УДК 519.71
ББК 32.817

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ С БЛОКАМИ НЕЧЕТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В ОБЪЕКТЕ УПРАВЛЕНИЯ

Усков А. А.[1]
(*Российский университет кооперации, Москва*)

Предлагается подход к анализу абсолютной устойчивости одного класса систем с блоками нечеткого логического вывода в объекте управления. Разработанные методы исследования систем доведены до уровня простых и удобных в инженерной практике методик.

Ключевые слова: асимптотическая устойчивость, нечеткий логический вывод, система автоматического управления.

1. Введение

В настоящее время достаточно широкое распространение получили нечеткие системы управления. Применение нечеткой логики позволяет использовать субъективные знания (мнения) экспертов, что очень полезно при построении моделей сложных или плохо формализуемых объектов и процессов [3, 5].

В то же время блок нечеткого логического вывода с точки зрения теории автоматического управления представляет собой статическое звено с очень сложной нелинейной характеристикой, что значительно осложняет исследование систем с такими звеньями [5].

---

[1] *Андрей Александрович Усков*, *доктор технических наук*, *профессор* (*andrey@uskov.net, www.uskov.net*).

В статье предложен подход к анализу абсолютной устойчивости одного класса систем с блоками нечеткого логического вывода в объекте управления.

2. Постановка задачи

Рассмотрим замкнутую автономную нелинейную импульсную систему автоматического управления, приведенную на рис. 1.

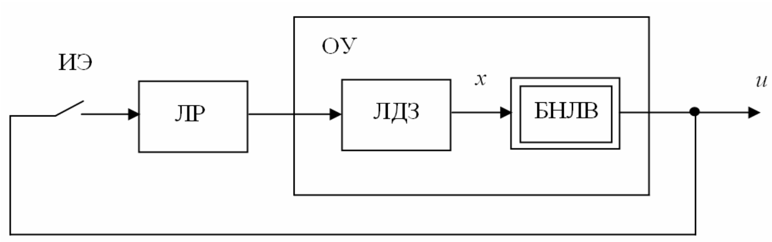

Рис. 1. Система управления с односвязным объектом

Система состоит из импульсного элемента с амплитудно-импульсной модуляцией ИЭ, линейного регулятора ЛР и объекта управления ОУ. Структурно объект управления состоит из последовательного соединения линейного динамического звена ЛДЗ и статического нелинейного элемента – блок нечеткого логического вывода (БНЛВ).

Зависимость между выходным u и входным x сигналами нелинейного элемента задается набором нечетких продукционных правил:

$П_1$: если x есть A_1, то $u = a_1$;

$П_2$: если x есть A_2 , то $u = a_2$;

…………………………

$П_N$: если x есть A_N , то $u = a_N$,

где $A_1, A_2, \ldots, A_N$ – нечеткие множества, определенные на множестве действительных чисел R; $a_1, a_2, \ldots, a_N$ – действительные числа.

Выходной сигнал НЭ u рассчитывается в соответствии с алгоритмом нечеткого вывода Сугэно (Sugeno) нулевого порядка [3, 5]:

(1) $$u(x)=\frac{\sum_{i=1}^{N}a_i\mu_i(x)}{\sum_{i=1}^{N}\mu_i(x)},$$

где $\mu_i(x)$ – функции принадлежности нечетких множеств A_i.

Необходимо получить достаточное условие асимптотической устойчивости системы с БНЛВ со структурой, приведенной на рис. 1

3. Характеристика блока нечеткого логического вывода

Представим характеристику БНЛВ (1) в виде

(2) $u(x) = k(x)\cdot x$,

где $k(x)$ – коэффициент передачи БНЛВ, зависящий от входного сигнала x.

В качестве характеристики нелинейной зависимости БНЛВ выберем коэффициент

(3) $$K_{\text{Н}}=\max_{\forall x\in R}\left|k(x)\right|,$$

Ввиду сложности определения численного значения $K_{\text{Н}}$ для произвольного БНЛВ, воспользуемся его оценкой.

Решая совместно (1)–(3), получаем

(4) $$K_{\text{Н}}=\max_{x\in R}\frac{\left|\sum_{i=1}^{N}a_i\mu_i(x)\right|}{|x|\cdot\left|\sum_{i=1}^{N}\mu_i(x)\right|}.$$

Воспользовавшись свойством функции «модуль» [1], из предыдущего выражения получим:

(5) $$K_{\text{Н}} \le \max_{x \in R} \frac{\sum_{i=1}^{N} |a_i| \cdot \mu_i(x)}{|x| \cdot \sum_{i=1}^{N} \mu_i(x)}.$$

Отметим далее, что множитель

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} |a_i| \cdot \mu_i(x)}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i(x)} = X_c$$

определяет, по сути, координаты центра масс X_c невесомого стержня с расположенными на нем грузами с массами $\mu_i(x)$ в точках с координатами $|a_i|$, где $i = 1, 2, \ldots, N$. Один из возможных вариантов расположения грузов на стержне показан на рис. 2.

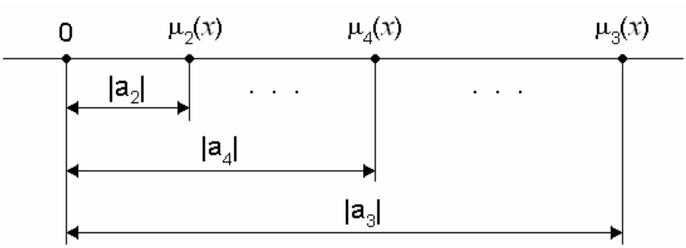

Рис. 2. Иллюстрация к выводу формулы

Очевидно, что координата точки центра масс X_c не может превышать координаты крайнего справа груза, имеющего массу, отличную от 0.

На основании свойства центра масс [2], можно записать:

(6) $$K_{\text{Н}} \le \max_{x \in R} \frac{1}{|x|} \cdot \max\left(|a_1| \cdot 1_0(\mu_1(x)), |a_2| \cdot 1_0(\mu_2(x), \ldots, |a_n| \cdot 1_0(\mu_N(x))\right),$$

где $1_0(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } & t > 0, \\ 0 \text{ при } & t = 0; \end{cases}$ – единичная функция.

Последнее выражение можно привести к виду

$$(7)\quad K_{\text{H}0} = \max\left(\max_{x\in B_1} \frac{|a_1|}{|x|}, \max_{x\in B_2} \frac{|a_2|}{|x|}, ..., \max_{x\in B_N} \frac{|a_N|}{|x|} \right) \geq K_{\text{H}},$$

где $B_1, B_2, \ldots, B_N$ – носители нечетких множеств $A_1, A_2, \ldots, A_N$ соответственно [3].

Методику использования соотношения (7) поясним на примере.

Пример 1

Рассмотрим БНЛВ, описываемый набором нечетких правил:

Π_1: если x есть Z, то $u = 0$;

Π_2: если x есть PS, то $u = 1$;

Π_3: если x есть PM, то $u = 2$;

Π_4: если x есть NS, то $u = -1$;

Π_5: если x есть NM, то $u = -2$.

На рис. 3 приведены функции принадлежности нечетких множеств Z, PS, PM, NS и NM.

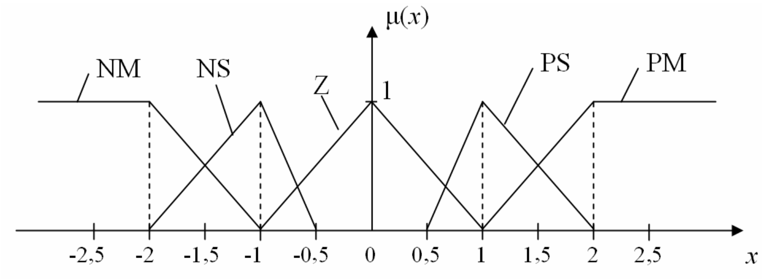

Рис. 3. Функции принадлежности нечетких множеств

Рассмотрим применение формулы (7) в данном случае.

Для правила Π_1 носитель нечеткого множества Z – это $x \in [-1, 1]$, значение $a_1 = 0$, следовательно $\max\limits_{x\in[-1,1]} \frac{|0|}{|x|} = \lim\limits_{|x|\to 0} \frac{0}{|x|}$.

Анализ приведенного предела показывает, что его значение не превышает 1.

Для правила $П_2$ носитель нечеткого множества *PS* – $x \in [0{,}5,\ 2]$, значение $a_1 = 1$, следовательно $\max\limits_{x\in[0,5,\ 2]} \frac{|1|}{|x|} = 2$.

Для правила $П_3$ носитель нечеткого множества *PM* – $x \in [1, +\infty)$, значение $a_1 = 2$, следовательно $\max\limits_{x\in[1,\ +\infty]} \frac{|2|}{|x|} = 2$.

Для правила $П_4$ носитель нечеткого множества *NS* – $x \in [-2, -0{,}5]$, значение $a_1 = -1$, следовательно $\max\limits_{x\in[-2,\ -0,5]} \frac{|-1|}{|x|} = 2$.

Для правила $П_5$ носитель нечеткого множества *NM* – $x \in (-\infty, -1]$, значение $a_1 = -2$, следовательно $\max\limits_{x\in[-\infty,\ -1]} \frac{|-2|}{|x|} = 2$.

Подставляя данные частные результаты в выражение (7), получим $K_{Н0} = \max(1, 2, 2, 2, 2) = 2$.

4. Достаточное условие устойчивости

Используя описанную методику определения численного значения величины $K_{Н0}$, можно получить достаточное условие асимптотической устойчивости системы на рис. 1.

Если характеристика БНЛВ находится в 1 и 3 квадрантах, а импульсная линейная часть системы устойчива, к рассматриваемой системе применим геометрический критерий абсолютной устойчивости Я.З. Цыпкина [2, 6]. Достаточное условие асимптотической устойчивости в целом положения равновесия в данном случае определяется неравенством:

$$\mathrm{Re}\, W^*(j\overline{w}) + \frac{1}{K_{Н0}} > 0, \quad (8)$$

где $W^*(j\overline{w})$ – комплексный коэффициент передачи последовательно соединенных импульсного элемента ИЭ, линейного регулятора ЛР и линейного динамического звена ЛДЗ.

Отметим, что области устойчивости, полученные с помощью критерия Я.З. Цыпкина, не уже областей, полученных с помощью второго метода А.М. Ляпунова с квадратичной функцией [2, 6].

Пример 2

Рассмотрим автономную систему, приведенную на рис. 1.

Последовательно соединенные ЛР и ЛДЗ описывается передаточной функцией $W(p)=\dfrac{k}{1+p\cdot T}$. Импульсный элемент с фиксатором нулевого порядка имеет период квантования T_0. Используется БНЛВ из примера 1.

Для системы на рис. 1 справедливо разностное уравнение $x_{m+1}=e^{-\frac{T_0}{T}}\cdot x_m+u_m\cdot k\cdot(1-e^{-\frac{T_0}{T}})$ [1]. Комплексный коэффициент передачи импульсной линейной части системы $W^*(j\overline{w})=\dfrac{(1-e^{-\frac{T_0}{T}})\cdot k}{e^{j\overline{w}}-e^{-\frac{T_0}{T}}}$. В соответствии с неравенством (8) несложно получить достаточное условие асимптотической устойчивости в целом положения равновесия рассматриваемой системы:

$$k<\frac{1+e^{-\frac{T_0}{T}}}{(1-e^{-\frac{T_0}{T}})\cdot K_{H0}}.$$

Приняв $K_{\text{Н}0}=2$ (из примера 1) и $T_0=0{,}1$, определим область устойчивости рассматриваемой системы рис. 4 (область ниже линии 1, показана заштриховкой). Для сравнения на данном рисунке показана также действительная область устойчивости системы (область ниже линии 2).

Согласно рис. 4 предлагаемое достаточное условие позволяет определить около 50% истинной области асимптотической устойчивости в пространстве параметров k и T.

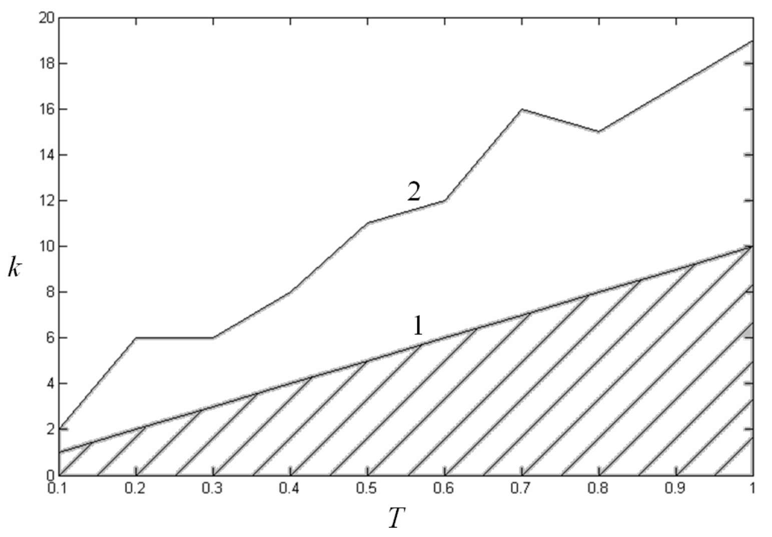

Рис. 4. Область устойчивости системы

5. Система с несколькими БНЛВ

Обобщим приведенные выше результаты на случай системы с несколькими БНЛВ.

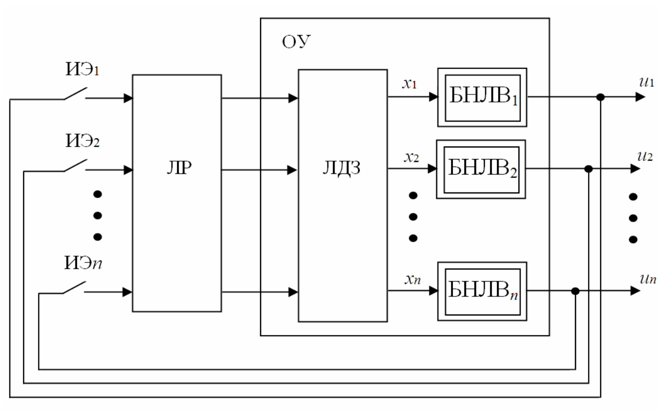

Рис. 5. Система управления с многосвязным объектом

Рассмотрим автономную импульсную систему с многосвязным объектом управления (рис. 5).

Система состоит из импульсных элементов с амплитудно-импульсной модуляцией ИЭ$_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, работающих синхронно, линейного регулятора ЛР и объекта управления ОУ. Структурно объект управления состоит из линейного динамического звена ЛДЗ и статических нелинейных элементов БНЛВ$_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Допустим, что характеристики БНЛВ описываются наборами нечетких продукционных правил и находятся в 1 и 3 квадрантах. Для каждого из БНЛВ по формуле (7) определены коэффициенты $K_{\text{Н}0i}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, которые представлены в виде матрицы

$$\text{(9)} \quad \mathbf{K}_{\mathbf{Н0}} = \begin{bmatrix} K_{\text{Н}01} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & K_{\text{Н}02} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & K_{\text{Н}0n} \end{bmatrix}.$$

Согласно критерию Я.З. Цыпкина для систем с несколькими нелинейностями [6], если импульсная линейная часть системы на рис. 4 устойчива и существует действительное число p такое, что выполняется неравенство

$$\text{(10)} \quad \frac{1}{2}\left[\mathbf{K}_{\mathbf{Н0}}{}^{p} \cdot \mathbf{W}^{*}(j\overline{w}) + \mathbf{W}^{*}(-j\overline{w}) \cdot \mathbf{K}_{\mathbf{Н0}}{}^{p}\right] + \mathbf{K}_{\mathbf{Н0}}{}^{p-1} > 0\,,$$

$$0 \le \overline{w} \le \pi\,,$$

где $\mathbf{W}^{*}(j\overline{w})$ – матрица комплексных коэффициентов передачи импульсной линейной части системы, то рассматриваемая система будет асимптотически устойчива в целом.

6. Выводы

В статье предложено достаточное условие асимптотической устойчивости в целом систем управления с односвязными блоками нечеткого логического вывода Сугэно нулевого порядка, позволяющее определять область устойчивости в пространстве параметров системы.

Разработанный метод исследования может быть полезен при анализе и синтезе систем управления с нечеткой логикой.

Литература

1. БРОНШТЕЙН И.Н., СЕМЕНДЯЕВ К.А. *Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов*. – М.: Наука, 1981. – 723 с.
2. ВИДАЛЬ П. *Нелинейные импульсные системы*. – М.: Энергия, 1974. – 336 с.
3. КРУГЛОВ В.В., ДЛИ М.И. *Интеллектуальные информационные системы: компьютерная поддержка систем нечеткой логики и нечеткого вывода*. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2002. – 256 с.
4. КРУГЛОВ В.В., УСКОВ А.А. *Достаточное условие устойчивости замкнутых систем управления с нечеткими логическими регуляторами* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – №4. – С. 47–51.
5. УСКОВ А.А., КУЗЬМИН А.В. *Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика*. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 143 с.
6. ЦЫПКИН Я.З., ПОПКОВ Ю.С. *Теория нелинейных импульсных систем*. – М.: Наука, 1973. – 416 с.

STABILITY OF SYSTEMS WITH BLOCKS OF FUZZY INFERENCE IN PLANT

Andrey Uskov, Russian University of Cooperation, Moscow,
Doctor of Science, professor.

Abstract: The technique is suggested of analysis of terrain clearance stability of one class of systems with blocks of fuzzy inference in the plant. Simple and convenient engineering routines are developed on the basis of suggested techniques.

Keywords: asymptotic stability, fuzzy logic conclusion, system of automatic control

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии А. К. Погодаевым