

СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОГРАММ СТРАХОВАНИЯ ДОХОДА В РАСТЕНИЕВОДСТВЕ

Киселев В. Г.¹
(ФИЦ ИУ РАН, Москва)

Приводятся особенности страхования дохода в сельском хозяйстве. В отличие от самой распространенной программы агрострахования – мультирисковой – в программе страхования дохода страхуются не только погодные потери урожая, но и потери от изменения прогнозной цены. Приводятся математические модели экономики страховой компании и агрофирмы при страховании дохода. Эти модели отличаются от моделей страхования урожая способом описания страховых выплат. В дополнение к случайным величинам – урожайностям страхуемых культур – в программах страхования дохода добавляются неопределенные факторы: реальные цены в момент уборки урожая. В программах страхования дохода присутствуют два типа информации: информация об урожайностях и информация о ценах на производимую продукцию. В расчетах присутствуют две цены – прогнозная цена в момент заключения договора и реальная цена в момент уборки урожая, по которой вычисляются страховые выплаты. Информация об урожайности культур представляется статистическими временными рядами с различными трендами, объясняемыми как изменением погодных условий, так и наличием антропогенного фактора. Предлагается способ обработки информации на основе задания тренда в виде линейного сплайна, коэффициенты которого определяются с помощью метода наименьших квадратов. Обсуждаются важные информационные проблемы, связанные с прогнозной ценой на производимую продукцию. Предлагается некоторый способ использования информации как о ценах, так и об урожайности.

Ключевые слова: агрострахование, критерии, информационная база, вероятностные характеристики, имитационное моделирование.

1. Введение

Практически для всех видов страхования разработаны приемлемые методики, основанные на имеющихся в достаточной мере статистических данных и использующие современные достижения актуарной математики (последние достижения в актуарной математике приведены в [2]). Исключение составляет страхование в сельском хозяйстве и особенно в его расте-

¹ Валерий Георгиевич Киселев, к.ф.-м.н., доцент (vgkiselev@yandex.ru).

ниеводческой отрасли. В работах [7–9] отмечались основные особенности страхования сельскохозяйственного производства.

Главная особенность заключается в том, что для обоснования различных программ агрострахования не хватает основного – достаточной информационной базы. Если в классических видах страхования все необходимые величины описываются известными законами распределения, и необходимые исследования проводятся с применением известных методов актуарной математики, то в агростраховании все сложнее. Хотя для урожайностей почти всех культур имеются достаточно длинные временные ряды, но в них явно проявляются различные тренды, затрудняющие проводить анализ и прогнозирование этой информации. Поэтому на практике используют данные лишь за последнее небольшое число лет. Это, естественно, ограничивает возможности исследований. Не исключены даже такие, правда нечастые случаи, когда нет даже минимальной информации об урожайности страхуемой культуры, особенно когда речь идет о страховании вновь созданных агрофирм или об использовании инновационных методов производства, или о страховании интродуцируемых культур.

В растениеводческой отрасли существует два вида программ страхования: программы страхования урожая, в которых страхуются риски, связанные с погодными явлениями, и программы страхования дохода, которые гарантируют компенсацию потерь производителя сельскохозяйственной продукции не только от недобора урожая, но и от падения цен на производимую продукцию.

Первый вид страховых программ рассмотрен, в частности, в работах автора [7–9, 29]. В данной работе рассматривается другой вид агрострахования – программы страхования дохода в растениеводческой отрасли. Если при страховании урожая цена на производимую продукцию считается известной, то при страховании дохода эта цена является еще одним неконтролируемым фактором. Это, пожалуй, основное отличие от программ страхования урожая.

Страхование дохода было впервые опробовано в США в 1995 г. В настоящее время программы страхования дохода действуют во многих странах. Спрос на такое страхование

очевиден, поскольку обеспечивает более прямую защиту производителя по сравнению со страхованием урожайности.

Специалисты по страхованию отмечают, что колебание цен на глобальных рынках сельскохозяйственной продукции достигло такого уровня, что производители часто рассматривают колебания цен настолько же серьезным источником риска, как и колебания урожайности.

Приводится статистика (например в [5]), что у фермеров наиболее популярны программы страхования доходов по производству отдельных культур и страхования доходов от производимой продукции. В частности, структура всех собранных страховых премий в США распределяется следующим образом: по программам страхования доходов собирается 60% всех премий, по программам страхования урожая – 20%. Остальные 20% страховых сборов составляют страховые премии от некоторых специальных программ страхования дохода и страхования урожая, а также от специальных программ с федеральным субсидированием по отдельным видам культур, фруктов, овощей.

В России страхование дохода в растениеводческой отрасли пока отсутствует и разработка методов обоснования этого вида страхования весьма актуальна.

2. Цель и задачи исследования

Инициативы по созданию программ страхования дохода, движимые высоким спросом на рынке, должны быть подкреплены системными исследованиями и, естественно, надежным математическим обоснованием.

Поскольку в агростраховании всегда присутствуют три участника: страховая компания, страхователь – агрофирма, и государство, в таком исследовании должны быть отражены интересы всех этих участников.

Целью данного исследования является создание системы математических моделей, с помощью которых можно будет обоснованно выбирать параметры возможных программ страхования дохода агрофирм.

Соответственно, и решаемые задачи – это разработка моделей функционирования страховой компании, моделей оценки

страхования дохода для агрофирм при условии соблюдения интересов государства. При разработке таких моделей необходимо учитывать тот важный факт, что вся доступная информация представляет собой только статистические ряды урожайностей и цен на продукцию растениеводства за ряд лет.

При разработке моделей страхования дохода следует учитывать результаты сходных работ [7–9] по моделированию программ страхования урожая, учитывая при описании программ страхования дохода только присущие им особенности. В частности, при страховании дохода страховые премии и выплаты в страховом случае определяются по-другому и, следовательно, при составлении моделей необходимо это учитывать. Этим данная работа должна отличаться от цитированных выше. В тех случаях, когда вычисления при страховании дохода практически ничем не отличаются от соответствующих вычислений страхования урожая, они будут приводиться лишь схематически.

Все эти перечисленные задачи будут рассмотрены на примере одной, самой распространенной, программы агрострахования дохода и ее некоторого варианта.

3. Обзор литературы по страхованию дохода в растениеводстве

Сначала несколько слов об отечественных публикациях на тему агрострахования. Что касается экономико-математических моделей агрострахования, то публикации на эту тему вообще отсутствуют, а в доступных отечественных публикациях (например, [5, 11, 13]) приводятся лишь словесные описания некоторых программ и даются некоторые рекомендации относительно значений традиционных параметров страхования, таких как величина страхового тарифа, степень участия государства в данной страховой программе и т.д.

Несколько другая ситуация с зарубежными публикациями на тему агрострахования. Вообще говоря, этой проблеме посвящено очень большое количество публикаций (эту оценку дает Google Scholar), но в них практически во всех рассматриваются только фактические результаты применения различных про-

грамм страхования в различных регионах всего мира, т.е. оценивается влияние агрострахования на изменение уровня жизни населения.

Приведем несколько примеров таких работ. В работе [19] обсуждается вопрос использования страхования как способ минимизации риска в сельском хозяйстве. В [19] исследуется важный вопрос о влиянии различных факторов на решение фермеров в конкретном штате США о страховании своего производства растениеводческой продукции, а в работе [26] на основании детального анализа различной информации в течение 11 сезонов в ряде районов Индии предлагаются некоторые изменения в существующей страховой политике с целью повышения ее эффективности. В работе [27] наряду с рассмотрением теоретических вопросов влияния неопределенностей на страхование урожая фермеров проводится анализ применения страхования в Бангладеш. Основным результатом этого анализа заключается в том, что существующее агрострахование не смогло привлечь фермеров, которые не увидели преимуществ предложенной программы страхования – страховые тарифы завышены и не соответствуют рискам при производстве различных культур.

В качестве примера зарубежных опубликованных работ, использующих математические методы исследования, приведем несколько характерных работ. В работе [21] рассматриваются варианты хеджирования доходов при неопределенности в величине урожая и цене на эту продукцию. Этими вариантами являются опционы, фьючерсы и страхование урожая и дохода. С помощью численного моделирования показана целесообразность использования опционов (в дополнение к фьючерсам), а также использование фьючерсов в сочетании со страхованием урожая. В следующей работе [22] развиваются исследования на эту тему. При этом авторы пытаются некоторыми способами учитывать несовершенство имеющейся статистической информации. В работе [18] отмечается важность этого фактора, вплоть до того, что делается вывод о том, что при малом объеме информации даже невозможно будет реализовывать программы страхования.

Анализируя работы, посвященные теме агрострахования, можно сделать вывод, что в них рассматриваются отдельные частные вопросы, а для полного, комплексного исследования проблемы агрострахования этого недостаточно, поскольку для оценки конкретной программы агрострахования необходимо учитывать интересы всех участников, которые определяются определенным набором критериев.

4. Некоторые программы страхования дохода агрофирм в растениеводческой отрасли

Поскольку опыт страхования дохода в аграрном секторе существует только в ряде зарубежных стран, будем ссылаться на их опыт и, в частности, на опыт наиболее продвинутой в этом вопросе страны – США. Далее вся использованная информация получена из интернета.

Существует несколько видов программ страхования дохода. В качестве примера мы сейчас схематично опишем самую распространенную за рубежом программу страхования дохода (и ее одну разновидность). Эта программа базируется на имеющейся информации об урожайности каждого индивидуального сельскохозяйственного производителя и защищает его от снижения дохода в результате падения урожайности и/или падения цен на производимую продукцию. Эту программу можно назвать мультирисковой программой страхования дохода по аналогии с программой страхования урожая, исследованию которой были в основном посвящены вышеупомянутые работы автора. Данная страховая программа гарантирует определенный уровень дохода, который называется полной гарантией. Для расчета полной гарантии используется цена, которая является максимальной из двух цен – прогнозной весенней цены на урожай (базовой цены) и осенней цены в момент уборки урожая. Страховая же премия рассчитывается исходя из базовой (весенней) цены. Возмещение выплачивается тогда, когда полученный доход (вычисляется исходя из осенней цены в период уборки урожая) меньше полной гарантии на всей застрахованной площади.

Одно замечание относительно терминологии.

Для дальнейшего описания программы страхования доходов необходимо уточнить некоторые экономические понятия, которые будут использоваться. Приведенные ниже формулировки представляются методически правильными и соответствуют принятым для описания математических моделей производства, например в книге [6].

Выручка представляет сумму реализации товара по проданной цене. Как правило, выручка от реализации товара фиксируется в момент отгрузки товара. В агростраховании выручка фиксируется в момент уборки урожая.

Доход – это выручка за вычетом материальных затрат и косвенных налогов (налог на добавленную стоимость, акцизный сбор, если такой существует, и другие налоги).

Таким образом, из описания этой программы и введенных определений следует, что в данном случае «страхование дохода» означает страхование валовой выручки производителя от продажи ожидаемого урожая по существующей цене в момент уборки урожая. Страховые выплаты производятся в случае если в момент уборки урожая реальная выручка, определяемая как ожидаемый объем урожая, умноженный на существующую на тот момент цену продукции, оказывается меньше некоторой заранее оговоренной гарантированной выручки из-за воздействия факторов, предусмотренных страховой защитой – погодные риски и изменения цены. В данном случае для страховщика не имеет значения, погодные условия или рыночные факторы обусловили снижение дохода производителя ниже гарантируемого уровня. Страховое возмещение выплачивается в любом случае.

Как следует из сказанного выше, описанные «программы страхования дохода» по существу являются программами страхования выручки, но мы в дальнейшем будем пользоваться принятыми определениями, чтобы не вносить путаницу, т.е. рассматриваемые программы будем называть программами страхования дохода.

5. Математическая формализация программы страхования дохода

Будем считать, что в общем случае в программах страхования дохода может участвовать государство. Это предположение оправдано тем, что практический опыт применения как программ страхования дохода, так и программ страхования урожая, показывает, что государство является активным участником этой операции (см.[5, 11, 13]). Таким образом, в этом виде страхования, как и при страховании урожая, также имеется три участника: страхователь – фермер, страховая компания и государство. Чтобы быть жизнеспособной, программа страхования должна быть приемлемой для всех участников акции страхования. Для этого необходимо провести соответствующие исследования, привлекая, в частности, методы математического моделирования. Такие модели для мультирисковой программы страхования производства сельскохозяйственных культур были изложены в работах автора [7-9]. В данной работе будут проведены аналогичные исследования для мультирисковой программы страхования дохода от производства сельскохозяйственных культур.

Рассмотрим сначала случай страхования урожая одной культуры одной фирмой на площади S .

Введем необходимые обозначения. Пусть

u – урожайность культуры в хозяйстве в момент уборки (случайная величина);

Eu – ее среднее значение;

r – величина страхового возмещения;

$c_{п}$ – прогнозируемая весной на период уборки (так называемая базовая) цена;

c – реальная цена продукции в момент уборки урожая;

$c_{г}$ – так называемая «гарантированная» цена.

Если гарантированная цена равна прогнозной, т.е.

$$c_{г} = c_{п},$$

то это – программа страхования дохода хозяйства (назовем ее программой А), а если гарантированная цена реагирует на повышение продажной цены и

$$c_r = \max [c_n, c],$$

то это так называемая программа страхования дохода от выращивания культуры. Это самая распространенная программа страхования дохода. Назовем ее программой Б.

Поскольку $c_n \leq c_r$, то гарантированная выручка в программе А меньше, чем в программе Б, но и сама программа для страхователя будет менее затратной. Поэтому данную программу страхования дохода можно рассматривать в качестве альтернативной.

С помощью гарантированной цены вводится понятие полной гарантии дохода с единичной и со всей площади. Обозначим их соответственно, v_r и B_r , причем $B_r = v_r \times S$.

По аналогии с программой страхования урожая (страховой стоимостью) введем страховой коэффициент α , $0 \leq \alpha \leq 1$, и полную гарантию выручки определим как

$$v_r = \alpha c_r E y.$$

Как и в программе страхования урожая, можно ввести понятие страховой урожайности $y_\alpha = \alpha E y$. Тогда полная гарантия выручки

$$v_r = c_r y_\alpha,$$

страховая премия равна

$$\pi = \delta c_n y_\alpha = (1 + \theta) E r.$$

Последнее равенство выражает принятое в актуарной математике выражение для страховой премии (см. [2]), где θ – страховая надбавка страховой компании, δ – страховой тариф, связанный с θ соотношением

$$\delta = (1 + \theta) \frac{E r}{c_n y_\alpha}.$$

Страховое возмещение выплачивается тогда, когда выручка оказывается меньше полной гарантии. Таким образом, программа страхования компенсирует падение выручки как в результате падения цен, так и в результате снижения урожайности. В общем случае страховое возмещение равно

$$r = (v_r - c y)_+ = (c_r y_\alpha - c y)_+,$$

где знак (+) означает функцию Хевисайда.

Перечислим теперь минимальный набор критериев для оценки данной программы агрострахования дохода. Он практически такой же, как и в программе страхования урожая:

Φ_0 – доля участия государства в данной программе страхования дохода от выращивания культуры;

Φ_1 – вероятность недополучения запланированного дохода (выручки);

Φ_2 – величина этого запланированного дохода;

Φ_3 – средний доход агрофирмы;

Φ_4 – средний доход страховой компании;

Φ_5 – вероятность неразорения страховой компании, которая, в частности, определяется ее начальным капиталом.

Выше было сказано, что при страховании дохода будет учтена возможность участия государства. Величину господдержки будем задавать некоторым коэффициентом $0 \leq \gamma \leq 1$, определяющим часть платежа, который производится за счет федерального и местного бюджетов (это и есть значение критерия Φ_0). Естественно, что чем больше господдержка γ , тем выгоднее агрофирме, заключающей договор. На доходы страховой компании величина господдержки напрямую не влияет, поскольку страховщику безразлично, от кого он получает договорную сумму. Но сам факт заключения договора страхования существенно зависит от величины господдержки, поскольку для агрария это является определяющей величиной.

Сейчас рассмотрим влияние страхования на экономические показатели агрофирмы. Первый показатель, ради чего и производится страхование дохода, – это надежность его получения.

Под этой надежностью будем понимать величину гарантированной выручки v_r и вероятность получения этой гарантированной выручки. Эта вероятность с учетом введенных ранее обозначений равна

$$P(v \geq v_r) = 1 - P\left[y < y_\alpha \frac{c_r}{c} \right].$$

В этих соотношениях y_α и c_Π – детерминированные величины, а остальные три – y , c и c_r – случайные. Прогнозная цена на урожай c_Π является детерминированной величиной, поскольку

это просто согласованная между страхователем и страховщиком конкретная величина, выбор которой естественно опирается на предыдущий опыт, а гарантированная цена $c_r = \max [c_n, c]$ (в программе Б – страхования дохода от выращиваемой культуры) – случайная, как функция случайной величины c).

После этих замечаний нужные нам выражения для соответствующих вероятностей мы можем записать в общем виде как

$$P \left[y < y_\alpha \frac{c_r}{c} \right] = \int_{y < y_\alpha \frac{c_r}{c}} dF(y, c) .$$

Здесь F – совместная функция распределения соответствующих случайных аргументов, о которой будет идти речь ниже, а знак интеграла – символическая запись, аналогичная одномерному интегралу Стильтьеса.

Рассмотрим теперь другой показатель агрофирмы – ее средний доход при страховании дохода. Этот средний доход (выручка) агрофирмы (с единичной площади) равен

$$Ed_f = Ecy + Er - E\pi_f = Ecy + \psi Er ,$$

где

$$\psi = \gamma - \theta(1 - \gamma), \quad \pi_f = (1 - \gamma)\pi .$$

Перейдем теперь к критериям, характеризующим финансовую деятельность страховой фирмы при страховании дохода. Первый, и он же основной, показатель – это средний доход фирмы от этой деятельности.

Ежегодный доход страховой фирмы равен полученным платежам по данной страховой программе минус выплаты по рискам, т.е.

$$d_f = \pi - r$$

и, соответственно,

$$Ed_f = \pi - Er = \theta Er .$$

Еще одним важным показателем, связанным с устойчивой деятельностью страховой фирмы, является вероятность ее банкротства. (критерий Φ_5).

Функционирование страховой фирмы при страховании дохода практически ничем не отличается от ранее рассмотренного

случая страхования урожая и может быть исследовано аналогичным образом. В частности, в работе [7] были предложены два метода решения задачи неразорения страховой фирмы при условии, что известна только эмпирическая функция распределения урожайности. Для страхования дохода по той же методике также можно получить решение этой задачи.

Там же было отмечено, что решение таких модельных задач (страхования одним хозяйством одной культуры) представляет только теоретический интерес, а на практике решение задачи неразорения неизмеримо сложнее и для ее решения необходимо использовать методы стохастического моделирования.

Таким образом, для вычисления критериев, характеризующих, программу страхования дохода, необходимо уметь вычислять следующие интегралы:

$$Ecy = \int cy dF(cy), Er = \int (e_r - cy)_+ dF(y, c), Ey = \int ydF(y).$$

Сами же критерии зависят от свободных параметров программы. Свободными параметрами в данной программе страхования дохода являются:

γ – доля участия государства в страховании – это в то же время является критерием оценки деятельности государства;

θ – величина страховой надбавки (известный в страховании параметр, обеспечивающий финансовое существование страховой фирмы) или величина страхового тарифа δ ;

α – величина страхового коэффициента (эта величина определяет значение страховой урожайности).

Будем считать, что все эти параметры зафиксированы и сейчас поставлена задача, как вычислить значения вышеперечисленных критериев. Для этого необходимо знать функции распределения

$$F(y), F(c), F(y, c).$$

Исследование этой проблемы начнем с рассмотрения функций распределения одной переменной.

6. Обработка статистической информации по растениеводству

6.1. АНАЛИЗ ИМЕЮЩЕЙСЯ ИНФОРМАЦИИ ОБ УРОЖАЙНОСТИ КУЛЬТУР И ЦЕНАХ НА ПРОИЗВОДИМУЮ ПРОДУКЦИЮ

Для построения эмпирической функции распределения необходимо иметь достаточно длинные статистические ряды. Для урожайности культур такая информация имеется как для всей России в целом, так и для отдельных административных единиц в ежегодных статистических справочниках. В работе [9] приведены ряды урожайностей двух культур – картофеля и зерновых в России за 1970–2008 г.г. и проведен анализ этих данных. При анализе этих данных учитывалось, что урожайность в данном районе зависит от трех основных факторов:

- климатических условий, которые со временем имеют тенденцию к изменению;
- научно-технического прогресса – использования новых перспективных сортов, современных технологий и современной техники;
- человеческого фактора – качества выполняемых работ.

Если первый, климатический, фактор определяет в основном разброс получаемых урожаев, то второй и третий факторы в значительной степени определяют тренды средних значений. В результате анализа имеющихся статистических данных были сделаны следующие выводы. Падение урожайностей на 10-летнем интервале примерно с 1988 по 1998 год, совпадающем с периодом не очень понятных преобразований в стране, можно объяснить всеобщей неразберихой, а после этого в связи со стабилизацией обстановки в целом по стране наблюдается рост урожайности. Таким же образом можно объяснить медленный положительный тренд до 1988 года, когда сельскому хозяйству стали уделять большое внимание. Однако это всего лишь один из возможных способов объяснения подобных явлений. По-видимому найдутся и другие правдоподобные объяснения, в частности, возможно, что эти тренды объясняются климатическими изменениями. В общем, здесь ситуация абсолютно иден-

тична той, которая наблюдается с объяснениями изменения климата, когда одни специалисты считают, что наблюдается всеобщее потепление и объясняют причины этого явления, а другие с не меньшей убежденностью объясняют наблюдаемый факт повышения температуры временным явлением, за которым последует похолодание.

Таким образом, мы отметили влияние антропогенного фактора на урожайность сельскохозяйственных культур, и это влияние может существенно изменить характеристики случайной величины – урожайности.

Мы также будем считать, что подобная информация имеется и для цен на производимую продукцию, хотя для России такая информация может быть не ранее 2000-х годов.

Сделаем теперь еще одно важное замечание – о коррелированности урожайностей сельскохозяйственных культур в зоне агрострахования региона, позволяющее упростить использование имеющейся информации.

На рис. 1 исследуемые данные представлены на плоскости, где по осям – урожайности двух культур, причем взята только информация с 1970 г. до 1990 г., когда сельское хозяйство функционировало более или менее в спокойном режиме (прямая линия – это линейная аппроксимация представленных точек по методу наименьших квадратов).

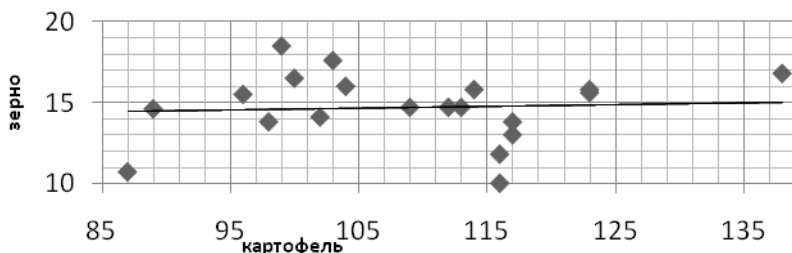


Рис. 1.

Из рисунка видно, что урожайности этих культур не являются независимыми. Это и понятно, поскольку, как правило, погодные условия, благоприятные для одной культуры, являются благоприятными и для других культур, выращиваемых в

данном конкретном районе, и наоборот, такие катаклизмы, как засуха, холодное лето и прочее неблагоприятно сказываются на урожайности всех культур. Однако это не всегда так. Например, на урожайность картофеля влияют в основном летние климатические условия, а для урожайности озимых зерновых важно также, какая была зима.

Таким образом было выявлено, что в статистических рядах урожайностей присутствуют как положительные, так и отрицательные тренды. Для прогноза урожайности целесообразно учитывать данные, соответствующие последнему тренду, а для построения функции распределения отклонения от этого тренда желательно использовать всю имеющуюся информацию. Для решения такой задачи в [29] был предложен метод, удовлетворяющий этим требованиям.

6.2. СПЛАЙН-ТРЕНД И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Основные результаты на эту тему были изложены в цитированной выше работе. Здесь мы кратко изложим разработанные там методы.

Построение общего тренда

Пусть в результате анализа временных рядов выявлено несколько интервалов с разными трендами. Будем считать, что общий тренд можно представить в виде линейного сплайна, т.е. на каждом интервале имеется свой тренд в виде линейной функции, а во внутренних граничных точках значения соседних линейных функций совпадают. (Сплаины более высокого порядка в данном случае рассматривать не имеет смысла).

Таким образом, на n -м интервале урожайность определяется уравнением

$$y^n(t) = a^n + b^n t + \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon(t)$ – на всех интервалах случайные некоррелированные величины с $E\varepsilon = 0$ и постоянной дисперсией.

Неизвестные коэффициенты a^n , b^n определяются методом наименьших квадратов с дополнительными условиями равенства значений трендов в левой и правой точках каждого интервала. Вычитая из всех имеющихся измерений величину соответ-

ствующего тренда, получим последовательность значений случайной величины

$$\varepsilon_j = y_j - \alpha^n - \beta^n t_j$$

и по ним построим $F(\varepsilon)$ – эмпирическую функцию распределения величины ε . Эмпирическая функция распределения урожайности y будет отличаться от $F(\varepsilon)$ только сдвигом, т.е.

$$F(y, t) = F(\varepsilon + \alpha^n + \beta^n t).$$

Экстраполяция статистических рядов

Будем предполагать, что при заключении договора страхования имеется информация об урожайности за несколько предыдущих лет, включая последний год t_M . Тогда при всех расчетах под расчетной урожайностью надо понимать будущую урожайность в году заключения договора, т.е. в году $t_M + 1$. Следовательно, надо уметь прогнозировать имеющуюся информацию по крайней мере на один год вперед. Методы такого прогноза, включая оценку его точности, рассмотрены в работе [29]. В рекомендациях по агрострахованию используется простейший способ экстраполяции – на основе среднего значения, причем среднее значение урожайности вычисляется за последние несколько лет (это небольшое количество лет, обычно порядка пяти).

Величина этого интервала никак не обосновывается, да это и трудно сделать, поскольку нет уверенности в том, что будет в будущем на самом деле. Если предположить, что тренд мал, то увеличение интервала усреднения позволяет получить более надежное среднее на перспективу, но при наличии заметного тренда увеличение интервала усреднения ведет к заметному искажению прогноза. В подобных случаях приходится выбирать некоторое компромиссное значение этого интервала. Возможно, выбору такого компромисса могут помочь доверительные границы оценки среднего, для вычисления которых приведены соответствующие формулы.

6.3. ЗАМЕЧАНИЕ ОБ ИНФОРМАЦИИ О ЦЕНЕ НА ПРОИЗВОДИМУЮ ПРОДУКЦИЮ

В данной программе страхования – программе страхования дохода – появляются новые неконтролируемые величины совершенно другой природы – это цены на производимую продукцию в момент уборки урожая. В [29] уже обсуждался этот вопрос, поэтому здесь мы укажем основные особенности такой цены.

Идеальный рынок предполагает, что снижение уровня урожайности способствует повышению цен, и наоборот, уровень урожайности, превышающий средний, является причиной снижения цены. Таким образом, в условиях идеального рынка должна существовать отрицательная корреляция уровня урожайности и цены, но реальный рынок отличается от идеальной модели.

В обзоре компании Munich Re ([15]) выделяется четыре основных отличия.

- Наблюдается большое количество случаев значительного снижения урожайности на местном уровне без всякого влияния на глобальный рынок, поскольку, например, в других регионах показатели урожайности превышают средний уровень и, следовательно, компенсируют снижение урожайности в данном регионе.

- Значительные запасы продукции могут компенсировать последствия снижения уровня урожайности на региональном или глобальном уровне.

- Мировой кризис может способствовать снижению спроса на определенные виды сельскохозяйственной продукции и удерживать цены от повышения.

- Реакция финансовых рынков на колебания цен или только ожидания колебаний часто является иррациональной (необъяснимой с точки зрения разума).

Для того чтобы системно исследовать любую программу страхования дохода, необходимо проанализировать ситуацию и принять какую-то концепцию из возможных и проводить соответствующие расчеты.

Будем считать, что за последние ряд лет имеется информация о цене выращиваемого продукта и об урожайности страхуемой культуры. Для вычисления характеристик программы страхования дохода от выращиваемой культуры этой информации недостаточно. Выше мы обсуждали вопрос о корреляции урожайности и цены и отмечали неопределенность в назначении цены на выращиваемую продукцию.

Возможны три случая.

Первый случай: c – детерминированная величина, не зависящая ни от чего. К этому случаю относятся рассмотренные выше все варианты неидеального рынка. В этом случае все сводится к одной случайной переменной y .

Второй случай: c и y – случайные некоррелированные величины. Тогда $F(c, y) = F(c)F(y)$, и тогда также все просто вычисляется.

Третий случай: c и y – коррелированные величины. Здесь мы для определенности будем считать, что цена и урожайность связаны линейной зависимостью:

$$c = \lambda + \mu y + \eta,$$

η – случайная величина, не зависящая от y .

Более сложные зависимости из-за неопределенности этого вопроса рассматривать не имеет смысла. В этом случае, пользуясь известной техникой теории вероятностей, можно построить необходимые функции распределения и вычислить все необходимые характеристики.

В противном случае (когда нет уверенности в существовании определенной корреляционной связи) проблему возможно решить только методами имитационного моделирования, задаваясь некоторыми вариантами прогнозной цены.

7. Страхование дохода нескольких агрофирм и нескольких культур

Все приведенные выше исследования страхования одним хозяйством одной культуры носят модельный характер, но они позволяют понять основные закономерности рассматриваемой проблемы.

Обобщим теперь сказанное на более реальный случай, когда в страховании участвуют несколько агрофирм и страхуется несколько культур.

Пусть j означает номер хозяйства, J – множество всех хозяйств, участвующих в страховании своей продукции, k – номер культуры, K – множество всех культур, $k \in K$.

Пусть считается известным, что j -я фирма заключила со страховой компанией договор на страхование дохода по k -й культуре на площади S_{jk} .

В этом случае доход j -го хозяйства от всех выращенных культур равен

$$b_j = \sum_k S_{jk} (c_k y_{jk} + r_{jk} - \pi_{jk}),$$

где $r_{jk} = (e_{r_{jk}} - c_k y_{jk})_+$ (смысл обозначений очевиден).

Ежегодный доход страховой компании равен

$$D = \sum_{j,k} S_{jk} (\pi_{jk} - r_{jk}).$$

Используя последние две формулы, можно вычислить и соответствующие средние доходы.

Сделаем здесь одно важное замечание. Вообще говоря, предприниматель решает вопрос о страховании по каждой выращиваемой культуре, и поэтому для него, возможно, для оценки полезности страхования важен не суммарный эффект по всем культурам, а по каждой культуре в отдельности.

Рассмотрим теперь вопрос о неразорении страховой компании. Выше было сказано, что в модельном случае (одно хозяйство и одна культура) можно предложить некоторые методы решения этой задачи, в реальном случае все гораздо сложнее.

Динамика финансов страховой компании описывается соотношением

$$U(t) = u + \Pi(t) - \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{jk}(\tau),$$

где u – её начальный капитал, $\Pi(t)$ – полученные страховые премии за t лет.

Первые два слагаемые в этом выражении – детерминированные величины, третье – случайная величина. Для вычисле-

ния вероятности неразорения необходимо знать функцию распределения суммы $R(t) = \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{jk}(\tau)$.

Обозначим сумму выплат по всем хозяйствам и всем культурам в год τ через $R(\tau)$. Тогда, с учетом изложенного выше, переменные $R(\tau) = \sum_j \sum_k r_{jk}(y_{jk}(\tau), c_k(\tau))$ независимы, одинаково распределены и по центральной предельной теореме закон распределения их суммы $R(t) = \sum_{\tau=1}^t R(\tau)$ стремится к нормальному. Зная этот закон и вычислив его параметры, можно оценить вероятность неразорения.

Для вычисления этих параметров воспользуемся некоторыми ранее полученными результатами, упрощающими задачу.

Как следует из работы [9] о зональном агростраховании, урожайности хозяйств любой культуры в информационной зоне страхования можно связать линейным соотношением $y_{jk} = \delta_{jk} \bar{y}_k$, где \bar{y}_k – средняя урожайность какой-либо культуры в зоне страхования.

Далее, выше была выявлена линейная связь урожайностей культур, которую можно записать в виде

$$\bar{y}_k = \alpha_k + \beta_k \bar{y}_0 + \xi_k,$$

где \bar{y}_0 – средняя урожайность некоторой выбранной культуры в зоне страхования.

Наконец, будем считать, что связь цены и урожайности – линейная и имеет вид

$$c_k = \lambda_k + \mu_k y_k + \eta_k.$$

Используя эти соотношения, можно свести задачу вычисления необходимых параметров к задаче с меньшим числом переменных $\bar{y}_0(\tau), \eta_{k_0}(\tau), \xi_k(\tau)$.

В результате при ряде упрощающих предположений, сформулированных выше, мы получим асимптотическую оценку вероятности неразорения. Это все, что удастся получить аналитически. Отсюда следует вывод, что в реальном случае страхо-

вания для оценки вероятности неразорения необходимо привлечь методы стохастического моделирования.

8. Заключение

Целью данной работы была разработка экономико-математических моделей всех участников программы страхования дохода при выращивании растениеводческой продукции. Были получены общие формулы, описывающие экономику как страховой компании, так и страхователя – производителя сельскохозяйственной продукции, учитывающие особенности страхования дохода. Основной особенностью страхования дохода является информационная неопределенность, касающаяся новой случайной величины – цены на производимую продукцию – и связь ее с полученной урожайностью. Был приведен анализ данного вопроса зарубежных страховых компаний, касающийся корреляции урожайности и цены на продукцию.

В тех случаях, когда описание страхования дохода ничем существенным не отличалось от описания страхования урожая, которое было подробно изложено в предыдущих работах, приводилось лишь схематичное описание соответствующих разделов.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы. По-видимому, все несколько идеализированные аналитические исследования могут только помочь понять некоторые закономерности финансового состояния как страховой компании, так и агрофирмы, а реальные выводы необходимо делать, проводя эксперименты с помощью имитационного моделирования. Это относится и к оценке зависимости показателей страхования дохода от цены реализованной продукции.

Здесь по существу была рассмотрена одна программа страхования дохода, в которой в агрофирме страхуются культуры по отдельности и риск оценивается вероятностью недополучения некоторого уровня дохода. Возможны и другие постановки, например, когда риск оценивается разбросом дохода или когда страхуется общий доход от ряда культур, выращиваемых в хозяйстве.

Таким образом, мы здесь отметили особенности программы страхования дохода, разработали общие модели всех участников страхования дохода и наметили дальнейшее направление исследований по данной теме.

Литература

1. АНДЕРСЕН Т. *Статистический анализ временных рядов.* – М.: Мир, 1971.
2. БАУЭРС Н., ГЕРБЕР Х., ДЖОНС Д., НЕСБИТ С., ХИКМАН ДЖ. *Актuarная математика.* – М.: Янус-К, 2001. – 655 с.
3. БУСЛЕНКО Н.П. *Метод статистического моделирования.* – М.: Статистика, 1970. – 112с.
4. ГАМБАРОВ Г.М. и др. *Статистическое моделирование и прогнозирование.* – М.: Финансы и статистика, 1990. – 383 с.
5. ГРИЦЕНКО Н.Б., ЗИМИНА А.П. *Организация сельскохозяйственного страхования за рубежом // Финансы и кредит.* – 2006. – №29. – С. 71–75.
6. ИВАНОВ Ю.Н. *Теоретическая экономика: Теория оптимального предприятия.* – М.: Ленанд, 2013. – 224 с.
7. КИСЕЛЕВ В.Г. *Актuarная математика в агростраховании.* – М.: ВЦ РАН, 2011. – 29 с.
8. КИСЕЛЕВ В.Г. *Обоснование региональной мультирисковой программы страхования сельскохозяйственных культур // Управление большими системами.* –2016. – Вып. 61. – С. 168–190.
9. КИСЕЛЕВ В.Г. *Информационная база региональной системы агрострахования // Труды 5-й Международной конференции «Управление большими системами».* – М.: ИПУ РАН, 2011.
10. МУР Л. *Страхование дохода – основные требования с точки зрения страхования (перевод аналитического обзора издания перестраховочной компании Munich Re).* – URL: www.agroinsurance.com

11. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н. *Имитационные модели и системы*. – М.: Фазис, 2000. – 166 с.
12. *Страхование урожая сельскохозяйственных культур с государственной поддержкой / Практическое пособие по организации страхования сельхозкультур*. – М.: МСХ РФ, ФГУФАГПССАП (Федеральное государственное учреждение «Федеральное агентство по государственной поддержке страхования в сфере агропромышленного производства» Министерства сельского хозяйства РФ).
13. СОБОЛЬ И.М. *Численные методы Монте–Карло*. – М.: Наука, 1973. – 307с.
14. *Современная практика сельскохозяйственного страхования // Агрострахование в России*. – 2004. – Октябрь. – С. 29–42.
15. ЧЕТЫРКИН Е.М. *Статистические методы прогнозирования*. – М.: Статистика, 1977. – 200с.
16. AHSAN S.M., ALI A.G., KURAN N.G. *Toward a theory of Agricultural Insurance // American Journal of Agricultural Economics*. – 1982. – Vol. 64, №3.
17. BOWERS N.L., GERBER H.U., HICKMAN J.C., JONES D.A., NESBITT C.J. *Actuarial Mathematics // The society of Actuaries, Second Edition, 1977*.
18. FRASER R.W. *An Analysis of willingness to pay for crop insurance // The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics, 2012*.
19. GINDER M., SPAULDING A., FUDOR K. *Factors affecting crop insurance purchases decisions by farmers in Northern Illinois // Agricultural Finance Review*. – 2009. – Vol. 69, №1.
20. KAYLEN M.S., LOCHMAN E.T., PRECKEL P.V. *Farm – level analysis of agricultural insurance: A mathematical programming approach // Agricultural Systems*. – 1989. – Vol. 30.
21. MAHUL O. *Hedging price risk in the presence of crop yield and revenue insurance // European Review of Agricultural Economics*. – 2003. – Vol. 30, №2.

22. MAHUL O., WRIGHT B. *Designing optimal crop revenue insurance* // American journal of Agricultural Economics – 2003. – Vol. 85, №3.
23. NELSON C.H., LOEHMAN E.T. *Further toward Theory of Agricultural Insurance* // American Journal of Agricultural Economics. – 1987. – Vol. 69, №3.
24. OZAKI A. *Pricing farm – level Agricultural Insurance: a Bayesian approach* // Empirical Economics. – 2009. – Vol. 36.
25. OZAKI V.A., GOODWIN B.K. *Parametric and nonparametric statistical modeling of crop yield: implications for pricing crop insurance contracts* // Journal Applied Economics. – 2008. – Vol. 40.
26. VYAS V.S., SINGH S. *Crop insurance in India: Scope for improvement* // Economics and political weekly. – 2006.
27. RAHMAN M.L. *Crop insurance as a risk reducing measure: issues and problem* // Bangladesh Journal of Public Administration. – 1990. – Vol. 4, №1.
28. SHASHI KIRAN A.S., UMESH K.B. *Crop Insurance – Strategy to minimize risk in Agricultural* // Int. Association of Agricultural Economics. – Brasil, 2012.

SYSTEM OF MODELS FOR THE ASSESSMENT OF PROGRAMS OF INSURANCE OF INCOME IN AGRICULTURE

Valeriy Kiselev, Federal Research Center for Information and Management of the RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (vgkiselev@yandex.ru).

Abstract: The features of income insurance in agriculture are given. Unlike from the most popular multi-risk insurance programs the income insurance program insures from the losses due weather factors along with changes in forecast prices. Mathematical models of economy of the insurance company and agricultural firm with income insurance are given. These models differ from the models of crop insurance in the way of insurance payments describing. In addition to the random yield of insured crops the uncertain factors such as real prices at the harvest time are added in income insurance program. There are two types of information in the income insurance programs: information about the harvest and about the prices of products. The forecast price at the time of the insurance contract and the real price at the harvest time at which the insurance premiums calculated are in the calculations. Information on crop yields is presented by time series with different trends

explained both by changes in weather conditions and by the of anthropogenic factors. A method for processing of such information is proposed. It represents the trend of time series as a linear spline where unknown coefficients are found by the least square method. Important information problems related to the forecast price for products are discussed. A method of using information both about the prices and cropness is proposed.

Keywords: insurance, criteria, information base, probabilistic characteristics, simulation.

УДК 519.2/.6+368.5

ББК 2.22

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.7

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Ф.И. Ерешко.*

*Поступила в редакцию 12.03.2017.
Опубликована 31.03.2019.*