

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

***Выпуск 52
Ноябрь 2014***

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2014

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 52

Москва – 2014

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Дорофеев А.А., Кузнецов О.П., Кульба В.В., Кротов В.Ф., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: член-корр. РАН Новиков Д.А. **Отв. секретарь:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И. **Техн. редактор:** канд. техн. наук Куливец С.Г.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Артамонов Е.И. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Архипова М.Ю. (ИПИ РАН), д-ра техн. наук: проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИППИ РАН), д-р экон. наук, проф. Голиченко О.Г. (ЦЭМИ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Добровидов А.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Заложнев А.Ю. (ИПУ РАН), проф. Ириков В.А. (МФТИ), проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Касаткин С.И. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Кононенко А.Ф. (ВЦ РАН), проф. Курдюков А.П. (ИПУ РАН), проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), к-т техн. наук, доцент Лебедев В.Н. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ловчиновский Э.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н. (ИПС РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Новосельцев В.Н. (ИПУ РАН), проф. Орлов А.И. (МВТУ), д-р физ.-мат. наук, проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Секерин В.Д. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Сухарев О.С. (Ин-т экономики РАН), д-ра техн. наук: проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МВТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Волгоград – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – академик РАН Бычков И.В., проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Кузнецов Л.А., проф. Погодаев А.К. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераскин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), проф. Фрадков А.Л. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ); **Тверь** – д-ра техн. наук: проф. Кузнецов В.Н., проф. Палюх Б.В. (ТГТУ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в Интернет: ubs.mtas.ru.

Номер гос. регистрации электронного научного издания (ЭНИ): 0421200023.

© ИПУ РАН, 2014

СОДЕРЖАНИЕ

Математическая теория управления

- Хаметов В.М., Шелемех Е.А., Ясонов Е.В.**
Алгоритм решения задачи об оптимальной остановке с конечным горизонтом..... 6

Информационные технологии в управлении

- Чесноков А. М.**
Конечные мультимножества как образы в интеллектуальных системах на основе колонок..... 23

Сетевые модели в управлении

- Авдеева З. К., Коврига С. В.**
О некоторых принципах и подходах к построению коллективных когнитивных карт ситуаций 37
- Губанов Д. А., Чхартишвили А. Г.**
Связи дружбы и комментирования пользователей социальной сети Facebook..... 69

Управление в социально-экономических системах

- Бреер В. В., Новиков Д. А., Рогаткин А. Д.**
Стохастические модели управления толпой..... 85
- Постовалова И. П.**
Эффективный синтез сетевой модели "работы–дуги" с минимальным числом фиктивных работ..... 118

Управление в медико-биологических и экологических системах

- Воронин А. А., Васильченко А. А., Храпов С. С., Агафонникова Е. О.**
Анализ эффективности природовосстановительных проектов в эколого–экономической системе "Волжская ГЭС – Волго–Ахтубинская пойма" 133

*Управление техническими системами и
технологическими процессами*

Тупиков Д. В., Резчиков А. Ф., Иващенко В. А.
*Алгоритм поддержки принятия решений по устранению
пожароопасных ситуаций на промышленных
предприятиях.....*

148

УДК 519.216
ББК 22.1

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ОСТАНОВКЕ С КОНЕЧНЫМ ГОРИЗОНТОМ

Хаметов В. М.¹

*(Московский институт электроники и математики
национального исследовательского университета «Высшая
школа экономики», Москва)*

Шелемех Е. А.²

*(Центральный экономико-математический институт РАН,
Москва)*

Ясонов Е. В.³

*(Московский институт электроники и математики
национального исследовательского университета «Высшая
школа экономики», Москва)*

Предложен и обоснован алгоритм решения задачи об оптимальной остановке с конечным горизонтом. Основываясь на этом алгоритме, реализованном в системе компьютерных алгебр Maple 14, построены примеры решения задач об оптимальной остановке некоторых дискретных марковских последовательностей.

Ключевые слова: задача об оптимальной остановке, огибающая Снелла, область остановки.

¹ Владимир Минирович Хаметов, доктор физико-математических наук, профессор (khametovvm@mail.ru).

² Елена Александровна Шелемех, мл. научный сотрудник (letis@mail.ru).

³ Евгений Викторович Ясонов, аспирант (evyasonov@gmail.com).

Введение

Задача об оптимальной остановке случайных последовательностей возникает при решении задач статистики (задача последовательного различения двух простых гипотез), техники (задача о разладке), финансовой математики (расчет американского опциона) и ряде других (см. [1]–[5], [7, 8], [10]–[14]). В [2]–[4], [7, 8, 11] получены основные результаты для задач об оптимальной остановке с бесконечным горизонтом. В отличие от вышеуказанных работ мы рассматриваем случай конечного горизонта.

В работах [3, 4, 7, 15] огибающая Снелла определена рекуррентным соотношением (2) и доказано, что она почти всюду совпадает с ценой оптимальной остановки. Однако в доступной нам литературе мы не нашли обоснования обратного утверждения, состоящего в том, что цена оптимальной остановки удовлетворяет рекуррентному соотношению (2). Поэтому одной из целей работы было устранить этот пробел.

В [11] содержится, по нашему мнению, наиболее полный обзор примеров аналитического решения задач об оптимальной остановке с конечным горизонтом (см. также [1, 2, 8]).

В монографии [7] для случая бесконечного горизонта, когда наблюдается геометрическое случайное блуждание, а останавливаемая последовательность соответствует динамическому платежному обязательству американского опциона колл с дисконтным множителем, показано, что область остановки отделяется от области продолжения наблюдений одной точкой и представляет собой луч.

В [10] предполагается, что область остановки отделяется от области продолжения наблюдений одной точкой.

Вместе с тем, известны примеры функций, для которых область остановки состоит из нескольких несвязных интервалов. Например, в [14] показано, что область остановки для выпуклой кусочно-линейной функции может состоять из нескольких несвязных интервалов. В статьях [12, 13] в предположениях, что i) наблюдается марковский процесс; ii) останавливаемая после-

довательность – монотонная и выпуклая, получены достаточные условия того, что область остановки отделяется от области продолжения наблюдений одной точкой. Кроме того, в [13] приведены результаты численного решения задачи об оптимальной остановке. В ней показано, что уже при значении горизонта задачи $N = 2$ область остановки для динамического платежного обязательства опциона пут может состоять из двух несвязных областей.

В этой работе, основываясь на факторизации Винера – Хопфа, авторы приводят алгоритм построения решения задачи об оптимальной остановке с конечным горизонтом динамического платежного обязательства американского опциона колл для случая, когда наблюдаемая последовательность является гауссовской.

В данной работе для случая конечного горизонта мы: i) выводим рекуррентное соотношение беллмановского типа для цены оптимальной остановки ограниченной согласованной последовательности (раздел 1.2); ii) формулируем и обосновываем алгоритм построения решения задачи об оптимальной остановке (раздел 1.3); iii) реализуем в системе компьютерных алгебр Maple 14 вышеуказанный алгоритм на нескольких новых примерах задач об оптимальной остановке (раздел 2).

1. Алгоритм построения решения задачи об оптимальной остановке с конечным горизонтом

1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ОСТАНОВКЕ С КОНЕЧНЫМ ГОРИЗОНТОМ

Пусть: i) $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{n \geq 0}, P)$ – стохастический базис [8]; ii) $N \in \mathbb{N}^+$ – горизонт; iii) \mathcal{T}_n^N – множество моментов остановки τ относительно фильтрации $(\mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$ [8], принимающих значения из множества $\{n, \dots, N\}$; iv) $(f_n, \mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$ – согласованная последовательность ограниченных случайных величин; v) $\mathcal{L}^0(\Omega, \mathcal{F}_0)$ – множество всех P-п.н. ограниченных \mathcal{F}_0 -измеримых случайных величин [4, §A.7].

Задача 1. Рассматривается задача

$$(1) \quad \mathbb{E}[f_{\tau \wedge N} | \mathcal{F}_0] \rightarrow \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_0^N}$$

где $\mathbb{E}[\cdot | \mathcal{F}_0]$ – условное математическое ожидание относительно σ -алгебры \mathcal{F}_0 (определение см. в [4], определение существенной верхней грани можно найти в [4, 9]).

Задачу (1) называют задачей об оптимальной остановке (например, [8]).

Замечание 1. Мы предполагаем, что последовательность $\{f_n\}_{0 \leq n \leq N}$ ограничена, чтобы упростить формулировки приводимых ниже утверждений.

$$\text{Обозначим } v_0^N \triangleq \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_0^N} \mathbb{E}[f_{\tau \wedge N} | \mathcal{F}_0].$$

Определение 1. Пару $(\tau^*, v_0^N) \in (\mathcal{T}_0^N, \mathcal{L}^0(\Omega, \mathcal{F}_0))$ такую, что $v_0^N = \mathbb{E}[f_{\tau^* \wedge N} | \mathcal{F}_0]$ P-п.н., будем называть решением задачи (1), при этом: i) момент остановки $\tau^* \in \mathcal{T}_0^N$ назовем оптимальным; ii) \mathcal{F}_0 -измеримую случайную величину v_0^N – ценой оптимальной остановки.

1.2. ВЫВОД РЕКУРРЕНТНОГО СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ УРЕЗАННОЙ ЦЕНЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ОСТАНОВКИ

Для нахождения цены оптимальной остановки применим стохастический вариант метода динамического программирования. Для любого $n \in \{1, \dots, N\}$ обозначим

$$v_n^N \triangleq \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_n^N} \mathbb{E}[f_{\tau \wedge N} | \mathcal{F}_n].$$

Определение 2 [8]. Для любого $n \in \{1, \dots, N\}$ случайную величину v_n^N назовем урезанной ценой оптимальной остановки в момент времени n .

Замечание 2. Из определения случайной величины v_n^N и свойств существенной верхней грани следует, что последовательность $\{v_n^N\}_{0 \leq n \leq N}$ согласована с фильтрацией $(\mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$.

Замечание 3. Из ограниченности последовательности $\{f_n\}_{0 \leq n \leq N}$ следует, что для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ случайные величины v_n^N также ограничены P-п.н.

Целью данного раздела является вывод рекуррентного соотношения для $\{v_n^N\}_{0 \leq n \leq N}$.

Теорема 1. *Согласованная последовательность $(v_n^N, \mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$ является последовательностью урезанных цен тогда и только тогда, когда она удовлетворяет рекуррентному соотношению Р-п.н.*

$$(2) \quad v_n^N = \max \{f_n; E[v_{n+1}^N | \mathcal{F}_n]\}, \quad v_n^N |_{n=N} = f_N.$$

Замечание 4. Последовательность $\{v_n^N\}_{0 \leq n \leq N}$, удовлетворяющую рекуррентному соотношению (2), обычно называют огибающей Снелла [4, §6.2]. Известно (см., например, [3, 4, 7]), что огибающая Снелла Р-п.н. совпадает с ценой оптимальной остановки.

Доказательство. Необходимость. Докажем, что если $(v_n^N, \mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$ – последовательность урезанных цен, то она удовлетворяет рекуррентному соотношению (2).

1) Докажем, сначала, что для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ справедливо неравенство Р-п.н.

$$(3) \quad v_n^N \geq \max \{f_n; E[v_{n+1}^N | \mathcal{F}_n]\}.$$

Сначала заметим, что: i) случайная величина $1_{\{\tau=n\}} f_n$ является \mathcal{F}_n -измеримой; ii) условное математическое ожидание обладает телескопическим свойством. Поэтому в силу определения и свойств существенной верхней грани [9, Глава 16] для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ справедливы соотношения Р-п.н.

$$\begin{aligned}
 (4) \quad v_n^N &= \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_n^N} \mathbb{E} \left[\sum_{i=n}^{\tau \wedge N} 1_{\{\tau=i\}} f_i \mid \mathcal{F}_n \right] \geq \\
 &\geq \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_{n+1}^N} \left\{ 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \mathbb{E} \left[\mathbb{E} \left[\sum_{i=n+1}^{\tau \wedge N} 1_{\{\tau=i\}} f_i \mid \mathcal{F}_{n+1} \right] \mid \mathcal{F}_n \right] \right\} = \\
 &= 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_{n+1}^N} \mathbb{E} \left[\mathbb{E} [f_{\tau \wedge N} \mid \mathcal{F}_{n+1}] \mid \mathcal{F}_n \right] = \\
 &= 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \mathbb{E} \left[\operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_{n+1}^N} \mathbb{E} [f_{\tau \wedge N} \mid \mathcal{F}_{n+1}] \mid \mathcal{F}_n \right] = \\
 &= 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \mathbb{E} [v_{n+1}^N \mid \mathcal{F}_n].
 \end{aligned}$$

Левая часть полученного неравенства не зависит от момента остановки $\tau \in \mathcal{T}_n^N$. Поэтому если от правой части (4) взять существенную верхнюю грань по $\tau \in \mathcal{T}_n^N$, то получим неравенство (3).

2) Докажем, что Р-п.н. справедливо неравенство

$$(5) \quad v_n^N \leq \max \{ f_n; \mathbb{E}[v_{n+1}^N \mid \mathcal{F}_n] \}.$$

Заметим, что из \mathcal{F}_n -измеримости случайной величины $1_{\{\tau=n\}} f_n$, определений существенной верхней грани и случайной величины v_{n+1}^N , а также из телескопического свойства условного математического ожидания следуют неравенства Р-п.н.

$$\begin{aligned}
 (6) \quad v_n^N &= \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_n^N} \{ 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \mathbb{E} [\mathbb{E} [f_{\tau \wedge N} \mid \mathcal{F}_{n+1}] \mid \mathcal{F}_n] \} \leq \\
 &\leq \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_n^N} \left\{ 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \mathbb{E} \left[\operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_{n+1}^N} \mathbb{E} [f_{\tau \wedge N} \mid \mathcal{F}_{n+1}] \mid \mathcal{F}_n \right] \right\} = \\
 &= \operatorname{ess\,sup}_{\tau \in \mathcal{T}_n^N} \{ 1_{\{\tau=n\}} f_n + 1_{\{\tau>n\}} \mathbb{E} [v_{n+1}^N \mid \mathcal{F}_n] \} = \max \{ f_n; \mathbb{E}[v_{n+1}^N \mid \mathcal{F}_n] \}.
 \end{aligned}$$

Очевидно равенство $v_n^N |_{n=N} = \mathbb{E}[f_N^N \mid \mathcal{F}_N] = f_N$ Р-п.н. Отсюда и из неравенств (3), (5) следует рекуррентное соотношение (2).

Достаточность. Доказательство обратного утверждения известно и содержится в работах [7, §2а Главы V], [4, §6.2], [3, Глава 3], поэтому мы его не приводим.

Из утверждения теоремы 1 следует критерий того, что пара $(\tau^*, v_0^N) \in (\mathcal{T}_0^N, \mathcal{L}^0(\Omega, \mathcal{F}_0))$ является решением задачи (1).

Следствие 1. Пара $(\tau^*, v_0^N) \in (\mathcal{T}_0^N, \mathcal{L}^0(\Omega, \mathcal{F}_0))$ является решением задачи (1) тогда и только тогда, когда выполняются условия:

1) последовательность $(v_n^N, \mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq \tau^* \wedge N}$ – мартингал относительно меры \mathbb{P} ;

2) $v_n^N|_{n=\tau^* \wedge N} = f_{\tau^* \wedge N}$ \mathbb{P} -п.н.

Замечание 5. В отличие от данной работы, в [4] приведен критерий оптимальности для момента остановки τ^* .

Из утверждений теоремы 1 и следствия 1 вытекает представление для оптимального момента остановки $\tau^* \in \mathcal{T}_0^N$, полученное в [4, 7, 15].

Следствие 2 [4, 7]. Момент остановки τ^* оптимален тогда и только тогда, когда $\tau^* = \min \{0 \leq n \leq N : f_n = v_n^N\}$.

1.3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ (1)

В этом пункте мы формулируем алгоритм решения задачи (1), который опирается на утверждения пункта 1.2.

Алгоритм 1 решения задачи (1).

На шаге N имеем $v_N^N = f_N$. Затем для каждого $n = N - 1, \dots, 0$ последовательно вычисляются:

1. математическое ожидание $\mathbb{E}[v_{n+1}^N | \mathcal{F}_n]$;
2. оптимальный момент остановки

$$\tau^* = \min \{n \leq k \leq N : f_k \geq \mathbb{E}[v_{k+1}^N | \mathcal{F}_k]\};$$

3. цена оптимальной остановки

$$v_n^N = 1_{\{\tau^*=n\}}f_n + 1_{\{\tau^*>n\}}\mathbb{E}[v_{n+1}^N | \mathcal{F}_n].$$

Затем операции, описанные в пунктах 1 – 3, повторяются для шага $n - 1$ и так далее.

Из доказательств утверждений пункта 1.2 следует теорема.

Теорема 2. Пусть пара (τ^*, v_0^N) построена в соответствии с алгоритмом 1. Тогда (τ^*, v_0^N) – решение задачи (1).

Замечание 6. Основной трудностью в использовании описанного выше алгоритма является вычисление математического ожидания $E[v_{n+1}^N | \mathcal{F}_n]$ (см. пункт 1 алгоритма).

2. Примеры построения решения задачи об оптимальной остановке

2.1. Пусть $\{S_n\}_{0 \leq n \leq N}$ – одномерная марковская случайная последовательность, на каждом шаге $n \in \{0, \dots, N\}$ принимающая не более чем счетное число значений из множества $A \subseteq \mathbb{R}^1$, и для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ σ -алгебра $\mathcal{F}_n = \sigma\{S_0, \dots, S_n\}$. Обозначим $p_n(x, y) \triangleq P(S_n = y | S_{n-1} = x)$ – переходные вероятности за один шаг, где $x, y \in A$ – любые.

Пусть функция $f : A \times \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, обозначаемая $f_n(x)$, а $f_n = f_n(x)|_{x=S_n}$ – случайная величина. Тогда из марковского свойства последовательности $\{S_n\}_{0 \leq n \leq N}$, определения v_n^N и теоремы [6, Теорема 3 §4 Главы II] следует, что существует функция $v_n^N : A \times \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ такая, что $v_n^N = v_n^N(x)|_{x=S_n}$.

Учтем марковское свойство последовательности $\{S_n\}_{0 \leq n \leq N}$ в алгоритме 1. Нам понадобится определение.

Определение 3 [8]. Для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ множество $\mathcal{D}_n \triangleq \{x \in A : f_n(x) = v_n^N(x)\}$ называют областью остановки в момент времени n .

Замечание 7. Из утверждения следствия 2 и определения множеств \mathcal{D}_n следует, что событие $\{\tau^* = n\}$ может быть представлено в виде $\{S_0 \notin \mathcal{D}_0, \dots, S_{n-1} \notin \mathcal{D}_{n-1}, S_n \in \mathcal{D}_n\}$.

Обозначим $S_{n+1}^{n,x}$ – значение случайной величины S_{n+1} при условии, что $S_n = x$, $x \in A$. Поскольку $(S_n, \mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$ – марковская случайная последовательность, то справедливы равенства

$$(7) \quad E[v_{n+1}^N | S_n = x] = E v_{n+1}^N(S_{n+1}^{n,x}) = \sum_{y \in E} v_{n+1}^N(y) p_{n+1}(x, y).$$

В силу теоремы 1, следствия 2 и равенства (7) для любого $n \in \{0, \dots, N - 1\}$:

1) величина $v_n^N(x)$ допускает представление

$$(8) \quad v_n^N(x) = \begin{cases} f_n, & x \in \mathcal{D}_n, \\ \sum_{y \in A} v_{n+1}^N(y) p_{n+1}(x, y), & x \notin \mathcal{D}_n; \end{cases}$$

2) множество \mathcal{D}_n представимо в виде

$$\mathcal{D}_n = \left\{ x \in A : \sum_{y \in A} v_{n+1}^N(y) p_{n+1}(x, y) \leq f_n(x) \right\}.$$

2.2. В этом разделе мы приводим примеры применения алгоритма 1 для решения задачи об оптимальной остановке для некоторых случайных последовательностей. Эти примеры в доступной нам литературе не рассматривались. Решения получены в системе компьютерных алгебр Maple 14.

Пусть случайная последовательность $(S_n, \mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$ задана рекуррентным соотношением $S_{n+1} = S_n(1 + \rho_{n+1})$, $S_n|_{n=0} = S_0$ P-п.н., где $\{\rho_n\}_{0 \leq n \leq N}$ – последовательность бернуллевских случайных величин, с положительной вероятностью принимающих значения из $\{a, b\}$, $a, b \in \mathbb{R}^1$. Пусть $p \triangleq P(\rho_n = a)$, $q \triangleq P(\rho_n = b) = 1 - p$.

Пример 1. Предположим, что: i) для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ функция $f_n(x) = \beta^n(x - K)^+$, где $K > 0$, $0 < \beta \leq 1$ – заданные константы; ii) $-1 < a < 0 < b < \infty$; iii) для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ вероятность $p = \frac{b}{|a|+b}$, $q = \frac{|a|}{|a|+b}$ (то есть последовательность $\{S_n\}_{0 \leq n \leq N}$ является мартингалом относительно меры P и фильтрации $(\mathcal{F}_n)_{0 \leq n \leq N}$). Такая задача об оптимальной остановке возникает, например, при расчете американского опциона колл на полном рынке с конечным горизонтом (см. [5, 7, 10]).

Применив алгоритм 1, мы построили примеры решения задачи об оптимальной остановке для функции выплаты опциона колл при конкретных значениях параметров модели.

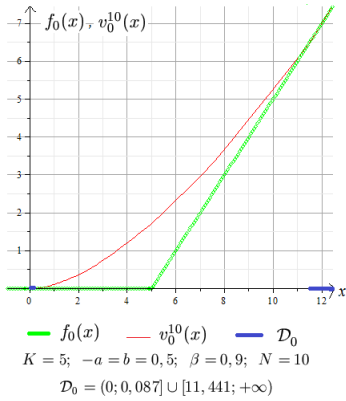


Рис. 1.

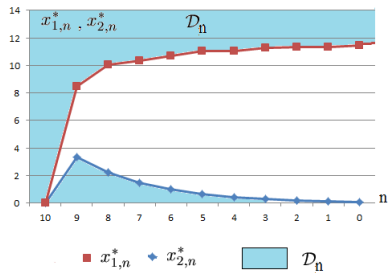


Рис. 2. Область останова в зависимости от номера шага

Пусть $K = 5$, $-a = b = 0,5$, $\beta = 0,9$, $N = 10$. На рис. 1 приведены графики функций $f_0(x)$ и $v_0^{10}(x)$, а также множество \mathcal{D}_0 .

Результаты расчетов показали, что в этом примере для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ область остановки имеет вид $\mathcal{D}_n = (0, x_{1,n}^*] \cup [x_{2,n}^*, \infty)$, где $x_{1,n}^*$, $x_{2,n}^* \in \mathbb{R}^+$. На рис. 2 изображены последовательности $\{x_{1,n}^*\}_{0 \leq n \leq N}$, $\{x_{2,n}^*\}_{0 \leq n \leq N}$. •

В следующих примерах рассматриваются непрерывные функции, имеющие один (пример 3) и несколько (пример 2) экстремумов.

Пример 2. Пусть для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ функция $f(x)$ имеет вид, представленный на рис. 3.

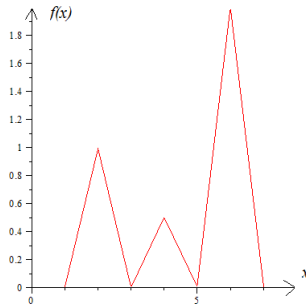
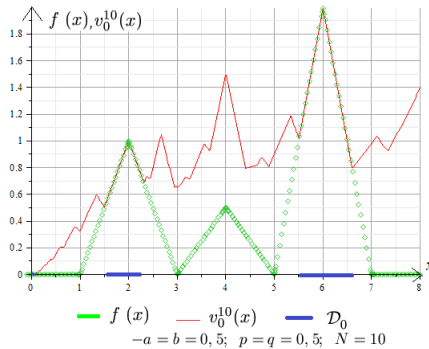


Рис. 3. Функция f с несколькими экстремумами



$$\mathcal{D}_0 = (0; 0,017] \cup [1,502; 2,316] \cup [5,509; 6,603] \cup \{5,120\} \cup [7,168; +\infty)$$

Рис. 4.

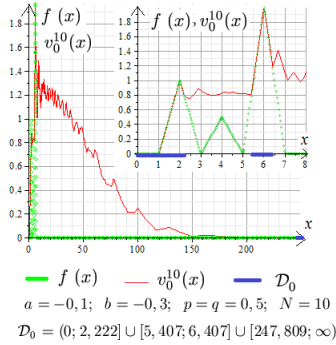


Рис. 5.

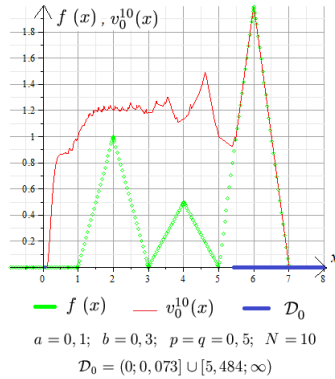


Рис. 6.

На рис. 4–6 приведены графики $f(x)$, урезанной цены оптимальной остановки и область остановки для разных значений параметров модели. ●

Пример 3. Пусть для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ функция $f(x)$ имеет вид, представленный на рис. 7.

На рис. 8–11 приведены графики $f(x)$, урезанной цены оптимальной остановки и область остановки для разных значений параметров модели. ●

В примере 4 рассматривается непрерывная слева ступенчатая функция, для которой строятся цена и области остановки.

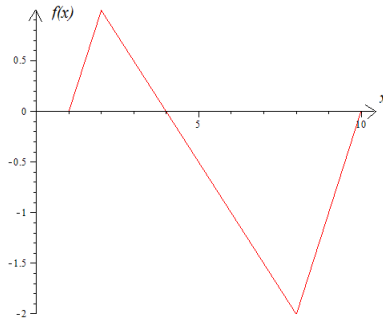
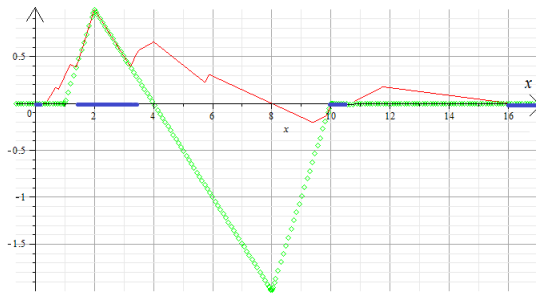


Рис. 7.

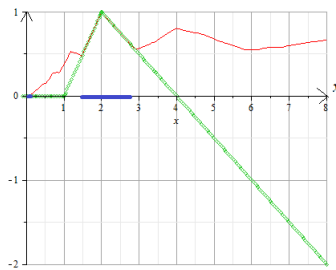


— $f(x)$ — $v_8^{10}(x)$ — \mathcal{D}_8

$$a = -0,5; \quad b = 0,7; \quad p = \frac{7}{12}; \quad q = \frac{5}{12}; \quad N = 10$$

$$\mathcal{D}_8 = (0; 0,346] \cup [1,386; 3,221] \cup [9,870; 10,667] \cup [16, \infty)$$

Рис. 8.



— $f(x)$ — $v_0^{10}(x)$ — \mathcal{D}_0

$$a = -0,5; \quad b = 0,7; \quad p = \frac{7}{12}; \quad q = \frac{5}{12}; \quad N = 10$$

$$\mathcal{D}_0 = (0; 0,005] \cup [1,471; 2,823] \cup [2,048; 2,730,667] \cup [4,096; \infty)$$

Рис. 9.

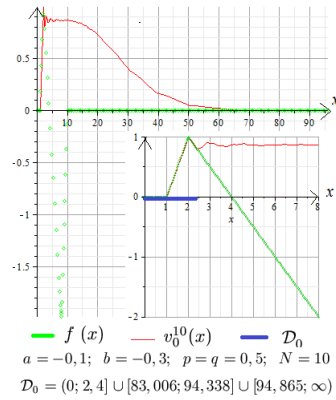


Рис. 10.

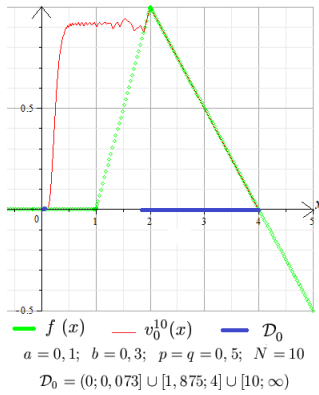


Рис. 11.

Пример 4. Пусть для любого $n \in \{0, \dots, N\}$ функция

$$f_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 1, & 1 < x \leq 2, \\ 2, & 2 < x \leq 3, \\ 3, & x > 3. \end{cases}$$

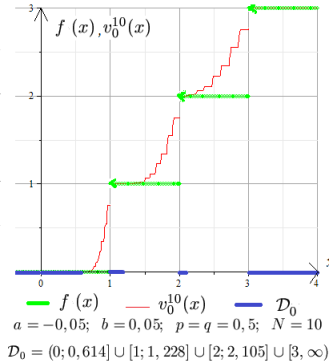


Рис. 12.

Пусть $a = -0,05, b = 0,05, p = q = 0,5, N = 10$. На рис. 12 приведены графики функций $f(x)$ и $v_0^{10}(x)$, а также множество \mathcal{D}_0 . •

3. Заключение

Основным результатом теоретической части данной работы являются: i) вывод рекуррентного соотношения (2) для урезанной цены оптимальной остановки любой согласованной ограниченной последовательности случайных величин $\{f_n\}_{0 \leq n \leq N}$ (раздел 1.2); ii) алгоритм построения решения задачи об оптимальной остановке.

В разделе 2 даны примеры решения задач об оптимальной остановке. Из примеров следует, что для задачи об оптимальной остановке с конечным горизонтом предположение о том, что область остановки представляет собой луч, вообще говоря, неверно. Заметим, что точки излома функций, описывающих останавливаемые последовательности, порождают области остановки.

Литература

1. ДЕ ГРООТ М. *Оптимальные статистические решения.* – М.: МИР, 1974. – 491 с.
2. ДЫНКИН Е. Б., ЮШКЕВИЧ А. А. *Теоремы и задачи о процессах Маркова.* – М.: Наука, 1967. – 231 с.
3. РОББИНС Г., СИГМУНД Д., ЧАО И. *Теория оптимальных правил остановки.* – М.: Наука, 1977. – 165 с.
4. ФЕЛЬМЕР Г., ШИД А. *Введение в стохастические финансы. Дискретное время.* – М.: МЦНМО, 2008. – 496 с.
5. ХАМЕТОВ В. М., ШЕЛЕМЕХ Е. А., ЯСОНОВ Е. В. *Минимаксное хеджирование американского опциона на неполном рынке с конечным горизонтом - это задача об оптимальной остановке* // ОПиПМ. – 2013. – Том 20, вып. 2 – 155 с.
6. ШИРЯЕВ А. Н. *Вероятность-1.* – М.: МЦНМО, 2004. – 520 с.
7. ШИРЯЕВ А. Н. *Основы стохастической финансовой математики. Том 2. Теория.* – М.: ФАЗИС, 1998. – 543 с.
8. ШИРЯЕВ А. Н. *Статистический последовательный анализ.* – М.: Наука, 1976. – 272 с.
9. ЭЛЛИОТТ Р. *Стохастический анализ и его применения.* – М.: Мир, 1986. – 351 с.
10. BOYARCHENKO S.I., LEVANDORSKII S.Z. *Non-Gaussian Merton-Black-Scholes Theory* // *Advanced Series On Statistical Science and Applied Probability.* – 2002. – Vol. 9. – P. 1–421.
11. FERGUSON T.S. *Optimal Stopping and Applications.* – unpublished manuscript, 2000. – [Электронный ресурс] – URL: <http://www.math.ucla.edu/~tom/Stopping/Contents.html> (дата обращения: 10.07.2014).
12. JÖNSSON H., KUKUSH A.G., SILVESTROV D.S. *Threshold structure of optimal stopping strategies for american type option. I.* // *Theory Probab. Math. Statist.* – 2005. – No. 71 – P. 93–103.

13. JÖNSSON H., KUKUSH A.G., SILVESTROV D.S. *Threshold structure of optimal stopping strategies for american type option. II.* // Theory Probab. Math. Statist. – 2006. – No.72 – P. 47–58.
14. KUKUSH A.G., SILVESTROV D.S. *Optimal pricing of American type options with discrete time.* // Theory Stoch. Proces. – 2004. – Vol. 10(26), No. 1–2. – P. 72–96.
15. VARADHAN S.R.S. *Probability Theory* // American Mathematical Soc., 2001. – 167 pp.

ALGORITHM TO SOLVE THE OPTIMAL STOPPING PROBLEM WITH FINITE HORIZON

Vladimir Khametov, HSE, Moscow, Doctor of Science, professor (khametovvm@mail.ru).

Elena Shelemekh, CEMI RAS, Moscow, junior researcher (letis@mail.ru).

Evgeniy Yasonov, HSE, Moscow, student (evyasonov@gmail.com).

Abstract: We propose an algorithm that solves the optimal stopping problem with the finite horizon. The algorithm is based on a derived recurrent equation for the optimal stopping time. It fulfils "separation" principle of solving the optimal stopping problem. This algorithm, implemented in Maple 14 system of computer algebras, is used to solve optimal stopping problems for several discrete Markovian sequences.

Keywords: optimal stopping problem, Snell's envelope, stopping region.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии А. П. Курдюковым*

Поступила в редакцию 25.07.2014.

Опубликована 30.11.2014.

УДК 004.8
ББК 32.813

КОНЕЧНЫЕ МУЛЬТИМНОЖЕСТВА КАК ОБРАЗЫ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ КОЛОНОК

Чесноков А. М.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Рассматривается работа интеллектуальных систем на основе колонок с образами, которые содержат кратные элементы, т.е. представляют собой конечные мультимножества. Рассматривается представление таких образов и показывается существование решения базовых задач. Приводится решение этих задач с помощью метода пересечений.

Ключевые слова: искусственный интеллект, интеллектуальные системы на основе колонок, колонка, мультимножество.

1. Введение

Интеллектуальные системы на основе колонок представляют собой системы, рассматриваемые в рамках следующей модели (более подробно см. [3, 5]).

Имеется пусть и очень большое, но *конечное множество имен U* , предназначенных для наименования объектов произвольной природы. Не ограничивая общности, считается, что множество имен U является подмножеством множества целых чисел. В множестве имен U выделяются непересекающиеся подмножества, получившие название *областей имен*. Причины, которые в реальных предметных областях приводят к выделению областей имен, могут быть совершенно различными.

¹ Александр Михайлович Чесноков, старший научный сотрудник, кандидат технических наук (alex-ches@yandex.ru).

Например, это может быть связано с типизацией. Одной из важнейших причин является необходимость обеспечить отсутствие случайных совпадений имен в различных частях большой системы.

Любое конечное множество имен, принадлежащих тем или иным областям имен, называется *образом*.

Образы любого множества образов P можно перенумеровать, используя для этого имена некоторой области имен U' :

$$P = \{p_i \mid i \in U'\},$$

где $|U'| = |P|$, $|\cdot|$ – мощность множества.

Упорядоченная пара (i, p_i) получила название *колонки*. Колонка обозначается как $(i \mid p_i)$, где i – имя колонки, p_i – образ, содержащийся в колонке. Также используется обозначение $i \rightarrow p_i$. В этом случае говорится, что имя колонки i является *ссылкой*, или *указателем* на содержащийся в колонке образ p_i . В свою очередь, про сам образ в колонке p_i часто будет говориться, что это образ, известный под именем i . Отображение $\varphi: i \rightarrow p_i$ называется *отображением наименования*.

Имя i , которое еще не использовалось для наименования образов, называется *чистым*, или *пустым* именем. Его можно представить как колонку, имеющую пустой образ, т.е. колонку вида $(i \mid \emptyset)$ или $i \rightarrow \emptyset$.

В образы колонок могут входить имена других колонок, а также чистые имена. Таким образом, можно считать, что в образе одной колонки содержатся имена других колонок, каждое из которых служит указателем на соответствующий образ, возможно, пустой. В результате образуется показанная на рис. 1 сложная структура колонок.

Индексом называется любое конечное множество колонок. Состав любого индекса может меняться за счет добавления или удаления колонок. Эти операции называются сложением и вычитанием индексов и обозначаются через $+$ и $-$.

Индекс может быть представлен в виде таблицы, состоящей из вертикальных колонок (столбцов) переменной высоты. В нижней строке таблицы, под чертой, имена колонок. Над именем каждой колонки перечислены все имена, входящие в образ

колонки. По умолчанию считается, что имена колонок и имена в образах принадлежат различным областям имен.

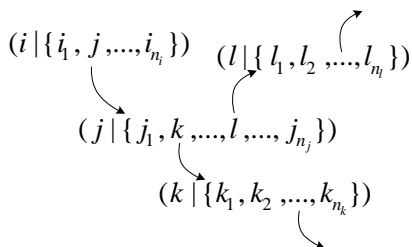


Рис. 1.

Если образы представляют собой неупорядоченные множества имен, то порядок записи имен в образах колонок может быть произвольным. Если же образы упорядочены, то запись имен в образах колонок выполняется в определенном порядке, например, снизу вверх, т.е. первое имя образа в первой строке над чертой, второе – во второй и т.д.

В качестве простейшего примера на рис. 2 показан индекс А, состоящий из трех колонок (1 | {1, 3}), (2 | {2, 3, 4}) и (3 | {4, 5}).

А
4
3 3 5
1 2 4

1 2 3

Рис. 2.

Интеллектуальная система на основе колонок представляет собой один или несколько индексов и работающий с ними механизм (машина колонок), который, получая информацию о внешнем мире в виде образов, формирует новые колонки, изме-

няет уже существующие, удаляет ненужные и выполняет другие необходимые операции (рис. 3).

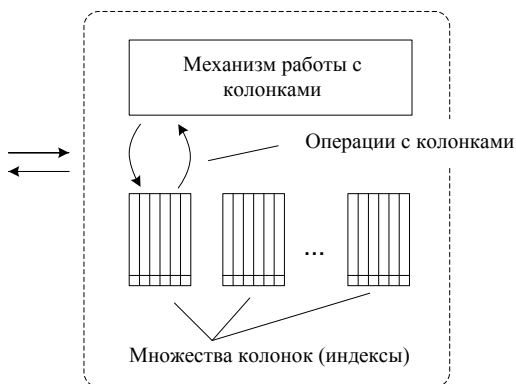


Рис. 3. Система на основе колонок

Знания в рассматриваемых системах представлены с помощью колонок, а в основе процесса накопления знаний лежит запоминание новых образов под определенными именами. При этом *элементарными базовыми задачами*, без которых невозможно функционирование системы, очевидно, являются *прямая задача* – по образу получить его имя, и *обратная задача* – по имени получить соответствующий образ.

Базовые задачи служат основой, на которой строится решение других задач. В [3, 4] рассматривалось решение базовых задач в условиях полной и неполной информации, в частности, для образов, представляющих собой конечные неупорядоченные множества имен. По определению каждое такое множество может содержать лишь единственный экземпляр любого элемента. В то же время в реальных условиях многократное вхождение элементов в образы является обычным явлением. В связи с этим данная работа посвящена решению прямой и обратной задачи для образов в виде конечных неупорядоченных множеств с кратным вхождением элементов, т.е. конечных (неупорядоченных) мультимножеств [1, 2]. В следующем разделе рассматривается представление конечных мультимножеств в

системах на основе колонок и показывается существование решения базовых задач. Затем приводится решение этих задач с помощью метода пересечений.

2. Образы с кратными элементами и общий метод решения базовых задач

2.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВ С КРАТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Конечный неупорядоченный образ с повторяющимися элементами, например, образ, который можно записать в виде совокупности $\{a, a, b, b, b, c\}$, представляет собой мультимножество $[1, 2]$. Формально мультимножество можно определить как пару (A, m) , где A – некоторое обычное (*основное*) множество, $m : A \rightarrow N$ – отображение A в множество $N = \{1, 2, 3, \dots\}$, которое для каждого элемента $a \in A$ определяет число вхождений или *кратность* $m_a = m(a)$. Используя определение отображения m в виде множества упорядоченных пар (аргумент, значение), мультимножество можно представить в виде $\{(a, m_a) \mid a \in A\}$, где A – основное множество, m_a – кратность элемента $a \in A$, $m_a \geq 1$. В соответствии с этим приведенное выше в качестве примера мультимножество $\{a, a, b, b, b, c\}$ будет определяться как $\{(a, 2), (b, 3), (c, 1)\}$.

Итак, пусть имеется множество P конечных неупорядоченных образов с кратными элементами вида

$$p = \{(i_k, m_k) \mid k = 1, \dots, n_p\},$$

где $p_0 = \{i_1, \dots, i_{n_p}\}$ – основной образ, $i_k \in U_1$, U_1 – некоторая область имен, $p_0 \in P_0$ – множество всех подмножеств множества U_1 , исключая пустое, m_k – имя, равное кратности имени i_k , $m_k \in U_m$, U_m – область имен, представляющих кратности.

Любая пара (i_k, m_k) является образом в виде двумерного вектора из множества образов $P^2 = U_1 \times U_m$. Образы множества P^2 можно наименовать, используя для этого некоторую область имен U_2 . В результате будут получены колонки вида $(j_k \mid (i_k, m_k))$, где $j_k \in U_2$ – имя образа (i_k, m_k) . Любое имя j_k играет роль «обозначения» пары (i_k, m_k) , так как отображение наименования

$\varphi_m : j_k \rightarrow (i_k, m_k)$ устанавливает взаимно однозначное соответствие между ним и образом (i_k, m_k) . Заменяя в образе p все образы (i_k, m_k) их именами, можно получить образ p' , который представляет собой обычное конечное неупорядоченное множество имен и для которого обычным образом решаются базовые задачи [3], в том числе при неполной информации [4]. Таким образом, решение базовых задач для образов с кратными элементами сводится к решению обычных базовых задач с дополнительным преобразованием образа p в образ p' при решении прямой задачи и образа p' в образ p при решении обратной задачи (рис. 4).

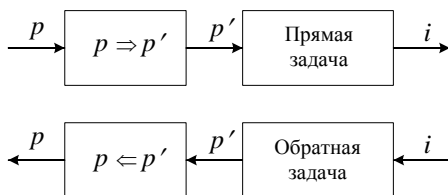


Рис. 4.

Далее везде вместо пар $(i_k, 1)$ в образах p будут записываться просто имена i_k , причем такие имена при преобразовании образов p в p' и p' в p будут оставаться без изменений. Например, образ $p = \{(1, 1), (2, 1), (3, 2)\}$ будет записываться в виде $p = \{1, 2, (3, 2)\}$, и если образ $(3, 2)$ известен под именем 5, то соответствующий образ p' будет равен $\{1, 2, 5\}$.

2.2. УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ БАЗОВЫХ ЗАДАЧ

Для прямой и обратной задачи существует общий метод решения, применимый к любым типам образов. Этим методом является метод, основанный на поэлементном сравнении [3, 4].

Постановка прямой и обратной задачи для образов в виде конечных мультимножеств ничем не отличается от обычной [3, 4]. При решении прямой задачи для образа $p \in P$ необходимо определить его имя i . Если системе это удастся, то имя i являет-

ся решением прямой задачи. В противном случае образ p является новым, и система его запоминает под некоторым именем, которое в данном случае и является решением прямой задачи. При решении обратной задачи необходимо для имени i определить образ p , известный под этим именем. Если образ p найден, то он является решением обратной задачи. В противном случае имя i – это чистое имя.

Для образов с кратными элементами метод, основанный на поэлементном сравнении, будет выглядеть следующим образом.

Система использует два индекса A_m и A . Индекс A_m , в котором хранятся известные системе образы (i, m_i) , $m_i > 1$, представляет собой множество колонок вида $(j_i | (i, m_i))$, где (i, m_i) – образ по имени j_i . Известные системе образы p' хранятся в индексе A , который представляет собой множество колонок вида $(i_{p'} | p')$, где p' – образ, известный под именем $i_{p'}$. В исходном состоянии $A_m = \emptyset$ и $A = \emptyset$.

Любой образ $p \in P$, для которого надо решить прямую задачу, сначала с помощью индекса A_m преобразуется в образ p' . Все входящие в образ p имена с кратностью 1 остаются без изменений. Каждая пара (i_k, m_k) , $m_k > 1$, поэлементно сравнивается с образами всех колонок индекса A_m . Если найден совпадающий образ (i, m_i) , то его имя j_i , т.е. имя колонки $(j_i | (i, m_i)) \in A_m$, заменяет образ (i_k, m_k) в образе p' . Если совпадающий образ не найден, то образ (i_k, m_k) является новым. Для его запоминания выбирается некоторое чистое имя j_k из соответствующей области имен и выполняется сложение $A_m + (j_k | (i_k, m_k))$, т.е. к индексу A_m добавляется колонка $(j_k | (i_k, m_k))$. Пара (i_k, m_k) заменяется в образе p' на имя j_k . Если образ (i_k, m_k) появится снова, то поэлементное сравнение даст для него имя j_k .

Полученный после всех замен образ p' поэлементно сравнивается с образами всех колонок индекса A . Если найден совпадающий образ p_i , то его имя i , т.е. имя колонки $(i | p_i) \in A$, является именем образа p' и решением прямой задачи для образа p . Если совпадающий образ не найден, то образ p' является новым. Для его запоминания выбирается

некоторое чистое имя $i_{p'}$ из соответствующей области имен и выполняется сложение $A + (i_{p'} | p')$, т.е. к индексу A добавляется колонка $(i_{p'} | p')$. Если образ p' появится снова, то поэлементное сравнение даст для него имя $i_{p'}$. Имя $i_{p'}$ является решением прямой задачи для образа p .

Так же просто решается и обратная задача. Если имеется имя i , для которого необходимо решить обратную задачу, то соответствующий образ p' равен образу p_i колонки $(i | p_i) \in A$. Если колонки с таким именем не существует, то i – чистое имя. В противном случае найденный образ p' с помощью индекса A_m преобразуется в образ p . Для каждого имени $i'_k \in p'$ ищется колонка индекса A_m с таким именем. Если такой колонки не существует, то имя i'_k остается без изменений. Если же такая колонка найдена, то имя i'_k заменяется на образ этой колонки. После всех замен будет получен образ p , который является решением обратной задачи для имени i .

ПРИМЕР. Пусть имеются показанные на рис. 5 индексы A и A_m . Легко видеть, что в индексе A хранятся образы $\{1, 3\}$ под именем 1, образ $\{2, 3, 4\}$ под именем 2 и образ $\{3, 5, 6\}$ под именем 3. В индексе A_m под именем 5 хранится образ $(1, 2)$, а под именем 6 – образ $(2, 3)$.

A	A _m
4 6	
3 3 5	2 3
1 2 3	1 2
1 2 3 4	5 6 7

Рис. 5.

Предположим, что прямая задача решается для образа $p = \{1, 3\}$. Очевидно, соответствующий образ $p' = \{1, 3\}$. Поэлементное сравнение показывает, что он равен образу колонки 1 индекса A . Следовательно, образ $p = \{1, 3\}$ известен системе под именем 1. Аналогично для образа $p = \{2, 3, 4\}$ будет получен

образ $p' = \{2, 3, 4\}$, который равен образу колонки 2 индекса A , т.е. $p = \{2, 3, 4\}$ – это образ по имени 2.

Пусть системе предъявлен образ $p = \{(1, 2), (2, 3), 3\}$. Он состоит из имени 1 с кратностью 2, имени 2 с кратностью 3 и имени 3 с кратностью 1. При преобразовании образа p в образ p' имя 3 останется без изменений. Поэлементное сравнение пар $(1, 2)$ и $(2, 3)$ с образами колонок индекса A_m показывает, что первая – это образ по имени 5, а вторая – образ по имени 6. Следовательно, образ $p' = \{5, 6, 3\}$. Его сравнение с образами колонок индекса A показывает, что это образ по имени 3, т.е. образ p известен системе под именем 3.

Пусть теперь для имени $i = 3$ решается обратная задача. Образ p' равен образу колонки 3 индекса A , т.е. $p' = \{3, 5, 6\}$. При преобразовании в образ p имя 3 останется без изменений, а имена 5 и 6 заменяются образами колонок с именами 5 и 6 индекса A_m . В результате для имени $i = 3$ будет получен образ $p = \{(1, 2), (2, 3), 3\}$.

Достоинством метода на основе поэлементного сравнения является его универсальность, недостатком – низкая эффективность. Далее для образов в виде конечных неупорядоченных множеств с кратными элементами рассматривается более эффективный метод пересечений [3, 4].

3. Метод пересечений для конечных неупорядоченных образов с кратными элементами

При решении базовых задач с помощью метода пересечений в системе используются индексы A , $A_m = \{A_{m1}, A_{m2}\}$, B и B_m , а также заданная в виде множества упорядоченных пар (i, n_i) функция $n(i)$, которая содержит мощности известных образов p' .

В начале работы $A = \emptyset$, $A_m = \emptyset$, $B = \emptyset$, $B_m = \emptyset$ и $n(i) = \emptyset$.

Пусть прямая задача решается для некоторого образа $p = \{(i_k, m_k) \mid k = 1, \dots, n_p\} \in P$. Как и ранее каждая из пар $(i_k, 1)$ заменяются именем i_k . Для остальных пар (i_k, m_k) , $m_k > 1$, при

преобразовании образа p в образ p' решаются базовые задачи как для образов в виде двумерных векторов [3, 4].

Для каждой пары (i_k, m_k) , $m_k > 1$, вычисляется покоординатное пересечение $\eta((i_k, m_k)) = a_{i_k} \cap a_{m_k}$, где a_{i_k} – образ колонки $(i_k | a_{i_k}) \in A_{m_1}$, a_{m_k} – образ колонки $(m_k | a_{m_k}) \in A_{m_2}$. Если покоординатное пересечение $\eta((i_k, m_k)) \neq \emptyset$, то оно содержит единственное имя j_k , под которым известен образ (i_k, m_k) [3, 4]. На это имя заменяется пара (i_k, m_k) в образе p' . Если же пересечение $\eta((i_k, m_k)) = \emptyset$, то образ (i_k, m_k) является новым. Для его запоминания выбирается любое чистое имя $j \in U_2 \setminus U_{(i, m)}$, где U_2 – область имен для наименования образов $(i, m_i) \in P^2$, $U_{(i, m_i)}$ – множество имен всех известных образов (i, m_i) . Затем выполняются сложения

$$A_m + ((i_k, m_k) | \{j\}) = \{A_{m_1} + (i_k | \{j\}), A_{m_2} + (m_k | \{j\})\}, \\ B_m + (j | (i_k, m_k)),$$

т.е. к индексу A_{m_1} добавляется колонка $(i_k | \{j\})$, к индексу A_{m_2} – колонка $(m_k | \{j\})$, а к индексу B_m – колонка $(j | (i_k, m_k))$. Пара (i_k, m_k) в образе p' заменяется на имя j .

Если в дальнейшем опять появится пара (i_k, m_k) , то пересечение $\eta((i_k, m_k))$ будет содержать единственное имя j , под которым известен образ (i_k, m_k) .

После того как получен образ p' , для него решаются обычные базовые задачи как для образов в виде конечных неупорядоченных множеств [3, 4].

Вычисляется пересечение $\eta(p') = \bigcap_{i' \in p'} a_{i'}$, где $a_{i'}$ – образ колонки $(i' | a_{i'}) \in A$. Если $\eta(p') = \emptyset$ или если $\eta(p') \neq \emptyset$, но $n(i) \neq p' |$ для $\forall i \in \eta(p')$, то образ p' является новым. Для него выбирается любое чистое имя $i_{p'} \in U' \setminus U_{p'}$, где U' – область имен для наименования образов p' , $U_{p'}$ – множество имен всех известных образов p' . Затем выполняются сложения

$$A + (p' | \{i_{p'}\}), \\ B + (i_{p'} | p'),$$

т.е. к индексу A для всех $i'_k \in p'$ добавляются колонки $(i'_k | \{i_{p'}\})$, а к индексу B добавляется колонка $(i_{p'} | p')$. Кроме того, в опре-

деление функции $n(i)$ добавляется пара $(i_{p'}, |p'|)$. Имя $i_{p'}$ является именем, под которым теперь будет известен образ p' , и представляет собой решение прямой задачи для образа p .

Если пересечение $\eta(p) \neq \emptyset$ и существует имя $i \in \eta(p)$ такое, что $n(i) = |p'|$, то это имя является единственным и представляет собой решение прямой задачи, т.е. является именем, под которым известны образы p' и p [3, 4].

При решении обратной задачи для некоторого имени i образ p' равен образу b_i колонки $(i | b_i) \in B$. Если колонки с таким именем не существует, то i – чистое имя. В противном случае выполняется преобразование образа $p' = b_i$ в образ p . Каждое входящее в образ p' имя, равное имени колонки индекса B_m , заменяется образом той же колонки. Остальные имена образа остаются без изменений. Другими словами, если имя $j \in p'$ – это имя колонки $(j | (i_j, m_j)) \in B_m$, то оно заменяется на пару (i_j, m_j) . После всех подобных замен будет получен образ p , известный системе под именем i .

ПРИМЕР. Пусть имеются показанные на рис. 6 индексы A , $A_m = \{A_{m1}, A_{m2}\}$, B , B_m и функция $n(i)$. Легко видеть, что в индексе A запомнены образы $\{1, 3\}$ под именем 1 и $\{2, 4\}$ под именем 2. Индексы $A_m = \emptyset$, $B_m = \emptyset$.

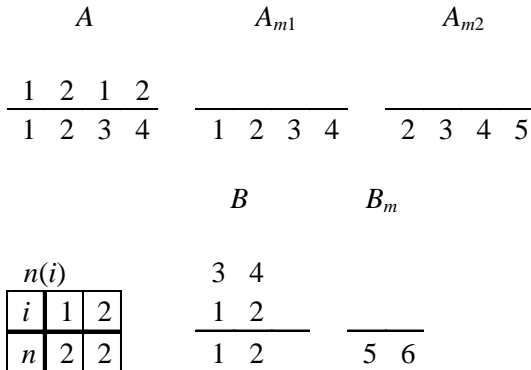


Рис. 6.

При решении прямой задачи сначала входной образ p преобразуется с помощью индекса A_m в образ p' . При этом имена i с кратностью $m_i = 1$ остаются без изменений. Затем с помощью индекса A определяется имя образа p' .

Пусть на вход поступил образ $p = \{1, 3\}$. Оба элемента образа имеют кратность 1. Следовательно, образ $p' = \{1, 3\}$. Пересечение $\eta(p')$ колонок 1 и 3 индекса A равно $\{1\}$, причем $n(1) = 2$, т.е. входной образ $p = \{1, 3\}$ известен системе под именем 1.

Аналогично, если на входе образ $p = \{2, 4\}$, то $p' = \{2, 4\}$. Пересечение $\eta(p') = \{2\}$, причем $n(2) = 2$, т.е. входной образ $p = \{2, 4\}$ – это образ по имени 2.

Пусть теперь рассматривается образ $p = \{(1, 2), 3\}$, т.е. имя 1 имеет кратность 2. Для образа $(1, 2)$ в A_m покоординатное пересечение $\eta_m((1, 2)) = \emptyset$. Поэтому образ $(1, 2)$ является новым и запоминается в A_m под именем 5. Получим $p' = \{5, 3\}$, для которого $\eta(p') = \emptyset$, т.е. он неизвестен системе. После его запоминания под именем 3 будем иметь (рис. 7):

A					A_{m1}				A_{m2}			
3												
1	2	1	2	3	5				5			
1	2	3	4	5	1	2	3	4	2	3	4	5
					B				B_m			
$n(i)$					3	4	5	2				
i	1	2	3					1				
n	2	2	2	1	2	3	5 6					

Рис. 7.

Имя 3 является решением прямой задачи для образа $p = \{(1, 2), 3\}$. Если этот образ опять будет предъявлен системе,

то для него $\eta_m((1, 2)) = \{5\}$, т.е. $p' = \{5, 3\}$. Пересечение $\eta(p') = \{3\}$, причем $n(3) = |p'|$, т.е. p – образ, известный системе под именем 3.

Предположим, что на входе образ $p = \{(1, 2), 2, (3, 3)\}$. Пересечения $\eta_m((1, 2)) = \{5\}$, $\eta_m((3, 3)) = \emptyset$. Образ (3, 3) является новым и запоминается под именем 6. Для образа $p' = \{2, 5, 6\}$ пересечение $\eta(p') = \emptyset$, т.е. он неизвестен системе. После его запоминания под именем 4 получим (рис. 8):

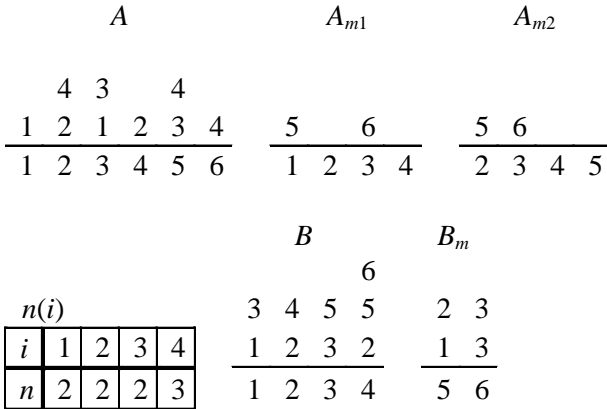


Рис. 8.

Если на входе опять появится образ $p = \{(1, 2), 2, (3, 3)\}$, то $\eta_m((1, 2)) = \{5\}$, $\eta_m((3, 3)) = \{6\}$ и $p' = \{2, 5, 6\}$. Для него $\eta(p') = \{4\}$ и $n(4) = |p'|$, т.е. p – это образ по имени 4.

Пусть теперь решается обратная задача для имени $i = 4$. Образ $p' = b_4 = \{2, 5, 6\}$. С помощью индекса B_m устанавливается, что под именем 5 известен образ $b_{m5} = (1, 2)$, а под именем 6 – образ $b_{m6} = (3, 3)$. Это означает, что решением обратной задачи для имени $i = 4$ является образ $p = \{(1, 2), 2, (3, 3)\}$.

Литература

1. АЙГНЕР М. *Комбинаторная теория*. – М.: Мир, 1982. – 558 с.
2. ПЕТРОВСКИЙ А.Б. *Основные понятия теории мультимножеств*. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 80 с.
3. ЧЕСНОКОВ А.М. *Интеллектуальные системы на основе колонок // Управление большими системами*. – 2013. – №46. – С. 118–146.
4. ЧЕСНОКОВ А.М. *Интеллектуальные системы на основе колонок при неполной информации // Управление большими системами*. – 2014. – №50. – С. 84–98.
5. ЧЕСНОКОВ А.М. *Введение в общую теорию колонок*. – М.: ИПУ РАН. – 2012. – 141 с.

FINITE MULTISSETS AS PATTERNS IN COLUMNS-BASED INTELLIGENT SYSTEMS

Alexander Chesnokov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand. Sc. (alex-ches@yandex.ru).

Abstract: We consider columns-based intelligent systems with patterns containing duplicates, i.e., representing the finite multisets. The representation of such patterns is suggested and solutions to the direct and the inverse problems are discussed. We use the intersections technique to solve both problems.

Keywords: artificial intelligence, columns-based intelligent systems, column, multiset.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко

*Поступила в редакцию 10.08.2014.
Опубликована 30.11.2014.*

УДК 681.3:004.8
ББК 3-813

О НЕКОТОРЫХ ПРИНЦИПАХ И ПОДХОДАХ К ПОСТРОЕНИЮ КОЛЛЕКТИВНЫХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ СИТУАЦИЙ¹

Авдеева З. К.²,
(НИУ ВШЭ, Москва)

Коврига С. В.³
(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Одна из значимых веток развития средств анализа ситуаций посредством когнитивных карт связана с решением задач на основе знаний группы экспертов для формирования целостной модели ситуации. В статье проведен анализ процедур построения коллективных карт по работам ведущих исследователей и практиков с позиции рисков для достоверности результатов применения таких моделей. Показано, что в качестве типовой процедуры формирования коллективных карт используется формальное агрегирование экспертных оценок по принципу усреднения без учета значимых различий в точках зрения экспертов и необходимого согласования. Предложен ряд принципов и подходов к согласованию представлений экспертов и кластеризации их представлений для более обоснованного агрегирования.

Ключевые слова: коллективная когнитивная карта, процедуры агрегирования, оценки экспертов, согласование представлений экспертов.

¹ Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ №14-07-00821, 12-07-31131.

² Зинаида Константиновна Авдеева, с.н.с. ИПУ РАН, доцент НИУ ВШЭ (avdeeva@ipu.ru).

³ Светлана Вадимовна Коврига, н.с. (kovriga@ipu.ru).

1. Введение

Спектр приложений когнитивных карт, относящихся к моделям представления знаний экспертов в виде структуры причинно-следственных влияний, простирается от концептуального моделирования, нацеленного на улучшение структуризации и понимания проблем путем построения общего и согласованного представления о ней до решения практических задач анализа и моделирования динамики слабоструктурированных ситуаций. К слабоструктурированным относят ситуации, для исследования которых 1) учитываются взаимосвязи факторов⁴ различной природы и 2) наряду с известными количественными данными используются абстрактные, качественные переменные, выявляемые на основе экспертных знаний. Также к ним можно отнести относительно новые ситуации, для которых характерна нехватка опыта их оценивания. Для задач анализа и моделирования динамики ситуаций, как правило, применяются так называемые формальные когнитивные карты, т.е. такие, которые допускают формальную обработку (вычислимы) при решении указанных задач [10].

Несмотря на широкое применение указанных моделей и методов, основной проблемой их применения является достоверность получаемых на их основе результатов, которая, в том числе, существенно зависит от используемых процедур построения когнитивных карт ситуаций.

На протяжении более чем 50-летней истории развития теории и применения когнитивных карт к решению практических задач вопрос о развитии систематического подхода к построению карт как индивидуальных, так и коллективных, остается открытым. При этом только в последние несколько лет начинает достигаться понимание сообществом исследователей когнитив-

⁴ Фактор (от лат. *factor* – действующий, производящий) – причина, движущая сила какого-либо процесса, явления, определяющая его характер или отдельные его черты [4].

ных карт значимости разработки подходов к повышению достоверности моделей на основе когнитивных карт.

В исследованиях научного коллектива Н.А. Абрамовой показано, что моделирование слабоструктурированных ситуаций посредством когнитивных карт в принципе несет в себе риски из-за человеческого фактора для достоверности конечных результатов. Указанные риски порождаются в силу неизбежного и существенного участия людей в решении практических задач. Сегодня известен ряд систематически действующих рисков для достоверности конечных результатов применения карт (см., например, [12, 14]). Свидетельством значимости указанной проблемы также являются широко известные исследования Д. Дёрнера по «логике неудачи» [6].

Когнитивная карта некоторой ситуации может быть продуктом индивидуальной либо коллективной интеллектуальной деятельности. В данной статье акцент сделан на построении коллективных карт ситуации, которые допускают формальную обработку.

С учетом проведенного анализа исследований в области построения коллективных карт и обозначенной проблемы достоверности результатов применения когнитивных карт нами была поставлена задача формирования принципов и подходов к построению коллективной когнитивной карты ситуации, которые направлены на

- обеспечение приемлемого согласования представлений экспертов;
- снижение рисков из-за человеческого фактора для достоверности конечных результатов.

Важной отличительной чертой представленных в статье принципов и подходов к построению коллективной когнитивной карты ситуации является их ориентация на ранние этапы построения карты.

2. Анализ процедур построения коллективных когнитивных карт

Проведенный анализ современных исследований в области построения карт на основе представлений группы экспертов

позволяет сделать следующие выводы. В настоящее время исследования в данной области в основном ведутся за рубежом. При этом во многих публикациях упоминается, что когнитивная карта может быть продуктом коллективной деятельности, но практически не раскрывается, какие существуют проблемы при построении таких карт, каким методическим обеспечением поддерживается эта деятельность. Можно выделить ряд работ ведущих исследователей и практиков, в которых эта проблематика исследуется более углубленно.

Направленность исследований известных представителей концептуального моделирования К. Иден и Ф. Акерманн и их последователей связана с разработкой навыков и приемов построения групповой когнитивной карты по некоторой проблемной ситуации. При этом применяется два подхода к построению карты [20]: *техника агрегирования*, когда в рамках индивидуальных интервью формируются отдельные карты, которые в последствии агрегируются в единую, и *коллективная техника*, когда сразу строится общая карта в ходе групповой дискуссии (с использованием методов мозгового штурма, фокус-группы и др.).

Выбор техники связан с предполагаемым использованием результирующей когнитивной карты. В то время как агрегирование обеспечивает комплексное представление по проблемной ситуации с учетом разнообразия индивидуальных представлений о ней, коллективный подход направлен, в первую очередь, на достижение общего понимания в команде по исследуемой проблемной ситуации. Однако независимо от используемого подхода результирующая карта является слабо формализованной и не предназначена для решения задач анализа и моделирования посредством формальных методов.

Среди работ в области слабо формализованных карт, использующих технику агрегирования, можно выделить исследования Т. Буздин-Чамеевой и ее коллег (см., например, [16-17]), работы по учету мнений заинтересованных сторон на ситуацию для построения так называемых социальных когнитивных карт (*social cognitive map*) (см. например, [21]). Среди немногочисленных отечественных работ уместно упомянуть исследования Т. Таран [9], которая предлагает подход к анализу нескольких

когнитивных карт (на одном множестве факторов), отражающих представления субъектов о некоторой ситуации, с целью выявления сходства (или различий) в видении одной и той же ситуации различными субъектами при конфликте их интересов (с использованием известных методов теории графов). Хотя автор [9] не ставит задачу построения коллективной карты ситуации, применение ее подхода не исключает возможности формирования такой карты.

В области применения формальных когнитивных карт преобладает техника агрегирования индивидуальных карт в коллективную, которая в дальнейшем используется для анализа динамики ситуации (см., например, [7, 18, 22, 23]). В работе [7] отмечается достоинство указанного подхода, так как он направлен на комплексное представление сложной многоаспектной ситуации, но при этом объявляется проблема обоснования механизмов агрегирования индивидуальных представлений неоднородного коллектива экспертов, однако без представления каких-либо путей ее решения.

Несмотря на существенные различия в слабо формализованных и формальных когнитивных картах с позиции последующей формальной обработки при решении практических задач, процедура построения коллективной карты типична. Она включает 1) формирование списка факторов; 2) установление взаимосвязей на множестве факторов; 3) оценивание взаимосвязей в выбранной шкале и 4) формирование коллективной карты путем агрегирования. Как правило, формируется единый список факторов, на основе которого на этапах 2) и 3) строятся индивидуальные карты. При этом в этой процедуре неизбежно возникают – проблема полноты списка факторов и их согласования, которая отчасти рассматривается специалистами в области слабо формализованных когнитивных карт (см. например, [15-16]⁵) и

⁵ В частности, некоторые специалисты в области слабо формализованных карт учитывают тот факт, что эксперты могут использовать разные по общности и смыслу понятия, представляющие фак-

практически игнорируется специалистами в области формальных карт;

- проблема подбора экспертов и организации их работы;
- проблема агрегирования при формировании коллективной карты, которая решается у специалистов формально с использованием методов теории экспертного оценивания. При этом лишь немного затрагивается содержательная сторона агрегирования мнений экспертов, представленных в виде карт.

Приведем анализ распространенных процедур агрегирования, уделив внимание содержательным аспектам «агрегирования» и возможным источникам искажений за счет «чисто» формального суммирования экспертных оценок.

2.1. СУММИРОВАНИЕ МАТРИЦ СМЕЖНОСТИ КОГНИТИВНЫХ КАРТ, ПОСТРОЕННЫХ ЭКСПЕРТАМИ

Эта процедура основана на простой идее суммирования матриц смежности когнитивных карт, т.е. простого объединения и пересечения мнений экспертов, выраженных в индивидуальных когнитивных картах. Матрица смежности коллективной когнитивной карты формируется по формуле

$$W = f\left(\sum_{k=1}^N W_k\right)$$

где W – итоговая матрица; W_k – матрицы смежности N экспертов; f – пороговая функция, преобразующая сумму весов в интервал $[-1, 1]$.

Более «тонкая» процедура суммирования матриц с учетом опыта и компетентности экспертов, которые задаются посредством параметра доверия эксперту или компетентности.

В простом случае показатель компетентности эксперта, на который умножается матрица связей когнитивной карты эксперта, задается в шкале $[0, 1]$.

Тогда итоговая матрица вычисляется по формуле

торы; тогда необходимо делать понятийный анализ с последующим объединением факторов, выражающих схожий смысл.

$$W = f\left(\sum_{k=1}^N b_k W_k\right),$$

где b_k – коэффициент компетентности k -го эксперта.

В работах школы Т. Буздин-Чамеевой [15-16] вводится более сложный показатель компетентности эксперта, сочетающий оценку времени работы эксперта в данной предметной области и самооценку эксперта. Тогда используя принцип нормировки, все эксперты ранжируются в шкале $[0, 1]$, $e_i = (y_i/y_{\max}) g(s_i/s_{\max})$, где y_{\max} – максимальное количество лет опыта среди экспертов, s_{\max} – максимальная самооценка компетентности эксперта.

Как отмечают некоторые исследователи [24], основное преимущество такого рода процедур агрегирования индивидуальных карт заключается в более точной оценке силы влияний и возможности построить обоснованную модель. Однако это спорное утверждение и оно может быть верно только в случае корректности шкал и единообразного понимания формального смысла связей. Помимо известных рисков для достоверности применения индивидуальных когнитивных карт [5], связанных с использованием слабо интерпретированных шкал при оценивании параметров карт (например, весов), при построении коллективной карты источником риска также являются процедуры агрегирования, в которых суммируются и сравниваются оценки экспертов в таких шкалах. Учитывая, что веса в матрице смежности коллективной когнитивной карты становятся параметрами аналитической модели, корректность таких преобразований оценок экспертов является рискованной.

2.2. ПОДХОД С КОМБИНИРОВАНИЕМ КАРТ ЭКСПЕРТОВ

В этом случае учитываются различия во мнениях с использованием достаточно простых критериев сравнения матриц смежности когнитивных карт, например, количественный критерий отличающихся знаков весов в картах экспертов. Тогда экспертам предъявляют причинно-следственную связь, по которой у них отличались знаки для согласования. Но не учитывается, что согласование может быть не достигнуто.

Анализ процедур такого типа показал, что существует набор эвристических правил для построения коллективной

карты, который основывается на характеристике предметной области и компетентности группы экспертов. Приведем некоторые распространенные эвристики:

Эвристика 1. Эксперты в группе отличаются компетентностью по предметным областям исследуемой ситуации, т.е. компетентность конкретного эксперта относится не ко всему списку факторов, а только к части факторов, характеризующих ситуацию. Тогда формируется правило комбинирования матриц смежности экспертов, когда коллективная карта составляется из частей матриц смежности экспертов, в которых они наиболее компетентны.

Эвристика 2. Эксперты подбираются изначально по предметным областям без пересечений, например, формируется группа по PEST-схеме: специалисты в области политики, экономики, социуму и технологиям. Тогда коллективная карта есть так называемая «мозаичная» карта [7], т.е. является объединением карт экспертов. В этой процедуре возникает вопрос с согласованием факторов и связей, по которым пересекаются области.

В работах специалистов в области формальных когнитивных карт [18, 22] рассматривается подобный подход к построению коллективной карты по мозаичному принципу. При этом используется простая операция над матрицами [22], которая вычисляет итоговую матрицу, используя соединение матриц каждого эксперта. В этом случае k разных матриц весов экспертов, W_k , сформированных на непересекающихся подмножествах факторов и описывающих исследуемую ситуацию, объединяются в единую карту с размерностью $n \times n$, где

$$n = \sum_k n_k$$

- размерность объединенного списка факторов.

В таком случае может получиться несвязанная когнитивная карта, и возникает вопрос, как найти связи между блоками в итоговой матрице. Некоторые специалисты формируют итоговую матрицу, используя мозаичный принцип в сочетании с принципами итеративных процедур опросов экспертов для нахождения взаимосвязей между блоками [24]. Тогда итоговая матрица является не результатом формальной процедуры в виде «простого» матричного объединения, а формируется в результа-

те субъектно-формальной процедуры построения коллективной когнитивной карты.

2.3. ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ КОЛЛЕКТИВНОЙ КАРТЫ С УЧЕТОМ РАЗЛИЧИЙ ВО МНЕНИЯХ ЭКСПЕРТОВ

Специалисты в области формальных карт не отрицают зависимость качества карт от подбора группы экспертов, однако введение формального показателя компетентности не позволяет провести такой отбор. Как правило, знания о ситуации сконцентрированы у некоторой группы экспертов с неизбежным пересечением областей компетентности, как в случае социальных когнитивных карт [21], тогда нужны принципы комбинирования экспертов с позиции пересечения их предметных областей компетентности. Проведя анализ процедур, мы обнаружили наиболее «продвинутой» подход к комбинированию коллективной карты в работах специалиста Т. Буздин-Чамеевой (см., например, [15]) из смежной области исследований слабоформализованных карт. Такие карты используются лишь для представления мнений и последующего имитационного моделирования для анализа динамики ситуаций.

В [15] выделяется 4 типа формирования согласованных коллективных карт группой экспертов с учетом их областей компетентности:

- соединенная карта, которая является суммой индивидуальных карт (рис. 1а);
- карта единого духа, которая включает факторы и связи, выбранные всеми экспертами (рис. 1б);
- карта большинства, включающая факторы и связи, выбранные большинством экспертов (рис. 1с);
- карта просвещенного большинства, которая содержит факторы и связи, выбранные большинством экспертов, и при этом факторы являются самыми важными для каждого эксперта этого большинства в соответствии с принципом центрированности области компетентности эксперта, учитывающего факторы самого высокого ранга в индивидуальных картах и связи самого высокого веса в каждой индивидуальной карте.

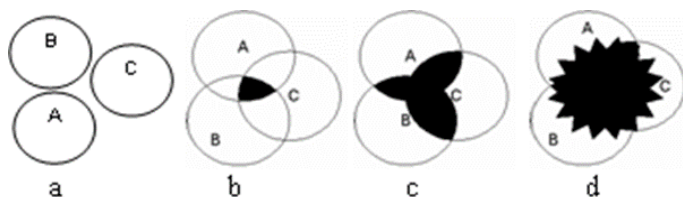


Рис. 1. Концепция четырех типов согласованных коллективных карт

Приведенные принципы формирования коллективных слабоформализованных карт позволяют учесть разные принципы выбора экспертов для составления целостной картины, и, как нам представляется, целесообразна их адаптация в области построения формальных когнитивных карт.

Стоит отметить, что сообщество теоретиков в области методов на основе когнитивных карт представляет собой две обособленные группы: 1) представители в области слабо формализованных карт и 2) – в области формальных карт, и в части процедур построения не хватает целостного взгляда их представителей.

2.4. ЗНАЧИМЫЕ ОСОБЕННОСТИ И НЕДОСТАТКИ ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРОЦЕДУР ПОСТРОЕНИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ КАРТ В КОНТЕКСТЕ РИСКОВ ДЛЯ ДОСТОВЕРНОСТИ

На основе проведенного анализа применяемых процедур выявлены значимые особенности и недостатки, которые необходимо учитывать при построении коллективных карт, а именно:

А) Применяемые групповые процедуры построения карт работают в условиях относительно небольшого количества экспертов, однако сегодня актуальны задачи с формированием мнений по опросу большого количества экспертов, например, сетевая экспертиза [5].

Б) Используемые процедуры согласования и агрегирования экспертных оценок приводят к «усреднению» мнений экспертов, что нужно признать их недостатком, так как необходимо не

отбрасывать, а учитывать значимые различные группы мнений. Для этого предлагается предварительно проводить настраиваемую кластеризацию индивидуальных карт, и согласование проводить уже в подгруппах экспертов, мнения которых попадают в один кластер. При этом процедуры чувствительны к критериям сравнения карт.

В) Риски для достоверности конечных результатов, связанные с использованием слабо интерпретированных шкал при оценивании параметров карт (например, весов), свойственны не только процедурам построения индивидуальных когнитивных карт, но и распространяются на процедуры построения коллективных карт [14]. В частности, риски связаны с использованием лингвистических шкал или сдвоенных шкал, когда смысл конкретных оценок типа «мало», «много» и т.п. существенно зависит как от контекста ситуации, так и от понимания эксперта. Риск может выражаться в том, что «нечеткие» вербальные оценки (сильно, средне, слабо и т.п.) применяются к факторам с нечетко сформулированными оцениваемыми понятиями, так как различия в оценках могут быть связаны с разным пониманием (интерпретацией) значений нечетко определенной шкалы. Тогда стоит признать процедуры вычисления веса на основе суммирования взвешенных когнитивных карт экспертов недостаточно обоснованными, так как суммируемые оценки неоднозначны.

Г) Предположение практиков и некоторых теоретиков о возможности использовать когнитивные карты в том числе как средство понимания и передачи знаний о ситуации в процессе коммуникации на сегодняшний момент можно признать **лишь** как потенциальную возможность. Когнитивная карта, содержащая более 20 факторов, уже является сложной и неинформативной, а значит, трудной для понимания. Поэтому целесообразно разрабатывать и развивать методы чтения (понимания) карт за счет визуализации и структурного анализа [22].

Д) Еще одним узким местом существующих подходов к построению когнитивных карт является предположение о неограниченности временных и когнитивных ресурсов эксперта. Однако «настоящие» эксперты являются, во-первых, дорогим ресурсом, а во-вторых, – с ограниченным временем. Проведенный анализ процедур построения карт показал, что, как правило,

оценка цены экспертизы и учет ограничения времени эксперта не производится.

Е) В редких работах исследуются важные аспекты применения экспертных методов, связанные с соответствием модели, разрабатываемой на языке формальных карт, пониманию экспертом исследуемой системы (ситуации) [1], с особенностями понимания экспертами исследуемой ситуации в контексте представления знаний о ее динамических и структурных свойствах посредством когнитивных карт. В частности, в [2] отмечается, что эксперты вовлечены только в процесс оценки статической структуры ситуации, вопросы последующей обработки модели для анализа динамики исследуемой ситуации остаются за «модельерами». Верификация экспертом корректности динамического поведения системы посредством модели на основе когнитивной карты не проводится.

Таким образом, важным условием повышения качества построения когнитивных карт (индивидуальных и коллективных) является обеспечение однозначного понимания содержательного смысла формальной модели динамики системы (ситуации) на основе когнитивной карты на доступном для экспертов языке.

Ж) Одна из значимых проблем при использовании процедур агрегирования – это чувствительность модели к итоговым «суммарным» весам. Например, в работе [2] демонстрируются с помощью вычислительного эксперимента существенные различия в результатах моделирования коллективной карты с «агрегированием» оценок экспертов. А при условии сложности в оценке реального поведения слабоструктурированных систем зачастую сложно установить достоверность результатов. Во многих теоретических и прикладных работах в области когнитивного моделирования как альтернатива экспертным методам рассматриваются вычислительные методы построения карт по некоторым данным. Применение экспертного или вычислительного методов к построению карт обусловлено наличие исходными данными, характеризующих слабоструктурированную ситуацию. Область применения экспертных методов связана с типичной ситуацией нехватки (полной или частичной) данных.

З) К числу проблем построения когнитивных карт относится распространенный способ предъявления факторов

эксперту для установления весов. В [19] показано, что предъявление эксперту всевозможных сочетаний пар факторов (например, в виде матрицы) может привести к появлению избыточных связей. Поэтому утверждение об относительной простоте составления когнитивной карты и понимания связей факторов ситуации экспертом является рискованным и приводит к игнорированию значимых когнитивных особенностей исследования ситуации на языке когнитивных карт, и часто приводит к чисто информационному взгляду на поддержку разработки моделей такого рода. Тем самым в случае субъективной оценки параметров когнитивных карт не всегда адекватен перенос процедур и методов теории экспертных оценок для процедур построения коллективных карт.

И) Наконец, важно отметить, что ни в одной из рассмотренных публикаций по процедурам построения карт не рассматриваются трудно формализуемые аспекты согласования представлений экспертов при построении коллективной карты ситуации.

3. Некоторые принципы и подходы к кластеризации и согласованию представлений экспертов при построении коллективной карты ситуации

3.1. ПОДХОД К КЛАСТЕРИЗАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ МНЕНИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ВИДЕ ЗНАКОВЫХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ

С учетом выявленных недостатков в контексте рисков для достоверности применяемых процедур построения коллективных карт, связанных с «усреднением» мнений экспертов, не учитывающим значимые различные группы мнений (разд. 2.4), предлагается подход к кластеризации индивидуальных карт с формированием коллективных карт в кластерах близких мнений. В качестве допущения предполагается, что индивидуальные карты построены на одном множестве факторов X .

Подход к кластеризации мнений экспертов, представленных в виде когнитивных карт, основан на классификации с выделением конфликтных и согласованных мнений с использованием формальных процедур классификации [17] и согласования экспертных оценок.

При этом предполагается применение кластеризации к знаковым индивидуальным картам экспертов до оценивания весов влияний в картах, которое несет в себе дополнительные риски для достоверности результатов применения карт [14]. Предварительное согласование и формирование коллективной карты в рамках кластера близких мнений направлено на снижение указанных рисков.

Знаковая когнитивная карта l -го эксперта, K_l , являющаяся моделью причинно-следственных влияний между факторами исследуемой ситуации, где влияния заданы посредством знака (+) – положительное влияние или (–) – отрицательное влияние, может быть представлена матрицей смежности $A^l = [a^l_{ij}]$ размерностью $n \times n$, где $a^l_{ij} = \{0, 1, -1\}$ – знак влияния фактора-причины x_i на фактор-следствие x_j ; n – общее число факторов. При этом в множестве факторов карты X выделим подмножество факторов внутренней среды X_{int} и подмножество факторов внешней среды X_{ent} , т.е. $X = X_{\text{int}} \cup X_{\text{ent}}$. Это типичное деление факторов используется в разных методиках выбора факторов.

Для каждого эксперта строится матрица связанности графа: $S^l = [s_{ij}] = \text{sign}(E + A + A^2 + \dots + A^{n+1})$, где $(n + 1)$ – количество факторов в карте.

Далее процедура состоит в 1) кластеризации по оценке близости карт экспертов; 2) построении «медианных» карт в кластере с использованием процедур, приведенных в разделе 2.1; 3) проведение согласования медианных карт кластеров с последующей их параметризацией.

Такая процедура допускает построение нескольких карт, если окажется не одна коллективных карта с существенными отличиями.

Кластеризация мнений основана на оценке близости карт по двум критериям: близость по связанности подмножества факторов внутренней среды карты между собой, $\rho_{\text{int} \times \text{int}}$ и близость по связанности подмножества факторов внешней и внутренней среды, $\rho_{\text{ent} \times \text{int}}$.

Для определения близости используем стандартную меру близости между матрицами связанности карты эксперта 1 и 2, S_1 и S_2 соответственно:

$$(1) \quad d(S_1, S_2) = \sum_{1 \leq i, j \leq n} |s_1(i, j) - s_2(i, j)|.$$

Для кластеризации можно использовать два стандартных подхода.

1. Древовидная классификация, которая состоит из следующих этапов:

1) Определить матрицу расстояний между подкартами экспертов на подмножестве факторов внутренней среды X_{int} с использованием меры d между соответствующими подматрицами связанности экспертов:

$$[\rho_{km}^{\text{int} \times \text{int}}] = [d(S_k^{\text{int} \times \text{int}}, S_m^{\text{int} \times \text{int}})], \text{ где } k, m \in [1, l] - \text{номера экспертов, а } l - \text{количество экспертов.}$$

2) Определить матрицу расстояний между подкартами экспертов на подмножестве связей между факторами внутренней и внешней среды X_{ent} на X_{int} с использованием меры d между соответствующими подматрицами связанности экспертов:

$$[\rho_{km}^{\text{ent} \times \text{int}}] = [d(S_k^{\text{ent} \times \text{int}}, S_m^{\text{ent} \times \text{int}})], \text{ где } k, m - \text{номера экспертов, а } l - \text{количество экспертов.}$$

3) Кластеризация мнений экспертов по двум критериям, представленным когнитивными картами.

2. Классификация с использованием меры сходства, в качестве которой выберем расстояние $d(S_1, E)$ между матрицей связанности когнитивной карты эксперта, S_1 , и единичной матрицей, E_0 . Этапы:

1) Определить вектор расстояний между подкартами экспертов, характеризующих взаимосвязь факторов внутренней среды, и единичной матрицей. Для этого используем меру d и вырежем l подматриц связанности факторов внутренней среды между собой из матриц связанности S экспертов.

$$[\rho_k^{\text{int} \times \text{int}}] = \left[\frac{d(S_k^{\text{int} \times \text{int}}, E^{u \times u})}{d_{\text{max}}} \right],$$

где $k \in [1, l]$ – номер экспертов; u – количество факторов, характеризующих внутреннюю среду X_{int} ; d_{max} – максимум из расстояний.

- 2) Определить вектор расстояний между подкартами экспертов на подмножестве связей между факторами внутренней и внешней среды X_{ent} на X_{int} и единичной матрицей. Для этого используем меру d и вырежем l подматриц связанности факторов внешней и внутренней среды между собой из матриц связанности S экспертов:

$$[\rho_k^{\text{ent} \times \text{int}}] = \left[\frac{d(S_k^{\text{ent} \times \text{int}}, E^{\text{ent} \times \text{int}})}{d_{\text{max}}} \right],$$

где $k \in [1, l]$ – номер эксперта; d_{max} - максимум из расстояний.

- 3) Кластеризация мнений экспертов по двум критериям, представленным когнитивными картами. Индивидуальные карты мнений экспертов $\{K_i\}$ разделяются на кластеры по мере их близости, т.е. в один кластер попадают близкие мнения (рис. 2).

Построение «медианных» карт в кластере с использованием процедур. В каждом таком кластере близких мнений может формироваться коллективная (интегральная) карта кластера путем объединения входящих в него карт экспертов, что позволяет провести анализ различий между интегральными картами кластеров мнений.

В качестве процедуры формирования коллективной карты кластера близких мнений предлагается построение «медианной» карты с учетом областей компетентности экспертов, которая для каждого эксперта определяется на подмножестве факторов его индивидуальной карты. Соответственно, для каждого эксперта l выделяется подграф K^l из карты K^l по факторам, определяющим область его компетентности. «Медианная» карта в кластере карт близких мнений формируется путем объединения выделенных подграфов.

Проведение согласования медианных карт кластеров с последующей их параметризацией. Сравнение медианных карт кластеров близких мнений экспертов для определения значимых различий между ними. При сравнении целесообразно использо-

вать формальные методы анализа графов с целью выявления конфликтных и согласованных частей.

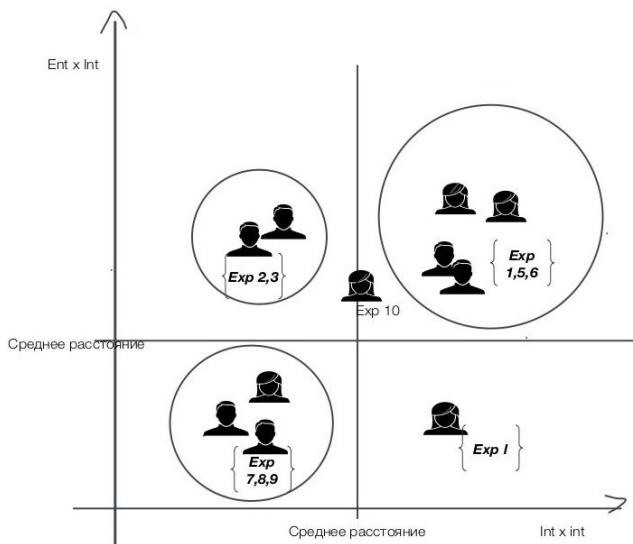


Рис. 2. Иллюстративный пример формирования кластеров

В результате применения подхода

1) согласованные медианные карты могут объединяться в общую коллективную карту с учетом согласования разногласий по отсутствующим связям;

2) конфликтные медианные карты могут согласовываться по отсутствующим связям и по различиям в оценках знака влияния между факторами.

Если согласование невозможно, т.е. в экспертной группе существуют разные мнения о развитии ситуации, формируется несколько «медианных» карт, характеризующих развитие ситуации.

Для согласования карт могут использоваться стандартные процедуры (например, метод Дельфи) с опорой на предложенные принципы и подходы к согласованию (разд. 3.2).

Формирование нескольких карт, представляющих знания о развитии ситуации, направлено на проведение целостного анализа развития исследуемой ситуации с учетом альтернативных взглядов. Как показывает наш опыт, альтернативность мнений, выраженная различиями в структуре и оценках взаимовлияний факторов, свойственна практически слабоструктурированным ситуациям.

Сочетание кластеризации и объединения карт в группе экспертов с близкими мнениями позволяет избежать прямого «усреднения» (по сути игнорирования различий) мнений экспертов, используемого в современных процедурах согласования и агрегирования при построении когнитивных карт.

3.2. НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПЫ И КРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К СОГЛАСОВАНИЮ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ЭКСПЕРТОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ СИТУАЦИИ

В силу трудной «слабой» формализуемости моделируемых слабоструктурированных ситуаций эксперты (или составители карт) на этапе формализации вводят мягкие (качественные) факторы-переменные, которые представляются понятиями с высоким уровнем абстракции. Использование таких понятий при представлении влияний в когнитивной карте создает рискованные ситуации, которые могут приводить к нечеткости и искажению содержательного смысла связей карты относительно их математической интерпретации (согласно применяемому типу карт). Как следствие, это влияет на достоверность экспертных оценок значений параметров карты (таких как значения факторов, весов влияний) и, в конечном счете, может привести к снижению достоверности конечных результатов при решении практических задач. В [12, 14] зависимость достоверности конечных результатов применения когнитивных карт от качества используемых понятий в ходе построения формализованной модели (на языке выбранного типа карт) исследована и подтверждена эмпирически.

Указанная проблема еще более обостряется при коллективной работе экспертов – носителей знаний различных предметных областей в силу невозможности обеспечения полного со-

гласования системы понятий экспертов, посредством которых они вербализуют свои представления о ситуации в ходе построения коллективной когнитивной карты [8]⁶.

Вопросы согласования когнитивных карт экспертов (и/или составителей карт) в ходе формализации слабоструктурированных ситуаций посредством когнитивных карт, как правило, остается вне поля зрения теоретиков и разработчиков методов, и технологий. В ряду немногих публикаций, можно выделить работы Т. Буздин-Чамеевой и ее коллег (см., например, [15]), в которых поднимается вопрос зависимости достоверности построенной коллективной карты от используемой системы понятий в ходе формализации индивидуальных представлений экспертов до обобщения в единую карту. При этом отмечается, что «кодировщик»⁷ может привносить искажающий эффект при переводе исходных представлений отдельных экспертов в формализованные в виде когнитивной карты. Такого рода искажение рассматривается как ограничение предлагаемой методологии, и до сегодняшнего дня каких-либо путей решения данной проблемы в публикациях Т. Буздин-Чамеевой и ее исследовательского коллектива не приводится.

Исходя из обозначенных проблем поставлена задача поиска общих идей, принципов и подходов, на которые следует опираться при разработке методов поддержки построения коллективной карты ситуации с ориентацией на обеспечение приемлемого согласования представлений экспертов в этом процессе, а

⁶ В [8] представлена методология решения слабоструктурированных крупномасштабных проблем в различных предметных областях, где значимое место отводится анализу и поиску подходов к решению проблем в условиях взаимодействия гетерогенного (неоднородного) коллектива специалистов в ходе осмысления и разрешения сложной проблемной ситуации.

⁷ В нашей трактовке под термином «кодировщик» имеется в виду «модератор» и/или «составитель карт», организующий и проводящий работу с экспертами по формализации их представлений посредством когнитивных карт.

также на повышение достоверности конечных результатов решения практических задач. Здесь под «приемлемостью согласования» понимается такой его уровень, при котором возможно коллективное решение практической задачи без учета существующих различий в понимании ситуации разными членами коллектива.

При этом предполагается, что в процессе формализации согласование должно быть направлено на достижение двух связанных целей: 1) достижение приемлемо согласованного представления по исследуемой ситуации между экспертами разного профиля и 2) снижение отрицательного искажающего эффекта при преобразовании исходных представлений в формализованную модель ситуации на языке выбранного типа когнитивной карты (иными словами, при формализации в терминах выбранной теоретической модели). Анализ практики применения когнитивных карт и некоторые эксперименты подтверждают, что отрицательный искажающий эффект является практически значимым источником риска для достоверности результатов применения формальных методов на основе когнитивных карт. Построение когнитивной карты можно рассматривать как перевод человеком существенных знаний о ситуации на математический язык и чтение карты интерпретацией с неизбежным эффектом искажения в обоих случаях (рис. 5) [2,12]. По существу, формализованная модель ситуации, предназначенная для обработки формальными методами, представляет два смысла: модель 1) имеет определенный математический смысл, на основе которого ведется формальная обработка; 2) отражает содержательный смысл, носителями которого являются специалисты проблемной области.

Свойство «двузначности» наиболее наглядно проявляется при определении факторов когнитивной карты ситуации. Используемые понятия для обозначения факторов в когнитивной карте несут в себе двойственный смысл. С одной стороны – это фактор в содержательном смысле, а с другой – это переменная, принимающая значения на определенной измерительной или оценочной шкале.

При этом искажение может быть вызвано следующими причинами. Специалист в предметной области «видит» больше,

чем представлено в математической модели. Например, он видит важный фактор в ситуации, а не просто формальную переменную. С другой стороны, человек стремится уменьшить когнитивную нагрузку в интуитивном понимании. Например, понимание причинно-следственной связи в соответствии с усеченным определением⁸ отношений между факторами для него проще, чем полное определение [11].

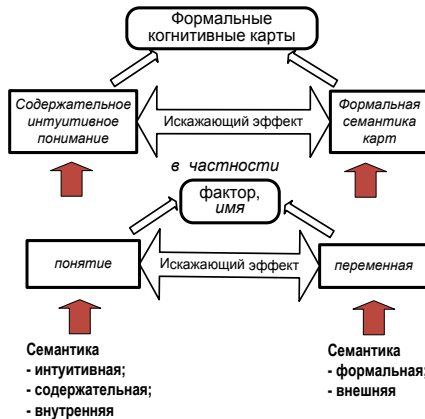


Рис. 5. Искажающий эффект между двумя пониманиями формальных карт

Поэтому учет свойства «двусмысленности» строящейся коллективной карты ситуации должен быть неотъемлемой частью организации процесса согласования представлений экспертов в ходе формализации.

⁸ В области когнитивного анализа и моделирования ситуаций широко распространено передавать понятность математического смысла конструкций когнитивной карты посредством вербальных шаблонов; при этом довольно часто разработчики методов и технологий предлагают усеченные шаблоны, более легкие для понимания, но не передающие полного формального смысла конструкции (например, отдельной связи между парой факторов).

3.2.1. ПРИНЦИПЫ СОГЛАСОВАНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ЭКСПЕРТОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ СИТУАЦИИ

Предложенные принципы применимы при построении как индивидуальных, так и коллективных карт; при этом для последних может использоваться любая из известных техник построения: техника агрегирования или коллективная техника (более подробно описаны в разд. 2). В рамках предложенного подхода к формированию коллективной карты путем кластеризации мнений предложенные принципы используются на этапе сравнения и согласования медианных карт (см. разд. 3.1). При построении обоих видов карт важным участником этого процесса является «посредник» (модератор и/или составитель карт) – носитель знаний

1) об организации взаимодействия с экспертами и

2) о методе (технологии) анализа ситуации

для поддержки процесса формализации экспертных представлений на язык выбранного типа карт и согласования. Поэтому согласование имеет место не только при взаимодействии экспертов – носителей знаний предметных областей, но и при взаимодействии эксперта(тов) и посредника. В случае построения коллективной карты посредник, как правило, также играет роль модератора – организатора взаимодействия группы экспертов и согласования их представлений.

Принцип нисходящего проектирования состоит в организации пошагового процесса формализации исходных представлений экспертов (рис. 6), начиная с предварительного определения общей направленности исследований и формирования концептуальной схемы проблемной ситуации. На рис. 6 этап формализации представлен с учетом предлагаемых принципов и подходов к построению коллективной когнитивной карты ситуации.

Концептуальная схема ситуации направлена, с одной стороны, на ограничение рассматриваемой предметной области в рамках поставленных целей анализа ситуации, а с другой – на формирование единого и целостного представления об исследуемой ситуации в виде схемы укрупненных взаимосвязей между значимыми аспектами ситуации (более подробно рассмотрено в [3]).

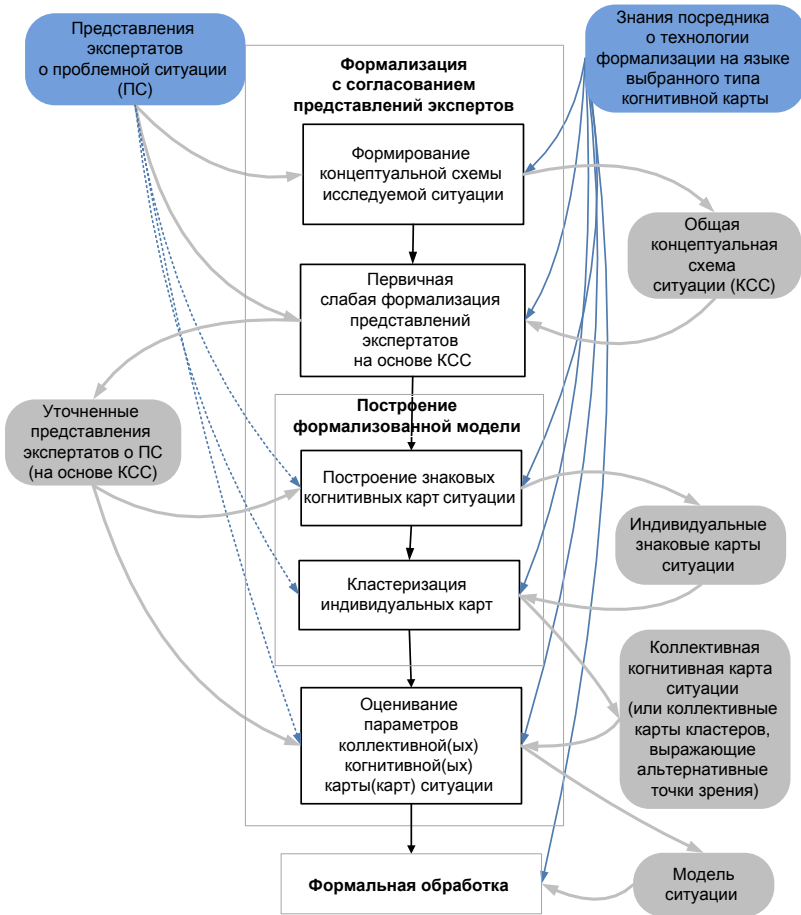


Рис. 6. Этапы пошаговой формализации исходных представлений экспертов о проблемной ситуации

Обоснованность применения принципа нисходящего проектирования обусловлена анализом практического опыта построения когнитивных карт (в том числе и нашего личного опыта). Следование этому принципу при построении карты ситуации направлено на блокирование типичного вида ошибок, обнаруженного известным психологом Д. Дёрнером [6], когда субъект выстраивает целостное представление о сложной проблемной

ситуации путем построения редуцирующих гипотез. Такие гипотезы приводят к формированию упрощенного представления о сложной или непривычной ситуации, не отражающего многообразия взаимосвязей ее различных аспектов. Суть такой гипотезы в том, что один фактор делают «определяющим», а все остальное «привязывают» к нему.

Еще один важный аспект применения концептуальных схем в процессе формализации состоит в следующем. Сложность слабоструктурированных ситуации (свойство многоаспектности) обуславливает необходимость привлечения экспертов – носителей знаний из разных предметных областей для целостного представления о ситуации. (Как правило, эксперт не является носителем знаний многих предметных областей, а специализируется на одной или ограниченном их пространстве.) Поэтому концептуальная схема, ограничивающая исследуемые предметные области, связанные с ситуацией, может рассматриваться как средство целенаправленного формирования группы экспертов.

Далее представлена группа принципов, применимость которых подтверждена теоретическим обоснованием и анализом практики решения крупномасштабных слабоструктурированных проблем и ситуаций в условиях взаимодействия неоднородного коллектива специалистов (носителей знаний различных предметных областей) [8], независимо от используемого формального аппарата для поддержки их деятельности, будь то когнитивные карты или иные формальные модели и методы. Здесь принципы представляются в контексте решения практических задач анализа и моделирования таких ситуаций посредством когнитивных карт.

Общий принцип согласованности понимания. Важнейшим аспектом построения когнитивной карты ситуации является понятийно-структурная формализация, т.е. формализация первичных представлений экспертов (аналитиков и других специалистов) о ситуации путем формирования понятий для представления факторов ситуации и влияний между ними.

В [8] слабая согласованность представлений участников процесса построения и исследования моделей слабоструктурированных ситуаций выделена как характерный тип помех,

ухудшающих качество этого процесса, его сходимость и результативность. Указанный тип помех обусловлен особенностями взаимодействия неоднородного коллектива специалистов. Исходя из этого, определены частные принципы, позволяющие управлять процессами согласования понятий, представлений участников коллективной деятельности и в значительной мере компенсировать негативное воздействие понятийных помех. К числу этих принципов относятся *принцип «статусного знания»*, *принцип единой системы понятий* и *принцип приемлемого согласования*.

Принцип «статусного знания» состоит в необходимости считаться с согласованными представлениями при наличии различных точек зрения на исследуемую ситуацию. Статусное знание – это знание, которое согласовано на каком-то этапе работы и требует определенной процедуры для его изменения с оповещением заинтересованных сторон. Опираясь на статусное знание, удастся заметно влиять на сходимость процесса получения результатов в дискуссиях и процессах поиска решений. В процессе пошаговой формализации представлений экспертов на языке когнитивной карты некоторого типа на каждом этапе этого процесса в качестве такого «статусного знания» может выступать соответствующий результат этапа (на рис. 2.2 указанные результаты этапов выделены серым цветом).

Принцип единой системы понятий. Отсутствие единого языка при обсуждениях нередко затрудняет совместную работу экспертов (носителей знаний различных предметных областей), что неизбежно отражается на результативности разрешения проблемной или непривычной ситуации. Указанный принцип предопределяет необходимость сформировать согласованную систему понятий, рабочий язык для общения внутри коллектива. В качестве инструмента согласования могут служить технологии согласования понятий (некоторые из них представлены в [8]), а также предлагаемый критериальный подход к согласованию представлений экспертов (см. разд. 3.2.2) при построении коллективной когнитивной карты ситуации.

Учитывая невозможность достижения цели полного согласования в деятельности специалистов разных профилей, особенно в условиях ограниченных сроков работы вновь организо-

ванного коллектива, предлагается принцип приемлемого согласования в контексте поставленных целей. В этом случае в качестве цели согласования предлагается коллективное вполне сформированное понятие⁹ [8]. Такое понятие позволяет пользоваться им без учета различия в его понимании разными членами коллектива. (Работа с «вполне» (но не «действительно») согласованным понятием типична в деятельности неоднородного коллектива.)

Естественно предположить, что приведенная группа принципов не образуют полную и завершенную систему, однако целесообразность их применения подтверждена практикой их реализации в организации процесса согласования представлений специалистов разного профиля в ходе решения сложных проблем.

Наконец, еще один важный принцип направлен на повышение достоверности конечных результатов применения когнитивных карт.

Принцип защиты от отрицательного искажающего эффекта при переходе знаний «об одном и том же» от одних носителей знаний к другим и/или при преобразованиях исходных экспертных знаний в формализованную модель ситуации на разных этапах формализации и обратно. Для реализации данного принципа предлагается критериальный подход к согласованию представлений экспертов с учетом свойства «двузначности» строящейся модели (рис. 5).

⁹ В случае вполне сформированного понятия, когда в определенном сообществе (например, группе экспертов) имеется внешне представленный смысл, связанный с именем, и с этим смыслом – в силу традиций или по явному соглашению – должны согласовываться (в идеале совпадать по смыслу) индивидуальные понятия членов сообщества (отдельных экспертов), получается коллективное вполне сформированное понятие.

3.2.2. КРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К СОГЛАСОВАНИЮ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ЭКСПЕРТОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ КОЛЛЕКТИВНОЙ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ СИТУАЦИИ

Общая идея предлагаемого подхода состоит в уточнении и согласовании представлений экспертов по ходу построения формализованной модели ситуации на языке некоторого типа когнитивной карты на основе двух групп критериев:

– критериев, направленных на защиту от отрицательного искажающего эффекта при формализации, включая обеспечение общего понимания экспертами свойств формальной модели (типа когнитивной карты), в терминах которой формализуются их представления;

– критериев согласования представлений экспертов, являющихся носителями знаний различных предметных областей (привлечение которых обусловлено необходимостью взаимосвязанного исследования разных аспектов слабоструктурированной ситуации).

Иными словами, применение критериев направлено на обеспечение поддержки, с одной стороны, процесса согласования содержательного понимания экспертами исследуемой ситуации, а с другой – процесса согласованного преобразования содержательных представлений на язык выбранного типа карт.

На сегодня сформировано семейство критериев [2,11, 12] для поддержки процесса построения индивидуальной когнитивной карты (экспертом или строителем карты) с целью защиты от отрицательного искажающего эффекта формализации. Работоспособность этих критериев подтверждена при верификации массива опубликованных исследовательских и прикладных карт. Проведенный нами анализ практики построения прикладных когнитивных карт подтверждает возможность применения указанных критериев и в процессе построения коллективных карт.

Семейство образует открытую систему, которая отражает логику построения когнитивных карт из элементарных языковых конструкций (факторы-переменные, прямые причинно-следственные связи и узлы), вплоть до критериев, применимых к более сложным конструкциям и к карте в целом. По возмож-

ностям оценки критерии являются экспертными, т.е. оценку соответствия дает эксперт.

Разработанные критерии согласования используются на этапе формализации представлений экспертов о ситуации посредством когнитивных карт, после чего можно говорить о выборе параметров карты (веса, начальные значения) на основе объективных данных или экспертных оценок (рис. 6).

Что касается второй группы критериев, применимых для согласования представлений экспертов – специалистов разных профилей, то это направление является предметом дальнейших исследований в рамках развития критериального подхода к согласованию экспертных представлений при построении коллективной карты ситуации.

Для реализации предложенных принципов и критериального подхода к согласованию представлений экспертов при построении коллективной карты ситуации следует учитывать еще один важный принцип организации процесса взаимодействия коллектива специалистов, влияющий на сходимость и результативность этого процесса при решении практических задач. Это принцип распределения ролевого участия в процессе взаимодействия коллектива с закреплением советующих функций и для экспертов – носителей знаний предметных областей, и для «посредников», выступающих в роли

– составителя карт, как носителя знаний о методе (технологии) анализа и моделирования ситуации, поддерживающих процесс формализации экспертных представлений на язык выбранного типа карт,

– модератора, владеющего техниками организации взаимодействия экспертов и согласования их представлений.

4. Заключение

В статье рассмотрена задача формирования коллективной когнитивной карты из карт экспертов, характеризующих ситуацию в виде причинно-следственных связей между факторами. На основе проведенного анализа применяемых процедур выявлены значимые особенности и недостатки, которые необходимо учитывать при построении коллективных карт. С учетом выяв-

ленных недостатков в контексте рисков для достоверности применяемых процедур построения коллективных карт, связанных с «усреднением» мнений экспертов, не учитывающего значимые различные группы мнений, предложен подход к кластеризации индивидуальных карт с формированием коллективных карт в кластерах близких мнений, которые согласовываются. В связи с тем, что в работах практически не рассматриваются трудно формализуемые аспекты согласования представлений экспертов при построении коллективной карты ситуации, в статье предложены некоторые принципы и критериальный подход к согласованию представлений экспертов при построении когнитивной карты ситуации.

Предложенные подходы и принципы не решают всех проблем в области построения коллективных карт ситуаций и требуют дальнейшего развития в части: методов поддержки их построения, учитывающих особенности этого сложного интеллектуального процесса; эмпирических исследований, включая анализ практики работы с экспертами, а также проведение экспериментов для дальнейшего развития предложенных принципов и подходов с учетом специфики применяемых типов формальных когнитивных карт при решении практических задач.

Литература

1. АБРАМОВА Н.А. *О семантиках когнитивных карт в контексте проблемы рисков формализации* // Труды IX международной конференции (14–16 ноября 2011 г., Москва). – М.: ИПУ РАН, 2011. – С. 11–24.
2. АБРАМОВА Н.А., КОВРИГА С.В. *Некоторые критерии достоверности моделей на основе когнитивных карт* // Проблемы управления. – 2008. – №6. – С. 23–33.
3. АВДЕЕВА З.К., КОВРИГА С.В. *Эвристический метод концептуальной структуризации знаний при формализации слабоструктурированных ситуаций на основе когнитивных карт* // Управление большими системами. – 2010. – №31. – С. 6–34.

4. *Большая советская энциклопедия*. 3-е изд. – М.: Советская энциклопедия, 2001. – Т. 27 – С. 569.
5. ГУБАНОВ Д.А., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. и др. *Сетевая экспертиза* / Под ред. чл.-к. РАН Д.А. Новикова, проф. А.Н. Райкова. – М.: Эгвес, 2010. – 168 с.
6. ДЁРНЕР Д. *Логика неудачи. Стратегическое мышление в сложных ситуациях*. – М.: Смысл, 1997. – 243 с.
7. МАКСИМОВ В.И., РАЙКОВ А.Н. *Коллективные когнитивные карты в системах принятия решений* // Тезисы докладов Международного симпозиума «Рефлексивное управление». – М.: Ин-т психологии РАН, 2000. – С. 86–88.
8. ПРАНГИШВИЛИ И.В., АБРАМОВА Н.А. и др. *Поиск подходов к решению проблем*. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 192 с.
9. ТАРАН Т. *Реконструкция социального образа реальности* // *Новости искусственного интеллекта*. – 1998. – №2. – С. 142–154.
10. ABRAMOVA N., AVDEEVA Z., FEDOTOV A. *An approach to systematization of types of formal cognitive maps* // Proc. 18th World Congress. – Milan, Italy, 2011. – P. 14246–14252.
11. ABRAMOVA N., KOVRIGA S. *Criterial Approach to Verification at Cognitive Mapping of Ill-Structured Situation Dynamics* // Proc. 30th International Conference of the System Dynamics Society. – St. Gallen, Switzerland, July 22–26, 2012. – P. 1–23.
12. ABRAMOVA N., KOVRIGA S. *The expert approach to verification at cognitive mapping of ill-structured situations* // Proc. 18th IFAC World Congress. – Milan, Italy, 2011. – P. 1997–2002.
13. ABRAMOVA N.A., MAKARENKO D.I., PORTSEV R.U. *Development of Visual Analysis Methods at Modelling of Ill-Structured Situation based on Cognitive Maps* // Proc. IST-116 Symposium on Visual Analytics. – Shrivenham, Swindon, United Kingdom, October 28–29, 2013. – P. 28–33.
14. ABRAMOVA N.A., TELITSYNA T.A. *An approach to analysis of expert estimation validity in cognitive mapping* // IFAC

- Conference on manufacturing modelling, management, and control MIM, 2013. – P. 927–932.
15. BOUZDINE-CHAMEEVA T. *The ANCOM-2 solution to support knowledge work* // International Business Management. – 2007. – No. 1(2) – P. 12–19.
 16. CHAMEEVA T. *An application of causal mapping technique ancom-2 in management studies* // Proc. 6th Global Conference on Business & Economics. – USA: Gutman Conference Center, 2006. – P. 95–106.
 17. DOROFEUK A.A., CHERNIAVSKY A.L. *The algorithms of constructing of the well interpreted classification* // Control problems. - 2007. – No. 2. – P. 83–84.
 18. GROUMPOS P. *Fuzzy Cognitive Maps: Basic Theories and Their Application to Complex Systems* // In: Fuzzy Cognitive Maps Advances in Theory, Methodologies, Tools and Applications. (ed. Glukas M.). – Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg, 2010. – P. 1–23.
 19. HODGKINSON G., MAULE A., AND BOWN N. *Causal Cognitive Mapping in the Organizational Strategy Field: A Comparison of Alternative Elicitation Procedures* // Organizational Research Methods. – 2004. – Vol. 7, №1. – P. 3–26.
 20. KJÆRGAARD A. AND BLEGIN D J. *Using cognitive mapping to represent and share users' interpretations in technology adaptation* // Proc. of the New Frontiers in Management and Organizational Cognition Conference. – 2012. – P. 68–80.
 21. KONTOGIANNIA A., PAPAGEORGIOUB I., TOURKO-LIASA C. *How do you perceive environmental change? Fuzzy Cognitive Mapping informing stakeholder analysis for environmental policy making and non-market valuation* // Applied Soft Computing. – 2012. – No. 12. – P. 3725–3735.
 22. KOSKO B.: *Fuzzy Cognitive Maps* // Int. Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – No. 24. – P. 65–75.
 23. ROBERTS F. *The questionnaire method* // In: Structure of decision (ed. Axelrod R.). – Princeton, NJ: Princeton University Press. – P. 333–343.
 24. STACH W., KURGAN L. AND PEDRYCZ W. *Expert-Based and Computational Methods for Developing Fuzzy Cognitive Maps* // In: Fuzzy Cognitive Maps Advances in Theory, Meth-

odologies, Tools and Applications. (ed. Glukas M.) – Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg, 2010. – P. 23–43.

SOME PRINCIPLES AND APPROACHES TO CONSTRUCTION OF GROUP COGNITIVE MAPS

Zinaida Avdeeva, National Research Institute Higher School of Economics, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc. (avdeeva@ipu.ru).

Svetlana Kovriga, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)3347800).

Abstract: One of the most important branches of cognitive-map-based tools development is constructing a cognitive map being an integrated model of knowledge by a group of experts. We survey the procedures for group maps construction suggested by leading theorists and practitioners and analyze the risks incurred by these techniques and their reliability. We show that a typical procedure of building a group map employs formal aggregation (averaging) of expert estimates with no analysis of experts' points of view and no necessary reconciliation. We suggest a number of principles and routines to expert estimates' reconciliation and clusterization, which result in a more reasonable opinion aggregation.

Keywords: group cognitive map, aggregation techniques, expert's estimates, matching of expert representations.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.Г. Чхартишвили

*Поступила в редакцию 04.09.2014.
Опубликована 30.11.2014.*

УДК 519.8
ББК 22.18

СВЯЗИ ДРУЖБЫ И КОММЕНТИРОВАНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ FACEBOOK¹

Губанов Д. А.², Чхартишвили А. Г.³
(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Статья посвящена анализу связей дружбы пользователей сети Facebook и изучению их взаимосвязи со связями комментирования: определены общие характеристики сети дружбы, дано определение сильным связям дружбы и проанализирована сила связей дружбы пользователей Facebook, исследована связность друзей пользователя, выявлена зависимость между количеством друзей у пользователя и у его друзей, рассмотрена взаимосвязь связей дружбы и комментирования.

Ключевые слова: социальная сеть, связи дружбы и комментирования, сильные и слабые связи.

1. Введение

Термин «социальная сеть» ввел социолог Джеймс Барнс в 1954 году [4], хотя отдельные социально-сетевые исследования проводились еще в 1930-е годы [9]. Сегодня социальная сеть трактуется как, во-первых, социальная структура, состоящая из множества узлов-индивидов и определенного на этом множестве множества связей-отношений (отношений дружбы, обще-

¹ Статья написана при поддержке гранта РФФИ № 13-07-00876 А

² Дмитрий Алексеевич Губанов, кандидат технических наук, старший научный сотрудник (dmitry.a.g@gmail.com).

³ Александр Гедеванович Чхартишвили, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник (sandro_ch@mail.ru).

ния и т.п.), и, во-вторых, как интернет-реализация этой социальной структуры (например, Facebook).

Связи между узлами-пользователями можно определять по-разному, т.е. фактически можно говорить о разных социальных сетях с одним и тем же множеством узлов. В частности, связи бывают сильными (например, регулярная еженедельная переписка) и слабыми (например, обмен сообщениями раз в год) [5, 6]. В данной статье рассматриваются связи дружбы пользователей и связи комментирования – то и другое в слабом и сильном вариантах.

На основе анализа эмпирических данных ищется ответ на следующий вопрос: обусловлены ли связи комментирования связями дружбы либо формальные связи дружбы существуют сами по себе, а общение пользователей происходит по другим каналам? Ответ на этот вопрос представляется важным для решения самых разных задач, например, для прогноза существования связей между пользователями социальных сетей или для изучения распространения информации по связям социальной сети. В частности, положительный ответ означает, что для имитационного моделирования распространения информации (а также для моделирования управляющих воздействий) в социальных сетях использование только данных о связях дружбы является недостаточным.

Структура статьи следующая. В первом разделе исследуется сеть дружбы: рассматриваются ее общие характеристики, дается определение сильным связям дружбы и анализируется сила связей дружбы пользователей Facebook, затем исследуется связность друзей пользователя и дается ответ на вопрос о том, как связаны между собой чем-то похожие пользователи. Во втором разделе рассматриваются вопросы обусловленности связей дружбы связями комментирования и наоборот.

Открытые данные были предоставлены для исследований компанией Лаборатория цифрового общества (www.digsolab.com); исследования проводились для русскоязычного сегмента сети Facebook (связи комментирования рассматривались за период с 1 июня 2012 года по 1 июня 2013 года, связи дружбы рассматривались на сентябрь

2013 года). Расчеты на данных были произведены при помощи пакета GNU Octave (<http://www.gnu.org/software/octave/>).

2. Сеть дружбы

2.1. БАЗОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕТИ ДРУЖБЫ

Приведем базовые характеристики сети дружбы. Количество пользователей русскоязычного сегмента Facebook составляет 3,3 млн. (3 279 156), количество связей дружбы между ними – 77,6 млн. (77 639 757), среднее число друзей у пользователя – 47.

Распределение пользователей по количеству друзей приведено на рис. 1.

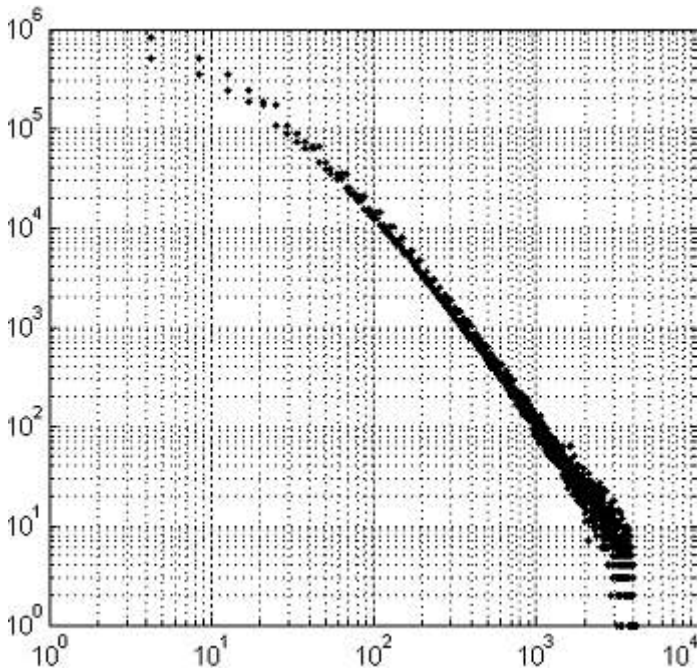


Рис. 1. Распределение пользователей по числу друзей (по оси X указано число друзей, по оси Y – число пользователей)

Распределение количества друзей похоже на степенное ($\alpha = 2,24$): двадцать процентов пользователей имеют не более трех друзей, восемьдесят процентов – не более 45 друзей. Таким образом, рассматриваемый сегмент сети Facebook является безмасштабной сетью¹.

В распределении компонент связности сети дружбы преобладает одна наибольшая компонента (около 3,1 миллионов, или 94% пользователей); одиночные компоненты наиболее распространены (около 197 тыс. пользователей), остальные компоненты по размеру не превосходят двух десятков пользователей и встречаются значительно реже.

2.2. СЛАБЫЕ И СИЛЬНЫЕ СВЯЗИ ДРУЖБЫ

Дадим определение сильной связи дружбы. Связь дружбы между пользователями назовем *сильной* (неслучайной), если для них найдется общий друг. Тогда *силу связей дружбы* пользователя u будем определять как долю друзей, имеющих как минимум одного совместного друга с u ($|\cdot|$ обозначает мощность множества):

$$w^{sf}(u) = \frac{\sum_{v \in \text{Друзья}(u)} I^{sf}(u, v)}{|\text{Друзья}(u)|},$$

где $I^{sf}(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{если между } u \text{ и } v \text{ сильная связь дружбы} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$

В целом можно отметить (см. рис. 2), что чем больше друзей у пользователя, тем более сильными (менее случайными) являются его связи дружбы (они подтверждаются совместными друзьями).

¹ Сеть, в которой степени вершин распределены по степенному закону [3]. Примером безмасштабной сети является сеть Web, считается также (и подтверждается на практике), что онлайн-социальные сети являются безмасштабными.

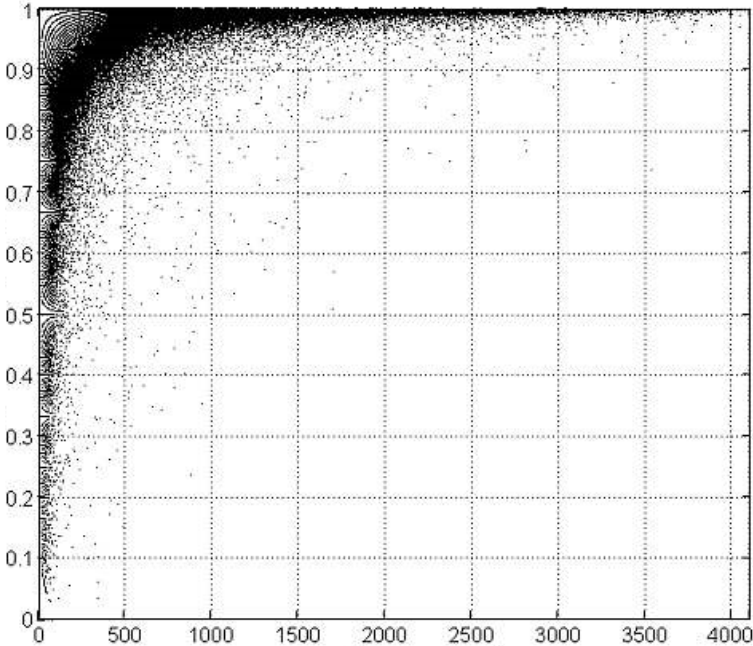


Рис. 2. Диаграмма рассеяния пользователей
(одна точка – один пользователь)

2.3. СВЯЗЬ МЕЖДУ ДРУЗЬЯМИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

Дружат ли между собой друзья пользователя? Для ответа на этот вопрос мы используем два показателя:

- связность друзей пользователя;
- количество компонент связности в множестве друзей пользователя.

Связность друзей пользователя. Связность друзей пользователя u (или коэффициент кластеризации в теории анализа сложных сетей [3]) рассчитывается следующим образом:

$$c^d(u) = \frac{2 \cdot ef}{d(d-1)},$$

Где ef – фактическое количество связей между друзьями пользователя u , а d – количество друзей пользователя u . Показатель

$c^d(u)$ принимает значение 0, если друзья никак не связаны между собой, и 1, если каждый друг связан с каждым.

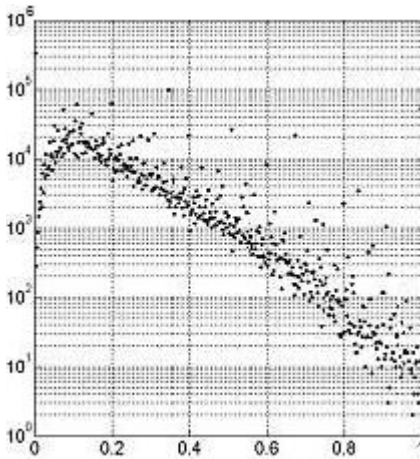


Рис. 3а. Диаграмма рассеяния пользователей (по оси X – связность друзей, по оси Y – число пользователей с данным значением связности)

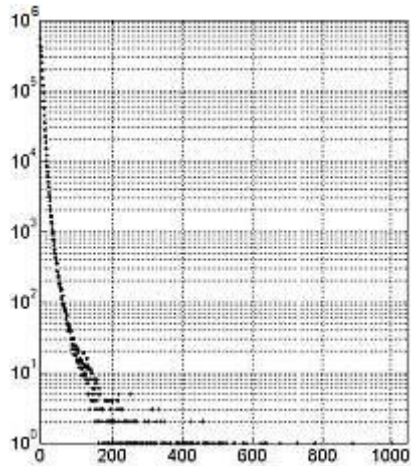


Рис. 3б. Диаграмма рассеяния пользователей (по оси X – число компонент, по оси Y – число пользователей с данным числом компонент)

На рис. 3 видно, что максимум достигается на значении 0,1, т.е. типично, что для пользователя имеется 10% связей дружбы между его друзьями от максимально возможного их числа.

В целом для сети дружбы связность друзей пользователей имеет значение 0,2.

Количество компонент связности в множестве друзей пользователя. С другой стороны, связь друзей пользователя u , $c^{wc}(u)$, можно определить, выделив компоненты связности в сети друзей пользователя (см. рис. 3б).

Из рис. 4 видно, что с ростом числа друзей в окружении пользователя доминируют одиночные компоненты и наибольшие компоненты. Одиночных компонент, впрочем, больше в процентном отношении. Но будут ли такие соотношения сохра-

няться, если мы будем учитывать размер компонент (число пользователей в компоненте)?

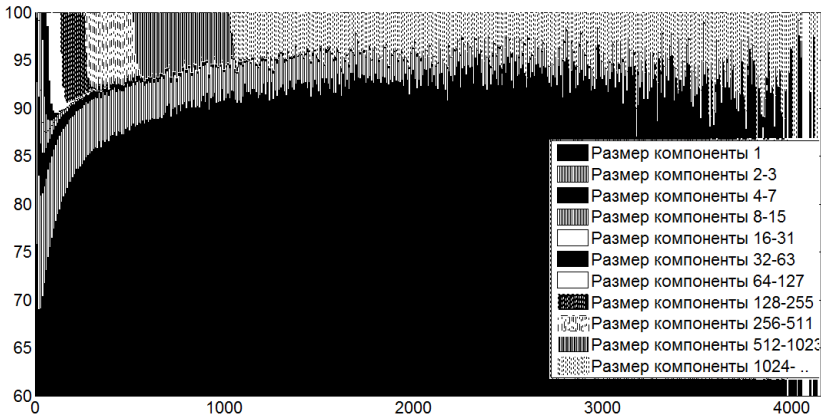


Рис. 4. Процент компонент связности определенного размера пользователей с определенным числом друзей (размер компоненты – количество пользователей в компоненте) (оси X – число друзей, по оси Y – процент компонент)

Рис. 5 показывает, что совокупный объем пользователей в наибольших компонентах значительно превосходит совокупный объем пользователей в одиночных компонентах.

Возникает вопрос, а сколько компонент того или иного типа приходится на пользователя? В сети наблюдается следующая динамика количества наибольших компонент связности: с ростом числа друзей сначала количество наибольших компонент возрастает, достигая пика (1 наибольшая компонента на пользователя в среднем), а затем снижается вплоть до нуля – ее замещает следующая по размеру наибольшая компонента.

Следовательно, мы можем говорить о том, что среди друзей пользователя существует одна наибольшая компонента связности, в которую входит большая часть его друзей (рис. 5). Процентные соотношения между компонентами разного размера можно увидеть на рис. 4.

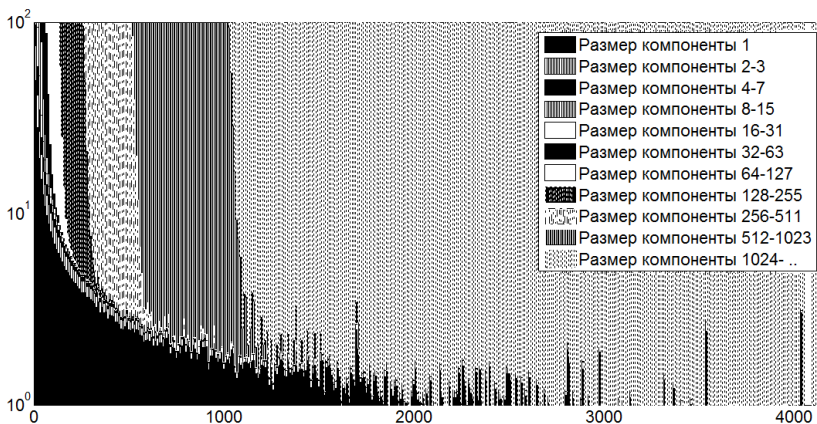


Рис. 5. Процент пользователей в компонентах связности определенной размерности с определенным числом друзей (оси X – число друзей, по оси Y – процент пользователей в компонентах)

2.4. ДРУЖБА ПОХОЖИХ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ

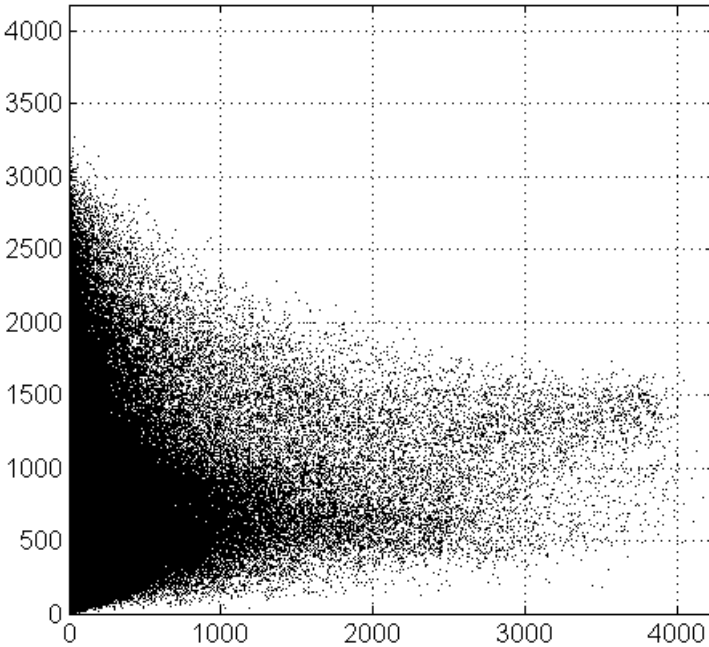
Понятие *гомофилии* (homophily) было введено в социологию Полем Лазарфельдом и Робертом Мертоном [8]. Оно означает, что если два индивида похожи (у них близкие характеристики, например, возраст, пол, профессия или ценности), то они с большей вероятностью устанавливают связь (например, связь дружбы), чем в случае различия характеристик. Верно и обратное: если между двумя индивидами имеется связь, то они скорее всего обладают похожими характеристиками.

Общая постановка вопроса о гомофилии такова: «Какие характеристики определяют гомофилию в той или иной ситуации»? В случае социальных сетей: «Какие характеристики пользователей будут объяснять существование связей между ними (пользователями)»?

Для ответа на вопрос «Дружат ли между собой похожие пользователи?» будем рассматривать в качестве характеристики похожести пользователей количество у них друзей.

Сравним количество друзей заданного пользователя сети со средним количеством друзей у его друзей. Результаты этого сравнения изображены на графике (см. рис. 6), по оси X которо-

го – число друзей, по оси Y – среднее число друзей у друзей. Каждый пользователь обозначается отдельной точкой.



*Рис. 6. По оси X – число друзей,
по оси Y – среднее число друзей у друзей*

Если бы пользователи с одинаковым числом друзей предпочитали дружить между собой, то точки на рис. 6 группировались бы вблизи диагонали. Видно, что это не так, хотя наблюдается зависимость: чем больше друзей у пользователя, тем больше среднее количество друзей у его друзей.

На рис. 6 не видно количество пользователей, приходящихся на одну «точку» графика. Поэтому дополнительно построим гистограмму распределения пользователей по разнице между числом друзей и средним числом друзей у друзей (рис. 7).

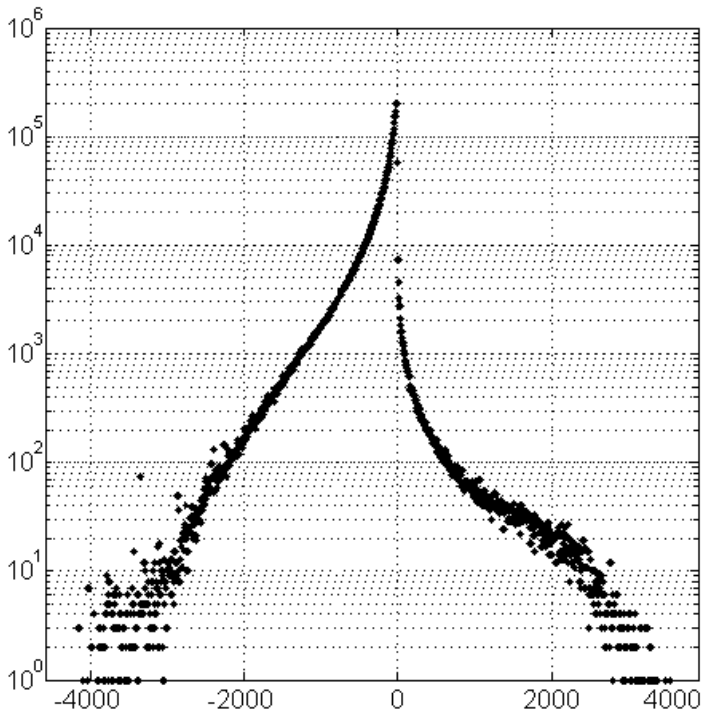


Рис. 7. Гистограмма распределения пользователей по разнице между числом друзей и средним числом друзей у друзей (по оси X – разность числа друзей и среднего числа друзей у друзей, по оси Y – число пользователей)

Видно, что существенна доля пользователей, у которых число друзей одного порядка со средним числом друзей друзей.

Для более строгой оценки того, что пользователи дружат с похожими на них пользователями (в смысле количества друзей), можно использовать показатель ассортативности (assortativity coefficient) [10], который принимает значения из отрезка $[-1, 1]$ (1 – дружат с похожими, 0 – нет никакой связи, -1 – дружат с непохожими):

$$r = \frac{1}{\sigma_q^2} \sum_{jk} jk (e_{jk} - q_j q_k),$$

где e_{jk} – вероятность того, что случайно выбранное в графе ребро будет инцидентно вершинам со степенями $j + 1$ и $k + 1$, q_j (q_k) – вероятность того, что для случайно выбранного ребра степень инцидентной ему вершины равна $j + 1$ ($k + 1$), $\sigma_q^2 = \sum_k k^2 q_k - (\sum_k k q_k)^2$.

Для сети дружбы русскоязычного сегмента Facebook показатель ассортативности $r = 0,267$, т.е. гомофилия наблюдается, но в относительно небольшой степени. Для сравнения [10]: коэффициент ассортативности для сети сотрудничества между учеными-физиками составляет 0,363, для сети директоров компаний – 0,276, для интернета составляет - 0,189. Более подробно о значении коэффициента ассортативности в различных сетевых структурах см. [10].

3. Взаимосвязь связей дружбы и связей комментирования

В данном разделе мы рассмотрим взаимосвязь дружбы и комментирования в Facebook. При этом связь комментирования будем считать *сильной*, если она подтверждается 9 месяцев в году (т.е. хотя бы один комментарий в каждом из как минимум девяти месяцев).

Введем следующие обозначения событий: F – два случайно выбранных пользователя являются друзьями; C – между двумя случайно выбранными пользователями существует связь комментирования; SF – два случайно выбранных пользователя являются «сильными» друзьями; SC – между двумя случайно выбранными пользователями существует «сильная» связь комментирования.

Для определения того, в какой мере связи комментирования обусловлены связями дружбы, рассчитаем следующие вероятности:

- $$P(C) = \frac{|E_c|}{|V| * (|V| - 1) / 2} = \frac{7113600}{3279156 * (3279156 - 1) / 2} = 1,3 * 10^{-6}$$
 и

$$P(SC) = \frac{|E_{sc}|}{|V| * (|V| - 1) / 2} = \frac{35713}{3279156 * (3279156 - 1) / 2} = 6,6 * 10^{-9}$$

– вероятности того, что между двумя случайно выбранными пользователями существует связь комментирования;

$$\bullet P(C | F) = \frac{P(C, F)}{P(F)} = \frac{|E_f \cap E_c|}{|E_f|} = \frac{3194403}{77639757} = 0,041 \text{ и}$$

$$P(SC | F) = \frac{P(SC, F)}{P(F)} = \frac{|E_f \cap E_{sc}|}{|E_f|} = \frac{24386}{77639757} = 0,0003$$

– вероятности того, что два пользователя связаны отношением комментирования, если между ними существует связь дружбы;

$$\bullet P(C | SF) = \frac{P(C, SF)}{P(SF)} = \frac{|E_{sf} \cap E_c|}{|E_{sf}|} = \frac{2982964}{18041237} = 0,165 \text{ и}$$

$$P(SC | SF) = \frac{P(SC, SF)}{P(SF)} = \frac{|E_{sf} \cap E_{sc}|}{|E_{sf}|} = \frac{23797}{18041237} = 0,0013$$

– вероятности того, что два пользователя связаны отношением комментирования, если между ними существует неслучайная (сильная) связь дружбы.

Вероятности возрастают, следовательно, связи дружбы значимы для комментирования (в том числе сильного комментирования). Сильная связь дружбы повышает вероятность комментирования (в том числе сильного комментирования) более чем в 4 раза по сравнению с «обычной» связью дружбы (что, в частности, свидетельствует о важности рассмотрения сильных связей дружбы).

Для определения того, в какой мере связи дружбы обусловлены связями комментирования, рассчитаем следующие вероятности:

$$\bullet P(F) = \frac{|E_f|}{|V| * (|V| - 1) / 2} = \frac{77639757}{3279156 * (3279156 - 1) / 2} = 1,4 * 10^{-5} \text{ и}$$

$$P(SF) = \frac{|E_{sf}|}{|V| * (|V| - 1) / 2} = \frac{18041237}{3279156 * (3279156 - 1) / 2} = 3,4 * 10^{-6}$$

– вероятности того, что между двумя случайно выбранными пользователями существует связь дружбы;

$$\bullet P(F | C) = \frac{P(C, F)}{P(C)} = \frac{|E_f \cap E_c|}{|E_c|} = \frac{3194403}{7113600} = 0,45 \text{ и}$$

$$P(SF | C) = \frac{P(SF, C)}{P(C)} = \frac{|E_{sf} \cap E_c|}{|E_c|} = \frac{2982964}{7113600} = 0,42$$

– вероятности того, что два пользователя связаны отношением дружбы, если между ними существует связь комментирования;

$$\bullet P(F | SC) = \frac{P(F, SC)}{P(SC)} = \frac{|E_f \cap E_{sc}|}{|E_{sc}|} = \frac{24386}{35713} = 0,68 \text{ и}$$

$$P(SF | SC) = \frac{P(SC, SF)}{P(SC)} = \frac{|E_{sf} \cap E_{sc}|}{|E_{sc}|} = \frac{23797}{35713} = 0,67$$

– вероятности того, что два пользователя связаны отношением дружбы, если между ними существует сильная связь комментирования.

Вероятности возрастают, следовательно, наличие связей комментирования свидетельствует о дружбе (повышает ее вероятность). Сильная связь комментирования повышает вероятность дружбы (в том числе сильной дружбы) более чем в 1,5 раза по сравнению с «обычной» связью комментирования.

В целом можно сделать следующие выводы:

- связь комментирования встречается гораздо реже, чем связь дружбы;
- если один пользователь комментирует другого, то в почти в половине случаев они являются друзьями;
- если один пользователь комментирует другого, то в двух из трех случаев они являются друзьями;
- если пользователи дружат, то лишь в одном случае из 25 между ними есть связь комментирования;

- если пользователи дружат и есть общий друг, то в одном случае из шести между ними есть связь комментирования.

Таким образом, на поставленный во введении вопрос можно дать следующий ответ: менее чем в половине случаев комментирование означает наличие связи дружбы. Поэтому для изучения распространения информации в сети через комментирование учет связей дружбы является недостаточным.

4. Заключение

В данной статье рассмотрена сеть связей дружбы пользователей социальной сети Facebook. Определены общие характеристики сети, дано определение сильным связям дружбы и проанализирована сила связей дружбы пользователей Facebook, исследована связность друзей пользователя (например, оказывается, что в целом большая часть друзей пользователя находится в одной компоненте, а остальные друзья пользователя изолированы от других друзей), выявлена зависимость между количеством друзей у пользователя и у его друзей, рассмотрена взаимосвязь связей дружбы и комментирования. Планируется в дальнейшем использовать полученные результаты для моделирования поведения пользователей социальной сети.

Литература

1. ЕВИН И.А., ХАБИБУЛЛИН Т.Ф. *Социальные сети* // Компьютерные исследования и моделирование. – 2012. – Т. 4, №2. – С. 423–430.
2. МИТИН Н.А., ПОДЛАЗОВ А.Б., ЩЕТИНИНА Д.П. *Исследование сетевых свойств Живого Журнала* // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2012. – №76. – 16 с.
3. ALBERT R., BARABÁSI A.-L. *Statistical mechanics of complex networks* // *Reviews of Modern Physics*. – 2002. – №74. – P. 47–97.
4. BARNES J. *Class and Committees in a Norwegian Island Parish* // *Human Relations* – 1954. – Vol. 7. – P. 39–58.
5. GRANOVETTER M.S. *The Strength of Weak Ties* // *American Journal of Sociology*. – 1973. – №78. – P. 1360–1380.

6. GRANOVETTER M.S. *The Strength of Weak Ties: A Network Theory Revisited* // Sociological Theory. – 1983. – Vol.1. – P. 201–233.
7. KADUSHIN C. *Understanding social networks: Theories, concepts, and findings*. – Oxford University Press, 2012. – 252 p.
8. LAZARSFELD P.F., MERTON R.K. *Friendship as a Social Process: A Substantive and Methodological Analysis* // In: Freedom and Control in Modern Society, Morroe Berger, Theodore Abel, and Charles H. Page, eds. – New York: Van Nostrand, 1954. – P. 18–66.
9. MORENO J.L., JENNINGS H.H. *Statistics of Social Configurations* // Sociometry – 1938. – Vol. 1 – P. 342–374.
10. NEWMAN M.E.J. *Mixing patterns in networks* // Physical Review. – 2003. – Vol. 67, Issue 2. – P. 026126.
11. NEWMAN M.E.J. *Networks: An Introduction*. – Oxford University Press, 2010. – 720 p.
12. WASSERMAN S. *Social Network Analysis: Methods and Applications*. – Cambridge University Press, 1994. – 825 p.

FRIENDSHIP AND COMMENTING RELATIONS OF FACEBOOK USERS

Dmitry Gubanov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Candidate of Science, senior researcher (dmitry.a.g@gmail.com).

Alexander Chkhartishvili, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, leading researcher (sandro_ch@mail.ru).

Abstract: Friendship relations among Facebook users are analyzed and their interrelation with commenting relations is studied. We characterize general features of a friendship network, give a definition of strong friendship relations, analyze strength of friendship relations of Facebook users, investigate connectivity of friends of a user, reveal interrelation between the friends' count of a user, and the friends' count of his/her friends, and consider interrelation of friendship relation with commenting relations.

Keywords: social network, friendship and commenting links, strong and weak ties.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым*

Поступила в редакцию 21.07.2014.

Опубликована 30.11.2014.

УДК 519.833.2
ББК 22.176

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТОЛПОЙ

Бреер В. В.¹, Новиков Д. А.², Рогаткин А. Д.³
(ФГБУН Институт проблем управления РАН, Москва)

Рассматривается модель порогового поведения агентов, которые, принимая бинарные решения (действовать или бездействовать), учитывают выбор других членов группы. Ставится и решается задача управления – случайного выбора начальных состояний части агентов в целях изменения числа тех из них, кто в равновесии выбирает решение «действовать».

Ключевые слова: коллективное поведение, модель порогового принятия решений, управление толпой.

1. Введение

Рассмотрим модель некоторой *социальной системы* (примерами являются *социальная сеть* [7] или *толпа* [19]), включающей нескольких взаимодействующих *агентов*. Каждый агент может находиться в одном из двух *состояний* (принимать одно из двух решений): «1» (*действовать*, быть в возбужденном состоянии, например, принимать участие в беспорядках) или «0» (*бездействовать*, быть в нормальном, невозбужденном состоянии). При принятии своего решения каждый агент ведет себя *конформно* – принимает во внимание

¹ Владимир Валентинович Бреер, к.т.н. (breer@live.ru).

² Дмитрий Александрович Новиков, чл.-корр. РАН, зам. директора, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (novikov@ipu.ru).

³ Андрей Дмитриевич Рогаткин, мл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва (andreyrogatkin@gmail.com).

так называемое *социальное давление* [8, 9, 14], т.е. поведение (наблюдаемое или прогнозируемое) своего окружения: если определенное число (или доля) его «соседей» действует, то и он действует. Минимальное число/доля действующих соседей, при которой «возбуждается» данный агент, называется его *порогом*.

В многочисленных моделях *порогового коллективного поведения* (см. обзор [3]), являющихся развитием базовой модели [21], «равновесное» (в рамках динамики коллективного поведения) состояние толпы определяется функцией распределения порогов агентов. С точки зрения теоретико-игровых моделей порогового поведения [18], распределение порогов также является ключевой характеристикой, определяя множество равновесий Нэша игры агентов.

Другими примерами конформного поведения, не являющегося пороговым, являются модели марковского типа с вероятностью перехода из одного состояния в другое (см. например [22]). В отличие от рассматриваемой модели в них присутствуют смешанные стратегии поведения агентов.

Изучаемая в данной работе модель близка к агент-ориентированным моделям, таким как модель ограниченного окружения Шеллинга (*bounded-neighborhood model*) [26], но в изучаемой модели не участвует пространственная компонента, как например в другой модели Шеллинга – модели пространственного соседства (*spatial proximity model*) [26]. Пространственная компонента приводит к сильному усложнению аналитического решения, например модель пространственного соседства решена только методом имитационного моделирования.

Имея зависимость равновесного состояния системы (социальной сети, толпы и т.п.) от функции распределения порогов, можно исследовать задачи управления последними, например, поиска управления, приводящего систему в требуемое равновесие.

В [19] поставлена и решена задача *управления пороговыми агентами*, приводящего (с минимальными затратами на управление) к реализации заданного равновесия (т.е. к возбуждению заданного числа или доли агентов). При этом считалось, что изменениям подвержены пороги вполне

конкретных агентов, более того, один из этапов решения задачи управления как раз и состоял в выборе множества тех агентов, пороги которых необходимо изменять. Альтернативой является управление, заключающееся в целенаправленном начальном возбуждении некоторого множества агентов, после чего агенты, взаимодействуя, приходят в соответствующее равновесие – так называемая *задача управления возбуждением сети*, см. [12]. И в том, и в другом случае управление *персонафицировано* [25], т.е. управленческими воздействиям подвергаются состояния или/и характеристики (например, пороги) вполне конкретных агентов.

В отличие от перечисленных работ, ниже рассматриваются *стохастические модели* управления пороговым поведением, в рамках которых множество агентов, пороги которых изменяются, или значения этих порогов, выбираются случайным образом (см. также [4]). Одним из средств такого управления на практике может быть воздействие СМИ [7] или любые другие *унифицированные* (информационные, мотивационные и/или институциональные [25]) воздействия на агентов (см. обзоры в [1, 5, 13, 15]).

Например, возможны следующие интерпретации потенциальных управленческих воздействий: обнуляются (что соответствует «*возбуждению*») либо делаются максимальными (что соответствует «*иммунизации*» – полной невосприимчивости к социальному давлению) пороги заданной доли агентов, выбираемых случайным образом. Или можно считать, что каждый агент может быть с заданной вероятностью возбужден или/и иммунизирован. И т.д. Подобные трансформации порогов агентов приводят к соответствующему изменению равновесного состояния управляемой социальной системы (сети, толпы) – см. подробности ниже.

Еще одним способом управления пороговым поведением (а не порогами агентов) является *управление составом* (см. классификацию видов управления в [25]), т.е. внедрение в социальную систему дополнительных агентов с нулевыми (таких агентов будем называть *провокаторами*) и максимальными (таких агентов будем называть *иммунизаторами*) порогами. При этом равновесие социальной

системы будет зависеть от числа внедренных агентов соответствующего типа.

Если имеются два управляющих органа (*центра*), осуществляющих противоположные информационные воздействия на агентов, то такую ситуацию *распределенного контроля* [25] можно интерпретировать как *информационное противоборство* [6, 7] между центрами. Имея результаты анализа задач управления каждым из центров поодиночке, можно ставить задачи описания их взаимодействия в терминах теории игр.

Структура последующего изложения такова: во втором разделе описывается базовая модель порогового поведения агентов, в третьем и четвертом разделах – модели управления соответственно возбуждением и иммунизацией толпы, в пятом – модели информационного противоборства.

2. Базовая модель

Рассмотрим теоретико-игровую модель толпы – множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ агентов. Агент $i \in N$ характеризуется, во-первых, своим *влиянием* $t_{ji} \geq 0$ на агента j – тем «весом», с которым к его мнению прислушивается (или его действия учитывает) последний. Будем считать, что для каждого агента j выполнены следующие условия нормировки: $\sum_{i \neq j} t_{ji} = 1$, $t_{ii} = 0$. Во-вторых, агент характеризуется своим *решением* $x_i \in \{0; 1\}$. В-третьих – своим *порогом* $\theta_i \in [0; 1]$, определяющим, будет ли агент действовать при той или иной *обстановке* (векторе x_{-i} решений всех остальных агентов). Формально действие x_i i -го агента определим как наилучший ответ (BR – best response) на сложившуюся обстановку:

$$(1) \quad x_i = BR_i(x_{-i}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{j \neq i} t_{ij} x_j \geq \theta_i, \\ 0, & \text{если } \sum_{j \neq i} t_{ij} x_j < \theta_i. \end{cases}$$

Поведение, описываемое выражением (1), называется *пороговым* [3]. *Равновесием Нэша* будет вектор x_N действий агентов, такой что $x_N = BR(x_N)$, где $BR(x) = (BR_1(x_{-1}), \dots, BR_n(x_{-n}))$

Рассмотрим приведенную в [19] модель динамики коллективного поведения: в начальный (нулевой) момент времени все агенты бездействуют, далее в каждый из последующих моментов времени агенты одновременно и независимо действуют в соответствии с процедурой (1). Обозначим, $Q_0 = \emptyset$,

$$(2) \quad Q_1 = \{i \in N \mid \theta_i = 0\},$$

$$Q_k = Q_{k-1} \cup \{i \in N \mid \sum_{j \in Q_{k-1}, j \neq i} t_{ij} \geq \theta_i\}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Очевидно, что $Q_0 \subseteq Q_1 \subseteq \dots \subseteq Q_n \subseteq N$. Обозначим через $T = \{t_{ij}\}$ матрицу влияний агентов, через $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ – вектор их порогов. Вычислим следующий показатель:

$$q(T, \theta) = \min \{k = \overline{0, n-1} \mid Q_{k+1} = Q_k\}.$$

Равновесие коллективного поведения (РКП) определим следующим образом:

$$(3) \quad x_i^*(T, \theta) = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in Q_{q(T, \theta)}, \\ 0, & \text{если } i \in N \setminus Q_{q(T, \theta)}; \end{cases} \quad i \in N.$$

Величина

$$x^* = \frac{\#Q_{q(T, \theta)}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i \in N} x_i^*(T, \theta)$$

(где $\#$ обозначает мощность множества) характеризует долю действующих в РКП агентов.

В [19] доказано, что для любых матриц влияния T и векторов порогов агентов θ РКП (3) существует, единственно и является одним из равновесий Нэша для игры с наилучшим ответом (1).

В дальнейшем будем рассматривать *анонимный случай* (когда граф связей между агентами является полным: $t_{ij} = 1/(n-1)$). Обозначим через $F(\cdot): [0; 1] \rightarrow [0; 1]$ функцию распределения порогов агентов ($F(\cdot)$ – неубывающая функция, определенная на единичном отрезке, в каждой точке непрерывная слева и имеющая предел справа), через $\{x_t\}_{t \geq 0}$ – последовательность долей действующих агентов (в дискретном времени, где t обозначает номер момента времени (шага)).

Неанонимный случай не позволяет выразить решение РКП через функцию распределения порогов и требует других подходов.

В [12] решалась задача определения множества/доли x_0 первоначально возбуждаемых агентов, приводящей к требуемому равновесию. В рассматриваемых в настоящей работе моделях агенты возбуждаются «самостоятельно» (17). Предположим, что известна доля x_k агентов, действующих на k -м шаге ($k = 0, 1, \dots$). Для последующих шагов справедливо следующее рекуррентное соотношение, описывающее динамику поведения множества агентов [18, 21]:

$$(4) \quad x_{l+1} = F(x_l), \quad l = k, k + 1, \dots$$

Положения равновесия системы (4) определяются начальной точкой x_0 (ниже считается, что $x_0 = 0$) и точками пересечения графика функции $F(\cdot)$ с биссектрисой первого квадранта (в силу свойств функции распределения одним из равновесий всегда является единица):

$$(5) \quad F(x) = x.$$

Устойчивыми могут быть точки равновесия, в которых график функции $F(\cdot)$ пересекает биссектрису, приближаясь к ней «слева сверху». Обозначим через x^* РКП, соответствующее функции распределения порогов $F(\cdot)$. Обозначим также $y = \inf \{x : x \in (0, 1], F(x) = x\}$ наименьший отличный от нуля корень уравнения $F(x) = x$. В соответствии с (17) и (4) равновесием коллективного поведения (и равновесием Нэша игры агентов) будет точка

$$(6) \quad x^* = \begin{cases} y, & \text{если } \forall z \in [0, y] F(z) \geq z, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

В силу свойств функции распределения, для того чтобы реализовалось отличное от нуля РКП, достаточно, чтобы было выполнено $F(0) > 0$.

Итак, в соответствии с выражениями (5) и (6) РКП толпы определяется функцией распределения порогов агентов. Следовательно, управление, заключающееся в изменении последней, будет приводить к соответствующему изменению РКП. Рассмотрим некоторые возможные постановки задач управления.

3. Управление «возбуждением» толпы

Предположим, что пороги агентов являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с теоретической функцией распределения $F(\cdot)$. Пусть в результате управленческого воздействия порог каждого агента независимо от других агентов может стать равным нулю с одинаковой для всех агентов вероятностью $\alpha \in [0; 1]$. Данную модель будем называть **моделью I**. Так как в соответствии с (1) агенты, имеющие нулевые пороги, выбирают единичные действия независимо от действий других агентов, то параметр α может интерпретироваться как доля первоначально *возбуждаемых* агентов.

Утверждение 1. В результате «возбуждения» пороги агентов будут описываться функцией распределения

$$(7) \quad F_{\alpha}(x) = \alpha + (1 - \alpha) F(x).$$

Доказательства утверждений вынесены в Приложение.

Подставляя новую функцию распределения (7) в уравнение (5) можно найти α , которое приводит к реализации заданного РКП y :

$$(8) \quad \alpha(y) = \frac{y - F(y)}{1 - F(y)}.$$

Из выражения (6) следует, что если для некоторого $y \in (0; 1]$ $\alpha(y) < 0$, то данное РКП не может быть реализовано рассматриваемым видом управленческого воздействия.

Обозначим через $x^*(\alpha)$ РКП (6), соответствующее функции распределения (8),

$$W_{\alpha} = \bigcup_{\alpha \in [0; 1]} x^*(\alpha)$$

- *множество достижимости*, т.е. множество таких долей агентов, возбуждение которых может быть реализовано как РКП при некотором управлении.

Простой аналитический вид функции распределения (8) позволяет легко получать ответы на многие содержательные вопросы.

Утверждение 2. Если $F(\cdot)$ – строго выпуклая функция и $F(0) = 0$, то $W_{\alpha} = [0; 1]$, т.е. выбором значения параметра α

любая доля возбужденных агентов может быть реализована как РКП.

Если задан выигрыш центра $H(x)$ от возбуждения доли агентов x и его затраты $c_\alpha(\alpha)$ на осуществление управленческого воздействия, то задача управления возбуждением толпы может быть сформулирована как

$$(9) \quad H(x^*(\alpha)) - c_\alpha(\alpha) \rightarrow \max_{\alpha \in [0;1]}$$

Пример 1. Рассмотрим в качестве примеров следующие функции распределения:

(I) $F^I(x) = x,$

(II) $F^{II}(x) = x^2,$

(III) $F^{III}(x) = \sqrt{x}.$

Для функций распределения (I)–(III) получаем из (8):

– $\alpha^I(y) = 0$, т.е. в этом случае единственным РКП является единичное ($W^I = \{1\}$);

– $\alpha^{II}(y) = \frac{y}{1+y}, x^{II*}(\alpha) = \frac{1-|1-2\alpha|}{2(1-\alpha)}, W_\alpha^{II} = [0; 1];$

– $\alpha^{III}(y) = -\sqrt{y} \leq 0$, т.е. в этом случае единственным РКП является единичное ($W_\alpha^{III} = \{1\}$).⁴

Возможно «динамическое» обобщение рассматриваемой модели, когда в каждый период t дискретного времени каждый агент может независимо возбудиться с вероятностью α (в том числе может оказаться, что один и тот же агент возбудился «несколько раз»). В этом случае получим функцию распределения

(10) $F_\alpha(t, x) = 1 - (1 - \alpha)^t + (1 - \alpha)^t F(x), t = 0, 1, 2, \dots$

Другой вариант «динамического» обобщения – когда вероятности возбуждения в каждом периоде времени в общем случае различны – может быть сведен к случаю единственного периода времени. Действительно, легко проверить, что функция распределения, соответствующая двум периодам времени с

⁴ Символ «•» здесь и далее обозначает окончание примера, доказательства и т.д.

вероятностями независимого возбуждения α_1 и α_2 соответственно, имеет вид (8), где

$$(11) \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2.$$

Рассмотрим другой способ управления положением равновесия (**модель II**) - когда к множеству N (напомним, что $\#N = n$) добавляются k внешних *провокаторов* (множество K). Они имеют пороги $\theta_i = 0 \quad \forall i \in K$ и всегда действуют. Тогда вероятность того, что произвольно выбранный агент из нового множества агентов $N \cup K$ имеет порог, не превышающий x , складывается из вероятностей двух независимых событий:

1) вероятности того, что выбранный агент является внешним провокатором, а именно

$$\frac{k}{k+n};$$

2) вероятности того, что выбранный агент не является внешним провокатором и его порог не превышает x :

$$\left(1 - \frac{k}{k+n}\right) F(x).$$

Таким образом, мы получили новое множество агентов, пороги которых являются независимыми и одинаково распределенными величинами со следующей функцией распределения:

$$(12) F_k(x) = \frac{k}{k+n} + \left(1 - \frac{k}{k+n}\right) F(x).$$

В модели I вероятность α , кроме как вероятность возбуждения произвольного агента, может быть проинтерпретирована как вероятность встретить такого агента с нулевым порогом. Поэтому разумно ввести то же обозначение и для вероятности встретить внешнего провокатора во второй модели:

$$\alpha = \frac{k}{k+n}.$$

Как видно из сравнения функций распределения (7) и (12), в случае, когда речь идет только о «возбуждении» части агентов, модели I и II являются эквивалентными.

Перейдем теперь к «обратному» управлению, а именно к снижению возбуждения, т.е. к так называемой «иммунизации» толпы.

4. Управление «иммунизацией» толпы

Пусть в результате управленческого воздействия порог каждого агента независимо от других агентов может стать равным единице с одинаковой для всех агентов вероятностью $\beta \in [0; 1]$. Так как, в соответствии с (1), агенты, имеющие единичные пороги, действовать не будут, то параметр β может интерпретироваться как доля первоначально «иммунизируемых» агентов. По аналогии с тем, как это доказано в Приложении для функции распределения (8), можно показать, что в результате «иммунизации» пороги агентов будут описываться функцией распределения

$$(13) F_{\beta}(x) = \begin{cases} (1 - \beta) F(x), & x \in [0; 1), \\ 1, & x = 1. \end{cases}$$

Обозначим через $x^*(\beta)$ РКП (6), соответствующее функции распределения (13), через

$$W_{\beta} = \bigcup_{\beta \in [0; 1]} x^*(\beta)$$

- множество достижимости.

Подставляя новую функцию распределения (13) в уравнение (5), можно найти β , которое приводит к реализации заданного РКП y :

$$(14) \beta(y) = 1 - \frac{y}{F(y)}.$$

Из выражения (13) следует, что если для некоторого $y \in (0; 1]$ $\beta(y) < 0$, то данное РКП не может быть реализовано рассматриваемым видом управленческого воздействия.

Утверждение 2а. Если $F(\cdot)$ – строго вогнутая функция и $F(0) = 0$, то $W_{\beta} = [0; 1]$, т.е. выбором значения параметра β любая доля возбужденных агентов может быть реализована как РКП.

Утверждение 2а можно доказать аналогично утверждению 2.

Пример 2. Для функций распределения (I)–(III) получаем из (14):

– $\beta^I(y) = 0$, т.е. в этом случае единственным РКП является нулевое ($W_{\beta^I} = \{0\}$);

– $\beta^{II}(y) = 1 - \frac{1}{y} \leq 0$, т.е. в этом случае единственным РКП является нулевое ($W_{\beta^{II}} = \{0\}$);

– $\beta^{III}(y) = 1 - \sqrt{y}$, $x^{III*}(\beta) = (1 - \beta)^2$, $W_{\beta^{III}} = [0; 1]$.•

Пример 3. Приведем пример решения задачи (9) с функцией распределения (III). Пусть центр заинтересован в минимизации доли возбужденных агентов: $H(x) = -x$, и несет затраты $c_{\beta}(\beta) = \lambda \beta$, где $\gamma \geq 0$. Получим задачу $-(1 - \beta)^2 - \lambda \beta \rightarrow \max_{\beta \in [0;1]}$.

Решение этой задачи $\beta^* = 1 - \frac{\lambda}{2}$ соответствует реализации

РКП $\frac{\lambda^2}{4}$.•

Рассмотрим, как и в третьем разделе, модель II - способ управления положением равновесия, когда к множеству N добавляются l иммунизаторов (множество L). Иммунизаторы не действуют никогда и имеют пороги $\theta_i = 1 \forall i \in L$. Тогда вероятность того, что произвольно выбранный агент имеет порог, не превышающий $x < 1$, равна вероятности того, что выбранный агент не является иммунизатором и его порог не превышает $x < 1$, т.е.

$$\left(1 - \frac{l}{l+n}\right)F(x).$$

Так как вероятность того, что порог произвольно выбранного агента не превышает единицы, равна единице, то мы получили новое множество $N \cup L$ агентов, пороги которых являются независимыми и одинаково распределенными величинами со следующей функцией распределения:

$$(15) F_L(x) = \begin{cases} \left(1 - \frac{l}{l+n}\right)F(x), & x < 1, \\ 1, & x = 1. \end{cases}$$

В первой модели вероятность β , кроме как вероятность иммунизации произвольного агента, может быть проинтерпретирована как вероятность встретить такого агента с единичным порогом. Поэтому разумно ввести то же обозначение и для вероятности встретить внешнего иммунизатора во второй модели:

$$\beta = \frac{l}{l+n}.$$

Как видно из сравнения функций распределения (13) и (15), в случае, когда речь идет только об иммунизации части агентов, модели I и II являются эквивалентными.

Перейдем теперь к управлению со стороны двух центров по возбуждению и иммунизации толпы одновременно.

5. Информационное противоборство в управлении толпой

Выше толпа рассматривалась как объект управления, осуществляемого одним субъектом – *центром*. В случае, когда существует несколько субъектов, заинтересованных в тех или иных состояниях сети и имеющих возможность оказывать на нее управляющие воздействия (так называемая *система с распределенным контролем* [25]), возникает взаимодействие между этими субъектами, которое в случае информационных воздействий, оказываемых ими на сеть, называется *информационным противоборством* (см. обзор [7]). Такие ситуации обычно описываются игрой в нормальной форме между центрами, причем выбираемые центрами стратегии определяют параметры игры между агентами [25]. Примерами служат модели информационного противоборства в социальных сетях [6], на когнитивных картах [24] и др. – см. обзор [11]. Как отмечается в [12], возможны и более сложные ситуации, когда управленческие воздействия «несимметричны» – например, в ситуации «нападение/защита» один центр воздействует на начальные состояния агентов, а другой (одновременно с первым или уже зная его выбор) изменяет структуру связей между ними

или/и их пороги. Такие ситуации могут быть описаны в рамках моделей иерархических игр.

Рассмотрим случай информационного противоборства, когда имеются два центра и доля $\alpha \in [0, 1]$ агентов «возбуждается» первым центром, а доля $\beta \in [0, 1]$ агентов «иммунизируется» (или каждый агент независимо с соответствующей вероятностью может быть возбужден или/и иммунизирован) вторым центром. Для определенности предположим, что если некоторый агент возбуждается и иммунизируется одновременно, то его порог не меняется (модель I). Тогда получим следующую функцию распределения порогов агентов:

$$(16) F_{\alpha,\beta}(x) = \begin{cases} \alpha(1-\beta) + (1-\alpha-\beta + 2\alpha\beta) F(x), & x \in [0;1), \\ 1, & x = 1. \end{cases}$$

Обозначим через $x^*(\alpha, \beta)$ РКП (6), соответствующее функции распределения (16). Обозначим также $y(\alpha, \beta) = \inf \{x : x \in (0,1], F_{\alpha,\beta}(x) = x\}$ наименьший отличный от нуля корень уравнения $F_{\alpha,\beta}(x) = x$. В соответствии с (17) и (4) равновесием коллективного поведения будет

$$x^*(\alpha, \beta) = \begin{cases} y(\alpha, \beta), & \text{если } \forall z \in [0, y(\alpha, \beta)] F_{\alpha,\beta}(z) \geq z, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Утверждение 3. Для любого $\beta \in [0, 1]$
(17) $x^*(\alpha, \beta)$ монотонно неубывает по α .

Утверждение 4. Для любого $\alpha \in [0, 1]$ $x^*(\alpha, \beta)$ монотонно невозрастает по β .

Доказательство утверждения 4 аналогично доказательству утверждения 3.

Обозначим через

$$W_{\alpha,\beta} = \bigcup_{(\alpha,\beta) \in [0;1]^2} x^*(\alpha, \beta)$$

- множество достижимости.

Обозначим через $V_{\alpha,\beta}$ множество достижимых равновесий, т.е. множество тех точек, которые при выборе некоторого управления (α, β) оказываются точками устойчивого равновесия системы (РКП). Из определения следует, что $W_{\alpha,\beta} \subseteq V_{\alpha,\beta}$. Точки

множества $V_{\alpha,\beta}$ являются точками, реализующими РКП при некотором выборе x_0 , в общем случае отличном от $x_0 = 0$, принятого в данной работе.

Подставляя новую функцию распределения (16) в уравнение (5), можно найти пары (α, β) , которые приводят к реализации заданного РКП.

Пример 4. В качестве примера функции распределения рассмотрим выражение (I), для которого получаем

$$(18) x^I(\alpha, \beta) = \frac{\alpha(1-\beta)}{\alpha + \beta - 2\alpha\beta}.$$

График функции распределения $F^I_{\alpha,\beta}(x)$ приведен на Рис. 1.

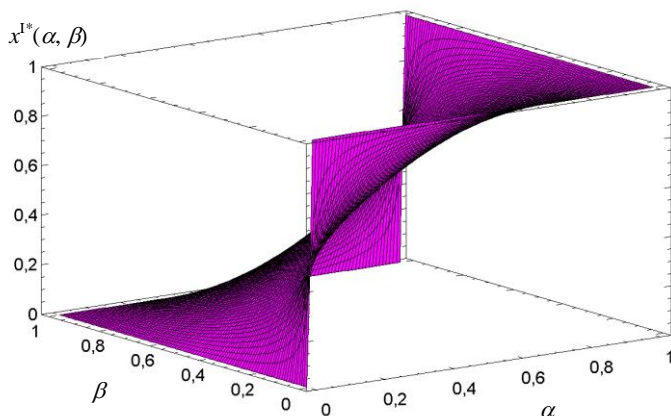


Рис. 1. $x^I(\alpha, \beta)$ для $F(x) = x$

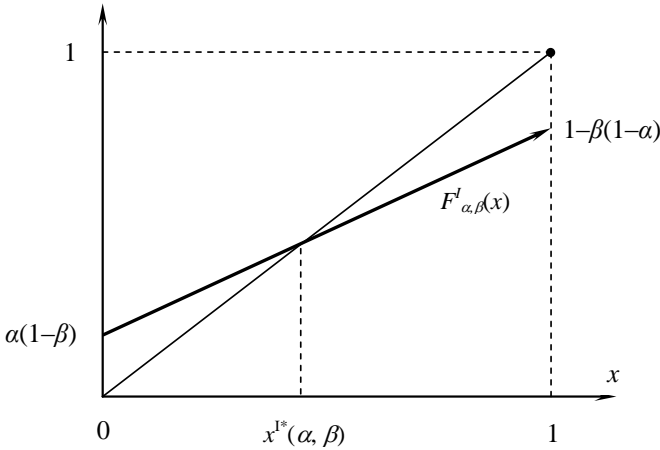


Рис. 2. График функции распределения $F^I_{\alpha, \beta}(x)$

В настоящем примере $W_{\alpha, \beta} \subseteq V_{\alpha, \beta} = [0, 1]$. •

Для нахождения множества достижимости, а также для определения класса функций, для которых имеет место $W_{\alpha, \beta} = [0, 1]$, запишем функцию распределения порогов агентов, получающуюся в результате воздействия центров, в виде

$$F_{\alpha, \beta}(x) = \begin{cases} \delta(\alpha, \beta) + k(\alpha, \beta)F(x), & x \in [0, 1), \\ 1, & x = 1, \end{cases}$$

где

$$(19) \begin{cases} \delta(\alpha, \beta) = \alpha(1 - \beta), \\ k(\alpha, \beta) = 1 - \alpha - \beta + 2\alpha\beta. \end{cases}$$

Легко убедиться, что не любые значения $\delta \in [0, 1]$, $k \in [0, 1]$ могут быть получены путём преобразования (19) некоторых $\alpha \in [0, 1]$, $\beta \in [0, 1]$. При этом ограничение $k + \delta \leq 1$ (следующее из свойств функции распределения) не единственное (см. Рис. 3).

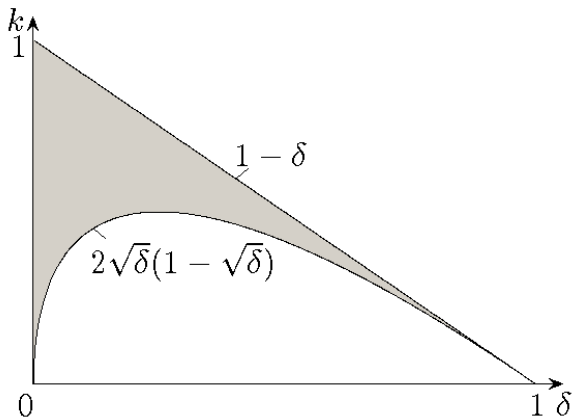


Рис. 3. Область значений преобразования $(\alpha, \beta) \rightarrow (\delta, k)$ (выделена серым цветом)

Утверждение 5. Множество значений преобразования (19) есть множество точек (δ, k) единичного квадрата $[0, 1] \times [0, 1]$, удовлетворяющих условиям

$$(20) \quad k \leq 1 - \delta, \quad k \geq 2\sqrt{\delta}(1 - \sqrt{\delta}).$$

Для нахождения множества достижимости для произвольной гладкой функции распределения $F(x)$ может быть использовано следующее утверждение (см. рис. 4).

Утверждение 6. Точка $x \in [0, 1]$ принадлежит множеству достижимого равновесия функции распределения $F(\cdot) \in C[0, 1]$ тогда и только тогда, когда выполнено либо $F(x) = 0$, либо

$$(21) \quad \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \left(x - \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{x}{F(x)} \left(\frac{1}{F(x)} - 2 \right)} - 1 \right)^2}{\left(\frac{1}{F(x)} - 2 \right)^2} \right) < 1.$$

(При $F(x) = 1/2$ значение выражения в скобках следует понимать как его конечный предел, и условие (21) имеет вид $2x(1 - x)F' < 1$).

Утверждение 7. Точка $x \in [0, 1]$ принадлежит множеству достижимости функции распределения $F(\cdot) \in C[0, 1]$ тогда и только тогда, когда она принадлежит её множеству достижимых равновесий и

$$(22) \min_{y \in [0, x]} (\delta_{\max}(x) + k_{\min}(x)F(y) - y) \geq 0,$$

где

$$\delta_{\max}(x) = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{x}{F(x)} \left(\frac{1}{F(x)} - 2 \right)} - 1 \right)^2}{\left(\frac{1}{F(x)} - 2 \right)^2},$$

$$k_{\min}(x) = \frac{1}{F(x)}(x - \delta_{\max}(x)).$$

Пример 5. В работе [1] было проведено исследование реальных онлайн-сетей Facebook, Livejournal и Twitter и показано, что $F(x)$ может быть приближено функцией из семейства

$$(23) F(x, \theta, \lambda) = \frac{\arctg(\lambda(x - \theta)) + \arctg(\lambda\theta)}{\arctg(\lambda(1 - \theta)) + \arctg(\lambda\theta)},$$

где θ - параметр, характеризующий происходящее в сети явление, приводящее к конформному поведению с бинарным действием, не зависящий от структуры сети, а λ - параметр, характеризующий исключительно граф связей социальной сети и не зависящий от происходящего в ней явления. В [1] была найдена наилучшая аппроксимация параметра λ : $\lambda_F \approx 13$. На Рис. 4 изображена зависимость РКП от действий двух центров.

Как видно из Рис. 4., множество достижимости не является отрезком $[0, 1]$, что означает, что не каждое состояние социальной сети Facebook может быть реализовано как РКП в игре двух центров.

Введём обозначения:

$$V_{\alpha, \beta}^{\lambda} = \{(x, \theta) : x \in V_{\alpha, \beta} \text{ для } F(x, \theta, \lambda)\},$$

где $F(x, \theta, \lambda)$ описывается (23)

$$W_{\alpha,\beta}^\lambda = \{(x, \theta) : x \in W_{\alpha,\beta} \text{ для } F(x, \theta, \lambda)\},$$

где $F(x, \theta, \lambda)$ описывается (23).

На Рис. 5 и Рис. 6 изображены данные множества для различных значений параметра λ , полученные численно.

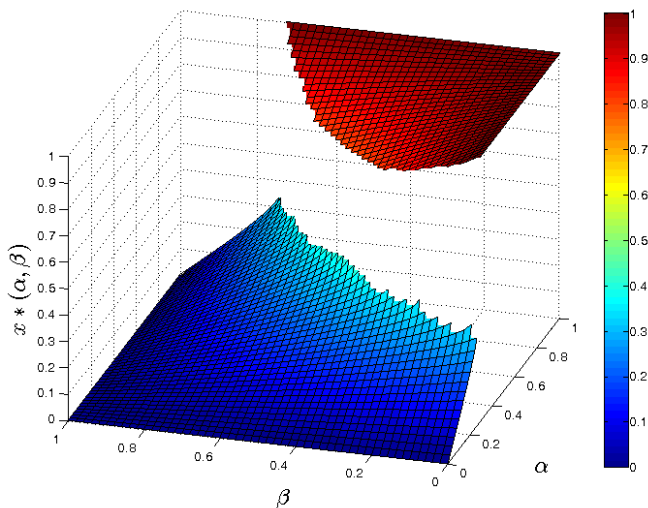


Рис. 4. Результат численного вычисления $x^*(\alpha, \beta)$ модели I для социальной сети Facebook ($\theta = 0.5$, $\lambda_F = 13$) при функции распределения (23)

Множество достижимости для социальной сети, описываемой (23), согласно определению $W_{\alpha,\beta}^\lambda$, является сечением множества $W_{\alpha,\beta}^{13}$ при фиксированном θ . Из Рис. 6 для социальной сети Facebook при $\lambda = 13$, $\theta = 0.5$ находим $W_{\alpha,\beta} \approx [0; 0.4) \cup (0.8; 1]$. Этот результат согласуется с Рис. 4.

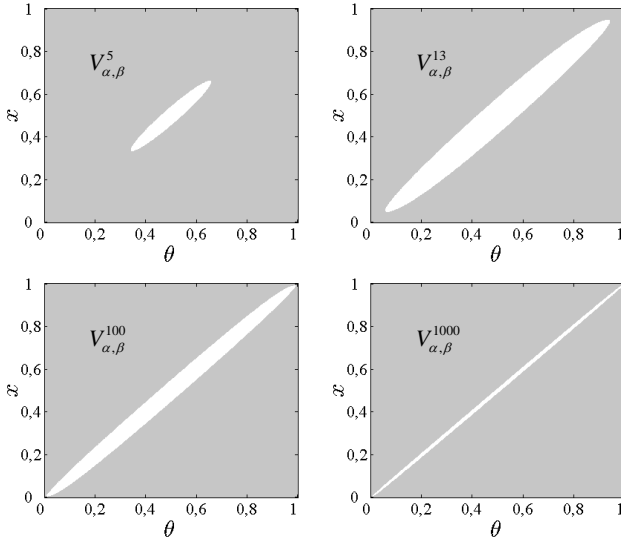


Рис. 5. $V_{\alpha,\beta}^{\lambda}$ при различных λ (серым цветом)

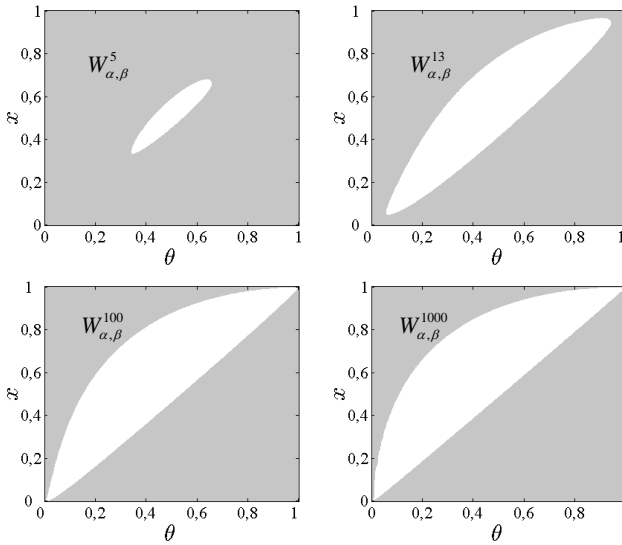


Рис. 6. $W_{\alpha,\beta}^{\lambda}$ при различных λ (выделено серым цветом)

Теперь рассмотрим ситуацию информационного противоборства в рамках модели II, т.е. добавим к множеству N конформистов k провокаторов и l иммунизаторов (множества K и L соответственно). Тогда вероятность того, что произвольно выбранный агент имеет порог, не превышающий $x < 1$, складывается из вероятности двух независимых событий:

1. вероятности того, что выбранный агент является провокатором, а именно

$$\frac{k}{k+l+n};$$

2. вероятности того, что выбранный агент является конформистом и его порог не превышает $x < 1$:

$$\frac{n}{k+l+n}F(x).$$

Введем следующие обозначения для долей провокаторов и иммунизаторов относительно общего количества всех агентов соответственно:

$$(24) \alpha' = \frac{k}{k+l+n}; \beta' = \frac{l}{k+l+n}$$

(очевидно, что $\alpha' + \beta' < 1$). Величины α' и β' соответствуют в некотором смысле значениям вероятностей α и β в рамках модели I противоборства двух центров, введенной вначале настоящего раздела. Вероятность α того, что произвольно выбранный агент окажется внешне возбужденным (в рамках модели I) равна вероятности α' того, что произвольно выбранный агент окажется внешним «провокатором» (в рамках модели II). Аналогично для вероятностей β и β' .

Так как вероятность того, что порог произвольно выбранного агента не превышает единицы, равна единице, то мы получили новое множество агентов $N \cup K \cup L$, пороги которых являются независимыми и одинаково распределенными величинами со следующей функцией распределения, соответствующей модели II:

$$(25) F_{KL}(\alpha', \beta', x) = \begin{cases} \alpha' + (1 - \alpha' - \beta')F(x), & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x = 1. \end{cases}$$

Функции распределения (25) и (16) различны, соответственно модели I и II настоящего раздела не являются эквивалентными.

Утверждение 8. В модели II множество достижимости $W_{KL} = (0, 1]$. Если $F(0) = 0$, то $W_{KL} = [0, 1]$.

На Рис. 7 приведен график точек равновесия для модели II для социальной сети Facebook ($\theta = 0,5$, $\lambda_F = 13$) при функции распределения (23).

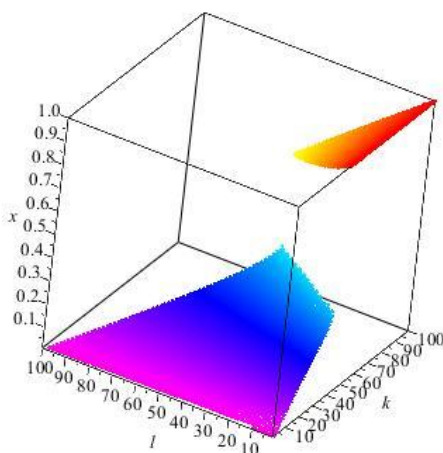


Рис. 7. Результат численного вычисления положения равновесия для k провокаторов и l иммунизаторов при $n = 100$

Полученные результаты анализа одновременных «противоположно направленных» воздействий на рассматриваемую сетевую структуру – свойства монотонности равновесия по управлениям (утверждения 3 и 4) и свойства структуры множеств достижимости (утверждения 5–7) являются основой для теоретико-игрового изучения моделей информационного противоборства, что представляет предмет

самостоятельного исследования, выходящего за рамки настоящей работы.

6. Заключение

В настоящей работе предложено *макроописание* (в терминах работы [4]) порогового поведения толпы в результате оказываемых на нее управленческих воздействий. Существенным плюсом использования подобных стохастических моделей представляется простой вид аналитической зависимости функций распределения порогов агентов (и, следовательно, равновесных состояний толпы) от выбираемых управлений. Эта «простота» дает возможность ставить и решать задачи управления («возбуждения» и «иммунизации» толпы), анализировать информационное противоборство субъектов, осуществляющих управление толпой. В статье рассмотрены два вида управления: воздействие на пороги агентов и управление составом. В простейшем случае полученные модели управления эквивалентны, но в случае противоборства они существенно отличаются.

Перспективными направлениями дальнейших исследований представляются следующие.

Во-первых, идентификация типовых функций распределения порогов (по аналогии с выражением (23), результатами, представленными в примере 5 выше, и др.) и анализ соответствующих типовых управленческих решений.

Во-вторых, развитие моделей коллективного поведения, в которых пороги агентов и пороговое поведение последних являлись бы следствиями каких-либо более общих содержательно интерпретируемых предположений.

И, наконец, в-третьих, сведение задачи информационного противоборства в управлении толпой к теоретико-игровой постановке позволит применять к этому важному классу задач весь богатый аппарат современной теории игр.

7. Приложение

Доказательство утверждения 1. Приведем обоснование функции распределения (8). Пусть дан вектор $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ независимых одинаково распределённых (с распределением $F(\cdot)$) случайных величин. Над этим вектором производится преобразование (также содержащее случайность): каждый порог θ_i с вероятностью α может обнулиться. В результате этого преобразования получаем другой случайный вектор θ' , который имеет некоторое распределение $F_\alpha(\cdot)$. Найдем это распределение.

Компоненты вектора θ' представим в виде $\theta'_i = \theta_i \zeta_i$, где $P(\zeta_i = 0) = \alpha$, $P(\zeta_i = 1) = 1 - \alpha$, все элементы множества $\{\zeta_i, \theta_i\}$ попарно независимы.

Найдём функцию распределения $F_\alpha(\cdot)$ случайной величины θ'_i :

$$F_\alpha(x) = P(\theta'_i \leq x) = P(\theta_i \zeta_i \leq x) = P(\zeta_i = 0) + P(\zeta_i = 1, \theta_i \leq x).$$

В силу независимости ζ_i и θ_i имеем

$$P(\zeta_i = 1, \theta_i \leq x) = P(\zeta_i = 1) P(\theta_i \leq x) = (1 - \alpha) F(x),$$

и получаем выражение (8).•

Доказательство утверждения 2. В силу условия $F(0) = 0$ границы единичного отрезка реализуются как РКП при нулевых и единичных значениях параметра α .

Фиксируем произвольную точку $x_1 \in (0, 1)$. В силу выпуклости функции $F(\cdot)$ весь ее график лежит не выше биссектрисы и решение (8) $0 \leq \alpha(x_1) < 1$ уравнения $F_\alpha(x_1) = x_1$ существует. Отсюда и в силу определения (7) следует

$$(26) \quad F_\alpha(x_1) = \alpha(x_1) + (1 - \alpha(x_1)) F(x_1) = x_1$$

и, соответственно,

$$(27) \quad F(x_1) = \frac{x_1 - \alpha(x_1)}{1 - \alpha(x_1)}.$$

Из (26) следует равенство

$$(28) \quad F'_\alpha(x_1 - 0) = (1 - \alpha(x_1)) F'(x_1 - 0).$$

Из строгой монотонности производной строго выпуклой функции следует, что

$$F'(x_1 - 0) = \frac{F'(x_1 - 0) \int_{x_1}^1 dx}{1 - x_1} < \frac{F'(x_1 + 0) \int_{x_1}^1 dx}{1 - x_1} < \\ < \frac{\int_{x_1}^1 F'(x + 0) dx}{1 - x_1} = \frac{1 - F(x_1)}{1 - x_1}.$$

Далее, пользуясь (26), (27) и (28), получаем

$$F'_\alpha(x_1 - 0) = (1 - \alpha(x_1)) F'(x_1 - 0) < \\ (1 - \alpha(x_1)) \frac{1 - \frac{x_1 - \alpha(x_1)}{1 - \alpha(x_1)}}{1 - x_1} < 1,$$

т.е. положение равновесия x_1 является устойчивым, так как график функции $F(\cdot)$ пересекает биссектрису, приближаясь к ней «слева – сверху».

Доказательство утверждения 3. Докажем первую часть утверждения 3. Рассмотрим частную производную $\frac{\partial}{\partial \alpha} F_{\alpha, \beta}(x)$ в произвольной точке $x \in [0, 1)$:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} F_{\alpha, \beta}(x) = \frac{\partial}{\partial \alpha} (\alpha(1 - \beta) + (1 - \alpha - \beta + 2\alpha\beta) F(x)) = \\ (1 - \beta) + (2\beta - 1) F(x) = (1 - \beta)(1 - F(x)) + \beta F(x).$$

Заметим, что $(1 - \beta)(1 - F(x)) \geq 0$ и $\beta F(x) \geq 0$. Получаем

$\frac{\partial}{\partial \alpha} F_{\alpha, \beta}(x) \geq 0$. Отсюда следует, что

$$(29) \quad F_{\alpha_2, \beta}(x) \geq F_{\alpha_1, \beta}(x) \text{ при } \alpha_2 > \alpha_1.$$

Из того что $F_{\alpha_1, \beta}(x) \geq x \forall x : x < x^*(\alpha_1, \beta)$ при $\alpha_2 > \alpha_1$ и (29) следует $F_{\alpha_2, \beta}(x) \geq x \forall x : x < x^*(\alpha_1, \beta)$. А значит, $x^*(\alpha_2, \beta) \geq x^*(\alpha_1, \beta)$ в силу (6). •

Доказательство утверждения 5.

1. Докажем, что $k(\alpha, \beta) \leq 1 - \delta(\alpha, \beta)$ при $\alpha \in [0, 1], \beta \in [0, 1]$.
Подставим $\delta(\alpha, \beta)$ в выражение (19) для $k(\alpha, \beta)$:

$$k(\alpha, \beta) = 1 - \alpha - \beta + 2\alpha\beta = 1 - \delta(\alpha, \beta) - \beta(1 - \alpha).$$

Замечая, что $\beta(1 - \alpha) \geq 0$, получаем $k(\alpha, \beta) \leq 1 - \delta(\alpha, \beta)$.

2. Докажем, что $k(\alpha, \beta) \geq 2\sqrt{\delta(\alpha, \beta)}(1 - \sqrt{\delta(\alpha, \beta)})$ при $\alpha \in [0, 1], \beta \in [0, 1]$.

При $\alpha = 0$ неравенство выполнено, так как $\delta(\alpha, \beta) = 0$ и $k(\alpha, \beta) = 1 - \beta \geq 0$.

При $\beta = 0$ аналогично $\delta(\alpha, \beta) = 0$ и $k(\alpha, \beta) = 1 - \alpha \geq 0$.

При $\alpha > 0, \beta > 0$ выразим из первого уравнения системы (19) β через α и $\delta(\alpha, \beta)$ и подставим во второе уравнение системы (19):

$$(30) \quad k(\alpha, \beta) = 1 - \delta(\alpha, \beta) - \left(1 - \frac{\delta(\alpha, \beta)}{\alpha}\right)(1 - \alpha) = \\ = \alpha + \frac{\delta(\alpha, \beta)}{\alpha} - 2\delta(\alpha, \beta).$$

Зафиксируем $\delta = \delta(\alpha, \beta) = const$ и найдём минимум $k(\alpha, \delta)$ по α . Условие экстремума:

$$\frac{\partial k(\alpha, \delta)}{\partial \alpha} = 1 - \frac{\delta}{\alpha^2}.$$

Уравнение $1 - \delta/\alpha^2 = 0$ имеет единственное положительное решение $\alpha = \sqrt{\delta}$ для $\delta \in (0, 1]$ (что выполнено при $\alpha > 0, \beta > 0$). В точке $\alpha = \sqrt{\delta}$ функция $k(\alpha, \delta)$ достигает минимума по α : $\min_{\alpha \in (0, 1]} k(\alpha, \delta) = k(\sqrt{\delta}, \delta) = 2\sqrt{\delta}(1 - \delta)$.

Остаётся показать, что любая точка (δ_0, k_0) , лежащая в указанной области, является образом некоторой точки единичного квадрата.

3. Докажем, что

$$\forall \delta_0 \in [0,1], k_0 \in [0,1]: 2\sqrt{\delta_0}(1-\sqrt{\delta_0}) \leq k_0 \leq 1-\delta_0$$

$$\exists \alpha \in [0,1], \exists \beta \in [0,1]: \delta_0 = \delta(\alpha, \beta), k_0 = k(\alpha, \beta).$$

При $\delta_0 = 0$ искомыми α и β являются $\alpha = 0$ и $\beta = 1 - k_0$.

При $\delta_0 > 0$ имеем $\alpha > 0$, так как $\delta_0 = \alpha(1 - \beta)$. Домножая

(30) на α , получаем: $\alpha^2 - \alpha(2\delta_0 + k_0) + \delta_0 = 0$. Это уравнение

при $\delta_0 > 0$, $2\sqrt{\delta_0}(1 - \sqrt{\delta_0}) \leq k_0$ имеет два положительных корня

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \left((2\delta_0 + k_0) + \sqrt{(2\delta_0 + k_0)^2 - 4\delta_0} \right),$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \left((2\delta_0 + k_0) - \sqrt{(2\delta_0 + k_0)^2 - 4\delta_0} \right),$$

причём при $k_0 \leq 1 - \delta_0$ выполняется $\alpha_1 \in [0,1]$, $\alpha_2 \in [0,1]$.

Полагая

$$\beta_1 = 1 - \frac{\delta_0}{\alpha_1} = 1 - \alpha_2 \text{ и}$$

$$\beta_2 = 1 - \frac{\delta_0}{\alpha_2} = 1 - \alpha_1,$$

получаем $\delta_0 = \delta(\alpha_1, \beta_1)$, $k_0 = \delta(\alpha_2, \beta_2)$. •

Доказательство утверждения 6. Напомним, что принадлежность точки множеству достижимости означает существование пары $(\alpha, \beta) \in [0,1] \times [0,1]$, такой что

$F_{\alpha, \beta}(x) = x$ (условие равновесия) и $F'_{\alpha, \beta}(x) < 1$ (условие устойчивости равновесия), где $F_{\alpha, \beta}(x)$ является

преобразованием (16) функции $F(x)$. Иными словами, точка принадлежит множеству достижимости тогда и только тогда, когда

$$(31) \quad \min_{\{\alpha \in [0,1], \beta \in [0,1]: F_{\alpha,\beta}(x)=x\}} F'_{\alpha,\beta}(x) < 1$$

и множество $\{\alpha \in [0,1], \beta \in [0,1]: F_{\alpha,\beta}(x) = x\}$ не пусто.

Производная $F'_{\alpha,\beta}(x)$ имеет вид

$$F'_{\alpha,\beta}(x) = k(\alpha, \beta) F'(x),$$

следовательно,

$$\begin{aligned} \min_{\{\alpha \in [0,1], \beta \in [0,1]: F_{\alpha,\beta}(x)=x\}} F'_{\alpha,\beta}(x) &= \min_{\{\alpha \in [0,1], \beta \in [0,1]: F_{\alpha,\beta}(x)=x\}} k(\alpha, \beta) \cdot F'(x) = \\ &= k_{\min}(x) F'(x), \end{aligned}$$

где введено обозначение

$$k_{\min}(x) \square \min_{\{\alpha \in [0,1], \beta \in [0,1]: F_{\alpha,\beta}(x)=x\}} k(\alpha, \beta).$$

Ограничение $F_{\alpha,\beta}(x) = x$ запишем в виде

$$\delta(\alpha, \beta) + k(\alpha, \beta) F(x) = x.$$

Рассмотрим отдельно случай $F(x) = 0$. Из гладкости функции распределения следует, что $F'_{\alpha,\beta}(x) = F'(x) = 0$. Кроме того, ограничение удовлетворяется при $\alpha = x$, $\beta = 0$, так как $\delta(x, 0) = x$. Это означает, что при $F(x) = 0$ точка x всегда принадлежит множеству достижимости.

При $F(x) > 0$ изобразим ограничение на плоскости δk (см. рис. 7), где оно имеет вид прямой линии, соединяющей точки $\left(0, \frac{x}{F(x)}\right)$ и $(x, 0)$.

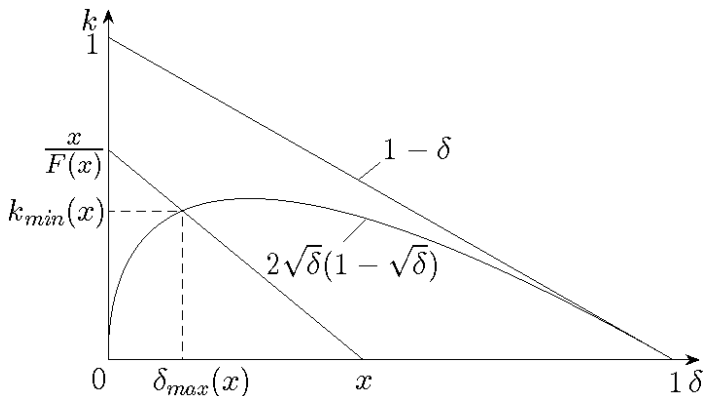


Рис. 7. Иллюстрация метода нахождения множества достижимости.

Из рисунка видно, что при любых значениях x и $F(x)$, минимальное значение $k_{\min}(x)$ достигается в точке пересечения этой прямой с кривой $2\sqrt{\delta}(1-\sqrt{\delta})$, абсциссу которой обозначим через $\delta_{\max}(x)$. Имеем

$$\frac{1}{F(x)}(\delta_{\max}(x) - x) = 2\sqrt{\delta_{\max}(x)}(1 - \sqrt{\delta_{\max}(x)}).$$

Это уравнение при любых значениях x и $F(x)$ имеет единственный корень, принадлежащий отрезку $[0, 1]$:

$$\delta_{\max}(x) = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{x}{F(x)} \left(\frac{1}{F(x)} - 2 \right)} - 1 \right)^2}{\left(\frac{1}{F(x)} - 2 \right)^2}.$$

Находя значение

$$k_{\min}(x) = \frac{1}{F(x)}(x - \delta_{\max}(x))$$

и выражая через него $F'_{\alpha,\beta}(x)$ получаем (19). •

Доказательство утверждения 7. Напомним, что принадлежность точки множеству достижимости означает существование пары $(\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1]$, такой что $F_{\alpha,\beta}(x) = x$ (условие равновесия) $F'_{\alpha,\beta}(x) < 1$ (условие устойчивости равновесия), и

$$\min_{y \in [0, x]} (F_{\alpha,\beta}(y) - y) \geq 0,$$

где $F_{\alpha,\beta}(x)$ является преобразованием (16) функции $F(x)$.

Выше мы доказали+, что устойчивость положения равновесия при $\delta(\alpha, \beta) = \delta_{\max}(x)$, $k(\alpha, \beta) = k_{\min}(x)$ эквивалентна принадлежности точки x множеству достижимого равновесия. Для доказательства утверждения достаточно показать, что именно при $\delta(\alpha, \beta) = \delta_{\max}(x)$ $k(\alpha, \beta) = k_{\min}(x)$ в любой точке отрезка $[0, x]$ достигается максимум $F_{\alpha,\beta}(y)$ по всем α, β , приводящим к устойчивому равновесию в точке x .

Пусть для некоторых значениях $\delta_1 \neq \delta_{\max}(x)$, $k_1 \neq k_{\max}(x)$, реализуемых при некоторых α, β , выполнено $\delta_1 + k_1 F(x) = x$ и $k_1 F'(x) < 1$. Покажем, что тогда при $y \leq x$ выполнено

$$\delta_{\max} + k_{\min} F(y) \geq \delta_1 + k_1 F(y).$$

Перепишем неравенство в виде

$$\delta_{\max} - \delta_1 + (k_{\min} - k_1) F(y) \geq 0.$$

Из условия равновесия $\delta_1 + k_1 F(x) = \delta_{\max} + k_{\min} F(x) = x$ выразим $(k_{\min} - k_1)$ и подставим в неравенство, получая

$$(\delta_{\max} - \delta_1) \left(1 - \frac{F(y)}{F(x)} \right) \geq 0.$$

Выполнение неравенства при $y \leq x$ следует из условия реализуемости $\delta_1 < \delta_{\max}$ и монотонности функции распределения. •

Доказательство утверждения 8. Точка 1 достигается в силу определения (25).

Пусть $x_1 \in (0,1)$. Если $x_1 \in \{x: F(x)=0\}$, то выполнения равенства $F_{KL}(\alpha'_1, \beta'_1, x_1) = x_1$ необходимо и достаточно, чтобы $\alpha'_1 = x_1$, β'_1 – любое, удовлетворяющее неравенству $\alpha'_1 + \beta'_1 < 1$. Производная слева функции $F_{KL}(\alpha'_1, \beta'_1, x)$ (ее существование следует из монотонности функции распределения) в точке x_1 $F_{KL+}'(x_1) = 0$. То есть функция $F_{KL}(\alpha'_1, \beta'_1, x)$ пересекает биссектрису «слева сверху». Если $\{x: F(x)=0\} = \emptyset$, то точка $x_1 = 0$ недостижима в силу неравенства $\alpha' + \beta' < 1$.

Если $F(x_1) > 0$, то можно подобрать такое малое $\varepsilon > 0$, что выполнены следующие неравенства

$$(32) \quad x_1 - \varepsilon \geq 0,$$

$$(33) \quad 1 - x_1 + \varepsilon \left(1 - \frac{1}{F(x_1)} \right) \geq 0,$$

$$(34) \quad 1 - \frac{\varepsilon}{F(x_1)} > 0 \text{ и}$$

$$(35) \quad \varepsilon F_+'(x_1) < F(x_1).$$

Пусть $\alpha'_1 = x_1 - \varepsilon \geq 0$ в силу (32) и, решив уравнение $F_{KL}(\alpha'_1, \beta', x_1) = x_1$ относительно β' , получим для него:

$$(36) \quad \beta' = \beta'_1 = 1 - x_1 + \varepsilon \left(1 - \frac{1}{F(x_1)} \right),$$

Из свойств (33) и (34) соответственно следует, что $\beta' \geq 0$ и $\alpha' + \beta' < 1$.

Таким образом, мы получили функцию распределения $F_{KL}(\alpha'_1, \beta'_1, x)$, пересекающую биссектрису в точке x_1 , причем «слева сверху» в силу (35).•

Литература

1. БАТОВ А.В., БРЕЕР В.В., НОВИКОВ Д.А и др. *Микро- и макромоделли социальных сетей: идентификация и имитационные эксперименты* // Проблемы управления. – 2014. – №6. – в печати.
2. БУХАРИН С. Н., ЦЫГАНОВ В.В. *Методы и технологии информационных войн.* – М.: Академический проект, 2007. – 384 с.
3. БРЕЕР В.В. *Модели конформного поведения (обзор)* // Проблемы управления. – 2014. – №1. – С. 2–13; №2. – С. 2–17.
4. БРЕЕР В.В., НОВИКОВ Д.А., РОГАТКИН А.Д. *Микро- и макромоделли социальных сетей: теория* // Проблемы управления. – 2014. – №5. – С. 28–33.
5. ГРАЧЕВ Г., МЕЛЬНИК И. *Манипулирование личностью: организация, способы и технологии информационно-психологического воздействия.* – М.: Институт философии РАН, 1999. – 153 с.
6. ГУБАНОВ Д.А., КАЛАШНИКОВ А.О., НОВИКОВ Д.А. *Теоретико-игровые модели информационного противоборства в социальных сетях* // Управление большими системами. – 2010. – №31. – С. 192-204.
7. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства.* – М.: Физматлит, 2010. – 228 с.
8. ЗИМБАРДО Ф., ЛЯЙППЕ М. *Социальное влияние.* – СПб.: Питер, 2000. – 448 с.
9. МАЙЕРС Д. *Социальная психология.* – С.-Пб.: Питер, 2002. – 688 с.
10. МУЛЕН Э. *Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели.* – М.: Мир, 1991. – 463 с.

11. НОВИКОВ Д.А. *Игры и сети* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2010. – №2. – С. 107–124.
12. НОВИКОВ Д.А. *Модели управления возбуждением сети* // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления. – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 6314–6324.
13. ПОЧЕПЦОВ Г.Г. *Информационно-психологическая война*. – М.: Синтег, 2000. – 180 с.
14. ЧАЛДИНИ Р. *Психология влияния*. – СПб.: Питер, 2001. – 304 с.
15. ШЕЙНОВ В. П. *Скрытое управление человеком (психология манипулирования)*. – М.: ООО «Издательство АСТ», 2002. – 848 с.
16. ШИРЯЕВ А.Н. *Вероятность*. – М: Наука, 1989. – 640 с.
17. VARAVANOV I.N., KORGIN N.A., NOVIKOV D.A. et al. *Dynamic Models of Informational Control in Social Networks* // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 71, No. 11. – P. 2417–2426.
18. BREER V.V. *A Game-theoretic Model of Non-anonymous Threshold Conformity Behavior* // Automation and Remote Control. – 2012. – Vol. 73, No. 7. – P. 1256–1264.
19. BREER V.V., NOVIKOV D.A. *Models of Mob Control* // Automation and Remote Control. – 2013. – Vol. 74, No. 12. – P. 2143–2154. (перевод статьи В.В. Бреер, Д.А. Новиков, “Модели управления толпой”, Проблемы управления, 2012, № 2, 38–44).
20. GERMEIER YU. *Non-antagonistic Games*. - Dordrecht, Boston: D. Reidel Pub. Co., 1986. – 327 p.
21. GRANOVETTER M. *Threshold Models of Collective Behavior* // AJS. – 1978. – Vol. 83, No. 6. – P. 1420–1443.
22. KIRMAN A. *Ants, Rationality and Recruitment* // The Quarterly Journal of Economics. – 1993. – Vol. 108, No. 1. – P. 137–156.
23. NOVIKOV D.A., CHKHARTISHVILI A.G. *Reflexion and Control: Mathematical Models*. – London: CRC Press, 2014. – 298 p.
24. NOVIKOV D.A. *Cognitive Games: a Linear Impulse Model* // Automation and Remote Control. – 2010. – Vol. 71, No. 10. – P. 718–730.

25. NOVIKOV D. *Theory of Control in Organizations*. – New York: Nova Science Publishers, 2013. – 341 p.
26. SCHELLING T. *Micromotives and Macrobehavior*. – N.-Y.: WW Norton & Co, 1978. – 272 p.

STOCHASTIC MODELS OF MOB CONTROL

Vladimir Breer, Cand.Sc. (breer@live.ru).

Dmitry Novikov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Corr. Member RAS, deputy director (novikov@ipu.ru).

Andrey Rogatkin, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, post graduate student (andreyrogatkin@gmail.com).

Abstract: Considered a model of threshold behavior when each agent takes binary decision – to act or not to act according to the behavior of other agents. Problem of control is formulated and solved – the stochastically distributed initial state of part of agents is affected in order to change the equilibrium of acting agents.

Keywords: collective behavior, model of threshold decision making, mob control

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П.Ю. Чеботарёвым

*Поступила в редакцию 22.07.2014.
Опубликована 30.11.2014.*

УДК 519.876.3
ББК 22.176 + 65.23

ЭФФЕКТИВНЫЙ СИНТЕЗ СЕТЕВОЙ МОДЕЛИ «РАБОТЫ-ДУГИ» С МИНИМАЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ФИКТИВНЫХ РАБОТ

Постовалова И. П.¹

*(Челябинский филиал Финансового университета
при Правительстве РФ, Челябинск)*

На практике встречаются сетевые графики с различной структурой: типа «работы-вершины» и «работы-дуги» (стрелочный сетевой график). Переход от сети типа «работы-дуги» к сопряжённой осуществляется однозначно и без затруднений. Решение обратной задачи неоднозначно, поскольку существуют различные эквивалентные сети типа «работы-дуги», отличающиеся составом событий и фиктивных работ. Сеть типа «работы-дуги» не требует фиктивных операций, если списки опорных операций либо совпадают, либо не пересекаются. В противном случае эти списки проверяются на взаимное вложение с целью уменьшения количества фиктивных операций. Эффективность метода по уменьшению количества фиктивных работ проверена на нескольких важных классах тестовых задач, охватывающих практически все встречающиеся составные части проектов.

Ключевые слова: сетевая модель, стрелочный сетевой график, график «работы-дуги», фиктивная работа.

1. Введение

Сетевая модель представляет собой план выполнения некоторого комплекса взаимосвязанных работ (операций), заданного

¹ Ирина Павловна Постовалова, кандидат физико-математических наук, доцент (ira.postovalova@yandex.ru).

в специфической форме сети, графическое изображение которой называется сетевым графиком. Сетевой график – это ориентированный граф без контуров (Directed Acyclic Graph; это английское название иногда сокращают до «DAG»), рёбра или вершины которого имеют одну или несколько числовых характеристик. Ориентированные рёбра называются дугами.

Существуют сетевые графики с различной структурой: типа «работы-вершины» (AoN: Activity-on-Node) и «работы-дуги». Последние ещё называются стрелочными сетевыми графиками (AoA: Activity-on-Arrow Network), например, на сайте бизнес-инжиниринговых технологий БИТЕК [5] и в глоссарии проектного менеджера [2] – «это метод построения сетевых моделей, в которых дуги (стрелки) интерпретируются как работы». На стадии разработки удобнее составить сеть AoN, а в процессе управления удобнее пользоваться AoA. Так, например, сеть AoN предпочтительна при частых изменениях состава и структуры проекта, так как отображение этих изменений в AoN производится непосредственно, а в сети AoA может потребовать существенной перестройки. Построение сетей типа AoN предпочтительнее ещё и потому, что не требует введения дополнительных элементов в виде фиктивных работ. Фиктивной работой (зависимостью) называется связь между какими-то результатами работ (событиями), не требующими затрат времени вообще или требующая минимальных затрат времени, не отражаемых в сетевой модели.

Преобразование сети проекта в сопряжённую необходимо также в случае, когда имеющееся математическое обеспечение ориентировано на другой тип сети.

Переход от сети типа AoA к сопряжённой осуществляется однозначно и без затруднений. Решение обратной задачи неоднозначно, поскольку существуют различные эквивалентные стрелочные сетевые графики, отличающиеся составом событий и фиктивных работ, и поэтому требуется структурная оптимизация. Преобразование типа сети легко осуществить растяжением каждой вершины-работы в дугу (j, k) , представленную парой номеров начального (j) и конечного (k) событий, принадлежащих множеству вершин новой сети типа AoA. Прежние дуги-

связи называют фиктивными работами [6]. Однако при этом резко увеличивается число узлов и дуг. Фиктивные работы – это просто связи, и функции на них не определены. Количество фиктивных работ стремятся сократить.

В основных положениях по разработке и применению систем СПУ, а также в существующих методах СПУ отсутствуют методы, алгоритмы и программы по построению эффективных сетевых графиков сложных проектов типа «работы-дуги» с минимальным количеством фиктивных работ. Построение сетевых моделей с помощью основных положений базируется на использовании ряда правил, на опыте и знаниях ответственного исполнителя, логически выстраивающего технологические цепочки последовательности работ. При этом имеют место многовариантность и большая трудоемкость процесса проектирования.

Наиболее полные варианты сокращения фиктивных работ предложены Разумовым И.М., Беловой Л.Д., Ипатовым М.И., Проскуряковым А.В. в их совместной работе [7]. Однако их нельзя оценивать как конечный результат по минимизации фиктивных работ, так как для ряда сетевых графиков возможно меньшее количество фиктивных работ. Другая проблема – обязательно ли первоначально формировать полный список фиктивных операций, а потом его сокращать? Возможно ли создание эффективных алгоритмов с меньшей продолжительностью счёта и меньшим объёмом памяти, а главное, позволяющих вводить малое количество фиктивных работ?

Возникает идея метода преобразования типа в некотором смысле противоположного: вначале добавить только необходимые фиктивные операции, после чего генерировать события.

Среди большого списка просмотренной учебной и научной литературы нечто похожее удалось найти только в работе Гришина А.П. – это «синтез рёберной сетевой модели на основе расширения матрицы бинарных отношений непосредственного предшествования элементарных работ» [3]. Однако приведённый алгоритм излишне сложен и не совсем адекватен. Достаточно сказать, что в этой работе рассмотрен пример орграфа с циклами, который не может быть сетевым графиком, а также

сформулирована следующая теорема, требовавшая доработки для сетей проектов: «для того чтобы рёбра ориентированного графа можно было упорядочить, необходимо и достаточно, чтобы граф был деревом». Графы сетевых проектов не являются деревьями. Тем не менее их дуги можно упорядочить так, чтобы номер любой дуги, исходящей из любой вершины, был больше номера любой дуги, заходящей в ту же вершину. Богомоловым А.М. [1] доказана исчерпывающая теорема о том, что «в орграфе \vec{G} существует правильная нумерация вершин тогда и только тогда, когда \vec{G} – бесконтурный орграф». В работе Гришина А.П. также необходимо учесть исключение ненужных элементарных фиктивных операций.

Автором статьи под руководством профессора Дыхнова А.Е. был создан новый метод добавления необходимых фиктивных работ на основе исключения пересечений списков предшествующих работ и элементарный метод генерации событий, в котором одинаковым множествам опорных работ соответствует одно событие.

2. Эффективный синтез сетевой модели «работы-дуги»

2.1. МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ СТРЕЛОЧНОГО СЕТЕВОГО ГРАФИКА НА ОСНОВЕ СПИСКА ПРЕДШЕСТВУЮЩИХ ОПЕРАЦИЙ

Обычно исходная информация о проекте представляется перечнем операций a_i , $i = 1, \dots, n$. Для каждой a_i известен список $G(a_i)$ предшествующих операций, чем и определяется сеть типа AoN (см. рис. 1).

a_i	$G(a_i)$
a_1	–
a_2	–
a_3	–
a_4	a_1
a_5	a_1, a_2
a_6	a_1, a_2, a_3

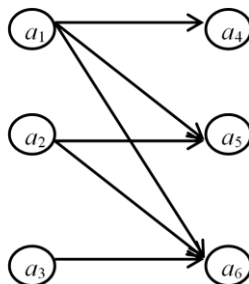
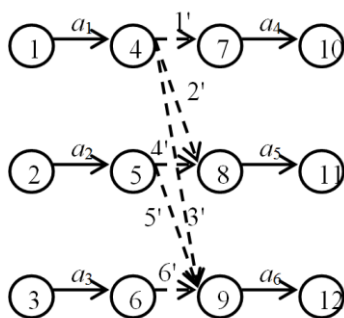


Рис. 1. Пример сети AoN

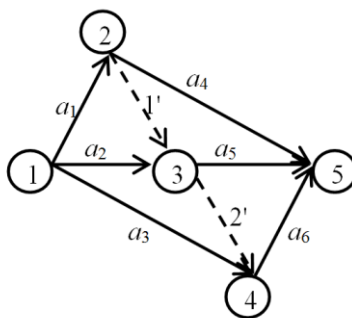
Если после растяжения вершин (см. рис. 2а) применить сокращения из [7], то удастся сократить только две фиктивные операции (1' и 6') и объединить события (1, 2, 3), (10, 11, 12), (4, 7), (6, 9). Результат – 4 фиктивных и 6 событий.

Наш результат (см. рис. 2б) для примера на рис. 1 – всего 2 фиктивных и 5 событий.



6 фиктивных
12 событий

а)



2 фиктивных
5 событий

б)

Рис. 2. Сеть «работы – дуги»: а) методом растяжения вершин; б) новым методом

Этот метод предусматривает формирование минимального списка $G_-(a_i)$ непосредственно предшествующих операций, а также полного списка $G_+(a_i)$ всех предшествующих операций.

Заметим, что $G_-(a_i) = \Gamma^{-1}(a_i)$; $G_+(a_i) = Q(a_i) \setminus \{a_i\}$, где $\Gamma(a_i)$ – отображение, совпадающее с минимальным списком последующих работ; $Q(a_i)$ – контрадостижимое множество операции a_i . Построение $G_-(a_i)$ сводится к последовательному просмотру a_i , $G(a_i)$ и исключению тех $a_j \in G(a_i)$, которые являются дальними предшественниками (G^k) других операций множества $G(a_i)$. С этой целью, пока $G(a_i)$ не стабилизируется, выполняются в цикле следующие действия: $a_j \in G(H_{ij}) \Rightarrow G(a_i) = H_{ij}$, где $H_{ij} = G(a_i) \setminus a_j$.

2.2. ДОБАВЛЕНИЕ ФИКТИВНЫХ ОПЕРАЦИЙ С ЦЕЛЬЮ ИСКЛЮЧЕНИЯ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ СПИСКОВ ПРЕДШЕСТВЕННИКОВ И ГЕНЕРАЦИЯ СОБЫТИЙ

Сеть типа «работы-дуги» не требует фиктивных операций, если группы опорных операций либо совпадают, либо не пересекаются. В противном случае списки $G_+(a_i)$ проверяются на взаимное вложение с целью уменьшения количества фиктивных операций. Если $G_+(a_j) \subset G_+(a_k)$, то добавляется всего одна фиктивная операция a' , при этом $G_-(a') = G_-(a_j)$, $G_-(a_k)$ заменяется на $a' \cup (G_-(a_k) \setminus G_-(a_j))$.

При отсутствии вложенности добавляются две фиктивные операции a' и a'' : $G_-(a') = G_-(a'') = G_-(a_j) \cap G_-(a_k)$; $G_-(a_j)$ и $G_-(a_k)$ заменяются на $a' \cup (G_-(a_j) \setminus G_-(a_k))$ и $a'' \cup (G_-(a_k) \setminus G_-(a_j))$.

После устранения пересечений множеств $G_-(a_i)$ генерируются события по одному на каждую группу $G_-(a_i)$ одинакового состава, начиная с $G_-(a_i) = \emptyset$. Завершающее событие соответствует окончанию операций, для которых $G_-^{-1}(a_i) = \emptyset$.

2.3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДА

Пример в таблицах 1 и 2 демонстрирует преимущество предложенного метода моделирования сети типа АоА.

Таблица 1. Пример

a_i	$G_-(a_i)$	$G_+(a_i) \setminus G_-(a_i)$
A, B, C	–	–
D	B	–
E	C, D	B
F	A, D	B
G	E	C, D, B
H	A, E	C, D, B
I	A, G	E, C, D, B
J	F, C	A, D, B
K	E, J	F, C, A, D, B
L	G, K	E, J, F, C, A, D, B

Результаты вычислений приведены в таблице 2, где в графе a_s – полный перечень операций, включая фиктивные; операции с одинаковыми предшественниками сгруппированы так, что начальное событие (j) группы последующих операций совпадает с конечным событием (k) группы предшественников, на что и указывают стрелки в таблице 2.

Таблица 2. Результаты вычислений

a_s	$G_-(a_s)$	Начальные события (j)	Конечные события (k)
A, B, C	–	0	1, 3
D	B	1	2
E, C'	C, D'	3	5, 8
F, A', A''	A, D''	4	8, 6, 7
G, E', E''	E	5	7, 6, 9
H	A', E'	6	11
I, G'	A'', G	7	11, 10
J	F, C'	8	9
K	E'', J	9	10
L	G', K	10	11
D', D''	D	2	3, 4

В общем случае работы определяются тройкой чисел (a_s, j, k) , где a_s – номер работы; j – номер начального события; k – номер конечного события. Кратные дуги a_s имеют одинаковые инцидентные события j, k , поэтому для них вводится номер дуги s .

При учёте вложенностей $G_+(a_i)$ добавляются 8 фиктивных операций, иначе потребовалось бы 11 фиктивных операций.

Эффективность метода по уменьшению количества фиктивных работ проверена на нескольких важных классах тестовых задач, охватывающих практически все встречающиеся составные части проектов: класс задач со ступенчатым набором предшественников из n операций $\{СНПn\}$, класс задач с полным набором предшественников из n операций $\{ПНПn\}$; класс задач с $(n - 1)$ -элементными наборами предшественников из n операций $\{n - 1ЭНПn\}$.

В частности, для класса задач $\{СНПn\}$: $G(a_i) = \emptyset, 1 \leq i \leq n$;

$$G(a_i) = \bigcup_{j=1}^{i-n} a_j, \quad n + 1 \leq i \leq 2,$$

представленного в таблице 3, при преобразовании типа сети добавляется минимальное количество: $n - 1$ фиктивная работа и $n + 2$ события вместо $n(n + 1)/2$ фиктивных работ и $4n$ событий при непосредственном преобразовании методом растяжения вершин.

Таблица 3. Данные задач из класса $\{СНПn\}$

a_i	$G(a_i)$
a_1	—
a_2	—
\vdots	\vdots
a_n	—
a_{n+1}	a_1
a_{n+2}	a_1, a_2
\vdots	\vdots
a_{n+n}	a_1, a_2, \dots, a_n

Задача из класса $\{СНПn\}$, как и любая другая задача, являются частью задачи из класса с полным набором предшественников из n операций $\{ПНПn\}$.

Этот класс требует большого количества фиктивных операций. Но и в этом случае предложенный метод приводит к сокращению количества фиктивных работ до минимума. Например, для $n = 3$ данные для проекта представлены в таблице 4, а соответствующий сетевой график «работы-дуги» – в таблице 5.

Таблица 4. Данные проекта $\{ПНП3\}$

a_i	$G(a_i)$
1	–
2	–
3	–
4	1
5	2
6	1, 2
7	3
8	1, 3
9	2, 3
10	1, 2, 3

Таблица 5. Оптимальный по структуре стрелочный сетевой график $\{ПНП3\}$

a_i	$G(a_i)$	i	j
3, 2, 1	–	0	3, 2, 1
1', 1'', 4	1	1	4, 5, 8
2', 2'', 5	2	2	4, 6, 8
3', 3'', 3''', 6	3	3	5, 6, 7, 8
7', 7	1', 2'	4	7, 8
8	1'', 3'	5	8
9	2'', 3''	6	8
10	7', 3'''	7	8

Для $\{ПНПn\}$ добавляется всего $2(2^n - n - 1)$ фиктивных операций из возможных $n2^{n-1}$ связей. Их отношение составляет

$$(1) \frac{2(2^n - n - 1)}{n2^{n-1}} = \frac{4(2^n - n - 1)}{n2^n} = \frac{4}{n} \left(1 - \frac{n+1}{2^n}\right).$$

Результаты по количеству фиктивных работ для {ПНПn} при $n = 1, \dots, 10$ отражены в таблице 6, а ниже приводятся пояснения к полученным оценкам для {ПНПn}.

Таблица 6. Результаты предложенного алгоритма для задач класса {ПНПn}

Количество начальных работ	Минимальное количество фиктивных работ	Всего связей
1	0	1
2	2	4
3	8	12
4	22	32
5	52	80
6	114	192
7	240	448
8	494	1024
9	1004	2304
10	2026	5120

Количество подмножеств из n элементов – это $\sum_{i=0}^n C_n^i = 2^n$.

Фиктивные операции не нужны для начальных операций ($C_n^0 = 1$) и для операций, у которых в предшественниках единственный элемент ($C_n^1 = n$). Итого всего подмножеств с фиктивными операциями: $2^n - n - 1$. Списки предшественников $G(a_i)$ проекта с n операциями (обозначим $G_n(a_i)$) получаем на основе списков $G_{n-1}(a_i)$ проекта с $n - 1$ операциями добавлением n -й операции отдельно и к каждому $G_{n-1}(a_i)$. В результате такого построения общее число фиктивных работ будет $2(2^n - n - 1)$.

Множество всех связей:

$$(2) \sum_{i=0}^n iC_n^i = \sum_{i=0}^n \frac{in!}{i!(n-i)!} = \sum_{i=1}^n \frac{n(n-1)!}{(i-1)!(n-i)!} = n \sum_{i=1}^n C_{n-1}^{i-1} = n2^{n-1}.$$

Рассмотрим ещё одну задачу с четырёхэлементными наборами предшественников из 5 операций {4ЭНП5}, представленную в таблице 7, где одинаковым спискам $G(a_i)$ в одной строке перечислены операции a_i слева.

Таблица 7. Данные проекта {4ЭНП5}

a_i	$G(a_i)$
5, 4, 3, 2, 1	–
6	1, 2, 3, 4
7	1, 2, 3, 5
8	1, 2, 4, 5
9	1, 3, 4, 5
10	2, 3, 4, 5

Вместо 20 фиктивных достаточно 18 (решение в таблице 8).

Таблица 8. Решение для проекта {4ЭНП5}

a_i	$G(a_i)$
5, 4, 3, 2, 1	–
6	12', 4'
7	12'', 5'
8	11', 13'
9	14', 1'
10	14'', 2'
11'', 11'	1'', 2''
12'', 12'	11'', 3'
13'', 13'	5'', 4''
14'', 14'	13'', 3''
1'', 1'	1
2'', 2'	2
3'', 3'	3
4'', 4'	4
5'', 5'	5

В данной статье впервые докажем также эффективность в уменьшении количества фиктивных работ для класса проектов

со всеми опорными работами из различных $(n - 1)$ -подмножеств n начальных работ, сокращенно $\{n - 1 \text{ЭНП}n\}$ ($(n - 1)$ -элементные наборы предшественников из n операций). Анализ решений задач из этого класса показывает, что можно добавить всего $6n - 12$ фиктивных операций вместо возможных $n^2 - n$ связей. Для этого класса задач список предшественников каждого элемента имеет пересечения со всеми списками предшественников других элементов.

Если $n = 1$ или $n = 2$, то фиктивных работ нет, а для каждого $n \geq 3$ добавляется 6 фиктивных по сравнению с $n - 1$ (см. таблицу 9). Напрашивается формула $6(n - 2)$ для количества фиктивных работ.

Таблица 9. Частные случаи сетей АоА, для каждого из которых в одной графе находятся a_i , а в другой – $G(a_i)$

$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
a_1 –	a_1, a_2 –	a_1, a_2, a_3 –	a_1, a_2, a_3 –
	a_3 a_2	a_4 a_2', a_3'	a_4 –
	a_4 a_1	a_5 a_1', a_3''	a_5 $a_2', (a_3, a_4)'$
		a_6 a_1'', a_2''	a_6 $a_1', (a_3, a_4)''$
		a_1', a_1'' a_1	a_7 $(a_1, a_2)', a_4'$
		a_2', a_2'' a_2	a_8 $(a_1, a_2)''$,
		a_3', a_3'' a_3	a_3' a_3', a_4''
			$(a_1, a_2)', a_1'', a_2''$
			$(a_1, a_2)''$
			$(a_3, a_4)', a_3'', a_4''$
			$(a_3, a_4)''$
			a_1', a_1'' a_1
			a_2', a_2'' a_2
			a_3', a_3'' a_3
			a_4', a_4'' a_4

В общем случае структура сети без пересечений для n предшественников приведена в таблице 10. Фиктивные работы обозначаются группой работ, заключенной в скобки, и

помечены штрихами. Работы с одинаковыми предшественниками записываются слева и разделяются запятыми.

Таблица 10. Общий случай структуры сети класса $\{n - 1ЭНПn\}$

Количество пар фиктивных работ:		a_i	$G(a_i)$
		a_1, \dots, a_n	—
		a_{n+1}	$a_2', (a_3, \dots, a_n)'$
		a_{n+2}	$a_1', (a_3, \dots, a_n)''$
		\vdots	\vdots
	$3 \leq k \leq n$	a_{n+k}	$(a_1, \dots, a_{k-1})', (a_{k+1}, \dots, a_n)'$
		\vdots	\vdots
		a_{2n-1}	$(a_1, \dots, a_{n-2})', a_n'$
		a_{2n}	$(a_1, \dots, a_{n-2})', a_{n-1}'$
1	[$(a_1, a_2)'$	a_1'', a_2''
		$(a_1, a_2)''$	\vdots
		\vdots	\vdots
		$(a_1, \dots, a_k)'$	$(a_1, \dots, a_{k-1})'', a_k'$
		$(a_1, \dots, a_k)''$	\vdots
$2(n-4)$		$(a_k, \dots, a_n)'$	$a_k'', (a_{k+1}, \dots, a_n)''$
		$(a_k, \dots, a_n)''$	\vdots
		\vdots	\vdots
1		$(a_{n-1}, a_n)'$	a_{n-1}'', a_n''
		$(a_{n-1}, a_n)''$	\vdots
		\vdots	\vdots
n		a_1', a_1''	a_1
		\vdots	\vdots
		a_n', a_n''	a_n

Подтверждаем, что минимальное количество добавляемых фиктивных работ для рассмотренного класса задач равно $2(2(n-4) + n + 2) = 6n - 12 = 6(n-2)$.

3. Заключение

На основе метода создана комплексная программа синтеза сетевой модели «работы-дуги», зарегистрированная в отрасли-

вом фонде алгоритмов и программ (ОФАП) [4] и в Информационно-библиотечном фонде РФ. Программа может быть использована на стадии проектирования и в учебном процессе. Проектировщикам не потребуется выявлять и нумеровать события и фиктивные операции, а достаточно только составлять для каждой операции список предшествующих операций. Это уменьшает трудоёмкость и сокращает процесс разработки.

Программа учитывает встречающуюся на практике возможность переопределения отношения порядка, когда пользователь (даже порой искушенный) наряду с необходимыми непосредственно предшествующими операциями указывает по ошибке и некоторые операции дальнего предшествования. Последние выявляются и удаляются.

Минимальность количества фиктивных работ сетевых графов «работы-дуги», созданных с помощью нового метода, строго не доказана, но пока и не удаётся подобрать проект, для которого бы эта минимальность не выполнялась.

Литература

1. БОГОМОЛОВ А.М. *Алгебраические основы дискретных систем.* – М.: Наука: Физматлит, 1997. – 397 с.
2. *Глоссарий проектного менеджера.* – [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.pm-glossary.com/pmmm-glossary/1872-activity-on-arrow-network> (дата обращения: 14.09.2014).
3. ГРИШИН А.П. *Исследование операций.* – М.: МАИ, 1975. – 106 с.
4. ДЫХНОВ А.Е., ПОСТОВАЛОВА И.П. *Эффективный синтез сетевой модели «Работы-Дуги»* // Свидетельство об отраслевой регистрации разработки №2687, 17.06.2003. – Москва, МОРФ, ГКЦИТ, ОФАП, 2003.
5. *Информационный портал Betec.Ru.* – [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.betec.ru/secure/indexprint.php?id=11&sid=06&tid=99> (дата обращения: 14.09.2014).
6. КРИСТОФИДЕС Н. *Теория графов. Алгоритмический подход.* – М.: Мир, 1978. – 432 с.

7. РАЗУМОВ И.М., БЕЛОВА Л.Д., ИПАТОВ М.И. и др. *Сетевые графики в планировании: учеб. пособие*– 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1981. – 168 с.

EFFICIENT CONSTRUCTION OF “ACTIVITY-ON-ARROW” PROJECT SCHEDULE WITH MINIMAL NUMBER OF FICTIVE ACTIVITIES

Irina Postovalova, Chelyabinsk branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, Chelyabinsk, Cand.Sc., assistant professor (ira.postovalova@yandex.ru)

Abstract: There exist two basic types of project schedules: the "activity-on-node" schedules and "activity-on-arrow" ones. Transition from an "activity-on-arrow" schedule to the corresponding "activity-on-node" schedule is simple and unique, while the inverse transition, in general, is not unique and requires adding to the project fictive zero-time activities. We show that an "activity-on-arrow" schedule does not require zero-time activities, if lists of, so-called, supporting operations, either coincide or do not intersect. Otherwise we look for the lists being subsets of the others lists to minimize the number of zero-time activities being added to the schedule. The efficiency of the suggested method for minimization of the number of zero-time activities is verified for several important classes of test schedules, which include almost all elements met in typical projects.

Keywords: network schedule, activity-on-arrow schedule, zero-time activity.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым

*Поступила в редакцию 15.09.2014.
Опубликована 30.11.2014.*

УДК 519.6 + 519.8

ББК 22.19+20.1.

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ПРИРОДОВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ
В ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ
«ВОЛЖСКАЯ ГЭС – ВОЛГО-АХТУБИНСКАЯ
ПОЙМА»**

Воронин А. А.¹, Васильченко А. А.,²

Храпов С. С.,³ Агафонникова Е. О.⁴

(Волгоградский государственный университет, Волгоград)

На основе цифровой модели рельефа и гидродинамической модели паводкового затопления проведено численное исследование эффективности проекта расчистки русел Волго-Ахтубинской поймы с целью увеличения площади территории паводкового затопления. В рамках эмпирически обоснованной стратегии пространственного распределения работ найдены оптимальные значения параметров проекта и паводкового гидрографа Волжской ГЭС.

Ключевые слова: эколого-экономическая система, гидрологический режим, цифровая модель рельефа, Волго-Ахтубинская пойма.

¹ Александр Александрович Воронин, доктор физико-математических наук (voronin@volsu.ru).

² Анна Анатольевна Васильченко, старший преподаватель (aavasilchenko@mail.ru).

³ Сергей Сергеевич Храпов, кандидат физико-математических наук, доцент (xss-ir@mail.ru).

⁴ Екатерина Олеговна Агафонникова, аспирант (kate.agafonnikova@yandex.ru).

1. Введение

В экосистеме Нижнего Поволжья особое место занимает Волго-Ахтубинская пойма (ВАП) – уникальное природное образование, жизнь которого полностью определяется гидрологическим режимом рек Волги и Ахтубы. Сложившийся в последние десятилетия гидрологический режим ВАП ведет к деградации ее экосистемы [1, 4]. Уменьшение среднего объема весеннего паводка (в 2–3 раза) инициировало процесс деградации нескольких тысяч малых (шириной 10–50 м. и глубиной 2–4 м.) русел ВАП (песчаные заносы, заиливание, зарастание) и, как следствие, прогрессирующее обезвоживание ее территории. Замедление деградации русловой системы ВАП в условиях технического сглаживания пиков многоводности, обеспечивавших ее естественную регенерацию, требует значительных ежегодных затрат на проведение гидротехнических работ, которые в конечном счете могут превысить дополнительную прибыль от нарушения экологического оптимального режима эксплуатации Волжской ГЭС (ВГЭС). По расчетам экологов [4] первоочередные затраты на расчистку русел ВАП составляют 645 млн. руб., а совокупные – несколько миллиардов.

В настоящей работе проводится анализ эффективности проекта расчистки русел ВАП, зависящей от пространственного распределения работ, глубины расчистки, совокупной длины восстановленных русел, параметров паводкового гидрографа Волжской ГЭС. Основным методом получения необходимых для анализа данных является имитационное моделирование паводковых затоплений, основанное на численном интегрировании уравнений динамики поверхностных вод для серии цифровых рельефов местности северной части ВАП, отличающихся высотами дна ее русел.

Функция цифровой модели рельефа (ЦМР) $b(x, y)$ задает координаты местности и соответствующие абсолютные высоты и хранится в виде матрицы высот в файле *grd*-формата. Используемые в настоящей работе ЦМР и гидродинамическая модель паводковых затоплений подробно описаны в [2, 5–8].

2. Когнитивный анализ проблемы улучшения гидрологической ситуации в Волго-Ахтубинской пойме

Важнейшей характеристикой природной гидросистемы поймы является зависимость состояния русел от средних, максимальных и минимальных значений объема паводка. Действительно, малая глубина в сочетании с большой длиной и разветвленностью пойменных русел является причиной их слабой устойчивости к процессам деградации, усиливающимся в периоды малых и замедляющимся в периоды больших паводков. В то же время сверхбольшие паводки, обусловленные значительным объемом снежного покрова и коротким периодом снеготаяния, обеспечивают регенерацию русловой системы. Таким образом, сложная природная динамика паводковых процессов, придавая неустойчивость пространственной структуре русловой системы поймы, обеспечивает сохранение ее главного агрегированного параметра – средней пропускной способности.

Функционирование гидрокаскадов на пойменных территориях приводит к резкому сокращению среднего и максимального значений объема паводков, вызывающему долговременную прогрессирующую деградацию пойменных русел и снижение средней площади паводковых затоплений, итогом которых становится уничтожение уникальных пойменных экосистем. Побочным следствием зарегулированности паводковых процессов является активное социохозяйственное развитие пойменных территорий, сопровождающееся мелиорацией земель, урбанизацией, развитием транспортной инфраструктуры, и, таким образом, вносящее антропогенный вклад в деградацию их русловых систем.

Для смягчения (или прекращения) тенденции природной деградации, сопровождающей социоприродохозяйственное развитие пойменных территорий, необходима разработка комплексной системы эколого-экономического управления, включающей в себя мониторинг и моделирование паводковых затоплений и среднесрочной природной динамики, оптимизацию

паводковых гидрографов, механизмы управления экономическими субъектами и природовосстановительными проектами.

В [3] описаны основные составные части комплексной модели эколого-экономического управления территорией Волго-Ахтубинской поймы: модели рельефа, паводковых затоплений, оптимизации паводкового гидрографа ВГЭС, механизмов управления экономическим субъектом (ВГЭС). Важной частью этого комплекса являются модели управления проектами расчистки природных русел ВАП, позволяющими замедлить тенденцию снижения объема паводковых вод, проходящих вглубь ее территории во время весенних паводков.



Рис. 1. Карта северной части Волго-Ахтубинской поймы с отмеченными русловыми входами на территорию

На рис. 1 приведена карта северной части ВАП с отмеченными русловыми входами на ее территорию, распределенными

практически равномерно вдоль рек Волги (16 входов), Ахтубы (13 входов) и магистрального ерика «Гнилой» (52 входа).

Площадь паводкового затопления ВАП определяется, с одной стороны, паводковым гидрографом ВГЭС – расходом паводковой воды через ее створы $Q(t)$, с другой – характеристиками рельефа территории, описываемыми в ЦМР функцией $b(x, y)$.

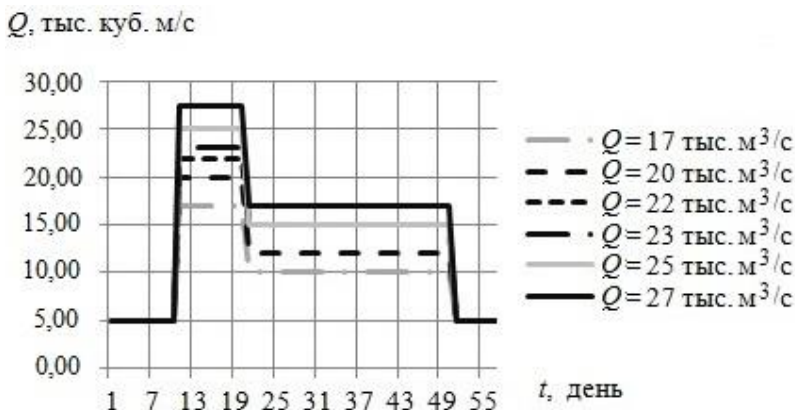


Рис. 2. Набор модельных гидрографов, используемых в расчетах

Современный паводковый гидрограф ВГЭС состоит из двух постоянных участков, обеспечивающих соответственно затопление территории («сельскохозяйственная полка», $Q = 20–27$ тыс. м³/с, $t = 3–10$ дней) и удержание в затопленном состоянии территории нерестилищ («рыбохозяйственная полка», $Q = 10–15$ тыс. м³/с, $t = 10–30$ дней) (рис. 2).

Таким образом, площадь паводкового затопления территории ВАП определяется величиной гидрографа Q , моментом времени t и функцией рельефа $b(x, y)$: $S_{зат}(t, Q, b(x, y))$.

Невозможность расчистки всех русел ВАП требует разработки стратегии пространственного распределения проектных работ, при этом практически единственным способом систематического поиска и анализа альтернатив является гидродинамическое моделирование. Численные эксперименты показали, что

функция $S_{\text{зат}}$ обладает наибольшей чувствительностью к состоянию русел в отмеченных на рис. 1 местах соединения русловой системы ВАП с магистральными руслами (реки Волга и Ахтуба, магистральный ерик «Гнилой»). При этом наибольшая территория паводкового затопления обеспечивается руслами, соединенными с р. Ахтуба. Поэтому в условиях огромной вычислительной сложности задачи выбора альтернатив пространственного распределения работ естественно предположить, что наиболее эффективной стратегией является равномерная расчистка всех русловых входов на территорию северной части ВАП из р. Ахтуба. Общая длина восстановленных русел определяется глубиной расчистки и объемом вынутого грунта, пропорциональным финансовому ресурсу проекта.

3. Постановка задачи

В настоящей работе рассматривается задача максимизации приращения относительной площади территории паводкового затопления $\Delta S = (S_{\text{расч}} - S_{\text{без_расч}}) / S_{\text{расч}}$ (где $S_{\text{расч}}$ – площадь затопленной территории после расчистки русел; $S_{\text{без_расч}}$ – до расчистки) в результате расчистки 13 русел – входов на территорию ВАП из р. Ахтуба с параметрами R , Q и t (R – величина финансового ресурса проекта, Q – величина «сельскохозяйственной полки», t – время затопления). Величина R считается пропорциональной объему вынутого из русел грунта $V_{\text{гр}}$. Вследствие пространственной однородности рельефа ВАП справедливо равенство $V_{\text{гр}} = l \cdot z \cdot L$, где l – ширина русла; z – глубина расчистки; L – суммарная длина расчищенных русел. В ЦМР ВАП русла являются линейными объектами, поэтому с учетом шага сетки (x, y) принимается $l = 20$ м (что соответствует реальности), а варьируемыми параметрами являются z и L . Критерием финансовой эффективности проекта считается отношение $\Delta S/R$.

4. Имитационное моделирование расчистки русел

4.1. ОРГАНИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Моделирование расчистки русел проводилось в несколько этапов. Сначала на основе визуального и программного анализа функции $b(x, y)$ были определены точки (x, y) , принадлежащие подлежащим расчистке руслам. Затем для точек каждого русла выполнялась процедура «углубления» – изменения значения $b(x, y)$ на определенную величину. На рис. 3 показаны фрагменты цифровой карты с отмеченными точками, подлежащими процедуре «углубления».

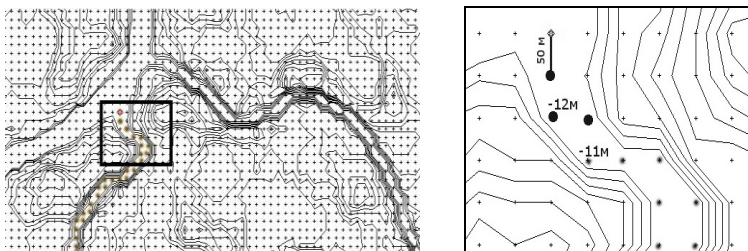


Рис. 3. Выбор участка расчистки русла

Параметры, косвенно задающие объем финансирования проекта R и напрямую – глубину и длину расчищаемой зоны, определялись из набора соотношений $z:L = 100; 250; 500; 750; 1000; 2000; z = 0,250; 0,500; 0,625; 1,000; 1,250; 2,000; 2,500$ (м).

Полученные серии цифровых карт использовались в гидродинамических расчетах со следующими параметрами «сельскохозяйственной полки»: $t = 3; 6; 9; 10$ (дней); $Q = 17; 20; 22; 23; 25; 27$ (тыс. м³/с).

3.2. ПОИСК ОПТИМАЛЬНОЙ ГЛУБИНЫ РАСЧИСТКИ РУСЕЛ

Первой задачей исследования стал поиск оптимальной глубины расчистки русел z^* , доставляющей максимум функции ΔS при фиксированных значениях R, Q, t .

Результаты расчетов показали качественно одинаковый характер зависимости максимальных значений ΔS от z при изме-

нении параметров R и t . Результаты расчетов для $z \cdot L = 1000$, $t = 10$ и серии значений Q представлены на рис. 4.

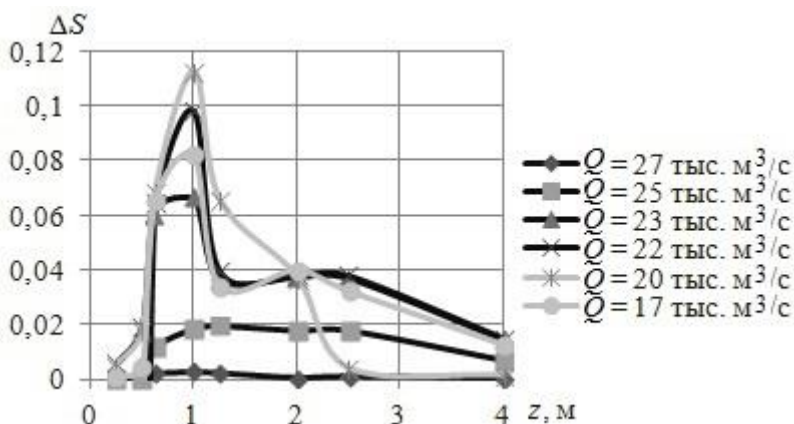


Рис. 4. Зависимость результативности проекта от глубины расчистки русел для различных гидрографов

На рис. 5 приведены графики, характеризующие влияние глубины расчистки русел на динамику затопления территории. Как видно из представленных рисунков, оптимальной глубиной является значение $z^* = 1$ м, которое использовалось в дальнейших экспериментах.

3.2. ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ПАВОДКОВОГО ГИДРОГРАФА

Результаты численных экспериментов по построению зависимости $\Delta S(Q, t)$ для $L = 1000$ м приведены на рис. 6. Для остальных значений L из ряда, приведенного в п. 3.1, зависимость $\Delta S(Q, t)$ имеет аналогичный вид. Как видно из представленного рисунка, функция $\Delta S(Q, t)$ обладает большой чувствительностью по отношению к каждому аргументу.

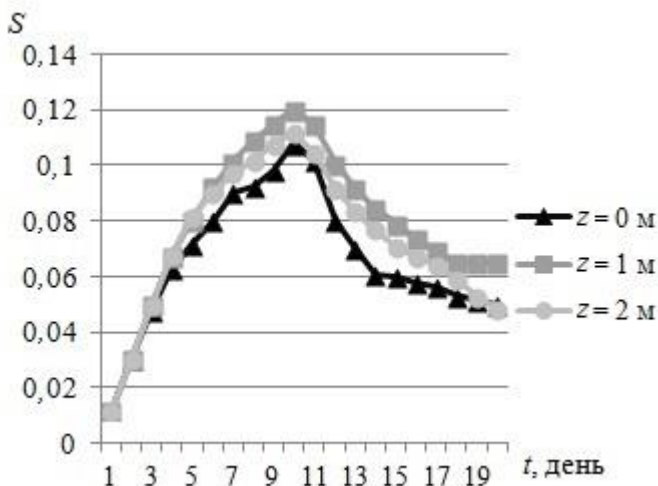


Рис. 5. Динамика затопления территории ВАП при различных глубинах расчистки русел для $Q = 20$ тыс. $\text{м}^3/\text{с}$ (1–10 – дни паводка) и $Q = 12$ тыс. $\text{м}^3/\text{с}$ (11–20 дни паводка)

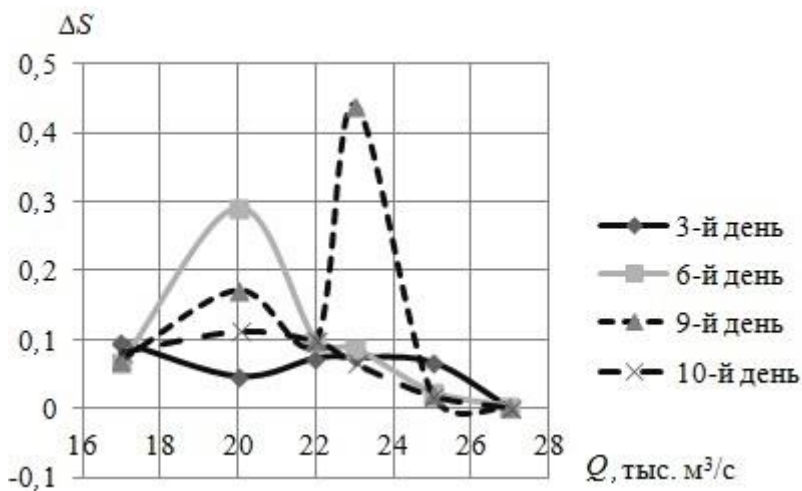


Рис. 6. Зависимость $\Delta S(Q, t)$ при $L = 1000$ м

3.4. ПОИСК ЭФФЕКТИВНОГО ОБЪЕМА ФИНАНСИРОВАНИЯ ПРОЕКТА

Для анализа финансовой эффективности проекта были проведены расчеты затоплений для серии величин R (что с учетом сделанных выше замечаний эквивалентно серии значений длин расчищаемых русел L , приведенной в п. 3.1). Результативность и эффективность проекта оценивались соответственно величинами ΔS и $\Delta S/R$.

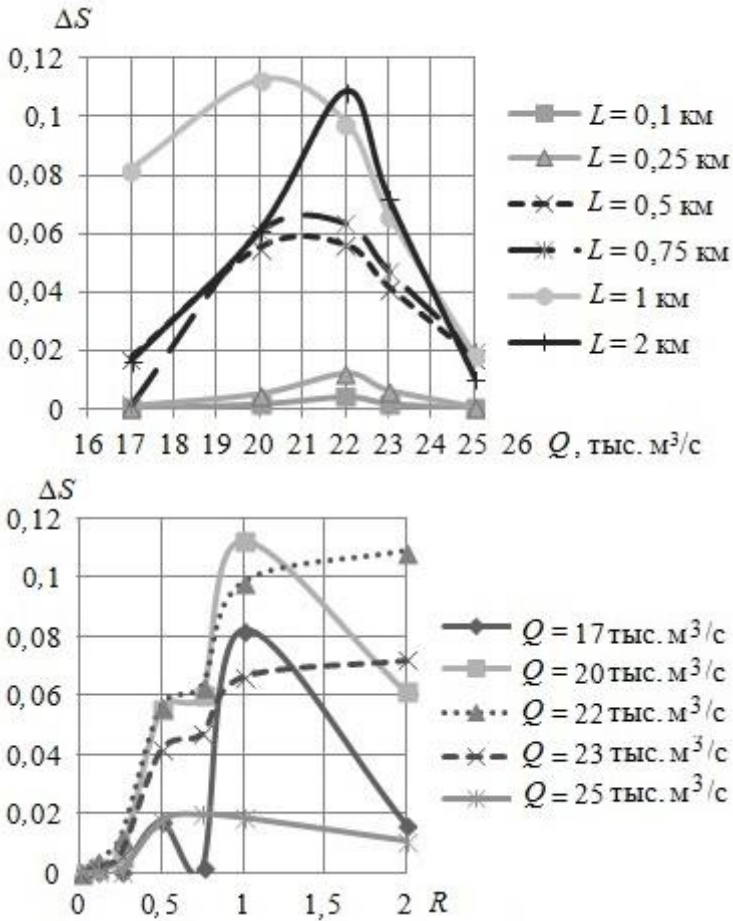


Рис. 7-8. Зависимость $\Delta S(Q, R)$ при $t = 10$ дней

Графики, определяющие зависимость этих величин от параметров Q , R , t , представлены на рис. 7–9

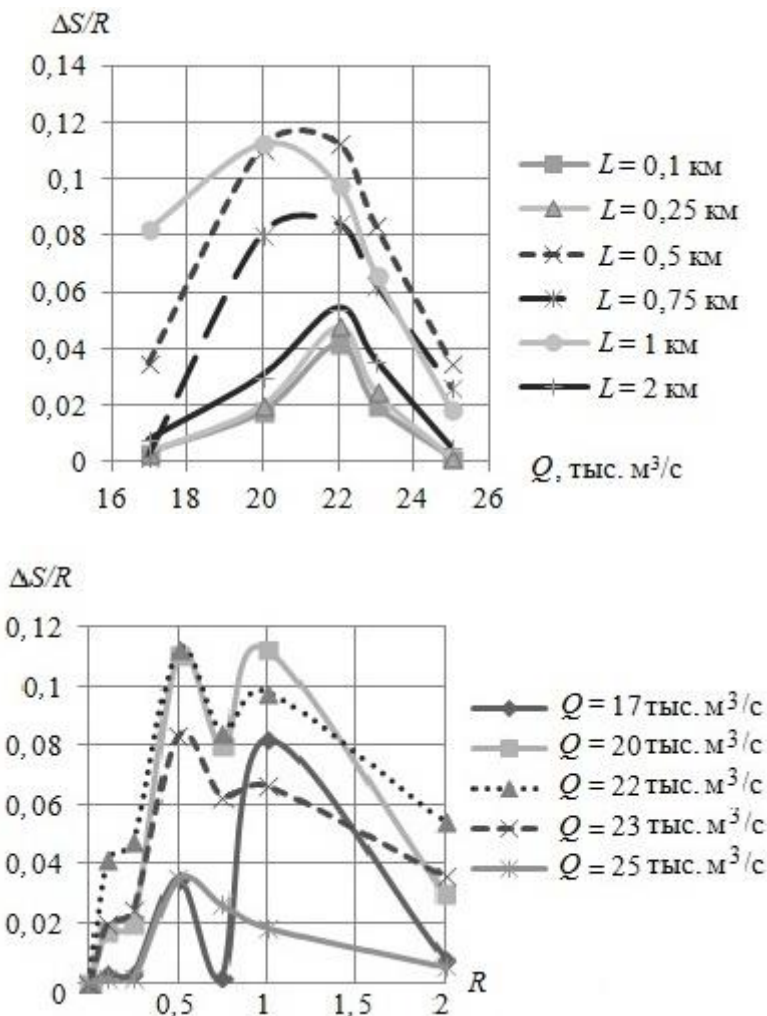


Рис.9-10. Зависимость финансовой эффективности проекта от Q и R для $t = 10$ дней

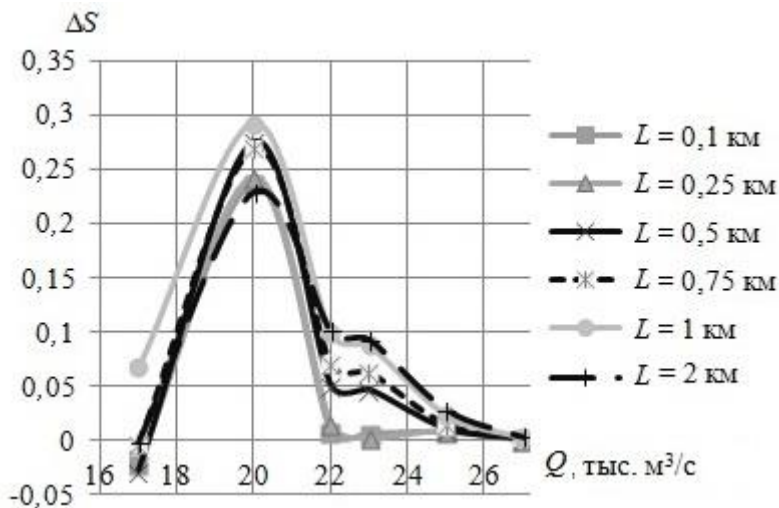


Рис. 11. Зависимость $\Delta S(Q, R)$ для $t = 6$ дней

5. Анализ результатов.

В результате проведенного исследования для заданной стратегии пространственного распределения работ (расчистки 13 русел – входов на территорию ВАП со стороны р. Ахтубы), функции результативности (относительного приращения площади паводкового затопления территории ВАП) были получены оптимальные значения глубины расчистки ($z^* = 1$ м), «сельскохозяйственной полки» ($Q^* = 22$ тыс. м³/с) и ее продолжительности ($t^* = 6$ дней, 9 дней), эффективной длины расчищаемого русла ($L^* = 500$ м). Нерегулярный характер зависимости функции результативности проекта $\Delta S(t, Q, R)$ от его параметров объясняется нелинейностью природного динамического процесса, а также свойствами этой функции, не обладающей монотонной зависимостью от аргументов (в отличие от функции площади затопления $S_{\text{зат}}(t, Q, R)$, монотонно зависящей от всех аргументов). Относительно рассмотренной целевой функции проект заведомо неэффективен для крайне малых и крайне больших паводков. Наличие локальных экстремумов

можно объяснить нерегулярностью рельефа и русловой структуры ВАП.

С другой стороны, можно сделать вывод и о том, что используемая в настоящей работе, очевидная на первый взгляд, целевая функция проекта, скорее всего, не вполне соотносится с целью комплексной системы эколого-экономического управления. Действительно, максимальная эффективность проекта достигается во внутренней точке допустимого множества гидрографов, что ограничивает значение главного критерия управления – увеличение площади паводковых затоплений.

6. Заключение.

Проведенное исследование является составной частью исследования альтернатив пространственного распределения работ по проекту расчистки русел ВАП. Падение эффективности рассмотренной стратегии при увеличении параметров паводковых затоплений свидетельствует о необходимости исследования эффективности работ в глубине ее территории. С другой стороны, в рамках анализа долгосрочной оптимальности паводкового гидрографа ВГЭС полезным представляется сравнительный стоимостной анализ альтернатив природной и антропогенной регенерации русловой системы ВАП.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РГНФ 14-12-34019 (когнитивный анализ проблемы, постановка и реализация оптимизационных задач), гранта РФФИ 13-01-97062 (разработка усовершенствованной версии математической модели динамики поверхностных вод) гранта РФФИ 13-07-97056 (использование программного комплекса моделирования динамики поверхностных вод).

Литература

1. БАРМИН А.Н., ГОЛУБ В.Б., ИОЛИН М.М. и др. *Индикация изменений условий среды в северной части ВАП при использовании шкал Л.Г. Раменского и ДСА-ординации // Геодезия и аэро съемка. – 2010. – №5. – С. 21–24.*

2. ВОРОНИН А.А., ЕЛИСЕЕВА М.В., ПИСАРЕВ А.В. и др. *Имитационные модели динамики поверхностных вод с использованием данных дистанционного зондирования: влияние рельефа местности* // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2012. – №3(19). – С. 54–62.
3. ВОРОНИН А.А., ЕЛИСЕЕВА М.В., ХРАПОВ С.С. и др. *Задача управления гидрологическим режимом в эколого-экономической системе «Волжская ГЭС – Волго-Ахтубинская пойма». Ч 2. Синтез системы управления* // Проблемы управления. – 2012. – №6. – С. 19–25.
4. ЗЕМЛЯНОВ И.В., ГОРЕЛИЦ О.В., ПАВЛОВСКИЙ А.Е. и др. *Анализ экологических последствий эксплуатации Волгоградского водохранилища для сохранения биоразнообразия основных водно-болотных территорий Нижней Волги* // Отчет о НИР ФГУ «ГОИН», 2010. – 675 с.
5. ХОПЕРСКОВ А.В., ХРАПОВ С.С., ПИСАРЕВ А.В. и др. *Задача управления гидрологическим режимом в эколого-экономической системе «Волжская ГЭС-Волго-Ахтубинская пойма». Ч. 1. Моделирование динамики поверхностных вод в период весеннего паводка* // Проблемы управления. – 2012. – №5. – С. 18–25.
6. ХОПЕРСКОВ А.В., ХРАПОВ С.С., ПИСАРЕВ А.В. *Прямое моделирование динамики поверхностных вод на территории Волго-Ахтубинской поймы* // Суперкомпьютерные технологии в науке, образовании и промышленности. – 2012. – С. 177–181.
7. ХРАПОВ С.С., ПИСАРЕВ А.В., ВОРОНИН А.А. *Особенности динамики затопления Волго-Ахтубинской поймы в зависимости от режимов испарения и инфильтрации* // Вестник ВолГУ., Серия 1: Математика. Физика. – 2012. – Т. 15, №1.5. – С. 36–42.
8. КИРАПОВ S., ПИСАРЕВ A., КОБЕЛЕВ I. ETC. *The Numerical Simulation of Shallow Water: Estimation of the Roughness Coefficient on the Flood Stage* // Advances in Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 2013. – Article ID 787016. – 11 p.

EFFICIENCY ANALYSIS FOR NATURE RESTORATION PROJECTS IN ECOLOGO-ECONOMIC SYSTEM OF VOLGA HPP AND VOLGA-AKHTUBA FLOODPLAIN

Alexandr Voronin, Volgograd State University, Volgograd, Doctor of Science, professor (voronin.prof@gmail.com).

Anna Vasilchenko, Volgograd State University, Volgograd, Senior Lecture (aa-vasilchenko@mail.ru).

Sergey Chrapov, Volgograd State University, Volgograd, cand. of Science, associate professor (xss-ip@mail.ru)

Ekaterina Agafonnikova, Volgograd State University, Volgograd, postgraduate (kate.agafonnikova@yandex.ru).

Abstract: The paper presents results of a computer simulation on the effectiveness of the project for rivers' beds clearing in the Volga-Akhtuba floodplain on the basis of a digital terrain model and the hydrodynamic model of flooding. The main purpose of this project is increasing the flooding land area. We found out the optimal parameters of the project and the flood hydrograph of Volga Hydroelectric Power Station under empirically based strategy of spatial distribution of works.

Keywords: ecologo-economic system, computer simulation, hydrological mode, digital terrain model, Volga-Akhtuba floodplain.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым

*Поступила в редакцию 02.09.2014.
Опубликована 30.11.2014.*

УДК 614.841.29
ББК 81.92

АЛГОРИТМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО УСТРАНЕНИЮ ПОЖАРООПАСНЫХ СИТУАЦИЙ НА ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

Тупиков Д. В.¹

*(Саратовский государственный технический
университет им. Ю.А. Гагарина, Саратов)*

Резчиков А. Ф.², Иващенко В. А.³

*(ФГБУН Институт проблем точной механики
и управления РАН, Саратов)*

Предлагается алгоритм поддержки принятия решений по устранению пожароопасных ситуаций на промышленных предприятиях. Данный алгоритм включает в себя прогнозирование значений факторов пожароопасных ситуаций и определение степени пожарной опасности производства на основе использования системы нечёткого вывода, по результатам работы которой оператором принимаются меры по устранению пожароопасной ситуации.

Ключевые слова: пожарная опасность, пожароопасная ситуация, прогнозирование, нейронные сети, система нечёткого вывода, поддержка принятия решений.

1. Введение

На промышленных предприятиях различных отраслей промышленности широко используются взрывопожароопасные материалы и вещества – горючие жидкости (ГЖ), легковоспламеняющиеся жидкости (ЛВЖ) и др., поэтому требуется непрерывный

¹ Дмитрий Владимирович Тупиков, аспирант (tupikovdv@gmail.com).

² Александр Федорович Резчиков, доктор технических наук, директор (iptmuran@sau.ru).

³ Владимир Андреевич Иващенко, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник (iptmuran@sau.ru).

контроль пожарной безопасности (ПБ) их хранения и использования для своевременного обнаружения возможности возникновения пожара.

В настоящее время на промышленных предприятиях эксплуатируется большое количество автоматических систем обеспечения ПБ на базе оборудования отечественных заводов-производителей: НВП «Болид», НПП «Специнформатика-СИ», НПО «Сибирский арсенал», ЗАО «Аргус-спектр», ГК «Рубеж» и др. [1, 7–10]. Эти системы позволяют обнаружить очаги возгорания, сопровождающиеся появлением дыма малой концентрации, повышением температуры и возникновением пламени. Однако ими выполняются действия лишь по устранению уже возникшего пожара, и не обеспечивается своевременное принятие решений по предотвращению пожароопасных ситуаций (ПС), приводящих к нему. Это наносит существенный материальный ущерб предприятиям, представляет угрозу для здоровья и жизни людей.

В связи с этим предлагается система компьютерной поддержки принятия решений, обеспечивающая своевременное обнаружение ПС и устранение возможности возникновения пожара. В основу построения данной системы положен алгоритм поддержки принятия решений по устранению ПС, включающий в себя определение степени пожарной опасности (ПО) на базе использования системы нечёткого вывода (СНВ) и формировании решений, на основе которых оператором принимаются меры по устранению ПС.

2. Факторы и условия возникновения пожароопасных ситуаций

Пожароопасные и взрывоопасные производства – это производства, на которых производятся, хранятся, транспортируются и используются взрывоопасные продукты или продукты, приобретающие при определенных условиях способность к возгоранию или взрыву. Практически все промышленные предприятия включают такие производства [6].

Ввиду того, что на данных производствах имеет место повышенная ПО, то для защиты материальных ценностей, здоровья и жизни людей на них требуется устранить случаи возникновения

пожара путем определения возможных условий его возникновения и факторов, порождающих эти условия.

При этом условия возникновения пожара обусловлены как значениями отдельно взятых факторов, так и их сочетаниями, выявление которых оператором режиме реального времени (РВ) затруднено, а в ряде случаев невозможно, без компьютерной системы поддержки принятия решений (СППР).

Такая поддержка позволяет минимизировать риск возникновения пожара в помещении.

Взаимосвязь основных факторов и условий возникновения ПС приведена на рис. 1.



Рис. 1. Взаимосвязь факторов и условий возникновения пожароопасных ситуаций

3. Структура системы поддержки принятия решений

На основе выделенных факторов возникновения условий пожара в помещении предлагается СППР, положенная в основу автоматизированного поиска причин возникновения ПС и их устранения в режиме РВ (рис. 2) [2, 11].

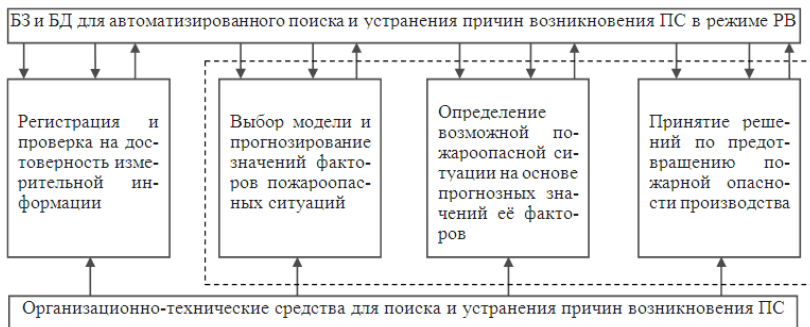


Рис. 2. Структура системы автоматизированного поиска и устранения причин возникновения пожароопасных ситуаций

Системообразующими компонентами СППР являются базы знаний (БЗ) и данных (БД), реализованные на основе инструментальных программных средств Matlab и СУБД MS SQL Server [4, 5]. Доступ к ним осуществляется с АРМ оператора. В качестве платформы реализации системы могут быть использованы стандартные операционные системы Windows различных версий.

4. Алгоритм поддержки принятия решений

Блок-схема алгоритма поддержки принятия решений по предотвращению пожара приведена на рис. 3.

Численные значения указанных в алгоритме факторов получены на основе обобщения результатов анализа причин возникновения ПС в ряде производственных помещений ОАО «Саратовское электроагрегатное производственное объединение», ОАО «Саратовстройстекло», а также на складе лакокрасочных материалов Саратовского вагонного депо.

Алгоритм включает в себя блоки: 1 – «Инициализация работы алгоритма»; 2 – «Измерительная информация»; 3 – «Прогнозирование значений факторов ПС»; 4 – «Определение ПО помещения»; 5 – «Анализ значений факторов ПС и решения по устранению ПС»; 6 – «Передача управления инициализирующей программе».

Ниже рассмотрено содержательное наполнение блоков предложенного алгоритма.

Блок 1. Передача управления от супервизора программе, реализующей предложенный алгоритм.

Блок 2. Для регистрации измерительной информации через заданные интервалы времени осуществляется опрос датчиков и передача их показаний в БД. Эффективность решений по устранению ПС во многом определяется надежностью и качеством информации, поступающей с измерительных приборов. Поэтому отдельную задачу составляет обеспечение достоверности измерительной информации – обнаружение ошибочных (аномальных) измерений контролируемых величин.

Эта задача является неотъемлемой частью любой системы контроля и управления, так как не устраненные грубые ошибки в измерениях определяют достоверность информации, используемой для принятия решений.

Блок 3. Для обеспечения времени, необходимого оператору для устранения причины возникновения ПС, осуществляется прогнозирование значений факторов ПС на основе искусственной нейронной сети (ИНС) [3].

Общая схема прогнозирования значений факторов ПС представлена на рис. 4.

В качестве ИНС выбран трехслойный персептрон с архитектурой, представленной на рис. 5.

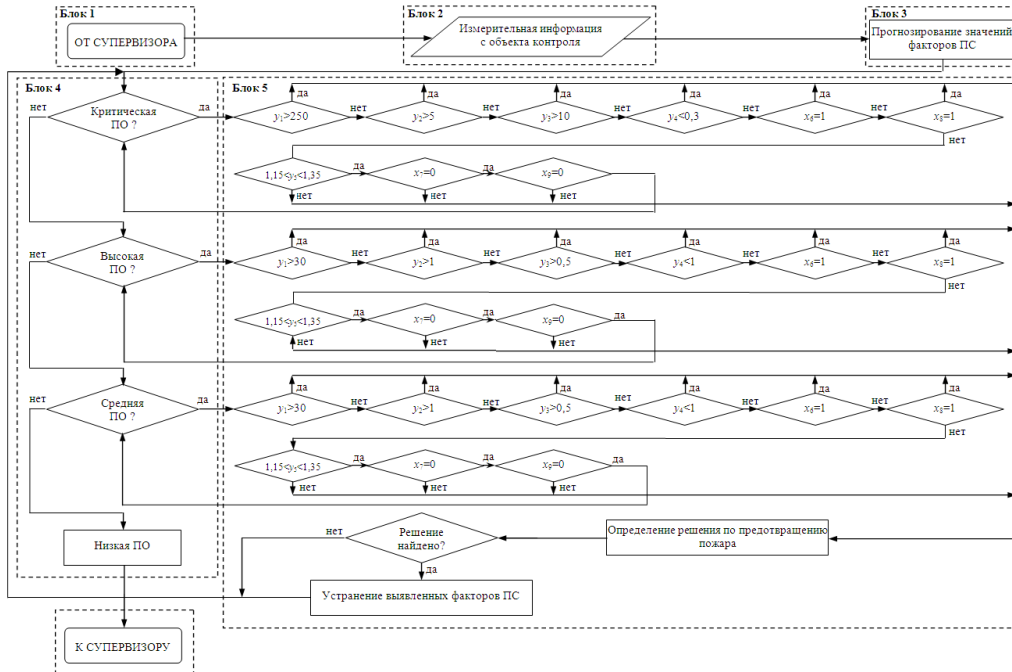


Рис. 3. Блок-схема алгоритм поддержки принятия решений по устранению пожароопасных ситуаций

На рис. 5 приняты следующие обозначения:

$$x_{kl}^{\text{норм.}} = (x_{kl} - \min x_{kl}) / (\max x_{kl} - \min x_{kl})$$

– нормированные значения факторов, обуславливающих возникновение ПС; $k = 1, \dots, 5$ – номер фактора; $l = 1, \dots, 5$ – номер момента времени, соответствующий значению k -го фактора, измеряемого с дискретностью $\Delta t = 4$ мин.; x_{kl} , $\max x_{kl}$, $\min x_{kl}$ – соответственно текущие, максимальные и минимальные значения факторов; $w_{ij}^{(n)}$ – весовой коэффициент синаптической связи, соединяющей i -й нейрон слоя n с j -м нейроном слоя $n + 1$; f – активационная функция, в качестве которой принята сигмоидальная функция; y_k – прогнозные значения факторов.

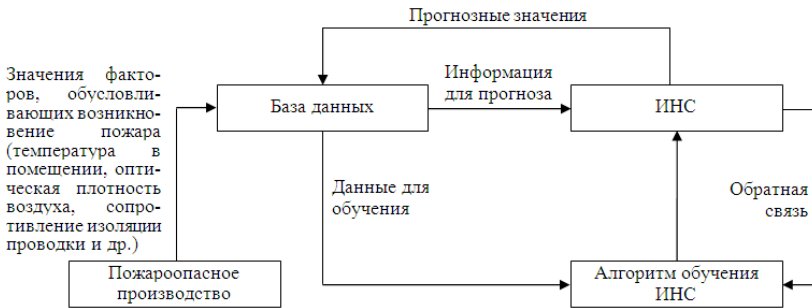


Рис. 4. Общая схема прогнозирования значений факторов пожароопасных ситуаций

На входы персептрона подаётся по 5 ретроспективных нормированных значений по каждому фактору (входных переменных), поэтому его входной слой содержит 25 нейронов. С выходов персептрона снимаются 5 прогнозных значений y_i , $i = 1, \dots, 5$, по этим факторам (выходных переменных), т.е. выходной слой включает 5 нейронов.

Обучение проводилось по комбинированному алгоритму, построенному на основе алгоритма обратного распространения ошибки и алгоритма Коши. Коррекция весов нейронов выполнялась по соотношению

$$w_{ij}^{(n)}(m) = w_{ij}^{(n)}(m-1) + \eta \Delta w_{ij}^{(n)}(m) + (1 - \eta) x_c,$$

где m – номер шага итеративного процесса обучения; $w_{ij}^{(n)}(m)$ –

значение весового коэффициента синаптической связи, соединяющей i -й нейрон слоя n с j -м нейроном слоя $n + 1$ на t -м шаге обучения; $w_{ij}^{(n)}(t-1)$ – значение весового коэффициента на предыдущем $(t-1)$ -м шаге обучения; $\Delta w_{ij}^{(n)}(t)$ – коррекция весового коэффициента, вычисленная по алгоритму обратного распространения ошибки; x_c – величина случайного изменения веса нейрона, определяемая в соответствии с распределением Коши; η , $0 < \eta < 1$ – коэффициент скорости обучения персептрона, значение которого в процессе обучения уменьшается по линейному закону от 1 до 0.

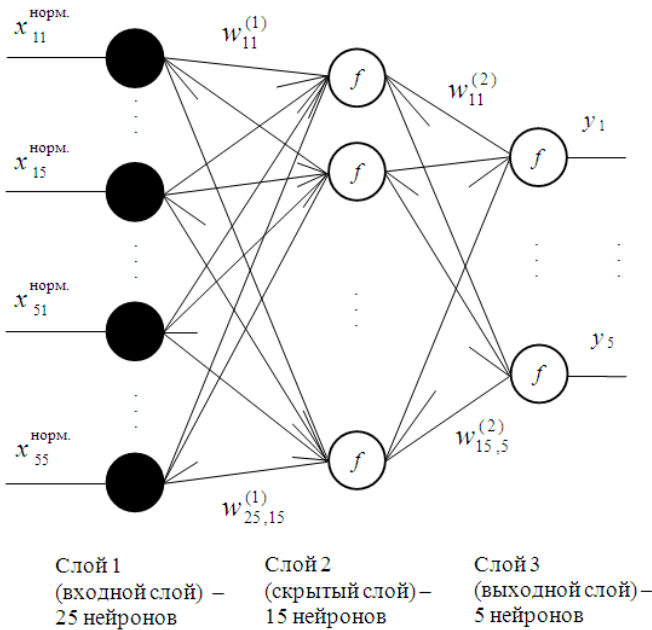


Рис. 5. Архитектура персептрона для прогнозирования значений факторов пожароопасных ситуаций

Для обучения персептрона использована обучающая последовательность из 360 элементов. Результаты проведенных машинных экспериментов показали, что использование для обучения предложенного алгоритма позволяет осуществлять обучение в режиме РВ. Так, тестовое прогнозирование значений факторов

ПС для склада лакокрасочных материалов Саратовского вагонного депо показало, что при 300 итерациях время обучения составило менее 20 с (процессор AMD Ahtlon X2 6000+).

Интервал прогнозирования значений факторов ПС составляет 20 мин., что достаточно для принятия и реализации оператором мероприятий по устранению ПС.

Блок 4. На основе полученной информации из БЗ и прогнозных значений определяется степень ПО помещения. Ввиду того, что формирование БЗ основывается на факторах, точная оценка которых затруднена, то для принятия решений по устранению ПС используется система нечёткого вывода (СНВ).

В качестве термов входных переменных при этом выступают: «Низкий уровень», «Средний уровень», «Высокий уровень».

В качестве выходных переменных выступают степени ПО помещений:

– «Критическая ПО» – максимальные отклонения значений факторов, приводящие к условиям возникновения пожара «Наличие горючего вещества» и «Наличие источника зажигания».

– «Высокая ПО» – отклонения значений факторов, приводящие к условиям возникновения пожара «Наличие горючего вещества» и «Наличие источника зажигания».

– «Средняя ПО» – отклонения значений факторов, обуславливающие одно из условий возникновения пожара.

– «Низкая ПО» – все значения опасных факторов, обуславливающие возникновение пожара, находятся в пределах установленных ограничений.

За номинальные принимаются значения факторов, соответствующие нормативным материалам, а при их отсутствии – мнениям экспертов, компетентных в данной области.

На основании нормативных материалов и мнений экспертов определяются функции принадлежности нечетких переменных. Вид этих функций выбирается исходя из простоты их представления и вычисления при условии обеспечения адекватности соответствующей лингвистической переменной, характеризующей исследуемый процесс. В настоящее время наибольшее распространение получили треугольная и трапецеидальная функции принадлежности (рис. 6).

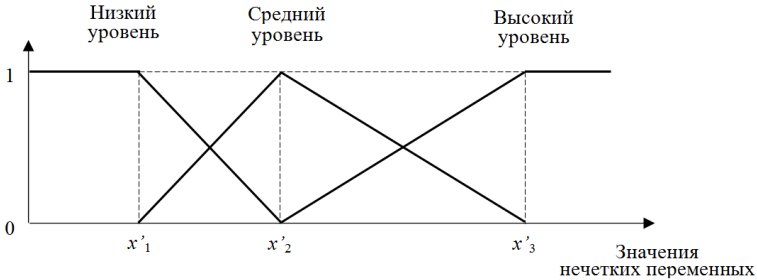


Рис. 6. Функции принадлежности нечетких переменных

Таблица 1. Значения параметров нечетких переменных

Нечеткая переменная	Значения параметров нечеткой переменной		
	x'_1	x'_2	x'_3
Температура в помещении, °С	30	100	250
Оптическая плотность воздуха	1	2	5
Сопротивление проводки, кОм	0,5	1	10
Сопротивление изоляции, МОм	0,3	0,5	1
Плотность воздуха, кг/л	1,15	1,25	1,35

Факторы «Наличие искры», «Горючая нагрузка», «Грозовые разряды» и «Утечка ЛВЖ и ГЖ» описываются логическими переменными, принимающими значения: 0 – «Низкий уровень», 1 – «Высокий уровень».

Пожарная опасность определяется на основе полной БЗ, содержащей 3888 правил:

1. Если температура в помещении – «Низкий уровень», оптическая плотность воздуха – «Низкий уровень», сопротивление изоляции – «Высокий уровень», сопротивление проводки – «Низкий уровень», плотность воздуха – «Средний уровень», наличие искры – «Низкий уровень», горючая нагрузка – «Низкий уровень», грозовые разряды – «Низкий уровень», утечка ЛВЖ и ГЖ – «Низкий уровень», то «Низкая ПО».

....

1900. Если температура в помещении – «Высокий уровень», оптическая плотность воздуха – «Высокий уровень», сопротивление изоляции – «Средний уровень», сопротивление проводки – «Средний уровень», плотность воздуха – «Средний уровень», наличие искры – «Низкий уровень», горючая нагрузка – «Низкий уровень», грозовые разряды – «Низкий уровень», утечка ЛВЖ и ГЖ – «Низкий уровень», то «Высокая ПО».

....

3888. Если температура в помещении – «Высокий уровень», оптическая плотность воздуха – «Высокий уровень», сопротивление изоляции – «Низкий уровень», сопротивление проводки – «Высокий уровень», плотность воздуха – «Высокий уровень», наличие искры – «Высокий уровень», горючая нагрузка – «Высокий уровень», грозовые разряды – «Высокий уровень», утечка ЛВЖ и ГЖ – «Высокий уровень», то «Критическая ПО».

Генерация множества правил БЗ, исходя из всевозможных сочетаний нечетких высказываний в их предпосылках и заключениях, и согласованные мнения экспертов обеспечивают непротиворечивость базы правил и гарантируют получение результата для всевозможных сочетаний факторов, определяющих возникновение пожара.

Далее на основе использования базы правил СНВ выполняется поиск решений, обеспечивающих предотвращение ПС. В качестве инструментальной среды реализации СНВ использован пакет программ Fuzzy Logic Toolbox Matlab 7.11.0.584 (R2010b).

Блок 5. Исходя из характеристик степени ПО, с помощью алгоритма поддержки принятия решений определяются решения по предотвращению пожара.

В таблице 2. приведены решения по предотвращению пожара для склада лакокрасочных материалов Саратовского вагонного депо.

Таблица 2. Решения по предотвращению пожара

Степень ПО помещения	Характеристика степени ПО	Решения по предотвращению пожара
Критическая ПО	$(y_1 > 250 \vee y_2 > 5 \vee y_3 > 10 \vee y_4 < 0,3 \vee x_6 = 1 \vee x_8 = 1) \wedge (y_5 < 1,15 \vee y_5 > 1,35 \vee x_7 = 1 \vee x_9 = 1)$	<p>1. Если $y_1 > 250$, то необходимо принять меры к ликвидации пожара, сообщить о пожаре в городскую и местную пожарную охрану, поставить в известность администрацию предприятия.</p> <p>2. Если $y_2 > 5$, то необходимо осмотреть помещение на наличие задымлённости, определить источник дыма и устранить его.</p> <p>3. Если $y_3 > 10 \vee y_4 < 0,3 \vee x_6 = 1$, то необходимо отключить электроснабжение помещения до устранения дефектов электрической проводки.</p> <p>4. Если $y_5 < 1,15 \vee y_5 > 1,35 \vee x_9 = 1$, то необходимо убедиться, что устранен источник загорания, и исключить утечку ЛВЖ/ГЖ в помещении – удалить тары с ЛВЖ/ГЖ из опасной зоны.</p> <p>5. Если $x_7 = 1$, то необходимо убедиться, что устранен источник загорания в помещении, и удалить тары с ЛВЖ/ГЖ из опасной зоны.</p> <p>6. Если $x_8 = 1$, то необходимо защитить помещение от «молнии» – отключить все электроприборы и производственное оборудование, а при возможности электроснабжение помещения.</p>
Высокая ПО	$(y_1 > 30 \vee y_2 > 1 \vee y_3 > 0,5 \vee y_4 < 1 \vee x_6 = 1 \vee x_8 = 1) \vee (y_5 < 1,15 \vee y_5 > 1,35 \vee x_7 = 1 \vee x_9 = 1)$	<p>1. Если $30 < y_1 < 100$, то необходимо включить кондиционер для исключения самовоспламенения горючих материалов, а если $y_1 > 100$ – то в случае пожара сообщить в городскую и местную пожарную охрану, поставить в известность администрацию предприятия.</p> <p>2. Если $y_2 > 1$, то необходимо осмотреть помещение на наличие задымлённости, определить источник дыма и устранить его.</p> <p>3. Если $0,5 < y_3 < 10 \vee 0,3 < y_4 < 1$, то необходимо отключить электроснабжение помеще-</p>

Степень ПО помещения	Характеристика степени ПО	Решения по предотвращению пожара
		<p>ния до устранения факторов ПС и в дальнейшем устранить дефекты электрической проводки помещения, а если $y_3 > 10 \vee y_4 < 0,3$ – то отключить электроснабжение помещения до устранения дефектов проводки.</p> <p>4. Если $y_5 < 1,15 \vee y_5 > 1,35 \vee x_9 = 1$, то необходимо убедиться в отсутствии источника зажигания, и устранить утечку ЛВЖ/ГЖ в помещении – удалить тары с ЛВЖ/ГЖ из опасной зоны.</p> <p>5. Если $x_6 = 1$, то необходимо отключить все электроприборы и производственное оборудование в помещении.</p> <p>6. Если $x_7 = 1$, то необходимо убедиться в отсутствии источника зажигания и удалить тары с ЛВЖ/ГЖ из опасной зоны.</p> <p>7. Если $x_8 = 1$, то необходимо защитить помещение от «молнии» – отключить все электроприборы и производственное оборудование и, при возможности, электроснабжение помещения.</p>
Средняя ПО	$(y_1 > 30 \vee y_2 > 1 \vee y_3 > 0,5 \vee y_4 < 1 \vee x_6 = 1 \vee x_8 = 1 \vee y_5 < 1,15 \vee y_5 > 1,35 \vee x_7 = 1 \vee x_9 = 1)$	<p>1. Если $30 < y_1 < 100$, то необходимо включить кондиционер, чтобы избежать самовоспламенения горючих материалов, а если $y_1 > 100$ – то в случае пожара сообщить в городскую и местную пожарную охрану, поставить в известность администрацию предприятия.</p> <p>2. Если $y_2 > 1$, то необходимо осмотреть помещение на наличие задымлённости, определить источник дыма и устранить его.</p> <p>3. Если $y_3 > 10 \vee y_4 < 0,3$, то необходимо отключить электроснабжение помещения до устранения дефектов электрической проводки, а если $0,5 < y_3 < 10 \vee 0,3 < y_4 < 1$ – то в дальнейшем заменить проводку в помещении.</p> <p>4. Если $y_5 < 1,15 \vee y_5 > 1,35 \vee x_9 = 1$, то необходимо устранить утечку ЛВЖ/ГЖ в помещении – удалить тары с ЛВЖ/ГЖ из опасной</p>

Степень ПО помещения	Характеристика степени ПО	Решения по предотвращению пожара
		зоны. 5. Если $x_6 = 1$, то необходимо отключить все электроприборы и производственное оборудование в помещении. 6. Если $x_7 = 1$, то необходимо удалить тары с ЛВЖ/ГЖ из опасной зоны. 7. Если $x_8 = 1$, то необходимо защитить помещение от «молнии» – отключить все электроприборы и производственное оборудование и, при возможности, электроснабжение помещения.

Данная таблица положена в основу построения пользовательского интерфейса, позволяющего оператору по визуальной информации оценивать возможность возникновения пожара и принимать в режиме РВ решения по его предотвращению.

Блок 6. Передача управления супервизору.

5. Заключение

Доминирующей причиной возникновения пожаров на промышленных предприятиях является человеческий фактор – невнимательность человека, сложность оперативного анализа им факторов и условий возникновения пожароопасных ситуаций, дефицит времени на принятие решений по предотвращению пожара и др.

В связи с этим предложен алгоритм поддержки принятия решений по устранению пожароопасных ситуаций на промышленных предприятиях, который позволяет осуществлять прогнозирование значений факторов пожароопасных ситуаций, устанавливать степень пожарной опасности в помещениях предприятия и на основе этого в режиме реального времени принимать обоснованные решения по предотвращению пожара.

Этот алгоритм является эффективным средством решения задачи по обеспечению пожарной безопасности в процессе функционирования промышленных предприятий. При расширении перечня факторов возникновения пожароопасных ситуаций он

может быть использован для специфичных взрывопожароопасных производств (предприятия химической, газовой, нефтеперерабатывающей, целлюлозно-бумажной, лакокрасочной промышленности; деревообрабатывающие предприятия; предприятия электро- и теплоэнергетики и др.).

Литература

1. *Альянс компаний «Рубеж»* [Электронный ресурс]. – URL: <http://rubezh.ru> (дата обращения: 29.09.2014).
2. АХМЕТЗЯНОВ А.В., БАХТАДЗЕ Н.Н., ВЛАСОВ С.А. и др. *Поддержка принятия управленческих решений на основе интеллектуальной обработки и анализа данных мониторинга деятельности компании ОАО «РЖД»* // Управление большими системами. – 2012. – №38. – С. 36–50.
3. ВАСИЛЬЕВ Д.А., КОЛОКОЛОВ М.В., ИВАЩЕНКО В.А. *Модели автоматизированного прогнозирования электрических нагрузок промышленных предприятий* // Управление большими системами. – 2011. – №34. – С. 254–266.
4. ДОМНИЧ В.С., ИВАЩЕНКО В.А. *Построение базы знаний для поиска причин аварийных ситуаций при формовании листового стекла* // Управление большими системами. – 2011. – №33. – С. 218–232.
5. ДОМНИЧ В.С., ИВАЩЕНКО В.А., ПЕТРОВ Д.Ю. *Автоматизация поиска причин аварийных ситуаций при формовании листового стекла* // Проблемы управления. – 2011. – №5. – С. 52–58.
6. КОРОЛЬЧЕНКО А.Я. *Процессы горения и взрыва*. – М.: Пожнаука, 2007. – 266 с.
7. *НВП Бolid – Системы безопасности* [Электронный ресурс]. – URL: <http://bolid.ru> (дата обращения: 29.09.2014).
8. *Новости: Аргус-Спектр* [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.argus-spectr.ru/index.php?path=ru/node/8> (дата обращения: 29.09.2014).
9. *Системы безопасности, средства охраны, сигнализации | НПО Сибирский Арсенал* [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.arsenal-sib.ru> (дата обращения: 29.09.2014).
10. *Специнформатика-СИ* [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.specinfo.ru> (дата обращения: 29.09.2014).

11. ТУПИКОВ Д.В., ИВАЩЕНКО В.А. *Разработка базы знаний для оперативного управления взрыво- и пожароопасным производством* // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2013. – №3(72). – С. 133–137.

DECISION SUPPORT ALGORITHM FOR FIRE-RISK SITUATIONS ELIMINATION IN INDUSTRY

Dmitry Tupikov, Saratov State Technical University n.a. Yuri Gagarin, postgraduate student (tupikovdv@gmail.com).

Aleksandr Rezhikov, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, director, dr.sci.tech. (iptmuran@san.ru).

Vladimir Ivaschenko, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Leading Researcher, dr.sci.tech. (iptmuran@san.ru).

Abstract: We suggest a decision support algorithm for fire-risk situations elimination at industrial enterprises. This algorithm includes predicting values of factors of fire-risk situation and defining degree of fire-risk of production units based on a fuzzy inference system. An operator then uses an adviser system to choose actions to eliminate the fire-risk situation.

Keywords: fire-risk, fire-risk situation, prediction, neural networks, fuzzy inference system, decision support.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Н.Н. Бахтадзе*

*Поступила в редакцию 26.05.2014.
Опубликована 30.11.2014.*

www.mtas.ru

**ИНТЕРНЕТ-сайт теории управления
организационными системами**

ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН



Целью сайта является предоставление специалистам по теории и практике управления организационными системами (ученым, преподавателям, аспирантам, студентам, а также реальным управленцам) доступа к ресурсам, отражающим современное состояние теории и возможности обмена идеями и результатами.

На сайте имеются разделы:

Теория – с обзором теории управления организационными системами, глоссарием, информацией для аспирантов;

Практика – с обзором результатов внедрения механизмов управления в реальных организациях;

Библиография – около 2500 публикаций по теории управления, снабжена классификатором и аннотациями;

Электронная библиотека – около 700 полнотекстовых монографий, статей и учебных пособий;

а также многое другое.

На сайте работает **форум**, на котором можно обсудить вопросы, относящиеся к математике, экономике, управлению организациями, узнать новости теории управления и ознакомиться с планируемыми конференциями и семинарами.

ubs.mtas.ru

Интернет-сайт электронного периодического
научного издания «Управление большими
системами: сборник трудов»

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

ЭЛЕКТРОННЫЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ
ИНСТИТУТА ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

С 1998 года Институт проблем управления РАН выпускает периодический сборник трудов ученых, занимающихся разработкой и исследованием математических моделей управления большими (социально-экономическими, организационными, организационно-техническими и др.) системами. Все статьи, публикуемые в сборнике, проходят рецензирование ведущими специалистами по теории управления.

С 2006 года сборник "Управление большими системами" вместе с ведущим журналом ИПУ РАН "Проблемы управления" – включены в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

С июля 2007 года Сборник входит в список ВАК (перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук):

* по управлению, вычислительной технике и информатике (для докторов наук);

* по электронике, измерительной технике, радиотехнике и связи; по энергетике (для кандидатов наук).

**Уважаемые коллеги! Приглашаем Вас опубликовать
Вашу статью в очередном выпуске сборника
"Управление большими системами"!**

Периодичность сборника - 4 раза в год. Время выхода прошедшей рецензирование статьи - 3-4 месяца. Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.