $0,231 > 1/9$ .

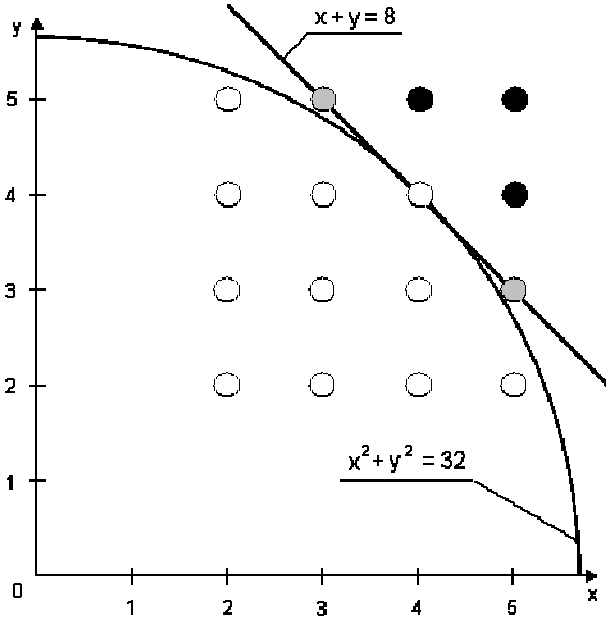


Рис. 1. Множество векторов оценок для случая двух критериев

## 5. Описание вычислительного эксперимента с использованием отношения предпочтения $P^{\Theta \& D}$ и анализ результатов

По аналогичной схеме проводились исследования для случая, когда имеется еще и информация  $D$  о том, что рост предпочтений ЛПР замедляется, «затухает» вдоль шкалы; результаты эксперимента занесены в таблицу 2. Также проведен эксперимент при условии, что на множество вариантов наложено ограничение (3), результаты занесены в таблицу 3.

По полученным результатам видно, что в большинстве случаев удается определить один недоминируемый вариант (с точностью до эквивалентности) при использовании отношения предпочтения  $P^{\Theta \& D}$ . Также видим, что эта доля случаев существенно выше, чем при использовании отношения  $P^{\Theta}$ . Таким образом, получается, что добавление информации  $D$  о том, что предпочтения вдоль шкалы растут замедленно, является существенным, ее влияние оказывается очень сильным, а использование – оправданным.

С точки зрения главных целей проводимого исследования результаты получаются еще более интересными: если предположить, что ситуация, описываемая информацией  $D$ , достаточно типична, то получается, что в построении функции полезности нет необходимости в очень существенной доле случаев.

Также отметим, что и здесь каждая экспериментальная многокритериальная задача решалась двумя способами, приведенными в [10]. Сделано это для повышения достоверности существенных выводов статьи.

*Таблица 2. Доля случаев, когда количественной важности критериев и информации  $D$  достаточно для определения одного (с точностью до эквивалентности) недоминируемого варианта; 5 различных значений важности критериев*

Число вариантов	Число критериев							
	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0,938	0,888	0,863	0,832	0,813	0,816	0,806	0,807
3	0,903	0,831	0,783	0,743	0,731	0,720	0,710	0,713
4	0,898	0,801	0,739	0,698	0,660	0,649	0,637	0,633
5	0,890	0,788	0,705	0,659	0,635	0,609	0,594	0,585
6	0,897	0,773	0,696	0,637	0,603	0,581	0,551	0,558
7	0,907	0,778	0,691	0,628	0,589	0,564	0,535	0,530
8	0,910	0,787	0,694	0,618	0,575	0,539	0,517	0,508
9	0,920	0,781	0,683	0,605	0,550	0,533	0,501	0,481



Таблица 3. Доля случаев, когда количественной важности критериев и информации  $D$  достаточно для определения одного (с точностью до эквивалентности) недоминируемого варианта при ограничении (3) на  $S$ ; 5 различных значений важности критериев

Число вариантов	Число критериев							
	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0,908	0,862	0,823	0,810	0,803	0,792	0,788	0,779
3	0,833	0,749	0,705	0,690	0,692	0,680	0,671	0,662
4	0,778	0,676	0,623	0,606	0,610	0,603	0,592	0,586
5	0,732	0,616	0,552	0,542	0,548	0,552	0,529	0,538
6	0,719	0,571	0,510	0,511	0,498	0,499	0,494	0,490
7	0,704	0,527	0,471	0,455	0,460	0,464	0,449	0,458
8	0,680	0,500	0,442	0,420	0,433	0,437	0,430	0,427
9	0,672	0,477	0,413	0,393	0,398	0,410	0,407	0,400

### 6. Схема расчета вероятности ошибки при использовании метода взвешенной суммы и анализ полученных результатов

Теперь найдем нижнюю оценку (оценку снизу) вероятности того, что метод взвешенной суммы приведет к ошибке при определении наилучшего варианта (а точнее — класса эквивалентности таких вариантов). Ошибка заведомо может возникнуть тогда, когда

1) отношение  $P^{\Theta \& D}$  выделяет один недоминируемый класс эквивалентности;

2) существуют как минимум два варианта, средневзвешенные которых равны между собой и больше средневзвешенных других вариантов;

3) среди вариантов, имеющих наибольшие средневзвешенные, есть те, которых нет в недоминируемом по  $P^{\Theta \& D}$  классе эквивалентности.

Результаты расчетов для случаев, когда нет ограничения (3) и когда оно наложено на множество  $S$ , представлены в таблицах 4 и 5 соответственно.

Таблица 4. Проценты ошибок, которые делает метод взвешенной суммы, полученные при сравнении по отношению предпочтения  $P^{\theta \& D}$

Число вариантов	Число критериев							
	2	3	4	5	6	7	8	9
2	1,120	1,510	1,490	1,500	1,280	1,100	1,070	1,130
3	1,710	2,280	2,120	1,890	1,700	1,600	1,340	1,430
4	1,880	2,480	2,500	2,280	2,180	1,990	1,670	1,600
5	1,840	2,770	2,710	2,270	2,100	1,940	1,810	1,500
6	2,090	3,200	3,030	2,660	2,310	1,930	1,810	1,640
7	1,760	3,280	3,110	2,660	2,400	2,180	1,820	1,850
8	1,950	3,170	3,170	2,670	2,400	2,200	1,860	1,600
9	1,740	3,250	3,310	2,830	2,600	2,260	2,040	1,740

Таблица 5. Проценты ошибок, которые делает метод взвешенной суммы, полученные при сравнении по отношению предпочтения  $P^{\theta \& D}$  с ограничением (3) на  $S$

Число вариантов	Число критериев							
	2	3	4	5	6	7	8	9
2	1,720	2,050	1,940	1,890	1,680	1,520	1,410	1,280
3	2,920	3,190	2,890	2,540	2,360	1,910	1,770	1,790
4	3,840	4,040	3,340	3,170	2,770	2,360	2,250	1,790
5	4,360	4,400	3,690	3,100	2,960	2,540	2,340	2,230
6	4,940	4,730	4,140	3,550	3,030	2,600	2,550	2,140
7	5,280	5,440	4,560	3,610	3,150	2,490	2,550	2,290
8	5,450	5,750	4,350	3,620	2,950	2,790	2,580	2,340
9	6,030	5,910	4,240	3,640	3,030	2,660	2,530	2,310

Данные в таблице 4 поясним на примере задачи размерности 7 вариантов на 7 критериев (ограничения на множество вариантов  $S$  не наложено). Мы знаем, что ошибка при использовании метода взвешенной суммы точно будет совершена в 2,18% случаев (см. таблицу 4). Мы знаем, что ошибка не будет совершена в  $56,4 - 2,18 = 54,22\%$  случаев (56,4% – из таблицы 2). Подчеркнем, что числа в таблицах 4 и 5 – нижние границы для средних величин ошибок! Для установления более точных границ необходима более точная, в частности, интервальная информация относительно скорости роста предпочтений ЛПР вдоль шкалы.

### **7. Случай «существенного» убывания роста предпочтений вдоль шкалы, большого числа вариантов и малого числа критериев**

Внимательное изучение предыдущих таблиц позволяет сделать вывод о том, что стоит отдельно рассмотреть случай решения многокритериальных задач, когда вариантов много, критериев мало и рост предпочтений ЛПР «существенно» убывает вдоль шкалы.

Оказывается, можно из простых соображений вывести формулу, позволяющую определить процент ошибок, получающихся при использовании метода взвешенной суммы для этого случая. Предположение, что вариантов много, позволяет сделать аналитический вывод этой формулы и не проводить для данного случая вычислительного эксперимента. Идея такова, что при малом числе градаций шкалы и числе критериев количество вариантов (разумеется, с разными векторными оценками) «технически» ограничено. Действительно, общее число всех векторных оценок есть  $q^m$  (в случае, если есть все градации от 1 до  $q$ ). А раз так, значит, при достаточно большом числе вариантов во множество  $S$  попадут все возможные  $q^m$  вариантов с равной вероятностью. Предполагаем, что на множество  $S$  наложено ограничение (3). Тогда при четырех различных градациях и  $m = 2$  раз-

личных возможных вариантов 16. С учетом наложенного на множество вариантов ограничения (3), видим, что при данных условиях существуют три варианта, недоминируемых по Парето (это, кстати, наглядно видно на рис. 1). Таким образом, решим следующую задачу отбора из этих трех недоминируемых по Парето вариантов одного недоминируемого (с точностью до эквивалентности) по отношению  $R^{\Theta \& D} \uparrow \uparrow$  при различных значениях важности критериев  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

$$S_0 = \{s_1, s_2, s_3\},$$

$$(4) \quad s_1 = (5, 2), \quad s_2 = (4, 4), \quad s_3 = (2, 5).$$

При  $\beta_1 = \beta_2$  можно показать, что единственным недоминируемым вариантом является  $s_2$ . Выведем формулу для определения величины ошибки при использовании метода взвешенной суммы, если значения важности критериев  $\beta_1$  и  $\beta_2$  не равны между собой. Без ограничения общности положим, что  $\beta_1 > \beta_2$ . Тогда

$$\Omega = \{1 \succ 2\},$$

$$s_1 P^\Omega s_3,$$

$$S_\Omega = \{s_1, s_2\}.$$

Более того, можно показать, что добавление информации о количественной важности критериев, а также и информации  $D$  (о том, что предпочтения растут с «затуханием» вдоль шкалы, т. е. шкала является первой порядковой метрики) не уменьшают множество недоминируемых вариантов:

$$S_\Theta = \{s_1, s_2\},$$

$$S_{\Theta \& D} = \{s_1, s_2\}.$$

Значит, придется совершенствовать шкалу, т. е. уточнять, как изменяются предпочтения ЛПР вдоль шкалы. Сделаем это по аналогии с [6]. Ограничения на  $\beta_1$  и  $\beta_2$  здесь не налагаются. Ценность (полезность)  $v(j)$  градаций  $j$  шкалы неизвестна (т. е. функция ценности  $v$  не задана). Изначально лишь известно, что предпочтения возрастают вдоль шкалы, то есть  $v(j) > v(k)$  при  $j > k$  (иначе говоря, шкала критериев – порядковая). Далее предполагается также, что имеется дополнительная интервальная информация об убывающей скорости роста предпочтений вдоль шкалы критериев, заданная в виде неравенств:

$$d_k \leq \frac{v(k+1) - v(k)}{v(k+2) - v(k+1)} \leq u_k, \quad k = 1, \dots, q-2.$$

Предположим для простоты расчета, что скорость роста предпочтений ЛПП убывает так, что  $d_k = u_k$ . Выведем формулу, показывающую величину отношений разности ценности градаций  $d_k^0 = u_k^0$ , при которой два оставшихся недоминируемых варианта  $s_1$  и  $s_2$  одинаковы по предпочтительности по отношению  $P^{\Theta \& D} \uparrow$  (третий, напомним, отбрасывается при сравнении по качественной важности). Соответственно, если относительно этого числа равномерный случай (предполагаемый методом взвешенной суммы, при котором  $d_k = u_k = 1$ ) и неравномерный случай ( $d_k = u_k > 1$ ) оказываются «по разные стороны», то решение методом взвешенной суммы приведет к ошибке. То есть, если это число  $d_k^0 = u_k^0 = 1,3028$ , а  $d_k = u_k = 1,5$ , то использование метода взвешенной суммы приведет к ошибке, так как  $1 < 1,3028 < 1,5$ .

Легко видеть, что  $s_1$  и  $s_2$  будут эквивалентны по важности, если  $\beta_1 \times (v(5) - v(4)) = \beta_2 \times (v(4) - v(2))$ .

Предположим, что отношения разности ценности градаций постоянны для всех градаций:

$$\frac{v(4) - v(3)}{v(3) - v(2)} = \frac{v(5) - v(4)}{v(4) - v(3)} = a.$$

Пусть

$$v(3) - v(2) = 1,$$

тогда

$$v(4) - v(3) = a,$$

$$v(5) - v(4) = a^2,$$

$$\begin{aligned} v(4) - v(2) &= v(4) - v(3) + v(3) - v(2) = \\ &= (v(4) - v(3)) + (v(3) - v(2)) = a + 1 \end{aligned}$$

отсюда:

$$\beta_1 \times a^2 = \beta_2 \times (a + 1).$$

У этого уравнения есть только один положительный корень:

$$a = \frac{\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + 4\beta_1\beta_2}}{2\beta_1}.$$

Для него

$$\begin{aligned} d_k^0 = u_k^0 &= (v(3) - v(2))/(v(4) - v(3)) = 1/a = \\ &= \frac{2\beta_1}{\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + 4\beta_1\beta_2}}. \end{aligned}$$

Последняя формула для данных значений коэффициентов важности  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (и данных вариантов  $s_1$  и  $s_2$ , естественно) дает такое значение «затухания» роста предпочтений ЛПП, при котором варианты становятся эквивалентными. («Затухание» меньше единицы может быть истолковано как «возрастание скорости роста предпочтений».) Результаты для 5 различных значений важности критериев занесем в таблицу 6.

Таблица 6. Значения отношений разностей шкальных градаций, при которых варианты  $s_1$  и  $s_2$  в (4) эквивалентны

Значение важности второго критерия $\beta_2$ в (4)	Значение важности первого критерия $\beta_1$ в (4)				
	1	2	3	4	5
1	0,6180	1,0000	1,3028	1,5616	1,7913
2	1,0000	0,6180	0,8229	1,0000	1,1583
3	1,3028	0,8229	0,6180	0,7583	0,8844
4	1,5616	1,0000	0,7583	0,6180	0,7247
5	1,7913	1,1583	0,8844	0,7247	0,6180

Легко видеть, что если в таблице 6 число больше 1, то использование метода взвешенной суммы может привести к ошибке (если рост предпочтений затухает достаточно сильно). Если меньше единицы – не приведет. Если равно единице –

приведет к ошибке в половине случаев, условно предположим, что «неудачная» для метода взвешенной суммы – нижняя часть таблицы (под диагональю).

Из таблицы 6 видно, что в 2 случаях из 25 решение задачи методом взвешенной суммы приводит к ошибке в таком случае, что для того, чтобы это констатировать, достаточно информации  $D$ . Важно отметить, что эти  $2/25$  («две двадцать пятых»), то есть 0,08 (8%), полученные таким образом без вычислительного эксперимента, очень точно совпадают с теми же 8%, полученными в вычислительном эксперименте, когда число вариантов становится больше примерно 50.

Еще 8 случаев ошибок, совершаемых исследователем при использовании метода взвешенной суммы, добавляется, если известно, что рост предпочтений не просто «затухает», а «достаточно хорошо затухает». Так, если известно, что отношения разности ценностей градаций больше 1,8, то вероятность ошибки метода взвешенной суммы равна  $10/25$ , то есть 40%. Эти десять «ячеек» таблицы, соответствующих ситуациям «с ошибками», в таблице выделены цветом.

Также из вышеприведенной таблицы видно следующее. Если отношения разностей ценностей градации

- от 1 до 1,1583, то вероятность ошибки 8%;
- от 1,1583 до 1,3027 – 16%;
- от 1,3027 до 1,5615 – 24%;
- от 1,5615 до 1,7913 – 32%;
- больше 1,7913 – 40%.

Для случая, когда выделяется 10 различных значений важности критериев, результаты занесены в таблицу 7.

Таблица 7. Значения отношений разностей шкальных градаций, при которых варианты  $s_1$  и  $s_2$  в задаче (4) эквивалентны

$\beta_2$	$\beta_1$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,618	1,000	1,303	1,562	1,791	2,000	2,193	2,372	2,541	2,702
2	1,000	0,618	0,823	1,000	1,158	1,303	1,437	1,562	1,679	1,791
3	1,303	0,823	0,618	0,758	0,884	1,000	1,107	1,208	1,303	1,393
4	1,562	1,000	0,758	0,618	0,725	0,823	0,914	1,000	1,081	1,158
5	1,791	1,158	0,884	0,725	0,618	0,704	0,785	0,860	0,932	1,000
6	2,000	1,303	1,000	0,823	0,704	0,618	0,690	0,758	0,823	0,884
7	2,193	1,437	1,107	0,914	0,785	0,690	0,618	0,680	0,739	0,796
8	2,372	1,562	1,208	1,000	0,860	0,758	0,680	0,618	0,673	0,725
9	2,541	1,679	1,303	1,081	0,932	0,823	0,739	0,673	0,618	0,667
10	2,702	1,791	1,393	1,158	1,000	0,884	0,796	0,725	0,667	0,618

Здесь ошибка достигает  $45/100 = 45\%$ . Это видно наглядно из таблицы 7: 45 «ячеек» из 100, выделенные цветом, соответствуют ситуациям, когда использование метода взвешенной суммы приведет к ошибкам.

А если, скажем, предположить, что отношения разности ценности градаций лежит в довольно разумных пределах, скажем,  $[1,8; 2,5]$  для случая 10 различных значений важности критериев доля ошибок будет 35%, это наглядно (по клеточкам) можно посчитать по результатам, отображенным в таблице 8.



Таблица 8. Значения отношений разностей шкальных градаций, при которых варианты  $s_1$  и  $s_2$  в задаче (4) эквивалентны

$\beta_2$	$\beta_1$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,618	1,000	1,303	1,562	1,791	2,000	2,193	2,372	2,541	2,702
2	1,000	0,618	0,823	1,000	1,158	1,303	1,437	1,562	1,679	1,791
3	1,303	0,823	0,618	0,758	0,884	1,000	1,107	1,208	1,303	1,393
4	1,562	1,000	0,758	0,618	0,725	0,823	0,914	1,000	1,081	1,158
5	1,791	1,158	0,884	0,725	0,618	0,704	0,785	0,860	0,932	1,000
6	2,000	1,303	1,000	0,823	0,704	0,618	0,690	0,758	0,823	0,884
7	2,193	1,437	1,107	0,914	0,785	0,690	0,618	0,680	0,739	0,796
8	2,372	1,562	1,208	1,000	0,860	0,758	0,680	0,618	0,673	0,725
9	2,541	1,679	1,303	1,081	0,932	0,823	0,739	0,673	0,618	0,667
10	2,702	1,791	1,393	1,158	1,000	0,884	0,796	0,725	0,667	0,618

Последний вывод, пожалуй, самый сильный: получается, что при разумном «затухании» роста предпочтений (существующем и заметном, но не чрезмерном) доля ошибок использования метода взвешенной суммы будет так велика – около 35%, а для 5 различных значений важности критериев – даже 40%. В заключение отметим следующее:

1. Численный эксперимент показывает, что при большом числе вариантов при трех критериях ошибка при использовании метода взвешенной суммы еще больше, чем при двух (9% против 8%) – наибольшая из всех случаев с числом критериев от 2 до 9, поэтому, по-видимому, имеет смысл то же сделать (т. е. аналитически вывести формулу для процента ошибок метода взвешенной суммы) и для случая 3 критериев, но из-за гораздо меньшей наглядности мы в этой работе не будем этого делать.

2. Информация  $D$  оказалась существенна для вывода об ошибках, а информация «о существенном затухании» – еще более существенна, она смогла увеличить долю ошибок в некотором классе ситуаций при разумных допущениях с 8–9% до 35–40%. По всей видимости, для случая большого числа критериев и/или малого числа вариантов информация о «существенном затухании» скорости роста предпочтений ЛППР тоже может оказаться очень полезной для более точного определения процента ошибок, совершаемых при применении метода взвешенной суммы по сравнению только лишь с «информацией  $D$ »; и там тоже эта доля может существенно увеличиться. Такое исследование можно провести позже. Возможно также проведение расчетов для случая наличия интервальных оценок скорости роста предпочтений при помощи известной системы DASS [7].

## 8. Выводы

Для многокритериальных задач с однородными критериями с числом вариантов от 5 до 9 и числом критериев от 5 до 9:

1. Теория полезности «заставляет терять время» в 39–66% случаев<sup>1</sup>: целесообразно вначале использовать теорию важности критериев, а не пытаться сразу же строить функцию полезности.

2. Метод взвешенной суммы делает ошибку не менее чем в 1,5–3,6 % случаев<sup>2</sup> при имеющейся информации о том, что рост предпочтений вдоль шкалы замедляется.

3. При наличии информации «о существенном затухании» роста предпочтений вдоль шкалы использование метода взвешенной суммы приведет к ошибке в некотором классе особо «спорных» ситуаций не менее чем в 35–40% случаев<sup>3</sup>.

4. В экстренных случаях, когда по каким-либо причинам использовать ТВК невозможно, имеет смысл применить метод взвешенной суммы: вероятность того, что он даст правильный

---

<sup>1</sup> 39% - из таблицы 3; 66% – из таблицы 2.

<sup>2</sup> 1,5% – из таблицы 4; 3,6% – из таблицы 5.

<sup>3</sup> 35% – посчитано по таблице 8; 40% – по таблице 6.

ответ заведомо выше, чем то, что правильный ответ будет получен, если один вариант из всего их множества будет выбран абсолютно случайно (т. е. «наобум»).

Вышеприведенные выводы приводят к самому, наверное, главному заключению: использование теории важности критериев целесообразно, она является практическим инструментом с оцениваемой эффективностью, а не просто неким интересным теоретическим построением.

Проведенное исследование позволяет проводить технико-экономическое обоснование применения теории важности критериев как эффективного инструмента анализа многокритериальных задач принятия решений и, таким образом, открывает для неё дверь в сферу инноваций.

### Литература

1. БАРЫШНИКОВ Ю. М. *О среднем числе вариантов, недоминируемых по сравнению В. В. Подиновского* // Автоматика и телемеханика. – 1990. – №6. – С. 161–167.
2. ГОРСКИЙ В. Г., ГРИЦЕНКО А. А., ОРЛОВ А. И. *Метод согласования кластеризованных ранжировок* // Автоматика и телемеханика. – 2000. – №.3. – С.179–187.
3. КИНИ Р. Л., РАЙФА Х. *Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения* / Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1981.
4. ОРЛОВ А. И. *Устойчивость в социально-экономических моделях*. – М.: Наука, 1979.
5. ОРЛОВ А. И. *Эконометрика*. – М.: Экзамен, 2002.
6. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Аксиоматическое решение проблемы оценки важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений* // Современное состояние теории исследования операций. – М.: Наука, 1979. – С.117–145.
7. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Анализ задач многокритериального выбора методами теории важности критериев при помощи компьютерных систем поддержки принятия решений* //

- Изв. АН. Теория и системы управления. – 2008. – № 2. – С. 64–68.
8. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений.* – М.: Физматлит, 2007.
  9. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Количественная важность критериев* // Автоматика и телемеханика. – 2000. – № 5. – С. 110–123.
  10. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Количественная важность критериев с дискретной шкалой первой порядковой метрики* // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №8. – С. 196–203.
  11. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Об оценке эффективности решающих правил в многокритериальных задачах* // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1987. – № 1. – С. 3–9.
  12. ПОДИНОВСКИЙ В. В. *Оценка эффективности решающих правил в дискретных многокритериальных задачах* // Методы оптимизации в экономико-математическом моделировании. – М.: Наука, 1991. – С. 308–324.
  13. САЛТЫКОВ С. А. *Экспериментальное сопоставление различных многокритериальных подходов* // Материалы XXXVI Международной конференции «Информационные технологии в науке, социологии, экономике и бизнесе», Ялта, Гурзуф, май 2009 г. Приложение к журналу «Открытое образование». – С. 315–317.
  14. СИДЕЛЬНИКОВ Ю.В., САЛТЫКОВ С.А. *Процедура установления соответствия между задачей и методом* // Экономические стратегии. – 2008. – №7. – С. 102–109.

## **EXPERIMENTAL COMPARISON OF METHODS OF WEIGHTED SUM, UTILITY THEORY AND CRITERIA IMPORTANCE THEORY FOR THE SOLUTION OF MULTICRITERIAL PROBLEMS WITH SCORE CRITERIA**

**Sergey Saltykov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, junior researcher, (ssaltykov@mail.ru).

*Abstract: An experimental comparison of the methods of weighted sum, the utility theory and the criteria importance theory is performed while solving the multicriteria problems with score criteria. It is shown that under very weak assumptions, the method of weighted sum leads to significant percentage of mistakes, while methods of the utility theory are often result in loss of time for unneeded construction of the utility function. The criteria importance theory is free of these shortcomings.*

Keywords: criteria importance theory, percentage of errors in the method of weighted sum.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А. И. Орловым*

УДК 681.5.011 + 681.5.013  
ББК 22.18

## ДИССИПАТИВНОСТЬ И ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ К РИСКАМ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ<sup>1</sup>

Мазуров А. Ю.<sup>2</sup>

(Арзамасский политехнический институт Нижегородского  
государственного технического университета  
им. Р. Е. Алексеева, Арзамас)

*Статья содержит обзор некоторых результатов, связанных с применением свойств диссипативности и чувствительности к рискам в задачах управления. Показано, что эти свойства являются мощными инструментами анализа и синтеза детерминированных и стохастических систем управления, а также обоснована актуальность исследования возможности их объединения.*

Ключевые слова: диссипативность, чувствительность к рискам, стабилизация,  $\mathcal{L}_2$ -,  $\mathcal{H}_2$ -,  $\mathcal{H}_\infty$ -управление, робастное управление, дифференциальные игры.

### **Введение**

Теория диссипативности принадлежит к числу относительно молодых направлений теории управления. Понятие диссипативных систем заимствовано из физики; на языке физиков диссипативная система *теряет* часть энергии, переданной ей извне. Примерами диссипативных систем служат электрические цепи, рассеивающие на резисторах электрическую энергию в виде тепла, а также термодинамические системы (диссипация постулируется вторым законом термодинамики). Математическая теория диссипативности впервые предложена для детерминированных

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №08-01-97036\_а.

<sup>2</sup> Александр Юрьевич Мазуров, кандидат физико-математических наук, (alexander.mazurov08@gmail.com).

динамических систем Я. Виллемсом в работах [50, 51]; теория характеризует поведение системы на языке «вход–выход» с помощью так называемых *функций запаса* и *накопления*, которые выполняют роли обобщенной внешней и внутренней энергии соответственно. Виллемс доказал, что диссипативность тесно связана с устойчивостью по Ляпунову. Дальнейшие исследования продемонстрировали эффективность теории диссипативности при решении задач стабилизации детерминированных систем управления [13], а также при решении прикладных задач управления роботами [34], электрическими двигателями [15], электрическими преобразователями [42], судами [23], дизельными двигателями [30], химическими процессами [41], энергосистемами [36] и др.

Безусловный успех детерминированной теории диссипативности способствовал тому, что в последние годы были предложены ее многочисленные обобщения на стохастические системы. На основе стохастической теории диссипативности были развиты методы решения широкого круга задач управления: для стохастических систем — стабилизация [22] и синтез  $\mathcal{L}_2$ -управления [7], синтез  $\mathcal{H}_2$ -управления и робастного управления [45], синтез эргодического управления [12], синтез  $\mathcal{H}_\infty$ -управления [40, 52], для детерминированных систем — робастная одновременная стабилизация множества систем с неопределенными параметрами [3, 4].

С другой стороны, в современной теории управления достаточно широкое распространение получила теория чувствительности к рискам. Чувствительность к рискам введена в пионерской работе Д. Джейкобсона [27] при решении т. н. «задачи линейно-экспоненциально-квадратичного регулятора» (*LEG problem*). Оказалось, что использование экспоненциального критерия качества позволяет получить регулятор, зависящий от статистики (ковариационной матрицы) гауссовского шума. Регулятор с подобными свойствами существенно отличается от классического линейно-квадратичного регулятора, который, как известно, совпадает для систем с гауссовским шумом и без него [9]. Модели с экспоненциальным критерием качества были эффективно применены при решении многих прикладных задач, например,

задачи наведения ракет [44] и экономических задач [26], что и закрепило за данным направлением название *теории чувствительности к рискам*. В 1990-е гг. было доказано, что теория чувствительности к рискам является «мостиком» между стохастическим и детерминированным подходами к моделированию возмущений (например, см. [19]). Чувствительность к рискам по-прежнему привлекает внимание многих ученых.

К сожалению, в литературе на русском языке диссипативности и чувствительности к рискам уделяется крайне мало внимания. Необходимо отметить замечательный обзор [5], посвященный пассивности (частному случаю диссипативности) и пассивификации (обеспечению свойства пассивности) нелинейных детерминированных систем управления. Данная статья преследует три цели. Во-первых, рассматривается концепция диссипативности применительно к стохастическим системам управления (раздел 2). Во-вторых, приводятся основные достижения современной теории чувствительности к рискам (раздел 3). В-третьих, обосновывается актуальность исследования возможности объединения свойств диссипативности и чувствительности к рискам (раздел 4). Результаты подобного исследования для аффинных по управлению диффузионных процессов Ито с квадратичной по управлению функцией запаса опубликованы в [2]<sup>3</sup>.

## 1. Стохастическая теория диссипативности

Одной из первых явилась работа П. Флорчингера [22]. Автор расширил понятие пассивности на стохастические дифференциальные системы Ито

$$(1) \quad \begin{cases} dx_t = f(x_t, u)dt + g(x_t)dW_t, \\ y_t = h(x_t, u), \end{cases}$$

---

<sup>3</sup> Соответствующая научная работа, выполненная А. Ю. Мазуровым под руководством д.ф.-м.н., профессора П. В. Пакишина в Арзамасском политехническом институте Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева, удостоена диплома конкурса научных работ молодых ученых по теории управления и ее приложениям (ИПТУ РАН) за 2009 г. в номинации аспирантов.



где  $\mathcal{W}_t$  — стандартный  $m$ -мерный винеровский процесс на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ . Символы  $x$ ,  $u$  и  $y$  обозначают соответственно  $n$ -мерный вектор состояния,  $p$ -мерный вектор измеримого управления и  $k$ -мерный вектор выхода. Начальное состояние  $x_0$  задано детерминированным образом.

**Определение 1** [22]. Система (1) называется пассивной, если существует функция Ляпунова на  $\mathbb{R}^n$  (функция накопления) такая, что неравенство

$$\mathcal{A}V(x) \leq h(x, u) * u$$

верно  $\forall (x, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ , где  $\mathcal{A}$  — генератор процесса  $x_t$  при заданном  $u$ .

Флорчингер предложил необходимые условия пассивности (1), а также показал, что свойство пассивности эквивалентно нелинейной версии критерия Калмана–Якубовича–Попова в частном случае при  $f(x_t, u) \equiv f(x_t) + \bar{f}(x_t)u$ ,  $h(x_t, u) \equiv h(x_t)$ . Кроме того, используя стохастическую теорию устойчивости [6], он обосновал, что пассивную систему можно сделать локально асимптотически устойчивой по вероятности с помощью управления  $u = -y * s(y)$ , где  $y * s(y) > 0 \forall y \neq 0$ ,  $s(0) = 0$ . Полученные результаты применены для решения задачи локальной асимптотической стабилизации по вероятности стохастических систем вида

$$x_t = x_0 + \int_0^t f(x_s, u) ds + \int_0^t g(x_s) d\mathcal{W}_s,$$

$$x_t = x_0 + \int_0^t \left( f(x_s) + \bar{f}(x_s)u + \sum_{i=1}^m u_i R_i(x_s)u \right) ds + \int_0^t g(x_s) d\mathcal{W}_s.$$

Работе Флорчингера идейно близко исследование [7]. М. Д. С. Алию расширил теорию диссипативности на класс нелинейных систем с запаздыванием по состоянию, подверженных случайному изменению структуры в соответствии с эволюцией марковской цепи с конечным множеством состояний:

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau), u(t), r(t)), \\ x(t) = \phi(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad x(t_0) = x_0 = \phi(t_0), \\ y(t) = h(x(t), r(t)). \end{cases}$$

Обозначения стандартны:  $\tau$  — показатель запаздывания;  $\phi(t)$  является начальной функцией, а  $r(t)$  суть однородный марковский процесс с конечным множеством состояний  $\mathcal{S} = \{1, 2, \dots, l\}$  и матрицей вероятностей перехода  $\Lambda = [\lambda_{ij}]_{i,y \in \mathcal{S}}$ .

**Определение 2** [7]. Система (2) называется диссипативной относительно функции запаса  $s(u(t), y(t))$ , если существуют положительно-определенные функции (накопления)  $\Psi(t, x(t), x(t - \tau), r(t))$  такие, что неравенство

$$\mathbb{E}\Psi(t_1, x_{t_1}, x_{t_1-\tau}, r_{t_1}) - \Psi(t_0, x_{t_0}, x_{t_0-\tau}, r_{t_0}) \leq \mathbb{E} \int_{t_0}^{t_1} s(u(t), y(t)) dt$$

справедливо для любых моментов времени  $t_1 \geq t_0$ , режимов  $r_{t_0}, r_{t_1} \in \mathcal{S}$  и любых начальных условий  $(x(t_0 - \tau), x_0)$ , где  $x_{t_1} = x(t_1, t_0, x_0, x_{t_0-\tau}, r_0, u)$ .

Символ  $\mathbb{E}$  соответствует оператору математического ожидания относительно начальных условий (2). В частном случае при  $f(x(t), x(t - \tau), u(t), r(t)) \equiv f(x(t), x(t - \tau), r(t)) + g(x, r(t))u(t)$  ученый доказал, что система (2) обладает нормой  $\mathcal{L}_2$ , которая не превышает  $\gamma$ , если и только если она диссипативна относительно функции запаса  $s(u(t), y(t)) = \frac{1}{2}\gamma^2(\|u(t)\|^2 + \|u(t - \tau)\|^2) - \frac{1}{2}\|y(t)\|^2$ . Здесь  $\|g\|^2 = \text{tr}[gg^T]$ . Приведены необходимые и достаточные условия диссипативности в терминах решения уравнения Гамильтона–Якоби и показано, что из диссипативности следует локальная асимптотическая устойчивость в среднем квадратическом.

Существенный интерес вызывает диссертация У. Х. Тигесена [45]. Автор строит теорию мультидиссипативности (диссипативности относительно нескольких функций запаса) для стохастических систем управления

$$(3) \quad dx_t = f(x_t, u_t) + g(x_t, u_t)d\mathcal{W}_t, \quad x_0 = x.$$

**Определение 3** [45]. Система (3) называется диссипативной относительно функции запаса  $r(x(t), u(t))$ , если существует положительно-определенная функция накопления  $V(x)$  такая,

что неравенство

$$\mathbb{E} \left\{ V(x_\tau) - \int_0^\tau r(x_s, u_s) ds \right\} \leq V(x)$$

выполняется для любых ограниченных моментов останова  $\tau$  и любых решений  $x_t, u_t$  системы (3) с произвольными начальными условиями.

Ученый показал некоторые элементарные свойства диссипативных систем (внутренняя выпуклость, замкнутость относительно взаимосвязи, устойчивость автономных систем как следствие диссипативности), вывел выражение для функции доступного накопления, сформулировал необходимые и достаточные условия диссипативности в дифференциальной форме, а также разработал алгоритм вычисления функций накопления, основанный на выпуклой оптимизации. В линейно-квадратичном случае им получены критерии диссипативности в терминах линейных матричных неравенств, которые можно эффективно проверять с помощью средств пакета MATLAB. Одним из наиболее значимых результатов [45] явились доказанные связи стохастической теории диссипативности и целого ряда задач синтеза стохастических систем с заданными критериями качества: норма  $\mathcal{L}_2$ , норма  $\mathcal{H}_2$ , вероятность отказа, ожидаемое время для завершения миссии. Кроме того, рассмотрены стохастические системы, подверженные мультидиссипативным возмущениям; доказано, что анализ диссипативности номинальной системы может обеспечить достаточные условия для робастного качества возмущенной системы. В частности, предложенная Тигесеном процедура включает три шага:

1) провести моделирование физической системы как результата взаимосвязи номинальной системы  $\Sigma$  и возмущения  $\Delta$ , которое является мультидиссипативным относительно функций запаса  $-r_i$ ,  $i = 1, \dots, p$ ;

2) сформулировать критерий качества на языке диссипативности, т.е. найти такую функцию запаса  $r$ , при которой общая система  $\bar{\Sigma}$  имеет удовлетворительный уровень качества, если и только если теряет  $r$ ;

3) провести анализ на предмет диссипации в системе  $\Sigma$ , т. е. выяснить, теряет ли  $\bar{\Sigma}$  запас  $r$  в некоторой области, или  $\Sigma$  теряет запас  $r + (d_1 r_1 + \dots + d_p r_p)$ , где  $d_i \geq 0$ .

В работе [12] понятие диссипативности расширено на управляемые диффузии

$$(4) \quad x_t = x_0 + \int_0^t m(x_s, u_s) ds + \int_0^t \sigma(x_s) dW_s.$$

Здесь  $x_0$  суть случайная переменная с заданным законом  $\pi_0$ . Предложенное В. С. Боркармом и С. К. Миттером определение функции накопления основано на понятии супермартингалов (подробнее о мартингалах см., к примеру, [1]). Обозначим через  $\mathcal{F}_t$  непрерывное расширение  $\sigma(x_s, s \leq t)$  для  $t \geq 0$  и будем рассматривать управление  $u_t$ , согласованное с  $\mathcal{F}_t$ , т. е. управление в форме  $u_t = f_t(x_{[0,t]})$ , где  $f_t$  — измеримая функция. В частности, управление может быть марковским  $u_t = v(x_t)$ .

**Определение 4** [12]. *Измеримая функция  $V(x)$  называется функцией накопления, связанной с функцией запаса  $g(x, u)$ , если она ограничена снизу и  $V(x_t) + \int_0^t g(x_s, u_s) ds, t \geq 0$  есть  $\mathcal{F}_t$ -супермартингал для любых решений (4).*

Ученые показали, что функция доступного накопления определяется соотношением

$$V_c(x) = \sup_u \sup_{\tau} \left\{ \mathbb{E} \int_0^{\tau} g(x_s, u_s) ds \right\},$$

где первый супремум берется по всем ограниченным моментам  $\mathcal{F}_t$ -остановки, а второй супремум — по всем  $\mathcal{F}_t$ -согласованным управлениям  $u_t$  при произвольных начальных условиях. Если  $V_c(x) < \infty$ , то верна эквивалентная запись

$$V_c(x) = \sup_u \sup_{t \geq 0} \left\{ \mathbb{E} \int_0^t g(x_s, u_s) ds \right\}.$$

В [12] доказано, что функции накопления являются кандидатами в функции Беллмана для задачи эргодического управления системой (4) с критерием качества

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{t} \int_0^t \mathbb{E} \{k(x_s, u_s)\} ds.$$

Рассмотрен также случай с частичными наблюдениями.

Очередным этапом развития стохастической теории диссипативности можно считать работы [40, 52], в которых на основе свойства диссипативности были решены задачи синтеза  $\mathcal{H}_\infty$ -управления. Н. Берман и Ю. Шакед исследовали систему

$$(5) \quad \begin{cases} dx_t = [f(x_t) + g(x_t)u_t + g_1(x_t)v_t]dt + \bar{g}(x_t)u_t d\mathcal{W}_t + \\ + g_2(x_t)v_t d\mathcal{W}_t^{(2)} + G(x_t)d\mathcal{W}_t^{(1)}, \\ dy_t = [h_2(x_t) + g_3(x_t)v_t]dt + G_2(x_t)d\mathcal{W}_t^{(3)}, \\ z_t = [h(x_t, t) u_t]^T, \end{cases}$$

где  $y_t$  и  $z_t$  суть векторы наблюдаемой величины и управляемого выхода, а  $v_t$  — случайный процесс внешнего возмущения. Символы  $d\mathcal{W}_t$  и  $d\mathcal{W}_t^{(i)}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) есть независимые винеровские процессы, причем  $d\mathcal{W}_t^{(2)}$  является одномерным.

Задача синтеза  $\mathcal{H}_\infty$ -управления системой (5) сформулирована в [40] следующим образом. При наличии управляемого выхода  $z_t$ , требуется найти закон управления  $u_t = u(y_s, s \leq t)$  такой, что для заданного числа  $\gamma > 0$  неравенство

$$\mathbb{E} \int_0^T |z_t|^2 dt \leq \gamma^2 \mathbb{E} \left\{ |x_0|^2 + \int_0^T |v_t|^2 dt \right\}$$

выполняется для любых  $T \geq 0$  и любых допустимых возмущений  $v_t \in \Xi_u$ . Пара  $(u_t, v_t)$  принадлежит области допустимых значений  $\Xi$ , если уравнение (5) имеет единственное строгое решение, удовлетворяющее  $\mathbb{E}\{|x_t|^2\} < \infty$  при любых  $t \in [0, \infty)$ . При этом  $\Xi_u$  суть все допустимые пары  $(u_t, v_t)$  для фиксированного  $u_t$ .

Для решения задачи Берман и Шакед в качестве основы использовали теорию диссипативности с функцией запаса  $r(v, z) = \gamma^2 |v|^2 - |z|^2$ .

**Определение 5 [40].** Система (5) называется диссипативной с функцией запаса  $r(v, z)$ , если существует неотрицательно-определенная функция (накопления)  $V(x)$ ,  $V(0) = 0$  такая, что неравенство

$$\mathbb{E}V(x_t) \leq \mathbb{E}V(x_s) + \mathbb{E} \int_s^t (\gamma^2 |v_\tau|^2 - |z_\tau|^2) d\tau.$$

справедливо для любых  $t \geq s \geq 0$  и любых допустимых возмущений  $v_t \in \Xi_u$ .

Ученые вывели неравенство Гамильтона–Якоби и установили необходимые и достаточные условия, при которых данное неравенство гарантирует свойство диссипативности системы (5) с функцией запаса  $r(v, z) = \gamma^2 |v|^2 - |z|^2$ , что позволило получить аналог т. н. «леммы ограниченной вещественности» (*bounded realness lemma*) и развить теорию  $\mathcal{H}_\infty$ . Кроме того, в [40] получены достаточные условия устойчивости замкнутой системы по вероятности и в среднем квадратическом.

В свою очередь, В. Жанг и Б.-С. Чен ввели понятие диссипативности для аффинных по управлению диффузий с одномерным винеровским процессом:

$$(6) \quad \begin{cases} dx_t = [f(x_t) + g(x_t)u] dt + [h(x_t) + l(x_t)u] d\mathcal{W}_t, \\ y_t = m(x_t), \quad f(0) = h(0) = 0, \quad m(0) = 0. \end{cases}$$

**Определение 6** [52]. Система (6) называется диссипативной на  $[s, \infty)$  с функцией запаса  $r(u, y)$ , если существует неотрицательно-определенная функция  $V(x)$  такая, что  $\forall t \geq s \geq 0$  и любых детерминированных  $x_s$  верно неравенство

$$(7) \quad \mathbb{E}V(x_t) - V(x_s) \leq \mathbb{E} \int_s^t r(u_s, y_s) ds.$$

Исследователи записали неравенство диссипации (7) в дифференциальной форме, вывели выражение для функции доступного накопления, а также сформулировали необходимые и достаточные условия диссипативности системы (6) с квадратичной функцией запаса  $r(u, y) = y^T Q y + 2y^T S u + u^T R u$ . Используя свойство диссипативности с функцией запаса  $r(u, y) = \gamma^2 u^T u - y^T y$ , Жанг и Чен решили задачу синтеза  $\mathcal{H}_\infty$ -управления стохастической системой

$$\begin{cases} dx_t = [f(x_t) + g(x_t)u + k(x_t)\theta] dt + [h(x_t) + l(x_t)\theta] d\mathcal{W}_t, \\ y_t = [m(x_t) \ u]^T, \quad f(0) = h(0) = 0, \quad m(0) = 0. \end{cases}$$

Здесь  $\theta \equiv \theta_t$  — внешнее возмущение. Под  $\mathcal{H}_\infty$ -управлением они понимали допустимое управление, при котором  $\|y\|_{\mathcal{L}^2} \leq \gamma \|\theta\|_{\mathcal{L}^2}$ ,

где  $\|y\|_{\mathcal{L}^2} = \left( \mathbb{E} \int_0^\infty |y_t|^2 dt \right)^{1/2}$  — норма на Гильбертовом пространстве. Аналогичная задача разрешена для конечного интервала времени; показано, как расширить теорию на случай многомерности  $\mathcal{W}_t$ .

Среди недавних работ — статьи Пакшина П. В. [3, 4]. Изучены системы, заданные дифференциальными уравнениями Ито с марковскими переключениями

$$(8) \quad \begin{cases} dx_t = [a(x_t, r_t) + B(x_t, r_t)u_t] dt + \\ + \sum_{l=1}^N \gamma_l [f_l(x_t, r_t) + G_l(x_t, r_t)u_t] d\mathcal{W}_l, \\ z_t = c(x_t, r_t), t \geq t_0. \end{cases}$$

Обозначения совпадают с введенными ранее:  $r_t$  — однородная марковская цепь с пространством состояний  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots, \nu\}$  и матрицей вероятностей перехода  $P(\tau) = \exp(\Pi\tau)$ ,  $\Pi = [\pi_{ij}]_1^\nu$ ;  $\mathcal{W}_t = [\mathcal{W}_{1t}, \dots, \mathcal{W}_{Nt}]$  — стандартный винеровский процесс. Начальные условия  $x_{t_0} = x$  и  $r_{t_0} = i_0$  детерминированные, процессы  $\mathcal{W}_t$  и  $r_t$  независимы,  $\gamma_l$  — некоторые числа. Для данного класса систем дано

**Определение 7 [3].** Система (8) называется диссипативной на  $[s, \infty)$  с функцией запаса  $w(u, i, z)$ , если существует неотрицательно-определенная функция накопления  $V(x, i)$  такая, что  $\forall t \geq t_0 \geq 0$ ,  $x_{t_0} = x$ ,  $r_{t_0} = i$  верно неравенство

$$\mathbb{E}V(x_t, r_t) - V(x, i) \leq \mathbb{E} \int_{t_0}^t w(u_\tau, i_\tau, z_\tau) d\tau.$$

Пакшин вывел соотношение для функции доступного накопления, а также установил необходимые и достаточные условия диссипативности (8) с квадратичной функцией запаса  $w(u, i, z) = z^T Q(i)z + 2z^T S(i)u + u^T R(i)u$ . В [3] рассмотрены пассивные системы (8) ( $w(u, i, z) = z^T u$ ); показано, что обязательным условием пассивности является  $G_l(x, i) \equiv 0$ . Доказано, что управление  $u = -\varphi(z)$ , где  $z^T \varphi(z) > 0 \forall z \neq 0$ ,  $\varphi(0) = 0$ , обеспечивает локальную асимптотическую устойчивость по вероятности решения  $x_t \equiv 0$  пассивной системы (8). Теория диссипативности применена для решения задачи робастной одновре-

менной стабилизации множества детерминированных систем

$$(9) \quad \begin{cases} \dot{x}_t = (a_i(x_t) + B_i(x_t)u_t) dt + \sum_{l=1}^N \sigma_l(t) (f_{li}(x_t) + G_{li}(x_t)u_t), \\ z_t = c_i(x_t), t \geq t_0, i \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

управлением  $u = -\varphi(z)$ . Здесь  $\sigma_l(t)$ ,  $t \geq 0$  — неопределенные параметры такие, что

$$(10) \quad |\sigma_l(t)| \leq \delta_l.$$

Задача робастной одновременной стабилизации рассмотрена и для линейного случая.

В [4] для системы (8) строится теория экспоненциальной диссипативности.

**Определение 8 [4].** Система (8) называется экспоненциально диссипативной на  $[s, \infty)$  с функцией запаса  $w(u, i, z)$ , если существуют неотрицательно-определенная функция накопления  $V(x, i)$  и непрерывная по  $x \forall i \in \mathbb{N}$  функция  $\mu(x, i) > 0$ ,  $x \neq 0$ ,  $\mu(0, i) = 0$  такие, что  $\forall t \geq t_0 \geq 0$ ,  $x_{t_0} = x$ ,  $r_{t_0} = i$  верно:

$$\mathbb{E} \left\{ V(x_t, r_t) + \int_{t_0}^t \mu(x_\tau, r_\tau) d\tau \right\} - V(x, i) \leq \mathbb{E} \int_{t_0}^t w(u_\tau, i_\tau, z_\tau) d\tau.$$

Теория экспоненциальной диссипативности также включает соотношение для функции доступного накопления и необходимые и достаточные условия экспоненциальной диссипативности (8) с квадратичной функцией запаса  $w(u, i, z) = z^T Q(i)z + 2z^T S(i)u + u^T R(i)u$ . Показано, что если система (8) экспоненциально диссипативна с квадратичной функцией запаса  $w(u, i, z) = z^T Qz + 2z^T Su + u^T Ru$  и квадратичной функцией  $\mu = x^T Mx$ ,  $M = M^T > 0$ , то управление  $u = -\varphi(z)$ , где  $z^T Qz - z^T S\varphi(z) + \varphi(z)^T R\varphi(z) \leq 0 \forall z \neq 0$ ,  $\varphi(0) = 0$ , обеспечивает локальную экспоненциальную устойчивость в среднем квадратическом решения  $x_t \equiv 0$  системы (8). Теория экспоненциальной диссипативности использована для оценки возможных вариаций управления  $u = -\varphi(z)$ , при которых множество детерминированных нелинейных систем (9)–(10) остается робастно устойчивым.



## 2. Теория чувствительности к рискам

Основополагающей работой по праву считается [27]; автором была рассмотрена задача линейно-экспоненциально-квадратичного регулятора (*LEG problem*), которая (применительно к случаю с непрерывным временем) состояла в следующем. Пусть система задана линейным дифференциальным уравнением

$$(11) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + \Gamma(t)\alpha(t), \\ x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, t_f], \end{cases}$$

где  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$  — векторы состояния и управления,  $\alpha \in \mathbb{R}^k$  суть гауссовский шум

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\alpha(t)] &= 0, \quad t \in [t_0, t_f], \\ \mathbb{E}[\alpha(t)\alpha^T(s)] &= P^{-1}\delta(t-s), \quad t, s \in [t_0, t_f]. \end{aligned}$$

Здесь  $P^{-1}$  есть ковариационная матрица,  $\delta$  — дельта-функция Дирака. Необходимо найти закон управления в виде измеримой функции

$$(12) \quad u^{(\sigma)}(X, t) = C^{(\sigma)}(X, t), \quad t \in [t_0, t_f], \quad X = \{x(\tau), \tau \in [t_0, t_f]\},$$

который минимизирует экспоненциальный критерий качества

$$(13) \quad \mathcal{V}^{(\sigma)}(u) = \sigma \mathbb{E}^{x_0} \exp \left\{ \sigma \frac{1}{2} \left[ \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt + \frac{1}{2} x(t_f)^T Q_f x(t_f) \right] \right\}.$$

Для сокращенной формы записи зависимость параметров от  $t$  опущена; матрицы  $Q \geq 0$ ,  $R > 0$ ,  $P > 0$  для всех  $t \in [t_0, t_f]$ , матрица  $Q_f \geq 0$ , а  $\sigma = \pm 1$ .

**Замечание 1.** Нужно подчеркнуть, что в силу  $\sigma = \pm 1$  речь идет о двух задачах оптимального управления; значения  $\mathcal{V}^{(-)}$  и  $\mathcal{V}^{(+)}$  критерия качества удовлетворяют

$$-1 \leq \mathcal{V}^{(-)} \leq 0, \quad 1 \leq \mathcal{V}^{(+)} \leq \infty.$$

В [27] показано, что функция Беллмана

$$J^{(\sigma)}(x, t) = \sigma \mathbb{E}^{x(t)} \exp \left\{ \sigma \left[ \frac{1}{2} \int_t^{t_f} (x^T Q x + u^{(\sigma)T} R u^{(\sigma)}) ds + \frac{1}{2} x(t_f)^T Q_f x(t_f) \right] \right\}$$

для задачи (11),(13) является решением уравнения Гамильтона–Якоби–Беллмана

$$\frac{\partial J^{(\sigma)}}{\partial t}(x, t) = \min_u \left\{ \frac{1}{2} \sigma (x^T Q x + u^T R u) J^{(\sigma)}(x, t) + [J_x^{(\sigma)}(x, t)]^T (A x + B u) + \frac{1}{2} \text{tr} \left[ J_x^{(\sigma)}(x, t) \Gamma P^{-1} \Gamma^T \right] \right\}.$$

Оптимальное управление (12) есть линейная функция состояния:

$$(14) \quad u^{(\sigma)}(x, t) = -R^{-1} B^T S^{(\sigma)} x, \quad t \in [t_0, t_f],$$

$$-\dot{S}^{(\sigma)} = Q + S^{(\sigma)} A + A^T S^{(\sigma)} - S^{(\sigma)} (B R^{-1} B^T - \sigma \Gamma P^{-1} \Gamma^T) S^{(\sigma)},$$

$$S^{(\sigma)}(t_f) = Q_f.$$

Минимальное значение критерия качества (13) равно

$$J^{(\sigma)}(x, t) = \sigma F^{(\sigma)} \exp \left\{ \sigma \frac{1}{2} x^T S^{(\sigma)} x \right\},$$

где матрица  $F^{(\sigma)}$  удовлетворяет уравнению

$$-\dot{F}^{(\sigma)} = \frac{1}{2} \sigma F^{(\sigma)} \text{tr} \left[ S^{(\sigma)} \Gamma P^{-1} \Gamma^T \right], \quad F^{(\sigma)}(t_f) = 1.$$

Нетрудно убедиться, что регулятор (14) явно зависит от ковариационной матрицы  $P^{-1}$ , и при использовании экспоненциального критерия качества (в задаче *LEG*) не выполняется принцип полной эквивалентности линейно-квадратичного регулятора и линейно-квадратичного регулятора с гауссовским шумом (*LQG*). Джейкобсон показал, что для шумов малой интенсивности (малой ковариационной матрицы) решения задач *LEG* и *LQG*

близки; однако, в случае значительной интенсивности решения указанных задач принципиально отличаются. При  $\sigma = -1$  коэффициент усиления оптимального управления стремится к нулю при бесконечной интенсивности; практически невозможно повлиять на уменьшение критерия качества (13). При  $\sigma = +1$  оптимальное управление прекращает существовать для некоторых достаточно больших интенсивностей; критерий качества становится бесконечным независимо от закона управления.

Еще одним важным результатом [27] явилась доказанная эквивалентность задачи *LEG* и детерминированных линейно-квадратичных игр с нулевой суммой. Если рассматривать гауссовский шум в (11) как игрока, то оптимальное управление (14) при  $\sigma = -1$  представляет оптимальную стратегию кооперативной игры (11) с ценой

$$(15) \quad \mathcal{S}^{(-)}(u, \alpha) = \min_{u, \alpha} \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (x^T Q x + u^T R u + \alpha^T P \alpha) dt + \\ + \frac{1}{2} x(t_f)^T Q_f x(t_f).$$

С другой стороны, оптимальное управление (14) при  $\sigma = +1$  — оптимальная стратегия некооперативной игры (11) с ценой

$$(16) \quad \mathcal{S}^{(+)}(u, \alpha) = \min_u \max_{\alpha} \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (x^T Q x + u^T R u - \alpha^T P \alpha) dt + \\ + \frac{1}{2} x(t_f)^T Q_f x(t_f).$$

Задачи управления стохастическими системами с экспоненциальным критерием качества привлекли внимание многих исследователей. Вслед за пионерской работой [27] ряд ученых предложили обобщения идей Джейкобсона на другие классы систем управления. В числе первых работ необходимо упомянуть [43, 44]. В [43] рассмотрена задача оптимального управления системой (11) с экспоненциальным критерием (13) в том случае, когда регулятор не имеет полной информации о векторе состояния (частичные наблюдения), а наблюдаемая величина  $z$  зашумлена:

$$(17) \quad z(t) = H(t)x(t) + v(t).$$

Другая принципиальная модификация в [43] — использование  $\sigma$  в качестве некоторого (не равного по модулю единице) параметра. Кроме того, начальное состояние  $x_0$  системы (11) было принято гауссовской переменной, не зависящей от  $\alpha$  и  $v$ .

Спейер, Дейст и Джейкобсон показали, что оптимальное управление данной задачи определяет матрица усиления, линейно зависящая от сглаженной истории вектора состояния от начального момента времени до текущего момента времени и (в явном виде) включающая ковариацию ошибок оценивания всей истории состояния.

Идеи [43] во многом использованы в более поздней работе [44]. Модель (11), (17) с критерием качества (13) применена Спейером для построения *адаптивной схемы наведения ракет на конечном участке траектории (adaptive terminal guidance scheme)*. В [44] продемонстрировано, что если дисперсия измерения оценивается в режиме «онлайн» (т. е. в данном режиме вычисляется и дисперсия ошибки), то матрица усиления закона управления может быть вычислена в реальном времени и является адаптивной по отношению к значению дисперсии ошибки. Адаптивная схема эффективно применена для решения прикладной задачи о самонаводящейся ракете.

Задачи оптимального управления линейными системами с экспоненциальным критерием качества и неполными наблюдениями были также рассмотрены в [11, 47].

Возможно, одним из наиболее серьезных достижений явилось применение теории оптимального управления с экспоненциальным критерием качества в экономических задачах [26, 46, 47]. Оказалось, что в экономической интерпретации закон управления, представляющий решение задачи *LEG*, можно понимать как (не)склонность к рискам, в зависимости от знака параметра  $\sigma$ . В случае  $\sigma < 0$  оптимальное управление (14) системой (11) есть стратегия инвестора-рискофила (который при условии равного математического ожидания доходности альтернативных проектов предпочитает инвестиционный проект с большим риском). При  $\sigma > 0$ , напротив, указанное управление — стратегия не склонного

к риску инвестора, при условии равной ожидаемой доходности выбирающего инвестиции с меньшим риском. Более того, связь с экономическими задачами предопределила название *теория чувствительности к рискам* для данного направления в теории оптимального управления.

Некоторые ученые предложили применение моделей с чувствительным к рискам критерием качества в прикладных задачах планирования производства в стохастических производственных системах [21], а также в групповых задачах (*team problem*) [32]. В последние годы круг задач управления, при решении которых можно использовать свойство чувствительности к рискам, был расширен за счет задачи «синтеза попятного регулятора» (*backstepping controller design*) [35] и задачи синтеза адаптивной следящей системы (*adaptive tracker*) [8].

Как известно, в теории управления существуют различные подходы к моделированию внешних возмущений. В теории стохастического управления используется аппарат стохастических процессов (случайных шумов). В теории робастного управления, напротив, возмущения моделируются детерминированным образом. Важным этапом развития теории чувствительности к рискам явились 90-е гг. XX века; оказалось, что чувствительность к рискам позволяет связать стохастический и детерминированный (робастный) подходы к моделированию внешних возмущений.

В случае линейных систем с квадратичным критерием качества одним из методов синтеза робастного управления служит теория  $\mathcal{H}_\infty$ . Среди задач этой теории можно выделить так называемую «задачу ослабления возмущений» (*disturbance attenuation problem*) [10]. Пусть система описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$(18) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + \Gamma(t)\xi(t), \\ x(0) = x_0, \quad t \in [0, \infty), \end{cases}$$

где  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $\xi(t) \in \mathbb{R}^l$  — векторы состояния, управления и возмущения, которые заданы на некоторых гильбертовых пространствах; начальное состояние  $x_0 \neq 0$  произвольно (дополнительное возмущение). Пусть выбран скаляр  $\gamma > 0$ .

Задача ослабления возмущений состоит в том, чтобы найти закон управления

$$u = u^{(\gamma)}(x),$$

такой, что при любых возмущениях  $w$  и любых начальных условиях  $x_0$  верно:

$$(19) \quad \int_0^{t_f} \frac{1}{2}(x^T Q x + |u|^2) ds + \frac{1}{2}x(t_f)^T Q_f x(t_f) \leqslant \\ \leqslant \gamma^2 \left[ \int_0^{t_f} |\xi|^2 ds + \frac{1}{2}x(0)^T Q_0 x(0) \right].$$

Здесь  $Q_0 \geqslant 0$  — некоторая матрица,  $t_f$  — конечный момент времени.

В книге [10] доказано, что задача (18)–(19) сводится к «дифференциальной игре с мягким ограничением» (*soft-constrained differential game*), которая аналогична играм (11), (15)–(16). Таким образом, стохастическая задача *LEG* эквивалентна детерминированной задаче ослабления возмущений. Используя так называемый «принцип минимальной энтропии» (*minimum entropy principle*), К. Гловер и Д. Дойл [24] более детально установили связь между задачей *LEG* и  $\mathcal{H}_\infty$ -управлением; см. также работу [38].

Установленные связи данных задач в линейно-квадратичном случае заинтересовали исследователей нелинейных систем управления и неквадратичных критериев качества. П. Уиттл [48, 49] предложил оригинальный подход к проблеме связи теорий чувствительности к рискам и  $\mathcal{H}_\infty$ -управления. А именно, для более общего (чем марковские диффузии) случая и конечного интервала времени автор использовал идеи «теории больших отклонений» Фрейдлина–Вентцеля (*large deviation theory*) и «асимптотику малых шумов» (*small-noise asymptotics*), что позволило ученому получить обобщение классического принципа максимума Понтрягина на стохастический случай — так называемый «чувствительный к рискам принцип максимума» (*risk-sensitive maximum principle*). В работах [20, 29] формула Уиттла для оптимального показателя

больших отклонений была выведена с помощью методов «вязких решений» (*viscosity solution*) дифференциальных уравнений в частных производных в том случае, когда динамика системы описывается стохастическим дифференциальным уравнением.

Ряд результатов для нелинейных систем получены и в случае бесконечного интервала времени. В работе [37] изучена задача синтеза оптимального чувствительного к рискам управления дифференциальной системой Ито

$$(20) \quad \begin{cases} dx_t = g(x_t, u_t)dt + \sigma(x_t)dW_t, \\ x_0 = x, t \in [0, \infty). \end{cases}$$

с критерием качества

$$(21) \quad \mathcal{J}(u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \ln \mathbb{E}^x \exp \left\{ \int_0^T c(x_s, u_s) ds \right\} \rightarrow \min.$$

С помощью идей теории больших отклонений доказано, что решение задачи (20)–(21) эквивалентно стохастической дифференциальной игре для некоторой вспомогательной системы. В [37] разобран и случай неполной информации о векторе состояний (частичные наблюдения). Для конечного интервала времени связь задачи чувствительного к рискам управления и стохастической дифференциальной игры получена в книге [10]. Значимость этих результатов была в полной мере установлена позднее. Дело в том, что указанные стохастические игры в некотором смысле в пределе сходятся к детерминированным играм, связанным с задачами робастного управления, см. содержательное исследование [19]. Авторами решена следующая задача синтеза оптимального, чувствительного к рискам управления:

$$\begin{cases} dx_t = f(x_t, u_t)dt + \left(\frac{\epsilon}{2\gamma^2}\right)^{1/2} dW_t, \\ x_0 = x, t \in [0, \infty), \end{cases}$$

$$(22) \quad \lambda^{(\epsilon)}(u) = \epsilon \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \ln \mathbb{E}^x \exp \left\{ \epsilon^{-1} \int_0^T L(x_s, u_s) ds \right\} \rightarrow \min.$$

Обозначения стандартные,  $\epsilon > 0$  и  $\gamma \neq 0$  – параметры, представляющие интенсивность рисков и уровень ослабления возмущений. Доказано, что оптимальное значение критерия качества

(22) является оптимальным значением некоторой стохастической игры, которая зависит от  $\epsilon$ . Наиболее существенно то, что в пределе  $\epsilon \rightarrow 0$  (пределе малых шумов) указанная стохастическая игра стремится к детерминированной игре, связанной с задачами робастного управления. Таким образом, было продемонстрировано, что функции Беллмана для стохастических задач синтеза оптимального чувствительного к рискам управления стремятся в пределе малых шумов к функциям Беллмана для задач синтеза (робастного)  $\mathcal{H}_\infty$ -управления.

Аналогичные результаты получены и в других работах (например, [31]–[33]). Многие авторы провели исследования чувствительности к рискам для систем со скачкообразным изменением структуры согласно эволюции марковской цепи [25]–[39]. В этих системах можно рассматривать чувствительность как по отношению к интенсивности шумов, так и по отношению к рискам изменения структуры самой системы.

### **3. Обсуждение: диссипативность и чувствительность к рискам**

В разделах 2 и 3 автор постарался охватить как можно больше работ, посвященных стохастическим теориям диссипативности и чувствительности к рискам. Поэтому повествование во многих случаях носило несколько поверхностный характер, без упоминания деталей. Список литературы не претендует на абсолютную полноту, исследования природы диссипативности и чувствительности к рискам продолжают. Тем не менее, на основании изученных работ можно отметить следующее:

1) современная стохастическая теория диссипативности позволяет эффективно решать многие представляющие существенный интерес задачи как детерминированной, так и стохастической теории управления (стабилизация, синтез  $\mathcal{L}_2$ -,  $\mathcal{H}_2$ - и  $\mathcal{H}_\infty$ -управления, синтез робастного управления, одновременная робастная стабилизация множества систем с неопределенными параметрами);

2) существующие на сегодня подходы к обобщению свойства



диссипативности на стохастический случай не изучают зависимость функций накопления от интенсивности внешних возмущений (*рисков*), которые, как правило, моделируются с помощью винеровских процессов. В то же время теория чувствительности к рискам представляет собой одно из интенсивно развивающихся направлений современной теории управления и имеет множество применений (в т. ч. в задачах синтеза управления);

3) представляется актуальным изучение возможности объединения свойств диссипативности и чувствительности к рискам, т. е. построение стохастического обобщения диссипативности с неотъемлемым свойством чувствительности к рискам функции накопления, а также исследование того, что может дать указанное свойство в задачах синтеза управления (детерминированными и стохастическими) системами.

Ключевые результаты подобного исследования для аффинных по управлению диффузионных процессов Ито

$$\begin{cases} dx_t = [f_1(x_t) + f_2(x_t)u_t]dt + \varepsilon D(x_t)dW_t, \\ x_0 = x, t \in [0, +\infty) \end{cases}$$

с квадратичной по управлению функцией запаса

$$L(x_t, u_t) = L_0(x_t) + |u_t|^2$$

опубликованы в [2].

#### 4. Заключение

В статье в обзорной форме рассмотрены некоторые результаты, связанные с применением концепций диссипативности и чувствительности к рискам в задачах управления. Показано, что диссипативность и чувствительность к рискам являются мощными инструментами анализа и синтеза детерминированных и стохастических систем управления. Обоснована актуальность исследования возможности объединения теорий диссипативности и чувствительности к рискам.

## Литература

1. ЛИПЦЕР Р. Ш., ШИРЯЕВ А. Н. Теория мартингалов. – М.: Наука, 1986.
2. МАЗУРОВ А. Ю. Диссипативность стохастических систем с функцией накопления, чувствительной к рискам: Дисс. канд. физ.-мат. наук. – НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2010.
3. ПАКШИН П. В. Диссипативность диффузионных процессов Ито с марковскими переключениями и задачи робастной стабилизации // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №9. – С. 38–55.
4. ПАКШИН П. В. Экспоненциальная диссипативность диффузионных процессов случайной структуры и задачи робастной стабилизации // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №10. – С. 134–154.
5. ПОЛУШИН И. Г., ФРАДКОВ А. Л., ХИЛЛ Д. В. Пассивность и пассивфикация нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. – 2000. – №3. – С. 3–37.
6. ХАСЬМИНСКИЙ Р. З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. – М.: Наука, 1969.
7. ALIYU M. D. S. Dissipative analysis and stability of nonlinear stochastic state-delayed systems // Nonlinear Dynamics and Systems Theory. – 2004. – V. 4. – P. 243–256.
8. ARSLAN G., BAŞAR T. Risk-sensitive adaptive trackers for strict-feedback systems with output measurements // IEEE Trans. Autom. Control. – 2002. – V. 47. – P. 1754–1758.
9. ATHANS M. The role and use of the stochastic linear-quadratic-Gaussian problem in control system design // IEEE Trans. Autom. Control. – 1971. – V. 16. – P. 529–552.
10. BAŞAR T., BERNHARD P.  $\mathcal{H}^\infty$ -optimal control and related minimax design problems: a dynamic game approach. – Boston, Bazel, Berlin: Birkhauser, 1995.
11. BENSOUSSAN A., VAN SCHUPPEN J. H. Optimal control

- of partially observable stochastic systems with an exponential-of-integral performance index // SIAM J. Control Optim. – 1985. – V. 23, No. 4. – P. 599–613.
12. BORKAR V.S., MITTER S.K. A note on stochastic dissipativeness // Directions in Mathematical Systems Theory and Optim, Lecture Notes in Control Inform. – V. 286. – Berlin: Springer, 2003. – P. 41–49.
  13. BYRNES C.I., ISIDORI A., WILLEMS J.C. *Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems* // IEEE Trans. Autom. Control. – 1991. – V. 36. – P. 1228–1240.
  14. CAVAZOS-CADENA R., FERNÁNDEZ-GAUCHERAND E. Controlled Markov chains with risk-sensitive criteria: Average costs, optimality equations, and optimal solutions // Math. Methods Oper. Res. – 1999. – V. 49. – P. 299–324.
  15. DAWSON D.M. *Nonlinear control of electric machinery*. – London: Marcel Dekker, 1998.
  16. FLEMING W.H., HERNÁNDEZ-HERNÁNDEZ D. Risk-sensitive control of finite state machines on an infinite horizon I // SIAM J. Control Optim. – 1997. – V. 35, No. 5. – P. 1790–1810.
  17. FLEMING W.H., HERNÁNDEZ-HERNÁNDEZ D. Risk-sensitive control of finite state machines on an infinite horizon II // SIAM J. Control Optim. – 1999. – V. 37. – P. 1048–1069.
  18. FLEMING W.H., JAMES M.R. The risk-sensitive index and the  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  norms for nonlinear systems // Math. Control Signals Systems. – 1995. – V. 8. – P. 199–221.
  19. FLEMING W.H., MCENEANEY W.M. Risk-sensitive control on an infinite time horizon // SIAM J. Control Optim. – 1995. – V. 33, No. 6. – P. 1881–1915.
  20. FLEMING W.H., MCENEANEY W.M. Risk sensitive control and differential games // Springer Lecture Notes in Control and Info. Sci. – V. 184. – N.Y.: Springer-Verlag, 1992. – P. 185–197.
  21. FLEMING W.H., ZHANG Q. Risk-sensitive production

- planning of a stochastic manufacturing system // SIAM J. Control Optim. – 1998. – V. 36. – P. 1147–1170.
22. FLORCHINGER P. A passive system approach to feedback stabilization of nonlinear control stochastic systems // SIAM J. Control Optim. – 1999. – V. 37. – P. 1848–1864.
  23. FOSSEN T. Nonlinear backstepping design: application to mechanical systems and ship control. – N.Y.: Springer-Verlag, 1999.
  24. GLOVER K., DOYLE J.C. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $\mathcal{H}^\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity // Systems Control Lett. – 1988. – V. 11. – P. 167–172.
  25. HERNÁNDEZ-HERNÁNDEZ D., MARCUS S.J. Risk sensitive control of Markov processes in countable state space // Systems Control Lett. – 1996. – V. 29, No. 3. – P. 147–155.
  26. HOWARD R. A., MATHESON J. A. Risk-sensitive Markov decision processes // Manage Sci. – 1972. – V. 18. – P. 357–370.
  27. JACOBSON D.H. Optimal stochastic linear systems with exponential performance criteria and their relation to deterministic differential games // IEEE Trans. Autom. Control. – 1973. – V. 18. – P. 124–131.
  28. JAMES M. R., BARAS J. S. Partially observed differential games, infinite-dimensional Hamilton-Jacobi-Isaacs equations, and nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  control // SIAM J. Control Optim. – 1996. – V. 34. – P. 1342–1364.
  29. JAMES M. R. Asymptotic analysis of nonlinear stochastic risk-sensitive control and differential games // Math. Control Signals Systems. – 1992. – V. 5. – P. 401–417.
  30. JANKOVIĆ M., JANKOVIĆ M., KOLMANOVSKY I. Constructive Lyapunov control design for turbocharged diesel engines // Proc. 17th American Control Conf. Philadelphia. – 1998. – P. 1389–1394.
  31. KAISE H., NAGAI H. Bellman-Isaacs equations of ergodic

- type related to risk-sensitive control and their singular limits // *Asympt. Anal.* – 1998. – V. 16. – P. 347–362.
32. KRAINAK J., SPEYER J., MARCUS S. Static team problems – Part I: Sufficient conditions and the exponential cost criterion // *IEEE Trans. Autom. Control.* – 1982. – V. 27. – P. 839–848.
  33. MCENEANEY W.M. Connections between risk-sensitive stochastic control, differential games and  $\mathcal{H}_\infty$ -control: the nonlinear case. PhD thesis. R.I.: Brown University, 1993.
  34. ORTEGA R., SPONG M.W. *Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial* // *Automatica.* – 1989. – V. 25, No. 6. – P. 877–888.
  35. PAN Z., BAŞAR T. Backstepping controller design for nonlinear stochastic systems under a risk-sensitive cost criterion // *SIAM J. Control Optim.* – 1999. – V. 37. – P. 957–995.
  36. POGROMSKY A.YU., FRADKOV A.L., HILL D.J. Passivity based damping of power system oscillations // *Proc. 35th IEEE Conf. on Decision and Control.* Kobe, 1996. – P. 3876–3881.
  37. RUNOLFSSON T. The equivalence between infinite-horizon optimal control of stochastic systems with exponential-of-integral performance index and stochastic differential games // *IEEE Trans. Autom. Control.* – 1994. – V. 39, No. 8. – P. 1551–1563.
  38. RUNOLFSSON T. Stationary risk-sensitive LQG control and its relation to LQG and  $\mathcal{H}_\infty$ -control // *Proc. 29th IEEE Conf. on Decision and Control.* – 1990. – P. 1018–1023.
  39. RUNOLFSSON T. Risk-sensitive control of stochastic hybrid systems on infinite time horizon // *Math. Problems in Engineering.* – 2000. – V. 5. – P. 459–478.
  40. SHAKED U., BERMAN N.  $\mathcal{H}_\infty$  control for nonlinear stochastic systems: The output-feedback case // *Preprints 16th IFAC World Congr. Prague, 2005.* – CD-ROM. – P. 1–6.
  41. SIRA-RAMIREZ H., ANGULO-NÚÑEZ M.I. Passivity-

- based control of nonlinear chemical processes // Int. J. Control. – 1997. – V. 68. – P. 971–996.
42. SIRA-RAMIREZ H., ORTEGA R. *Passivity-based control of DC to DC converters* // Proc. 34th IEEE Conf. on Decision and Control. – New Orleans. – 1995. – P. 3471–3476.
  43. SPEYER J.L., DEYST J., JACOBSON D.H. Optimization of stochastic linear systems with additive measurement and process noise using exponential performance criteria // IEEE Trans. Autom. Control. – 1974. – V. 19. – P. 358–366.
  44. SPEYER J.L. An adaptive terminal guidance scheme based on an exponential cost criterion with applications to homing missile guidance // IEEE Trans. Autom. Control. – 1976. – V. 21. – P. 371–375.
  45. THYGESEN U.H. Robust performance and dissipation of stochastic control systems. PhD thesis. – Copenhagen: Technical University of Denmark, 1998.
  46. VAN DER PLOEG F. Economic policy rules for risk-sensitive decision making // Zeitschrift für Nationalökonomie. – 1984. – V. 44. – P. 207–235.
  47. WHITTLE P. Risk-sensitive linear/quadratic/Gaussian control // Adv. Appl. Prob. – 1981. – V. 13. – P. 764–777.
  48. WHITTLE P. A risk-sensitive maximum principle: the case of imperfect state observation // IEEE Trans. Autom. Control. – 1991. – V. 36, No. 7. – P. 793–801.
  49. WHITTLE P. A risk-sensitive maximum principle // Systems Control Lett. – 1990. – V. 15. – P. 183–192.
  50. WILLEMS J.C. *Dissipative dynamical systems. Part I: General theory* // Arch. Rational Mech. Analysis. – 1972. – V. 45. – P. 321–351.
  51. WILLEMS J.C. *Dissipative dynamical systems. Part II: Linear systems with quadratic supply rates* // Arch. Rational Mech. Analysis. – 1972. – V. 45. – P. 352–393.
  52. ZHANG W., CHEN B.-S. State feedback  $\mathcal{H}_\infty$  control for a class of nonlinear stochastic systems // SIAM J. Control Optim. – 2006. – V. 44. – P. 1973–1991.

## DISSIPATIVITY AND RISK-SENSITIVITY IN CONTROL PROBLEMS

**Alexander Mazurov**, Polytechnical Institute of Nizhni Novgorod State Technical University, Arzamas, Cand.Sc.  
(alexander.mazurov08@gmail.com).

*Abstract: The paper reviews some results regarding application of dissipativity and risk-sensitivity in control design problems. These concepts are shown to be effective in solving the problems of analysis and synthesis for deterministic and stochastic systems. The research of possibility of dissipativity and risk-sensitivity integration is shown to be promising.*

Keywords: dissipativity, risk-sensitivity, stabilization,  $\mathcal{L}_2$ -,  $\mathcal{H}_2$ -,  $\mathcal{H}_\infty$ -control, robust control, differential games.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А. П. Курдюковым*

УДК 004.77  
ББК 32.81

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИРТУАЛЬНЫХ СООБЩЕСТВ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СРЕДЫ**

**Иващенко А. В.<sup>1</sup>, Пугачева Е. С.<sup>2</sup>, Погодина С. С.<sup>3</sup>**  
*(Самарский государственный аэрокосмический  
университет имени академика С. П. Королева, Самара)*

*Описывается модель виртуальных сообществ пользователей информационной среды, основанная на концепции распространения медиавирусов, и предлагаются алгоритм управления виртуальными сообществами на основе анализа результатов моделирования с применением нейронной сети.*

Ключевые слова: виртуальное сообщество, социальная сеть, интегрированная информационная среда

### **1. Введение**

Изучение социальных сетей, их моделирование и разработка алгоритмов управления ими являются в настоящее время весьма актуальными задачами, решению которых посвящены работы исследователей в области управления в социальных и экономических системах [3]. Сложность этих задач, на наш взгляд, связана с невозможностью применения прямого управления поведением членов социальной сети и большим количеством разнообразных взаимосвязей между ними. Их решение сопряжено с поиском компромисса между необходимостью

---

<sup>1</sup> Антон Владимирович Иващенко, кандидат технических наук, доцент ([anton-ivashenko@yandex.ru](mailto:anton-ivashenko@yandex.ru)).

<sup>2</sup> Елена Сергеевна Пугачева, студент ([owle@bk.ru](mailto:owle@bk.ru)).

<sup>3</sup> Светлана Сергеевна Погодина, студент ([dawn-razor@yandex.ru](mailto:dawn-razor@yandex.ru)).



формализовать взаимодействие в рамках социальной сети и желанием сохранить свойства самоорганизации. Кроме этого необходимо добиться эффективности управления в смысле минимизации усилий, затрачиваемых на формирование нужного поведения сообщества, и повторяемости результата применения управляющих воздействий в различных условиях.

Наиболее известным примером такой задачи является организация взаимодействия пользователей в сети Интернет [8], где обеспечивается практически неограниченный и неуправляемый с помощью механизмов принуждения обмен информацией, хотя описываемая проблема актуальна и для других интегрированных информационных сред.

В описываемом исследовании виртуальное сообщество рассматривается как разновидность социальной сети, в которой поведение пользователя – члена сообщества обусловлено лишь его интересами. Изменение каждого интереса во времени, иногда случайное, а иногда вызванное, вполне закономерно взаимодействием с другими пользователями и должно приводить к изменению структуры виртуального сообщества: появлению новых отношений между его членами и исчезновению старых, объединению членов сообщества вокруг определенной темы обсуждения, росту или снижению активности взаимодействия.

В данной статье предлагается алгоритм моделирования виртуального сообщества, основанный на управлении распространением медиавирусом [4], который на наш взгляд, учитывает эту особенность. Управление виртуальным сообществом производится на основе результатов взаимного корреляционного анализа деятельности его членов, а для подбора управляющего воздействия применяется нейронная сеть.

## **2. Обзор современных методов изучения и моделирования виртуальных сообществ**

В связи с высокой популярностью виртуальных сообществ в настоящее время появилось достаточно много исследований, посвященных моделированию, анализу и управлению их пове-

дением. Среди наиболее известных работ можно выделить труды социологической направленности (в рамках социологии групп, в которой выделяют социологию виртуальных сообществ) и направление разработок моделей и алгоритмов математического описания виртуальных сообществ в социальных сетях. При этом важным является тот факт, что объект исследования, определенный в терминах социологии, изучается с точки зрения приложения алгоритмов автоматизированного управления, что становится возможным при применении современных информационно-коммуникационных технологий. При этом важно получить требуемую с технической точки зрения управляемость этой сложной организационно-технической системы, сохранив такие его свойства, как самоорганизация.

Рассмотрим подробнее основные особенности наиболее известных работ: социологические труды позволят дать основные определения, а работы в области информационных технологий – поставить задачу управления. В статье [5] сетевое сообщество рассматриваются с теоретической точки зрения как специфическая форма социальной структуры, при этом в основе формирования социальных групп в сети лежит стремление личности к достижению определенных целей, в частности – общения. Однако при этом основной акцент ставится на принадлежности человека в некоторый момент времени к определенному сообществу, что не всегда справедливо в случае свободного взаимодействия пользователей интегрированной информационной среды.

В статье [12] определяется понятие « сетевого социума » – группы людей, взаимодействие которых протекает преимущественно в глобальных компьютерных сетях. В модели виртуального сообщества, которая используется для выработки адекватного управления, крайне важно учитывать, что в результате взаимодействия пользователей происходят изменение их интересов. В работе [7] исследуется «текучка» членов сетевого сообщества, конфликтные ситуации, возникающие со временем, зависимость жизни сообщества от объединяющего интереса, цели, а также отличия такой сетевой социальной структуры от

сообщества в реальной жизни, а также ставится проблема правильной модерации в тематическом сообществе.

Можно предположить, что первичным для начала общения пользователей, заинтересовавшихся чем-либо, будет, прежде всего, высокая совместимость по интересам. В частности, в случае, если до появления нового члена сообщества уже сложилась «компания» других пользователей, в зависимости от особенностей характера нового пользователя она может заставить его остаться или уйти. Кроме этого, представляется весьма важным обеспечить такие свойства модели виртуального сообщества, как неизбежное угасание интереса к сообществу и его интересам, а также необходимость достигать общие цели сообщества, что можно обеспечить путем управления.

В работе [1] описывается теоретическая модель социальной структуры виртуальных сетевых сообществ пользователей телекоммуникационных сетей, включая Интернет и сети сотовой связи. Важно, что при этом виртуальные сетевые сообщества относятся к классу саморегулирующихся и самопреобразующихся социальных структур, а содержанием социальной структуры является информационный обмен, наполняющий смыслом процессы внутригрупповых и межличностных коммуникаций.

Большинство работ технической направленности рассматривают веб-сообщества – группы семантически связанных страниц сети. Как правило, для начала в подобных алгоритмах строится графовая модель, отражающая отношения между членами сообщества. Многие работы по предсказанию поведения пользователя основаны на теории марковских цепей и процессов. В работе [10] объектом изучения служат малые профессиональные интернет-сообщества и предлагаются математические модели с целевыми функциями, при оптимизации которых получают согласованное поведение в сообществах. При этом основное внимание уделяется политике некоторого тематического ресурса по взаимодействию с другими ресурсами по той же теме, но не поведению пользователей, которое может носить вероятностный или неопределенный характер.

В работе [13] сообщество определяется как подмножество узлов графа, обладающих сильной связью. В данном исследовании ставятся две основные задачи: выявление сообществ (извлечение всех сообществ из данной сети) и их идентификация, т. е. выделение сообщества, для которого дан набор вершин, принадлежащих сети. В работе [3] предлагаются модели репутации и информационного управления в социальных сетях. Весьма важным является определение информационного управления, которое заключается в формировании у управляемых объектов такой информированности, чтобы принимаемые ими решения были выгодны для управляющего субъекта. Однако при этом взаимодействие рассматривается в рамках одной социальной сети, в то время как в рамках интегрированной информационной среды могут появляться и исчезать виртуальные сообщества, члены которых объединяются общим интересом.

Анализ указанных выше работ выявил необходимость рассмотрения виртуальных сообществ при допущении, что основной движущей силой для пользователя информационной среды является интерес. Этот интерес заставляет людей изменять свое поведение со временем, посещать определенные места (можно выделить несколько разных стратегий поведения), находить общий язык с компанией людей (особенно актуально для онлайн-ресурсов в реальном времени, например чатов). При моделировании виртуальных сообществ необходимо воспроизводить объединение пользователей в группы по интересам.

### **3. Моделирование виртуального сообщества с помощью распространения медиавирусов**

Понятие малого информационного интернет-сообщества [10] обобщим до информационного сообщества – совокупности пользователей информационной среды, связанных различными отношениями. Основная особенность этой среды состоит в том, что связи между пользователями возникают и разрушаются динамически на протяжении всего периода ее существования.

Основная деятельность пользователей состоит во взаимодействии друг с другом и информационными объектами, которыми могут быть статьи, файлы мультимедиа, новости и т.д. Информационный объект (ИО) является основной единицей обмена информацией между пользователями. При взаимодействии с ИО пользователь руководствуется своими интересами. В данном случае интерес – это эмоциональное состояние человека, связанное с осуществлением познавательной деятельности и характеризующееся побудительностью этой деятельности. Множество интересов является непустым и конечным. Каждый пользователь характеризуется конечным набором интересов, который изменяется с течением времени.

Взаимодействие пользователей происходит в так называемых местах виртуального общения, или площадках. Это условное обозначение статичного пространства, в котором происходит обмен информацией, публикация информационных объектов, обсуждение. В виде площадки может представляться как объект реального мира (например, кружок по интересам, парк или стадион), так и виртуального (крупный тематический портал, форум, чат и т.д.). Такие места имеют набор основных (базовых) интересов, определяющих их специфику и основанных на популярных интересах посетителей. Будем считать, что пользователи не могут изменить набор базовых интересов, что соответствует ограничениям, принятым, например, на модерлируемых форумах. На интересы места, как такового, накладываются интересы людей, находящихся там в данный момент.

Находясь на площадке, творческие люди могут создавать и распространять новые информационные объекты, причем создатель объекта закладывает в него несколько своих самых сильных интересов. После своего создания информационный объект начинает распространяться сначала в пределах площадки, а затем и по другим площадкам от одних пользователей к другим. Информационный объект возникает на площадке и случайным образом присоединяется к части посетителей. Обязательным

условием возникновения информационного объекта будем считать наличие на площадке хотя бы одного человека.

Если распространение информационного объекта приобретает лавинообразный характер и им «заражается» много людей – можно говорить о появлении медиавируса. Медиавирус – это информационный объект, который имеет способность распространяться, увеличивать связанные с ним ассоциации, т. е. мутировать, и порождать новые информационные объекты в фазе популярности. Кроме того, под воздействием вирусов могут создаваться новые места встречи.

Медиавирус может появиться непреднамеренно, спонтанно – в результате спора, обсуждения или реакции на другой информационный объект. Для этого необходимо сочетание определенных условий, скажем, наличие на площадке двух групп лиц, сильно заинтересованных в чём-либо (противников) или существование большой группы лиц с совместимыми интересами – единомышленников. Также он может быть создан искусственно как продукт творческой деятельности людей, в том числе с целью рекламы (так называемый *Forced meme*).

Распространение информационного объекта в каждом отдельном случае может происходить по-разному. Однако можно выделить некоторые общие схемы передачи информационного объекта: от зараженного пользователя, при изменении интересов посетителей площадки в ответ на добавление нового интереса, при обмене вирусами по принципу «лидер – последователи».

Если пользователь заражается вирусом сильнее определённого уровня, возможно изменение набора интересов человека под воздействием вируса, а также мутация вируса – добавление новых интересов от носителя. Пользователь постоянно выздоравливает от вирусов. Таким образом, в информационном пространстве параллельно проходит два взаимосвязанных процесса: возникновение и мутация вирусов и перемещение и взаимодействия пользователей.

Опишем основные моделируемые изменения в виртуальном сообществе, которые могут производиться на каждом такте модельного времени:

- переход пользователей между площадками: посещение новой площадки и уход со старой;
- потребление пользователями информационных объектов:
  - возникновение временной связи между пользователем и информационным объектом (восприятие);
  - изменение интересов пользователей и информационных объектов под влиянием друг друга;
  - исчезновение связи (забывание).

При моделировании виртуального сообщества нужно задавать степень соответствия между различными объектами (информационными объектами, площадками и интересами пользователей). Описывать каждый такой объект предлагается единообразно, с помощью множества (облака) тегов, что широко используется при описании виртуальных сообществ сети Интернет. В частности, для пользователя  $u_i$  и множества возможных площадок для текущего перехода

$$(1) S(u_i) = \{s_{i,j}\}, j = 1, \dots, N^{(S)}(u_i),$$

интерес пользователя и тематику площадки соответственно можно представить в виде:

$$(2) T(u_i) = \{\tau_{i,k}, w_{i,k}\}, k = 1, \dots, N^{(T)}(u_i),$$

$$(3) T(s_j) = \{\tau_{j,m}, w_{j,m}\}, m = 1, \dots, N^{(T)}(s_j),$$

где  $\tau_{j,m}$  - тег, а  $w_{j,m}$  - его вес.

Будем считать, что в одном облаке тегов

$$(4) \forall \tau_{j,m}, \tau_{j,m'}: m \neq m' : \tau_{j,m} \neq \tau_{j,m'}, \quad m, m' = 1, \dots, N^{(T)}(s_j).$$

Для описания соответствия между двумя облаками тегов будем применять нотацию Айверсона [2]: логическое утверждение заключается в квадратные скобки, считается при этом, что результат равен 1, если утверждение истинно, и 0, если данное утверждение ложно.

Определим коэффициент соответствия между двумя объектами, описанными с помощью облаков тегов, в следующем виде:

$$(5) \quad K(x_i, x_j) = \sum_{k=1}^{N^{(T)}(x_i)} \sum_{m=1}^{N^{(T)}(x_j)} f(w_k, w_m) \cdot [\tau_{i,k} = \tau_{j,m}],$$

где  $f(w_k, w_m)$  может задаваться по-разному в зависимости от выбранной схемы поведения пользователей.

При моделировании перехода пользователей между площадками нужно учитывать степень соответствия между интересами пользователей и площадок  $K(u_i, s_j)$ , которая позволяет определить вероятность перехода пользователя на одну из нескольких площадок. Для этого для площадок с положительным значением коэффициента соответствия на каждом цикле моделирования определяется отношение  $K(u_i, s_j)$  к сумме коэффициентов для всех выбранных площадок.

При этом  $f(w_k, w_m) = (w_m - w_k)$  для консервативной схемы поведения пользователя, для которой характерно соответствие интересов площадки интересам пользователя, так как консерватор ходит туда, где ему нравится. В конфликтной схеме пользователь может перейти на площадку с интересами, противоположными его интересам, т. е.  $f(w_k, w_m) = -(w_m - w_k)$ . В схеме «любопытством» пользователь переходит на площадки с совместимостью, стремящейся к нулю, для него главное – новые, ранее не известные интересы:

$$(6) \quad f(w_k, w_m) = (w_k - w_m) \llbracket |w_k - w_m| \leq \Delta w^* \rrbracket,$$

где  $\Delta w^*$  – пороговое значение интереса.

Вероятность ухода пользователя с площадки зависит от отношения интересов пользователя и компании других пользователей, которые находятся на площадке в данный момент времени  $K(u_i, u_n)$ . Для консервативной схемы на площадке находиться вместе нравится единомышленникам, в конфликтной схеме, как и в случае перехода, интересы компании могут быть как похожими, так и противоположными. В схеме «любопытством» событие ухода с площадки не зависит от ком-



пании, а определяется такой характеристикой посетителя, как максимальное время непрерывного нахождения на одной площадке.

Создание информационного объекта является случайным событием, вероятность которого зависит от коэффициента творчества пользователя  $k^{(c)}$ . Пользователь создаёт информационные объекты с суммой интересов, не превышающей параметр  $k^{(c)}_{max}$ , характеризующий талант пользователя. Интересы нового информационного объекта определяются самыми сильными интересами пользователя на момент создания информационного объекта.

Восприятие информационного объекта пользователем моделируется в виде установления нового отношения между пользователем и информационным объектом. Пользователи узнают об информационных объектах друг от друга, в процессе общения на площадке. Мощность связи между пользователем и информационным объектом можно охарактеризовать силой связи заражения, или «уровнем внимания», которая возникает или увеличивается при переходе пользователя на новые площадки или появлении на тех площадках, где он находится, других пользователей.

Усиление внимания при передаче информационного объекта одному пользователю от другого зависит от соответствия интересов пользователя и носителя, пользователя  $u_i$  и информационного объекта  $e_j$ , степени восприимчивости пользователя и авторитета носителя:

$$(7) \quad \Delta F(u_i, e_j) = k^{(a)}(u_i) * k^{(b)}(u_n) * K(u_i, u_n) * K(u_i, e_j),$$

где  $k^{(a)}$  и  $k^{(b)}$  – коэффициенты авторитетности и восприимчивости пользователя, которые характеризуют его активность в информационной среде: в случае, если они находятся в диапазоне от 0 до 1, пользователь проявляет низкую активность, если они больше 1 – активность пользователя высока.

В случае, когда сила заражения превышает заданное пороговое ограничение, происходит обмен тегами: информационный объект приобретает теги интереса пользователя, а пользователь

приобретает теги информационного объекта. Теги мигрируют с весом, соответствующим силе заражения (могут передаваться все теги облака, или некоторое случайно сформированное подмножество) – таким образом можно моделировать влияние медиавируса на пользователя. Изменения касаются также интересов, которые переходят от пользователя к его информационному объекту: пользователь может изменить информационный объект, если уровень его внимания превышает некоторое значение.

Пользователь постоянно забывает ранее воспринятые информационные объекты. Поэтому уровень внимания или заражения  $F(u_i, e_j)$  уменьшается (например, экспоненциально) в зависимости от времени и забывчивости конкретного человека (характеристика пользователя  $k^{(d)}$ ).

Таким образом, алгоритм моделирования включает следующие шаги, которые повторяются для всех пользователей на всех площадках, пока не достигнуто заданное число тактов: переходы, создание информационного объекта, обмен информационными объектами, изменение информационных объектов, изменение интересов пользователей, принятие решения об уходе с площадки.

Поскольку интересы пользователя меняются динамически, для выбора при анализе взаимодействия членов виртуального сообщества полезно определять возможные взаимосвязи между процессами изменения интересов. Информация о том, что увеличение интереса к информационному объекту у одной группы пользователей влечет за собой через некоторое время увеличение интереса к другому информационному объекту у этой же группы, позволит лучше подбирать стратегии управления виртуальным сообществом.

Количественно определить такую взаимосвязь можно с помощью взаимных корреляционных функций (ВКФ):

$$(8) \quad K_{e_{j_1} e_{j_2}}(J \cdot \Delta \tau) = \frac{1}{N - J} \sum_{k=1}^{N-J} F(u_i, e_{j_1}, t_k) \cdot F(u_i, e_{j_2}, t_{k+J}),$$

где  $F(u_i, e_j, t_k)$  – уровень внимания пользователя  $u_i$  к информационному объекту  $e_j$  в момент времени  $t_k$ ;  $\Delta\tau$  – интервал принудительной дискретизации взаимной корреляционной функции.

В данной задаче моделирования виртуальных сообществ основные характеристики могут быть определены с равномерной дискретизацией. В случае измерения реальных характеристик необходимо использовать алгоритмы определения взаимных корреляционных функций неэквидистантных временных рядов, подробно описанные в [11].

#### **4. Управление виртуальными сообществами на основе результатов моделирования медиавирусов**

Управление виртуальными сообществами может производиться в следующих целях:

- создание нового сообщества с определенными характеристиками, т. е. объединение посетителей сайта или интернет-портала, имеющих на протяжении длительного времени один интерес и поддерживающих информационный обмен между собой;
- изменение интересов сообщества, т. е. интересов, объединяющих пользователей – членов сообщества;
- уничтожение сообщества, т. е. разрушение связей и противодействие взаимодействию пользователей информационной среды.

Управление виртуальным сообществом состоит в определении стратегии применения управляющих воздействий для достижения требуемого результата – обеспечения необходимого поведения его членов. При условии, что пользователи информационной среды в основном руководствуются лишь собственным интересом, управляющие воздействия должны быть направлены на формирование этого интереса.

В качестве управляющих воздействия можно выделить: создание сайта с определённым набором интересов, изменение набора интересов сайта или создание информационного объекта

с определённым набором интересов. Одна из возможных стратегий определения состава информационного объекта для управляющего воздействия заключается в использовании интереса-приманки. В рамках предлагаемой модели считается, что вероятность того, что пользователь обратит внимание на ИО, тем выше, чем больше интересов ИО совпадет с интересами пользователя. Поэтому необходимо определить у аудитории набор самых популярных интересов и обеспечить вхождение в облако тегов информационного объекта одного или нескольких популярных интересов и одного целевого интереса.

Другая стратегия определения состава ИО основана на применении результатов взаимно-корреляционного анализа: определяется наличие связи между возникновением интереса к нескольким информационным объектам. То есть определяется, какие из интересов аудитории влияют на целевые интересы нужным образом (снижают или повышают) и производится управление ими.

В качестве средства автоматизированной поддержки управляющих решений можно предложить создание экспертной системы, использующей для выбора наилучшего управляющего воздействия результаты моделирования виртуального сообщества на основе подбора стратегии распространения медиавирусом. В качестве примера такой системы вполне может использоваться нейронная сеть типа многослойный персептрон [9]. В качестве функции активации нейронов взят гиперболический тангенс. Число нейронов входного слоя равно  $3 + 2 * n$ , где  $n$  – количество наблюдаемых интересов. Число нейронов в выходном слое равно количеству возможных управляющих воздействий. Во внутренних слоях нейронов столько же, сколько их во входном.

Для обучения сети предлагается использовать метод «неунывающего» обратного распространения ошибки RPROP [14]. На начальном этапе обучения веса нейронов инициализируются случайными значениями от нуля до единицы. Различные обучающие выборки настраивают нейросеть на различные страте-

гии управления. На входы сети поступает информация об интенсивности переходов пользователей между сайтами, создания информационных объектов, проводимость информационной среды для информационных объектов, данные о популярности интересов и информация об изменении популярности интересов (растёт, падает, не изменяется).

С выходов сети будем получать указание на одно из управляющих воздействий, описанных выше. Алгоритм управления виртуальным сообществом в информационной среде можно представить следующим образом:

- моделирование без управления (переходы посетителей, обмен информационными объектами, создание новых информационных объектов);
- сбор информации о состоянии системы и ее автоматизированный анализ;
- обучение нейросети для управления;
- принятие решения о виде управляющего воздействия и исследование его последствий.

Таким образом, разработанная автоматизированная система изучения поведения виртуальных сообществ позволяет производить их моделирование: задать параметры модели (списки площадок и людей, число циклов и др.) и обработать результаты моделирования. Форма для просмотра интересов каждого посетителя позволяет посмотреть его интересы в динамике. Для этого необходимо указать посетителя и выбрать номер такта: система покажет облака тегов для всех тактов, отделяя их небольшой задержкой времени.

Для иллюстрации работы системы приведем пример моделирования виртуального сообщества. Пусть задано некоторое множество сайтов Интернет и пользователей сети (включающих пять творческих личностей и пять личностей, обладающих большим влиянием на других), которым сопоставлены некоторые интересы. Выделим интерес «астрономия», который не является популярным среди заданных пользователей (см. рис. 1). По оси абсцисс откладывается количество модельных

тактов, прошедших с момента запуска. При исследовании реальных сообществ этот параметр может быть интерпретирован в виде реальных отрезков времени, например дней. Суммарное внимание является характеристикой, которая показывает общую популярность интереса или информационного объекта – сумму внимания всех пользователей к данному информационному объекту в конкретный момент модельного времени.

Отметим, что предлагаемый формализм позволяет оценить лишь активное внимание пользователя, т. е. возникновение связи между ним и информационным объектом в некоторый момент времени. Такое внимание свидетельствует о том, что за некоторое время до проявления этого внимание у пользователя сложился нужный интерес, под воздействием которого пользователь проявил некоторое поведение.

Определим задачу управления: пусть необходимо поднять популярность интереса «астрономия» и посещаемость соответствующего портала. Чтобы выяснить, какие интересы влияют на целевой интерес, было проведено моделирование без управления (30 испытаний по 250 тактов). Взаимный корреляционный анализ позволил выявить интересы, которые оказывают влияние на интерес «астрономия». На рис. 2 видна низкая зависимость между астрономией и экономикой. На рис. 3 приведён пример зависимости, которую можно использовать в управлении.

Отобранные в результате предварительного анализа интересы («программирование», «история», «физика», «кино») позволили в автоматизированном режиме определить информационные объекты, которые можно использовать для управления. Также для управления была составлена система правил, которая и использовалась при обучении нейросети.

После обучения нейросети было проведено моделирование с управлением. График популярности астрономии в этом случае изменился (см. рис. 4). Все интересы, положительно коррелирующие с интересом «астрономия» в испытании без управления, в испытании с управлением сохранили положительную динамику, но получили меньше внимания. Все интересы, имеющие

отрицательную корреляцию, снижали уровень внимания, как и в случае без управления. Количество заинтересованных пользователей составило примерно половину от всех участников, в связи с чем, можно сделать вывод о правильности выбранной стратегии управления.

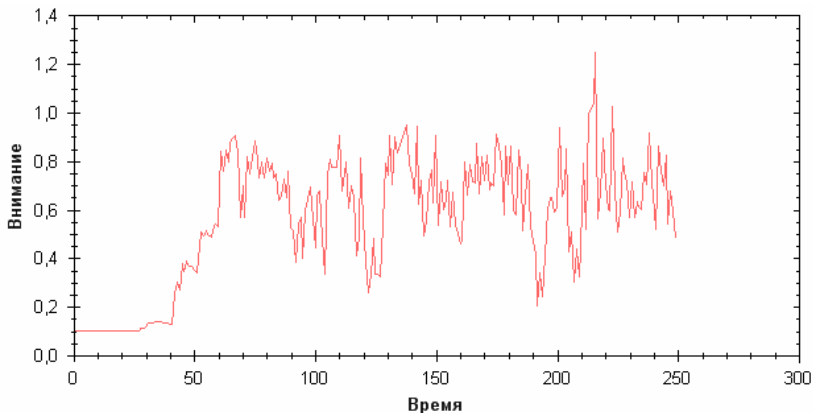


Рис. 1. Уровень внимания к информационным объектам по «астрономии» при моделировании без управления

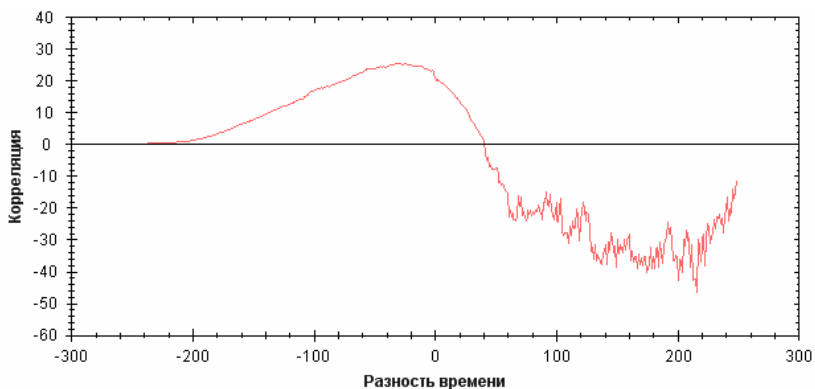


Рис. 2. ВКФ между интересами «астрономия» и «экономика»

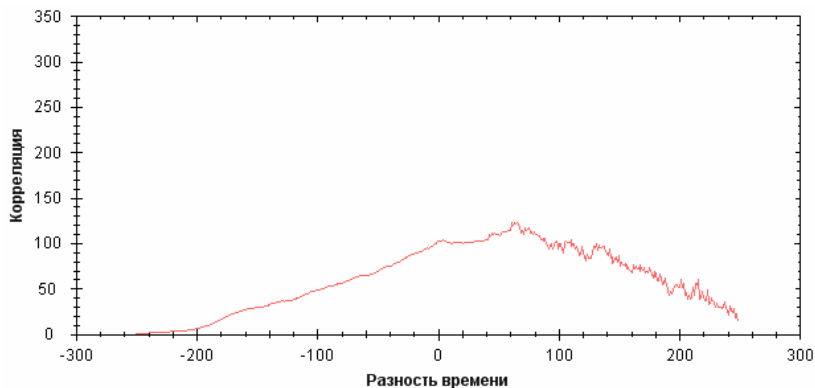


Рис. 3. ВКФ между интересами «астрономия» и «физика»

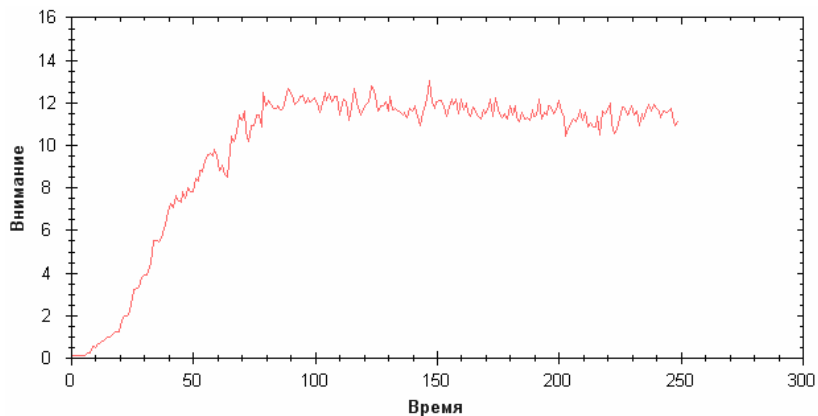


Рис. 4. Уровень внимания к астрономии при моделировании с управлением

## 5. Заключение

В статье предлагается модель виртуального сообщества пользователей интегрированной информационной среды, основанная на концепции распространения медиавируса и алгоритм управления интересом пользователей, основанный на использо-



вании результатов взаимокорреляционного анализа при выработке стратегии обучения нейросети.

Описанный подход к моделированию виртуальных сообществ и реализующая его автоматизированная система позволяют выявить наиболее характерные особенности взаимодействия пользователей интегрированной информационной среды и подобрать алгоритм управления их поведением, что может быть использовано, например, при решении задачи обеспечения посещаемости интернет-порталов и сайтов или проведении интернет-рекламы.

### **Литература**

1. БОНДАРЕНКО С. В. *Социальная структура виртуальных сетевых сообществ* // Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. докт. соц. наук, Ростов-на-Дону, 2004. – URL: [http://library.cjes.ru/online/?b\\_id=616](http://library.cjes.ru/online/?b_id=616).
2. ГРЕХЕМ Р., КНУТ Д., ПАТАШНИК О. *Конкретная математика. Основание информатики*. Пер. с англ. – М.: Мир, 1998 – 703 с.
3. ГУБАНОВ Д. А., НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Модели репутации и информационного управления в социальных сетях* // Управление большими системами. – 2009. – №26.1. – С. 209–234.
4. ДОКИНЗ Р. *Эгоистичный ген*. – М.: «Мир», 1993. – С. 126–130
5. КРЕМЛЕВА С. О. *Сетевые сообщества*. – URL: <http://www.follow.ru/article/116>.
6. КРЕМЛЕВА С. О. *Чат «Сибирские Партизаны» как сетевое сообщество*. – URL: [http://flogiston.ru/articles/netpsy/chat\\_sibparty](http://flogiston.ru/articles/netpsy/chat_sibparty).
7. НЕСТЕРОВ В. Ю. *К вопросу о динамике сетевых сообществ*. – URL: <http://flogiston.ru/articles/netpsy/groupdyn>.

8. ОРЛОВ А. Ю., ИВАЩЕНКО А. В. *Организация виртуального сообщества в сети Интернет* // Информационные технологии. – 2008. – №8. – С. 15–19.
9. ОСОВСКИЙ С. *Нейронные сети для обработки информации*. – М.: Финансы и статистика, 2002. – С. 50–51.
10. ПЕЧНИКОВ А. А. *Математические модели размещения ссылок в локализованной системе интернет-ресурсов* // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №28. – С. 92–96.
11. ПРОХОРОВ С. А., ИВАЩЕНКО А. В., ГРАФКИН А. В. *Автоматизированная система корреляционно-спектрального анализа случайных процессов*. / Под ред. Прохорова С. А. СМЦ РАН, 2002. – 286 с.
12. ХАРИТОНОВ А. Е. *Основные направления изменения личности современного человека в условиях информационного общества*. – URL: [http://flogiston.ru/articles/netpsy/personaliti\\_changing](http://flogiston.ru/articles/netpsy/personaliti_changing).
13. BALAKRISHNAN H., DEO N. *Discovering Communities in Complex Networks* // Proceedings of the 44th annual Southeast regional conference, March 10–12, Melbourne, Florida, USA, 2006. – P. 280–285.
14. RIEDMILLER M. *A direct method for faster backpropagation learning* // Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN '93), San Francisco. – Vol. 1. – P. 586–591.

## **MODELLING THE VIRTUAL COMMUNITIES OF USERS IN INTEGRATED INFORMATION SPACE**

**Anton Ivaschenko**, Samara State Aerospace University, Samara, Cand.Sc., assistant professor (anton-ivashenko@yandex.ru).

**Elena Pugacheva**, Samara State Aerospace University, Samara, student (owle@bk.ru)

**Svetlana Pogodina**, Samara State Aerospace University, Samara, student (dawn-razor@yandex.ru)

*Abstract: This paper describes an approach to model virtual communities of users in information space. The approach bases on the concept of media viruses' distribution. It provides an algorithm of virtual communities control based on the analysis of neural network simulation results.*

Keywords: virtual community, social network, integrated information space

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А. Г. Чхартишвили*

УДК 001+004  
ББК 73

## ТЕХНОЛОГИЯ НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ: ПОДХОД К ПОВЫШЕНИЮ ПРОДУКТИВНОСТИ


Ильин В. Д.<sup>1</sup>

(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем информатики РАН, Москва)

*Статья содержит постановочную часть концепции технологии научной деятельности в человеко-машинной среде символического моделирования произвольных объектов (s-среде [1]). Предложен подход к формализованному описанию научных результатов, сформулированы правила их публикации, обсуждения, оценки значимости, хранения и распространения в s-среде.*

Ключевые слова: технология научной деятельности, научная продуктивность, информатизация, s-моделирование, s-среда.

### **Введение**

Значение научной продукции объёмнее общепонятной прикладной полезности. Модели систем знаний (раздел 1), описывающие апробированные результаты исследований, служат образцами моделей познаваемых объектов. На их основе создаются учебники и энциклопедии, строятся процессы просвещения и образования. 

Лучшие образцы научных рассуждений и описаний научных результатов служат примерами, на которых учатся. Результативных исследователей безосновательно считают мастерами, а науку – мастерской познания.

---

<sup>1</sup> Владимир Дмитриевич Ильин, доктор технических наук, профессор ([vdilyin@ipiran.ru](mailto:vdilyin@ipiran.ru)).

*Выбор научных проектов, достойных финансирования, и оценка полученных результатов* – проблемы неубывающей актуальности для тех, кто обязан стимулировать научную продуктивность, подверженную влиянию множества факторов (включая технологии публикаций и рейтинги научных изданий [3–4]).

*Информатизация* [1–2], являющаяся одним из испытанных средств повышения продуктивности, не может быть эффективной без изменения существующих технологий описания научных результатов, публикации, обсуждения, оценки значимости, сохранения и распространения опубликованных научных материалов.

Продуктивность научной деятельности при преобладающем бумажном документообороте, безусловно, ниже, чем могла бы быть при использовании гипермедийного документооборота и современных сервисов интенсивно развивающейся *s*-среды<sup>2</sup> (раздел 2).

Уходит бумажная почта, теряют тиражи многие бумажные газеты и журналы. На территориях, где есть интернет-доступ, всё труднее найти научных сотрудников, которые не пользуются сервисами глобальной сети. Имеющим постоянную широкополосную связь с интернетом всё меньше оснований пользоваться бумажными ресурсами. Гипермедийные энциклопедии и журналы, словари и другие издания, доступные в глобальной сети, стали информационными ресурсами массового применения именно потому, что представлены в гипермедийной форме и выложены на сайтах с удобными для пользователей сервисами. Число и качество гипермедийных ресурсов прирастает довольно интенсивно. Бумага (как носитель для массовых изданий) неспешно отправляется в историю. Слишком неспешно.

Конечно, никакие изменения технологии не добавят изобретательности исследователям, но могут существенно улуч-

---

<sup>2</sup> Префиксом *s*- обозначена принадлежность понятия к понятийному аппарату символического моделирования произвольных объектов в человеко-машинной среде (*s*-моделирования [1]).

шить условия: сетевой доступ к хранилищам формализованных моделей научных знаний, незамедлительная публикация и обсуждение на сайтах научных сообществ и др.

Решение задачи повышения научной продуктивности с использованием средств *s-среды* предполагает иные (по сравнению с нынешними) подходы не только к представлению научных материалов, но и к их созданию и апробации.

### СРЕДСТВА ФОРМАЛИЗАЦИИ

1. В статье применяются средства выделения фрагментов описания, входящие в комплекс *TSM-формализованного представления гипермедийных s-моделей* [1]:

□<фрагмент описания>□ ≈ утверждение (определение, аксиома и др. утверждения, которые автор считает важными);

☀<фрагмент описания>☀ ≈ пример;

◇<фрагмент описания>◇ ≈ замечание.

Здесь символ ≈ служит заменителем слова «означает».

2. В разделе 1 средства *TSM* применяются для записи *s-моделей систем понятий и систем знаний*. ✓

### ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ

Утверждения, замечания и примеры, приведённые в статье, относятся к *системе понятий «научная деятельность»* [раздел 1] и адресованы исследователям, научным администраторам, разработчикам проектов информатизации научной деятельности. ✓

Цель, при достижении которой материал статьи может быть полезен: повышение продуктивности научной деятельности в *s-среде* путём комплексного усовершенствования технологий формализованного описания научных результатов, публикации, обсуждения, оценки значимости, хранения и распространения опубликованных материалов.

### 1. Изучаемые объекты и научная продукция

□Изучаемые объекты относятся либо к природным, либо к изобретаемым.□

*Природные объекты* изучают физика, астрономия, биология и др. науки, а *изобретаемые* – информатика, электротехника, радиотехника и др.

Независимо от содержания научного результата и области, к которой он относится, его судьба существенно зависит от того, как составлено описание, насколько быстро и в каких изданиях оно опубликовано, как устроены процессы обсуждения, оценки значимости, распространения и др.

◇Целесообразность унификации описаний, сохраняемых в *s*-среде, неоспоримо доказана успешным развитием автоматизированного проектирования в различных предметных областях (включая проектирование программных и аппаратных средств *s*-машин).◇

В эти дни для описаний научных результатов обычно регламентируются только структуры и форматы документов, хотя в *s*-среде с описаниями научных результатов можно работать так же, как в САПР<sup>3</sup> работают с проектной документацией. При этом описания должны удовлетворять требованиям реализуемости в *s*-среде.

### 1.1. НАУЧНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ

□*Научный результат* – модель системы знаний (раздел 1.1.2), описывающая совокупность объектов, включающую изучаемый объект, и связи между ними. Описание модели представлено в форме сообщения, рассчитанного на распознавание и интерпретацию научным сообществом.□

Значение результата зависит от предсказательной силы, воспроизводимости и применимости модели, а также от свойств сообщения, содержащего её описание.

#### 1.1.1. S-МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПОНЯТИЙ

□*S-модель са системы понятий* – это пара  $\langle mem[sc] \approx \approx \text{память модели } sc \text{ системы } sC \text{ понятий} \rangle$ ,  $\langle rel(mem[sc]) \approx$

---

<sup>3</sup> САПР – система автоматизированного проектирования.

$\approx$  семейство связей, заданных на  $mem[sc]$  (где  $[sc]$  – помета). Здесь  $mem[sc]$  и  $rel(mem[sc])$  соответствуют совокупности понятий моделируемой системы  $sC$  и семейству связей, заданных на этой совокупности. □

□ *Определение системы понятий* – описание её  $s$ -модели, сопровождаемое указанием области применимости.

Описание представлено в форме сообщения, рассчитанного на:

- интерпретацию научным сообществом;
- представление, сохранение, распространение, накопление и поиск в  $s$ -среде. □

□ *Определение системы понятий* должно удовлетворять трём необходимым требованиям конструктивности:

- 1) представление в виде пары *<описание области применимости>*, *<s-модель системы понятий>*;
- 2) в систему понятий, считающуюся определённой, не должны входить понятия, не имеющие определений (и при этом не относящиеся к понятиям-аксиомам);
- 3) должна быть определена *область применимости*. □

□ *Определение области применимости модели* – это описание типов:

- *корреспондента* (кому адресовано определение);
- *цели*, в процессе достижения которой определение имеет смысл (классы задач, при изучении которых определение может быть полезно);
- *стадии*, на которой целесообразно использовать определение (концепция, методология решения и т.д.) □

◇ *Область применимости модели* может принадлежать совокупности областей, в которых исследуются природные объекты, или к совокупности областей, в которых изучаются изобретаемые объекты. ◇

В науке и технике особое внимание сосредоточено на  $s$ -моделях, где семейства связей  $rel(mem[sc])$  представлены в форме разрешимых задач (задавая значения некоторого подмножества элементов памяти  $mem[sc]$ , можно вычислять значения других элементов).



☀Элементарным примером системы понятий с разрешимыми задачными связями между элементами памяти является система понятий *треугольник* (в *s*-модели *tr* этой системы стороны *a*, *b*, *c* и периметр *p* являются элементами памяти, а связь  $p = a + b + c$  — элементом семейства связей).☀

◇*S*-модель системы понятий относится к символьным моделям, существование которых возможно только в форме *s*-сообщений (сообщений, реализуемых в *s*-среде).☀Сообщения, хранящиеся на носителях, с которых *s*-машины не могут считывать и на которые не могут записывать (☀память человека☀) не являются *s*-сообщениями.☀◇

### 1.1.2. *S*-МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ЗНАНИЙ

□*S*-модель системы знаний – триада  
<*ca* ≈ *s*-модель системы *Sc* понятий>,  
<*set*[*lng*] ≈ *s*-модель совокупности языков сообщений, интерпретируемых на *ca*>,  
<*set*[*intr*] ≈ *s*-модель совокупности интерпретаторов на *ca* сообщений, составленных на языках из *set*[*lng*]>.□

*Интерпретация сообщения на модели ca:*

1. Построение выходного сообщения (извлечение информации) по заданному входному (сообщения представлены на языках из совокупности *set*[*lng*]).
2. Анализ выходного сообщения (требуются ли изменения в модели *ca*).
3. Если требуются, то – изменение модели *ca*; если нет – завершение.

### 1.2. ИНЖЕНЕРНЫЕ МОДЕЛИ

□*Изобретённая инженером модель – утверждение, описывающее принцип действия множества устройств или систем, которые могут представлять собой символьные или воплощаемые «в металле» конструкции.*□

◇Важно: не одного устройства или системы, а множества (типа). При этом для истолкования и воплощения модели не требуется участие автора.◇

Если модель удовлетворяет требованиям, предъявляемым к научному результату, и обоснована целесообразность реализации устройств или систем, принцип действия которых описан моделью, то она, несомненно, является научным результатом.

◇*Научность модели* не зависит от области знаний, к которой она относится (связь, электротехника, математика, физика, биология или что-то ещё).◇

☼Теории сопротивления материалов, электротехники, связи и многие др. – научный фундамент, имеющий непреходящее значение. Построенные на нём методы расчётов разного назначения апробированы поколениями инженеров (при проектировании мостов и зданий, электрических машин и линий электропередач, самолётов и морских судов, радио и тв-систем, космических кораблей и систем спутниковой связи – этот список даже не инженер может легко продолжить, внимательно посмотрев на мир вещей, без которых теперь и не обойтись. Все искусственные сооружения, которыми пользуется современный человек, изобретены и спроектированы инженерами.☼

Изучение изобретаемых объектов так же важно, как исследование природных: ведь исследования природных объектов ведутся с использованием изобретённых (методов s-моделирования, математического моделирования и др.).

### 1.3. ВИДЫ НАУЧНОЙ ПРОДУКЦИИ

□*Основными видами научной продукции являются:*

- опубликованные модели знаний (представленные в статьях, монографиях, отчётах о выполненных НИР);
- физически реализованные модели изобретённых объектов;
- рецензии на модели знаний, изобретённые другими;
- результаты образовательной и экспертной деятельности;
- просветительская продукция (энциклопедические статьи; сайты, посвящённые популярному изложению научных результатов и др.).□

□*Научные материалы:*

- статьи, монографии, отчёты о выполненных НИР и др. документы, содержащие описания результатов научных исследований, дискуссий, совещаний и др. составляющих научной деятельности;
- физические модели, макеты научно-технических сооружений и др.□

## **2. S-среда: инфраструктурное основание информатизации**

□S-среда – объединение взаимодействующих s-сетей и отдельных s-машин, используемых для решения задач s-моделирования и применения полученных результатов. Средство информатизации различных видов деятельности людей [1].□

Современным воплощением ядра s-среды является интернет.

Каждая s-модель, хранящаяся в s-среде – это некоторое сообщение, рассчитанное на интерпретацию получателем определенного типа.

☼Спецификации программируемых задач интерпретируют программисты. Исходные тексты написанных ими программ – программы-трансляторы (компиляторы, интерпретаторы, ассемблеры). Инструкции, из которых состоят исполняемые программы, интерпретируют микропроцессоры s-машин. Сообщения, представленные в форме аудио- и видеофайлов – соответствующие программы-плееры. Сообщения, поступающие от веб-серверов в ответ на запросы пользователей и представляющие собой веб-страницы, интерпретируют программы-браузеры. Графические (текст, неподвижные и подвижные изображения), аудио и механические сообщения, выводимые соответственно на экраны мониторов, колонки аудиосистем (или наушники) и корпуса, например, мобильных устройств (вибровыводы) – такие сообщения интерпретируют люди.☼

Книга, созданная писателем, музыкальная композиция, произведение художника и т. д. – всё это сообщения, рассчитанные на получателей различных типов. Успешная интерпретация сообщений позволяет извлечь информацию [1].

### **2.1. ИЗОБРЕТАТЕЛИ И СТРОИТЕЛИ S-СРЕДЫ**

Изобретатели систем символов и систем кодов [1], систем машинных команд и языков программирования, трансляторов, сетевых архитектур и протоколов, сервис-ориентированных архитектур, чипсетов и т. д. – это творцы, деятельность которых осуществляется в *s*-среде и направлена на методологическое обеспечение проектов её непрерывно продолжающегося строительства. Их продукция служит основанием для творчества программистов, разработчиков аппаратных составляющих *s*-машин и др. (строителей *s*-среды). Все вместе они изобретают и строят *s*-среду. *S*-среда служит инструментарием, позволяющим творцам использовать при создании своих произведений сочетания выбранных ими символьных систем и непрерывно прирастающий арсенал сообщений, хранящихся в ней.

### **2.2. ПОЛЬЗОВАТЕЛИ S-СРЕДЫ**

Ими являются все, кто применяет средства *s*-среды. В их число входят изобретатели и строители *s*-среды. Программисты и проектировщики, использующие САПРы различного назначения; дизайнеры, композиторы, художники, литераторы, создающие свои произведения с использованием различных редакторов, установленных на их *s*-машинах (ноутбуках, персональных компьютерах и др.) – все они пользователи *s*-среды.

Изобретатели, строители и другие пользователи *s*-среды соединены ею: могут обмениваться гипермедийными сообщениями, проводить видеоконференции, коллективно формировать документы, выполнять различные проекты и многое др. Их деятельность непрерывно увеличивает число *s*-моделей систем понятий и систем знаний [1], хранящихся и используемых в *s*-среде. Вместе они увеличивают потенциал *s*-среды, который, в свою очередь, позволяет увеличить потенциал каждого из них.

### **2.3. ЭЛЕКТРОННАЯ И БУМАЖНАЯ ФОРМЫ СООБЩЕНИЙ**

В эти дни преобладают две формы документального представления сообщений: в *s*-среде – электронная (файлы на различных носителях, веб-сайты и др.), вне её – бумажная (книги,

брошюры и др.). При этом большинство бумажных документов получают путём распечатки соответствующих им электронных. В частности, бумажные книги выпускают, используя так называемые оригинал-макеты, представляющие собой электронные документы. Бумажная форма часто используется для дублирования электронной. На начальном этапе создания продукции интеллектуальной деятельности современные авторы пользуются различными редакторами для построения сообщений, установленных на s-машинах. Поэтому рождаются сообщения в электронной форме и сохраняются в виде файлов.

Пока еще сохраняющаяся потребность в бумажных формах связана с тем, что:

- часть населения не пользуется s-машинами (по разным причинам);
- среди пользующихся s-машинами есть те, кто иногда или постоянно предпочитает бумажные формы для того чтобы читать произведения.

#### *2.4. ВОЗМОЖНОСТИ: ИЗОБРАЗИТЕЛЬНЫЕ, НАВИГАЦИОННЫЕ И ДР.*

По богатству изобразительных, навигационных и др. возможностей (в частности, связанных с распространением произведений) гипермедийные сообщения, используемые, например, в веб-сервисах, нелепо сравнивать с бумажными. Сочетание в них текста, картинок, аудио- и видео- составляющих, гиперссылок, позволяющих вызывать различные сервисы (почтовый, поисковый и др.) и перекрёстных ссылок, дающих возможность произвольного перемещения внутри документа – всё это несопоставимо с тем, что может дать самая роскошная книга с цветными иллюстрациями.

☀ Читая (интерпретируя) гипермедийную книгу, можно быстро выяснить значение непонятого слова (перейдя к электронному словарю или энциклопедии) и снова вернуться; можно посмотреть видеоклип, послушать аудиозапись (например, с комментарием автора). Таких возможностей довольно много и с каждым месяцем становится всё больше. Гипермедийная биб-

лиотека объемом, превышающим в разы бумажные библиотеки самых ярых библиофилов, легко уместится на нескольких жёстких дисках. Отправляясь в отпуск, командировку или еще куда-то, можно закачать избранные вещи на карту памяти своего коммуникатора или на жёсткий диск субноутбука.☼

### *2.5. ОБНОВЛЕНИЯ*

Гипермедийная форма даёт возможность относительно легкого обновления хранящегося сообщения (дополнения, изъятия каких-то фрагментов; изменений в оформлении, исправления ошибок и др.). Если сообщение (например, научная статья) размещено на веб-сайте, то процесс обновления выполняется довольно просто. Сразу после его завершения пользователи имеют возможность ознакомиться с обновленным произведением (с точным указанием содержания выполненного обновления).

### *2.6. КОММЕНТАРИИ, ФОРУМЫ, РЕЦЕНЗИИ*

Существование произведения в форме гипермедийного сообщения позволяет автору выбрать приемлемые для него дисциплины комментирования, форумов и рецензирования (если он выкладывает произведения на своём сайте). Если же на сайте сообщества или научного издания, то всё это должно соответствовать правилам сообщества или научного издания.

### *2.7. АВТОРСКОЕ ПРАВО*

☼Выложил автор произведение на сайте сообщества. Поступившее сообщение автоматически зарегистрировано (на него заведена электронная карточка). Любое обновление регистрируется в этой карточке.

Скрыть улики хищения значительно труднее, чем в случае с бумажной формой.☼

### *2.8. ПЕРСПЕКТИВЫ*

Ближайшее будущее s-среды определено интенсивным развитием разнообразных сервисов (в том числе научных и образовательных). Блог-сервисы, предоставившие огромному числу

людей возможность иметь персональные сайты, продолжают интенсивное развитие. Набирающие обороты процессы конвергенции технологий цифровой связи, массового распространения сообщений (телевидения, радио) и *s*-машинных технологий решения разнообразных задач (включая научные) преобразят *s*-среду, сделают её еще более мощным средством поддержки научной и образовательной деятельности.

### **3. Гипермедийные научные издания**

□ *Гипермедийное научное издание* — тип электронного издания, в котором публикуемые материалы представлены в форме гипермедийных документов. □

◇ В эти дни нет оснований для сохранения бумажных научных изданий, научных конференций с изданием бумажных трудов, нынешних принципов формирования редколлегии, рецензирования и обсуждения научных материалов.

Ложное связывание возможности продавать научные материалы с бумажной формой их представления — плод неосведомлённости: файлы научных статей, книг и др. продаются так же, как файлы программ, музыкальных произведений и др.

Распечатка и переплёт по заказу — повсеместно существующий коммерческий сервис. Кто экранам *s*-машин предпочитает бумажные листы и согласен на неизбежные потери в информативности и своевременности, всегда имеет возможность реализовать свои предпочтения. ◇

◇ *Каждый день недопустимо затянувшейся обороны владельцев и сторонников бумажных научных изданий дорого обходится науке:*

- гипермедийные научные материалы несопоставимо информативнее бумажных;
- бумажные публикации недопустимо запаздывают (в лучшем случае на месяц, а как правило — на несколько);
- невозможна неограниченная по времени открытая научная дискуссия (как в правильно устроенных гипермедийных научных изданиях);

- доступность бумажных материалов несопоставима с доступностью гипермедийных;
- опубликованные в бумажных изданиях неквалифицированные материалы, содержащие грубые ошибки, нет возможности прокомментировать (◇в правильно устроенных гипермедийных научных изданиях это можно сделать в любое время◇).

*Недёшево обходится и налогоплательщикам содержание государственных бумажных научных изданий:*

- помещения, кадровый корпус, оборудование, материалы (включая бумагу, конечно);
- библиотеки вынуждены тратить на сканирование бумажных научных материалов вместо того, чтобы сразу получать их в гипермедийной форме;
- к тому же отсканированные и представленные в электронной форме материалы не становятся гипермедийными (т. е. их информативность не увеличивается по сравнению с бумажными оригиналами);
- хранилища бумажных экземпляров имеют несопоставимо большие объёмы и их необходимо периодически расширять.◇

◇То, что нынешние электронные научные издания продолжают публиковать материалы ещё и в бумажной форме, определяется, прежде всего, позицией Министерства образования и науки Российской Федерации.◇

☼Научные материалы в бумажной форме продолжают принимать и РГБ<sup>4</sup>, и ВНИИЦ<sup>5</sup>.

Большая российская энциклопедия (30-томник), выпускающаяся под научным руководством РАН, до сих пор не имеет гипермедийного аналога.

В итоге читатели лишены навигационных возможностей (перехода по гиперссылкам и перекрёстным ссылкам), возмож-

---

<sup>4</sup> Российская государственная библиотека.

<sup>5</sup> Всероссийский научно-технический информационный центр.



ностей увидеть цветные иллюстрации, видеосообщения автора и тематические презентации. Читатели лишаются тех возможностей, которые делают материал не только выразительнее, но и объёмнее по смыслу.☼

□Электронные научные издания должны быть гипермедийными.□

Статьи, монографии, научные отчёты, труды конференций и др. материалы, выложенные на их сайтах, должны быть гипермедийными документами.

□Предстоит разработать правила регистрации и функционирования гипермедийных научных изданий.□

### *3.1. СЕРВИСЫ*

□Сайт гипермедийного научного издания должен иметь набор сервисов, необходимых для:

- регистрации пожелавших участвовать в работе издания (к ним относятся авторы, рецензенты и те, кто предполагает публиковать комментарии, оценки, предложения по улучшению работы издания);
- управления базами данных, содержащими обращения участников, публикуемые материалы, рецензии и др.;
- гипермедийного представления материалов (включая презентации и видеосообщения).□

### *3.2. ПРАВО РЕГИСТРАЦИИ*

□Право регистрации гипермедийных научных изданий должны иметь аккредитованные научные и образовательные учреждения (научно-исследовательские институты и вузы).<sup>6</sup>□

---

<sup>6</sup> ФГУП НТЦ «Информрегистр» целесообразно оставить в качестве хранилища электронных материалов, освободив от регистрации изданий.

#### **4. Публикация в s-среде**

□ Исследователь должен иметь возможность незамедлительной публикации своей продукции в гипермедийных научных изданиях [статей и монографий; рецензий (обязательно подписанных) и комментариев; заметок и оценок; образовательных материалов]. □

Для публикации достаточно, чтобы представленный материал соответствовал тематике издания и был оформлен в соответствии с требованиями этого издания. Выложенный на сайте издания материал публично рецензируется и обсуждается сообществом.

#### **5. Хранение и распространение**

Зарегистрированные научные издания размещают в хранилищах те материалы, которые считают апробированными. Государственные хранилища опубликованных научных статей, монографий, отчётов о НИР, рефератов успешных соискателей учёных степеней и др. должны принимать материалы в гипермедийной форме.

◇ Бумажные распечатки и пр. негипермедийные формы представления принятых материалов – только по заказу. ◇

Сервисы каждого хранилища должны обеспечивать передачу материалов в интерактивном режиме: заполняется библиографическая карточка отправляемого на хранение материала → программа-робот хранилища проверяет её и, если всё в порядке, сообщает о готовности принять материал → после успешного завершения приёма материала робот завершает заполнение полей библиографической карточки, заверяет её цифровой подписью (*эцп*) администратора хранилища и отправляет подателю материала.

Целесообразно предусмотреть два типа сервисов хранения и распространения научных материалов: платный и бесплатный.

## 6. Сайты исследователя и преподавателя

Как правило, исследователь занимается и преподаванием.

◇ Среди блог-сервисов, предлагаемых в s-среде, легко найти подходящий для размещения научных и учебно-методических материалов (☀Энциклопедия информатики ИНФОПЕДИЯ <http://infopedia2008.wordpress.com>☀).◇

□ *Сайты исследователя* – это и мастерская изобретателя s-моделей знаний, и средство их представления и продвижения.□

◇ Для популяризации научных результатов и просветительства целесообразно использовать предложения наиболее популярных блог-сервисных компаний.◇

## 7. Авторство и оценка значимости научных результатов

□ Положительное влияние на продуктивность научной деятельности могла бы оказывать *система регистрации авторства и оценки значимости научных результатов*, поддерживаемая государством. Ключевые роли в этой системе должны принадлежать *научным сообществам*.□

Может ли член сообщества, имеющий учёную степень по специальности, отнесённой к специальностям сообщества, не быть автором ни одного из признанных этим сообществом научных результатов? Ответы на этот и связанные с ним квалификационные вопросы, предложенные объединением научных сообществ, целесообразно оформить в виде *положения о научном сообществе*.

□ *Научным объектом признаваемого государством авторства* (далее – *н-объектом*) служит *научный материал* (раздел 1.3), зарегистрированный и размещённый в государственном хранилище.□

□ *Субъектом научного авторства* (далее – *автором*) может быть физическое лицо или несколько физических лиц.□



В электронном каталоге *государственного хранилища n-объектов* каждый из хранящихся n-объектов должен быть представлен уникальным идентификатором и гиперссылкой на стандартную (для каждого *типа n-объектов*) гипермедийную спецификацию, включающую *описатель автора* (содержащий поля: *ф.и.о.*, *учёная степень* и др.).

### 7.1. СИМВОЛЬНЫЕ И НЕСИМВОЛЬНЫЕ N-ОБЪЕКТЫ

N-объекты делятся на *символьные* и *несимвольные*. К *символьным n-объектам* относятся монографии, записи алгоритмов решения задач с помощью *s-машин* и др. *символьные сообщения* (включая *s-сообщения* [1]), для каждого из которых указаны язык (или языки) сообщения и средства, необходимые для интерпретации сообщения.

◇Отличительным признаком *символьных n-объектов* является относительно легко (по сравнению с *несимвольными n-объектами*) осуществляемые *копирование без искажений и распространение копий*.◇

К *несимвольным n-объектам* относятся физические модели, макеты научно-технических сооружений и др.

### 7.2. ЗНАЧИМОСТЬ N-ОБЪЕКТА: ОТКРЫТИЕ, ИЗОБРЕТЕНИЕ, РАЦИОНАЛИЗАЦИЯ

□*Открытие* – доказательство существования ранее неизвестного *природного объекта*.□

☼Доказано существование элемента, отсутствовавшего в таблице Менделеева, – это открытие.☼

□*Изобретение* – создание ранее неизвестного объекта.□

☼Изобретаются языки программирования (в информатике), формальные системы (в математике) и др. объекты.☼

□*Рационализация* – усовершенствование существующего изобретения.□

☼Усовершенствуются технологии, устройства и др. объекты.☼

◇Определение значимости н-объектов (*открытие, изобретение, или рационализация*) осуществляется научными сообществами в процессах публичного обсуждения на их сайтах.◇

### 7.3. ДОКУМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ АВТОРСТВА И ПРИЗНАНИЕ Н-ОБЪЕКТА

□*Свидетельство автора н-объекта* – стандартный гипермедийный документ, подтверждающий авторство. Содержит уникальный идентификатор и спецификацию н-объекта. В любое время может быть получен автором по запросу к *сервису свидетельств авторов н-объектов* государственного хранилища н-объектов.□

□*Сообщество*, признавшее н-объект, *выставляет одну из трёх оценок* значимости н-объекта: *открытие, изобретение или рационализация*.

Процесс признания н-объекта сообществом может находиться в одном из четырёх состояний:

- *не представлен* автором для обсуждения;
- *обсуждается*;
- *признан*;
- *не признан*.□

◇В поле *Кем установлена значимость* заносится описатель сообщества, дата принятия решения, гиперссылки на протокол о принятии решения и базу данных материалов обсуждения н-объекта.◇

### 7.4. УНИФИКАЦИЯ ОПИСАНИЙ Н-ОБЪЕКТОВ И МЕЖДУНАРОДНОЕ ПРИЗНАНИЕ

Признанные научными сообществами разных стран *стандарты описаний н-объектов различных типов* – необходимое условие организации процессов международного признания значимости н-объектов.

◇На стартовом этапе научным сообществам нашей страны целесообразно утвердить требование о представлении описания н-объекта не только на русском, но и на английском языке (ставшем де-факто международным языком исследователей).◇

## 8. Об оценке продуктивности научной деятельности

◇ Есть основания полагать, что предложенная в статье оценка значимости *n*-объекта (*открытие, изобретение, рационализация*), признанная научным сообществом, не будет лишней среди существующих средств определения научной продуктивности. ◇

☼ Можно сделать несколько публикаций примерно об одном и том же в различных научных изданиях с хорошими рейтингами цитируемости. А вот получить положительную оценку значимости ранее оценённого *n*-объекта, представленного под изменённым названием, вряд ли получится. ☼

### Заключение

Предложен подход к повышению продуктивности научной деятельности в *s*-среде:

1. Определены требования к формализованному описанию научных результатов, их публикации, обсуждению, хранению и распространению;

2. Обосновано, что научные издания должны быть гипермедийными, а право их регистрации должны иметь аккредитованные научные и образовательные учреждения;

3. Основными средствами представления и продвижения научных результатов в *s*-среде должны стать сайты исследователей, научных сообществ и гипермедийные научные издания;

4. Сформулированы принципы определения значимости (*открытие, изобретение, рационализация*) научных объектов авторства путём их обсуждения на сайтах научных сообществ.

### Литература

1. ИЛЬИН А. В., ИЛЬИН В. Д. *Основы теории s-моделирования*. – М.: ИПИ РАН, 2009. – 143 с. – URL: <http://smodeling.wordpress.com/2009/12/30/a-в-ильин-в-д-ильин-основы-теории-s-модел/>

2. ИЛЬИН В. Д. *Основания ситуационной информатизации.* – М.: Наука, 1996. – 180 с.
3. НОВИКОВ Д. А. *Дискуссия о проблемах оценки научных журналов: вводное слово главного редактора / Управление большими системами.* – 2009. – Выпуск 27. – С. 5-17. – URL: [http://ubs.mtas.ru/archive/search\\_results\\_new.php?publication\\_id=17895](http://ubs.mtas.ru/archive/search_results_new.php?publication_id=17895)
4. ФЕДОРЕЦ О. В. *Коллективная экспертиза научных журналов: методика агрегирования экспертных оценок и построения рейтинга / Управление большими системами.* – 2009. – Выпуск 27. – С. 18-35. – URL: [http://ubs.mtas.ru/archive/search\\_results\\_new.php?publication\\_id=17896](http://ubs.mtas.ru/archive/search_results_new.php?publication_id=17896)

## **TECHNOLOGY OF SCIENTIFIC ACTIVITIES: AN APPROACH TO IMPROVE EFFICIENCY**

**Vladimir Ilyin**, Institute of Informatics Problems of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor ([vdilyin@ipiran.ru](mailto:vdilyin@ipiran.ru)).

*Abstract: This article describes the fundamental part of the conception for technology of scientific activities in human-machine environment for symbol modeling of arbitrary objects (s-environment). Further, the article proposes an approach to formalized description of scientific results and defines rules of publication, discussion, evaluation of the significance, storage, and distribution of these results in s-environment.*

**Keywords:** technology of scientific activity, efficiency of scientific activity, informatization, s-modeling, s-environment.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М. В. Губко*

УДК 021.8 + 025.1  
ББК 78.34

## ОПТИМАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ В АКТИВНОЙ СИСТЕМЕ С ОБМЕНОМ ИНФОРМАЦИЕЙ

Еналеев А. К.<sup>1</sup>

(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)

*Для модели активной системы, состоящей из центра и активного элемента, в условиях неполной информированности центра о функции затрат активного элемента разработан оптимальный механизм функционирования. Оптимальный механизм включает в себя процедуру планирования и систему стимулирования, включающую две составляющие: поощрение за выполнение плана и поощрение за «напряженность» плана.*

Ключевые слова: принцип открытого управления, достоверность информации, выполнение плана, согласование интересов.

### 1. Введение

Общая постановка задачи синтеза оптимального механизма функционирования в условиях неполной информированности центра и обмена информацией между активным элементом и центром была поставлена еще в ранней работе [1] по теории активных систем, однако полного решения этой задачи до сих пор нет. В настоящей работе предлагается решение этой задачи при достаточно естественных предположениях о множестве допустимых механизмов функционирования.

---

<sup>1</sup> Анвер Касимович Еналеев, кандидат технических наук, старший научный сотрудник (anver.en@gmail.com).



Следует отметить, что задача синтеза оптимальных механизмов в теории активных систем рассматривалась для различных случаев и ранее. Так, например, в [4] описано решение этой задачи синтеза для случая полной информированности центра. В [2] доказана оптимальность принципа открытого управления при заданной системе стимулирования активного элемента. В [3] решена задача синтеза механизма функционирования при предположении о действии «сильных штрафов» за отклонение состояния активного элемента от плана. При этом фактически не рассматривался этап функционирования активной системы, связанный с выбором активным элементом своего состояния.

В настоящей работе, используя результаты [3], получено решение задачи синтеза оптимального механизма функционирования без предположения о «сильных штрафах», то есть решается в комплексе задача синтеза механизма функционирования (системы стимулирования за выполнение плана, системы стимулирования за «напряженность» плана и закона планирования), обеспечивающих максимальное значение критерия эффективности функционирования активной системы.

В работе показано, что оптимальный механизм функционирования принадлежит множеству механизмов, в котором используется принцип согласованного управления.

## **2. Модель и постановка задачи**

Рассматривается активная система, состоящая из центра и активного элемента (АЭ). Пусть  $f(x, y, r) = S(y, x) - \zeta(y, r)$  – целевая функция активного элемента, зависящая от выбираемого активным элементом состояния  $y$ , назначаемого центром плана (задания, норматива и пр.)  $x$ , параметра  $r$ , характеризующего функцию затрат  $\zeta(y, r)$ . Здесь  $S(y, x)$  – функция стимулирования АЭ,  $x \in X = [x^H, x^B]$ ,  $y \in Y = [y^H, y^B]$ ,  $r \in A = [r^H, r^B]$ . Далее для простоты примем  $x^H = y^H$ ,  $x^B = y^B$ .

Обозначим как  $\Phi(x, y, r)$  целевую функцию центра. Предполагается, что  $\Phi(y, y, r) \geq \Phi(x, y, r) \geq 0$  и  $\Phi(y, y, r)$  непрерывна и строго квазивогнута по  $y$  при всех  $r \in A$ .

Будем предполагать, что план  $x$  назначается центром в соответствии с некоторой процедурой планирования  $x = \pi(\cdot)$ , где  $\pi(\cdot)$  отображает множество  $A$  в множество  $X$ .

Совокупность процедуры планирования  $x = \pi(\cdot)$  и системы стимулирования  $S(\cdot, \cdot)$  составляет механизм функционирования  $\mu = \{\pi(\cdot), S(\cdot, \cdot)\}$ . В теории активных систем, например [1], процедуру планирования принято называть также законом управления.

Введем предположения об информированности в рассматриваемой активной системе.

Активному элементу известно значение параметра  $r$ , а центру известно только множество  $A$  допустимых значений этого параметра. Предполагается также, что при заданном механизме функционирования  $\mu$  активный элемент сообщает центру оценку  $\rho$  параметра  $r$ ,  $\rho \in A$ .

Пусть задан механизм  $\mu$ , тогда функционирование рассматриваемой активной системы описывается следующим образом: АЭ сообщает оценку  $\rho$  параметра  $r$ , затем в соответствии с процедурой планирования  $\pi(\cdot)$  назначается план  $x = \pi(\rho)$ , затем АЭ выбирает состояние  $y$ , стремясь максимизировать по  $y$  свою целевую функцию  $f(x, y, r)$ .

Обозначим функцию предпочтения активного элемента  $\varphi(x, r) = \max_{y \in Y} f(x, y, r)$  и функцию предпочтения центра

$$\Psi(x, r) = \min_{y \in Z(x, r)} \Phi(x, y, r),$$

где  $Z(x, r)$  – множество рациональных стратегий активного элемента при выборе состояния  $y$  (определение используемого в данной работе множества рациональных стратегий  $Z(x, r)$  приведено ниже).

Здесь и далее для простоты записей предположим, что соответствующие операции  $\max$  и  $\min$  определены.

Для заданного механизма функционирования  $\mu$  определим показатель его эффективности

$$(1) \quad K(\mu) = \min_{r \in A} [\min_{\rho \in R(r)} \Psi(\pi(\rho), r) / \Psi_g(r)],$$

где  $R(r)$  – множество рациональных стратегий АЭ при выборе им сообщения  $\rho$  (определение множества  $R(r)$  приведено ниже),  $\Psi_g(r)$  – заданная нормирующая функция. В качестве нормирующей функции могут быть выбраны, например, следующие функции:  $\Psi_g(r) = \max_{x \in X} \Psi(x, r)$ , либо  $\Psi_g(r) = \max_{x \in X} \Phi(x, x, r)$ , либо  $\Psi_g(r) = \text{const} > 0$ .

Определим множества рациональных стратегий  $Z(x, r)$  и  $R(r)$  в предположении о благожелательности АЭ.

Далее будем предполагать выполнение «слабого условия благожелательности АЭ», при котором множества рациональных стратегий АЭ имеют следующий вид:

$$Z(x, r) = \begin{cases} \{x\}, & \text{если } x \in \text{Arg max}_{y \in Y} f(x, y, r), \\ \text{Arg max}_{y \in Y} f(x, y, r) & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$R(r) = \begin{cases} \{r\}, & \text{если } r \in \text{Arg max}_{\rho \in A} \varphi(\pi(\rho), r), \\ \text{Arg max}_{\rho \in A} \varphi(\pi(\rho), r) & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Содержательно это условие означает, что если для АЭ сообщение достоверной информации является рациональной стратегией, то эта стратегия единственна, и, соответственно, если стратегия выполнения плана является рациональной, то она также единственна. Нетрудно убедиться, что «слабое условие благожелательности» выполняется, если справедливо «условие благожелательности», используемое в работах [5, 6], в которых предполагается, что второй игрок (АЭ) максимизирует целевую функцию первого игрока (центра) на множестве своих рациональных стратегий. При этом, как доказывается ниже, максимум целевой функции центра достигается при сообщении

достоверной информации и выполнении планов. Заметим также, что для справедливости результатов настоящей работы достаточно предположений о выполнении принятых в [5] «условий благожелательности».

Предположим, что функция затрат  $\zeta(x, r)$  дважды дифференцируема по  $x$ , дифференцируема по  $r$  и

$\zeta'_x(x, r) > 0$ ,  $\zeta''_{xx}(x, r) > 0$ ,  $\zeta'_r(x, r) < 0$ ,  $\zeta''_{xr}(x, r) < 0$  при всех  $x \in X, r \in A$ .

Первые два неравенства указывают, соответственно, на возрастание функции затрат и ее выпуклость. Третье неравенство характеризует монотонность функции затрат по параметру  $r$ . Четвертое неравенство соответствует хорошо известным в микроэкономике условиям *Спенса-Мирлиса* [8], и характеризует, в рассматриваемом случае упорядоченность АЭ по возможным типам, задаваемым значениями параметра  $r$ , причем с увеличением типа, т. е.  $r$ , происходит снижение затрат и темпа роста затрат с ростом  $x$ .

Пусть функция стимулирования имеет вид  $S(y, x) = \sigma(x) - \chi(x, y)$ , где  $\chi(x, y)$  – функция штрафа за невыполнение плана,  $\chi(y, y) = 0$ ,  $\chi(x, y) \geq 0$ ;  $\sigma(x)$  – функция поощрения за «напряженность» плана. Тогда целевую функцию АЭ можно записать в виде  $f(x, y, r) = \sigma(x) - \zeta(y, r) - \chi(x, y)$ .

Теперь, когда описан порядок функционирования активной системы и структура рассматриваемой модели, приведем постановку решаемой ниже задачи.

Требуется найти механизм  $\mu^*$  такой, что

$$K(\mu^*) = \max_{\mu \in M} K(\mu),$$

где множество допустимых механизмов функционирования задается условиями:

$$M = \{\mu \mid 0 \leq \chi(x, y) \leq h, 0 \leq \sigma(x) \leq g, x = \pi(\rho), x \in X, \rho \in A\},$$

здесь  $h$  – заданная величина максимально допустимого штрафа за отклонение реализации  $y$  от плана  $x$ ,  $g$  – заданная величина максимального стимулирования за «напряженность» плана  $x$ ,  $\pi(\cdot)$  – непрерывные функции.

### 3. Оптимальные функции штрафов

Известно [2, 6], что оптимальной функцией штрафов на множестве функций, задаваемых условием  $0 \leq \chi(x, y) \leq h$ , является функция

$$\chi^*(x, y) = \begin{cases} h, & \text{если } y \neq x, \\ 0, & \text{если } y = x. \end{cases}$$

При этом множество согласованных планов определяется следующим образом  $P(r) = \{x \in X \mid \zeta(x, r) \leq h + \zeta(x^H, r)\}$ . Множество согласованных планов  $P(r)$  включает в себя все планы  $x$ , которые активному элементу выгодно выполнять [2]. Таким образом, центр, назначая планы из множества  $P(r)$ , некоторым образом, согласовывает свои интересы с интересами АЭ.

Если план  $x$  удовлетворяет условию согласования  $x \in P(r)$ , то  $y^* = x$ , если же  $x \notin P(r)$ , то  $y^* = x^H$ , где  $y^*$  – выбор состояния АЭ, т. е.  $y^* \in Z(x, r)$ .

Тогда функцию предпочтения АЭ можно записать в виде

$$\varphi(x, r) = \begin{cases} \sigma(x) - \zeta(x, r), & \text{если } x \in P(r), \\ \sigma(x) - \zeta(x^H, r) - h, & \text{если } x \notin P(r). \end{cases}$$

Соответственно, функцию предпочтения центра можно представить в виде

$$\Psi(x, r) = \begin{cases} \Phi(x, x, r), & \text{если } x \in P(r) \\ \Phi(x, x^H, r), & \text{если } x \notin P(r). \end{cases}$$

Заметим, что в силу предположения  $\Phi(y, y, r) \geq \Phi(x, y, r)$  имеет место  $\Phi(x^H, x^H, r) \geq \Phi(x, x^H, r)$ . Но так как  $x^H \in P(r)$ , то выбором плана  $x = x^H$  всегда можно обеспечить выбор активным элементом состояния  $y^* = x^H$ , т. е. функцию предпочтения центра достаточно рассматривать в области определения  $x \in P(r)$ , а следовательно достаточно рассматривать только те процедуры планирования  $\pi(\cdot)$ , значение которых принадлежит множеству  $P(r)$ .

При сделанных предположениях о функции затрат АЭ справедливо следующее

*Утверждение 1.* Множество  $P(r)$  имеет вид  $P(r) = [x^H, x^P(r)]$ , где  $x^P(r)$  – неубывающая непрерывная функция, дифференцируемая при всех значениях  $r \in (r^H, r^B)$ , кроме, быть может, одного.

*Доказательство утверждения 1 приведено в приложении.*

#### 4. Оптимальные процедуры планирования

Известно [3], что оптимальная процедура планирования содержится в множестве *процедур открытого управления*.

По определению [3] процедура открытого управления  $\pi^{OY}(\cdot)$  задается условием «совершенного согласования»:

$$(2) \quad \forall \rho \in A: \varphi(\pi^{OY}(\rho), \rho) = \max_{x \in X_c} \varphi(x, \rho),$$

где  $X_c$  – устанавливаемое центром замкнутое подмножество множества  $X$ , не зависящее от сообщаемой АЭ оценки  $\rho$ .

В [3] доказано, что процедура открытого управления стимулирует АЭ сообщать достоверную информацию  $\rho = r$ , так как  $\forall \rho, r \in A: \varphi(\pi^{OY}(\rho), r) \leq \varphi(\pi^{OY}(r), r)$ .

Отсюда следует, что для процедур открытого управления функция предпочтения центра имеет вид  $\Psi(\pi^{OY}(r), r)$ .

Из этого свойства, а также из (1), вытекает

*Утверждение 2.* Для процедуры открытого управления, критерий эффективности (1) имеет вид

$$K(\mu) = \min_{r \in A} [\Phi(\pi^{OY}(r), \pi^{OY}(r), r) / \Psi_6(r)].$$

Отметим, что из принятых выше предположений о свойствах функции затрат АЭ следует

*Утверждение 3.* Процедура открытого управления  $\pi^{OY}(\rho)$  представляет собой неубывающую функцию, принимающую значения в множестве согласованных планов  $P(\rho)$ .

*Доказательство утверждения 3 приведено в приложении.*

Отсюда следует, что оптимальную процедуру планирования достаточно искать на множестве неубывающих функций.

## 5. Синтез оптимального механизма

Зафиксируем некоторое значение  $\gamma$  показателя эффективности механизма  $\mu$ . Введем в рассмотрение множество  $L_\gamma$  всех неубывающих непрерывных функций  $\pi_\gamma(\cdot)$  таких, что

$$\forall r \in A, x = \pi_\gamma(r) \in X : \Psi(x, r) \geq \gamma \Psi_g(r),$$

и множество  $Q_\gamma$  неубывающих непрерывных функций при выполнении также условия согласования  $x \in P(r)$ , т. е.

$$\forall r \in A, x = \pi_\gamma(r) \in P(r) : \Phi(x, x, r) \geq \gamma \Psi_g(r).$$

Справедливо следующее утверждение.

*Утверждение 4.* Предположим, что функция  $\Phi(x, x, r)$  непрерывна и строго квазивогнута по  $x$ , и пусть  $\gamma$  таково, что неравенство  $\Phi(x, x, r) \geq \gamma \Psi_g(r)$  разрешимо в множестве  $X$   $\forall r \in A$ , тогда множество всех точек  $(x, r)$ , удовлетворяющих этому неравенству, можно представить в виде  $\{(x, r) \mid q_1(\gamma, r) \leq x \leq q_2(\gamma, r), r \in A, x \in X\}$ , где  $q_1(\gamma, r)$  и  $q_2(\gamma, r)$  – непрерывные функции.

*Доказательство утверждения 4* приведено в приложении.

Рассмотрим функции

$$\bar{q}_1(\gamma, r) = \max_{r'' \leq p \leq r} q_1(\gamma, p), \quad \underline{q}_2(\gamma, r) = \min_{r \leq p \leq r''} q_2(\gamma, p),$$

где  $q_2^P(\gamma, p) = \min\{q_2(\gamma, p), x^P(p)\}$ .

Очевидно, что  $\bar{q}_1(\gamma, r)$  и  $\underline{q}_2(\gamma, r)$  – неубывающие непрерывные функции.

Справедливо также следующее

*Утверждение 5.* Если  $Q_\gamma \neq \emptyset$ , то

$$1) \bar{q}_1(\gamma, r) \leq \underline{q}_2(\gamma, r) \text{ при всех } r \in A,$$

$$2) Q_\gamma = N_\gamma, \text{ где}$$

$$N_\gamma = \{x(r) \mid \bar{q}_1(\gamma, r) \leq x(r) \leq \underline{q}_2(\gamma, r), x(r) \in Q_\gamma, r \in A\}.$$

Доказательство утверждения 5 приведено в приложении

Заметим, что  $N_{\gamma_1} \subseteq N_{\gamma_2}$ , если  $\gamma_1 > \gamma_2$ . Пусть  $\gamma$  такое, что  $N_\gamma \neq \emptyset$ . Обозначим  $\alpha = \underline{q}_2(\gamma, r^h)$ . Рассмотрим процедуру планирования

$$\pi_\gamma^*(r) = \begin{cases} \alpha, & \text{если } r^h \leq r \leq \beta \\ \underline{q}_1(\gamma, r), & \text{если } \beta < r \leq r^B \end{cases},$$

где  $\beta = r^B$ , если  $\alpha \geq \bar{q}_1(\gamma, r^B)$ , либо  $\beta$  определяется как решение уравнения  $\bar{q}_1(\gamma, \beta) = \alpha$ , если  $\alpha < \bar{q}_1(\gamma, r^B)$ .

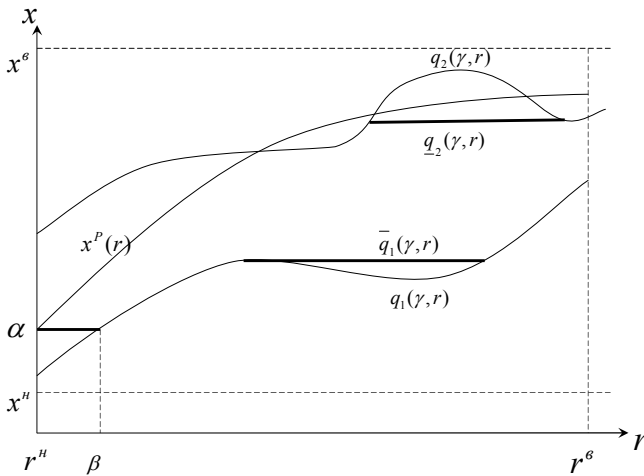


Рис. 1. Структура оптимальной процедуры планирования

Заметим, что по построению  $\pi_\gamma^*(r)$  является неубывающей непрерывной функцией и ее график является связным множеством. Отсюда следует, что существует функция  $\tilde{r}_\gamma^*(x)$ , обратная к  $\pi_\gamma^*(r)$ , определенная на множестве допустимых планов  $X$  за



исключением, быть может, счетного числа точек, при этом  $\tilde{r}_\gamma^*(x)$  является неубывающей.

*Теорема.* Оптимальный механизм функционирования  $\mu^*$  определяется следующими выражениями

$$\begin{aligned}
 K(\mu^*) &= \gamma^*, \\
 (3) \quad x &= \pi_{\gamma^*}^*(r) = \begin{cases} \alpha, & \text{если } r^h \leq r \leq \beta, \\ \bar{q}_1(\gamma^*, r), & \text{если } \beta < r \leq r^e, \end{cases} \\
 \chi^*(x, y) &= \begin{cases} h, & \text{если } y \neq x, \\ 0, & \text{если } y = x, \end{cases} \\
 \sigma^*(x) &= \begin{cases} 0 & \text{при } x^h \leq x \leq \alpha, \\ \int_{\alpha}^x \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma^*(t)) dt & \text{при } \alpha < x \leq \pi_{\gamma^*}^*(r^e), \\ \bar{g} & \text{при } \pi_{\gamma^*}^*(r^e) < x \leq x^e. \end{cases}
 \end{aligned}$$

При этом показатель эффективности оптимального механизма функционирования  $\gamma^*$  удовлетворяет условию  $\gamma^* = \max \{ \gamma \mid Q_\gamma \neq \emptyset \}$ , откуда, в частности, следует требование выполнения неравенства  $\alpha \geq \bar{q}_1(\gamma^*, r^h)$ , а величина  $\bar{g}$  должна удовлетворять условию

$$\bar{g} = \int_{\alpha}^{\pi_{\gamma^*}^*(r^e)} \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma^*(t)) dt \leq g.$$

*Примечание.* В математических выражениях в формулировке теоремы  $\zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma^*(t))$  обозначает частную производную по первой переменной функции затрат АЭ.

*Доказательство теоремы приведено в приложении.*

Из доказательства теоремы также получаем два следствия.

*Следствие 1.*  $\sigma^*(x)$  – неубывающая непрерывная функция.

*Следствие 2.* Величина  $K(\mu^*) = \gamma^*$  не убывает с ростом  $g$ .

Заметим, что в некоторых приложениях, в случае использования дополнительного поощрения перевыполнения плана, более естественно в качестве функции штрафов использовать

функцию  $\chi^*(x, y) = \begin{cases} h, & \text{если } y < x, \\ 0, & \text{если } y \geq x; \end{cases}$  а в качестве функции

стимулирования за напряженность плана – функцию

$$\bar{\sigma}^*(x, y) = \begin{cases} \sigma^*(x), & \text{если } y \geq x, \\ 0, & \text{если } y < x. \end{cases}$$

В содержательных терминах теорема показывает, что для рассмотренной модели активной системы, как и в условиях полной информированности центра, выполнение планов обеспечивается применением максимальных штрафов, а процедура планирования конструируется таким образом, чтобы наиболее «экономично» использовался фонд стимулирования для обеспечения «выгодности» назначаемых планов.

В [6, 7] задача синтеза оптимальной стратегии первого игрока (центра) решена для случая, когда целевая функция центра не зависит от значения неизвестного параметра  $r$ , но в гораздо более слабых предположениях о свойствах целевых функций игроков (центра и АЭ), а именно, в этих работах предполагалась только непрерывность целевых функций игроков. Полученное в [6, 7] при таких слабых предположениях решение задачи выглядит достаточно громоздким и сведено к решению серии задач поиска экстремумов целевых функций игроков на специально построенных множествах, которые могут иметь очень сложную структуру.

Использование в настоящей статье ряда предположений о свойствах целевой функции АЭ: разделение целевой функции на систему стимулирования и функцию затрат, предположение о свойствах первых и вторых производных функции затрат АЭ, позволило доказать монотонность решений (утверждения 1 и 3). Эти свойства решений позволили найти в достаточно конструктивном виде решение задачи синтеза оптимального механизма функционирования для рассмотренной модели активной системы.

## 6. Заключение

Обратим внимание на структуру полученного оптимального механизма функционирования. При малых значениях параметра  $r$ , а именно, при  $r^H \leq r \leq \beta$ , устанавливается независимо от  $r$  фиксированный план  $x = \alpha$  (центр является «диктатором»), при  $\beta < r \leq r^B$  устанавливается «выгодный» для АЭ план («диктатором» является АЭ).

Для обеспечения выполнения плана применяется функция штрафов, где величину  $h$  можно интерпретировать как «степень централизации» механизма. Поощрение  $\sigma^*(x)$  имеет следующую структуру. При  $x^H \leq x \leq \alpha$ , а по сути, при  $x = \alpha$ ,  $\sigma^*(x) = 0$ , т. е. действуют только штрафы (действует централизованное управление). При  $x > \alpha$  начинает действовать составляющая функции поощрения, которую можно интерпретировать как согласование интересов АЭ и центра. Поэтому величину  $g$ , определяющую возможности согласования, можно рассматривать как степень согласованности интересов (действует принцип согласования целевых функций). И, наконец, величину неопределенности  $|r^B - r^H|$  можно рассматривать как степень неопределенности.

Таким образом, для конкретных моделей активных систем можно исследовать и, при возможности, выбирать соотношение таких показателей, как степень централизации, степень согласования интересов и степень неопределенности.

## Приложение

*Доказательство утверждения 1.*  $P(r) \neq \phi$ , так как  $x^H \in P(r)$  при  $r \in A$ . Заметим, что  $P(r)$  выпукло. Это следует из выпуклости функции затрат  $\zeta(x, r)$  по  $x$  на  $[x^H, x^B]$ .

Зафиксируем произвольную точку  $r_0 \in (r^H, r^B)$ .

Если  $\zeta(x^B, r_0) \leq h + \zeta(x^H, r_0)$ , то в силу теоремы о промежуточном значении существует точка  $x_0 \in (x^H, x^B)$  для которой  $\zeta(x_0, r_0) - h - \zeta(x^H, r_0) = 0$ .

Положим  $v(x) = \zeta(x, r_0) - h - \zeta(x^H, r_0) = 0$ .

Производная  $\frac{\partial}{\partial x}v(x_0, r_0) = \zeta'_x(x_0, r_0) > 0$ . Так как эта производная отлична от нуля, то в силу теоремы о неявной функции в некоторой окрестности точки  $r_0$  определена непрерывная функция  $u$ , такая, что  $v(u(r), r) = 0$ . Эта функция дифференцируема при  $r = r_0$ , и ее производная равна

$$u'(r_0) = -\frac{\partial v}{\partial r}(x_0, r_0) / \frac{\partial v}{\partial x}(x_0, r_0) > 0.$$

В силу непрерывности, в некоторой, быть может, меньшей окрестности точки  $r_0$  выполняется неравенство  $u(r) < r^B$ , и поэтому в этой окрестности  $x^P(r) = u(r)$  (в силу неравенства  $\zeta'_x(x, r) > 0$ ). Отсюда следует дифференцируемость и монотонность функции  $x^P(r)$  в точке  $r = r_0$ .

В частности отсюда следует также то, что существует не более одной точки  $r^* \in (r^H, r^B)$  для которой  $\zeta(x_0, r^*) - h - \zeta(x^H, r^*) = 0$ . Если такой точки не существует, то утверждение, очевидно, справедливо. Если же такая точка существует, то  $x^P(r) = u(r)$  при  $r < r^*$ , а для таких точек утверждение уже доказано; при  $r > r^*$  имеем  $x^P(r) = r^B$  и функция  $x^P(r)$  имеет нулевую производную. В точке  $r^*$  функция  $x^P(r)$  может быть негладкой. Утверждение доказано.

*Доказательство утверждения 3.*  $\pi^{OV}(\rho)$  является неубывающей, если из  $\rho_1 < \rho_2$  следует

$\pi^{OV}(\rho_1) \leq \pi^{OV}(\rho_2)$ . Предположим противное, т. е.  $\pi^{OV}(\rho_1) > \pi^{OV}(\rho_2)$ . В соответствии с условием «совершенного согласования» запишем следующие неравенства:

$$\begin{aligned} \varphi(\pi^{OV}(\rho_1), \rho_1) &\geq \varphi(\pi^{OV}(\rho_2), \rho_1), \\ \varphi(\pi^{OV}(\rho_2), \rho_2) &\geq \varphi(\pi^{OV}(\rho_1), \rho_1). \end{aligned}$$

Так как рассматриваются процедуры планирования из множества  $P(\rho)$ , то условия «совершенного согласования» можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \sigma(\pi^{OV}(\rho_1) - \zeta(\pi^{OV}(\rho_1), \rho_1)) &\geq \sigma(\pi^{OV}(\rho_2) - \zeta(\pi^{OV}(\rho_2), \rho_1)), \\ \sigma(\pi^{OV}(\rho_2) - \zeta(\pi^{OV}(\rho_2), \rho_2)) &\geq \sigma(\pi^{OV}(\rho_1) - \zeta(\pi^{OV}(\rho_1), \rho_2)). \end{aligned}$$

Сложив эти неравенства, получим

$$\zeta(x_1, \rho_1) - \zeta(x_1, \rho_2) \leq \zeta(x_2, \rho_1) - \zeta(x_2, \rho_2).$$

Здесь  $x_1 = \pi^{OV}(\rho_1)$ ,  $x_2 = \pi^{OV}(\rho_2)$ .

Из полученного неравенства следует  $\zeta'_r(x_1, \rho) \geq \zeta'_r(x_2, \rho)$

при некотором значении  $\rho \in [\rho_1, \rho_2]$ . Но это противоречит при  $x_1 > x_2$  предполагаемому свойству функции затрат  $\zeta''_{xr}(x, r) < 0$ . Таким образом доказано, что  $\pi^{OV}(\rho)$  является неубывающей функцией.

*Доказательство утверждения 4.*

Пусть  $\gamma_n = \min_{r \in A} \Phi(x^n, x^n, r) / \max_{r \in A} \Psi_\epsilon(r)$ .

Очевидно, что  $\Phi(x^n, x^n, r) \geq \gamma_n \Psi_\epsilon(r)$ , следовательно, существует такое число  $\gamma = \gamma_n$ , при котором

$$x^n \in l_{\gamma_n}(r) = \{x \in X \mid \Phi(x, x, r) \geq \gamma_n \Psi_\epsilon(r)\} \neq \emptyset \text{ при } \forall r \in A.$$

Заметим также, что если имеются два значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ ,  $\gamma_1 < \gamma_2$ , такие, что  $l_{\gamma_1}(r) \neq \emptyset$ ,  $l_{\gamma_2}(r) \neq \emptyset$ , то  $l_{\gamma_2}(r) \subseteq l_{\gamma_1}(r)$ .

Итак, пусть задано некоторое число  $\gamma$ , при котором неравенство  $\Phi(x, x, r) \geq \gamma \Psi_\epsilon(r)$  разрешимо в множестве  $X$  при  $\forall r \in A$ .

Выберем произвольное  $r_0 \in A$ . Из квазивогнутости и непрерывности функции  $\Phi(x, x, r_0)$  вытекает выпуклость и замкнутость множества  $l_\gamma(r_0) = \{x \in X \mid \Phi(x, x, r_0) \geq \gamma \Psi_\epsilon(r_0)\}$ , следовательно, множество  $l_\gamma(r_0)$  можно представить в виде отрезка  $q_1(\gamma, r_0) \leq x \leq q_2(\gamma, r_0)$ .

В силу строгой квазивогнутости функции  $\Phi(x, x, r)$  на отрезке  $x \in X = [x^n, x^\epsilon]$  величины  $q_1(\gamma, r_0)$  и  $q_2(\gamma, r_0)$  однозначны и в силу непрерывности функций  $\Phi(x, x, r)$  и  $\Psi_\epsilon(r)$  неравенство  $\Phi(q_1(\gamma, r), q_1(\gamma, r), r) \geq \gamma \Psi_\epsilon(r)$  выполняется для всех  $r$  достаточно близких к  $r_0$ . Поэтому существуют  $r_1 < r_0$  и  $r_2 > r_0$  такие, что на отрезке  $[r_1, r_2]$  условия  $\Phi(q_1(\gamma, r), q_1(\gamma, r), r) \geq \gamma \Psi_\epsilon(r)$  определяют однозначную функцию  $q_1(\gamma, r)$ . В силу непрерывности функций  $\Phi(x, x, r)$  и  $\Psi_\epsilon(r)$  график этой функции замкнут. Тогда, в силу леммы о замкнутом графике функция  $q_1(\gamma, r)$  непрерывна на

$[r_1, r_2]$ . Поскольку точка  $r_0$  выбиралась произвольно, функция  $q_1(\gamma, r)$  непрерывна на всей области определения,  $r \in A$ . Непрерывность функции  $q_2(\gamma, r)$  доказывается аналогично.

*Доказательство утверждения 5.* Согласно утверждению 4 множество  $Q_\gamma$  представляет собой множество неубывающих функций  $\pi(r)$ , удовлетворяющих условию

$$\forall r \in A, \quad x = \pi(r) \in P(r) : q_1(\gamma, r) \leq \pi(r) \leq q_2(\gamma, r).$$

Требуется доказать, что  $Q_\gamma = N_\gamma$ , то есть для всех  $\pi(r) \in Q_\gamma$  выполняется  $\bar{q}_1(\gamma, r) \leq \pi(r) \leq \underline{q}_2(\gamma, r)$ . Предположим противное, т. е.  $\exists r' \in A$  такое, что  $\bar{q}_1(\gamma, r') > \pi(r')$ . По определению функции  $\bar{q}_1(\gamma, r')$ , либо  $\bar{q}_1(\gamma, r') = q_1(\gamma, r')$ , либо существует точка  $r''$  такая, что  $r'' < r'$  и  $\bar{q}_1(\gamma, r') = q_1(\gamma, r'')$ . В первом случае из  $\bar{q}_1(\gamma, r') > \pi(r')$  следует  $q_1(\gamma, r') > \pi(r')$ , что противоречит принадлежности закона управления  $\pi(r')$  множеству  $Q_\gamma$ , а именно, выполнению условия  $q_1(\gamma, r') \leq \pi(r') \leq q_2(\gamma, r')$ .

Во втором случае из того, что  $\pi(r) \in Q_\gamma$ , следует  $\pi(r'') \geq q_1(\gamma, r'') = \bar{q}_1(\gamma, r')$ , но по предположению  $\bar{q}_1(\gamma, r') > \pi(r')$  получаем  $\pi(r'') > \pi(r')$  при  $r'' < r'$ , что противоречит предположению о неубывании функций  $\pi(r)$  из множества  $Q_\gamma$ . Таким образом, доказано, что  $\bar{q}_1(\gamma, r) \leq \pi(r)$ . Аналогично доказывается  $\pi(r) \leq \underline{q}_2(\gamma, r)$ . Отсюда следует справедливость пункта 2) утверждения, из которого следует также справедливость пункта 1) утверждения.

*Доказательство теоремы.* Зафиксируем некоторое значение  $\gamma$ , при котором множество  $N_\gamma \neq \emptyset$ . Рассмотрим некоторую произвольную процедуру планирования  $\pi_\gamma(\cdot) \in N_\gamma$ . Заметим, что  $\pi_\gamma(\cdot)$  – неубывающая непрерывная функция, принимающая значения в множестве  $X_c = [\pi_\gamma(r^a), \pi_\gamma(r^b)]$ .

Поставим сначала задачу нахождения функции поощрения  $\sigma(x)$  такой, чтобы рассматриваемая процедура планирования  $\pi_\gamma(\cdot)$  являлась процедурой открытого управления, т. е. удовлетворяла условию совершенного согласования (2), или  $\forall \rho \in A: \varphi(\pi_\gamma(\rho), \rho) = \max_{x \in X_c} \varphi(x, \rho)$ .

Запишем необходимые условия экстремума функции предпочтения  $\varphi(x, r) = \sigma(x) - \zeta(x, r)$ , в приведенном выше условии совершенного согласования.

Эти условия в предположении о существовании субдифференциала  $\partial\sigma(x)$  имеют вид

$$(4) \quad \forall \rho \in A, x \in X_c: \zeta'_x(x, \rho) \in \partial\sigma(x).$$

Рассмотрим функцию

$$\tilde{\sigma}(x) = \begin{cases} C, & \text{при } x \leq \pi_\gamma(r^H), \\ C + \int_{\pi_\gamma(r^H)}^x \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) dt, & \text{при } \pi_\gamma(r^H) < x \leq \pi_\gamma^*(r^G), \\ C + \int_{\pi_\gamma(r^H)}^{\pi(r^G)} \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) dt, & \text{при } x \geq \pi_\gamma(r^G), \end{cases}$$

где  $\tilde{r}_\gamma(x)$  – функция, обратная  $\pi_\gamma(\rho)$ ,  $C$  – произвольная константа.

Заметим также, из того, что  $\zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) > 0$ , следует, что  $\tilde{\sigma}(x)$  – неубывающая непрерывная функция.

Рассмотрим точки области определения этой функции, в которых субдифференциал не определен. Это точки, в которых функция стимулирования  $\tilde{\sigma}(x)$  недифференцируема в обычном смысле и локально невогнута. Покажем, что в этих точках не может выполняться условие совершенного согласования (2). Рассмотрим малую окрестность  $(\hat{x} - \delta, \hat{x} + \delta)$ , где  $\delta$  – достаточ-

но малое положительное число, в которой функция  $\tilde{\sigma}(x)$  строго локально невогнута. Рассмотрим два случая. В первом случае пусть  $\sigma(\hat{x} + \delta) - \sigma(\hat{x}) > \zeta(\hat{x} + \delta, \rho) - \zeta(\hat{x})$ . Отсюда получаем  $\varphi(\hat{x} + \delta, \rho) > \varphi(\hat{x}, \rho)$ , т. е. в точке  $\hat{x}$  условие совершенного согласования не выполняется. Во втором случае, когда  $\sigma(\hat{x} + \delta) - \sigma(\hat{x}) \leq \zeta(\hat{x} + \delta, \rho) - \zeta(\hat{x})$ , из условия строгой локальной невогнутости функции  $\tilde{\sigma}(x)$  в окрестности точки  $\hat{x}$  следует  $\sigma(\hat{x}) - \sigma(\hat{x} - \delta) < \sigma(\hat{x} + \delta) - \sigma(\hat{x})$ . Но тогда существует достаточно малое число  $\delta > 0$ , при котором  $\sigma(\hat{x}) - \sigma(\hat{x} - \delta) < -\zeta(\hat{x} - \delta, \rho) + \zeta(\hat{x}, \rho)$ , следовательно  $\sigma(\hat{x}) - \zeta(\hat{x}, \rho) < \sigma(\hat{x} - \delta) - \zeta(\hat{x} - \delta, \rho)$ , т. е.  $\varphi(\hat{x} - \delta, \rho) > \varphi(\hat{x}, \rho)$ .

Таким образом, во втором случае условия совершенного согласования также не выполняются.

Следовательно, в точке  $\hat{x}$  условия совершенного согласования не соблюдаются, и ее можно исключить из рассмотрения.

Подставляя функцию  $\tilde{\sigma}(x)$  в (4), получаем справедливость необходимых условий для выполнения соотношения (2) совершенного согласования для  $x = \pi_\gamma(\rho)$

Поскольку искомая функция поощрения должна удовлетворять условию  $0 \leq \tilde{\sigma}(x) \leq g$ , константу  $C$  следует выбрать равной нулю,  $C = 0$ .

Рассмотрим функцию  $\pi_\gamma^*(r)$ , определяемую выражением (3).

Обозначим через  $\tilde{r}_\gamma^*(t)$  – функцию, обратную к  $\pi_\gamma^*(r)$ .

Рассмотрим разность

$$\begin{aligned} \Delta_\gamma &= \tilde{\sigma}(\pi_\gamma(r^e)) - \tilde{\sigma}(\pi_\gamma^*(r^e)) = \\ &= \int_{\pi_\gamma(r^e)}^{\pi_\gamma(r^e)} \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) dt - \int_{\pi_\gamma^*(r^e)}^{\pi_\gamma^*(r^e)} \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma^*(t)) dt = I_1 + \Delta^1 + I_2. \end{aligned}$$

Здесь



$$I_1 = \int_{\pi_\gamma(r^h)}^{\pi_\gamma^*(r^h)} \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) dt,$$

$$\Delta^1 = \int_{\pi_\gamma^*(r^h)}^{\pi_\gamma^*(r^g)} [\zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) - \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma^*(t))] dt,$$

$$I_2 = \int_{\pi_\gamma^*(r^g)}^{\pi_\gamma(r^g)} \zeta'_t(t, \tilde{r}_\gamma(t)) dt.$$

Из  $\pi_\gamma(r^h) \leq \pi_\gamma^*(r^h) = \alpha$  и  $\pi_\gamma^*(r^g) = \bar{q}_1(\gamma, r^g) \leq \pi_\gamma(r^g)$  следует  $I_1 \geq 0$ ,  $I_2 \geq 0$ .

Рассмотрим величину  $\Delta^1$ . Так как  $\pi_\gamma(r^h) \leq \pi_\gamma^*(r^h)$  и  $\pi_\gamma(r^g) \geq \pi_\gamma^*(r^g)$ , а также в силу того что функции  $\pi_\gamma(r)$  и  $\pi_\gamma^*(r)$  непрерывные и неубывающие, существует точка  $r' \in [r^h, r^g]$ , для которой  $\pi_\gamma(r) \leq \pi_\gamma^*(r')$  при всех  $r < r'$  и  $\pi_\gamma(r) \geq \pi_\gamma^*(r')$  при всех  $r > r'$ . Отсюда следует, что  $\tilde{r}_\gamma(t) \leq \tilde{r}_\gamma^*(t)$  для всех  $t \in [\pi_\gamma^*(r^h), \pi_\gamma^*(r^g)]$ . Докажем этот факт от противного, то есть предположим, что существует  $x \in [\pi_\gamma^*(r^h), \pi_\gamma^*(r^g)]$  такое, что  $\tilde{r}_\gamma(x) > \tilde{r}_\gamma^*(x)$ . Заметим, что  $x = \pi_\gamma(\tilde{r}_\gamma(x))$  и  $x = \pi_\gamma^*(\tilde{r}_\gamma^*(x))$ . В силу  $r' < \tilde{r}_\gamma(x)$  и определения точки  $r'$  имеем  $\pi(\tilde{r}_\gamma(x)) > \pi^*(\tilde{r}_\gamma(x))$ . Следовательно,  $\pi_\gamma^*(\tilde{r}_\gamma^*(x)) > \pi^*(\tilde{r}_\gamma(x))$ , где  $\tilde{r}_\gamma(x) > \tilde{r}_\gamma^*(x)$  по предположению. Полученное неравенство противоречит монотонности функции  $\pi^*(r)$ . Таким образом, доказано, что  $\tilde{r}_\gamma(t) \leq \tilde{r}_\gamma^*(t)$ . Отсюда и из того, что  $\zeta''_{xr}(x, r) < 0$ , следует, что  $\Delta^1 \geq 0$ . Отсюда получаем  $\Delta_\gamma \geq 0$ . Следовательно,

$$\tilde{\sigma}(\pi_\gamma(r^g)) \geq \tilde{\sigma}(\pi_\gamma^*(r^g)).$$

Из того, что  $N_{\gamma_1} \subseteq N_{\gamma_2}$  для  $\gamma_1 > \gamma_2$ , следует, что  $\bar{\sigma}(\pi_{\gamma_1}(r^6)) \geq \bar{\sigma}(\pi_{\gamma_2}^*(r^6))$ . Увеличивая  $\gamma$  до некоторого значения  $\gamma^*$ , получим либо  $N_{\gamma^*} = \phi$ , либо  $\bar{\sigma}(\pi_{\gamma^*}^*(r^6)) = \bar{g}$ .

В случае  $N_{\gamma^*} = \phi$  максимальное значение функции поощрения будет равно  $\bar{\sigma}(\pi_{\gamma^*}^*(r^6)) = \bar{g}$ .

Теорема доказана.

### Литература

1. БУРКОВ В. Н. *Основы математической теории активных систем*. – М.: Наука, 1977. – 256 с.
2. БУРКОВ В. Н., ЕНАЛЕЕВ А. К. *Оптимальность принципа открытого управления. Необходимые и достаточные условия достоверности информации в активных системах* // Автоматика и телемеханика. – 1985. – №3. – С. 73–80.
3. БУРКОВ В. Н., ЕНАЛЕЕВ А. К., ЛАВРОВ Ю. Г. *Синтез оптимальных механизмов планирования и стимулирования в активной системе* // Автоматика и телемеханика. – 1992. – №10. – С. 113–120.
4. БУРКОВ В. Н., КОНДРАТЬЕВ В. В. *Механизмы функционирования организационных систем*. – М.: Наука. 1981. – 384 с.
5. ГЕРМЕЙЕР Ю. Б. *Игры с противоположными интересами*. – М.: Наука, 1978. – 327 с.
6. ГОРЕЛИК В. А., КОНОНЕНКО А. Ф. *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах*. – М.: Радио и связь, 1982.
7. КОНОНЕНКО А. Ф. *Роль информации о функции цели противника в играх двух лиц с фиксированной последовательностью ходов* // ЖВМиМФ. – 1973. – №2. – С. 311–317.
8. MAS-COLLEL A., WHINSTON M. D. GREEN J. R. *Microeconomic theory*. – N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995.

## OPTIMAL MECHANISM FOR AN ACTIVE SYSTEM WITH COMMUNICATION

**Anver Enaleev**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., chief research officer (*anver.en@gmail.com*).

*Abstract: For an active system consisting of a principal and a single agent where the principal has incomplete information about the cost function of the agent the optimal mechanism is developed. Optimal mechanism includes both planning and incentive schemes. Incentive scheme consists of two components: a reward for plan execution, and a reward for plan tightness.*

Keywords: open control principle, information reliability, plan execution, coordination of interests.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В. Н. Бурковым*

УДК 002.53+004.65+004.62/.63+338.2

ББК 32.816, 65.05.0.2

## **УПРАВЛЕНИЕ ИННОВАЦИОННЫМИ ПРОЕКТАМИ НА ОСНОВЕ СОСТАВНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО КРИТЕРИЯ**

**Мыльников Л. А.<sup>1</sup>**

*(Пермский государственный технический университет,  
Пермь)*

*Рассматривается подход к управлению инновационными проектами, основанный на комплексной оценке проекта. Набор применяемых методов и методик может быть уникальным для каждого проекта и зависеть только от предпочтений лица, принимающего решения, и предметной области. Целью описанного подхода является управление развитием инновационного проекта путем выработки различных управленческих решений и, как следствие, выбор наилучшего решения в ходе практической реализации. Особенностью управления проектами является ограниченность ресурсов и возможных решений. Описанный подход позволяет достичь положительной устойчивой динамики развития при управлении отдельными проектами или группами проектов с выявлением неудачных решений и проектов на самых ранних стадиях, что позволяет экономить ресурсы и сосредоточить их на наиболее перспективных инновациях.*

Ключевые слова: инновационный проект, управление, принятие решения, алгоритм, анализ, оптимизация.

---

<sup>1</sup> Леонид Александрович Мыльников, кандидат технических наук, доцент каф. МСА ([leonid@pstu.ru](mailto:leonid@pstu.ru)).

## **1. Введение**

Экономика передовых стран основывается на знаниях, научных достижениях, передовых технологиях. Традиционные источники экономического роста – новые сырьевые ресурсы, неосвоенные территории, дешевая рабочая сила и т.д. – практически исчерпаны. В условиях глобальной экономики капитал мобилен, технологии распространяются быстро, товары производятся в странах с низкими издержками и поставляются на рынки развитых стран. В этих условиях основным источником конкурентных преимуществ и развития являются инновации во всех сферах [5]. Поэтому проблема поддержки принятия решений при управлении инновационными проектами является чрезвычайно актуальной.

Поиск проектов, способных принести значительную финансовую отдачу, усилился в связи со сложившейся экономической ситуацией. Многие фонды, выделяющие средства на развитие бизнеса, активизировали свою деятельность. Еще до начала финансового кризиса Россия жила в ожидании нового скачка развития – инновационного. Правительство декларировало своей задачей переход на инновационный путь развития. На самом деле, для того чтобы инновации стали регулярным продуктом деятельности, нужно уметь находить те «зёрна», которые могут вырасти в инновации. Необходимо оценивать их потенциал и способы развития, предсказывать появление инноваций, искать факторы, сдерживающие инновационный путь развития, прежде всего, анализируя материальные и людские ресурсы, финансовые возможности, научные заделы и их аналоги, существующие объекты интеллектуальной собственности, инфраструктуру и географическое расположение. Также нужно выявлять принципиально новые и перспективные проекты на основе анализа рынков сбыта, искать перспективные авторские коллективы, основываясь на принципе их сбалансированности по профессионализму; хранить, анализировать и изучать информацию об имеющихся инновационных, научно-исследовательских и технических разработках, помогать выби-

рать, ранжировать и генерировать критерии для оценки инновационной деятельности [26].

Для решения перечисленных задач и перехода от деклараций к практической работе необходимы, прежде всего, объективные методы изучения инновационных процессов. В связи с этим решение проблемы управления инновационными проектами путем и реализации системы поддержки принятия решений на их основе имеет особую значимость.

## **2. Цели и задачи**

Решение указанной проблемы основано на анализе важнейших свойств изучаемого процесса. Выбранный метод должен позволить решить актуальную задачу повышения эффективности принимаемых при управлении решений за счет создания и использования математической модели и ее элементов. В научно-технической литературе, описывающей инновационные программы и процессы, выделяется несколько этапов и описываются функции, которые необходимо выполнить управленцу на этих этапах. Общей чертой всех этапов является обоснование принимаемых решений, проведение экспертизы и конкурсный отбор инициативных предложений [26].

Однако инновационные проекты, как правило, затрагивают множество различных сфер, которые изучаются в отдельности (технические, технологические, организационные, экономические, управления знаниями) и используют разные механизмы управления, свойственные для каждой из этих систем.

Сложность сочетания этих систем связана не только с тем, что в каждой из них приняты свои подходы, но и с тем, что в каждой из этих систем существуют различные способы представления результатов и промежуточных данных. Это усложняет задачу разработки системной модели инновационного проекта в формальной постановке, на которой возможно было бы применение точных методов поиска решений.

Из-за приведенной выше сложности развитие теории и практики управления инновациями пошло путем решения локальных задач. Детализация задач привела к множеству методов

и подходов, решающих небольшие специфические задачи. По причине сложности управления инновациями как единой системой в настоящее время речь идет о решении локальных задач управления в рамках одной из подсистем инновационного проекта, о решении задачи в рамках одного типа инновации либо о решении задачи в рамках какой-либо одной научно-технической, организационной или технологической и т.п. идеи. Таких локальных решений разработано так много (например, см. таблицу 1), что даже выбор и обоснование применения разработанных подходов и решений становится отдельной непростой задачей, однако позволяет разобраться в том, какие инновации бывают и какие дополнительные сложности возникают при выборе пути реализации новшеств.

*Таблица 1. Классификация некоторых методов, используемых при управлении инновационными проектами по применимости*

Управление финансированием	Трехуровневая модель (инвесторы–фирма–проекты) [19], модели самостоятельного финансирования (статическая модель, динамическая модель, модель конкуренции фирм на рынке инноваций) [19], модель смешанного финансирования и кредитования [3, 19], модель страхования [3], модель самокупаемости [3], противозатратная модель [3], модель согласия [18], модель льготного налогообложения [18], модель финансирования инновационных проектов [18, 19], модель распределения затрат и доходов [19].
Управление организационными проектами	Модель принятия субъектом решений, базирующихся на гипотезах рационального поведения и детерминизма (при наличии вероятностной неопределенности) [2], базовая модель организационной (активной) системы (ОС) и её расширения (модель динамической ОС, модель многоэлементной ОС, модель многоуровневой ОС, модель ОС с распределенным контролем, модель ОС с неопределенностью, модель ОС с ограничениями

	совместной деятельности, модель ОС с сообщением информации) [14, 21], модель планирования распределения корпоративных заказов, модель налогообложения и ценообразования, модель стимулирования снижения издержек.
Институциональное управление	Модель норма поведения [19], модель общих характеристик [19], модель Шапира–Стиглица [19], модель институционального управления [14, 19], рефлексивная модель [14, 19], модель «Аккордная оплата труда» [19], модель «Формирование команды» [14, 19], модель репутации фирм [19].
Управление персоналом (управление структурой и развитием персонала, управление развитием системы управления фирмы/проекта))	Базовые модели одно- и многоэлементных активных систем (АС) (в т. ч. с распределенным контролем) на основе: компенсаторной системы стимулирования, скачкообразной, пропорциональной, унифицированные пропорциональные системы стимулирования, стимулирование в многоэлементных АС с неопределенностью [2, 21], модели стимулирования с глобальными ограничениями на множества допустимых действий, модель прямых приоритетов (в т. ч. прямое распределение ресурса), модель абсолютных приоритетов, модель обратных приоритетов (распределение ресурсов пропорционально эффективности), модель внутренних цен, модель экспертизы [2], базовая модель теории контрактов [2], конкурсные модели [2].
Информационное управление	Модель «дефицита» [2], модель биполярного выбора (с использованием агентов) [12], модель рекламы товара (в данной модели информационное управление является рефлексивным) [24].
Другие модели и методы, применяемые при решении	Модель «Олигополия Курно» [19], модель рационального поведения [19], модель ограниченной рациональности [14, 19], качествен-



<p>локальных задач управления инновационными проектами</p>	<p>ное обслуживание [2], модель «Аккордная оплата труда» [2], модель «Коррупция» [2], оценка продолжительности этапа инновационного проекта; выбор организации-разработчика (мониторинг инновационного пространства); оценка технологического обеспечения (производственные мощности); оценка ресурсного обеспечения; оценка метода реализации инновации (вертикальная или горизонтальная инновация); оценка коммерческого потенциала инновации; оценка эффективности коллектива разработчиков; оценка личных и деловых качеств разработчиков; оценка вариантов финансирования инновации; оценка информационно-аналитического обеспечения продвижения инновации; маркетинговые исследования инновационного продукта; оценка патентоспособности и способа защиты научно-технического результата; выбор вида лицензии при коммерциализации инновации; выбор способа позиционирования (метода информационного сопровождения) инновации на рынке; оценка экологической эффективности инновационного проекта; выбор формы предприятия-инноватора; научно-техническая экспертиза (оценка научно-технического уровня) инновации; оценка рисков инновационно-инвестиционного проекта; анализ соответствия цели и результатов инновационного проекта стратегии инвестиционной деятельности и выбранным приоритетам; экспертиза проекта на предмет целесообразности его реализации и объема финансирования [5, 22].</p>
--	---

Специфика узких задач зависит от отрасли хозяйства, в которой появляются инновации (имеются в виду организационные инновации, инновации в области сервиса, технологические

инновации и инновации, применяемые в продуктах и влияющие на их потребительские качества и др.).

В результате специализации методов для решения задач, связанных с управлением инновационными проектами, в настоящее время существует дефицит методологических подходов к системному моделированию инновационных проектов и формализации управления ими [5, 10].

Таким образом, актуальной является задача разработки единой методологии системного моделирования без привязки к специфике инновационного проекта, позволяющей иметь уникальное «наполнение» в зависимости от специфики проекта – состава этапов и стадий, перечня оцениваемых показателей и методик их оценки, и дающей возможность автоматизировать процесс подготовки управленческих решений, а также создать программное обеспечение для автоматизации рутинных действий, адаптируемое под конкретную отрасль и проект.

Для того чтобы определить элементы задачи принятия решения, начнем построение модели с выделения основных блоков – этапов, определяющих стадии инновационного проекта (рис. 1). Содержание всего инновационного проекта и его отдельных стадий зависят от особенностей инновационного проекта и решаемой задачи управления. Стадии и фазы проекта – это конкретные периоды, во время которых проводится работа над проектом. На каждой стадии выполняется полный спектр работ, необходимый для реализации следующей стадии.

Такой подход позволит проводить оценки реализуемости инновационного проекта на каждом этапе, учитывать влияние решений, принятых на предыдущих этапах и способных оказывать нежелательное воздействие на процесс. Как уже отмечалось, на каждой фазе, стадии, по окончании этапа в целом может быть принято решение о целесообразности продолжения инновационного проекта, о путях его реализации. Появляется возможность отбраковать сомнительные проекты на ранних стадиях реализации и сконцентрировать ресурсы на более успешных проектах. Важным отличием такой проверки от так называемых опционов является возможность основываться не на оценках, имеющих вероятностный или субъективный характер [9, 28], а

на объективных сведениях, по которым лицо, принимающее решение, само оценивает возможность достижения результатов, необходимых для того, чтобы проект стал целесообразным в соответствии с выбранными методиками для оценки (см. раздел 3). Кроме того, в процессе реализации инновационного проекта на основе оценок может быть проведена корректировка проекта, изменение целей.

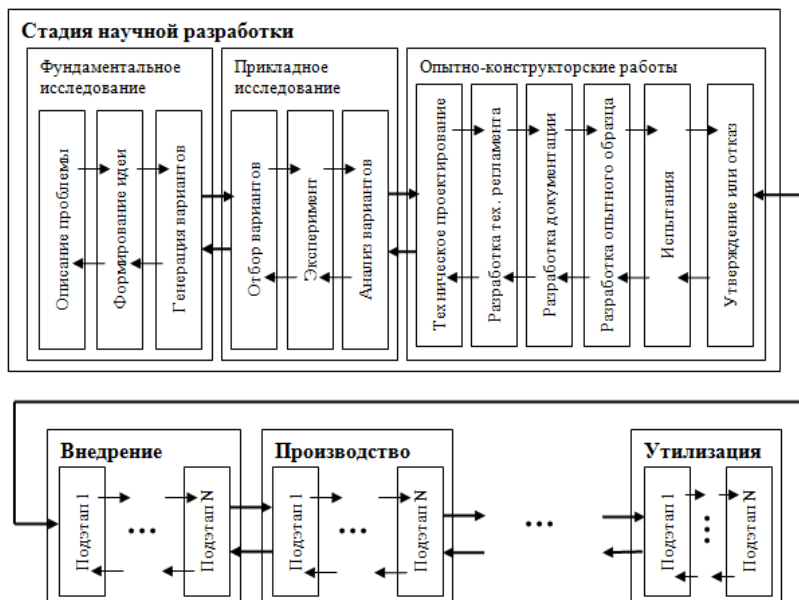


Рис. 1. Структурная схема системы принятия решений инновационного проекта

Стоит отметить, что результат, получаемый на каждой стадии, не гарантирован и не гарантирует успешного развития проекта в дальнейшем. Если же результат оказывается успешным, то он может быть использован в ряде проектов, а не только одного (например, научное открытие, полученное в результате фундаментального исследования, может быть заложено в принцип действия разных изделий и т.д.).

Разработка структурной схемы позволяет определить точки принятия решений. Таковыми являются точки выхода из фазы или стадии. В каждой точке принятия решения могут применяться различные методики, а формирование списка применяемых методик может быть начато еще до окончания предыдущей стадии или фазы исходя из знаний о специфике проекта, полученных на предыдущих стадиях, предполагаемых способах реализации, ресурсов, которые имеются или были первоначально заложены под реализацию проекта, и т.д. Такой подход позволяет начать работы по оценке и планированию следующей фазы или стадии до того, как она была окончательно завершена.

Применяться могут самые разные методы, методики и подходы к оценке параметров проекта (например, приведенные в таблице 1 и многие другие). Иерархическая структура применимости этих и других методик в зависимости от того, на какой стадии находится проект, приведена в [4]. Однако решение о том, какие методики используются в каждой точке принятия решения, определяется лицом, управляющим проектом (лицо, принимающее решение, может отобрать набор оценок для конкретного проекта и отдельного этапа, стадии, фазы инновационного проекта). При необходимости лицо, управляющее проектом, может ввести новые этапы или задачи для оценки и принятия решения.

### **3. Методология решения**

Для простоты дальнейшего описания структурную модель инновационного проекта (рис. 1) можно представить как граф (применяя формализованный аппарат парной грамматики – как композицию двух грамматик, между правилами и символами которых устанавливаются определенные соответствия [1]). Граф будет отражать не только перечень информации (показателей), но и информацию о структуре задачи. Вершинами графа будут стадии, фазы или этапы инновационного проекта, а дуги графа между этими стадиями или фазами будут являться местами принятия решений или оценки набора показателей инновационного проекта. Такое представление возможно в связи с тем, что

в отличие от сетевого графика связи между вершинами необязательно отражают отношения предшествования, а лишь выражают возможные сочетания показателей этапов проекта (в традиционной методологии сетевого планирования и управления дуги изображают работы (процессы), а вершины сетевого графа – события).

Способ поиска решения - это нахождение одного из путей, ведущих из начальной вершины графа в конечную вершину, или (при решении локальной задачи) между точками принятия решений. Алгоритм поиска на графе может выполняться всеми способами: простым и составным, что соответствует представлению о способах реализации инноваций.

Экономико-математическая модель включает формализованное описание критерия выбора, т. е. целевую функцию. На модели каждый блок детализируется на множество применяемых методик. Тогда, рассматривая инновационный проект в целом, каждому блоку можно сопоставить некое значение, являющееся результатом расчета по одной или нескольким из известных методик [22], а каждой связи - весовой коэффициент  $k_j$  (в выражении (1) – вектор коэффициентов  $[K]$ ), показывающий значимость той или иной связи в общей структуре инновационного проекта. Данные значения получаются с использованием подхода экспертного оценивания. Данный подход обладает большими возможностями по решению задач, не поддающихся решению обычным аналитическим способом. Так как каждый проект и каждая стадия являются уникальными, то применение универсального формального метода невозможно. Поэтому оценку значимости каждой методики (их ранжирование) следует доверить экспертам, обладающим опытом в областях, соответствующих решаемым задачам.

В каждой из точек принятия решений после окончания каждого этапа или стадии инновационного проекта оценивается множество показателей (так как каждая методика работает с несколькими показателями). Пусть некоторое значение  $m_{il}$  является результатом оценки  $i$ -го параметра  $l$ -ой методики. Тогда можно описать показатели методик в матричном виде:

$$(1) [M] = \left( [K][A]^T \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_1-1} c_{i1} m_{i1} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n_l-1} c_{il} m_{il} \end{bmatrix} \right)$$

где  $[A]$  – матрица инцидентности (показывает последовательность применения методик и взаимосвязь стадий и этапов инновационного проекта, см. рис. 1);  $[M]$  – вектор показателей используемых методик в точках принятия решения;  $[K]$  – вектор корректирующих коэффициентов для приведения всех методик к единому пространству измерения величин (если допустимое изменение показателей лежит в диапазоне  $[0, k]$ . Тогда значение каждого из показателей необходимо умножить на корректирующий коэффициент  $k_j$ , который, в свою очередь, может быть

вычислен по формуле:  $k_j = \frac{k_{Bj} - k_{Hj}}{k}$ , где  $k_{Bj}$  – верхняя граница

диапазона изменения параметров  $j$ -ой методики;  $k_{Hj}$  – нижняя граница диапазона изменения параметров  $j$ -ой методики);  $c_{ij}$  – весовые коэффициенты показателей внутри каждой из составляющей методик,  $j = 1, \dots, l$ ;  $m_{ij}$  – значение показателей, используемых в составляющих методиках,  $j = 1, \dots, l$ ;  $n_i$  – количество оцениваемых показателей в  $i$ -ой из составляющих методик;  $l$  – количество используемых составляющих методик.

Для того чтобы стало понятнее, как формируются данные в матрицах, рассмотрим структуру методик на примере части методики оценки личных и деловых качеств работников. В таблице 2 приведен перечень показателей и их удельный вес для нескольких групп работников, а таблице 3 – коэффициенты оценки по одному из показателей.

Приведенная в (1) формулировка модели инновационного проекта позволяет производить поиск оптимальных параметров модели. Условие оптимальности в зависимости от известных данных и применяемых методик в модели может формулироваться двумя способами: 1) минимизация отклонения парамет-

ров от желаемых значений; 2) минимизация или максимизация значения показателя методики.

Задача минимизации отклонения показателей может быть записана в виде задачи минимизации квадрата разностей:

$$k_j(h_j - M_j)^2, \quad j = \overline{1 \dots n_l},$$

где  $h_j$  – желаемое значение;  $k_j$  – элементы вектора корректирующих коэффициентов  $[K]$  (данные элементы в общем случае могут изменяться и нести тем самым дополнительную функцию, функцию корректировочных коэффициентов). Задача минимизации или максимизации показателей будет выглядеть следующим образом:

$$k_j M_j \rightarrow \text{extr}, \quad j = \overline{1 \dots n_l},$$

с учетом того, что задача на поиск максимума может быть преобразована к задаче на поиск минимума путем умножения критериальной функции на «-1».

Таблица 2. Структура оценки работников трех групп

№ пп.	Показатели	Удельный вес показателей в суммарной оценке		
		старший инженер, научный сотрудник, младший научный сотрудник	старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник	начальник сектора, лаборатории, отдела, главный научный сотрудник
1	2	3	4	5
1	Образование	15	10	10
2	Стаж	10	10	5
3	Организационный опыт	10	15	20
4	Научно-профессиональная подготовленность	15	15	15
5	Научная	25	25	20

№ пп.	Показатели	Удельный вес показателей в суммарной оценке		
		старший инженер, научный сотрудник, младший научный сотрудник	старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник	начальник сектора, лаборатории, отдела, главный научный сотрудник
	продуктивность			
6	Награды и поощрения	5	5	5
7	Способность к коллективной работе (социально-психологические качества руководителя научного коллектива)	15	15	20

Таблица 3. Коэффициенты оценки работников трех групп по образованию

№ пп.	Коэффициент	Старший инженер, научный сотрудник, младший научный сотрудник	Старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник	Начальник сектора, лаборатории, отдела, главный научный сотрудник
1	0,2	Вуз, не соответствующий профилю работы в НИИ	Вуз	Вуз
2	0,4	Вуз, соответствующий профилю работы в НИИ	Вуз и кандидатский минимум по специальности	Вуз и полный кандидатский минимум



3	0,5	Вуз и кандидатский минимум по специальности	Вуз и полный кандидатский минимум	Вуз и окончание аспирантуры без защиты диссертации
4	0,6	Вуз и полный кандидатский минимум	Вуз и окончание аспирантуры без защиты диссертации	Вуз и ученая степень кандидата наук
5	0,8	Вуз и окончание аспирантуры без диссертации	Вуз и ученая степень кандидата наук	Вуз, ученая степень кандидата наук, ученое звание
6	1,0	Вуз и ученая степень кандидата наук	Вуз, ученая степень кандидата наук, ученое звание старшего научного сотрудника	Ученая степень доктора наук

Получение модели как задачи многокритериальной оптимизации обусловлено тем, что цель не может быть адекватно представлена одним критерием. Так как о виде критериальных функций никакой информации не известно, то для дальнейшего решения многокритериальную задачу оптимизации необходимо привести к обобщенному критерию. Одним из возможных методов может быть метод линейной свертки. Разбив оценки на группы по типу критериальной функции, мы получим:

$$(2) \sum_{j=1}^{l_1} k_j (h_j - M_j)^2 + \sum_{j=l_1+1}^{l_2} k_j M_j - \sum_{j=l_2+1}^{l_3} k_j M_j \rightarrow \min,$$

где  $l_1, l_2, l_3$  – границы групп по виду критериальной функции ( $l = l_1 + l_2 + l_3$ ).

Таким образом, при управлении инновационным проектом осуществляется поиск оптимального решения из конечного числа альтернативных вариантов в каждой из точек на графе.

На выбор оптимального решения могут накладываться ограничения. Ограничения могут накладываться на показатели используемых методик  $m_{ij}$ .

Ограничения могут быть самыми разными. Например, в виде неравенств:

$$m_{ij} \geq \hat{m}_{ij},$$

$$m_{ij} \leq \tilde{m}_{ij},$$

$$\tilde{m}_{ij} \geq m_{ij} \geq \hat{m}_{ij}.$$

Ограничения при поиске оптимальных показателей  $m_{ij}$  и ограничения значений параметров могут также задаваться в виде множества (ограниченного набора, который определяется исходя из используемых методик и информации о решаемой задаче при построении обобщенного критерия методик):

$$m_{ij} \in G_{ij}; \quad j = \overline{1 \dots l}; \quad i = \overline{1 \dots n_l};$$

где  $G_{ij}$  – множество альтернативных значений параметров для  $i$ -го параметра и  $j$ -ой методики.

Кроме этого, следует помнить, что значения  $a_{ij}$  матрицы инцидентности  $[A]$  из (1) могут принимать ограниченный набор значений, определяемый выражением:

$$a_{ij} \in \{1, 0, -1\}; \quad i, j = \overline{1 \dots l}.$$

Таким образом, задача поиска оптимального управленческого решения записывается в виде задачи минимизации обобщенного критерия с ограничениями. Полученная математическая задача относится к классу дискретных многопараметрических задач оптимизации с ограничениями. Полученная задача может быть сведена к классической задаче поиска пути на графе [25], если определить последовательность применения методик и показателей внутри них, чтобы получить размеченный граф (сделать это можно произвольно, так как их важность определяется коэффициентами, которые расставили эксперты, а коэффициенты между показателями внутри методи-

ки могут быть заданы в методиках исходно), а также разметить с использованием полученных критериальных функций (2) ребра графа (рис. 2–4). Методики представляют собой не что иное, как таблицы возможных значений показателей (набор дискретных значений – см., например, таблицу 2 и таблицу 3) [22], поэтому такое преобразование может быть осуществлено (рис. 3).

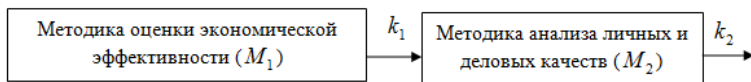


Рис. 2. Декомпозиция задачи на последовательность применения методик



Рис. 3. Декомпозиция задачи по показателям внутри методики

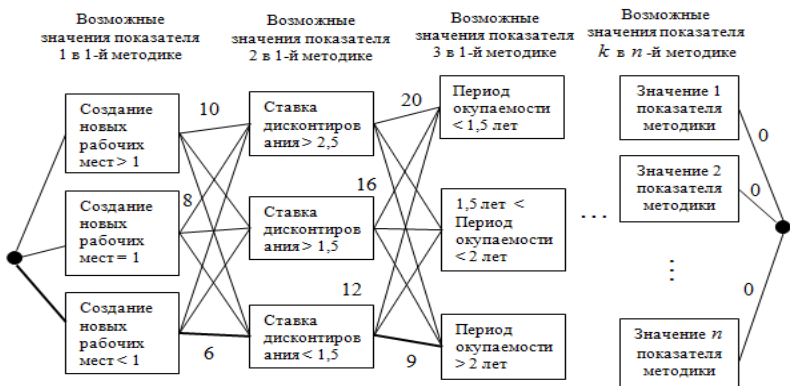


Рис. 4. Пример построения размеченного графа на основе используемых методик без учета весовых коэффициентов методик и составляющих их показателей

Это преобразование позволяет получить граф, с использованием которого задача поиска оптимального решения сводится

к задаче поиска кратчайшего пути между вершинами графа. Применение алгоритма Дейкстры [11] в данном случае невозможно, так как веса ребер (коэффициенты в некоторых методах) могут иметь отрицательные значения в целевой функции (2), поэтому следует применять алгоритм более высокого порядка сложности. Одним из самых эффективных алгоритмов для таких задач является алгоритм Беллмана–Форда, представляющий собой адаптацию метода динамического программирования на графе [11].

Для учета ограничений, накладываемых на задачу, связи между вершинами графа с недопустимыми значениями достаточно разорвать.

#### 4. Метод решения задачи оптимизации

Для применения алгоритма Беллмана–Форда необходимо получить рекуррентную формулу. Из теории известно, что такая формула будет выглядеть следующим образом [1, 11]:

$$d_{ij}^s = \min(d_{ij}^{(s-1)}, \min_{1 \leq k \leq n} \{d_{ik}^{(s-1)} + w_{kj}\}) = \min_{1 \leq k \leq n} \{d_{ik}^{(s-1)} + w_{kj}\},$$

где  $d_{ij}^{(s)}$  – минимальный вес пути из вершины  $i$  в вершину  $j$ , если рассматривать пути не менее чем с  $s$  ребрами;  $w_{ij}$  – вес ребра графа между вершинами  $i$  и  $j$  (это значение равно значению одного из значений показателя  $k_j(h_j - M_j)^2$ ,  $k_j M_j$ ,  $-k_j M_j$  критерияльной функции (2)). Последнее равенство будет использовать  $w_{ij} = 0$ . При  $s = 0$  допустим «путь» без ребер, т. е.

$$d_{ij}^{(0)} = \begin{cases} 0, & i = j \\ \infty, & i \neq j \end{cases}.$$

Если  $s \geq 1$ , то минимальный вес  $d_{ij}^{(s)}$  достигается либо на пути из не более чем  $s - 1$  ребер и равен  $d_{ij}^{(s-1)}$ , либо на пути из  $s$  ребер. В последнем случае путь можно разбить на начальный отрезок из  $s - 1$  ребер, ведущий из начальной вершины  $i$  в некоторую вершину  $k$ , и на последнее ребро  $(k, j)$ .

Работа алгоритма заключается в вычислении матриц  $D^{(1)}$ ,  $D^{(2)}$ , ...,  $D^{(n-1)}$ , где  $D^{(s)} = (d_{ij}^{(s)})$  по заданной матрице весов  $W = (w_{ij})$ . Последняя матрица  $D^{(n-1)}$  будет содержать веса кратчайших путей, а матрица  $D^{(1)}$  совпадает с  $W$ .

Учет ограничений может осуществляться введением запрещающих переходов в графе путем разрыва дуг или присваивания им больших значений.

## 5. Способ применения

Рассмотрим пример использования описанного подхода выбора проекта на основе решения одной из подзадач при управлении инновационными проектами – задачи научно-технической экспертизы проектов. В результате мы должны оценить проекты которыми располагаем или выработать рекомендации по его дальнейшей модификации. Для этого нам потребуется только одна методика – научно-техническая экспертиза инновационных проектов [22]. Так как мы для простоты используем только одну методику, то оценку значимости можно не производить (в других случаях оценку важности следует проводить экспертам), тогда критериальная функция (2) запишется в следующем виде:

$$(h_1 - k_1 M_1)^2 \rightarrow \min ,$$

где  $h_1$  – максимальное значение, которое может быть достигнуто в методике.

Общий интегральный показатель для научно-технической экспертизы проекта рассчитывается следующим образом (коэффициенты значимости показателей этой методики всегда равны единице):

$$h_1 - M_1 = 100 - \sum (m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15} + m_{16} + m_{17}) \rightarrow \min .$$

Зададим ограничения на проекты, подвергаемые научно-технической экспертизе, исходя из того, какими проектами мы обладаем:

$m_{11} \leq 12$  – сведения об аналогах (не известны аналоги проекта в США и Европе, возможные значения 3, 6, 9, 12, 15);

$m_{12} \leq 7$  – степень усовершенствования (проекты улучшают характеристики существующих изделий, возможные значения 3, 5, 7, 10, 12, 15);

$m_{13} > 4$  – сложность решаемой научно-технической задачи (осуществляется модификация не отдельных деталей, а конструкции в целом, возможные значения 2, 4, 10, 12, 15);

$m_{14} > 6$  – предполагаемый технический результат (ожидаемый результат должен быть четко сформулирован, возможные значения 3, 6, 9, 12, 15);

$m_{15}$  – используемые объекты интеллектуальной собственности в разработанных ранее проектах и используемых в текущем проекте (без ограничений, возможные значения 5, 8, 11);

$m_{16}$  – предполагаемый вид охраны результатов (без ограничений, возможные значения 6, 10, 14);

$m_{17} > 6$  – научно-технический уровень разработки (должен превышать отраслевой, возможные значения 0, 3, 6, 9, 12, 15).

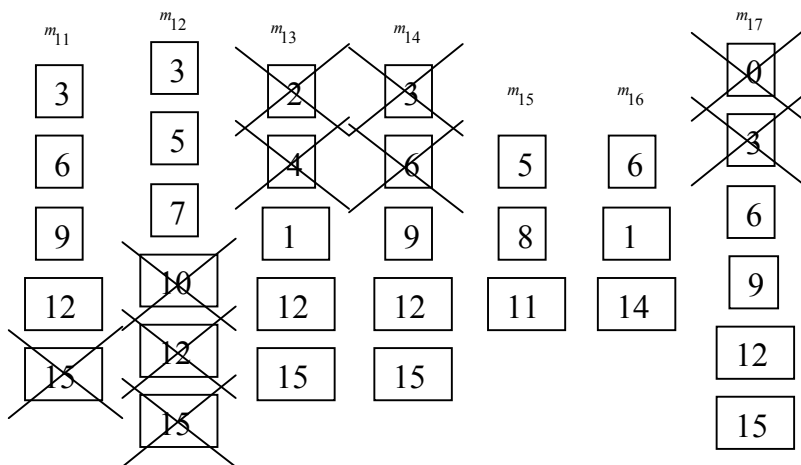


Рис. 5. Размеченные узлы графа для методики научно-технической экспертизы

Для учета ограничений связи между вершинами графа с недопустимыми значениями достаточно разорвать. Поэтому часть

узлов, для достижения которых потребуется использовать связи с недопустимыми значениями, будет недоступна. Таким образом, введение приведенных выше ограничений избавит наш граф от недоступных узлов (рис. 5).

Далее необходимо соединить узлы графа связями, исходя из информации по проектам. То есть соединить вершины графа, исходя из оценки характеристик (согласно применяемым методикам) тех проектов, которые имеются в распоряжении, и расставить численные коэффициенты связей в соответствии с выбранным критерием и описанным методом. В результате, если разные проекты будут иметь разные оценки по отдельным показателям, то после решения задачи можно получить решение (путем применения описанного выше алгоритма Белмана–Форда), не соответствующее ни одному из оцениваемых проектов. Однако, выбрав проект, максимально близкий к полученному решению, мы выработаем рекомендацию, какая часть проекта может быть улучшена. Более того, раз рекомендуемые улучшения были осуществлены в другом проекте, значит, существует потенциал для их выполнения. Таким образом в результате решения задачи на проектах ПермНИПИНефть удалось отобрать проект магнитной защиты скважин от запарафинивания и выработать рекомендации по его улучшению.

В результате испытания полученного устройства выяснилось, что технология магнитной защиты, в отличие от других средств борьбы с парафинами типа химических ингибиторов, растворителей или глубинных дозаторов является безреагентным средством (устройством) многократного использования без каких-либо энергетических, технических или технологических затрат в течение многих лет (5–10 лет и более).

Дальнейшее развитие этого проекта показало, что найденный проект оказался удачным. Он успешно развился и был внедрен на предприятиях группы компаний ЛУКОЙЛ в Пермском крае. Четырехлетний опыт эксплуатации показал, что в условиях Пермской области коэффициент успешности их использования достаточно высокий и достигает 90%.

## 6. Заключение

Может показаться, что полученное решение является элементарным. Однако в случае с множеством методик решение уже становится более сложным (например, применив несколько экономических методик совместно, мы получим более обоснованную и сложную оценку экономической эффективности). Кроме того, оценивать проекты по разным показателям не всегда может оказаться простой задачей. Экспертам бывает сложно произвести объективную оценку. Поэтому можно перейти в новый класс моделей, основанный на использовании нечетких экспертных знаний о системе. Так как эксперты точных оценок дать не могут, то переход в нечеткую форму (например, к оперированию лингвистическими переменными) позволяет повысить точность и учесть риски реализации инновационного проекта [28]. Такой подход не будет вносить искажений и допущений при работе с мнениями нескольких экспертов по одному и тому же вопросу, кроме того, эксперт может предоставлять информацию об используемых функциях принадлежности (лингвистических переменных), если он не до конца уверен в своих оценках. Таким образом, описанный в статье подход имеет перспективы дальнейшего развития.

## Литература

1. АХО А., ХОПКОФТ ДЖ., УЛЬМАН ДЖ. *Структуры данных и алгоритмы*. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2001.
2. БУРКОВ В. Н., КОРГИН Н. А., НОВИКОВ Д. А. *Введение в теорию управления организационными системами* / Под ред. чл.-корр. РАН Д. А. Новикова. – М.: Либроком, 2009. – 264 с.
3. БУРКОВ В. Н., НОВИКОВ Д. А.. *Как управлять проектами: Научно-практическое издание*. – М.: СИНТЕГ-ГЕО, 1997. – 188 с.



4. ВИНОКУР В. М., МЫЛЬНИКОВ Л. А., ПЕРМИНОВА Н. В. *Подход к прогнозированию успешности инновационного проекта* // Проблемы управления. – 2007. – №4. – С. 56–59.
5. ВИНОКУР В. М., ТРУСОВ А. В. *Интеллектуальная собственность как основа интеллектуальной деятельности.* - Пермь: ПГТУ, 2004.
6. ВОРОНИН А. А., МИШИН С. П. *Оптимальные иерархические структуры.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
7. ГАВРИЛОВА Т. А., ХОРОШЕВСКИЙ В. Ф. *Базы знаний интеллектуальных систем.* - СПб.: Питер, 2000.
8. ГУБКО М. В. *Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
9. ДЕМКИН И. В. *Управление инновационным риском на основе имитационного моделирования. Основные подходы к оценке инновационного риска* // Проблемы анализа риска. – 2005. – Т. 2, №3. – С. 249–300.
10. ИЛЬБЕНКОВОЙ С. Д. *Инновационный менеджмент.*- М: ЮНИТИ, 2003.
11. КОРМЕН Т., ЛЕЙЗЕРСОН Ч., РИВЕСТ Р. *Алгоритмы: построение и анализ.* - М.: МЦНМО, 2000. – 960 с.
12. ЛЕФЕВР В. А. *Алгебра совести.* – М.: «Когито-Центр», 2003.
13. ЛЫСАКОВ А. В., НОВИКОВ Д. А. *Договорные отношения в управлении проектами.* – М.: ИПУ РАН, 2004. – 101 с.
14. НОВИКОВ Д. А. *Институциональное управление организационными системами.* – М.: ИПУ РАН, 2003. – 68 с.
15. НОВИКОВ Д. А. *Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем.* – М.: Фонд «Проблемы управления», 1999.
16. НОВИКОВ Д. А. *Сетевые структуры и организационные системы.* – М.: ИПУ РАН, 2003. – 108 с.
17. НОВИКОВ Д. А. *Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели).* – М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
18. НОВИКОВ Д. А. *Управление проектами: организационные механизмы.* – М.: ПМСОФТ, 2007. – 140 с.

19. НОВИКОВ Д. А., ИВАЩЕНКО А. А. *Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы.* – М.: Ленанд, 2006.
20. НОВИКОВ Д. А., СМИРНОВ И. М., ШОХИНА Т. Е. *Механизмы управления динамическими активными системами.* М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
21. НОВИКОВ Д. А., ЦВЕТКОВ А. В. *Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем.* – М.: ИПУ РАН, 2001.
22. МЕДВЕДЕВА Л. П., ТРУСОВ А. В. *Ресурсные источники инновационного экономического роста в регионе.* - Пермь: Пермский ЦНТИ, 2007. – 236 с.
23. ПЕРМИНОВА Н. В., МЕЕРСОН М. Э., МЫЛЬНИКОВ Л. А. *Система подготовки принятия решений в инновационном менеджменте нефтегазовой промышленности // Нефть и газ.* – 2007. – №4. – С. 113–117.
24. СЭНДИДЖ Ч., ФРАЙБУРГЕР В., РОТЦОЛЛ К. *Реклама: теория и практика.* – М.: Прогресс, 1999.
25. ТАХА Х. А. *Введение в исследование операций.* - М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912 с.
26. ЦЫГАНОВ В. В., БОРОДИН В. А., ШИШКИН Г. Б. *Интеллектуальное предприятие: механизмы овладения капиталом и властью (теория и практика управления эволюцией организации).* – М.: Университетская книга, 2004. – 768 с.
27. YORDON E., CONSTANTINE L. *Structured Design.* – NJ: Yordon Press, Prevtice – Hall, 1979.
28. YUAN-SHENG HUANG, JIAN-XUN QI, JUN-HUA ZHOU *Method of Risk Discernment in Technological Innovation Based on Path Graph and Variable Weight Fuzzy Synthetic Evaluation // Proc. Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, Second International Conference, FSKD 2005, Changsha, China, August 27–29, 2005.* – Part I. – P. 635–644.

## **INNOVATION PROJECTS MANAGEMENT WITH INTEGRAL CRITERIA'S FUNCTION**

**Leonid Mylnikov**, Perm State Technical University, Perm,  
Cand.Sc., assistant professor (leonid@pstu.ru).

*Abstract: An approach to innovative projects management based on the project's integrated estimate is proposed. Specific methods and techniques applied depend upon the project and are determined by a subject domain and preferences of a decision-maker. The proposed approach aims to control the innovation project lifecycle by appropriate decisions and, thus, choices of the best alternatives during project execution. Strict limitations on the resources and permissible actions are typical for project management. The approach under consideration supports sustainable development of a single project or a group of projects, when wrong decisions are revealed at the very early stages, thus resulting in economy and better concentration of resources on the most promising innovations.*

**Keywords:** innovation project, management, decision-support system, algorithm, analysis, optimization.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В. В. Клочковым*

УДК 51-77  
ББК 65.6

## УНИВЕРСАЛЬНАЯ СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ ТИПОВОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО КЛАСТЕРА

Сиразетдинов Р. Т.<sup>1</sup>, Бражкина А. А.<sup>2</sup>

(Казанский государственный технический университет  
им. А. Н. Туполева, Казань)

*Одним современных подходов анализа региональной экономики является применение понятие экономического кластера. В данной работе исследованы основные признаки экономического кластера и разработана универсальная структурная модель типового экономического кластера на основе процессного подхода. Предложен алгоритм построения структурной модели экономических кластеров, позволяющий идентифицировать и исследовать те или иные экономические кластеры. В качестве примеров представлены структурные модели известных в литературе экономических кластеров.*

Ключевые слова: экономический кластер, региональная экономика, структурное моделирование, процессный подход, экономико-математическое моделирование, универсальная модель экономического кластера.

### **1. Введение**

В настоящее время в экономических исследованиях достаточно бурно развивается так называемый кластерный подход, в основу которого положено понятие экономического кластера.

---

<sup>1</sup> Рифкат Талгатович Сиразетдинов, доктор технических наук (rif-kat@inbox.ru, тел. +79033428780).

<sup>2</sup> Ариана Азатовна Бражкина, аспирант (freua@mail.ru, тел. +79057953330).

Это понятие введено М. Портером [1, 4] и обозначает географически сконцентрированные компании, поставщики услуг, фирмы в схожих отраслях промышленности, дочерние учреждения (как, например, институты, клубы качества, торговые ассоциации и пр.) в определенной области, которые и конкурируют, и сотрудничают между собой, неизбежно создавая единый процесс взаимодействия. К понятию экономического кластера М. Портер пришел из анализа конкурентоспособности отдельных отраслей экономики той или иной страны на мировом рынке. Он показал, что сконцентрированные географически и не жестко конкурирующие между собой взаимосвязанные группы предприятий могут представлять достаточно мощную конкурентоспособную силу в глобальной экономике. В литературе достаточно часто в качестве примера обращаются к таким экономическим кластерам, как калифорнийский винный кластер [5], структура которого приведена на рис. 1, шведский кластер лесной продукции (рис. 2), кембриджский кластер породистых лошадей (рис. 3) и ряд других. Подробно исследованы и описаны их состав, географические особенности, причины, по которым данные компании объединены в кластеры, конкурентные преимущества.

Кластерный подход к анализу экономических явлений развивается, расширяет свои границы. Появляются новые, более точные определения экономического кластера. Понятие экономического кластера теперь используется не только на уровне экономики государства в целом, оно нашло себя и на региональном уровне, и на уровне отдельных муниципальных образований. В нашей стране, например, начинают уделять достаточно большое внимание региональным образовательным кластерам, инновационным кластерам и т. п. Однако в литературе, как правило, используются словесные модели экономических кластеров, которые в дальнейшем исследуются классическими методами и не позволяют строить четкие динамические экономико-математические модели кластеров.

Данная работа посвящена разработке универсальной структурной модели типового экономического кластера, которая проводится на основе исследования основных признаков и свойств экономических кластеров. Эти работы ведутся в КГТУ-КАИ им. А. Н. Туполева в рамках НОЦ Проблем управления и информационных технологий и основываются на методах динамического математического моделирования экономических объектов [2, 3].

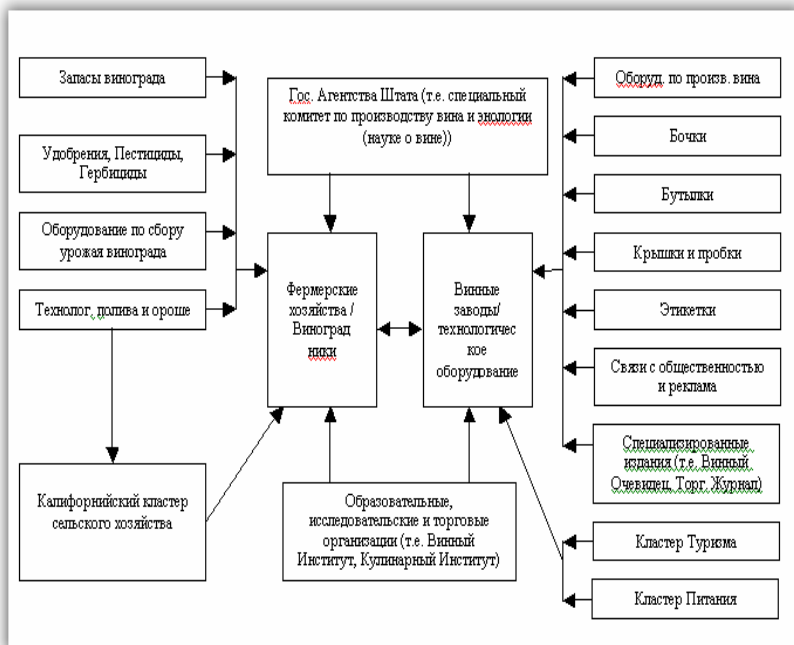


Рис. 1. Калифорнийский винный кластер

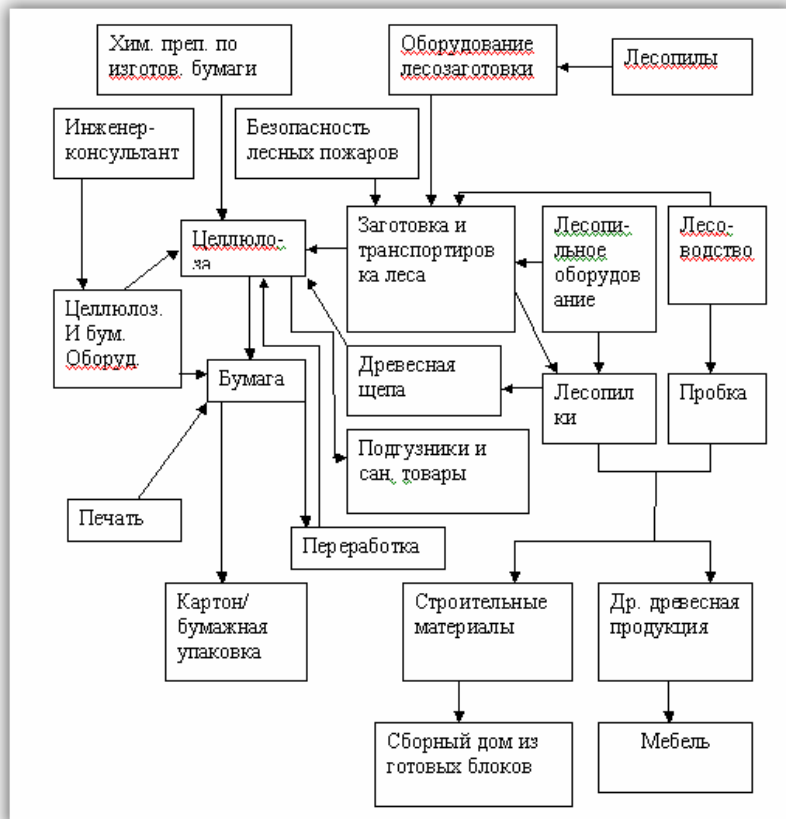


Рис. 2. Шведский кластер лесной продукции



Рис. 3. Кембриджский кластер породистых лошадей



## 2. Основные процессы универсальной структурной модели типового экономического кластера

Общий вид предлагаемой универсальной модели типового экономического кластера приведен на рис. 4. Для построения структурной модели экономического кластера принят так называемый процессный подход, когда во главу угла при описании системы ставятся не функциональные единицы, объекты или подсистемы, а процессы, протекающие в системе.

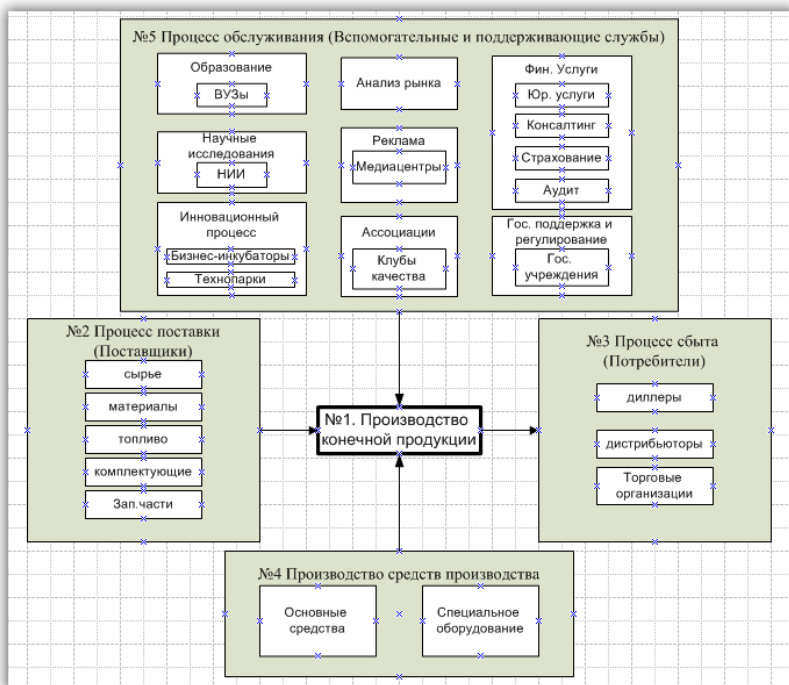


Рис. 4. Универсальная структурная модель экономического кластера

Одним из основных признаков, присущих экономическому кластеру, является географическая близость отдельных компо-

нентов кластера, что связано с расстоянием, на котором происходят информационные, торговые и другие операции. В силу этого экономический кластер будем рассматривать в рамках некоторого региона, т. е. географического либо административного района государства.

Главным признаком того или иного экономического кластера здесь предлагается принять направленность группы предприятий региона на производство некоторого конкретного вида конечной продукции. Тогда центральным блоком структурной модели экономического кластера становится процесс производства некоторого вида продукции в пределах рассматриваемого региона. Например, для калифорнийского винного кластера конкретная конечная продукция – это производство вина, для кембриджского кластера породистых лошадей – разведение породистых лошадей. Заметим, что шведский кластер лесной продукции (рис. 2) не сфокусирован на производстве одного конечного продукта, а охватывает несколько видов лесной продукции из древесины, а именно: производство пиломатериалов, производство целлюлозы и производство бумаги. Поэтому модель шведского кластера лесной продукции состоит из трех взаимоувязанных универсальных кластерных моделей в соответствии с тремя основными процессами производства продукции.

Таким образом, основной процесс экономического кластера заключается в производстве какого-либо вида конечной продукции (блок №1, рис. 4). И к этому основному процессу в качестве механизмов следует отнести все предприятия региона, выпускающие данный вид продукции. Так, в случае рассмотрения винного кластера – это все производители вина исследуемого географического района, а в случае кембриджского кластера породистых лошадей – все конезаводы.

Следующим признаком экономического кластера является наличие производственной цепочки, которая, в свою очередь, и обеспечивает устойчивость кластера как системы. В данной работе предлагается рассматривать не всю производственную

цепочку, а ограничиться двумя ближайшими звеньями. Это, с одной стороны, поставщики сырья, материалов и т. п. (т.е. оборотных фондов) и, с другой стороны, потребители конечной продукции рассматриваемого кластера. Поэтому в универсальную структурную модель экономического кластера в качестве входного к основному процессу включается процесс производства и поставки сырья, материалов и комплектующих изделий, и в качестве соответствующих механизмов включаются все поставщики, независимо от территориальной принадлежности (блок №2, рис. 4). Например, в случае с винным кластером все виноградники, участвующие в поставках сырья данным производителям вина, относятся к винному кластеру.

Выходом основного процесса экономического кластера является выпускаемая продукция, которая должна быть в дальнейшем реализована на рынке. Поэтому в модель в качестве выходного по отношению к основному производственному процессу вводится процесс реализации продукции (блок №3, рис. 4). Все предприятия, потребляющие рассматриваемый конечный продукт или организующие это потребление, относятся к механизмам этого выходного процесса и принадлежат данному экономическому кластеру.

Достаточно большое влияние на конкурентоспособность той или иной продукции оказывает качество средств производства, возможность использования современного оборудования, быстрой его смены или модернизации. Особенно важную роль играет производство специализированного оборудования для данного вида выпускаемой продукции. Поэтому в универсальную модель экономического кластера вводится процесс производства соответствующих средств производства и отдельно выделяется производство специализированного оборудования для основной продукции экономического кластера (блок №4, рис. 4). В винном кластере к этому процессу можно отнести, например, производство специальных бочек.

Следует отметить, что, на первый взгляд, при описании процесса поставок оборотных фондов, а также средств произ-

водства (основных фондов), было бы достаточно рассматривать только сами поставки, не рассматривая производство, т.е. остановиться только на описании рынка приобретаемого сырья, материалов или оборудования. Однако целью построения моделей экономического кластера является возможность проведения достаточно глубокого анализа не только конкурентоспособности того или иного кластера, но и его устойчивости, экономической безопасности в рамках региона. А это обеспечивается, в том числе, и стабильностью, устойчивостью и надежностью самих поставщиков. Поэтому в рассматриваемую модель экономического кластера следует включать непосредственных производителей продукции, необходимой для обеспечения основного производственного процесса кластера.

Одним из важнейших атрибутов экономического кластера является наличие предприятий, учреждений, организаций, обеспечивающих (или обслуживающих) основной процесс кластера – производства конечной продукции. К ним относятся соответствующие учебные заведения; вузы, поставляющие квалифицированные кадры в рамках данного кластера; исследовательские центры, создающие и поставляющие новые технологии. К этой же группе относятся сервисные, консалтинговые и прочие компании, обслуживающие основной блок кластера. В эту же группу включаются различного рода общественные организации, ассоциации, клубы и пр., оказывающие влияние на основной процесс, в том числе на обеспечение качества и поддержку спроса на данную продукцию. Отдельно выделяются государственные учреждения, осуществляющие как контроль, так и государственную поддержку и регулирование основного процесса кластера.

Таким образом, в универсальную структурную модель добавляется блок процесса обслуживания производства конечной продукции, механизмами которого являются перечисленные выше предприятия и учреждения (блок №5, рис. 4). Добавление этого блока в структуру кластера дает, в некотором смысле,

полноту экономического кластера как системы и, вообще-то, является отличительным признаком его от отрасли экономики.

Итак, универсальная модель типового экономического кластера, изображенная на рис. 4, состоит из пяти основных процессов:

1. Производство конечной продукции.
2. Поставка оборотных средств.
3. Сбыт основной продукции.
4. Производство средств производства.
5. Обслуживание основного процесса.

### **3. Алгоритм построения структурной модели экономического кластера**

Обобщенный алгоритм построения универсальной модели типового кластера заключается в следующем:

1. Выбрать некоторый вид конечной продукции, производство которого исследуется как экономический кластер в данном регионе. Производство данного вида продукции должно играть достаточно важную роль в экономике региона.

2. Выявить все предприятия исследуемого региона, участвующие в процессе производства данного вида продукции. Оценить их производственные мощности, степень загруженности мощностей, уровень развития используемых технологий.

3. Определить основных поставщиков оборотных фондов (сырья, материалов, комплектующих изделий, топлива, энергии и пр.) для производителей конечной продукции. Оценить надежность наиболее важных поставщиков. Особо выделить поставщиков, расположенных на территории исследуемого региона.

4. Определить основных потребителей конечной продукции. Оценить емкость рынка продукции исследуемого кластера как внутри региона, так и вне его. Оценить мощность и надежность потребителей продукции рассматриваемого кластера.

5. Определить основных поставщиков средств производства, специализированного оборудования, используемого для производства конечной продукции исследуемого кластера. Оценить надежность наиболее важных поставщиков, соответствие их продукции современному мировому уровню. Особо выделить зарубежные поставки.

6. Выявить фирмы и организации, способствующие продвижению продукта на рынок, обслуживающие процесс производства конечной продукции кластера.

7. Разместив всех участников экономического кластера по соответствующим блокам универсальной структурной модели экономического кластера, получаем структурную модель соответствующего экономического кластера.

#### **4. Примеры структурного моделирования экономических кластеров**

Здесь приведены структурные модели рассмотренных выше экономических кластеров, преобразованных с помощью предложенного алгоритма к универсальному виду. Структурная модель калифорнийского винного кластера примет вид, изображенный на рис. 5. Структурная модель кембриджского кластера породистых лошадей изображена на рис. 6.

Как было сказано ранее, шведский кластер лесной продукции охватывает производство нескольких различных видов продукции из древесины. Поэтому он описывается тремя универсальными моделями кластеров: производство бумаги (рис. 7), производство целлюлозы (рис. 8) и лесопильное производство (рис. 9).

При этом лесопилки, кроме пиломатериалов, производят древесную щепу и поставляют на целлюлозный завод. Целлюлозный завод, используя древесную щепу, производит целлюлозу и поставляет ее на предприятие – завод по производству бумаги. Завод по производству бумаги, используя целлюлозу, производит бумагу и поставляет готовую продукцию для печати

и т. п. Использованная бумага возвращается в качестве макулатуры и вновь поступает на предприятия по производству целлюлозы. Таким образом, рассматриваемый кластер лесной продукции представляет собой комбинацию из трех взаимодействующих типовых кластеров.

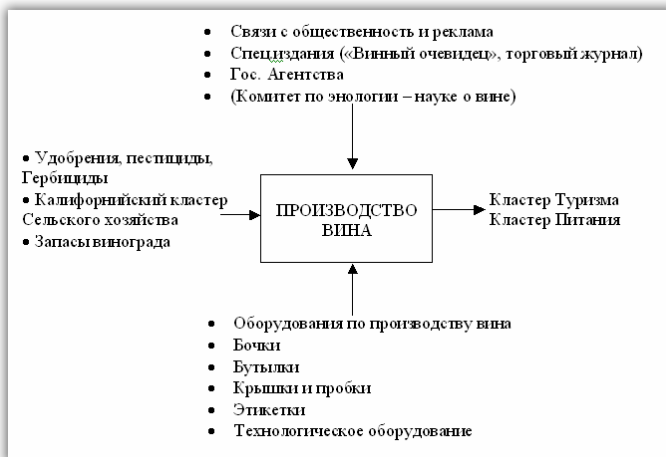


Рис. 5. Структурная модель винного кластера

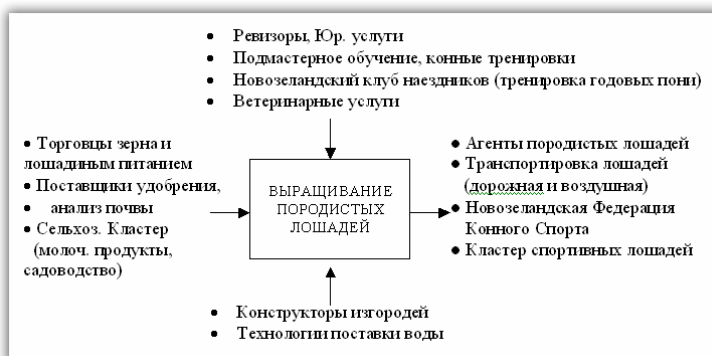


Рис. 6. Структурная модель кластера породистых лошадей

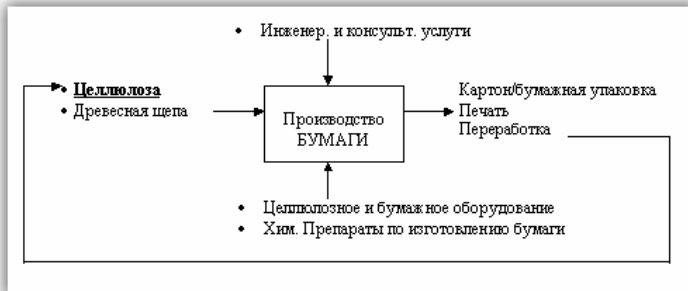


Рис. 7. Структурная модель кластера по производству бумаги



Рис. 8. Структурная модель кластера производства целлюлозы

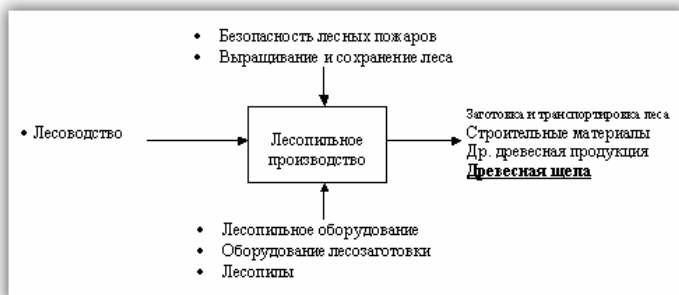


Рис. 9. Структурная модель кластера лесопильного производства



#### **4. Заключение**

В данной работе предложена универсальная структурная модель экономического кластера, на основе которой разработана методика, позволяющая идентифицировать и исследовать те или иные экономические кластеры региона, административного или географического района или страны в целом.

Предложенный подход позволяет рассматривать экономику государства или региона как систему взаимосвязанных экономических кластеров. Структурная модель типового кластера позволяет решать задачи сбалансированного развития экономики региона, оценки инвестиционной привлекательности тех или иных отраслей экономики, экономической независимости и устойчивости отдельных экономических кластеров и ряд других задач.

Предложенная универсальная структурная модель является основой для построения информационных моделей экономических кластеров и экономики региона в целом в виде некоторой структуры базы данных с информацией о предприятиях региона, их взаимосвязей и связей с внешними партнерами. На основе информационных моделей в дальнейшем строятся динамические экономико-математические модели, позволяющие решать различные прогнозные задачи и задачи стратегического планирования и управления экономикой регионов.

#### **Литература**

1. ПОРТЕР М. *Международная конкуренция: Конкурентные преимущества стран.* – М.: Междунар. отношения, 1993. – 896 с.
2. СИРАЗЕТДИНОВ Т. К. *Динамическое моделирование экономических объектов.* – Казань, «Фэн», 1996. – 224 с.
3. СИРАЗЕТДИНОВ Т. К., РОДИОНОВ В. В., СИРАЗЕТДИНОВ Р. Т. *Динамическое моделирование экономики регио-*

на. – Казань, Изд-во «ФЭН» Академии наук РТ, 2005. – 320 с.

4. PORTER M. *The competitive advantage of nations*. – New York: Free Press. 1990.
5. PORTER M. *On Competition*. – Boston: Harvard Business School Press, 1998.

## UNIVERSAL STRUCTURAL MODEL OF A STANDARD ECONOMIC CLUSTER

**Rifkat Sirazetdinov**, Tupolev State Technical University, Kazan, Doctor of Engineering, professor (rif\_kat@mail.ru, tel. +79033428780)

**Ariana Brazhkina**, Tupolev State Technical University, Kazan, graduate student, (freua@mail.ru, tel. +79057953330)

*Abstract: Conception of economic clusters is one of the modern approaches to analyze regional economy. In this article one will find a research and analysis of economic cluster's basic attributes. Also we present an original universal structural model of standards economic cluster based on process approach as well as an economic clusters' modeling algorithm, which can be used to identify and analyse different economic clusters. Structural models of economic clusters known from literature are provided as an example.*

Keywords: economic cluster, regional economy, structured modelling, process approach, economic and mathematical modelling, universal model of economic cluster.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Р. М. Нижегородцевым*

УДК 517.954.622

## **ИНТЕГРИРОВАННЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

**Ахметзянов А. В.<sup>1</sup>, Ибрагимов И. И.<sup>2</sup>, Ярошенко Е. А.<sup>3</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)*

*Рассмотрены проблемы построения интегрированных (комплексных) математических моделей фильтрации флюидов в пластах и течения газожидкостных смесей (ГЖС, т.е. нефть, газ, вода) в нефтегазосборных сетях трубопроводов. Моделирование такой комплексной системы определяется как процесс вычисления обобщенного решения начально-краевой задачи для системы уравнений, описывающих реальные физические процессы в нефтеносных пластах, стволах (лифтах) скважин и наземных нефтегазосборных сетях трубопроводов. Предложены и исследованы методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений, получаемых после дискретной (сеточной) пространственно-временной аппроксимации начально-краевых задач рассматриваемого класса.*

**Ключевые слова:** гидродинамическая модель, фильтрация, газосборная сеть.

---

<sup>1</sup> Атлас Валиевич Ахметзянов, кандидат технических наук, заведующий лабораторией (Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, тел. (495)334-92-11).

<sup>2</sup> Ильдар Ильясович Ибрагимов, кандидат технических наук, с.н.с. (Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, тел. (495) 334-90-30).

<sup>3</sup> Егор Александрович Ярошенко, н.с. (Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, тел. (495) 334-92-11).

## 1. Введение

При исследовании технологических процессов добычи и сбора нефти и газа необходимо рассматривать три типа объектов моделирования, технологически связанных между собой. Первый тип – это нефтяные залежи месторождения. Моделирование ведется в трехмерной области (резервуаре месторождения)  $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ , ограниченной внешним контуром  $\Gamma_0$  и внутренними контурами  $\Gamma_n$ ,  $n \in S$ , где  $S$  – множество номеров добывающих и нагнетательных скважин. Второй тип – это лифт (ствол) скважины. В лифтах добывающих скважин движение ГЖС происходит от забоя скважины к ее устью, в нагнетательных скважинах, наоборот, движение нагнетаемой жидкости (вода или ее смесь с реагентами) – от устья к забою скважины. Третий объект – это наземные нефтесборная и водораспределительная сети трубопроводов.

Интеграция моделей множества объектов заключается в совместном решении уравнений, описывающих реальные физические процессы и связанных через граничные условия.

## 2. Постановка задач моделирования

### 2.1. ОБЪЕКТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРВОГО УРОВНЯ

Первый объект, для которого исходными являются уравнения в частных производных, описывающие пространственно-временные изменения распределения давления, относительных содержаний (насыщенностей) нефти, газа и воды. В частности, для фильтрации несжимаемой водонефтяной смеси при отсутствии влияния капиллярных сил можно записать:

$$(1) \quad \operatorname{div}[k_a(x)(k_n(\sigma)/\mu_n + k_b(\sigma)/\mu_b) \operatorname{grad} p] = 0,$$

$$(2) \quad \partial \sigma / \partial t = \operatorname{div}[(k_a(x)k_n(\sigma)/\mu_n) \operatorname{grad} p],$$

где  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \Omega \subset \mathbf{R}^3$ ;  $k_n$  и  $k_b$  – фазовые проницаемости нефти и воды соответственно;  $\mu_n$  и  $\mu_b$  – динамическая вязкость нефти и воды соответственно;  $p(x, t)$ ,  $\sigma(x, t)$  – распределения давления и нефтенасыщенности в пласте в момент времени  $t$ .

Граничные и начальные условия, необходимые для решения уравнений (1) и (2), следующие:

$$(3) \quad p(x, t) = p_0(t), \quad x \in \Gamma_0,$$

$$(4) \quad p(x, t) = p_n(t), \quad x \in \Gamma_n, \quad n \in S_p,$$

где  $S_p$  – множество номеров скважин, на которых заданы забойные давления. Второй способ задания граничных условий на забое скважин следующий:

$$p(x, t) = \bar{p}(t),$$

$$(5) \quad - \int_{\Gamma_n} k_a(x) (k_n(\sigma) / \mu_n + k_b(\sigma) / \mu_b) (\partial \bar{P} / \partial \nu) ds = q_n(t),$$

где  $\nu$  – направление внешней нормали к границе  $\Gamma_n$ ,  $x \in \Gamma_n$ ,  $n \in S_q$  – множество номеров скважин, на которых заданы  $q_n(t)$ , т. е. заданные отборы или закачки жидкости;

$$(6) \quad \sigma(x, t) = \sigma_0(t), \quad x \in \Gamma_0,$$

$$\sigma(x, t) = \sigma_{\min}, \quad x \in \Gamma_n, \quad n \in S_n,$$

где  $S_n$  – множество номеров нагнетательных скважин;  $\sigma_{\min}$  – остаточная нефтенасыщенность;

$$(7) \quad \sigma(x, t_0) = \sigma_n(x),$$

где  $\sigma_n(x)$  – функция начального распределения и нефтенасыщенности.

## 2.2. ОБЪЕКТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВТОРОГО УРОВНЯ

Рассмотрим случай подъема ГЖС с помощью погружного насоса. Уравнения изменения давления вдоль лифта определяют модели второго уровня. Ствол лифта скважины от устья до забоя разобьем на два участка  $(0, L)$  и  $(L, L_{\text{заб}})$ , где  $L$  – условная координата по длине подвески насоса;  $L_{\text{заб}}$  – координата забоя скважины.

При  $0 \leq l \leq L$  и  $L \leq l \leq L_{\text{заб}}$  справедливо дифференциальное уравнение [2]

$$(8) \quad \frac{\partial P}{\partial l} = g(\varphi_n \rho_n + \varphi_b \rho_b + \varphi_r \rho_r) \cos \theta + \lambda_{\text{см}} (\varphi_n \rho_n w_n^2 + \varphi_b \rho_b w_b^2 + \varphi_r \rho_r w_r^2) / 2d,$$

где  $\varphi_n, \varphi_v, \varphi_g$  и  $\rho_n, \rho_v, \rho_g$  – функции истинных объемных долей и плотности нефти, газа и воды в смеси;  $\Theta$  – угол наклона скважины к вертикали;  $w_n = q_n / \varphi_n f$ ;  $w_v = q_v / \varphi_v f$ ;  $w_g = q_g / \varphi_g f$  – истинные скорости нефти, воды и газа;  $\lambda_{см}$  – коэффициент гидравлического трения потока, является функцией от числа Рейнольдса смеси  $Re_{см}$  [2];  $d$  – гидравлический диаметр колонны скважины;  $g$  – ускорение свободного падения. Функции  $\varphi_n, \varphi_v, \varphi_g$  зависят от значений плотностей  $\rho_n, \rho_v, \rho_g$  и относительных содержаний  $\sigma_n = q_n / q_{см}, \sigma_v = q_v / q_{см}, \sigma_g = q_g / q_{см}, \sigma_n + \sigma_v + \sigma_g = 1$ , поверхностных натяжений  $\sigma_{нв}, \sigma_{гж}$  на границах раздела нефть–вода и газ–жидкость, вязкостей  $\mu_j$  и  $\mu_v$  жидкости и воды [2].

В точке  $L$  можно использовать рабочие характеристики насоса

$$(9) \quad \Delta p = F(q_{ж\text{ ср}}, q_g),$$

где  $q_{ж\text{ ср}}$  – средне-интегральный расход жидкости через насос. В первом приближении можно считать  $q_{ж\text{ ср}} = q_j$ ;  $\Delta p$  – перепад давления (напор), развиваемый насосом. Обычно зависимости даются в виде набора функций  $\Delta p = F_r(q_{ср})$  при постоянных величинах расхода газа  $q_g$ .

Предположим, что задано граничное условие для модуля второго уровня  $p(0) = p_{буф}$ . Тогда для получения  $p_{заб}$  необходимо решить дифференциальное уравнение (8) на участке  $(0, L)$  с граничным условием  $p(0) = p_{буф}$ , в результате получаем  $\bar{p} = p(L)$ . В точке  $L$  происходит скачок  $p^+ = \bar{p} - \Delta p$ , где  $\Delta p$  – величина, определяемая (9). Далее на участке  $(L, L_{заб})$  решается (8) с граничным условием  $p(L) = p^+$ .

Таким образом, модули первого и второго уровней в общем случае не могут быть просчитаны независимо друг от друга. Задание граничного условия в виде (4) будет корректным с физической точки зрения в двух случаях.

1. Насос имеет систему регулирования, поддерживающую величину  $p_n(t) = const$ .

2. На буфере перепад давления может регулироваться штуцером таким образом, что  $p_n = const$ .

Предположим теперь, что  $p_{n\text{буф}} = \text{const}$ ,  $n \in S_p$ . Запишем решение на выходе модели первого уровня как  $q_n(t) = \Phi_p(p_{\text{заб}})$ , где  $\Phi_p$  – некоторый оператор, определяемый уравнениями (1) и (2) и условиями (3)–(7) в момент времени  $t$

$$(10) \quad p_{\text{заб}}(t) = \overline{\Phi}_Q(Q_n, Q_v, Q_\Gamma, p_{\text{буф}}),$$

где  $Q_n$  и  $P_{\text{заб}}$  –  $S_p$ -мерные векторы в евклидовом пространстве,  $\Phi_Q$  – оператор, определяемый уравнением (8) и соотношением (9).

Если  $n \in S_Q$ , то считаем, что всегда выполнено условие (5).

Отметим, что в фиксированный момент времени  $t$  при известной функции  $\sigma(x, t)$ ,  $q_{nv} = \varphi_{nv} q_n (1 - \varphi_{nv})$ , где  $\varphi_{nv}$  – функция обводненности скважины, зависящая только от  $\sigma(x_n, t)$ ;  $x_n$  – координаты точки-скважины [2];  $q_{nr} = F(L, \Gamma)$ , где  $\Gamma$  – газовый фактор. (Считаем, что газ в пласте полностью растворен в жидкостях).

Исходя из этого, (9) можно записать в виде:

$$(11) \quad p_{\text{заб}}(t) = \Phi_q(q_j, \varphi_{nv}, p_{\text{буф}})$$

Окончательно запишем

$$(12) \quad q_j = \Phi_p \Phi_q(q_j, \varphi_{nv}, p_{\text{буф}}).$$

Предположим, что для оператора  $\Phi_p \Phi_q$  справедливо неравенство

$$(13) \quad |\Phi_p \Phi_q(q_j'', \varphi_v) - \Phi_p \Phi_q(q_j', \varphi_v)| \leq K |q_j'' - q_j'|, \quad K < 1,$$

где  $|\Phi_p \Phi_q(q_j, p_{\text{буф}})|$  и  $|q_n|$  – евклидовы нормы в  $S_p$ -мерном пространстве.

Исследование уравнений моделей показало, что в ряде случаев неравенство (13) выполняется.

Справедливость неравенства (13) означает, что оператор  $\Phi_p \Phi_q$  сжимающий, и для решения уравнения (12) можно применить метод простой итерации, реализация которого сводится к многократному совместному решению систем уравнений (1), (2), (8), при этом для всех  $n \in S_p$  граничное условие будет  $p_n(0) = p_{n\text{буф}}$ .

### 2.3. ОБЪЕКТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕТЬЕГО УРОВНЯ

На этом уровне моделируются изменения во времени и пространстве распределений давления и потоков в наземных сетях трубопроводов месторождения. Наземная сеть трубопроводов состоит из системы поддержания пластового давления и нефтегазосборной сети. Обе сети представляют собой планарный граф общего вида. Изменение давления вдоль каждого линейного участка (ветви графа) определяется как решение двухточечной краевой задачи для уравнений типа (8). Кроме того, в каждом узле справедливы уравнения Кирхгофа.

Модель 3-го уровня может быть записана в операторном виде  $p_{\text{буф}} = \Phi_3(q_{\text{ж}}, \varphi_{\text{в}}, p_{\text{вх}})$ , где  $p_{\text{буф}}$ ,  $q_{\text{ж}}$ ,  $p_{\text{вх}}$  и  $\varphi_{\text{в}}$  –  $|S_p|$ -мерные векторы буферных (или устьевых) давлений, отборов жидкости, обводненностей и давлений на входе насосов;  $\Phi_3(q_{\text{ж}}, \varphi_{\text{в}}, p_{\text{вх}})$  – нелинейный оператор, определяемый уравнениями (8), балансовыми соотношениями Кирхгофа и указанными выше граничными условиями.

Модель второго уровня можно записать в виде операторного уравнения  $p_{\text{заб}} = \Phi_2(q_{\text{ж}}, \varphi_{\text{в}}, p_{\text{буф}})$ . Оператор  $\Phi_2(q_{\text{ж}}, \varphi_{\text{в}})$  описан выше, при этом считается, что в качестве граничных условий задаются значения  $p_{n\text{буф}}$ ,  $n \in S_p$ .

Модели первого уровня соответствует операторное уравнение вида

$$q_{\text{ж}} = \Phi_1(p_{\text{заб}}), q_{\text{ж}} = q_{\text{н}} + q_{\text{в}}.$$

Окончательно можно записать

$$(14) \quad q_{\text{ж}} = \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3(q_{\text{ж}}, \varphi_{\text{в}}).$$

Таким образом, при каждом фиксированном моменте времени  $t$  и известной функции  $\varphi_{\text{в}}$  отыскание распределения функции давления эквивалентно решению операторного уравнения (14).



### 3. Особенности совместного математического моделирования первого и второго уровней

В данном разделе более подробно остановимся на некоторых математических моментах совместного моделирования объектов первого и второго уровней.

Будем считать, что система уравнений (1), (2) решается широко применяемым способом, описанным в [1]. Время моделирования  $[t_0, T]$  разбивается на  $N$  интервалов длиной  $(T - t_0)/N$ . На  $n$ -ом интервале фиксируется насыщенность  $\sigma^{n-1}(x, t^{n-1})$ , полученная на предыдущем  $(n - 1)$ -ом интервале. После этого решается уравнение (1) с приведенными выше граничными условиями и находится функция  $p^n(x, t^n)$ . После этого решается уравнение (2) при фиксированной функции  $p^n(x, t^n)$ , приведенных выше граничных условиях и начальном условии  $\sigma^n(x, t^n) = \sigma^{n-1}(x, t^{n-1})$ . После нахождения функции  $\sigma^n(x, t^n)$  все процедуры итеративно продолжают на  $(n + 1)$ -ом интервале.

Уравнение (1), участвующее в приведенном выше делении общей модели на уровни, решается путем аппроксимации всех производных на разностной сетке  $\Omega_{ijk}$  [3]. Обозначим через  $P_{ijk}$  разностную функцию  $p^n(x, t)$  на сетке  $\Omega_{ijk}$ , являющуюся разностным решением уравнения (1) зависящим от граничных условий (3)–(5).

$$(15) \mathbf{A}_p(\mathbf{P}) = \mathbf{B}_p \mathbf{P}_{\text{зад}},$$

где  $\mathbf{A}_p$  и  $\mathbf{B}_p$  – линейные операторы, точнее матрицы [3].

Из соотношения (15) следует уравнение

$$(16) q_i = \sum p_{j \text{ заб}} d_{ij} + q_{i0}.$$

Здесь и в дальнейшем для простоты изложения вместо  $q_{nж}$  будем писать  $q_n$ .

Модель второго уровня, определяемая уравнением (8) и напорной характеристикой (9), возьмем в упрощенном виде:

$$(17) p_{n \text{ заб}} = p_{n \text{ буф}} + p_{n \text{ ст}} + a_n q_n^2 - \left( \Delta p_{n \text{ мех}}^0 - f_n(q_n)(q_n - q_{n0}) \right),$$

где  $f_n(q_n) \geq 0$ ;  $p_{n \text{ ст}}$  – статический вес жидкости, определяемый первым слагаемым в правой части уравнения (8);  $a_n q_n^2$  – член,

определяемый потерями на трение;  $\Delta p_{n\text{мех}}^0$  – напор, развиваемый насосом в номинальной точке;  $q_{n0}$  – номинальный расход жидкости;  $f_n(q_n)$  – функция, определяемая производной от функции напора  $F$  (9) и удовлетворяющая условиям:

$$(18) \partial F_n / \partial q_n < 0, -\partial F_n / \partial q_n = f_n(q_n).$$

После элементарных преобразований запишем (18) в виде

$$(19) p_{n\text{заб}} = a q_n^2 + b_n q_n + p_{n0}, a \geq 0, b_n \geq 0, p_{n0} > 0.$$

Из (16) и (19) запишем

$$(20) q_i = \sum_j d_{ij} (a_j q_j^2 + b_j q_j + p_{j0}) + q_i^0$$

или в векторной форме  $q = \Phi(q)$ .

Выражение (20) конкретизирует операторное соотношение (12). Для исследования разрешимости уравнений (20) построим уравнение  $t = \varphi(t)$ , определенное на промежутке  $[t_0, t']$  и мажорирующее уравнение (20), т. е.

$$(21) \|\Phi(q_0)\| - q_0 \leq \varphi(t_0) - t_0,$$

$$(22) \|\Phi'(q)\| \leq \varphi'(t), \text{ если } \|q - q_0\| \leq t - t_0.$$

В качестве  $t$  выберем следующую функцию

$$(23) t = \left( \sum_{i \in S_p} q_i^2 \right)^{1/2},$$

а в качестве  $\varphi(t)$  – следующую зависимость

$$\varphi(t) = A(B - Ct), A, B, C > 0, t \in [t_0, t'], t' = t_0 + r \leq t_0 + R,$$

$R$  – радиус шара  $\|q - q_0\|$ , в котором определен оператор  $\Phi$ .

Определим

$$\|q\| = \max_i |q_i| = \max_i \sum_{ij} |d_{ij} (a_j q_j^2 + b_j q_j + p_j) + q_i^0|$$

и обозначим

$$\Phi_{0\text{max}} = \|\Phi(q_0) - q_0\| = \max_i \left| \sum_{ij} (d_{ij} (a_j q_{i0}^2 + b_j q_{j0} + p_{j0}) + q_i^0) - q_{i0} \right|.$$

Оператор  $\Phi'(q)$  определяется уравнениями

$$\partial \Phi_i / \partial q_i = d_{ij} (2a_j q_i + b_j + q_i \partial b_j / \partial q_i) < 0, q_i \geq 0, i = \overline{1, |S_p|};$$

$$\partial \Phi_i / \partial q_j = d_{ij} (2a_j q_j + b_j + q_j \partial b_j / \partial q_j) > 0, q_j \geq 0, j \neq i = \overline{1, |S_p|};$$

так как  $d_{ii} < 0, d_{ij} > 0, i \neq j, \partial b_i / \partial q_i \geq 0, i = \overline{1, |S_p|}$ . Определим

$\|\Phi'\|$  как

$$\|\Phi'(q)\| = \max_{ij} |\partial \Phi_i / \partial q_j|,$$

при  $ij = \overline{1, |S_p|}$

$$\|\Phi'(q)\| = \max_{ij} |d_{ij} (2a_j q_j + b_j + q_j \partial b_j / \partial q_j)|.$$

При  $\|q - q_0\| = \max_i |q_i - q_{i0}| \leq r$  обозначим  $\|\Phi'\|$  как  $\Phi'_{\max}$ .

Если учесть (23), то для соответствующих значений  $q$  и  $t$  справедливо

$$|t - t_0| = \left( \sum_{i \in S_p} (q_i - q_{i0})^2 \right)^{1/2} > \max_i |q_i - q_{i0}| = \|q - q_0\|.$$

Предположим, что уравнение  $t = \varphi(t)$  имеет корень  $\tilde{t}$ , причем  $t_0 \leq \tilde{t} \leq t' = t_0 + r$ , т. е.  $A(B - C\tilde{t}) - 0$  и

$$(24) \quad \tilde{t} = B/C.$$

Таким образом, для выполнения условий (21) и (22) необходимо, чтобы

$$A(B - Ct_0) - t_0 > \Phi_{0\max},$$

$$(25) \quad AC > |\Phi'_{\max}|$$

и, кроме того, из (24) следует  $t_0 + r \geq B/C$ .

Положим  $B/C = t_0 + r/2$ , тогда из равенства  $A/(B - Ct_0) - t_0 = ACr/2 - t_0$  следует, что необходимо  $ACr \geq 2(t_0 + \Phi_{\max})$  или

$$(26) \quad AC \geq 2(t_0 + \Phi_{\max})/r.$$

Постоянные  $A$  и  $C$  всегда можно выбрать так, чтобы условия (25) и (26) выполнялись. Таким образом, оператор  $\Phi$  и функция  $\varphi$  обладают всеми свойствами, которые описаны в теореме 1 §3, Гл. XVIII [4].

Следовательно, уравнение  $q = \Phi(q)$  имеет решение  $q^*$ , к которому сходится последовательность  $\{q_n\}$

$$q_{n+1} = \Phi(q_n), n = 0, 1, 2, \dots$$

при этом  $|q^* - q_0| \leq t^* - t_0$ .

Рассмотрим выражение

$$\varphi(t') = \varphi(t_0 + r) \text{ при } B = Ct_0 + Cr/2,$$

$$\varphi(t') = A(Ct_0 + Cr/2 + C(t_0 + r)) < 0, \text{ т. е. } \varphi(t') < t'_0.$$

Отсюда следует справедливость теоремы 2 §3, Гл. XVIII [5], и упомянутое выше решение  $q^*$  единственно.

Если начальная точка  $q_0$  близка к решению  $q^*$ , то эффективным может оказаться метод Ньютона.

Для этого запишем аппроксимированное уравнение (1) в следующем виде

$$(27) A_{ijk}(P_{ijk}) = 0, \text{ } ijk \in \Omega_0,$$

$$(28) A_{ijk}^s(P_{ijk}) - a_s Q_s^2 - b_s(Q_s)Q_s - P_{s0} = 0, \text{ } ijk \in \Omega_s, s \in S_p,$$

$$(29) Q_s = B_{ijk}^s(P_{ijk}) = 0,$$

где  $A_{ijk}$  и  $A_{ijk}^s$  – это линейные формы от сеточных значений  $P_{ijk}$ , определяемых при конечно-разностной аппроксимации уравнений (1);  $\Omega_0$  – множество узлов  $ijk$ , на которых не задаются граничные условия;  $\Omega_s$  – множество узлов  $ijk$ , на которых задается граничное условие  $P_{ijk} = P_{s \text{ заб}}$ ;  $B_{ijk}^s$  – линейная форма от  $P_{ijk}$ , определяющая расход жидкости в  $S$ -ой скважине.

Соотношения (27)–(29) определяют уравнение  $P(x) = 0$ , фигурирующее в Гл. XVIII [5].

Основное уравнение метода запишем в виде

$$(30) P'(X_n)(X_n - X_{n+1}) = P(X_n), \text{ } X = (X^P, X^Q),$$

где  $X^P = P_{ijk}, ijk \in \Omega_0 \cup \Omega_s, X^Q = Q_s, s \in S_p$ . В силу линейности

$A_{ijk}, B_{ijk}^s, Q_s$  и  $A_{ijk}^s$

$$A'_{ijk}(X_n)X_n = A_{ijk}(X_n), \text{ } ijk \in \Omega_0;$$

$$(A_{ijk}^s)'(X_n)X_n = A_{ijk}^s(X_n), \text{ } s \in S_p;$$

$$Q'_s(X_n)X_n = Q_s(X_n), \text{ } s \in S_p;$$

$$(B_{ijk}^s)'(X_n)X_n = B_{ijk}^s(X_n), \text{ } s \in S_p;$$

$$A'_{ijk}(X_n)X_{n+1} = A_{ijk}(X_{n+1}), \text{ } ijk \in \Omega_0 \cup \Omega_s, s \in S_p;$$

$$(B_{ijk}^s)'(X_n) = B_{ijk}^s(X_{n+1}).$$

Из приведенных соотношений уравнение (30) можно записать как

$$(31) \quad \begin{aligned} & -A_{ijk}(X_{n+1}) = 0, \quad ijk \in \Omega_0; \\ & -A_{ijk}^s(X_{n+1}) - 2a_s Q_s(X_n)(Q_s(X_n) - Q_s(X_{n+1}) + a_s Q_s^2(X_n) - \\ & - \frac{\partial}{\partial Q_s} b_s(Q_s(X_n) Q_s(X_n))(Q_s(X_n) - Q_s(X_{n+1})) + b_s Q_s(X_n) + P_{s0} = 0, \\ & -Q_s(X_{n+1}) + B_{ijk}^s(X_{n+1}) = 0. \end{aligned}$$

Уравнения (31) являются линейными уравнениями относительно переменных  $(X^p, X^Q)$ .

Учитывая связь  $Q_s = B^s(P_{ijk})$ , очевидно, что указанные уравнения являются уравнениями относительно переменных  $P_{ijk}^{n+1}, ijk \in \Omega_0 \cup \Omega_s$ .

Эти уравнения можно записать в виде  $AX = b$ , где  $A$  – адатовская матрица, поэтому существуют эффективные методы численного решения этого уравнения.

Вернемся к соотношению (17). Запишем его в виде:

$$(32) \quad \begin{aligned} P_{s \text{ заб}} &= P_{s \text{ быф}} + P_{s \text{ ст}} + a_s Q_{s0}^2 + 2a_s Q_{s0} (Q_s - Q_{s0}) - \\ & - (f_{s0} - |(\partial f_s / \partial Q_s)_0| (Q_s - Q_{s0})) = \\ & = P_s^0 + (Q_s - Q_{s0}) (2a_s + (\partial f_s / \partial Q_s)_0) = P_s^0 + (Q_s - Q_{s0}) / K_s, \\ P_s^0 &= P_{s \text{ быф}} + P_{s \text{ ст}} + a_s Q_{s0}^2 - f_{s0}, \quad \partial f_s / \partial Q_s < 0, K_s > 0. \end{aligned}$$

В качестве  $Q_{s0}$  можно взять некоторый стационарный режим работы скважины.

Для двумерной модели (1) можно привести следующие расчетные формулы, следующие из уравнений (15)

$$(33) \quad P_{ij} = \frac{(P_{i+1j} + P_{ij+1})K_{ij} + P_{i-1j}K_{i-1j} + P_{ij-1}K_{ij-1}}{2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1}}, \quad ij \in \Omega_0;$$

$$(34) \quad P_{ij} = \frac{P_{i+1j}K_{ij} + P_{i-1j}K_{i-1j} + P_{ij-1}K_{ij-1} + P_s^0 / K_s - Q_{s0} / K_s^2}{1 / K_s + 2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1}},$$

$$i, j \in \Omega_s$$

Здесь  $K_{ij} = [k_a(k_n/\mu_n + k_b/\mu_b)]_{ij}$  (см. (1)),  $\Omega_0 = \Omega \setminus \Omega_s \setminus \Omega_k$ , где  $\Omega$  – множество внутренних узлов;  $\Omega_s$  – множество внутренних узлов, на которых задано граничное условие (4);  $\Omega_k$  – множество внутренних узлов, на которых задано граничное условие (5).

$$P_{ij} = P_{ij \text{ зад}}, \quad ij \in \bar{\Omega}_0,$$

где  $\bar{\Omega}_0$  – множество узлов, аппроксимирующих внешний контур  $\Gamma_0$ .

Рассмотрим теперь проблему интерференции скважин. Пусть имеем модель первого уровня. Если на скважинах задавать граничные условия в виде (4), то изменение граничного условия на любой скважине приводит к изменению расходов на всех остальных скважинах. Это максимальный модельный эффект интерференции скважины.

Если на скважинах задаются граничные условия в виде (5), то изменения режима данной скважины не ведет к изменению расходов на других скважинах. Это минимальный модельный эффект интерференции.

Формула (34) наглядно показывает, каким образом параметры скважинного лифта влияют на распределение давления в пласте и, следовательно, на распределение расходов по скважинам. Предположим, что одним из двух описанных выше методов найдено точное решение  $Q_{s0}$ ,  $s \in S_p$ . Если на какой либо скважине проведено мероприятие, приводящее априори к «небольшому» изменению  $Q_{s0}$ , то «быстрый» расчет новых режимов можно производить по формулам (33), (34), и тем самым оценить интерференцию интересующих нас скважин.

Рассмотрим некоторые особенности, связанные с использованием вышеприведенных формул. Для большей адекватности математической модели и физических процессов фильтрации в районе скважин вводятся специальные призабойные зоны. Опи-

сание изменения давления в этих зонах при разностной аппроксимации и учете малости этих зон часто дается в виде

$$(35) P_{s \text{ заб}} = P_{ijk}^s - Q_s / R_s,$$

где  $P_{ijk}^s$  – давления на узлах разностной сетки, соответствующие  $s$ -ой скважине,  $s \in S$ ;  $R_s$  – постоянная величина, получаемая при подгонке модельных значений забойных давлений и продуктивностей добывающих скважин к их фактическим значениям.

С учетом формулы (35) формулы (33), (34) выглядят следующим образом

$$(36) P_{ij} = \frac{P_{i+1j}K_{ij} + P_{i-1j}K_{i-1j} + P_{ij+1}K_{ij} + P_{ij-1}K_{ij-1}}{2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1}}, ij \in \Omega_0;$$

$$(37) P_{ij} = \left[ P_{i+1j}K_{ij} + P_{i-1j}K_{i-1j} + P_{ij+1}K_{ij} + P_{ij-1}K_{ij-1} - P_s^0 / \left( (R_s)^{-1} + (K_s)^{-1} \right) - Q_s / K_s \left( (R_s)^{-1} + (K_s)^{-1} \right) \right] \times \\ \times \left( 2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1} + (R_s)^{-1} + (K_s)^{-1} \right)^{-1}, \\ ij \in \Omega^s;$$

Формула (37) получена из формул (34) и соотношения

$$(38) P_s^0 + (Q_s - Q_s) / K_s = P_{ij} - Q_s / R_s, ij \in \Omega^s,$$

определенного равенством забойного давления на скважине и полученного из формул (32) и (35). Параметры  $R_s$  и  $K_s$ , с одной стороны, являются существенными параметрами математической модели, а с другой стороны, их идентификация допускает простые процедуры.

Предположим, что в момент  $t_n$  нам известны фактические величины  $Q_s^\Phi$  и  $P_{s \text{ заб}}^\Phi$ ,  $s = 1, |S_p|$ . Задавая для математической модели граничные условия в виде (4), определяем величины  $P_{ij}$ ,  $ij \in \Omega_s$ .

Из формулы  $P_{s \text{ заб}}^\Phi = P_{ij} - Q_s^\Phi / R_s$  определяем  $R_s = Q_s^\Phi / (P_{ij} - P_{s \text{ заб}}^\Phi)$ , а из формулы  $P_{s \text{ заб}}^\Phi = P_s^0 - (Q_s^\Phi - Q_{s0}) / K_s$  определяем  $K_s = (Q_s^\Phi - Q_{s0}) / (P_{s \text{ заб}}^\Phi - P_s^0)$ .

Для определения  $R_s$  и  $K_s$  можно воспользоваться также фактическими величинами продуктивностей добывающих скважин, т. е.  $PROD_s = \Delta Q_s^\Phi / \Delta P_s^\Phi$ .

Вообще говоря, величины  $R_s$  и  $K_s$  можно считать функциями времени. Предположим, что идентификация функций  $R_s(t)$  и  $K_s(t)$  происходит на интервале времени  $[T, T_k]$ . На этом интервале имеем  $N$  точек замеров  $t_1, t_2, \dots, t_N$ , величины  $Q_s(t_1), \dots, Q_s(t_N)$ ;  $P_s(t_1), \dots, P_s(t_N)$ ;  $PROD_s(t_1), \dots, PROD_s(t_N)$ ; и, соответственно, подсчитанные величины  $R_s(t_1), \dots, R_s(t_N)$ ;  $K_s(t_1), \dots, K_s(t_N)$ .

Выбираем класс функций, в котором будут аппроксимированы полученные значения  $R_s$  и  $K_s$ , например

$$K_s = A_0 + A_1(t - T) + A_2 e^{A_3(t-T)},$$

$$R_s = B_0 + B_1(t - T) + B_2 e^{B_3(t-T)}.$$

Используя метод наименьших квадратов, находим значения постоянных величин  $A_i, B_i, i = 0, 1, 2, 3$ .

В заключение рассмотрим один из вариантов построения модели, включающей три уровня.

Предположим, что на линейном участке наземной нефтесборной сети соотношение между давлениями на концах участка и расходом жидкости можно записать в виде

$$\Delta P_m - \Delta P_n = K_{mn} \Delta Q_{mn},$$

$$\Delta P_m = P_m - P_m^0,$$

$$\Delta P_n = P_n - P_n^0,$$

$$\Delta Q_{mn} = Q_{mn} - Q_{mn}^0,$$

где  $P_m^0$  и  $P_n^0$  – некоторые стационарные значения давлений в узлах  $m$  и  $n$ , полученные в результате измерений или расчетов. Аналогичный смысл имеют величины  $Q_{mn}^0$ .

Запишем теперь уравнения модели трех уровней для приращений функций относительно некоторых стационарных значений.

$$\Delta P_{ij} = \frac{\Delta P_{i+1j} K_{ij} + \Delta P_{i-1j} K_{i-1j} + \Delta P_{ij+1} K_{ij} + \Delta P_{ij-1} K_{ij-1}}{2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1}}, ij \in \Omega_0;$$



$$\Delta P_{ij} = \frac{\Delta P_{i+1j}K_{ij} + \Delta P_{i-1j}K_{i-1j} + \Delta P_{ij+1}K_{ij} + \Delta P_{ij-1}K_{ij-1}}{2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1} + (R_s)^{-1} + (K_s)^{-1}} - \frac{\Delta P_{s \text{ б\уф}} / ((R_s)^{-1} + (K_s)^{-1})}{2K_{ij} + K_{i-1j} + K_{ij-1} + (R_s)^{-1} + (K_s)^{-1}}, ij \in \Omega_s;$$

Для каждого внутреннего узла наземной сборной сети справедливо уравнение, вытекающее из уравнений Кирхгофа

$$(40) \Delta P_m = \sum_{n \in O_m} (P_n / K_{nm}) / \sum_{n \in O_m} (1 / K_{nm}),$$

где  $O_m$  – множество номеров узлов, из которых выходят линейные участки сети в рассматриваемый узел  $m$ .

К рассмотренным выше граничным условиям

$$\Delta P_{ij} = \Delta P_{ij}(t), ij \in \overline{\Omega}_0,$$

$$\Delta P_{ij} = \Delta P_k, k \in \Omega \setminus \overline{\Omega}_0 \setminus \Omega_s,$$

добавляются условия  $\Delta P_m = \Delta P_{m \text{ зад}}$ ,  $m \in \Omega_{\text{вых}}$ , где  $\Omega_{\text{вых}}$  – множество узлов наземной сети, на которых задается условие  $\Delta P_m = \Delta P_{m \text{ зад}}$ .

В приведенной линеаризованной трехуровневой модели уязвимым местом является определение коэффициентов  $K_{mn}$  в уравнениях (40). Если величины  $P_m^0$  и  $Q_m^0$  не измеряются, их необходимо определить расчетным путем, используя уравнения (8) и уравнения Кирхгофа в каждом внутреннем узле.

#### 4. Заключение

Как следует из вышеизложенного, моделирование на каждом уровне сводится в общем случае к решению системы нелинейных алгебраических уравнений, обладающих определенной спецификой, вытекающей из балансового характера моделируемых физических процессов. Учет второго и третьего уровней приводит как к увеличению размерности модели, так и к появлению новых нелинейностей.

При решении задач моделирования разработки месторождения углеводородов, в соответствии с предложенной трехуров-

невой моделью, приходится многократно решать системы из сотен тысяч алгебраических уравнений.

Естественно, практическая реализация моделирования всех трех уровней за приемлемое время с применением рассмотренных выше методов решения уравнений возможна только с использованием вычислительных систем с параллельной организацией алгоритмов вычислений.

### **Литература**

1. АЗИЗ Х., СЕТТАРИ Э. *Математическое моделирование пластовых систем*. – М.: Недра, 1982.
2. ГОДУНОВ С. К., РЯБЕНЬКИЙ В. С. *Разностные схемы*. – М.: Наука, 1973.
3. КАНТОРОВИЧ Л. В., АКИЛОВ Г. П. *Функциональный анализ*. – М.: Наука, 1977.
4. САМАРСКИЙ А. А., НИКОЛАЕВ Е. С. *Методы решения сеточных уравнений*. – М.: Наука, 1972.
5. *Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Добыча нефти /* Под ред. Ш. К. Гиматудинова. – М.: Недра, 1983.

### **INTEGRATED HYDRODYNAMICAL MODELS OF OIL FIELD DEVELOPMENT PROCESSES**

**Atlas V. Akhmetzyanov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., (awa@ipu.ru).

**Ildar Ibragimov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., (ildar@ipu.ru).

**Yegor Yaroshenko**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, (yaryegor@ipu.ru).

*Abstract: We consider the problems of development of integrated mathematical models for stratum fluids filtration and gas-liquid*

*mixtures flows (i.e. oil, natural gas, and water) in oil and gas collecting systems. The modeling process consists of finding the generalized solution for the system of equations that describe real physical processes in oil and gas strata, shafts, and on-ground collecting pipelines. We propose and study the methods to solve nonlinear algebraic equations systems obtained from the space-time approximation of the initial boundary problems of the considered class.*

Keywords: hydrodynamic model, filtration, collecting pipelines.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А. П. Курдюковым*

УДК 541.135.5  
ББК 24.57К76

**УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИМ  
РЕАКТОРОМ С ПРОТОЧНЫМИ ТРЕХМЕРНЫМИ  
ЭЛЕКТРОДАМИ ЗА СЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ  
СИСТЕМЫ**

**Гвоздева И. Г.<sup>1</sup>, Кошев А. Н.<sup>2</sup>**

*(Пензенский Государственный Университет архитектуры  
и строительства, Пенза)*

**Варенцов В. К.<sup>3</sup>**

*(Новосибирский Государственный технический  
университет, Новосибирск)*

*Приводится алгоритм расчета электропроводности твердой фазы системы как функции координаты по толщине электрода для обеспечения равномерного распределения электрохимического процесса по толщине трехмерного пористого электрода (ТПЭ). Проведено численное исследование закономерностей работы ТПЭ при различном распределении электропроводности по толщине проточного электрода.*

Ключевые слова: электрохимическая система, пористый электрод, математическая модель, оптимизация, алгоритм расчета.

---

<sup>1</sup> Ирина Геннадьевна Гвоздева, старший преподаватель (gvozdev@pguas.ru).

<sup>2</sup> Александр Николаевич Кошев, проректор по информатизации, доктор химических наук, профессор (koshev@pguas.ru).

<sup>3</sup> Валерий Константинович Варенцов, зав. кафедрой химии, доктор технических наук, профессор.

Электрохимические реакторы с трехмерными проточными электродами (ТПЭ) на основе углеродных волокнистых материалов (УВМ) используются для интенсификации различных окислительно-восстановительных процессов, в том числе для извлечения металлов из растворов электролитов [2–4]. Одной из основных задач оптимизации работы такого рода реакторов является обеспечение высокой эффективности электрохимического процесса, что подразумевает равномерное осаждение металла на реакционной поверхности с высокой скоростью его осаждения.

Для постановки задачи отыскания оптимальных условий электролиза требуется изучение физико-химических закономерностей процесса восстановления электроактивных компонентов на трехмерных проточных электродах. При этом большое значение имеет учет изменения параметров, характеризующих систему электрод–раствор с течением протекания процесса, таких, например, как электропроводность твердой и жидкой фаз, коэффициент массопереноса, пористость, реакционная поверхность, линейная скорость протока электролита и пр.; а также кинетических параметров процесса. Все эти параметры имеют распределенный характер по толщине электрода [2, 7, 11].

Одним из эффективных управляющих параметров работы электрохимической системы с трехмерными проточными электродами является электропроводность материала, из которого изготовлен электрод. Наибольший интерес представляет случай, когда в качестве материала катода используется УВМ с неодинаковыми электропроводящими свойствами в различных точках по толщине ТПЭ.

Такого рода электроды могут быть составлены из УВМ с различным исходным сопротивлением. Основным недостатком таких электродов является наличие переходных границ, что предопределяет скачок электропроводности в области контакта слоев УВМ. В настоящее время появилась возможность использовать углеродные волокнистые электроды с непрерывно изме-

нящейся по толщине электрода электропроводностью. Электроды такого вида могут быть получены катодной или анодной обработкой исходного материала в растворах кислоты, щелочи или соли. Профиль электропроводности по толщине электрода обеспечивается режимом электролиза, природой и составом электролита и видом исходного УВМ [5, 6].

Наиболее эффективным аппаратом исследования и подбора оптимальных условий функционирования ТПЭ является математическое моделирование. В статье [7] изложены основные подходы и программа исследований закономерностей функционирования проточных трехмерных электродов из УВМ с использованием методов математического моделирования и экспериментальных методов для различных окислительно-восстановительных процессов, в том числе электроосаждения металлов. В статье [9] приведена постановка задачи оптимального управления, где в качестве управляющего воздействия выбрана зависимость электропроводности углеграфитовой основы проточного электрода и намечены пути решения задачи. Однако при реализации разработанных в статье методов отыскания оптимального распределения электропроводности УВМ возникают две трудности. Во-первых, расчет оптимального управления является сложной задачей вычислительной математики, при использовании предложенного подхода необходимо учитывать специфику каждой конкретной исследуемой системы и учитывать эту специфику при проведении расчетов. То есть такой метод наиболее эффективно применим при решении конкретной задачи оптимизации электропроводности электрода. Во-вторых, для решения задачи определения электропроводности ТПЭ, как задачи оптимального управления, необходимо знать начальное приближение к решению, достаточно близкое к оптимальному. В противном случае итерационный процесс оптимизации может оказаться не сходящимся к оптимуму.

Целью данной работы является построение алгоритма расчета электропроводности твердой фазы системы, как функции координаты по толщине электрода, для обеспечения равномер-

ного распределения электрохимического процесса по толщине ТПЭ, при этом предлагается решать задачу как задачу математического программирования, а не как задачу оптимального управления.

Кроме того, в цель работы входило численное исследование закономерностей работы ТПЭ при различном распределении электропроводности по толщине проточного электрода. Равномерное распределение электрохимического процесса по толщине электрода особенно важно при электроосаждении металлов на углеродно-волоконистые электроды (УВЭ), так как определяет максимально возможное количество металла, осаждаемого на единицу веса электрода.

Ниже приводится вывод дифференциального уравнения, связывающего функции плотности тока  $J(x)$  и потенциала  $E(x)$  в каждой точке ТПЭ –  $x$ , когда удельная электропроводность твердой фазы  $\chi_T$  есть функция от координаты –  $\chi_T(x)$ . Пусть

$J_T(x)$  – плотность тока в твердой фазе пористой системы в точке электрода  $x$ ;

$J_J(x)$  – плотность тока в жидкой фазе пористой системы в точке электрода  $x$ ;

$J(x)$  – общая плотность тока в точке электрода  $x$ , ( $A/cm^2$ );

$\chi_T(x)$ ,  $\chi_J(x)$  – удельные сопротивления твердой и жидкой фаз, ( $1/(Om \cdot cm)$ );

$E(x)$  – потенциал в точке электрода с координатой  $x$ , ( $B$ );

$S_v$  – удельная реакционная поверхность, ( $1/cm$ );

$E'(x)$  – производная от потенциала по переменной  $x$ , ( $B/cm$ );

$E''(x)$  – вторая производная от потенциала по переменной  $x$ , ( $B/cm^2$ );

$\chi_T'(x)$ ,  $\chi_J'(x)$  – производные по  $x$  от удельных сопротивлений твердой и жидкой фаз, ( $1/(Om \cdot cm^2)$ );

$J_T'(x)$ ,  $J_J'(x)$  – производные от плотностей тока.

В соответствии с известными положениями [8], если  $\chi_T(x)$ ,  $\chi_J(x)$  – константы, имеем:

$$(1) \quad J_T(x) + J_J(x) = 0,$$

$$(2) \quad \frac{J_{\Gamma}(x)}{\chi_{\Gamma}} - \frac{J_{\text{ж}}(x)}{\chi_{\text{ж}}} = E'(x),$$

$$(3) \quad J'_{\Gamma}(x) = S_{\nu} J_S(x),$$

$$(4) \quad -J'_{\text{ж}}(x) = S_{\nu} J_S(x).$$

Положим:  $\rho_{\Gamma}(x) = 1/\chi_{\Gamma}(x)$ ,  $\rho_{\text{ж}}(x) = 1/\chi_{\text{ж}}(x)$ . Тогда (2) переписется в виде

$$(5) \quad J_{\Gamma}(x) \rho_{\Gamma}(x) - J_{\text{ж}}(x) \rho_{\text{ж}}(x) = E'(x).$$

Дифференцирование этого выражения приведет к следующему:

$$E''(x) = (J_{\Gamma}(x) \rho_{\Gamma}(x) - J_{\text{ж}}(x) \rho_{\text{ж}}(x))' \Leftrightarrow$$

$$E''(x) = J'_{\Gamma}(x) \rho_{\Gamma}(x) + J_{\Gamma}(x) \rho'_{\Gamma}(x) - J'_{\text{ж}}(x) \rho_{\text{ж}}(x) - J_{\text{ж}}(x) \rho'_{\text{ж}}(x).$$

Следовательно, из (3), (4):

$$(6) \quad E''(x) = S_{\nu} J_S(x) (\rho_{\Gamma}(x) + \rho_{\text{ж}}(x)) + J_{\Gamma}(x) \rho'_{\Gamma}(x) - J_{\text{ж}}(x) \rho'_{\text{ж}}(x)$$

Предположим, что  $\rho_{\text{ж}}$  - константа и, следовательно,  $\rho'_{\text{ж}}(x) = 0$ .

Решаем систему (1), (5) относительно величин  $J_{\Gamma}(x)$ ,  $J_{\text{ж}}(x)$  и подставляем решения в уравнение (6). Получим:

$$(7) \quad E''(x) = S_{\nu} J_S(x) (\rho_{\Gamma}(x) + \rho_{\text{ж}}(x)) + \frac{1}{\rho_{\text{ж}}(x) + \rho_{\Gamma}(x)} E'(x) \rho'_{\Gamma}(x).$$

Итак, переходя к удельным сопротивлениям, окончательно имеем:

$$(8) \quad \frac{d^2 E}{dx^2} = - \frac{\chi'_{\Gamma}(x) \chi_{\text{ж}}}{\chi_{\Gamma}(x) (\chi_{\Gamma}(x) + \chi_{\text{ж}})} \frac{dE}{dx} + S_{\nu} \left( \frac{1}{\chi_{\Gamma}(x)} + \frac{1}{\chi_{\text{ж}}} \right) J_S(x).$$

Учет изменения профиля электропроводности электрода производился по способу, описанному в статье [10].

Функция  $J(x)$  в общем случае может быть представлена как функция потенциала электрода и концентрации электроактивного компонента  $C(x)$ :

$$(9) \quad J(x) = j_0 \frac{\exp(\alpha ZFE(x)/RT) - \exp((\alpha - 1)ZFE(x)/RT)}{1 + j_0 \exp(\alpha ZFE(x)/RT) / ZFK_m C(x)}$$



Кроме того, плотность тока  $J(x)$  и концентрация электроактивного компонента  $C(x)$  связаны уравнением:

$$(10) \quad \frac{dC}{dx} = -\frac{S_v}{wZF} J(x)$$

В уравнениях (2), (3)  $j_0$  - плотность тока обмена;  $K_m$  - коэффициент массопереноса  $K_m = 1,9 \cdot 10^{-2} \cdot w^{0,35}$  [1];  $w$  - линейная скорость потока электролита.

Начальные и граничные условия запишем в виде:

$$(11) \quad \frac{dE}{dx}(0) = -\frac{J_{\text{ср}}}{\chi_{\text{T}}(0)}; \quad \frac{dE}{dx}(L) = \frac{J_{\text{ср}}}{\chi_{\text{ж}}}; \quad C(0) = C_0.$$

Система уравнений (8)–(11) полностью описывает распределение потенциала и тока в порах ТПЭ при электроосаждении одного компонента, если пренебречь процессом выделения водорода, который при необходимости может быть легко учтен.

Таким образом, задача заключается в определении функции  $\chi_{\text{T}}(x)$  такой, чтобы решение уравнений (8)–(11) удовлетворяло критерию наилучшей равномерности распределения тока, например:

$$(12) \quad \left| \int_0^L E(x) - \frac{\int_0^L E(x) dx}{L} dx \right| \rightarrow \min$$

Функцию распределения электропроводности УВМ по толщине пористого электрода, вид которой необходим для проведения численных экспериментов, мы принимали как постоянной, так и в виде линейной и квадратичной зависимости  $\chi_{\text{T}}$  от координаты  $x$ .

Если зависимость электропроводности твердой фазы  $\chi_{\text{T}}$  от координаты по толщине электрода  $x$  представить в виде параболы  $\chi_{\text{T}}(x) = A \cdot x^2 + B \cdot x + C$ , то, выбрав оптимальным образом коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$ , можно достичь улучшения равномер-

ности распределения электрохимического процесса по объему электрода.

Заметим, что если принудительно принять  $A = 0$ ,  $B = 0$ , то после оптимизации получим значение  $\chi_T(x)$  в виде постоянной величины, а если только  $A = 0$ , то в виде линейной формы.

Таким образом, в математической постановке получаем задачу многомерной оптимизации с сильно нелинейным критерием (12). В качестве ограничений на параметры оптимизации и решение принимались естественные ограничения на значения потенциала электрода и его электропроводность.

Задача оптимизации решалась в два этапа. Вначале находили приближение к оптимальным значениям коэффициентов функции  $\chi_T(x)$  методом перебора следующим образом. Строилась сетка, где ось  $x$  соответствует толщине электрода, а ось  $y$  – значениям электропроводности электрода. Поочередно вершина параболы помещалась в каждый узел сетки, в зависимости от значения коэффициента  $C$ , вычислялись значения коэффициентов  $A$  и  $B$ . Далее решалась система дифференциальных уравнений, вычислялся критерий оптимизации. В результате по окончании первого этапа найдены значения коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , при которых критерий оптимизации имеет минимально возможное значение по принятому алгоритму. Эти значения представляют собой некоторое приближение к оптимуму, поэтому далее они уточнялись методом покоординатного поиска. Кроме того, при решении задачи оптимизации на каждом шаге следили, чтобы значения электропроводности находились в заданных допустимых границах.

Описанный алгоритм решения задачи позволяет, во-первых, свести оптимизацию к наименьшему числу шагов и, во-вторых, отслеживать все локальные минимумы целевой функции.

На каждом шаге итерационного процесса поиска оптимума решалась задача Коши для системы дифференциальных уравнений (8)–(11), причем для ее решения необходимо каждый раз находить недостающее начальное условие  $E(0)$ . Система дифференциальных уравнений решалась методом Рунге-Кутты.

Недостающее начальное условие находилось известным в вычислительной математике «методом стрельбы».

Программа вычислений выполнена в интегрированной вычислительной среде *MathCad*. Там же построены все графические зависимости.

Параметры электрода и электролита, используемые при проведении расчетов, соответствовали системе для извлечения серебра из тиомочевинных растворов на электрод из УВМ и приведены в таблице 1.

В расчетах использовался электрод с тыльным токоподводом и тыльной подачей раствора в электрод, т.е. наиболее распространенная в практике конструкция электрохимических реакторов с УВЭ [3].

Таблица 1. Параметры электрода и электролита, используемые при проведении расчетов

Наименование параметра	Обозначение	Значение	Размерность
Электропроводность электролита	$\chi_{ж}$	0,1	См·см <sup>-1</sup>
Скорость протока раствора	$w$	0,5	см/с
Удельная реакционная поверхность	$S_v$	300	см <sup>2</sup> /см <sup>3</sup>
Ток обмена	$j_0$	10 <sup>-5</sup>	А/см <sup>2</sup>
Габаритная плотность тока	$J_{ср}$	0,2	А/см <sup>2</sup>
Концентрация	$C_0$	10 <sup>-5</sup>	моль/см <sup>3</sup>
Коэффициент переноса	$\alpha$	0,5	–
Заряд иона	$Z$	1	–
Толщина электрода	$L$	0,4	см
Равновесный потенциал серебра	$E_p$	-0,07	В

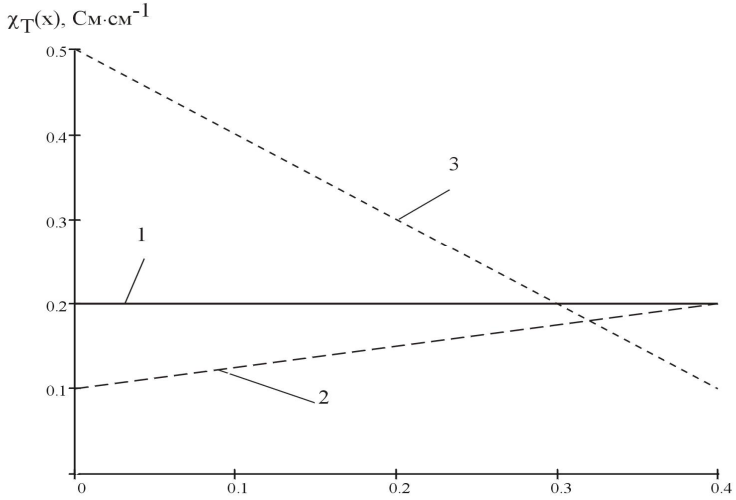
Наилучшие результаты расчетов оптимального распределения электропроводности по толщине объемно-пористого электрода, характеризующиеся равномерностью распределения серебра по толщине электрода и степенью его извлечения, приведены в

таблице 2. Заметим, что для всех приведенных в данной статье параметров процесса степень извлечения серебра из раствора вычислялась по формуле  $R = 1 - C_L/C_0$  при однократном прохождении раствора сквозь объем электрода.

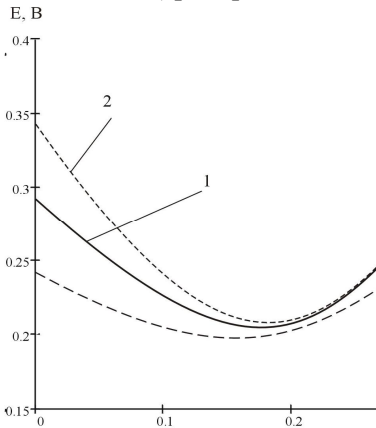
Таблица 2. Наилучшие результаты расчетов оптимального распределения электропроводности по толщине объемно-пористого электрода

№	$\chi_T = Ax^2 + Bx + C$			$K_p$ – показатель равномерности	$R$ – степень извлечения
	A	B	C		
1			0,2	0,011304	0,424
2		0,25	0,1	0,012850	0,465
3		-1	0,5	0,009508	0,284
4	-22,5	9	0,1	0,008740	0,419
5	10	-4	0,7	0,015652	0,431
6	-1,315	0,026	0,3	0,0090009	0,317
7	2,63	-0,053	0,3	0,0135555	0,483
8	-0,625	0,5	0,1	0,0125456	0,495
9	5,625	-4,5	1	0,0115009	0,254

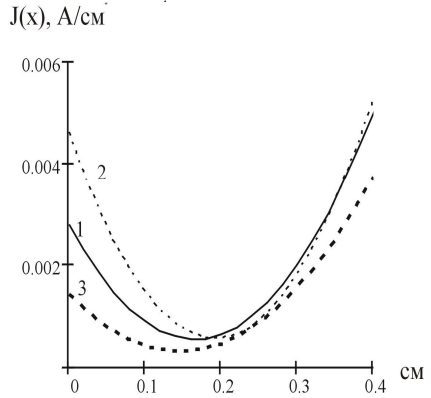
Ниже на рис. 1 и рис. 2 приведены кривые распределения электропроводности, иллюстрирующие расчеты, приведенные в таблице 2, и соответствующие им кривые распределения потенциала.



а) распределение электропроводности

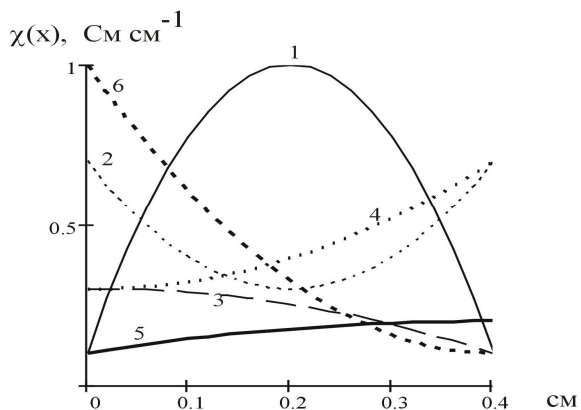


б) распределение  
потенциала

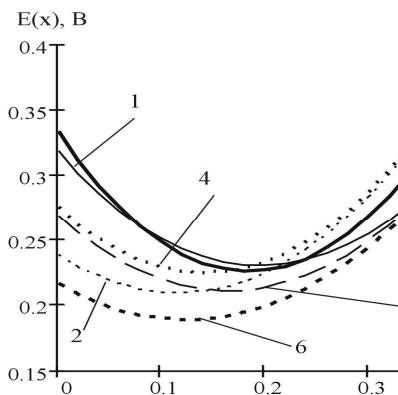


в) распределение тока

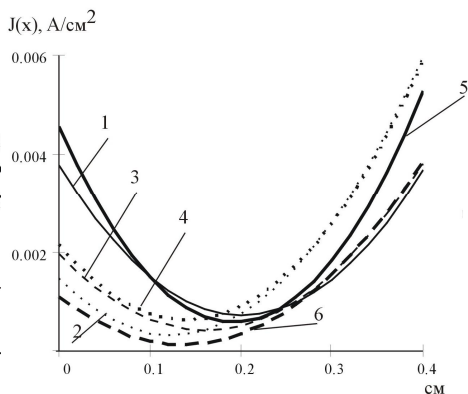
Рис. 1. Распределение электрохимических функций при линейной форме распределения электропроводности ТПЭ. 1, 2, 3 – распределения, соответствующие строкам 1, 2, 3 таблицы 2



а) распределение электропроводности



б) распределение потенциала



в) распределение тока

Рис. 2. Распределение электрохимических функций при параболической форме распределения электропроводности ТПЭ. 1, 2, 3, 4, 5, 6 – распределения, соответствующие строкам 4, 5, 6, 7, 8, 9 таблицы 2

В строках 1-4 таблицы 2 приведены характеристики линейного распределения электропроводности основы ТПЭ, а на рис. 1 – соответствующие им результаты расчетов распределения потенциала и тока по толщине электрода. Из рассмотренных случаев лучшим с точки зрения равномерности распределения тока по толщине электрода является распределение  $\chi_T(x)$  в виде убывающей линейной формы. Характер распределения потенциала по толщине электрода для линейных профилей электропроводности по толщине электрода логичен и согласуется с известными теоретическими представлениями о работе проточных трехмерных электродов. В рассматриваемых случаях наибольшее значение потенциала наблюдается на фронтальной стороне электрода.

В строках 4–8 таблицы 2 приведены параметры параболических распределений электропроводности ТПЭ по толщине электрода. При этом вершины парабол фиксировались в различных точках по толщине электрода. Ветви же параболы могли быть направлены как вверх, так и вниз относительно координатной оси. Лучший результат был достигнут, когда парабола ориентирована выпуклостью вверх.

Чтобы убедиться, что данная тенденция сохраняется независимо от исходных данных, были произведены расчеты с другим значением электропроводности жидкой фазы ( $\chi_{ж} = 0,2 \text{ См}\cdot\text{см}^{-1}$ ). Результаты помещены в таблицу 3.

Таблица 3. Наилучшие результаты расчетов оптимального распределения электропроводности по толщине объемно-пористого электрода ( $\chi_T = 0,2 \text{ См} \cdot \text{см}^{-1}$ )

№	$\chi_T = Ax^2 + Bx + C$			$K_p$ – показатель равномерности	$R$ – степень извлечения
	A	B	C		
1			0,3	0,007569	0,438
2		0,25	0,3	0,007921	0,467
3		-0,75	0,5	0,006556	0,345
4	-20	8	0,2	0,005846	0,435
5	10	-4	0,7	0,010417	0,447
6	-1,972	0,039	0,5	0,006277	0,344
7	2,63	-0,053	0,3	0,008852	0,521
8	-0,625	0,5	0,2	0,00799	0,478
9	5	-4	1	0,007795	0,295

Результаты расчетов позволяют сделать вывод о том, что лучшими из рассмотренных форм кривых распределения электропроводности являются убывающая линейная (строка 3, таблица 2, таблица 3) и выпуклая вверх параболическая (строка 4, таблица 2, таблица 3) зависимости  $\chi_T(x)$ . Вместе с тем следует отметить, что равномерное распределение электрохимического процесса по толщине электрода не обуславливает высокую степень извлечения металла ( $R$ ). Наиболее равномерное распределение электрохимического процесса для выбранной системы (электроосаждение серебра из сернокислого тиомочевинного раствора) соответствует параболическому изменению удельной электропроводности по толщине электрода. Обеспечение достаточно равномерного распределения процесса осаждения серебра по толщине электрода и его высокой степени извлечения – больше 0,4 (при однократном прохождении раствора сквозь объем электрода) – также характерно для параболического профиля электропроводности со смещенной от центра вершиной параболы.

Данные, приведенные в таблице 4, показывают, что высокая степень извлечения серебра обеспечивается в условиях, не



оптимальных с точки зрения равномерного распределения целевого электрохимического процесса по толщине электрода, что также согласуется с теоретическими представлениями о функционировании электродов из УВМ. Известно, что высокая степень извлечения металла на УВЭ достигается в условиях работы всего или значительного объема электрода на предельном диффузионном токе. В этом случае распределение процесса по толщине электрода является не равномерным, так как подчиняется экспоненциальной зависимости.

В таблице 4 представлены расчеты распределения электропроводности с наибольшей степенью извлечения металла. Из таблицы видно, что больше всего металла извлекается, когда функция распределения электропроводности возрастающая (будь то прямая или ветвь параболы).

*Таблица 4. Расчеты распределения электропроводности с наибольшей степенью извлечения металла*

№	$\chi_T = Ax^2 + Bx + C$			$K_p$ – показатель равномерности (по потенциалу)	$K_p$ – показатель равномерности (по току)	$R$ – степень извлечения
	A	B	C			
1			1	0,015899	0,000487	0,431
2		1,75	0,1	0,014047	0,000441	0,5949
3		-0,5	0,6	0,013800	0,000422	0,406
4	-10	4	0,3	0,011317	0,000355	0,428
5	22,5	-9	1	0,1799360	0,000533	0,4336
6	-2,63	0,053	0,7	0,0133659	0,000394365	0,376
7	5,917	-0,118	0,101	0,0148815	0,000068	0,601
8	-5,625	4,5	0,1	0,0136425	0,000067	0,601
9	3,125	-2,5	1	0,0151950	0,000085	0,399

Очевидно, что оптимальное распределение электропроводности по толщине электрода будет определяться индивидуальными свойствами системы электрод–раствор (удельными электропроводностями раствора и электродного материала, кинети-

кой электродного процесса), толщиной электрода, токовым и гидродинамическим режимом, наличием параллельно протекающих электродных реакций и др.

Поэтому параметры ( $A, B, C$ ) зависимостей  $\chi_1(x)$  должны определяться посредством оптимизации для каждого конкретного электрохимического процесса электроосаждения на проточный объемно-пористый электрод.

Приведенные выше результаты свидетельствуют о корректности предложенного подхода для решения поставленной задачи и позволяют в дальнейшем рассмотреть влияние параметров электрода, электролита и процесса электролиза на оптимальное распределение электропроводности ТПЭ в процессах, связанных с осаждением металлов.

### **Литература**

1. БЕК Р. Ю., ЗАМЯТИН А. П. *Коэффициент массопередачи и доступная электролизу поверхность проточных волокнистых углеграфитовых электродов* // Электрохимия. – 1978. – Т. 14. – С. 1196–1201.
2. ВАРЕНЦОВ В. К. *Интенсификация электрохимических процессов* /Под ред. А. П. Томилова. – М. Наука, 1988. – С. 94–118.
3. ВАРЕНЦОВ В. К. *Электрохимические реакторы с УВЭ: разработка и использование* // Химия в интересах устойчивого развития. – 1997. – №2, вып. 5. – С 147–156.
4. ВАРЕНЦОВ В. К. *Электролиз с трехмерными электродами в процессах регенерации металлов из промывных растворов гальванических производств* // Известия СО АН СССР. Сер. хим. наук. – 1988. – Вып. 3. – С. 124–131.
5. ВАРЕНЦОВ В. К., ВАРЕНЦОВА В. И. *Изменение свойств углеродных волокнистых материалов при катодной обработке в кислых и щелочных растворах* // Журн. прикладной химии. – 1999. – №4. – С.605–609.
6. ВАРЕНЦОВ В. К. ВАРЕНЦОВА В. И. *Модификация элект-*

*тродных свойств углеродных волокнистых материалов электролизом в водных растворах // Электрохимия. – 2001. – Т. 37. – С. 811–820.*

7. ВАРЕНЦОВ В. К., КОШЕВ А. Н. *Математическое моделирование электрохимических процессов в проточных трехмерных электродах // Известия СО АН СССР. Серия хим. наук. – 1988. – №17. – С. 117–125.*
8. ДАНИЕЛЬ-БЕК В. С. *К вопросу о поляризации пористых электродов // Журн. физической химии. – Т. 22. – Вып. 6. – С. 697.*
9. КОШЕВ А. Н., ВАРЕНЦОВ В. К., ГЛЕЙЗЕР Г. Н. *К задаче оптимального управления процессами электролиза в проточных объемно-пористых электродах // Электрохимия. – 1992. – Т. 28. – С. 1265–1270.*
10. КОШЕВ А. Н., ВАРЕНЦОВ В. К., ГЛЕЙЗЕР Г. Н. *Влияние заполнения проточного объемно-пористого катода осаждающимся металлом на электропроводность твердой фазы системы электрод-электролит // Электрохимия. – 1992. – №8. – С. 1270–1274.*
11. КОШЕВ А. Н., ВАРЕНЦОВ В. К., КАМБУРГ В. Г. *Математическое моделирование процесса электроосаждения металлов из многокомпонентных систем на проточные объемно-пористые электроды // Известия СО АН СССР. Серия хим. наук. – 1984. – Вып. 6. – С. 24–27.*

## CONTROLLING THE ELECTROCHEMICAL REACTOR WITH THREE-DIMENSIONAL FLOWING ELECTRODES BY OPTIMAL CONDUCTIVITY DISTRIBUTION

**Irina Gvozdeva**, Penza State University of the Architecture and Building, lecturer, Penza (gvozdev@pguas.ru).

**Alexander Koshev**, Penza State University of the Architecture and Building, Penza, Dr. Sci., professor (koshev@pguas.ru).

**Valery Varentsov**, Novosibirsk State Technical University, Dr. Sci.

*Abstract: We propose an algorithm to calculate the conductivity distribution over the width of the electrode that ensures uniform execution of electrochemical process over the width of three-dimensional porous electrode. Patterns of three-dimensional porous electrode functioning given different conductivity distributions are numerically studied.*

Keywords: electrochemical system, porous electrode, mathematical model, optimization, algorithm.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Н. Н. Бахтадзе*

УДК 007.51+621.331  
ББК 31.27-01

## УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ

**Крюков А. В.<sup>1</sup>, Закарюкин В. П.<sup>2</sup>, Абрамов Н. А.<sup>3</sup>**  
(Иркутский государственный университет  
путей сообщения, Иркутск)

*Предложен метод управления режимами систем тягового электроснабжения железных дорог переменного тока, использующий ситуационный подход. На основе компьютерного моделирования показана применимость метода для решения практических задач управления сложной системой тягового электроснабжения магистральной железной дороги.*

Ключевые слова: системы тягового электроснабжения, управление режимами, ситуационный подход.

### **1. Введение**

Система тягового электроснабжения (СТЭ) железных дорог переменного тока представляет собой нелинейный динамический объект, отличающийся многорежимностью. Последний фактор существенно усложняет оперативное управление СТЭ. Преодоление указанной трудности возможно на основе использования концепции ситуационного управления (СУ). При этом под ситуационным можно понимать управление, основанное на выявлении проблемных ситуаций и преобразовании имеющейся

---

<sup>1</sup> Андрей Васильевич Крюков, член-корр. АН ВШ РФ, доктор технических наук, профессор (and\_kryukov@mail.ru).

<sup>2</sup> Василий Пантелеймонович Закарюкин, кандидат технических наук, доцент (zakar@irk.ru).

<sup>3</sup> Никита Андреевич Абрамов, аспирант (Abramov\_na@irgups.ru).

информации в управляющие воздействия, направленные на их разрешение [8, 9].

При учете электромагнитных и электромеханических переходных процессов система электроснабжения железнодорожной магистрали представляет собой сложный нелинейный динамический объект, для формального описания которого может быть использована следующая модель:

$$(1) \quad \mathbf{X}(t) = \Phi_t[\mathbf{C}(t), \mathbf{V}(t), \mathbf{S}(t)],$$

где  $\mathbf{X}(t)$  –  $n$ -мерный вектор параметров, характеризующих режим СТЭ;  $\Phi_t$  – нелинейный динамический оператор, в общем случае зависящий от времени;  $\mathbf{V}(t)$  –  $m$ -мерный вектор возмущающих воздействий;  $\mathbf{C}(t)$  –  $\ell$ -мерный вектор управлений;  $\mathbf{S}(t)$  –  $p$ -мерный вектор структурных параметров. Вектор  $\mathbf{X}$  обычно формируется из модулей и фаз напряжений в узловых точках СТЭ. В состав вектора  $\mathbf{V}$  включают потребляемые (генерируемые) активные и реактивные мощности. Вектор  $\mathbf{S}$  образуют бинарные параметры, характеризующие положение коммутационных аппаратов. Вектор управлений  $\mathbf{C}$  включает задания на генерацию (потребление) реактивной мощности регулируемыми установками продольной и поперечной компенсации. В качестве параметров  $\mathbf{X}(t)$  используются декартовы ( $U'_i, U''_i$ ) или полярные координаты ( $U_i, \delta_i$ ) узловых напряжений. Параметры  $\mathbf{V}(t)$  представляют собой изменяющиеся во времени и перемещающиеся в пространстве активные  $P_i$  и реактивные  $Q_i$  тяговые нагрузки. Вектор управлений  $\mathbf{C}(t)$  формируется на основании детерминированного или случайного графика движения поездов, а также команд, поступающих из энергодиспетчерского центра дороги.

## 2. Методика моделирования

Ввиду большой размерности, сложности и недостаточной информационной обеспеченности СТЭ практическое использование модели (1) на современном этапе не представляется возможным. Поэтому для определения режимов СТЭ применяют имитационные методы. При этом используется концепция

мгновенных схем и осуществляется редукция динамической модели (1) к набору статических. Для выполнения процедуры моделирования исследуемый интервал  $T_M$  разбивается на малые промежутки  $\Delta t$ , внутри которых параметры  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{V}$  принимаются неизменными.

На каждом интервале  $\Delta t$  осуществляется решение следующей системы нелинейных уравнений, описывающей установившийся режим соответствующей мгновенной схемы:

$$\mathbf{F}[\mathbf{X}_k, \mathbf{S}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{V}_k] = \mathbf{0},$$

где  $\mathbf{X}_k$ ,  $\mathbf{S}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ ,  $\mathbf{V}_k$  – значения векторов  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{V}$  для  $k$ -ой мгновенной схемы.

Создание имитационной модели СТЭ требует построения моделей ее элементов с определением алгоритма их взаимодействия и включает следующие составные части:

- моделирование графика движения поездов;
- формирование мгновенных схем и расчет режима для каждой из них;
- выборка результатов расчета и определение интегральных показателей имитационного моделирования.

Наиболее эффективно задача расчета режимов СТЭ может быть решена на основе применения фазных координат. Основную трудность при описании СТЭ в фазных координатах создают статические многопроводные элементы (СМЭ) со взаимоиндуктивными связями, к которым относятся линии электропередачи (ЛЭП) и трансформаторы. В работе [3] предложен единый методологический подход к построению моделей СМЭ, реализуемых решетчатыми схемами замещения в виде наборов  $RLC$ -элементов, соединенных по схеме полного графа.

### **3. Ситуационное управление режимами СТЭ**

В качестве исполнительных элементов для управления режимами СТЭ могут использоваться следующие устройства управления (УУ):

- регулируемые установки поперечной компенсации реак-

тивной мощности (РПКРМ) [2, 6];

- регулируемые установки продольной компенсации [2, 6];
- накопители энергии (сверхпроводниковые индуктивные и емкостные) [12];
- активные кондиционеры гармоник [11];
- регулируемые вольтодобавочные трансформаторы [1];
- синхронные и асинхронизированные генераторы установок распределенной генерации, снабженные устройствами автоматического регулирования возбуждения [4].

Основные задачи, решаемые с помощью перечисленных УУ, могут быть сформулированы следующим образом:

- стабилизация уровня напряжения в тяговой сети;
- уменьшение потерь электроэнергии в ТС;
- снижение отклонений напряжения на шинах 110–220 кВ и 6–10–35 кВ ТП;
- снижение несимметрии напряжения на шинах 110–220 кВ и 6–10–35 кВ тяговых подстанций (ТП);
- снижение уровня несинусоидальности кривых напряжения на шинах 110–220 кВ и 6–10–35 кВ ТП.

Структурная схема управления режимами СТЭ представлена на рис. 1.

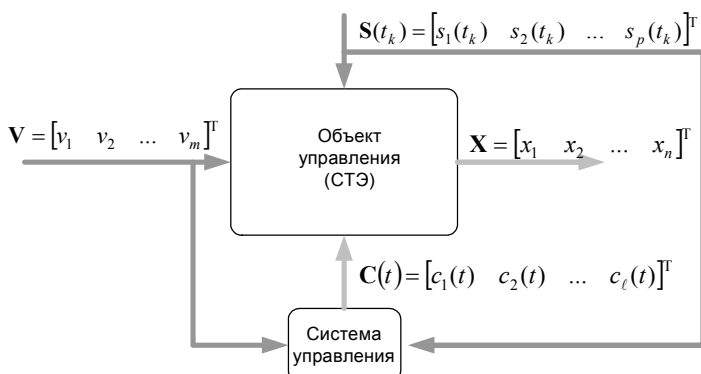


Рис. 1. Структурная схема управления режимами СТЭ



Предварительный этап ситуационного управления состоит в обобщении и классификации ситуаций, возникающих в процессе функционирования объекта управления. Для решения задачи может использоваться математический аппарат нечеткой кластеризации [7].

Алгоритм СУ включает следующие блоки (рис. 2):

1) блок оценивания состояния СТЭ, на основании которого формируются векторы  $\mathbf{V}(t_k)$ ,  $\mathbf{S}(t_k)$ ; первый вектор образуют активные мощности, потребляемые тяговыми подстанциями, во второй входят бинарные параметры, характеризующие положение коммутационных аппаратов на ТП, постах секционирования и пунктах параллельного соединения участков контактной сети;

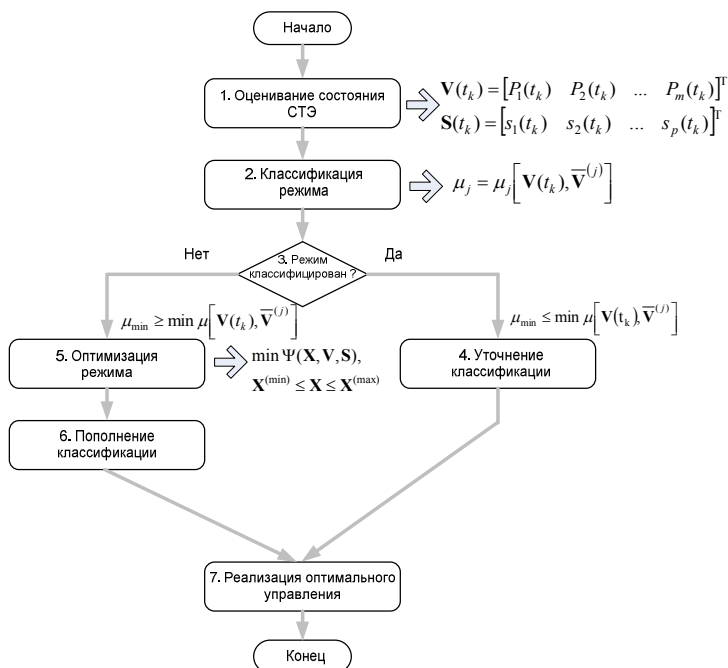


Рис. 2. Блок-схема алгоритма ситуационного управления

2) блок классификации режима, осуществляемой на основе определения функции принадлежности  $\mu \left[ \mathbf{V}(t_k), \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right]$  текущего режима  $\mathbf{V}(t_k)$  нечетким множествам (кластерам), определяемым центрами (типичными представителями)  $\bar{\mathbf{V}}^{(j)}$ , найденными на предварительном этапе;

3) логический блок, определяющий успешность классификации по условию

$$(2) \quad \mu_{\min} \leq \min \mu \left[ \mathbf{V}(t_k), \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right],$$

где  $\mu_{\min}$  – величина, определяющая погрешность классификации;

4) блок уточнения классификации путем проведения процедуры кластеризации с учетом параметров  $\mathbf{V}(t_k)$ ; переход к блоку происходит, если условие (2) выполнено, что означает возможность отнесения текущего режима к одной из выявленных на этапе кластеризации режимных ситуаций; далее на основе выполненной ранее оптимизации режима для выявленной режимной ситуации происходит реализация оптимального управления, отвечающего экстремуму функционала  $\Psi(\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{S})$ ;

5) если условие (2) не выполняется, то происходит переход к блоку оперативной оптимизации управления, затем выполняется пополнение классификации и реализация управления.

#### **4. Результаты моделирования**

Из приведенного описания видно, что успешность реализации алгоритма СУ прежде всего зависит от возможности классификации и обобщения большого многообразия режимных ситуаций, возникающих в процессе эксплуатации систем тягового электроснабжения. Для подтверждения такой возможности проведено моделирование режимов СТЭ участка магистральной железной дороги (рис. 3). Моделирование проводилось с помощью программного комплекса «Fazonord–Качество», разработанного в ИрГУПСе [10]. В целях упрощения интерпретации

результатов моделирования рассматривался типичный случай оснащения СТЭ устройствами управления режимами, когда пост секционирования оснащается установкой РПКРМ, выполненной с использованием современных средств силовой электроники [6].

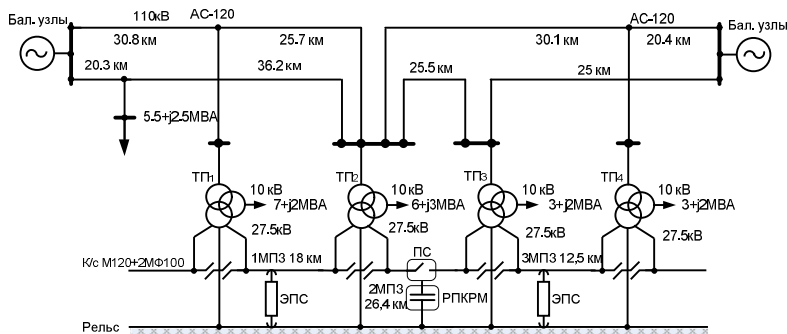


Рис. 3. Схема моделируемого участка железнодорожной магистрали: ПС – пост секционирования

Классификация режимов осуществлялась на основе параметров, включающих в свой состав активные мощности, потребляемые по плечам питания тяговых подстанции рассматриваемого участка. Кластеризация выполнялась для каждой из межподстанционной зоны (МПЗ) на основе активных мощностей левого и правого плеча питания ( $P_{лев}$ ,  $P_{пр}$ ). Разведочный анализ показал, что данные могут быть сгруппированы в два кластера.

Кластеризация проведена методом нечетких  $k$ -средних (FCM) [7]. При этом для заданного множества  $K$  входных векторов  $V_k$  и  $N$  выделяемых кластеров с центрами  $\bar{V}^{(j)}$  предполагается, что любой  $V_k$  принадлежит любому кластеру с принадлежностью  $\mu_{jk}$  интервалу  $[0, 1]$ , где  $j$  – номер кластера, а  $k$  – номер входного вектора.

Вводятся следующие условия нормирования для  $\mu_{jk}$ :

$$(3) \quad \sum_{j=1}^N \mu_{jk} = 1, \quad k = 1, \dots, K; \quad 0 < \sum_{j=1}^N \mu_{jk} \leq K, \quad j = 1, \dots, N.$$

Цель алгоритма – минимизация суммы всех взвешенных расстояний  $\left\| \mathbf{V}_k - \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right\|$ :

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \left\| \mathbf{V}_k - \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right\| \rightarrow \min,$$

где  $q > 1$  – экспоненциальный вес.

Достижение цели возможно путем решения следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial \mu_{jk}} \left( \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \left\| \mathbf{V}_k - \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right\| \right) = \mathbf{0};$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{V}}^{(j)}} \left( \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \left\| \mathbf{V}_k - \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right\| \right) = \mathbf{0}.$$

Совместно с условиями (3) из решения этой системы можно получить

$$\bar{\mathbf{V}}^{(j)} = \frac{\sum_{j=1}^N (\mu_{jk})^q \mathbf{V}_k}{\sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q}; \quad \mu_{jk} = \frac{1}{\left\| \mathbf{V}_k - \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right\|^{\frac{1}{q-1}} \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{\left\| \mathbf{V}_k - \bar{\mathbf{V}}^{(j)} \right\|^{\frac{1}{q-1}}} \right)}.$$

Достоинством такой постановки задачи является естественная интерпретация как искомым нечетких кластеров, так и их центров, которые также находятся в результате решения поставленной задачи [7]. На каждой из итераций рекуррентно пересчитываются значения функций принадлежности нечетких кластеров и их центры.

Результаты кластеризации для второй межподстанционной зоны (2МПЗ) представлены на рис. 4.

Полученные результаты показывают, что из более чем ста режимов можно выделить две режимных ситуации, для каждой из которых может быть назначена рациональная стратегия управления (рис. 5).

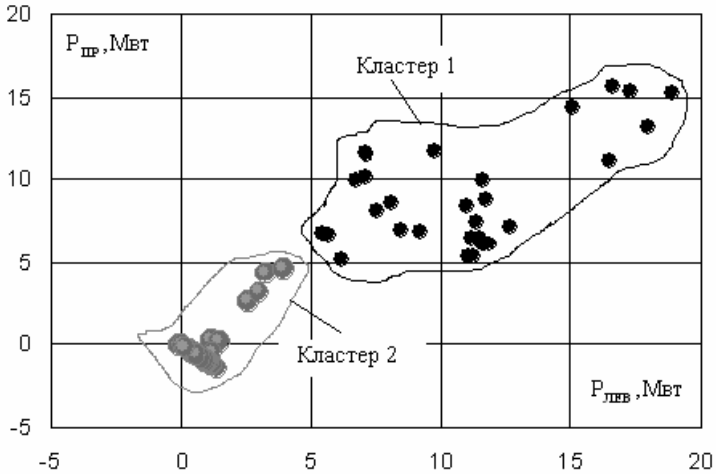


Рис. 4. Результаты кластеризации для второй МПЗ

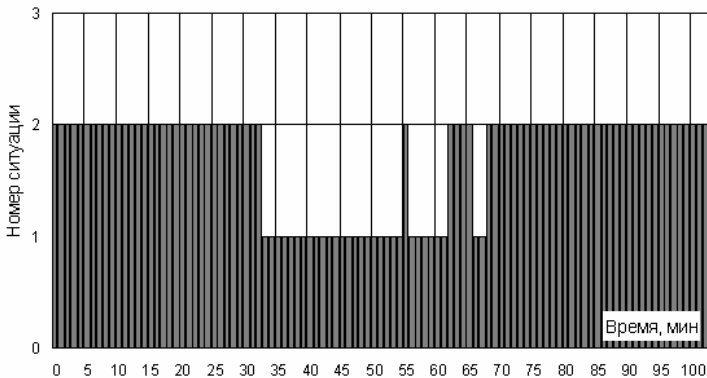


Рис. 5. Результаты ситуационного анализа режимов

Для определения эффективности предлагаемого метода управления СТЭ проведено имитационное моделирование режимов системы в двух вариантах:

- управление не осуществляется;
- производится управление режимами на основе описанного выше алгоритма; при этом в качестве исполнительного устройства используется установка поперечной компенсации реактивной мощности, смонтированная на посту секционирования второй МПЗ.

Результаты моделирования представлены на рис. 6. Полученные результаты позволяют сделать вывод том, что на основе ситуационного управления могут быть решены актуальные режимные задачи.



Рис. 6. Напряжение на токоприемнике ЭПС

При отсутствии управления на 49–52 минутах движения напряжение на токоприемнике электровоза становится ниже допустимого. С помощью ситуационного управления устройством РПКРМ, установленным во второй МПЗ, уровень напряжения входит в допустимые пределы на всем моделируемом интервале времени.

## 5. Заключение

1. На основе имитационного моделирования и нечеткого кластерного анализа показано, что мгновенные режимы системы тягового электроснабжения могут быть разбиты на сравнительно однородные группы (кластеры). Такой прием значительно упрощает анализ и позволяет реализовать концепцию ситуационного управления режимами СТЭ.

2. Результаты моделирования позволяют сделать вывод том, что на основе ситуационного управления могут быть решены актуальные практические задачи управления режимами систем тягового электроснабжения железных дорог переменного тока.

## Литература

1. АРЖАННИКОВ Б. А., ГРИГОРЬЕВ В. Ф., ПЫШКИН А. А. и др. *Регулируемый трансформаторный агрегат электрифицированных железных дорог переменного тока* // Электрификация и организация скоростных и тяжеловесных коридоров на железнодорожном транспорте. – Санкт-Петербург, 2009. – С. 32–41.
2. БОРОДУЛИН Б. М., GERMAN Л. А., НИКОЛАЕВ Г. А. *Конденсаторные установки электрифицированных железных дорог*. – М.: Транспорт. – 1983. – 184 с.
3. ЗАКАРЮКИН В. П., КРЮКОВ А. В. *Сложнонесимметричные режимы электрических систем*. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2005. – 273 с.
4. КРЮКОВ А. В., ЗАКАРЮКИН В. П., АРСЕНТЬЕВ М. О. *Использование технологий распределенной генерации на железнодорожном транспорте* // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – №3(19). – С. 81–87.
5. КРЮКОВ А. В., ЗАКАРЮКИН В. П., АСТАШИН С. М. *Управление режимами систем тягового электроснабже-*

- ния / Под ред. А. В. Крюкова.– Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та путей сообщения, 2009. – 104 с.
6. КУРО Ж. *Современные технологии повышения качества электроэнергии при ее передаче и распределении* // Новости электротехники. – 2005. – №1(31). – URL: <http://news.elteh.ru/arh>.
  7. ЛЕОНЕНКОВ А. В. *Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH*. – СПб.: БХВ, 2003.
  8. ПАНТЕЛЕЕВ В. Н., ТУЛИКОВ А. Н. *Методы искусственного интеллекта в управлении режимами систем электроснабжения предприятий* // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Томск. – 2008. –№1–17. – С. 93–105.
  9. ПОСПЕЛОВ Д. А. *Ситуационное управление: теория и практика*. – М.: Наука, 1985.
  10. Свидет. об офиц. регистр. программы для ЭВМ №2007612771 (РФ) «Fazonord-Качество / Закарюкин В. П., Крюков А. В. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Зарегистр. 28.06.2007.
  11. УШАКОВ В. А., МАШУТИН С. Н. *Фильтрация высших гармоник тока электровозов в системах тягового электроснабжения* // Политранспортные системы. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2007. – С. 49–54.
  12. ШЕВЛЮГИН М. В. *Ресурсо- и энергосберегающие технологии на железнодорожном транспорте и метрополитенах, реализуемые с использованием накопителей энергии*. - Автореф. дисс. ... д-р техн. наук. – М.: МИИТ, 2009. – 48 с.

## CONTROL OF RAILWAY ELECTRIC SYSTEMS

**Andrey Kryukov**, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, associating member of High School Academy of Sciences, Doct. Sc., professor (and\_kryukov@mail.ru).



**Vasiliy Zakaryukin**, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, docent, Cand. Sc. (zakar@irk.ru, (83952)638345).

**Nikita Abramov**, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, post graduator (Abramov\_na@irgups.ru).

*Abstract: The method is proposed for alternate-current railway electric systems control. The method is based on the contingency approach. Applicability of this method for real-life control problems in complex main-line railroad electric systems is verified by computer simulation.*

Keywords: railway electric systems, regime control, contingency approach.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым*

УДК 681.5.033.2 + 629.423.1

ББК 39.17+39.23

## УПРАВЛЕНИЕ ДЛИННОСОСТАВНЫМИ ТЯЖЕЛОВЕСНЫМИ ГРУЗОВЫМИ ПОЕЗДАМИ

Пудовиков О. Е.<sup>1</sup>

(ГОУ ВПО «Московский государственный университет путей  
сообщения» (МИИТ))

*Для достижения требуемого качества управления скоростью тяжеловесных грузовых поездов и повышения безопасности движения в системе автоведения поезда целесообразно реализовать алгоритмы управления тяговыми и тормозными устройствами, учитывающими специфику грузового поезда как распределённой механической системы.*

Ключевые слова: математическая модель, система автоведения, система автоматического управления скоростью, дискретная модель поезда, поезд как система твёрдых тел, безопасность движения поездов.

### **Введение**

Развитие хозяйственной деятельности страны требует увеличения объёма перевозок, значительная часть которых осуществляется железнодорожным транспортом. Одним из способов повышения провозной способности железных дорог, не требующих значительных капитальных затрат на модернизацию их инфраструктуры, является введение в обращение и широкое использование поездов повышенной массы и длины – 6000–8000 тонн. При этом значительно ухудшается характер протекания переходных процессов в поезде при его движении; амплитуды продольных динамических сил, действующих в нём, возрастают до ве-

---

<sup>1</sup> Пудовиков Олег Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент (oleger@mail.ru), Москва, ул. Образцова, д. 9 стр. 9, тел. (495)684-23-86.

личин, превышающих значения, установленные по условиям статической и усталостной прочности автосцепок и поглощающих аппаратов подвижного состава, в результате чего возможно возникновение внезапных и постепенных отказов, заключающихся в их разрушении и, как следствие, разрыве поезда. Последнее является серьёзным нарушением безопасности движения поездов, ведущим к значительным материальным потерям, а в некоторых случаях – и к человеческим жертвам.

## **1. Постановка задачи**

Целью управления движением поезда является обеспечение его перемещения между конечными или промежуточными станциями за заданное время, определяемое общим графиком движения поездов на участке железной дороги. Необходимым условием при этом является соблюдение всех эксплуатационных ограничений, основным из которых для всех типов поездов является ограничение по скорости движения. Величина максимально допустимой скорости определяется устройством подвижного состава, железнодорожного полотна и искусственных сооружений, а также техническим состоянием последних. Кроме этого, величина допустимой скорости зависит от текущей поездной ситуации на линии. Применительно к грузовым поездам дополнительным, важным, требованием является необходимость реализации такого закона управления, чтобы соблюсти ограничение на величины действующих в составе продольных динамических сил, а также достичь требуемых значений показателей качества переходных процессов, возникающих в поезде во время движения.

Для решения поставленных задач предназначены системы автоведения поездов (САВП) и обеспечения безопасности движения. Наилучшие результаты достигнуты при использовании двухуровневой САВП, в которой верхний уровень осуществляет выбор режима управления, основываясь на информации о заданном времени хода поезда. Режимы движения выбираются таким образом, чтобы обеспечить минимальный расход топливно-энергетических ресурсов, затрачиваемых на тягу поездов. Для

решения поставленной задачи используются алгоритмы, реализующие принцип максимума Понтрягина [2, 5].

Задачей, возлагаемой на систему нижнего уровня, является управление тяговыми и тормозными средствами локомотива для выполнения заданных верхним уровнем режимов движения поезда. При подобном двухуровневом способе построения систем автоведения система нижнего уровня должна реализовать закон управления, учитывающий специфику грузового поезда.

## **2. Модель объекта управления**

Поезд представляет собой сложную, многомассовую механическую систему, состоящую из нескольких десятков (а иногда и сотен) взаимодействующих между собой экипажей (локомотивов или вагонов) с нелинейными и нелинеаризуемыми связями между ними. Дополнительным фактором является то, что в процессе движения на разные экипажи в составе одного поезда действуют различные по величине и направлению внешние силы, представляющие собой равнодействующие сил сопротивления движению, составляющих силы тяги или торможения, а также реакций в межвагонных соединениях. Всё это приводит к возникновению продольных колебаний в поезде. Величины продольных динамических сил при этом могут превысить величину силы тяги, реализуемую локомотивом. Ошибочные действия при выполнении технологических операций по управлению поездом приводят к тому, что эти силы могут значительно превысить максимально допустимые значения, определяемые по условиям статической и усталостной прочности автосцепных приборов подвижного состава [7].

При выполнении исследований наиболее важным является анализ динамических процессов, протекающих в межвагонных соединениях (автосцепках и поглощающих аппаратах); для этого в наибольшей степени подходят модели, задающие поезд как систему твёрдых тел, или «дискретные модели поезда» [4].

Для построения дискретной модели поезд необходимо представить в виде цепочки из  $n$  масс вагонов и локомотивов, со-

единенных связями. Каждая масса дискретной модели совершает движение под действием передаваемых на нее усилий от упругих или упруговязких связей, а также внешних сил. Представляя поезд в этом идеализированном виде, считаем каждый вагон абсолютно твердым телом определенной массы, а каждую межвагонную связь – телом без массы. Замена реальной сплошной системы воображаемой дискретной позволяет учесть зазоры в механизмах поглощающих аппаратов и автосцепок, значительно влияющие на распространение возмущений вдоль состава поезда и величину возникающих сил.

Дифференциальные уравнения движения экипажей поезда имеют вид [4]:

$$(1) \quad \begin{cases} \ddot{v}_i = \frac{S_i - S_{i+1} + F_i}{m_i}, & i = 1, \dots, n; \quad S_{n+1} = 0; \\ \dot{q}_i = v_{i-1} - v_i, & i = 2, \dots, n \\ \dot{x}_1 = v_1 = -\dot{q}_i \end{cases}$$

где  $n$  – число экипажей в поезде;  $q_i$  – деформация  $i$ -го межвагонного соединения;  $\dot{q}_i$  – скорость деформации;  $m_i$  – масса  $i$ -го экипажа;  $v_i$  – скорость центра масс экипажа;  $S_i$  – реакция в  $i$ -ом междувагонном соединении;  $F_i$  – суммарная внешняя сила, действующая на  $i$ -ый экипаж.

Суммарной внешней силой  $F_i$ , действующей на  $i$ -ый экипаж, является результирующая от силы тяги  $F_{элi}$ , силы торможения (электрического  $B_{элi}$  и пневматического  $B_{пнi}$ ), сил основного  $W_{oi}$  и дополнительного  $W_{ди}$  сопротивлений движению поезда:

$$(2) \quad F_i = F_{элi} - B_{элi} - B_{пнi} - W_{oi} - W_{ди}.$$

Очевидно, что наличие в уравнении (2) слагаемых, учитывающих силу тяги  $F_{элi}$  и силу электрического торможения  $B_{элi}$ , будет иметь смысл только в том случае, если рассматриваемый экипаж – локомотив, который может располагаться не только в головной части поезда, но и в любом другом месте состава.

Для создания силы тяги  $F_{эл}$  или электрического торможения  $B_{эл}$  локомотива, действующих на поезд, служит тяговый электропривод, назначением которого является создание на валах тяговых электродвигателей некоторой величины вращающего (или

тормозного в случае электрического торможения) момента. Этот момент затем посредством тяговой передачи преобразуется в силу тяги или торможения, развиваемые локомотивом. При квазинепрерывном способе управления тягой, присущем электроприводу с коллекторными двигателями постоянного тока и системой плавного регулирования напряжения на их зажимах или с бесколлекторными тяговыми двигателями переменного тока (синхронными или асинхронными) [13], используется система автоматического управления. Быстродействие этой системы определяется скоростью протекания переходных процессов в силовых электрических цепях локомотива и зависит от величин активного сопротивления цепей, их индуктивности; нелинейности кривой намагничивания и наличия вихревых токов в магнитных цепях тяговых двигателей. Несмотря на сложность, её быстродействие составляет доли секунды, что на несколько порядков меньше, чем величина постоянной времени линеаризованной модели поезда, достигающая нескольких тысяч секунд [3]. С учётом этого, система тягового электропривода локомотива учитывается в виде аperiodического звена первого порядка с постоянной времени  $T_{т.э.п.} = 0,3$  с:

$$(3) \quad T_{т.э.п.} \frac{dF_{эл}}{dt} + F_{эл} = F_{зад},$$

где  $F_{зад}$  – выходной сигнал системы нижнего уровня САВП, т. е. заданное значение силы тяги.

Силы сопротивления движению определяются отдельно для каждого экипажа, локомотива или вагона согласно следующей методике [11]. Известно, что при движении на поезд действует сила сопротивления движению, т. е. эквивалентная сила, приведённая к ободу колёс, на преодоление которой затрачивается такая же работа, как на преодоление всех действительных сил, противодействующих движению. Эта эквивалентная сила подразделяется на две составляющие – основное сопротивление движению  $W_{oi}$  и дополнительное  $W_{ди}$ . Величина  $W_{oi}$  обусловлена в основном наличием трения в узлах подвижного состава и деформацией пути, а  $W_{ди}$  – сопротивлением от уклона (подъёма или спуска), от движения в кривых участках пути, от ветровой нагрузки и т. п. Для каждого  $i$ -го экипажа основное сопротивление движению вычис-

ляется следующим образом:

$$(4) \quad W_{oi} = \begin{cases} w'_{oi} P_i & \text{— для локомотива;} \\ w''_{oi} Q_i & \text{— для вагона,} \end{cases}$$

где  $w'_{oi}$  и  $w''_{oi}$  – удельные силы сопротивления движению соответственно локомотива и вагона;  $P_i, Q_i$  – массы соответственно локомотивов и вагонов.

Величина силы удельного сопротивления движению нелинейно зависит от скорости и в общем случае определяется выражениями [11]:

$$(5) \quad \begin{aligned} w'_{oi} &= a_0 + a_1 v + a_2 v^2; \\ w''_{oi} &= b_0 + \frac{b_1 + b_2 v + b_3 v^2}{q_{0i}}. \end{aligned}$$

Здесь  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$  и  $b_3$  – коэффициенты, зависящие от особенностей конструкции  $i$ -го экипажа и особенностей устройства железнодорожного пути;  $q_{0i}$  – величина осевой нагрузки вагона, т. Значения коэффициентов  $a_0, a_1$  и  $a_2$  зависят также от режима работы локомотива (тяга/электрическое торможение или выбег/механическое торможение [11]).

Учёт составляющей дополнительного сопротивления движению от кривых участков пути выполнен по методике, подробно описанной в [11]. В соответствии с ней, учёт сопротивления движению от кривых участков пути производится путём замены их эквивалентными подъёмами в соответствии с правилами, изложенными там же.

Алгоритм расчёта величины сопротивления движению от уклона, действующей на  $i$ -ый экипаж, построен в предположении, что продольный профиль участка пути (рис. 1) состоит из  $m + 1$  прямолинейных участков с уклонами  $i_k$  и длиной  $\bar{L}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) и  $m$  криволинейных, каждый из которых представляет собой дугу радиуса  $R_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ).

Эти дуги сопрягают собой отрезки постоянного уклона. Значение удельных сил дополнительного сопротивления движению от уклона  $w_{дi}$  зависит от положения экипажа на профиле пути, которое вычисляется на каждом шаге интегрирования уравнения

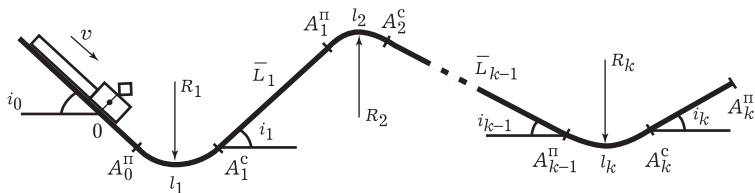


Рис. 1. Представление продольного профиля пути

движения поезда (1). Величина действующей на  $i$ -ый экипаж силы определяется следующими соотношениями:

$$(6) \quad w_{ди} = \begin{cases} i_{k,i}, & \text{если } A_k^С \leq x_i \leq A_k^П; \\ i_{k,i} + \frac{y}{R_{k,i}}, & \text{если } A_k^П \leq x_i \leq A_k^С; \end{cases}$$

где  $i_{k,i}$  – угол уклона с номером  $k$ , на котором находится экипаж с номером  $i$ ;  $x_i$  – координата  $i$ -го экипажа;  $R_{k,i}$  – радиус дуги сопряжения соответствующего участка;  $y$  – вспомогательная переменная,  $y = x_i - A_k^П$ , ( $k = 0, 2, \dots, m$ ). Величина  $R_{k,i}$  принята в соответствии с рекомендациями [10] равной 15000 метрам.

Далее определяется величина дополнительного сопротивления движению  $W_{ди}$ , действующая на экипажи поезда:

$$(7) \quad W_{ди} = \begin{cases} w_{ди} P_i & \text{– для локомотива} \\ w_{ди} Q_i & \text{– для вагона.} \end{cases}$$

В дальнейшем силы основного  $W_{оi}$  и дополнительного  $W_{ди}$  сопротивлений движению используются при интегрировании уравнения движения поезда (1).

При выполнении расчётов принято, что в качестве межвагонной связи выступает пружинно-фрикционный поглощающий аппарат [4] со статической характеристикой, представленной на рис. 2.

Величина деформации  $i$ -го межвагонного соединения определяется следующим образом:

$$(8) \quad q_i = x_i - x_{i-1} - \frac{l_i + l_{i-1}}{2},$$

где  $x_i$  – координата (вдоль траектории) положения центра масс  $i$ -го экипажа;  $l_i$  – длина экипажа. При этом силы, действующие в



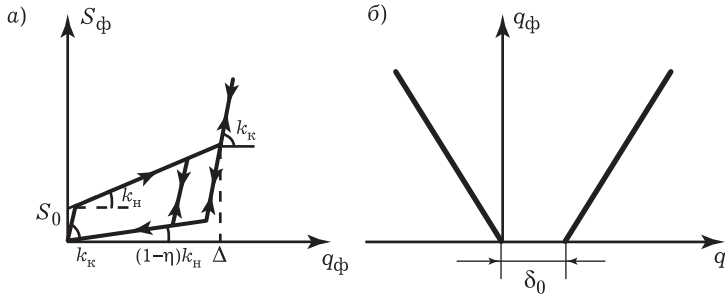


Рис. 2. Зависимость силы от деформации междувагонного соединения (а) и деформаций междувагонного соединени от относительного перемещения центров масс соседних экипажей (б)

связи, вычисляются по формулам, приведённым в [4]:

$$(9) \quad \begin{aligned} S_i &= S_{\phi i}(q_{\phi i}) \operatorname{sign} q_i, \\ q_{\phi i} &= \begin{cases} |q_i|, & \text{если } q_i < 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq q_i \leq \delta_{0i} \\ q_i - \delta_{0i}, & \text{если } q_i > \delta_{0i} \end{cases}, \end{aligned}$$

где

$$(10) \quad S_{\phi i} = \begin{cases} \min\{S_{\text{ни}}, S_{\text{ки}}\}, & \text{если } (q_{\phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\phi i}(t) \geq q_{\phi i}(t - \Delta t)); \\ \max\{S_{\text{пи}}, S_{\text{ки}}\}, & \text{если } (q_{\phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\phi i}(t) < q_{\phi i}(t - \Delta t)); \\ S_{\text{ки}}, & \text{если } q_{\phi i} \geq \Delta_i; \\ S_{\text{ки}} = \bar{S}_i + k_{\text{ки}}q_{\phi i}(t) - q_{\phi i}(t - h) + \beta_i \dot{q}_i \operatorname{sign} q_i; \\ \bar{S}_i = (S_{\text{ни}}(t - h) \vee S_{\text{пи}}(t - h)), & \\ \text{если } S_{\phi i}(t - h) = (S_{\text{ни}}(t - h) \vee S_{\text{пи}}(t - h)), & \\ \text{иначе} & \\ \bar{S}_i = S_{\phi i}(t - h) - \beta_i \dot{q}_i(t - h) \operatorname{sign} q_i(t - h); & \\ S_{\text{ни}} = S_{0i} + k_{\text{ни}}q_{\phi i}; & \\ S_{\text{пи}} = (1 - \eta_i)k_{\text{ни}}q_{\phi i}, & \end{cases}$$

Здесь  $q_i$  – относительное перемещение центров масс  $(i - 1)$ -го и  $i$ -го экипажей;  $q_{\phi i}$  – сумма сжатия поглощающих аппаратов и деформаций кузовов;  $\delta_{0i}$  – зазор в соединении;  $\Delta_i$  – величина  $q_{\phi i}$ , при которой закрываются поглощающие аппараты;  $S_i$  – сила, деформирующая соединение;  $S_{ni}$  и  $S_{pi}$  – значения силы  $S_i$  на ветвях нагрузки и разгрузки силовой характеристики поглощающих аппаратов;  $S_{ki}$  – значение силы  $S_i$  при переходе от нагрузки к разгрузке и наоборот;  $S_{0i}$  – сила начальной затяжки аппаратов  $i$ -го соединения;  $k_{ni}$  и  $k_{pi}$  – коэффициенты жёсткости при вычислении сил  $S_{ni}$  и  $S_{pi}$ ;  $\eta_i$  – коэффициент рассеивания энергии соединения при работе поглощающих аппаратов;  $\beta_i$  – коэффициент силы вязкого сопротивления деформированию конструкции экипажа;  $t$  – время;  $h$  – шаг интегрирования.

Измерение скорости движения поезда осуществляется при помощи измерителя с частотно-импульсной модуляцией сигнала [2].

Для численного решения дифференциальных уравнений (1) используется многошаговый метод прогноза и коррекции, представляющий собой сочетание методов четвёртого порядка: явного Адамса–Башфорта и неявного Адамса–Моултона [8]. Для запуска данного метода интегрирования (т. е. для вычисления начальных точек решения) используется метод Рунге–Кутты.

Таким образом, для определения траектории каждого экипажа необходимо решение системы алгебраических и дифференциальных уравнений (1)–(10).

### **3. Алгоритм управления**

Грузовой поезд как объект управления предъявляет специфические требования к качеству процесса управления. Помимо известных критериев, таких, как ошибка в установившемся режиме, время регулирования, перерегулирование, вид переходного процесса (монотонный, апериодический, колебательный), крутизна переднего фронта, колебательность, для возможности учёта специфики поезда как механической системы введены дополнительные [1]: величина наибольшей продольной динамической си-

лы, действующей в поезде, и сумма накопленных усталостных повреждений деталей автосцепок подвижного состава.

Для того чтобы обеспечить требуемое качество управления скоростью, на входе системы нижнего уровня установлен адаптивный фильтр задающего сигнала, поступающего с выхода системы верхнего уровня. Адаптация параметров фильтра к условиям работы системы необходима ввиду того, что величины показателей качества управления существенно зависят от массы поезда [9].

В основе адаптивного фильтра лежит устройство, реализующее переходную функцию аperiodического звена второго порядка.

Фильтр обеспечивает двухступенчатый режим увеличения силы тяги или торможения локомотива; его работа определяется следующей системой уравнений:

$$f_1'(t) = p_a a_3 \cdot \left[ 1 - \frac{T_1}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right],$$

$$f_1''(t') = (1 - p_a) a_3 \cdot \left[ 1 - \frac{T_1}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t'}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t'}{T_2}\right) \right],$$

$$f_1(t) = f_1'(t) + f_1''(t'), \text{ где } t' = t - t_{\text{тр}},$$

(11)

или

$$f_2(t) = a_3 \cdot \left[ \frac{T_1}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right],$$

$$T_{12} = T_1 - T_2,$$

$$v_{\text{зи}} = \int f_n(t) dt, n = 1, 2.$$

Здесь функция  $f_1'(t)$  соответствует первой ступени увеличения силы тяги (торможения),  $f_1''(t')$  – второй ступени увеличения силы тяги (торможения);  $f_2(t)$  – уменьшению силы тяги (торможения)

при переходе к стабилизации скорости;  $T_1$  и  $T_2$  – постоянные времени звена;  $p_a$  – доля максимального ускорения  $a_3$ , реализуемая во время выполнения первой ступени;  $t_{\text{тр}}$  – ожидаемое время трогания поезда с места, соответствующее времени задержки между применением первой и второй ступеней силы тяги (торможения);  $v_{\text{зи}}$  – значение заданной скорости движения. Последняя величина является выходным сигналом фильтра. При переходе на выбег из режимов тяги или торможения изменение сигнала на выходе фильтра определяется следующими законами  $f_3(t)$  и  $f_4(t)$ , соответственно для тяги и торможения:

$$f_3(t) = a_3 \left[ \frac{T_1}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right] - 1,15 a_3,$$

или

$$(12) \quad f_4(t) = a_3 \left[ \frac{T_1}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_{12}} \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right] + 1,15 a_3,$$

$$T_{12} = T_1 - T_2,$$

$$v_{\text{зи}} = \int f_n(t) dt, n = 3, 4.$$

Время задержки  $t_{\text{тр}}$  между применением ступеней увеличения ускорения (выражение (11)) определяется по следующей формуле, полученной на основании известного уравнения, описывающего равноускоренное движение тела:

$$(13) \quad t_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot (N - 1) \cdot \delta_{0i})}{a_3}} + \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^N \left( \left( \frac{F_{\text{max}\Pi}}{N - 1} \right) / k_{\text{ни}i} \right) \cdot i}{a_3}}.$$

Здесь  $N$  – количество вагонов в поезде;  $\delta_{0i}$  и  $k_{\text{ни}i}$  – значения средней величины зазора в автосцепке и средней жёсткости ветви нагружения характеристики поглощающего аппарата автосцепки соответственно [4];  $F_{\text{max}\Pi}$  – максимальное значение силы тяги, реализуемое локомотивом во время пуска.

Собственно нижний контур реализует пропорционально-

интегральный закон управления:

$$(14) \quad F_{\text{зад}} = k_{\text{пер}} \Delta v + \frac{1}{T_{\text{пер}}} \int_0^t \Delta v dt,$$

где  $F_{\text{зад}}$  – выходной сигнал системы нижнего уровня;  $k_{\text{пер}}$  и  $T_{\text{пер}}$  – параметры закона управления. Так же как и параметры фильтра  $T_1$ ,  $T_2$  и  $p_a$ , эти параметры необходимо адаптировать к условиям работы системы, значения их найдены в результате решения задачи параметрического синтеза [9].

#### 4. Результаты

Для исследования предлагаемого способа управления тяжеловесным грузовым поездом был выполнен имитационный эксперимент, заключающийся в исследовании различных режимов движения однородных (состоящих из вагонов одинаковой массы) и неоднородных (из вагонов разной массы) поездов. В последнем случае также случайным образом варьировались параметры межвагонных связей – величина зазора в автосцепках и жёсткость поглощающих аппаратов [12].

При выполнении расчётов для каждого межвагонного соединения поезда фиксировалось значение наибольшей действующей в нём продольной силы; также определялось суммарное количество накопленных усталостных повреждений в деталях автосцепного устройства [1].

На рис. 3 представлены результаты расчётов переходных процессов в системе нижнего уровня, реализующей предлагаемый алгоритм управления. Исследован однородный грузовой поезд массой 6049 т, состоящий из восьмиосного электровоза массой 184 т и 69 вагонов массой 85 т. Приведены следующие зависимости: скорости движения  $v(t)$ ; силы тяги локомотива  $F_k(t)$  и продольной динамической силы, действующей в середине поезда  $S_{35}$ .

При моделировании рассматривались следующие режимы движения: трогание с места предварительно сжатого поезда с

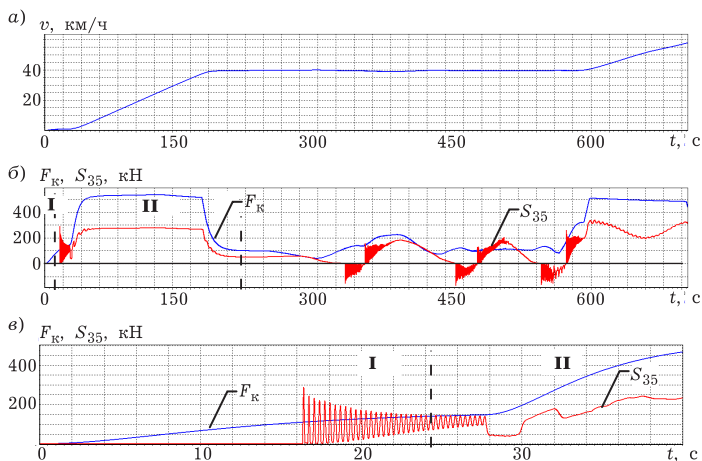


Рис. 3. Скорость движения поезда  $v(t)$  (а), сила тяги локомотива  $F_k(t)$  и сила  $S_{35}(t)$ , действующая в 35-ом межвагонном соединении (б, в); при этом (в) – фрагмент областей I и II на рис. (б)

дальнейшим его разгоном, стабилизация скорости при движении по переломам профиля, а также последующий повторный разгон. В начальный момент времени  $t = 0$  скорость движения поезда  $v = 0$ , также и исследуемые величины силы тяги  $F_k$  и силы в середине поезда  $S_{35}$  равны нулю. После плавного увеличения силы тяги  $F_k$  электровоза от нуля до максимального значения (рис. 3б, в), начинается разгон поезда, который осуществляется до тех пор, пока величина скорости движения  $v(t)$  не достигнет 40 км/ч.

После этого сила тяги  $F_k$  плавно уменьшается до значения, необходимого для поддержания заданной скорости на постоянном уровне. Прохождение поезда по элементам профиля с большим или меньшим уклоном сопровождается соответствующим изменением силы тяги (рис. 3б). В момент времени  $t = 550$  с происходит увеличение величины заданной скорости с 40 до 60 км/ч, что вызывает соответствующее увеличение силы тяги электровоза и последующий разгон поезда (рис. 3б).

На графиках, представленных на рис. 3, можно выделить несколько областей, различающихся характером изменения величин продольной динамической силы. Область **I** соответствует троганию поезда с места, а область **II** – разгону поезда. При этом в области **I** сила тяги  $F_k$  плавно нарастает, а изменение силы  $S_{35}$  носит колебательный характер, что вызвано поочерёдным приведением в движение вагонов сжатого поезда, расположенных за ним по направлению к хвостовой части. В области **II** сила тяги остаётся практически постоянной, на графике силы  $S_{35}$  присутствуют быстро затухающие колебания, вызванные распространением вдоль поезда волны растяжения/сжатия.

В области **I** наибольшая величина силы  $S_{35}$  составила 300 кН, а среднее значение силы – 130 кН; наибольшая амплитуда – 180 кН. Для сравнения ниже приведены результаты, полученные при исследовании типовой системы электровоза ВЛ85 [1, 6]: наибольшее значение силы – 870 кН; среднее значение силы 430 кН, наибольшая амплитуда достигает 440 кН. Величина суммы накопленных усталостных повреждений  $a_2$  в автосцепках поезда при использовании предлагаемого алгоритма управления составила

$$a_2 = 1,157 \cdot 10^{-7},$$

а при использовании типовой системы –

$$a_1 = 3,615 \cdot 10^{-6},$$

что в 30 раз больше, чем  $a_2$ .

В других рассмотренных режимах движения однородного поезда величины наибольших продольных динамических сил не превысили 450 кН, что более чем в 2 раза меньше, чем максимально допустимое по условиям прочности значение [7].

Определение диапазона изменения значений наибольших продольных сил  $H$  в неоднородном поезде велось с применением метода статистических испытаний. При выполнении вычислений значения масс вагонов, жесткостей поглощающих аппаратов и зазоров в автосцепках задавались случайными в соответствии с принятым законом распределения [12]. В результате расчётов

были получены выборочные распределения  $f(H)$  величин наибольших продольных сил. Удовлетворительные результаты при выполнении сглаживания этих законов распределения получены при использовании трёхпараметрического закона Вейбулла, или суперпозиции двух таких законов в случае бимодальности полученных распределений. На рис. 4 представлена гистограмма распределения сил (1), действующих в середине состава, и полученная при выполнении расчётов для поезда массой 4250 т, состоящего из 69 вагонов средней массой 58,9 т и электровоза.

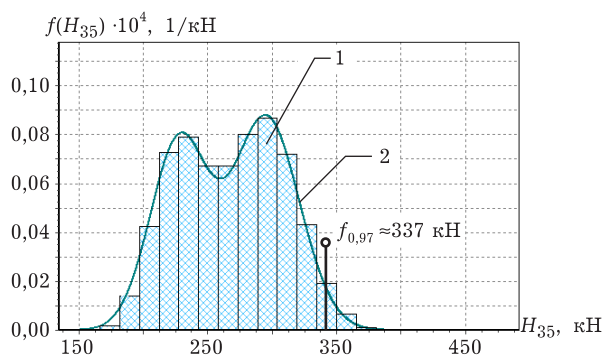


Рис. 4. Гистограмма распределения величин наибольших продольных динамических сил в поезде (1), график распределения, сглаживающего гистограмму (2)

Как видно, полученная гистограмма является бимодальной. Также на этом рисунке представлен график плотности вероятности теоретического закона (2), сглаживающего полученную гистограмму (1). Выполненная проверка с использованием критерия  $n\omega^2$  показала, что гипотеза о возможности сглаживания гистограммы принятым теоретическим законом распределения не противоречит имеющимся данным.

Для оценки величин наибольших действующих продольных динамических силы в сечениях неоднородного поезда были найдены величины силы, соответствующих квантилю распределения с уровнем вероятности 0,97 –  $f_{0,97}$ . В рассматриваемом случае в



режиме трогания с места величина силы, соответствующей этому квантилю, в сечении, расположенном в середине поезда, составила 337 кН, что на  $\approx 10\%$  больше, чем сила, действующая в аналогичном сечении однородного поезда. Для других исследованных режимов движения, вариантов формирования и сечений, превышение сил, действующих в неоднородном поезде, над силами в однородном поезде достигает 80%. Тем не менее, они остаются меньше, чем максимально допустимые по условиям прочности значения [7].

### **Заключение**

Разработана математическая модель системы управления скоростью движения, включающая в себя модели грузового поезда, измерительного тракта и устройства управления. Для учёта особенностей протекания динамических процессов в грузовом поезде использована повагонная, дискретная модель поезда, позволяющая учесть характеристики экипажей, входящих в состав, а также межвагонных соединений. Последние являются нелинейными, нелинеаризуемыми элементами с гистерезисом. Нелинейным выражением описывается и взаимосвязь между скоростью движения вагонов и локомотивов с величиной сопротивления движению, воздействующей на каждый экипаж поезда. Всего для описания поведения каждого экипажа в составе поезда используется система десяти дифференциальных и алгебраических уравнений.

Для обеспечения требуемого качества управления скоростью движения предложена адаптивная система, осуществляющая настройку параметров фильтра в зависимости от массы поезда. Данный фильтр установлен на входе системы нижнего уровня и выполняет сглаживание задающего сигнала, поступающего от системы верхнего уровня САВП. Параметры нижнего контура системы управления также настраиваются в зависимости от массы поезда.

Результатом адаптации параметров системы нижнего уровня к условиям работы является достижение требуемого качества

управления скоростью движения как однородного, так и неоднородного грузового поезда. Полученные значения наибольших продольных динамических сил, действующих в тяжеловесных длинносоставных грузовых поездах, значительно меньше максимально допустимых величин.

### Литература

1. БАРАНОВ Л. А., САВОСЬКИН А. Н., ПУДОВИКОВ О. Е. *Критерии качества регулирования скорости поезда* // Мир Транспорта. – 2009. – №4. – С.50–56.
2. БАРАНОВ Л. А., ГОЛОВИЧЕР Я. М., ЕРОФЕЕВ Е. В., МАКСИМОВ В. М. *Микропроцессорные системы автоведения электроподвижного состава* / Под. ред. Л. А. Баранова. – М.: Транспорт, 1990. – 272 с.
3. БАРАНОВ Л. А. *Модели и методы синтеза микропроцессорных систем управления скоростью электроподвижного состава с непрерывным управлением тягой* // Вестник МИИТ. – 2004. – Вып. 10. – С. 3–16.
4. БЛОХИН Е. П., МАНАШКИН Л. А. *Динамика поезда (нестационарные продольные колебания)*. – М.: Транспорт, 1982. – 222 с.
5. МУГИНШТЕЙН Л. А. *Интенсификация перевозочного процесса на базе тяжеловесного движения* // Железнодорожный транспорт. – 2008. – №4. – С. 27–31.
6. НАУМОВ Б. М., СКРИПКА А. Т. *Система автоматического управления электровоза ВЛ85* // Сборник научных трудов ВэлНИИ, Новочеркасск. – 1985. – Т. 26. – С. 9–21.
7. *Нормы для расчёта и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных)*. – М.: ГосНИИВ-ВНИИЖТ, 1996.
8. ОРТЕГА ДЖ., ПУЛ У. *Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений* / Под ред. А. А. Абрамова. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 288 с.
9. ПУДОВИКОВ О. Е. *Параметрический синтез системы автоматического управления скоростью движения гру-*

- зового поезда // Транспорт: Наука, техника, управление. – 2010. – №4. – С. 22–27.
10. *Рекомендации по проектированию железных дорог колеи 1520 мм.* – М.: Гос. корпорация «Трансстрой», НИИ транспортного строительства, 1993. – 189 с.
  11. РОЗЕНФЕЛЬД В. Е., ИСАЕВ И. П., СИДОРОВ Н. Н. *Теория электрической тяги: Учебник для вузов ж.-д. трансп.* – М.: Транспорт, 1983. – 328 с.
  12. САВОСЬКИН А. Н., ПУДОВИКОВ О. Е. *Моделирование параметров неоднородного грузового поезда // Мир транспорта.* – 2010. – №1. – С. 40–45.
  13. ТИХМЕНЕВ Б. Н., КУЧУМОВ В. А. *Электровозы переменного тока с тиристорными преобразователями.* – М.: Транспорт, 1988. – 311 с.

## CONTROLLING LONG HEAVY FREIGHT TRAINS

**Oleg Pudovikov**, Moscow State University of Railways, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (olegep@mail.ru)

*Abstract: We propose using the algorithms of traction and brake mechanisms control to achieve the desired quality of heavy freight trains speed control and to improve traffic safety. These algorithms must account for the specific character of freight train as a distributed mechanical system.*

**Keywords:** mathematical model, automatic driving system, automatic speed control system, discrete model of a train, a train as system of solid bodies, railways traffic safety.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П. С. Щербаковым*

## АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОПРОЦЕССОРНЫМИ СИСТЕМАМИ С НЕОДНОРОДНЫМ МНОЖЕСТВОМ РАБОТ

Гончар Д. Р.<sup>1</sup>, Фуругян М. Г.<sup>2</sup>

(Учреждение Российской академии наук Вычислительный  
центр им. А. А. Дородницына РАН, Москва)

*Разработан приближенный алгоритм составления оптимального по быстродействию расписания для множества работ, часть из которых допускает прерывания, а часть – не допускает. Производительности процессоров произвольные. При этом используются мультиоценочный алгоритм с калибровкой и модифицированный алгоритм упаковки.*

Ключевые слова: многопроцессорная система, прерываемые и непрерываемые работы, расписания.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается вычислительная система, состоящая из  $m$  процессоров, производительности которых равны  $s_1, s_2, \dots, s_m$ . Работая в течение времени  $t$ , процессор  $j$  выполняет работу объемом  $ts_j$ . Имеется множество работ  $N = N_1 \cup N_2$ , где  $N_1$  – непрерываемые работы,  $N_2$  – работы, допускающие прерывания и переключения с одного процессора на другой. Заданы объемы  $w_i$  и  $v_i$  работ  $i \in N_1$  и  $i \in N_2$  соответственно. Прерывания и переключения не связаны с временными затратами. Требуется со-

---

<sup>1</sup> Дмитрий Русланович Гончар, кандидат технических наук ([riscas@yandex.ru](mailto:riscas@yandex.ru)).

<sup>2</sup> Меран Габибуллаевич Фуругян, кандидат физико-математических наук, доцент (Москва, ул. Вавилова, д. 40, тел. (499) 135-40-29).

ставить оптимальное по быстродействию расписание выполнения множества работ  $N$ . Иными словами, необходимо так распределить работы по процессорам, чтобы длина временного интервала занятости наиболее загруженного процессора была минимальной.

Подобные задачи для случая, когда все работы являются непрерываемыми и не допускают переключений с одного процессора на другой, широко освещены в литературе. Подробный обзор литературы для случая, когда все работы являются непрерываемыми, а также для случая, когда работы допускают прерывания и переключения, содержится в [5]. Задачи со смешанным типом работ мало освещены в литературе. Так, например, в [1, 2] предполагается, что каждая работа строго закреплена за конкретным процессором, на множестве работ задан частичный порядок выполнения и, кроме того, только один из приборов допускает прерывания. В [4] рассмотрены случаи, когда директивные интервалы одинаковые, а также, когда директивные интервалы могут различаться, но с рядом дополнительных ограничений. В [5] рассмотрен случай идентичных процессоров.



## **2. Разбиение процессоров на две группы**

Сначала все процессоры разбиваются на две группы. Все непрерываемые работы выполняются только процессорами первой группы, а прерываемые работы будут выполняться процессорами как первой, так и второй групп. Число процессоров в группах –  $m_1$  и  $m_2$  – пропорционально суммарным объемам работ из  $N_1$  и  $N_2$  соответственно и обратно пропорционально суммарным производительностям процессоров в этих группах, т. е.

$$(1) \quad m_1 = \max \left\{ k : k \in Z, \frac{\sum_{i \in N_1} w_i}{\sum_{i \in N_1} w_i + \sum_{i \in N_2} v_i} \geq \frac{\sum_{j=1}^k s_j}{\sum_{j=1}^m s_j} \right\}, m_2 = m - m_1.$$

Будем предполагать, что в первую группу входят процессоры  $j = 1, 2, \dots, m_1$ , а во вторую —  $j = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m$ .

### 3. Распределение непрерываемых работ

Для распределения непрерываемых работ по  $m_1$  процессорам авторами был использован приближенный мультиоценочный алгоритм с калибровкой [3], который дает неплохую оценку погрешности и является достаточно эффективным. Рекомендации по его использованию даны в [3].

Без ограничения общности можно считать, что процессоры упорядочены по невозрастанию производительностей, а работы из  $N_2$  — по невозрастанию объемов, т. е.  $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_m$ ,  $v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_{n_2}$ . Пусть  $Q_j$  — длина интервала загрузки процессора  $j$  ( $1 \leq j \leq m_1$ ) по расписанию, построенному для множества работ  $N_1$ , и пусть  $Q_{\max} = \max_{j=1, \dots, m_1} Q_j$ ,  $\tau_{\max} = v_1/s_m$ ,

$$\tau_{\min} = v_1/s_{m_1+1}, \quad T \geq \max(Q_{\max}, \tau_{\max}), \quad L_j = T - Q_j \quad (j = 1, \dots, m_1),$$

$$n_1 = |N_1|, \quad n_2 = |N_2|.$$

### 4. Достаточное условие существования расписания заданной длины

Определим достаточное условие существования расписания, длина которого не превосходит величины  $T \geq \max(Q_{\max}, \tau_{\max})$ . Для этого сначала опишем алгоритм упаковки множества работ  $N_2$  на  $(m_2 + 1)$  процессорах. Пусть

$$\max_{j=1, \dots, m_1} L_j s_j = L_{j_0} s_{j_0} \quad (L_j s_j - \text{максимальный объем работы, который}$$

процессор  $j$  может выполнить до момента времени  $T$  после

выполнения работ из  $N_1$ ). Алгоритм распределяет работы из  $N_2$  по процессорам  $j_0, m_1+1, \dots, m$ .

### Алгоритм упаковки

*Шаг 1.* Если  $\sum_{i \in N_2} v_i \leq L_{j_0} s_{j_0}$ , то все работы из  $N_2$  выполнять на процессоре  $j_0$  последовательно, начиная с момента  $Q_{j_0}$ .

В противном случае перейти на шаг 2.

*Шаг 2.* Пусть номер  $k$  ( $0 \leq k \leq n_2$ ) такой, что  $\sum_{i=1}^k v_i \leq L_{j_0} s_{j_0}$ , а  $\sum_{i=1}^{k+1} v_i > L_{j_0} s_{j_0}$ . Положить  $\Theta = Q_{j_0} + (\sum_{i=1}^k v_i) / s_{j_0}$ . Работы  $1, 2, \dots, k \in N_2$  выполнять последовательно без прерываний на процессоре  $j_0$  в интервале  $[Q_{j_0}, \Theta]$ . Работу  $k+1 \in N_2$  выполнять сначала на процессоре  $m_1+1$  в интервале  $[0, (v_{k+1} - (T - \Theta)s_{j_0}) / s_{m_1+1}]$ , а затем на процессоре  $j_0$  в интервале  $[\Theta, T]$ . Такое переключение корректно, так как  $(v_{k+1} - (T - \Theta)s_{j_0}) / s_{m_1+1} \leq \Theta$ , что, в свою очередь, следует из соотношений

$$\begin{aligned} (v_{k+1} - (T - \Theta)s_{j_0}) / s_{m_1+1} &= v_{k+1} / s_{m_1+1} - (T - \Theta)s_{j_0} / s_{m_1+1} \leq \\ &\leq v_1 / s_m - (T - \Theta) = \tau_{\max} - T + \Theta \leq T - T + \Theta = \Theta. \end{aligned} \quad \checkmark$$

Положить  $\Theta = (v_{k+1} - (T - \Theta)s_{j_0}) / s_{m_1+1}$ .

*Шаг 3.* Пусть работы  $i = 1, 2, \dots, p$  из  $N_2$  ( $k+1 \leq p < n_2$ ) уже распределены по процессорам  $m_1+1, \dots, l$  ( $m_1 < l \leq m$ ), причем процессоры  $m_1+1, \dots, l-1$  загружены в интервале времени  $[0, T]$ , а процессор  $l$  – в интервале  $[0, \Theta]$ .

Если  $\Theta + v_{p+1}/s_1 \leq T$ , то работу  $p+1$  выполнять без прерываний на процессоре  $l$  в интервале  $[\Theta, \Theta + v_{p+1}/s_1]$ ; положить  $\Theta = \Theta + v_{p+1}/s_1$ . Если  $\Theta + v_{p+1}/s_1 > T$ , то работу  $p+1$  выполнять сначала процессором  $l+1$  в интервале  $[0, (v_{p+1} - (T - \Theta)s_l) / s_{l+1}] \leq \Theta$ , а затем процессором  $l$  в интервале  $[\Theta, T]$ ;

(такое переключение корректно, так как  $(v_{p+1} - (T - \Theta)s_l)/s_{l+1} \leq \Theta$ , что, в свою очередь, следует из соотношений

$$\begin{aligned} (v_{p+1} - (T - \Theta)s_l)/s_{l+1} &= (v_{p+1}/s_{l+1} - (T - \Theta)s_l)/s_{l+1} \leq \\ &\leq v_1/s_m - (T - \Theta) = \tau_{\max} - T + \Theta \leq T - T + \Theta = \Theta; \end{aligned}$$

положить  $\Theta = (v_{p+1} - (T - \Theta)s_l)/s_{l+1}$ . Далее шаг 3 выполнять для работ  $p + 2, \dots, n_2$  из  $N_2$ .

**Лемма 1.** Достаточным условием существования расписания длины, не превышающей  $T \geq \max(Q_{\max}, \tau_{\max})$ , является выполнение неравенства

$$(2) \quad \sum_{i \in N_2} v_i \leq L_{j_0} s_{j_0} + T \sum_{j=m_1+1}^m s_j.$$

Доказательство леммы следует из описанного выше алгоритма упаковки. Переписав соотношение (2) в виде

$$\sum_{i \in N_2} v_i \leq (T - Q_{j_0})s_{j_0} + T \sum_{j=m_1+1}^m s_j,$$

получаем, что при  $T \geq \left( \sum_{i \in N_2} v_i + Q_{j_0} s_{j_0} \right) / \left( \sum_{j=m_1+1}^m s_j + s_{j_0} \right)$

существует расписание, длина которого не превосходит  $T$ . Отсюда следует, что достаточным условием существования расписания длины  $T$  является выполнение неравенства

$$(3) \quad T \geq T_{\max} = \max \left( \frac{\sum_{i \in N_2} v_i + Q_{\max} s_1}{\sum_{j=m_1+1}^m s_j + s_{m_1}}, Q_{\max}, \tau_{\max} \right).$$

## 5. Необходимое условие существования расписания заданной длины

**Лемма 2.** Необходимым условием существования расписания длины, не превосходящей  $T$ , является выполнение неравенства



$$(4) \quad \sum_{i \in N_1} w_i + \sum_{i \in N_2} v_i \leq T \sum_{j=1}^m s_j$$

(при условии, что работы из  $N_1$  уже распределены).

Доказательство леммы следует из того, что невыполнение условия (4) означает превышение величины требуемого суммарного объема работы процессоров над величиной максимально возможного объема в интервале длиной  $T$ .

Из леммы 2 следует, что не существует расписания, длина которого меньше величины

$$(5) \quad T_{\min} = \max \left( \frac{\sum_{i \in N_1} w_i + \sum_{i \in N_2} v_i}{\sum_{j=1}^m s_j}, Q_{\max}, \tau_{\min} \right).$$

## 6. Модифицированный алгоритм упаковки

Алгоритм распределяет работы множества  $N_2$  сначала по процессорам первой группы (если это возможно), а затем – по процессорам второй группы. При этом предполагается, что работы из  $N_1$  были уже распределены по процессорам первой группы. Длина построенного расписания не превосходит  $T$ . Если такого расписания не существует, алгоритм сообщает об этом.

*Шаг 1.* Расположить процессоры первой группы в порядке не убывания величин  $L_j s_j$ , а работы из  $N_2$  – в порядке не убывания объемов. Будем считать, что

$$L_1 s_1 \leq L_2 s_2 \leq \dots \leq L_{m_1} s_{m_1}; \quad v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_{n_2}.$$

*Шаг 2.* Положить  $p = 1, j = 1$ .

*Шаг 3.* Пусть  $p, p + 1, \dots, n_2 \in N_2$  – работы, ранее не назначенные на процессоры. Если существует номер  $k \geq p$  такой, что  $\sum_{i=p}^k v_i \leq L_j s_j$  и  $\sum_{i=p}^{k+1} v_i > L_j s_j$ , то назначить работы  $p, \dots, k \in N_2$  на процессор  $j$ , на котором они должны выполняться последова-

тельно в интервале  $\left[ Q_j, Q_j + \left( \sum_{i=p}^k v_i \right) / s_j \right]$ . Положить

$$L_j = L_j - \left( \sum_{i=p}^k v_i \right) / s_j; \quad Q_j = Q_j + \left( \sum_{i=p}^k v_i \right) / s_j; \quad p = k + 1. \text{ Если } p > n,$$

то остановиться, все работы из  $N_2$  назначены. Если  $p \leq n$ , перейти на шаг 4.

*Шаг 4.* Положить  $j = j + 1$ . Если  $j \leq m_1$ , то перейти на шаг 3; если  $j > m_1$  – на шаг 5.

*Шаг 5.* Расположить процессоры первой группы в порядке невозрастания величин  $L_j s_j$ . Будем считать, что  $L_1 s_1 \geq L_2 s_2 \geq \dots \geq L_{m_1} s_{m_1} > 0$  (если  $L_j = 0$  при некоторых  $j$ , то соответствующие процессоры первой группы исключаем из дальнейшего рассмотрения). Положить  $\Theta = 0; j_1 = 1; j_2 = m_1 + 1$ .

*Шаг 6.* Если  $j_1 \leq m_1$  и  $\Theta + (v_p - L_{j_1} s_{j_1}) / s_{j_2} \leq Q_{j_1}$ , перейти на шаг 7;

если  $j_1 \leq m_1$ ,  $\Theta + (v_p - L_{j_1} s_{j_1}) / s_{j_2} > Q_{j_1}$  и  $\Theta + v_p / s_{j_2} \leq T$ , перейти на шаг 8;

если  $j_1 \leq m_1$ ,  $\Theta + (v_p - L_{j_1} s_{j_1}) / s_{j_2} > Q_{j_1}$  и  $\Theta + v_p / s_{j_2} > T$ , перейти на шаг 9;

если  $j_1 > m_1$  и  $\Theta + v_p / s_{j_2} \leq T$ , перейти на шаг 8;

если  $j_1 > m_1$  и  $\Theta + v_p / s_{j_2} > T$ , перейти на шаг 9;

*Шаг 7.* Работу  $p$  назначить на процессор  $j_2$  в интервале  $[\Theta, \Theta + (v_p - L_{j_1} s_{j_1}) / s_{j_2}]$  и на процессор  $j_1$  в интервале  $[Q_{j_1}, T]$ .

Положить  $\Theta = \Theta + (v_p - L_{j_1} s_{j_1}) / s_{j_2}; p = p + 1; j_1 = j_1 + 1$ .

Перейти на шаг 11.

*Шаг 8.* Работу  $p$  назначить на процессор  $j_2$  в интервале  $[\Theta, \Theta + v_p / s_{j_2}]$ . Положить  $\Theta = \Theta + v_p / s_{j_2}; p = p + 1$ .

Перейти на шаг 11.

*Шаг 9.* Работу  $p$  назначить на процессор  $j_2 + 1$  в интервале  $[0, (v_p - (T - \Theta)s_{j_2})/s_{j_2+1}]$  и на процессор  $j_2$  в интервале  $[\Theta, T]$ . Положить  $\Theta = (v_p - (T - \Theta)s_{j_2})/s_{j_2+1}$ ;  $j_2 = j_2 + 1$ ;  $p = p + 1$ .

Перейти на шаг 10.

*Шаг 10.* Если  $j_2 \leq m_2$ , перейти на шаг 11. Если  $j_2 > m_2$ , остановиться; не все работы из  $N_2$  могут быть назначены на процессоры; расписание длины не более  $T$  не построено.

*Шаг 11.* Если  $p > n$ , остановиться; все работы из  $N_2$  назначены на процессоры. Если  $p \leq n$ , перейти на шаг 6.

Сделаем несколько замечаний. На шаге 3 алгоритма некоторые работы из  $N_2$  назначаются на процессоры первой группы, на которых они выполняются без прерываний. На шаге 7 очередная работа  $p \in N_2$  выполняется сначала на процессоре  $j_2$  второй группы, а затем – на процессоре  $j_1$  первой группы. Корректность такого переключения следует из того, что  $\Theta + (v_p - L_{j_1}s_{j_1})/s_{j_2} \leq Q_{j_1}$ . На шаге 9 работа  $p$  выполняется сначала на процессоре  $j_2 + 1$ , а затем на процессоре  $j_2$ . Такое переключение корректно, поскольку

$$(v_p - (T - \Theta)s_{j_2})/s_{j_2+1} \leq \Theta.$$

Это неравенство следует из соотношений:

$$\begin{aligned} (v_p - (T - \Theta)s_{j_2})/s_{j_2+1} &= v_p/s_{j_2+1} - (T - \Theta)s_{j_2}/s_{j_2+1} \leq \\ &\leq v_1/s_m - (T - \Theta) = \tau_{\max} - T + \Theta \leq T - T + \Theta = \Theta. \quad \checkmark \end{aligned}$$

## 7. Алгоритм решения исходной задачи

Поскольку решается задача на быстродействие, будем искать такое значение  $T^*$ , что расписание длины  $T^*$  существует, а расписания длины  $T^* - 1$  не существует. Используя леммы 1, 2 и формулы (3), (5), этот поиск будем проводить в интервале  $[T_{\min}, T_{\max}]$  с помощью дихотомической процедуры (деление отрезка пополам). При этом для выбранного значения  $T$  будем использовать модифицированный алгоритм упаковки.

### Алгоритм решения исходной задачи

*Шаг 1.* По формулам (1) вычислить величины  $m_1, m_2$ .

*Шаг 2.* С помощью мультиоценочного алгоритма с калибровкой [3] построить расписание выполнения работ  $N_1$  на  $m_1$  процессорах.

*Шаг 3.* По формулам (3), (5) вычислить величины  $T_{min}, T_{max}$ .

*Шаг 4.* С помощью алгоритма деления отрезка  $[T_{min}, T_{max}]$  пополам найти такое целое  $\tilde{T} \in [T_{min}, T_{max}]$ , что при  $T = \tilde{T}$  модифицированный алгоритм упаковки строит расписание длины, не превосходящей  $T$ , а при  $T = \tilde{T} - \delta$  – нет, где  $0 < \delta \leq 1$ .

Расписание, построенное с помощью модифицированного алгоритма упаковки при  $T = \tilde{T}$ , – это искомое расписание выполнения работ из  $N_2$ .

Отметим, что вычислительная сложность мультиоценочного алгоритма с калибровкой (шаг 2) –  $O(n_1 \log n_1)$ , а модифицированного алгоритма упаковки –  $O(n_2 \log n_2)$ . Сложность шагов 1 и 3 –  $O(n_1 + n_2)$ . Поскольку

$$T_{max} \leq T'_{max} = \max \left( \frac{\sum_{i \in N_1} \tau_i + Q_{\min}}{m_2 + 1}, Q_{\max}, \tau_{\max} \right),$$

то число обращений к модифицированному алгоритму упаковки не более  $\log(T'_{max} - T_{\min})$ . Поэтому сложность предложенного алгоритма составляет  $O(n_1 \log n_1 + n_2 \log n_2 \cdot \log(T'_{max} - T_{\min}))$ .

Опишем работу алгоритма на следующем примере:  $n_1 = n_2 = 4, m = 4, s_i = 1 (i = 1, \dots, 4), w_1 = 5, w_2 = 1, w_3 = 4, w_4 = 4, v_1 = 3, v_2 = 1, v_3 = 5, v_4 = 4$ . Пусть  $N_1 = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, N_2 = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . На рис. 1 изображена диаграмма распределения работ по процессорам при значениях  $m_1 = m_2 = 2$ , вычисленных по формуле (1). Мультиоценочный алгоритм с калибровкой распределил работы из  $N_1$  следующим образом: на процессоре 1 выполняется работа  $a_1$  в интервале  $[0; 5]$  и работа  $a_2$  в интервале  $[5; 6]$ , а на процессоре 2 – работа  $a_3$  в интервале  $[0; 4]$  и работа  $a_4$  в интервале  $[4; 8]$ . В этом случае  $T = 8$ . Модифицированный

алгоритм упаковки назначает работы из  $N_2$  следующим образом. На шаге 3 работа  $b_2$  назначается на процессор 1 в интервале [6; 7]. На шаге 7 работа  $b_3$  назначается на процессор 3 в интервале [0; 4] и на процессор 1 в интервале [7; 8]. На шаге 8 работа  $b_4$  назначается на процессор 3 в интервале [4; 8], а работа  $b_1$  – на процессор 4 в интервале [0; 3].

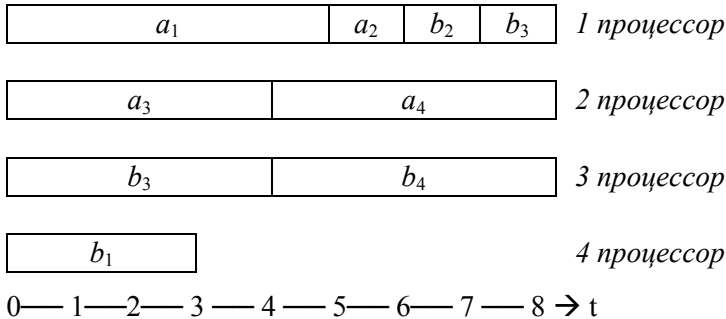


Рис. 1. Распределение работ по процессорам при  $m_1 = m_2 = 2$

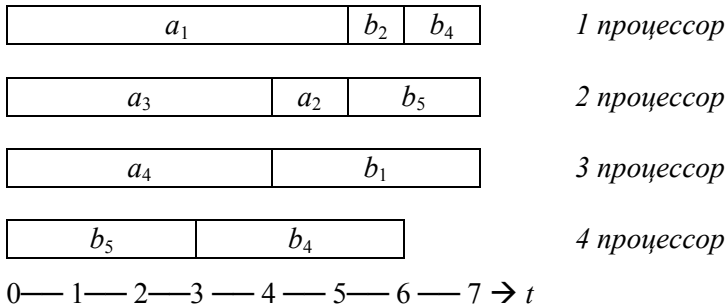


Рис. 2. Распределение работ по процессорам при  $m'_1 = 3, m'_2 = 1$

На рис. 2 изображена диаграмма распределения работ по процессорам при  $m'_1 = 3$  и  $m'_2 = 1$ . В этом случае  $T = 7$ .

Результаты численных экспериментов. Были проведены численные эксперименты. Число работ  $n$  полагалось равным 100, 400 и 1000, а число процессоров  $m$  – 20, 60 и 100. Экспери-

менты проводились для различных значений числа  $n_1$  непрерываемых работ и числа  $n_2$  прерываемых работ. Для каждого набора значений  $n, m, n_1, n_2$  проводилось по 50 экспериментов со значениями объемов работ и производительностей процессоров, полученными с помощью программного генератора случайных чисел, позволяющего получать псевдослучайные числа с равномерным распределением на заданном множестве. Для объемов работ таким множеством был отрезок  $[1, 2600]$ , а для производительностей процессоров – отрезки  $[1, 4]$  и  $[1, 16]$ . Расчеты проводились для различных комбинаций упорядочения (по не убыванию и не возрастанию) процессоров первой группы (относительно величин  $L_j s_j$ ) и работ из  $N_2$  (относительно их объемов  $v_i$ ). В таблице 1 приведены результаты для случая, когда работы из  $N_2$  упорядочены по невозрастанию объёмов, а процессоры первой группы – по невозрастанию величин  $L_j s_j$ , поскольку в этом случае погрешность была наименьшей.

В каждом эксперименте вычислялись значения  $m_1$  и  $m_2$ , задаваемые формулами (1), и среднее значение  $\Delta$  оценки погрешности (по 50 расчетам) для каждого набора  $n, m, n_1, n_2$ . Оценка относительной погрешности алгоритма вычислялась по формуле  $\Delta = (\tilde{T} - T^*) / T^* \times 100\%$ , где

$$T^* = \left( \sum_{i \in N_1} w_i + \sum_{i \in N_2} v_i \right) / \sum_{j=1}^m s_j .$$

( $T^*$  не превосходит длины оптимального расписания.)

Далее аналогичные расчеты проводились для всевозможных разбиений процессоров на две группы, соответствующих значениям  $m'_1$  и  $m'_2$  ( $m'_1 + m'_2 = m$ ), и для каждого такого разбиения вычислялось среднее значение оценки погрешности  $\Delta'$ .

Из результатов численных экспериментов можно сделать следующие выводы.

1. При упорядочении работ из  $N_2$  по невозрастанию их объемов  $v_i$ , а процессоров первой группы – по невозрастанию величин  $L_j s_j$  погрешность существенно меньше, чем в остальных

случаях. Если не считать вырожденных примеров (когда  $n_2 = 1$ ), погрешность  $\Delta'$  в этих случаях не превосходила 2,7 %.

2. Значения  $t'_1$  и  $t'_2$  не более чем на единицу отличаются от значений  $t_1$  и  $t_2$ , задаваемых формулой (1).

3. С ростом числа непрерываемых работ, как правило, растет доля экспериментов, в которых  $\Delta' < \Delta$ , а также растут значения  $\Delta$ ,  $\Delta'$  и  $\Delta - \Delta'$ .

Таблица 1. Результаты численных экспериментов

№	$n$	$M$	$s_j$	$\Delta'$
1	100	20	[1; 4]	0 – 2
2	400	60	[1; 4]	0 – 1
3	1000	100	[1; 4]	0 – 0,2
4	100	20	[1; 16]	0 – 2
5	400	60	[1; 16]	0 – 2,7
6	1000	100	[1; 16]	0 – 0,5

### Литература

1. БУЛАНЖЕ Д. Ю. *Оптимальная коррекция директивных интервалов для задачи одного прибора*. – М.: ВЦ АН СССР, 1983
2. БУЛАНЖЕ Д. Ю., СУШКОВ Б. Г. *Оптимальная коррекция директивных интервалов для задачи одного прибора* // Изв. АН СССР, Техн. кибернетика. – 1982. – №6. – С. 160–169.
3. ГОНЧАР Д. Р. *Мультиоценочный алгоритм решения минимаксной задачи составления расписания* // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №1.3(27). – С. 324–328.
4. СКИНДЕРЕВ С. А., ФУРУГЯН М. Г. *Алгоритмы планирования вычислений в многопроцессорных системах с неоднородным множеством работ*. – М.: ВЦ РАН, 2006.
5. ФУРУГЯН М. Г., ГОНЧАР Д. Р. *Минимаксная задача планирования вычислений в многопроцессорной системе со*

*смешанным набором работ // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – №2(36). – С. 36–39.*

## **ALGORITHMS OF CONTROL IN MULTIPROCESSOR SYSTEM WITH MIXED JOBS SET**

**Dmitry R. Gonchar**, Computing Center of RAS, Moscow, Cand.Sc. ([rtsccas@yandex.ru](mailto:rtsccas@yandex.ru)).

**Meran G. Fourougian**, Computing Center of RAS, Moscow, Cand.Sc. assistant professor ([rtsccas@yandex.ru](mailto:rtsccas@yandex.ru)).

*Abstract: We propose an approximate algorithm to build the speed-optimal schedule for the set of heterogeneous jobs. Some jobs admit interruption while others do not. We allow for the arbitrary processors' speed. We use the multicoasting algorithm with calibration and the modified algorithm of packing.*

Keywords: multiprocessor system, interruptible and non-interruptible jobs, scheduling.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В. Н. Лебедевым*