УДК 519.833.2
ББК 22.176

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ НЕАНОНИМНОГО ПОРОГОВОГО КОНФОРМНОГО ПОВЕДЕНИЯ

Бреер В. В. [1]
(*Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Рассматривается теоретико-игровая модель порогового конформного поведения для бинарных действий игроков, когда доверие игрока своим соседям неодинаково (*неанонимность*). *Дается краткий анализ терминов «конформность» и «автономность» и строится игровая пороговая модель, описывающая противодействие этих явлений. Выделяются равновесия Нэша, характеризующие конформное поведение. Исследуются условия характеризации равновесия Нэша построенных моделей, и описывается структура этого равновесия.*

Ключевые слова: игровые модели, конформное поведение, неанонимность, пороговые модели, равновесие Нэша, задача о многомерном ранце.

1. Введение

В настоящей работе рассматривается теоретико-игровая модель, описывающая поведение членов социальной группы, которое зачастую проявляется в виде подражания действиям окружающих, с одной стороны, или в виде социального давления со стороны группы на индивида. Для обозначения этого явления обычно используют термин «конформное поведение» [4, 5]. Такого рода поведению противодействуют самостоятельные решения индивида, которые соответствуют его автономности от группы.

Более точно, конформным поведением будем называть такой процесс взаимодействия в социальной группе, когда агент

---

[1] *Владимир Валентинович Бреер, соискатель* (*breer@live.ru*).

подвергается влиянию со стороны других членов группы. Автономность – это процесс самостоятельного принятия решений, которые не зависят от мнений в социальной группе.

Социальное давление может рассматриваться и как воздействие на каждого агента со стороны группы в целом (анонимное поведение), и как сумма воздействий от других агентов, обладающих различным влиянием на агента (неанонимное поведение). Тесно связанным с влиянием одного агента на другого является понятие доверия второго агента к первому.

Зачастую указанное противодействие автономности агента к социальному воздействию преодолевается резко, когда уровень автономности становится ниже уровня социального давления. В этот момент происходит изменение стратегии агента, и он подчиняется тем своим соседям, которым больше всего доверяет.

Для упрощения математического описания такого рода поведения выбрана пороговая игровая модель с бинарными стратегиями. Модель, не использующая теорию игр и описывающая анонимное пороговое поведение, описана в работе [7], которая стала уже классической.

Игровые модели для анонимного поведения агентов рассмотрены в [2]. В настоящей работе исследуется неанонимное поведение, по отношению к которому результаты анонимного поведения представляют собой частные случаи (когда доверие каждого агента ко всем соседям одинаково).

Структура работы следующая. В разделе «Игровая модель» формулируется пороговая игра с бинарными стратегиями в нормальной форме. Формализуются термины обстановки игрока, доверия одного игрока другому (матрица доверия) и степень автономности игрока.

В разделе «Равновесия Нэша» рассматриваются примеры равновесий Нэша анализируемой игры для различного количества игроков и различных соотношений для матрицы доверия. Из этих примеров становится понятным, что некоторые равновесия Нэша не отражают специфики ситуации для конформного поведения, когда автономность равна внешнему социальному давлению на игрока, и он находится в состоянии свободы выбора. Чтобы исключить подобные состояния и, тем самым, уменьшить число рассматриваемых равновесий Нэша, целевые функции игроков модифицируются.

Далее приводятся два условия, с помощью которых можно найти все равновесия Нэша. Первая группа условий (Утверждение 1) помогает найти все равновесия Нэша перебором. Вторая группа условий (Утверждение 2) позволяет найти все равновесия Нэша, решая задачу о многомерном ранце[2] [5]. Из этих результатов можно получить условия для равновесий Нэша для анонимного поведения ([2]), как частный случай.

В разделе «Структура равновесий Нэша» исследуются методы таких перегруппировок игроков, которые приводят к простой структуре равновесий Нэша.

В заключении приводится краткая сводка полученных результатов и указываются перспективные направления дальнейших исследований.

2. Игровая модель

Рассмотрим множество агентов $N = \{1, \ldots, n\}$ и опишем модель порогового коллективного поведения [2] в виде следующей *игры в нормальной форме* $G = (\{X_i\}_{i \in N}, \{u_i(\cdot)\}_{i \in N}, N)$, где множество допустимых стратегий агента-игрока i есть $X_i = \{0, 1\}$, а его целевая функция $u_i : \prod_{i \in N} X_i \to \Re$ определяется ниже.

Обозначим *стратегию* игрока i через $x_i \in \{0; 1\}$, где выбор стратегии «1» означает, что игрок действует, а стратегии «0» – бездействует. *Ситуацию игры*, то есть вектор стратегий всех игроков, обозначим через $x = (x_1, \ldots, x_n) \in X = \prod_{i \in N} X_i$. *Обстановку игры* для игрока i обозначим через следующий $(n - 1)$-мерный вектор стратегий

$$x_{-i} = (x_1, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n) \in X_{-i} = \prod_{j \neq i} X_j .$$

[2] *Идея использования решения задачи о многомерном ранце для характеризации равновесий Нэша принадлежит к.т.н. Н.А. Коргину.*

Для описания конформного поведения будем считать, что обстановкой для игрока является социальное давление, которое описывается суммарным действием других игроков с учетом доверия игрока оппонентам. Степень доверия игрока i игроку j обозначим через $t_{ij} \in [0, 1]$. В целях нормировки будем считать, что $\sum_{j \neq i} t_{ij} = 1$. Таким образом, обстановку для игрока i можно записать в следующем виде: $\Sigma^i(x_{-i}) := \sum_{j \neq i} t_{ij} x_j$. Матрицу $T = \{t_{ij}\}_{i, j \in N}$ будем называть *матрицей доверия*. Диагональные элементы этой матрицы будут определены ниже.

Анонимное бинарное конформное поведение характеризуется тем, что игрок не делает различий в своих оппонентах и одинаково доверяет всем им, то есть $t_{ij} = 1/(n-1), i \neq j$.

Предположим, что поведение игрока i определяется его целевой функцией:

$$(1)\quad u_i\left(x_i, \Sigma^i\left(x_{-i}\right)\right) = \left(\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j - \theta_i\right) x_i ,$$

где θ_i – некоторое положительное число, $\theta_i \leq 1$, которое характеризует «порог переключения» агента с бездействия на действие. Будем называть этот порог *степенью автономности* игрока к действию. Чем больше значение этого порога, тем более автономен игрок по отношению к социальному давлению, которое принуждает его действовать. Степень автономности можно также интерпретировать как отрицательное доверие игрока самому себе в рефлексивном смысле, которое предотвращает его от действия. Поэтому доверие самому себе в этой модели будем считать равным отрицательной величине порога $t_{ii} = -\theta_i$, $i \in N$.

3. Равновесия Нэша

Исследуем равновесия Нэша в игре G. *Равновесием Нэша* (см. [3]) в чистых стратегиях в игре G называют ситуацию x^N, если для всех $i \in N$ и $x_i \in X_i$ справедливо неравенство:

$$(2)\quad u_i\left(x_i^N, x_{-i}^N\right) \geq u_i\left(x_i, x_{-i}^N\right).$$

Очевидно, что ситуация, при которой все игроки действуют, является равновесием Нэша. Действительно, это следует из (1) и следующих соотношений: $\sum_{j \neq i} t_{ij} = 1$ и $\theta_i \le 1$.

Рассмотрим сначала примеры других возможных равновесий Нэша.

Пример 1. Пусть матрица доверия четырех игроков имеет следующий вид:

$$T = \begin{bmatrix} -\theta_1 & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & -\theta_2 & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & -\theta_3 & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & -\theta_4 \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Предположим, что для действия игрока 1 достаточно действия игрока 3 и для игрока 3 достаточно активности игрока 1. Пусть для игроков 2 и 4 действий двух предыдущих недостаточно, то есть выполнены следующие соотношения:

(4) $t_{13} > \theta_1$, $t_{31} > \theta_3$,

(5) $t_{21} + t_{23} < \theta_2$, $t_{41} + t_{43} < \theta_4$.

Ситуация $x^N = (1, 0, 1, 0)$ является равновесием Нэша, так как никому из игроков не выгодно в одиночку отклоняться от выбранной стратегии. •

Пример 2. Пусть теперь количество игроков равно пяти и заданы их матрица доверия и вектор автономности:

$$T = \begin{bmatrix} -\theta_1 & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{15} \\ t_{21} & -\theta_2 & t_{23} & t_{24} & t_{25} \\ t_{31} & t_{32} & -\theta_3 & t_{34} & t_{35} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & -\theta_4 & t_{45} \\ t_{51} & t_{52} & t_{53} & t_{54} & -\theta_5 \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Предположим, что для действия игрока 1 необходимо, чтобы действовали игроки 4 и 5. Для этого должно быть выполнено следующее соотношение:

(7) $t_{14} + t_{15} > \theta_1$.

Предположим также, что 4-й игрок действует, когда действуют 1-й и 5-й, 5-й игрок действует, когда действуют 1-й и 4-й, то есть выполнены следующие соотношения:

(8) $t_{41} + t_{45} > \theta_4$, $t_{51} + t_{54} > \theta_5$.

Пусть остальным двум игрокам, 2-му и 3-му, в этой ситуации невыгодно действовать, то есть

(9) $t_{31} + t_{34} + t_{35} < \theta_3$, $t_{21} + t_{24} + t_{25} < \theta_2$.

Тогда ситуация $x^N = (1, 0, 0, 1, 1)$ является равновесием Нэша, так как никому из игроков не выгодно отклоняться от выбранной стратегии. •

Если некоторые из неравенств (4), (7), (8) являются нестрогими, то количество равновесий Нэша увеличится. Это происходит из-за того, что игрок не имеет приоритетов, если $\sum_{j \in N} t_{ij} x_j - \theta_i = 0$.

Чтобы избежать рассмотрения этих равновесий Нэша, которые, очевидно, не имеют отношения к конформному поведению игроков, будем считать, что выполнено следующее предположение.

А.1. В нейтральной обстановке $\sum_{j \in N} t_{ij} x_j - \theta_i = 0$ игрок *предпочитает действовать*.

Для этого модифицируем целевую функцию игрока, определив следующую функцию

(10) $a(t) = \begin{cases} t, & t \neq 0 \\ 1, & t = 0 \end{cases}$.

Запишем новую целевую функцию игрока в следующем виде:

(11) $u_i'\left(x_i, \Sigma^i\left(x_{-i}\right)\right) = a\left(\sum_{j \in N} t_{ij} x_j - \theta_i\right) x_i$.

Будем в дальнейшем рассматривать модифицированную игру $G' = \left(\left\{X_i\right\}_{i \in N}, \left\{u_i'\right\}_{i \in N}, N\right)$. Для этой игры нулевое действие, когда все игроки бездействуют, является равновесием Нэша, если $\theta_i > 0, i \in N$. Если же $\exists i \to \theta_i = 0$, то нулевое действие не является равновесием Нэша. Очевидно, что множество наилучших ответов (best response, см. [3]) в игре G' всегда состоит из одной точки.

Для обобщения приведенных примеров введем следующие множества действующих и бездействующих игроков в ситуации x:

(12) $D_1(x) = \{i \in N | x_i = 1\}$,

(13) $D_0(x) = \{i \in N | x_i = 0\}$.

Из примеров видно, что для равновесия Нэша существенны соотношения между характеристиками игроков внутри множества $D_1(x)$, а также между игроками множества $D_0(x)$ и игроками множества $D_1(x)$. Соотношения между характеристиками игроков внутри $D_0(x)$ неважны.

<u>Утверждение 1.</u> Пусть выполнено предположение А.1. Тогда для того чтобы ситуация x^* была равновесием Нэша в пороговой игре G' необходимо и достаточно, чтобы

1. Для $i \in D_1(x^*)$ было выполнено $\sum\limits_{j \in D_1(x)} t_{ij} \geq \theta_i$,
2. Для $i \in D_0(x^*)$ было выполнено $\sum\limits_{j \in D_1(x)} t_{ij} < \theta_i$.

Доказательство утверждения 1 очевидно. Это утверждение позволяет перебором всех ситуаций (таковых 2^n) найти равновесия Нэша, проверяя условия 1 и 2.

Введем следующее обозначение для умножения матрицы доверия на вектор ситуации:

(14) $$Tx = \left(\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j - \theta_i x_i \right)_{i \in N}.$$

Будем обозначать выражением $Tx \geq 0$ условие на то, что каждый компонент вектора Tx неотрицателен.

Для общего случая справедливо следующее

<u>Утверждение 2.</u> Для того чтобы ситуация x^* была равновесием Нэша в пороговой игре G' необходимо и достаточно, чтобы существовало натуральное число $p = p(x^*)$, такое, что x^* является решением следующей задачи о многомерном ранце:

$$(15)\ \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i \to \max, \\ \sum_{i=1}^{n} x_i \le p, Tx \ge 0, \end{cases}$$

при условии, что решение удовлетворяет условию

$$(16)\ \sum_{i=1}^{n} x_i^* < p\,.$$

Доказательство Утверждения приведено в Приложении. •

Перебором всех целых чисел $p: 1 \le p \le n+1$ можно найти все равновесия Нэша, которые будут являться решением задачи о многомерном ранце (15) при условии (16). Равновесие Нэша, соответствующее числу p, будем обозначать $x^N(p)$.

Роль ограничения $\sum_{i=1}^{n} x_i \le p$ состоит в том, что равновесия Нэша находятся при условии, что общее действие не превышает числа p. Иначе мы не смогли бы найти никакого равновесия, кроме одновременного действия всех игроков.

Роль условия $Tx \ge 0$ состоит в том, чтобы все действующие игроки реагировали на ситуацию наилучшим образом.

Рассмотрим взаимосвязь условий равновесий Нэша (15), (16) с условиями в анонимной пороговой игре [2]. Для анонимной пороговой игры будем называть *базисной ситуацией* $x(p)$, где p – натуральное число, не превышающее количества игроков n, ситуацию игры, в которой все менее автономные, чем $\frac{p}{n-1}$, игроки действуют, а не менее автономные – бездействуют, то есть

$$(17)\ \forall i: \theta_i < \frac{p}{n-1} \to x_i\left(p\right) = 1\,,$$

$$(18)\ \forall i: \theta_i \ge \frac{p}{n-1} \to x_i\left(p\right) = 0\,.$$

Базисные ситуации можно упорядочить по p. Тогда *максимальной базисной ситуацией* является $x(n)$.

Введем следующую функцию распределения порогов:
(19) $F(p) := \#\{i \in N | (n-1)\theta_i < p\}$, где p – натуральное число, а через # обозначена операция вычисления мощности множества.

В работе [2] (Следствие 1 к Утверждению 3) доказано, что базисная ситуация $x(p)$ является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда выполнено следующее:
(20) $F(p) = p$.

Это иллюстрирует тот факт, что при анонимном поведении условия (15), (16) можно заменить на условие (20). Прямое доказательство этого является предметом дальнейших исследований.

4. Структура равновесий Нэша

Исследуем структуру равновесия Нэша, а именно, как связано это равновесие со структурой матрицы доверия. Затем попробуем упростить представление равновесия Нэша. В приведенных примерах матрицы доверия и равновесия Нэша имеют сложную структуру. Это связано с тем, что матрицы не упорядочены. Структуру равновесий Нэша можно упростить, перенумеровав игроков специальным образом.

Сначала необходимо понять, что произойдет с матрицей доверия при смене номеров игроков. Известно [1], что для того чтобы поменять номера игроков i и j, необходимо вектор автономности умножить слева на единичную матрицу, с *переставленными местами столбцами* (*или строками*) i и j. Обозначим эту матрицу через E^{ij}. Тогда новая матрица доверия T' будет равна:
(21) $T' = \left(E^{ij}\right)^{-1} T E^{ij} = E^{ij} T E^{ij}$.

<u>Пример 3</u>. В условиях примера 1, если поменять местами игроков 2 и 3, то матрица доверия может быть записана в старых обозначениях следующим образом:

$$T' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\theta_1 & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & -\theta_2 & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & -\theta_3 & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & -\theta_4 \end{bmatrix} \times$$

(22)

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 & t_{13} & t_{12} & t_{14} \\ t_{31} & -\theta_3 & t_{32} & t_{34} \\ t_{21} & t_{23} & -\theta_2 & t_{24} \\ t_{41} & t_{43} & t_{42} & -\theta_4 \end{bmatrix}.$$

Понятно, что неравенства (4) и (5) останутся неизменными, а равновесие Нэша будет иметь более простую структуру $x^N = (1, 1, 0, 0)$. •

Пример 4. В условиях примера 2, если поменять местами 1-го и 2-го, 4-го и 3-го игроков, то равновесие Нэша будет иметь следующую структуру $x = (0, 1, 1, 1, 0)$, а матрица доверия:

$$(23)\quad T' = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -\theta_1 & t_{14} & t_{15} & \cdot \\ \cdot & t_{41} & -\theta_4 & t_{45} & \cdot \\ \cdot & t_{51} & t_{54} & -\theta_5 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}. \bullet$$

Из примеров 3 и 4 видно, что матрица доверия и равновесие Нэша с помощью перестановки игроков могут быть приведены к более простой структуре.

Для того чтобы описать все равновесия Нэша, необходимо произвести частичное упорядочение игроков. Опишем **Алгоритм** этого упорядочения.

Шаг 1. Всех игроков, у которых $\theta_i = 0$, поставим в начало списка и обозначим это множество $A_1 = \{i \in N \mid \theta_i = 0\}$. Внутри этого множества нумерация игроков произвольна.

Шаг 2. Выберем тех игроков, для которых степень доверия к *одному* из соседей не меньше его порога. Обозначим множество таких игроков через

(24) $$A_2 = \left\{ i \in N \middle| \exists j : t_{ij} \geq \theta_i \right\}.$$

Очевидно, что $A_1 \subseteq A_2$.

<u>Шаг 2'.</u> Переставляем игроков из множества $A_2 \setminus A_1$ таким образом, чтобы они стояли после игроков множества A_1.

<u>Шаг 3.</u> Выберем тех игроков, для которых суммарная степень доверия к *двум* из его соседей не меньше его порога. Обозначим множество таких игроков через

(25) $$A_3 = \left\{ i \in N \middle| \exists j, k : t_{ij} + t_{ik} \geq \theta_i \right\}.$$

Очевидно, что $A_2 \subseteq A_3$.

<u>Шаг 3'.</u> Переставляем игроков из множества $A_3 \setminus A_2$ таким образом, чтобы они стояли после игроков множества A_2.

Далее шаги повторяются аналогичным образом вплоть до множества A_{n-1}. Причем очевидно, что $A_n = N$. Таким образом мы частично упорядочили игроков по множествам:

$$A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \subseteq \ldots \subseteq A_n = N.$$

При этом матрица доверия изменилась по приведенной выше процедуре. Число шагов Алгоритма конечно и число перестановок игроков, то есть вычислений выражения (21), равно *n*.

Для анонимного случая применение Алгоритма эквивалентно упорядочению степеней автономности игроков θ_i по возрастанию.

Алгоритм упорядочения позволяет описать структуру равновесий Нэша с помощью следующего утверждения.

<u>*Утверждение 3.*</u> В результате применения Алгоритма все агенты, действующие в равновесии Нэша $x^N(p)$, будут принадлежать множеству A_p, то есть:

(26) $$D_1\left(x^N(p)\right) \subseteq A_p.$$

Для анонимного случая структура равновесия Нэша (как это было показано в [2]) будет следующей. Равновесиями Нэша будут только некоторые базисные ситуации. После упорядочения по возрастанию автономности игроков действовать будут только те игроки, которые находятся левее значения общего действия $\sum_{i=1}^{n} x_i^N(p)$, остальные будут бездействовать.

5. Заключение

В работе предложена модель порогового коллективного поведения агентов, которые в разной степени доверяют друг другу – так называемый случай неанонимного поведения.

В отличие от анонимного поведения, когда агенты в равной степени доверяют друг другу, здесь для исследования равновесий нужно учитывать матрицу доверия.

Рассмотрена игра с бинарными стратегиями G', в которой игроки в нейтральной для себя обстановке $\left(\sum_{j\in N} t_{ij}x_j - \theta_i\right) = 0$, предпочитают действовать. Эта модификация игры исключает неопределенность в наилучших ответах игроков и удаляет лишние равновесия Нэша, не имеющие отношения к конформному поведению.

Для этой игры получены два типа условий, которые эквивалентны равновесию Нэша. С помощью первого из этих условий (Утверждение 1) можно найти равновесия Нэша, перебирая все ситуации. Второй тип условий (Утверждение 2) позволяет найти все равновесия Нэша, решая задачу о многомерном ранце. Второй тип условий тесно связан с условиями равновесия Нэша для анонимной игры, полученными в [2]. Представляет интерес прямое доказательство эквивалентности условия (20) и условий (15), (16) для анонимного случая.

Предложен Алгоритм упорядочения номеров игроков, после применения которого, все действующие игроки в ситуациях равновесия Нэша будут принадлежать заранее определенным множествам, полученным в результате указанного упорядочения.

Рассмотрены примеры упорядочения, где игроки сосредоточены в так называемых группах (подмножества игроков, в которых все действуют и бездействуют одновременно). Представляет интерес в последующих работах исследовать общие условия возникновения групп для ситуаций равновесия Нэша.

Перспективным направлением видится исследование функций коллективной полезности, в частности, нахождение условий эффективности Парето и их связь с условиями равновесия Нэша.

Задачи управления, которые возникают в рассматриваемых задачах, позволят понять эффективность управления в моделях социального взаимодействия, в частности в социальных сетях.

Приложение

Доказательство Утверждения 2.

Достаточность. Пусть x^* является решением многомерной задачи о ранце (15) и выполнено условие (16). Пусть i таково, что $x_i^* = 1$. Тогда

(27) $\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j^* - \theta_i x_i^* = \sum_{j \neq i} t_{ij} x_j^* - \theta_i \geq 0$.

Значит, изменение поведения игрока i с действия на бездействие $x_i^* = 0$ не увеличит его целевую функцию (1).

Пусть i таково, что $x_i^* = 0$ и предположим, что $\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j^* - \theta_i \geq 0$. Тогда ситуация x', полученная из x^* заменой $x_i^* = 0$ на $x_i^* = 1$, будет также удовлетворять ограничениям задачи о ранце (15) в силу условия (16). Очевидно, что $\sum_{i=1}^{n} x_i' = \sum_{i=1}^{n} x_i^* + 1$. Но это противоречит тому, что $\sum_{i=1}^{n} x_i^*$ максимально при оговоренных условиях. Значит, не может выполняться одновременно двух условий: $x_i^* = 0$ и $\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j^* - \theta_i \geq 0$. Значит, при $x_i^* = 0$ справедливо соотношение $\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j^* - \theta_i < 0$. Тогда изменение поведения игрока i с бездействия на действие $x_i^* = 1$ уменьшает его целевую функцию (1).

Значит, x^* является равновесием Нэша. Достаточность доказана.

Необходимость. Пусть x^* является равновесием Нэша. Тогда выполнена следующая система неравенств:

(28) $\sum_{j \neq i} t_{ij} x_j^* - \theta_i x_i^* \geq 0$, $i \in N$.

Кроме того, любая замена $x_i^* = 0$ на $x_i^* = 1$ приводит к несовместности системы неравенств в силу того, что x^* является равновесием Нэша. Значит, значение $\sum_{i=1}^{n} x_i^*$ максимально. Обозначим через $p = \sum_{i=1}^{n} x_i^* + 1$. Тогда выполнены все ограничения задачи о ранце (15) и условие (16). Необходимость доказана.

Литература

1. БЕКЛЕМИШЕВ, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. Для ВУЗов. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2003.
2. БРЕЕР, В. В. Теоретико-игровые модели конформного коллективного поведения // Автоматика и Телемеханика. 2011. (в печати).
3. ГУБКО М. В., НОВИКОВ, Д. А. Теория игр в управлении организационными системами. – М.: Синтег, 2002. – 148 с.
4. КОН, И. С. Социологическая психология. Москва. Институт практической психологии. Воронеж: МОДЭК, 1999.
5. СИГАЛ, И. Х., ИВАНОВА, А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: Модели и вычислительные алгоритмы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.
6. BERNHEIM, D. A Theory of Conformity // Journal of Political Economy, 1994, vol. 102, №. 5. pp. 841-877.
7. GRANOVETTER, M. Threshold Models of Collective Behavior, AJS Volume 83 Number 6, pp. 1420-1443, 1978.

GAME-THEORETICAL MODEL OF NON-ANONYMOUS THRESHOLD CONFORMITY BEHAVIOR

Vladimir Breer, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, applicant for Cand. Sc. (breer@live.ru).

Abstract: *The game-theoretical model of non-anonymous threshold conformity behavior is studied for binary players' action sets. Non-anonymity implies different degree of trust of a player to her neighbors. Brief analysis of conformity and autonomy notions is presented and the game-theoretical threshold model is built which describes controversy of conformity and autonomy. Nash equilibria, which characterize conformity behavior, are singled out. Characteristics of Nash equilibriums of the considered model are investigated and the structure of these equilibria is described.*

Keywords: game-theoretical models, conformity behavior, non-anonymity, threshold models, Nash equilibrium, multidimensional knapsack problem.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым