УДК 021.8 + 025.1
ББК 78.34

ПРИНЦИП СОГЛАСОВАННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В УПРАВЛЕНИИ СОЦИАЛЬНЫМИ И ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Бурков В. Н.[1], Буркова И. В.[2]
(*ФГБУН Институт проблем управления РАН, Москва*)
Пузырев С. А.[3]
(*НИИ МВД России, Москва*)

Рассматриваются задачи управления распределенными проектами и программами. Это программы, состоящие из подпрограмм, распределенных либо функционально, либо административно, либо территориально. Например, программа развития области включает подпрограмму экологической безопасности. В связи с этим главной проблемой управления распределенными программами является проблема согласования интересов всех заинтересованных лиц. Предлагается принцип согласованного планирования для формирования планов реализации распределенных программ.

Ключевые слова: распределенные программы, экологическая безопасность, принцип согласованного планирования.

1. Введение

Распределенными проектами (программами) называются проекты (программы), состоящие из подпроектов (подпрограмм), распределенных либо функционально, либо админи-

---

[1] *Владимир Николаевич Бурков, доктор технических наук, профессор* (*vlab17@bk.ru*).
[2] *Ирина Владимировна Буркова, доктор технических наук, доцент* (*irbur27@mail.ru*).
[3] *Сергей Александрович Пузырев, кандидат технических наук, доцент* (*vlab17@bk.ru*).

стративно, либо территориально. Функциональное распределение означает, что существуют различные функциональные направления проекта (программы), по каждому из которых разрабатывается отдельный подпроект (подпрограмма) со своим руководителем и командой управления. Примером может служить программа развития региона, включающая такие функциональные направления, как социальное развитие, экономическое развитие, экологическая безопасность и др. Административное распределение означает, что существуют подпроекты (подпрограммы) в интересах различных административных или экономических образований. Например, программа развития области включает подпрограммы развития городов, муниципальных образований и др. со своим руководством и командой управления. Главной особенностью функционально и административно распределенных проектов (программ) является наличие несовпадающих интересов у руководителей подпроектов (подпрограмм). В связи с этим главной проблемой управления функционально и административно распределенными проектами (программами) является проблема согласования интересов всех заинтересованных лиц (в основном, руководителей подпроектов и подпрограмм). Помимо того что территориально распределенные проекты (программы) могут быть функционально и административно распределенными, они имеют еще одну существенную особенность. При формировании планов реализации таких проектов (программ) необходимо учитывать время перемещения ресурсов (людей, оборудования, материалов), поскольку время перемещения ресурсов сравнимо (а иногда и превышает) с временем выполнения работ. Примером могут быть проекты ремонта (строительства) автомобильных дорог, железнодорожных путей, мостов.

2. Принцип согласованного планирования распределенных проектов (программ)[1]

Проблему согласования интересов подпроектов (подпрограмм) функционально или административно распределенного проекта (программы) рассмотрим на примере функционально распределенной программы, поскольку результаты легко переносятся на территориально-распределенные и административно-распределенные проекты и программы.

Итак, рассмотрим функционально распределенную программу, состоящую из m подпрограмм по различным направлениям. Руководство программы далее будем называть центром (Ц), а руководство подпрограмм по направлениям – агентами (А).

Примем, что имеется оценка состояния каждого направления (в количественной или качественной шкале). Обозначим через F_i оценку состояния i-го направления (целевая функция i-го агента), F – целевую функцию Центра. Целевая функция Центра зависит от целевых функций агентов:

(1) $F = \Phi\left(F_1; F_1; \ldots; F_m\right).$

Это может быть линейная, аддитивная или матричная свертка.

Задача Центра заключается в разработке программы (множества проектов), при которой целевая функция F достигает максимума при ограниченных средствах R, выделенных на программу. Каждый агент i, естественно, заинтересован в разработке подпрограммы, максимизирующей его целевую функцию F_i.

Если Центр при разработке программы не будет учитывать интересы агентов, то это приведет к таким отрицательным последствиям как сокрытие или искажение информации, предоставляемой агентами центру, невыполнение мероприятий программы и т.д. Для согласования интересов Центра и агентов в теории активных систем разработан принцип согласованного планирования [1]. Идея принципа состоит в оптимизации целевой функции Центра на множестве согласованных планов, т.е. планов, при

---

[1] *Раздел написан с участием аспиранта ВГАСУ Чу Донг Ксюаня.*

которых целевые функции агентов не меньше определенной величины. Для формальной записи задачи оптимального согласованного планирования обозначим через F_i^0 существующую оценку состояния i-го направления. Условием согласования может быть обеспечение увеличения критерия F_i на величину $\Delta F_i = \gamma_i F_i^0$ (т.е. увеличение на $100\gamma_i$ процентов). В этом случае задача согласованного планирования принимает вид

(2) $F = \Phi(F_1; F_1; \ldots; F_m) \to \max$

при ограничениях

(3) $F_i \geq (1+\gamma_i)F_i^0, \quad i = \overline{1,n}$.

3. Постановка задачи

Имеется n проектов, претендентов на включение в программу. Для каждого проекта i заданы затраты c_i на его реализацию и эффекты a_{ij}, которые обеспечивает проект для направления j (под эффектом понимается приращение критерия F_j). Обозначим $x_i = 1$, если проект i включен в программу, и $x_i = 0$ в противном случае.

Задача. Определить $x = \{x_i, i = \overline{1,n}\}$, максимизирующие

(4) $\Phi(y_1, y_2, \ldots, y_m)$, где $y_j = \sum\limits_i a_{ij} x_i$, $j = \overline{1,m}$,

при ограничениях

(5) $\sum\limits_i c_i x_i \leq R$,

(6) $\sum\limits_i x_i a_{ij} \geq \gamma_j F_j^0, \quad j = \overline{1,m}$.

3.1. ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ: ОДНОЦЕЛЕВЫЕ ПРОЕКТЫ

Рассмотрим частный случай задачи, когда для каждого направления j существует множество проектов Q_j, дающих вклад в это направление, причем множества Q_j не пересекаются. В этом случае задача решается в два этапа.

Первый этап. Решаем m задач о ранце: максимизировать

(7) $y_j = \sum\limits_{i \in Q_j} a_i x_i$

при ограничениях

(8) $\sum_{i \in Q_J} x_i c_i \le R_j$,

(9) $\sum_{i \in Q_j} x_i a_i \ge \gamma_j F_j^0 = b_j$, где $0 \le R_j \le R$.

Для этого решаем обычную задачу о ранце (7), (8) при $R_j = R$.

Как известно, решение задачи о ранце при $R_j = R$ дает оптимальные решения при всех $R_j < R$. Обозначим оптимальную величину y_j (7) через $Y_j(R_j)$, как функцию R_j. Определим минимальное $R_j = d_j$, при котором $Y_j(d_j) \ge b_j$. В итоге получаем зависимость $Y_j(R_j)$, где $d_j \le R_j \le R$.

Второй этап. Решаем задачу максимизации

(10) $Y(R) = \sum_j \mathrm{Y}_j(R_j)$

при ограничениях $R_j \ge b_j$, $j = 1, \ldots, m$,

(11) $\sum_{j=1}^{m} R_j \le R$.

Задачу решаем методом дихотомического программирования. Решение каждой задачи о ранце определяем методом обратного хода.

Пример 1. Имеются три направления программы, данные о которых приведены в таблице 1.

Таблица 1.

j	Направление 1				Направление 2				Направление 3			
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_i	12	30	50	16	16	15	8	18	24	18	10	7
c_i	6	5	10	4	4	3	4	3	12	6	5	7

Примем $b_1 = 20$, $b_2 = 34$, $b_3 = 20$, $R = 30$.

Первый этап. Решаем задачу о ранце для первого направления. Задачу решаем методом дихотомического программирования [2]. Дерево дихотомического представления задачи приведено на рис. 1.

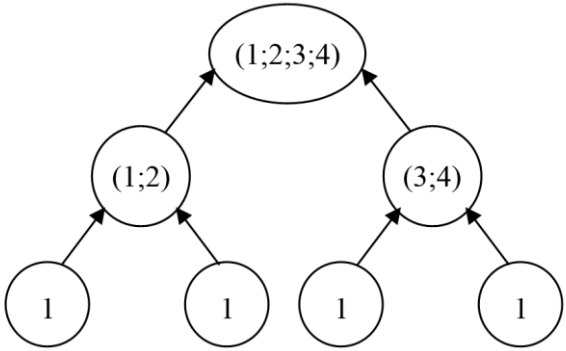

Рис. 1.

1 шаг. Решаем задачу для проектов 1 и 2. Решение приведено в таблице 2. Первое число в клетке равно затратам, а второе – эффекту.

Таблица 2.

1	5;30	11;42
0	0;0	6;12
2 / 1	0	1

Результаты сведены в таблице 3. В таблице оставлены только Парето-оптимальные варианты. Так, вариант (6; 12) исключаем, поскольку он доминируется вариантом (5; 30) (при меньших затратах получаем больший эффект).

Таблица 3.

Вариант	0	1	2
Затраты	0	5	11
Эффект	0	30	42

2 шаг. Решаем задачу для проектов 3 и 4. Решение приведено в таблице 4. Результаты сведены в таблице 5.

Таблица 4.

1	4;16	14;66
0	0;0	10;50
4 / 3	0	1

Таблица 5.

Вариант	0	1	2	3
Затраты	0	4	10	14
Эффект	0	16	50	66

3 шаг. Рассматриваем объединенные проекты (1; 2) и (3; 4). Решение приведено в таблице 6. Результаты сведены в таблице 7. Поскольку $b_1 = 20$, то варианты (0; 0) и (4; 16) исключаем.

Таблица 6.

2	11;42	15;58	21;92	25;108
1	5;30	9;46	15;80	19;96
0	0;0	4;16	10;50	14;66
(1;2) / (3;4)	0	1	2	3

Таблица 7.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
R_1	5	9	10	14	15	19	25
Y_1	30	46	50	66	80	96	108

Решаем задачу о ранце для второго направления. Решение приведено в таблице 8.

Таблица 8.

Вариант	1	2	3
R_2	7	10	14
Y_2	34	49	57

Решаем задачу о ранце для третьего направления. Решение приведено в таблице 9

Таблица 9.

Вариант	1	2	3	4	5
R_3	11	17	18	23	30
Y_3	28	34	42	52	59

Второй этап. Решаем задачу максимизации

(12) $Y_1(R_1) + Y_2(R_2) + Y_3(R_3) \to \max$

при ограничении

(13) $R_1 + R_2 + R_3 \leq 30$

1 шаг. Рассматриваем направления 1 и 2. Решение приведено в таблице 10. Результаты сведены в табл. 11

Таблица 10.

14;57	19;87	23;103	24;107	28;123	29;137	-	-
10;49	15;79	19;95	20;99	24;115	25;129	29;142	-
7;34	12;64	16;80	17;84	21;100	22;114	26;130	-
2 / 1	5;30	9;46	10;50	14;66	15;80	19;96	25;108

Таблица 11.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$R_1 + R_2$	12	15	16	17	19	20	21	22	24	25	26	29
$Y_1 + Y_2$	64	79	80	84	95	99	100	114	115	129	130	142

2 шаг. Рассматриваем объединенное направление (1; 2) и направление 3. Решение приведено в таблице 12.

Таблица 12.

19;95	0;123	-	-
17;84	28;112	-	-
16;80	27;108	-	-
15;79	26;107	-	-
12;64	23;92	29;98	30;106
(1;2) / (3)	11;28	17;34	18;42

В таблице 12 определяем клетку с максимальным вторым числом. Это клетка (30; 123) с эффектом 123. Клетке (30; 123) соответствует вариант 5 таблицы 11 и вариант 1 таблицы 9. Этому варианту соответствует решение задачи о ранце

$x_9 = 0; x_{10} = 1; x_{11} = 1; x_{12} = 0$

с затратами 11 и эффектом 28.

Варианту 5 таблицы 11 соответствует клетка (19; 95) таблицы 10, т.е. вариант 2 таблицы 8 и вариант 2 таблицы 7.

Варианту 2 таблицы 8 соответствует следующее решение задачи о ранце для второго направления:

$x_5 = 1; x_6 = 1; x_7 = 0; x_8 = 1$

с затратами 10 и эффектом 49.

Наконец, варианту 2 таблицы 7 соответствует следующее решение задачи о ранце для первого направления:

$x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 0; x_4 = 1$

с затратами 9 и эффектом 46.

3.2. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ. МНОГОЦЕЛЕВЫЕ ПРОЕКТЫ

В общем случае существуют проекты, реализация которых дает вклад в несколько направлений. Такие проекты будем называть многоцелевыми. Если число q многоцелевых проектов не велико, то можно рассмотреть все 2^q вариантов вхождения в программу многоцелевых проектов и из них выбрать лучший.

Пример 2. Имеются два направления и 8 проектов. Данные о проектах приведены в таблице 13.

Таблица 13.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
a_{i_1}	12	18	15	24	15			
a_{i_2}				16	10	16	21	24
c_i	4	9	3	8	10	4	7	12

Из таблицы видно, что проекты 4 и 5 являются многоцелевыми. Примем $b_1 = 20$, $b_2 = 25$, $R = 30$.

1 вариант. Ни один многоцелевой проект не включен в программу, т.е. $x_4 = x_5 = 0$.

1 этап. Решаем задачу для первого направления: максимизировать

$$12x_1 + 18x_2 + 15x_3$$

при ограничении

$$4x_1 + 9x_2 + 3x_3 \leq R_1,$$

где $R_1 \leq 30$. Ее решение приведено в таблице 14.

Таблица 14.

Вариант	0	1	2	3	4
R_1	0	3	7	12	16
Y_1	0	15	37	33	45

Решаем задачу для второго направления: максимизировать

$$16x_6 + 21x_7 + 24x_8$$

при ограничении

$$4x_6 + 7x_7 + 12x_8 \leq R_2,$$

где $R_2 \leq 30$. Ее решение приведено в таблице 15.

Таблица 15.

Вариант	0	1	2	3	4	5	6

R_2	0	4	7	11	16	19	23
Y_2	0	16	21	37	40	45	61

2 этап. Решаем задачу максимизации

$$Y_1(R_1)+Y_2(R_2)$$

при ограничении

$$R_1+R_2\le 30.$$

Решение приведено в таблице 16.

Таблица 16.

4	16;45	20;61	23;66	27;82	-	-	-
3	12;33	16;49	19;54	23;70	28;73	-	-
2	7;27	11;43	14;48	18;64	23;67	26:72	30;88
1	3;15	7;31	10;36	14;52	19;55	22;60	26;76
0	0;0	4;16	7;21	11;37	16;40	19;45	23;61
1 / 2	0	1	2	3	4	5	6

Поскольку b_1 = 20, то строки 0 и 1 в таблице следует исключить. Аналогично, поскольку b_2 = 25, то следует исключить столбцы 0, 1 и 2. В оставшейся таблице определяем клетку с максимальным вторым числом. Это клетка (30; 88) с эффектом 88.

2 вариант. В программу включен проект 4 (x_4 = 1; x_5 = 0). В этом случае остаток ресурса равен R' = 30 – 8 = 22. Так как a_{41} = 24, a_{42} = 16, то b_1' = 0, b_2' = 25 – 16 = 9 и из таблицы 16 следует исключить только столбец 0 и строку 0.

Определяем клетку с максимальным вторым числом среди клеток, у которых первое число не больше 22. Это клетка (18; 64) с эффектом 64. Добавляя эффект от проекта 4 $a_{41}+a_{42}$ = 40, получаем 104.

3 вариант. В программу входит проект 5. Имеем

R' = 30 – 10 = 20, b_1' = 20 – 15 = 5, b_2' = 25 – 10 = 15.

В таблице 16 исключаем, как и в предыдущем случае, столбец 0 и строку 0. Находим клетку с максимальным вторым числом среди клеток, у которых первое число не больше 20. Это клетка (18; 64) с эффектом 64. Добавляя эффекты от проекта 5, получаем эффект 64 + 25 = 89.

4 вариант. В программу включены оба проекта 4 и 5 ($x_4 = x_5 = 1$). Имеем $R' = 30 – 18 = 12$, $b'_1 = 0$, $b'_2 = 0$. Находим клетку с максимальным вторым числом среди клеток, у которых первое число не более 12. Это клетка (11; 43) с эффектом 43. Добавляя эффекты от проектов 4 и 5, получаем эффект 43 + 40 + 25 = 108. Максимальный эффект имеет четвертый вариант. Заметим, что клетке (11; 43) соответствует вариант 1 таблицы 15 и вариант 2 таблицы 14. Варианту 1 таблицы 15 соответствует решение для второго направления

$x_6 = 1, x_7 = 0, x_8 = 0.$

Варианту 2 таблицы 14 соответствует решение для первого направления

$x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Окончательно получаем, что в программу включаются проекты первый, третий, четвертый, пятый и шестой с суммарным эффектом 108 и затратами 29.

3.3. МЕТОД СЕТЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

При большом числе многоцелевых проектов метод перебора всех вариантов их включения в программу становится неэффективным. Рассмотрим алгоритм ветвей и границ с получением оценок на основе метода сетевого программирования [3]. Применение метода удобнее рассматривать для обратной задачи минимизации затрат, необходимых для получения требуемого суммарного эффекта, т.е. минимизации

$$C(x) = \sum_i c_i x_i$$

при ограничениях

$$\sum_j y_j \geq B,$$

$$y_j \geq b_j, \; j = \overline{1,m}.$$

Иллюстрацию метода рассмотрим на простом примере.

Пример 3. Имеются 4 проекта, данные о которых приведены в таблице 17. Число направлений равно 2.

Таблица 17.

i	1	2	3	4
a_{i_1}	12	6	9	
a_{i_2}		4	6	8
c_i	3	2	4	3

Примем $b_1 = 10$, $b_2 = 8$, $B = 30$. Из таблицы 17 видно, что проекты 2 и 3 являются многоцелевыми. Сетевое представление ограничений задачи приведено на рис. 2.

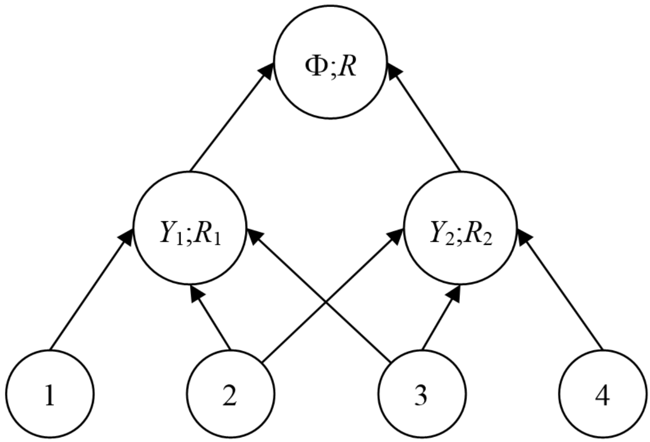

Рис. 2.

В соответствии с теорией сетевого программирования следует разделить затраты c_2 и c_3 многоцелевых проектов на две части s_{21}, s_{22} и s_{31}, s_{32} произвольным образом, поскольку число исходящих дуг из вершин 2 и 3 (рис. 2) равно 2. Возьмем, например, $s_{21} = s_{22} = 1$, $s_{31} = 1$, $s_{32} = 3$. Получаем две оценочные задачи для каждого направления. Оценочные задачи для первого направления: минимизировать

$$C_1(x) = 3 \times x_1 + 1 \times x_2 + 1 \times x_3$$

при ограничении

$$12x_1 + 6x_2 + 9x_3 \geq B_1,$$

где $d_1 \leq B_1 \leq B$.

Обозначим $Z_1(B_1)$ значение $C_1(x)$ в оптимальном решении задачи. Решение приведено в таблице 18.

Таблица 18.

Вариант	0	1	2	3	4
Z_1	0	1	2	4	5
B_1	0	6	15	21	27

Варианты 0, 1 исключаем, поскольку для этих вариантов $B_1 < b_1 = 10$.

Оценочная задача для второго направления:

$$C2(x) = 1 \times x_2 + 3 \times x_3 + 3 \times x_4 \to \min$$

при ограничении

$$4x_2 + 6x_3 + 8x_4 \geq B_2,$$

где $d_2 \leq B_2 \leq B$.

Обозначим $Z_2(B_2)$ значение $C_2(x)$ в оптимальном решении задачи. Решение приведено в таблице 19.

Таблица 19.

Вариант	0	1	2	3	4	5
Z_2	0	1	3	4	6	7
B_2	0	4	8	12	14	18

Варианты 0, 1 исключаем, так как для них $B_2 < b_2 = 8$.

Решаем оценочную задачу верхнего уровня:

$$Z_1(B_1) + Z_2(B_2) \to \min$$

при ограничении

$$B_1 + B_2 \geq 30.$$

Решение приведено в таблице 20.

Таблица 20.

5;18	9;32			
4;14	7;29			
4;12	6;27	8;33		
2	5;25	7;29	8;35	9;37
2 / 1	22;15	34;21	45;27	66;27

В таблице 20 находим клетку с минимальным первым числом среди клеток, у которых второе число не менее $B = 30$. Это клетки (8; 35) и (8; 33) с затратами 8. Основная теорема теории сетевого программирования утверждает, что величина затрат 8 дает оценку снизу затрат для исходной задачи. Определим соответствующие оптимальные решения методом обратного хода. Клетке (8; 35) соответствует вариант 2 таблицы 19 и вариант 4 таблицы 18. Варианту 2 таблицы 19 соответствует решение оценочной задачи для второго направления

$x_2 = 0,\ x_3 = 0,\ x_4 = 1.$

Варианту 5 таблицы 18 соответствует решение первой оценочной задачи

$x_1 = 1,\ x_2 = 1,\ x_3 = 1.$

Полученная пара решений не определяет допустимого решения.

Клетке (8; 33) соответствует вариант 3 таблицы 19 и вариант 3 таблицы 18. Варианту 3 таблицы 19 соответствует решение

$x_2 = 1,\ x_3 = 0,\ x_4 = 1$

второй оценочной задачи, а варианту 3 таблицы 18 соответствует решение

$x_1 = 1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1$

первой оценочной задачи. Эта пара решений также не определяет допустимого решения исходной задачи, а определяет только оценку снизу.

Далее можно либо попытаться улучшить оценку, изменяя деление затрат многоцелевых проектов, либо применить алгоритм ветвей и границ на основе полученных оценок. Рассмотрим применение алгоритма метода ветвей и границ. Для ветвления возьмем второе направление. Делим множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $x_2 = 1$, а во втором $x_2 = 0$.

Оценка первого подмножества ($x_2 = 1$).

Поскольку $x_2 = 1$, то

$B' = 30 - 10 = 20$, $b_1' = 10 - 6 = 4$, $b_2' = 8 - 4 = 4$.

Решаем оценочную задачу для первого направления:

$3x_1 + x_3 \to \min$

при ограничении

$12x_1 + 9x_3 \geq B_1'$,

где $4 \leq B_1' \leq 20$. Ее решение приведено в таблице 21.

Таблица 21.

Вариант	0	1	2	3
Z_1	0	1	3	4
B_1	0	9	12	21

Решаем оценочную задачу для второго направления:

$3x_3 + 3x_4 \to \min$

при ограничении

$6x_3 + 8x_4 \geq B_2$,

где $4 \leq B_2 \leq 20$. Ее решение приведено в таблице 22.

Таблица 22.

Вариант	0	1	2
Z_1	0	3	6
B_1	0	8	14

Решаем оценочную задачу верхнего уровня:

$$Z_1(B_1) + Z_2(B_2) \to \min$$

при ограничении

$$B_1 + B_2 \geq 20.$$

Решение приведено в таблице 23.

Таблица 23.

26; 14	7; 23	-	-
13; 8	4; 17	6; 20	-
Z_2; B_2 \ Z_1; B_1	11; 9	23; 12	34; 21

Ее решение определяется клеткой (6; 20).

Для первой оценочной задачи получаем решение $x_1 = 1$, $x_3 = 0$, а для второй – $x_3 = 0$, $x_4 = 1$.

Заметим, что пара решений определяет допустимое, а значит оптимальное решение в подмножестве $x_2 = 1$ с затратами 8.

Оценка второго подмножества ($x_2 = 0$).

Решаем оценочную задачу для первого направления:

$3x_1 + x_3 \rightarrow \min$

при ограничении

$12x_1 + 9x_3 \geq B_1'$,

где $10 \leq B_1 \leq 30$. Ее решение приведено в таблице 24.

Таблица 24.

Вариант	2	3
Z_1	3	4
B_1	12	21

Решаем оценочную задачу для второго направления:

$3x_3 + 3x_4 \rightarrow \min$

при ограничении

$6x_3 + 8x_4 \geq B_2$,

где $8 \leq B_2 \leq 30$. Ее решение приведено в таблице 25.

Таблица 25.

Вариант	2	3
Z_2	3	6
B_2	8	14

Решаем оценочную задачу верхнего уровня. Решение приведено в таблице 26.

Таблица 26.

36; 14	5; 18	9; 26	10; 35
2 3; 8	4; 14	6; 20	7; 29
Z_2; B_2 / Z_1; B_1	1 1; 6	23; 12	34; 21

Решение определяется клеткой (10; 35) с затратами 10.

Выбираем первое подмножество ($x_2 = 1$). Соответствующее оптимальное решение $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$ с затратами 8. Дерево ветвлений приведено на рис. 3.

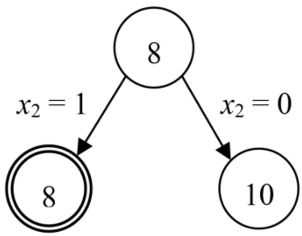

Рис. 3.

Второй способ решения задачи заключается в максимальном увеличении оценки снизу путем выбора оптимального разделения затрат c_2 и c_3 при ограничениях

$$s_{21} + s_{22} = c_2,$$

$$s_{31} + s_{32} = c_3.$$

Эта задача называется обобщенной двойственной задачей (ОДЗ).

В работе [3] доказано, что ОДЗ является задачей выпуклого программирования. Однако здесь следует учесть два обстоятельства. Во-первых, вычислительные эксперименты показали, что затраты вычислительного времени на улучшение оценки, как правило, не компенсируются уменьшением ветвлений в алгоритме ветвей и границ. Во-вторых, решение ОДЗ во многих случаях получаются нецелочисленным, а как известно, при нецелочисленных значениях параметров задача о ранце становится NP-трудной. Поэтому рекомендуется получать оценки при заданном начальном делении затрат многоцелевых проектов.

Попробуем улучшить полученную оценку. При $s_{21} = s_{22} = 1$, $s_{31} = 3$ мы имеем две пары решений оценочных задач. Первая пара решений

$x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$,

$x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$.

Вторая пара решений

$x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$,

$x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$.

Означим δ_2 – изменение оценки s_{22}. Аналогично, обозначим δ_3 – изменение оценки $s_{32.}$ Заметим, что при малых δ_2 и δ_3 оптимальные решения оценочных задач не меняются. Для того чтобы увеличить оценку снизу, необходимо, чтобы оценка снизу увеличилась для каждой пары решений.

Имеем для первой пары $\delta_2 + \delta_3 > 0$, а для второй – $\delta_2 - \delta_3 > 0$. Выбираем $\delta_2 = 0$, $\delta_3 > 0$. Заметим теперь, что при $\delta_3 > 0$ появляется новая пара оптимальных решений оценочных задач:

1) $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$,

2) $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$

с оценкой затрат 8.

Эта пара решений определяет допустимое, а значит оптимальное решение исходной задачи.

4. Механизмы совместного финансирования

Важнейшей задачей при управлении распределенными проектами и программами является задача распределения ресурсов (как правило, финансовых) между отдельными направлениями (подпрограммами) функционально распределенной программы или между отдельными подразделениями (подпрограммами) административно распределенной программы.

Рассмотрим класс механизмов, позволяющих согласовывать интересы Центра и агентов. Речь идет о механизмах совместного финансирования подпрограмм, когда часть ресурсов выделяет Центр, а остальные ресурсы выделяют агенты. Инструментом согласования выступает норматив λ, определяющий величину ресурсов Центра, выделяемых на каждую единицу ресурсов агента [4].

Сначала рассмотрим простую аналитическую модель. Примем, что целевые функции агентов имеют вид

(14) $f_i(x_i, \lambda) = 2\sqrt{r_i(1+\lambda)x_i} - x_i,\ i = \overline{1,m}$,

где x_i – количество ресурса, выделяемое на подпрограмму i-м агентом. Каждый агент при заданном нормативе λ решает задачу максимизации (14) по x_i. Ее решение

(15) $x_i = r_i(1+\lambda), i = \overline{1,m}$.

Норматив λ определяется из условия ограниченности ресурса Центра:

$$\lambda(1+\lambda) = \frac{R}{H}, \text{ где } H = \sum_i r_i.$$

Решая это квадратное уравнение, получаем:

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+4q} - 1\right), \text{ где } q = \frac{R}{H}.$$

Для распределения ресурса Центр получает от агентов оценки s_i коэффициентов эффективности r_i. На основе этой информации Центр определяет

$$x_i = s_i(1+\lambda), \text{ где } \lambda = \frac{R}{S},\ S = \sum_i s_i.$$

Подставляя x и λ в (15) получаем

(16) $f_i = (1+\lambda)\left\lfloor 2\sqrt{r_i s_i} - s_i \right\rfloor$.

При большом числе агентов оценка i-го агента слабо влияет на норматив λ. Принимая, что агенты не учитывают этого влияния (гипотеза слабого влияния), определим максимум (16) по s_i. Имеем $s_i = r_i$, $i = 1, \ldots, m$. Таким образом, механизм совместного финансирования является неманипулируемым (при гипотезе слабого влияния).

Перейдем к описанию дискретной модели. Примем, что для каждой подпрограммы имеется n_j проектов. Каждый проект описывается эффектом a_{ij} и затратами c_{ij}, $i = 1, \ldots, n_j$, $j = 1, \ldots, m$.

При нормативе λ j-й агент расходует на i-й проект

$$\frac{c_{ji}}{1+\lambda}$$

и его прибыль составит

$$\pi_{ji} = a_{ji} - \frac{c_{ji}}{1+\lambda}.$$

Очевидно, что если $\pi_{ji} > 0$, то проект i войдет в программу. Примем, что проект i войдет в программу и в случае, если $\pi_{ji} = 0$ в силу благожелательного отношения агентов к Центру. Обозначим $Q_j(\lambda)$ – множество проектов, для которых $\pi_{ji} \geq 0$ при нормативе λ. Определим максимальное λ, такое что

$$(17)\quad \sum_{j=1}^{m} \sum_{i \in Q_J(\lambda)} c_{ji} \leq \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) R.$$

При такой величине норматива λ Центр может участвовать в совместном финансировании всех проектов с неотрицательной прибылью. Заметим, что Центр может взять величину норматива $\lambda > \lambda_0$. При этом возникает задача формирования программы с максимальным суммарным эффектом при обеспечении гарантированного эффекта для каждого агента. Эта задача была рассмотрена выше.

Для решения неравенства (17) определим для каждого проекта норматив

$$\lambda_{ji} = \frac{c_{ji}}{a_{ji}} - 1$$

(полагаем, что $c_{ji} \geq a_{ji}$, поскольку в противном случае проект выгоден агенту без дополнительного финансирования). Пронумеруем все проекты в очередности возрастания λ_{ji}, т.е. $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_q$, где q – число всех проектов.

Определяем максимальный номер k, такой что

$$(18)\quad \sum_{i=1}^{k} c_i \leq \left(1 + \frac{1}{\lambda_k}\right) R.$$

Полученное значение λ_k дает решение неравенства (17).

Замечание. Предполагается, что для каждого агента множество $Q_j(\lambda_k) \neq \varnothing$, причем найдутся проекты, обеспечивающие агенту гарантированный уровень эффекта. Если это не так, то агенту предлагается разработать проекты с достаточно высоким эффектом.

Пример 1. Имеются две подпрограммы и соответственно два агента, у каждого по 4 проекта. Данные о проектах приведены в таблице 27.

Таблица 27.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
a_i	100	50	80	60	40	30	70	20
c_i	110	60	104	84	60	48	119	36
λ_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8

Примем, что проекты с первого по четвертый являются претендентами на включение в первую подпрограмму, а проекты с пятого по восьмой являются претендентами на включение во вторую подпрограмму. Пусть R = 140. Вычисляем

$\lambda = \lambda_1 = 0{,}1$; $c_1 < (1 + 10)R$;

$\lambda = \lambda_2 = 0{,}2$; $c_1 + c_2 < (91 + 5)R$;

$\lambda = \lambda_3 = 0{,}3$; $c_1 + c_2 + c_3 < (1 + 10/3)R$;

$\lambda = \lambda_4 = 0{,}4$; $c_1 + c_2 + c_3 + c_4 < (1 + 5/2)R$;

$\lambda = \lambda_5 = 0{,}5$; $110 + 60 + 104 + 84 + 60 < 3R = 420$;

$\lambda = \lambda_6 = 0{,}6$; $418 + 48 =466 > 2{,}67\times140$.

Имеем $k = 5$, т.е. норматив $\lambda_5 = 0{,}5$.

В этом случае в первую подпрограмму входят все четыре проекта, а во вторую только один пятый. Однако, если гарантированные эффекты для каждой подпрограммы $d_1 = d_2 = 50$, то для второй программы условие согласования планов не выполнено. Поэтому возьмем $\lambda_k = \lambda_6 = 0{,}6$. В этом случае во вторую программу входят и пятый, и шестой проект с суммарным эффектом $a_5 + a_6 = 70 > 50$ и затратами второго агента 80.

Для формирования первой подпрограммы решаем задачу

$100x_1 + 50x_2 + 80x_3 + 60x_4 \to \max$

при ограничении

$100x_1 + 60x_2 + 104x_3 + 84x_4 \leq 245^1/_3$.

Оптимальное решение

$x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$
с эффектом 180.

Заметим, что если снизить гарантированный уровень эффекта у второй подпрограммы до 40, то норматив λ уменьшается до 0,5, что позволяет существенно увеличить суммарный эффект (до 330 вместо 250).

Литература

1. БУРКОВ В.Н. *Основы математической теории активных систем*. – М. Наука, 1977. – 383 с.
2. БУРКОВ В.Н., БУРКОВА И.В. *Метод дихотомического программирования в задачах дискретной оптимизации*. – М.: Научное издание ЦЭМИ РАН, 2003. – 43 с.
3. БУРКОВА И.В. *Метод сетевого программирования в задачах нелинейной оптимизации* // Автоматика и телемеханика. – 2009. – №10. – С. 15–21.
4. *Механизмы управления*. *Управление организацией: планирование, организация, стимулирование и контроль*: Учебное пособие / Под ред. чл.-к. РАН Д.А. Новикова. Изд.2-е, перераб. и доп. – М.: ЛЕНАНД, 2013. – 216 с.

PRINCIPLE OF COORDINATED PLANNING IN MANAGEMENT OF SOCIAL AND ECOLOGICAL-ECONOMIC SYSTEMS

Vladimir Burkov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (vlab17@bk.ru).
Irina Burkova, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, assistant professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, irbur27@mail.ru).
Sergey Puzyrev, Scientific Research Institute of the Ministry of Internal Affairs RF, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (vlab17@bk.ru).

Abstract: *We consider a problem of managing distributed projects and programs. Such a program consists of routines distributed either functionally and administratively, or geographically. For example, a program of region development includes a subprogram of environmental safety. The main challenge in managing distributed programs is the problem of interests' reconciliation of all stakeholders. We propose the principle of coordinated planning for plan development of a distributed program.*

Keywords: distributed programs; environmental security; the principle of coordinated planning.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Г.А. Угольницким

Поступила в редакцию 10.03.2015.
Опубликована 31.05.2015.