

Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

# УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

*Выпуск 78*  
*Март 2019*

**СБОРНИК  
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2019

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
*Институт проблем управления*  
*им. В.А. Трапезникова*

**УПРАВЛЕНИЕ  
БОЛЬШИМИ  
СИСТЕМАМИ**

**СБОРНИК ТРУДОВ**

*Выпуск 78*

**Москва – 2019**

### КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П., Кульба В.В., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор:** член-корр. РАН Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. техн. наук Калимулина Э.Ю. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИПМ РАН), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), Галаев А.А. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук Зоркальцев В.И. (ИСЭМ СО РАН), проф. Калашников А.О. (ИПУ РАН), проф. Калянов Г.Н. (ГУ ВШЭ), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, Коргин Н.А. (ИПУ РАН), проф. Курдюков А.П. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук, проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (МФТИ), д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р биол. наук проф. Михальский А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н. (ИПС РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Орлов А.И. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), проф. Райгородский А.М. (МГУ), проф. Савватеев А.В. (РЭШ), д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), Совлуков А.С. (ИПУ РАН) д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ), проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

### РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

**Арзамас** – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – академик РАН Бычков И.В., д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., Сараев П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фуртат И.Б. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ).

**Адрес редакции:** 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

**Адрес в интернете:** [ubs.mtas.ru](http://ubs.mtas.ru).

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Системный анализ*

---

**Мячин А.Л.**

*Определение центроидов для повышения точности  
порядково-инвариантной паттерн-кластеризации....* 6

**Иванов Д.Я.**

*Распределение ролей в коалициях роботов  
при ограниченных коммуникациях на основе роевого  
взаимодействия.....* 23

**Максимов Д.Ю.**

*Формирование оптимального маршрута больших  
групп интеллектуальных агентов.....* 46

### *Математическая теория управления*

---

**Глущенко А.И.**

*Об эффективности настройки отдельных  
параметров ПИ-регулятора с помощью  
нейросетевого настройщика для компенсации  
возмущений при управлении нагревательными  
объектами .....* 71

### *Анализ и синтез систем управления*

---

**Колоколов А.С., Любинский И.А., Яхно В.П.**

*Способ построения частотного анализатора  
квазистационарных сигналов.....* 106

### ***Сетевые модели в управлении***

---

**Зорин А.В., Кочеганов В.М.**

*Статистический анализ и оптимизация тандема систем массового обслуживания в классе циклических алгоритмов с продлением.....* 122

### ***Управление в социально-экономических системах***

---

**Киселев В.Г.**

*Система моделей для оценки программ страхования дохода в растениеводстве.....* 149

### ***Управление техническими системами и технологическими процессами***

---

**Белов М.В., Новиков Д.А.**

*Модели управления технологией комплексной деятельности.....* 174

### ***Надежность и диагностика средств и систем управления***

---

**Губий Е.В., Зоркальцев В.И.**

*Модели и методы анализа надежности энергоснабжения отдаленных населенных пунктов...* 221

**Крыгин А.А.**

*Расчетно-статистические методы управления обслуживанием протяженных инженерных сетей....* 235

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРОИДОВ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПОРЯДКОВО-ИНВАРИАНТНОЙ ПАТТЕРН-КЛАСТЕРИЗАЦИИ<sup>1</sup>

Мячин А. Л.<sup>2</sup>

(Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики», Москва,  
ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Работа продолжает исследования, направленные на создание методов анализа паттернов в системе параллельных координат с независимыми от последовательности входных данных результатов. Описаны основные операции над объектами порядково-инвариантных паттерн-кластеров. Доказано утверждение о принадлежности центроида порядково-инвариантного паттерн-кластера исходному кластеру, что позволяет проводить оценку внутрикластерных расстояний «объект – центроид» в многомерном пространстве признаков. Приведены примеры выявления структурной схожести объектов в системе параллельных координат. Отмечены основные отличия методов анализа паттернов и кластерного анализа. Описана методология выявления центроида порядково-инвариантного паттерн-кластера. Предложен алгоритм объединения групп объектов на базе их структурной схожести – с одной стороны, и минимизации внутрикластерных расстояний – с другой, что позволяет повысить точность конечных результатов и частично решить проблему поиска качественно близких объектов при наличии погрешности в исходных данных. Предложенный алгоритм использует понятие внутрикластерных расстояний «объект – центроид» и удовлетворяет следующим условиям: эндогенное определение как количества, так и состава искомых групп изучаемых объектов; невысокая (относительно) вычислительная сложность; независимость исходного разбиения от изначальной последовательности входных данных. Продемонстрирована работа предложенного алгоритма на классических наборах данных. Приведены результаты тестирования и отмечено повышение точности кластеризации.*

Ключевые слова: паттерн, анализ паттернов, кластерный анализ.

---

<sup>1</sup> Статья подготовлена в результате проведения исследования в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ) и с использованием средств субсидии в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100», а также при поддержке Лаборатории Теории выбора и анализа решений Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

<sup>2</sup> Алексей Леонидович Мячин, к.т.н. (amyachin@hse.ru).

## **1. Введение**

Анализ паттернов является современной и активно развивающейся областью анализа данных. Выявление структурной схожести изучаемых объектов среди большого количества разнородных данных является непростой, но весьма важной задачей, решение которой существенно усложняется при наличии погрешностей в исходных данных. Подобные погрешности возникают на различных этапах сбора данных, переноса на цифровые носители, а также при округлении и приближенных вычислениях. Как указано в [4], «В большинстве случаев вычисления производятся с приближенными числами и притом приближенно. Поэтому даже для точного метода решения задачи на каждом этапе вычислений возникают погрешность действий и погрешность округлений. При неблагоприятных обстоятельствах суммарная погрешность может быть столь велика, что полученный результат будет иметь лишь иллюзорное значение».

Обнаружение выбросов возможно при использовании стандартных программ, к примеру, Microsoft Excel. Однако обнаружение погрешностей при помощи стандартных методов математической статистики либо последовательной ручной проверке является непростой, а часто и нерешаемой в условиях ограниченного времени задачей. Одним из возможных и часто используемых подходов является изначальное округление исходных данных до определенного значения, диктуемого исходной постановкой задачи и ожидаемыми результатами. Однако подобное решение не всегда применимо для различных методов анализа, к примеру, основанных на парном сравнении показателей, поскольку может значительным образом сказываться на конечных результатах. В связи с этим в работе предлагается другой подход, позволяющий повысить точность конечного разбиения за счет двухэтапного подхода к решению задачи. Изначальное использование порядково-инвариантной паттерн-кластеризации [6] позволяет получить базовое разбиение, не зависящее от исходной последовательности показателей. Далее поиск центроида каждой группы и оценка близости исследуемых объектов до каждого из них позволяет скорректировать полученные на первом этапе результаты.

В развиваемой в работе методологии предъявляются определенные требования к входным данным. Во-первых, предполагается использование только количественных шкал измерения данных либо, при наличии бинарных и номинальных шкал, имеется возможность их перевода к количественному виду. Во-вторых, отсутствуют пропуски в данных либо имеется возможность их заполнения. Учет также рекомендации стохастического анализа, согласно которым не рекомендуется включать в анализ высоко коррелированные показатели [8].

Статья содержит краткое описание методов анализа паттернов, в том числе порядково-инвариантной паттерн-кластеризации, являющейся основой для построения предложенного в работе алгоритма объединения объектов в единые группы, методологию выявления центроидов порядково-инвариантных паттерн-кластеров и доказательство утверждения о принадлежности данного центроида к определенному порядково-инвариантному паттерн-кластеру, а также демонстрацию использования описываемого подхода на классических тестовых данных.

## **2. Выявление структурной схожести объектов**

### **2.1. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ И АНАЛИЗ ПАТТЕРНОВ**

Выявление отдельных закономерностей в данных является широко востребованной на сегодняшний день задачей. Одним из наиболее популярных подходов является использование методов кластерного анализа. Согласно [5] «Под кластером обычно понимается часть данных (в типичном случае – подмножество объектов или подмножество переменных, или подмножество объектов, характеризуемых подмножеством переменных), которая выделяется из остальной части наличием некоторой однородности элементов».

Обзору методов кластерного анализа посвящено множество работ [5, 12]. Одним из наиболее известных методов является *k*-means [15], различные модификации которого [14] используются в настоящее время при решении прикладных задач в различных областях, а эквивалентные переформулировки его кри-



терия представлены в [16]. Методы кластерного анализа также используются и для обнаружения выбросов в данных [13].

В классическом понимании термин «паттерн» не является однозначным и на практике используются различные подходы к его определению в различных областях знаний. В частности, в [1] под паттерном «понимается такая комбинация определённых с точностью до погрешности значений некоторого подмножества признаков, что объекты с этими значениями достаточно сильно отличаются от других объектов»; в [18] под паттерном предлагается понимать «любые отношения, закономерности или структуру, присущую некоторому набору данных». В данной работе мы будем использовать обобщение данных определений, и для однозначности под паттерном будем понимать комбинацию качественно похожих признаков.

Анализу паттернов посвящено множество работ [2, 3, 18], в которых затронуты как теоретических аспекты, так и применение методов анализа паттернов к конкретным прикладным данным.

Кратко приведем формальное описание. Имеется некоторая исследуемая выборка из  $n$  объектов  $x_i$ , описанных векторами  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im})$ , где через  $x_{ij}$  будем обозначать  $j$ -й показатель  $i$ -го объекта. Используя определенную меру близости, требуется разбить все объекты на схожие группы. При этом объекты одной группы должны быть максимально схожими (согласно выбранной мере близости), а объекты разных групп – максимально отличаться. Для визуализации традиционно используется система параллельных координат [11], в которой параллельно распределенные оси характеризуют исследуемые показатели. Важным отличием классических методов кластерного анализа от методов анализа паттернов является объединение не только близких по абсолютным значениям, но и качественно схожих объектов у последних. Отметим также, что анализ паттернов относится к классу алгоритмов, для которых число формируемых групп объектов заранее не задается и определяется в процессе использования соответствующих методов.

Отдельным и весьма важным вопросом является качество конечного разбиения. Для ответа приведем уже ставшим клас-

сическим пример из [9], наглядно описанный и продемонстрированный в [12].

На рис. 1 приведено сравнение результатов использования различных методов на одинаковом наборе данных. Из [12]: «Нет лучшего алгоритма кластеризации. Каждый алгоритм, в явном виде или нет, предполагает определенную структурированность данных; если совпадение «хорошее», алгоритм – успешный». Таким образом, использование того или иного метода всегда должно быть обосновано исходными данными и ожидаемыми результатами. Данное утверждение верно и для методов анализа паттернов. Однако в связи с использованием системы параллельных координат здесь появляется дополнительное условие: независимость конечных результатов от выбора последовательности входных данных.

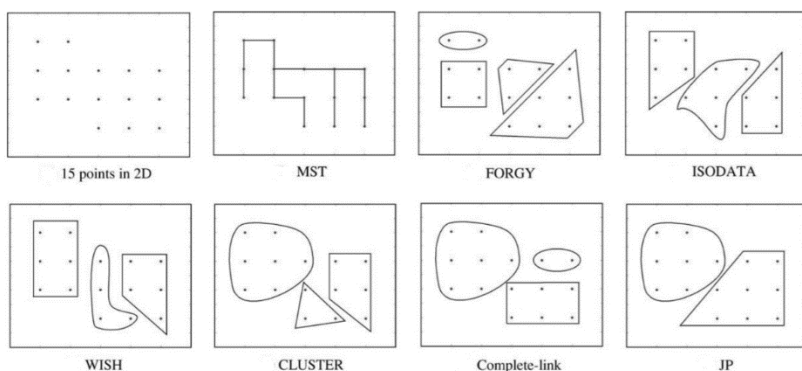


Рис. 1. Сравнение различных методов кластерного анализа.

Рисунок взят из [12] (исходные данные [9])

## 2.2. ВЫЯВЛЕНИЕ ПАТТЕРНОВ С НЕЗАВИСИМЫМИ ОТ ВЫБОРА ИСХОДНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОНЕЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим методы анализа паттернов, результат которых не изменится при выборе альтернативной последовательности исходной выборки данных. Подробно данные методы описаны в [6, 7]. Приведем краткую алгоритмическую реализацию, согласно [6].

Как описано ранее, в исходной постановке задачи исследуется некоторая выборка из  $n$  объектов  $x_i$ , каждый из которых описан вектором  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im})$ . Для каждого объекта  $x_i$  составим матрицу парных сравнений

$$(1) \quad A_i = \begin{pmatrix} a_{11}^i & a_{12}^i & \dots & a_{1m}^i \\ a_{21}^i & a_{22}^i & \dots & a_{2m}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}^i & a_{m2}^i & \dots & a_{mm}^i \end{pmatrix},$$

где

$$(2) \quad a_{wj}^i = \begin{cases} 1, & \text{если } -x_{iw} < x_{ij}, \\ 0, & \text{если } -x_{iw} = x_{ij}, \\ 2, & \text{если } -x_{iw} > x_{ij}. \end{cases}$$

Поскольку любые парные сравнения, согласно предъявленным к исходным данным требованиям, определены однозначно ( $x_{iw} > x_{ij} \Rightarrow x_{ij} < x_{iw}$ ), для дальнейшего сравнения могут быть использованы только элементы матрицы  $A_i$ , стоящие выше главной диагонали:

$$(3) \quad A_i^* = \begin{pmatrix} \dots & a_{12}^i & a_{13}^i & \dots & a_{1m}^i \\ & \dots & a_{23}^i & \dots & a_{2m}^i \\ & & \dots & \dots & \dots \\ & & & \dots & a_{m-1,m}^i \\ & & & & \dots \end{pmatrix}.$$

В [6] показано, что объекты могут быть отнесены к одному порядково-инвариантному паттерн-кластеру, если у них совпадают результаты парных сравнений показателей, определяемых выражением (2). Таким образом, согласно пояснению выше, объекты могут быть отнесены к одному порядково-инвариантному паттерн-кластеру, если их матрицы вида  $A_i^*$  совпадают.

Таким образом, для получения конечного разбиения используется следующий критерий: при  $A_i^* = A_z^*$  объекты  $x_i$  и  $x_z$  объединяются в единую группу, в противном случае – разделяются.

### 2.3. ВЫЯВЛЕНИЕ СРЕДНИХ ОБЪЕКТОВ ПОРЯДКОВО-ИНВАРИАНТНЫХ ПАТТЕРН-КЛАСТЕРОВ

Для решения ряда задач важным является наличие возможности объединения относительно небольших кластеров в более крупные. Часто такая необходимость обуславливается наличием погрешности в исходных данных, что в определенной степени влияет на конечные результаты. В рассматриваемом выше методе соотнесение объектов к той или иной группе определяется результатом парных сравнений типа «больше», «меньше» и «равно», согласно формуле (2). При округлении данных возможно (при наличии небольших, трудных для обнаружения и автоматического исправления погрешностей в характеризующих исходные объекты данных) разбиение объектов, хотя и качественно близких, но имеющих различные кодировки. При работе с небольшими массивами данных очевидным решением является выявление подобных погрешностей вручную (что несложно, учитывая схожесть в визуальном представлении в системе параллельных координат данных объектов) и их исправление. Однако при работе с большими массивами, содержащими разнородные данные, важным является создание алгоритмов, позволяющих автоматически решить эту проблему. Одним из возможных подходов является определение центроида каждой группы для их сопоставления.

С этой целью дадим определение центроида порядково-инвариантного паттерн-кластера.

**Определение 1.** Под центроидом порядково-инвариантного паттерн-кластера  $v$  будем понимать объект вида

$$(4) \quad x_{average}^v = \frac{1}{|v|} \sum_{i=1}^{|v|} x_i,$$

где  $|v|$  – количество объектов, входящих в соответствующий кластер  $v$ .

Важным является вопрос принадлежности  $x_{average}^v$  исходному порядково-инвариантному паттерн-кластеру. В связи с этим приведем следующее утверждение.

**Утверждение 1.** Центроид  $x_{average}^v$  всегда принадлежит тому же порядково-инвариантному паттерн-кластеру, что и объекты, на основе значений показателей которых он образован.

*Доказательство.* Рассмотрим два произвольных объекта  $x_b = (x_{b1}, x_{b2}, \dots, x_{bm})$  и  $x_c = (x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{cm})$ , входящих в кластер  $v$ . Принадлежность объектов  $x_b$  и  $x_c$  одному порядково-инвариантному паттерн-кластеру означает равенство матриц  $A_b^*$  и  $A_c^*$ , равно как и результатов парных сравнений показателей каждого объекта (2). Тогда справедливы утверждения:

$$\begin{cases} x_{bj} > x_{bs}, \\ x_{cj} > x_{cs}; \end{cases} \Rightarrow (x_{bj} + x_{cj}) > (x_{bs} + x_{cs}).$$

$$\begin{cases} x_{bj} = x_{bs}, \\ x_{cj} = x_{cs}; \end{cases} \Rightarrow (x_{bj} + x_{cj}) = (x_{bs} + x_{cs}),$$

$$\begin{cases} x_{bj} < x_{bs}, \\ x_{cj} < x_{cs}; \end{cases} \Rightarrow (x_{bj} + x_{cj}) < (x_{bs} + x_{cs}).$$

Данные утверждения верны и для суммы всех  $n$  объектов, входящих в кластер  $v$ . Далее, возьмем целое число  $\lambda > 1$ . Верно, что если  $x_{bj} > x_{bs}$ , то  $x_{bj}/\lambda > x_{bs}/\lambda$ . Аналогичное соотношение верно и для случаев  $x_{bj} < x_{bs}$  и  $x_{bj} = x_{bs}$ .

Соответственно, для всех объектов кластера  $v$  справедливы утверждения:

$$\begin{cases} x_{bj} > x_{bs}, \\ x_{cj} > x_{cs}, \\ \dots \\ x_{gj} > x_{gs}; \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{|v|} \sum_i x_{ij} > \frac{1}{|v|} \sum_i x_{is},$$

$$\begin{cases} x_{bj} = x_{bs}, \\ x_{cj} = x_{cs}, \\ \dots \\ x_{gj} = x_{gs}; \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{|v|} \sum_i x_{ij} = \frac{1}{|v|} \sum_i x_{is},$$

$$\begin{cases} x_{bj} < x_{bs}, \\ x_{cj} < x_{cs}, \\ \dots \\ x_{gj} < x_{gs}; \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{|v|} \sum_i x_{ij} < \frac{1}{|v|} \sum_i x_{is}.$$

Из определения 1 следует, что

$$x_{average}^v = \left( \frac{1}{|v|} \sum_{i=1}^{|v|} x_{i1}^v, \frac{1}{|v|} \sum_{i=1}^{|v|} x_{i2}^v, \dots, \frac{1}{|v|} \sum_{i=1}^{|v|} x_{ij}^v, \dots, \frac{1}{|v|} \sum_{i=1}^{|v|} x_{im}^v \right).$$

Таким образом, поскольку результаты парных сравнений показателей объекта  $x_{average}^v$  будут аналогичны результатам парных сравнений соответствующих показателей любого объекта кластера  $v$ , то и матрица центроида  $A_{average}^*$  будет совпадать с матрицами объектов порядково-инвариантного паттерн-кластера. Следовательно, объект  $x_{average}^v$  также будет принадлежать данному кластеру.

Утверждение доказано.

Далее, поскольку возможно однозначное соотнесение центроидов к определенному порядково-инвариантному паттерн-кластеру, приведем методологию последовательного объединения объектов.

### 2.3. ОБЪЕДИНЕНИЕ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ОЦЕНКИ ИХ РАССТОЯНИЯ ДО ЦЕНТРОИДОВ ПОРЯДКОВО-ИНВАРИАНТНЫХ ПАТТЕРН-КЛАСТЕРОВ

Приведем алгоритмическую реализацию предложенной методологии. Пусть имеется  $v_{inv}$  порядково-инвариантных паттерн-кластеров. Для каждого из них рассчитывается центроид  $x_{average}^v$ . Для всех объектов  $x_i$  вычисляется евклидово расстояние  $d_E^v(x_i, x_{average}^v)$  согласно формуле

$$(5) \quad d_E^v(x_i, x_{average}^v) = \sqrt{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - x_{average}^v)^2}.$$

Таким образом, для каждого объекта рассчитывается  $v_{inv}$  расстояний  $d_E^v$  (соответствующее количеству порядково-инвариантных паттерн-кластеров). Каждый объект относим к группе, расстояние до центроида которой минимально. Другими словами, для всех  $x_i$  рассчитывается дополнительный параметр  $p_i$  объединения объектов согласно формуле

$$(6) \quad p_i = \min(d_E^1(x_i, x_{average}^1), \dots, d_E^{v_{inv}}(x_i, x_{average}^{v_{inv}}))$$

При  $p_i = d_E^v$  объект  $x_i$  относим к группе  $v$ . Таким образом происходит корректировка результатов порядково-

инвариантной паттерн-кластеризации, повышающая плотность группировки объектов (за счет минимизации расстояния) вокруг найденных центроидов. При этом процедура корректировки не предполагает перерасчет центроидов ранее выделенных кластеров.

В случае если минимум в формуле (6) достигается для нескольких центроидов, то на основании визуального анализа предпочтение отдается тому из них, форма графика которого наиболее близка форме графика объекта.

**Замечание 1.** Целесообразность применения подобной модели определяется постановкой конкретной задачи и ожидаемыми результатами разбиения. Перегруппировка объектов после применения порядково-инвариантной паттерн-кластеризации в ряде случаев может объединить качественно схожие объекты, абсолютные значения показателей которых существенным образом разнятся.

Необходимость такого разбиения требует понимания изучаемой структуры объектов, а также практической интерпретации конечных результатов.

### **3. Тестирование на классических тестовых данных**

В разделе исследована предложенная методология применительно к классическим тестовым данным Wine Data [19] и Iris Data [10].

#### *3.1. ТОЧНОСТЬ РАЗБИЕНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЦЕНТРОИДОВ*

Прежде всего продемонстрируем целесообразность использования понятия «центроид» для получения конечного разбиения при заранее известных результатах с целью определения точности разбиения и демонстрации возможности улучшения результатов порядково-инвариантной паттерн-кластеризации. Для этой цели используем набор данных Wine Data [19], описывающий по 13 показателям различные марки вин, изготавливаемых на трех винодельнях. Конкретные показатели представлены в таблице 1.

Таблица 1. Показатели химических и физических свойств

№	Оригинальное название	Краткое описание
1.	Alcohol	Алкоголь – процентное содержание алкоголя в вине (% по объему)
2.	Malic acid	Малеиновая кислота – одна из основных органических кислот, встречающихся в винограде (г/л)
3.	Ash	Зольность – содержание золы является одним из важных показателей в определении качества вина (мС/см)
4.	Alcalinity of ash	Алкалин – несколько различных типов кислот, найденных в вине, влияют на кислотный вкус вина (РН)
5.	Magnesium	Магний – содержание магния в винах (гм на 1 кг)
6.	Total phenols	Общее содержание фенолов – флаваноиды, которые способствуют созданию различных танинов и способствуют восприятию горечи в вине (Мг/л)
7.	Lavanoids	Флаваноиды – самые распространенные полифенолы в вине (Мг/л)
8.	Nonflavanoid phenols	Нефлаваноидные фенолы – фенольные соединения, вносящие специфический вкус и аромат и возникающие в результате сложных взаимодействий, происходящих в вине во время ферментации и виноделия (Мг/л)
9.	Proanthocyanins	Проантоцианины – класс фенола (Мг/л)
10.	Color intensity	Интенсивность цвета – простая мера того, насколько темное вино
11.	Hue	Оттенок – цветовой оттенок вина
12.	OD280/OD315 of diluted wines	OD280 / OD315 разбавленных вин
13.	Proline	Пролин – аминокислота (Мг/л)

Таким образом, имеется множество вин  $V: |V| = 178$ . Вина  $v_i \in V$  описываются векторами  $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{i13})$ , где  $v_{ij}$  – значение  $j$ -го показателя  $i$ -го вина. На рис. 2 представлены ломаные, характеризующие вина всех трех виноделен



в 13-мерной системе параллельных координат, нормированные согласно формуле

$$(4) \quad \tilde{v}_{ij} = \frac{v_{ij} - v_{\min j}}{v_{\max j} - v_{\min j}},$$

где  $\tilde{v}_{ij}$  – нормированное значение  $j$ -го показателя  $i$ -го вина;  $v_{\max j}, v_{\min j}$  – соответственно максимальное и минимальное значение  $j$ -го показателя среди всех вин.

Поскольку конечный результат известен заранее, построим кусочно-линейные функции вин каждой винодельни (рис. 3).

Как видно из рис. 3, группы остаются достаточно зашумленными и разнотипными, что особенно проявляется на данных второй винодельни. Поэтому методы анализа паттернов, основанные на парном сравнении показателей, не могут дать 100% верное разбиение, поскольку матрицы  $A_i^*$  (см. (3)) будут отличаться. В связи с этим найдем центроид каждой группы и вычислим расстояние каждого объекта до центроидов.

Согласно формуле (6), исследуемые объекты (в данном случае вина) относим к той группе (винодельне), расстояние до центроида которой минимально. Результаты приведены в таблице 2.

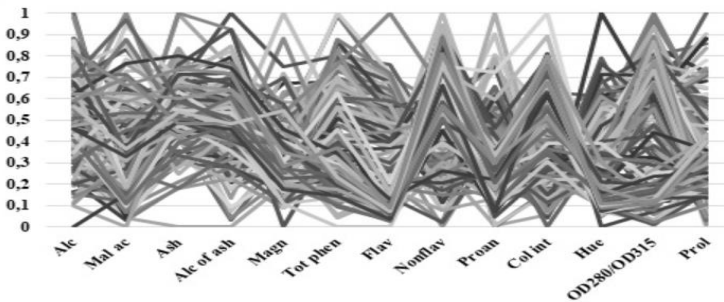


Рис. 2. Ломанные нормированных показателей 178 вин трех виноделен в 13-мерной системе параллельных координат

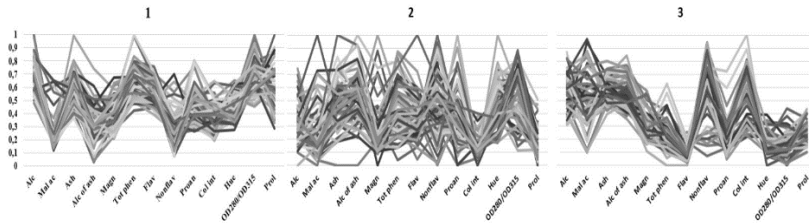


Рис. 3. Корректное распределение вин по винодельням

Таблица 2. Результаты, полученные на базе оценки расстояний до центроидов

Группа	Ошибки
1	0
2	5
3	0

Таблица 2 демонстрирует, что процент ошибок относительно невысок и составляет 2,8% от общего числа объектов. Таким образом, использование понятия центроида группы и оценки расстояния до него для формирования конечного разбиения является достаточно эффективным. Далее, продемонстрируем целесообразность использования данной методологии для повышения точности порядково-инвариантной паттерн-кластеризации на примере набора данных Iris Data.

### 3.2. ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ПОРЯДКОВО-ИНВАРИАНТНОЙ ПАТТЕРН-КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Результаты применения порядково-инвариантной паттерн-кластеризации к набору данных Iris Data подробно представлены в [17]. Этот набор данных, описанный в [10], является одним из наиболее популярных в машинном обучении и кластерном анализе (к примеру, [10] цитируется 15412 раз по результатам интернет-источника Google Academy на 28.01.2019 г.). Задачей является разбить множество, состоящее из 150 цветов, по трем видам: Iris Setosa, Iris Verginica и Iris Versicolor. При этом каждый цветок характеризуется набором из 4 показателей: длина чашелистика, длина лепестка, ширина чашелистика, ширина лепестка. В конечном итоге мы должны получить разбиение

150 цветов по трем видам, каждый из которых представлен 50 экземплярами. Приведем их представление в 4-мерной системе параллельных координат (рис. 4).

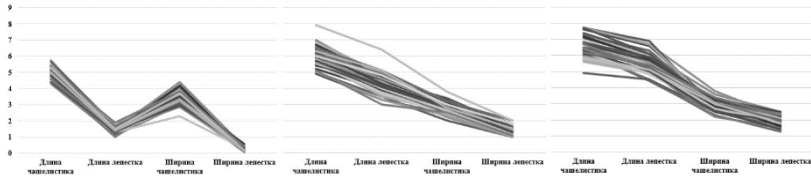


Рис. 4. Слева направо: *Iris Setosa*, *Iris Versicolor*, *Iris Virginica*

Как видно из рис. 4, ход ломаных для цветков *Iris Setosa* существенно отличается от цветков *Iris Versicolor* и *Iris Virginica*, для которых ход ломаных весьма близок. Поэтому ряд авторов используют дополнительный показатель, дающий некоторую оценку площади как произведения длины и ширины лепестка [1]. Для сохранения линейности используемых характеристик нами использован квадратный корень их произведения. Полученный результат представлен в таблице 3.

Таблица 3. Результаты порядково-инвариантной паттерн-кластеризации

Группа	Количество	Ошибка
<i>Iris Setosa</i>	50	0
<i>Iris Virginica</i>	49	4
<i>Iris Versicolor</i>	51	5

Далее рассчитываются центроиды каждой группы и, основываясь на формуле (6), проводится перегруппировка исследуемых объектов. Полученный результат представлен в таблице 4.

Таблица 4. Результаты корректировки порядково-инвариантной паттерн-кластеризации при использовании центроидов

Группа	Количество	Ошибка
<i>Iris Setosa</i>	50	0
<i>Iris Virginica</i>	49	3
<i>Iris Versicolor</i>	51	2

Таким образом, рассмотренный пример также демонстрирует повышение точности конечных результатов при использовании центроидов.

#### **4. Заключение**

В работе предложена методика повышения точности конечных результатов применения порядково-инвариантной паттерн-кластеризации к различным наборам данных, в том числе при наличии в них погрешностей. Предложено понятие центроида порядково-инвариантного паттерн-кластера, а также доказано утверждение о его принадлежности к тому же порядково-инвариантному паттерн-кластеру, что и объекты, на основе значений показателей которых он образован. Приведены численные расчеты на базе классических наборов данных Wine Data и Iris Data.

#### **Литература**

1. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., БЕЛОУСОВА В.Ю., ЕГОРОВА Л.Г., МИРКИН Б.Г. *Анализ паттернов в статике и динамике, часть 1: Обзор литературы и уточнение понятия* // Бизнес-информатика. – 2013. – №3(25). – С. 3–18.
2. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., БЕЛОУСОВА В.Ю., ЕГОРОВА Л.Г., МИРКИН Б.Г. *Анализ паттернов в статике и динамике, часть 2: Примеры применения к анализу социально-экономических процессов* // Бизнес-информатика. – 2013. – №4(26). – С. 3–20.
3. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., СОЛОДКОВ В.М., ЧЕЛНОКОВА Д.С. *Динамический анализ паттернов поведения коммерческих банков России* // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2006. – Т. 10, №1. – С. 48–62.
4. ДЕМИДОВИЧ Б.П., МАРОН И.А. *Основы вычислительной математики*. – М.: Физматгиз, 1963. – 660 с.
5. МИРКИН Б.Г. *Методы кластер-анализа для поддержки принятия решений: обзор* // Высшая школа экономики. Серия WP7 «Математические методы анализа решений в экономике, бизнесе и политике». – 2011. – №03. – 88 с.

6. МЯЧИН А.Л. *Анализ паттернов: порядково-инвариантная паттерн-кластеризация* // Управление большими системами. – 2016. – №61. – С. 41–59.
7. МЯЧИН А.Л. *Анализ паттернов: диффузионно-инвариантная паттерн-кластеризация* // Проблемы управления. – 2016. – №4. – С. 2–9.
8. САВИЦКАЯ Г.В. *Экономический анализ*. – М.: ИНФРА-М, 2017.
9. DUBES R., JAIN A.K. *Clustering techniques: the user's dilemma* // Pattern Recognition. – 1976. – Vol. 8, No. 4. – P. 247–260.
10. FISHER R.A. *The use of multiple measurements in taxonomic problems* // Annals of Eugenics. – 1936. – No. 7. – P. 179–188.
11. INSELBERG A. *The plane with parallel coordinates* // The visual computer. – 1985. – Vol. 1, No. 2. – P. 69–91.
12. JAIN A.K. *Data clustering: 50 years beyond K-means* // Pattern recognition letters. – 2010. – Vol. 31, №8. – P. 651–666.
13. JIANG M.F., NSENG S.S., SU C.M. *Two-phase clustering process for outliers detection* // Pattern recognition letters. – 2001. – Vol. 22, No. 6-7. – P. 691–700.
14. LIKAS A., VLASSIS N., VERBEEK J.J. *The global k-means clustering algorithm* // Pattern recognition. – 2003. – Vol. 36, No. 2. – P. 451–461.
15. MACQUEEN J. *Some methods for classification and analysis of multivariate observations* // Proc. of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability. – 1967. – Vol. 1, No. 14. – P. 281–297.
16. MIRKIN B.G. *Core Concepts in Data Analysis: Correlation, Summarization, Visualization*. – London: Springer, 2011.
17. МЯЧИН А.Л. *New methods of pattern analysis in the study of Iris Anderson-Fisher Data* // 6th Int. Conf. on Computers Communications and Control (ICCCC) – 2016. – Oradea: Agora University. – 2016. – P. 97–102.
18. SHAWE-TAYLOR J., CRISTIANINI N. *Kernel methods for pattern analysis*. – Cambridge university press, 2004.
19. <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/wine> (дата обращения: 28.01.2019).

## **DETERMINATION OF CENTROIDS TO INCREASE THE ACCURACY OF ORDINAL-INVARIANT PATTERN CLUSTERING**

**Alexey Myachin**, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, PhD (amyachin@hse.ru).

*Abstract: The work continues the research of constructing methods for analyzing patterns in parallel coordinates independent of the sequence of input data of the results. The basic operations on objects of ordinal-invariant pattern clusters are described. The assertion that the centroid of an ordinal-invariant pattern cluster belongs to the original cluster is proved, which allows one to estimate the intracluster object - centroid distances in the multidimensional feature space. Examples of revealing the structural similarity of objects in parallel coordinates are given. The main differences between the methods of analysis of patterns and cluster analysis are noted. The methodology of the centroid detection of the ordinal-invariant pattern-cluster is described. An algorithm for combining groups of objects based on their structural similarity, on the one hand, and minimizing intracluster distances, on the other, is proposed, which makes it possible to improve the accuracy of the final results and partially solve the problem of finding similar objects in the presence of error in the original data. The proposed algorithm uses the concept of intracluster distances "object - centroid" and satisfies the following conditions: endogenous determination of the number and composition of the desired groups of objects under study; low (relatively) computational complexity; independence of the original partition from the initial sequence of input data. The work of the proposed algorithm on classical data sets is demonstrated. The results of testing are presented and the clustering accuracy is increased.*

Keywords: pattern, pattern analysis, cluster analysis.

УДК 51-74

ББК 32.973.26-018.2

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.1

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Ф.Т. Алескеровым.*

*Поступила в редакцию 18.06.2018.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РОЛЕЙ В КОАЛИЦИЯХ РОБОТОВ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ КОММУНИКАЦИЯХ НА ОСНОВЕ РОЕВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Иванов Д. Я.<sup>1</sup>

(НИИ Многопроцессорных вычислительных систем  
им. академика А.В. Каляева ЮФУ, Таганрог)

*В работе рассматривается задача распределения ролей в коалициях роботов при ограниченных коммуникациях. Показана актуальность применения коалиций роботов, а также актуальность решения задачи распределения ролей в коалициях роботов с применением схемы «один оператор – одна группа роботов». Дана формальная постановка задачи распределения ролей в коалиции мобильных роботов. Приведен анализ существующих подходов к распределению ролей в группах роботов, таких как решение задачи о назначении алгоритмом Куна – Манкреса, применение аппарата теории игр, применение методов теории вероятностей, муравьиного алгоритма, метода распространения волны управления с помощью механизма локального перелогосования. Предложен итерационный подход к распределению ролей в группе роботов, основанный на стратегии децентрализованного управления и принципах роевого взаимодействия. Описан метод распределения ролей в коалициях мобильных роботов и реализующий этот метод алгоритм действий отдельного робота коалиции при распределении ролей на основе предложенного подхода. Приведены результаты исследования предлагаемого подхода, проведенные с помощью компьютерного моделирования в коалициях численностью 100 роботов при распределении трех ролей. Приведены диаграммы распределения ролей во время итераций. Показаны усредненные результаты компьютерного моделирования распределения ролей при различных значениях радиуса видимости соседей в коалиции. Произведена оценка погрешности распределения ролей с использованием предложенного алгоритмически реализуемого метода и проведено сравнение с известными подходами. Показаны сферы возможного практического применения разработанного подхода.*

Ключевые слова: распределение ролей, коалиция роботов, роевое взаимодействие, ограниченные коммуникации.

---

<sup>1</sup> Донат Яковлевич Иванов, к.т.н., с.н.с. (donat.ivanov@gmail.com).

## **1. Введение**

Современные достижения в области робототехники и мехатроники позволяют создавать малоразмерные мобильные роботы, оснащенные достаточно мощными бортовыми вычислительными ресурсами, что позволяет использовать их при решении многих практических задач.

Применение дистанционно управляемых мобильных роботов целесообразно и экономически эффективно при выполнении работ в труднодоступных и опасных для человека средах. При этом решение многих практических задач требует применения большого числа мобильных роботов, объединенных в коалицию, и их скоординированной между собой работы (например мониторинг лесных массивов [37, 49, 51], нефте- и газопроводов [45, 50], геологоразведка морского дна и шельфа и др.). Преимущества группового применения роботов в задачах экстремальной робототехники очевидны [2]. Объединение некоторого множества роботов группы с целью совместного выполнения общей групповой задачи (в том числе разбитой на подзадачи) в ряде работ получило название коалиции роботов. При этом обычно считается [20, 26, 27, 31, 32, 34], что роботы группы имеют возможность входить в коалицию и выходить из нее [25–26]. В рамках данной работы будем считать, что коалиция уже сформирована и ее состав не изменяется. Также в рамках данной работы не рассматривается задача формирования строя [7, 41–43] роботов коалиции в пространстве.

Дистанционное управление коалицией роботов по принципу «один робот – один оператор» не оправдано с экономической точки зрения, а также затрудняет согласованную работу роботов. Схема управления «одна группа роботов – один оператор» повысит экономическую привлекательность использования роботов для целого ряда практических задач. Однако такая схема управления требует достаточно высокого уровня автономности коалиции роботов. Современный уровень миниатюризации и развития вычислительной техники позволяет даже малогабаритных роботов оснащать достаточно высокопроизводительными бортовыми вычислительными устройствами. Тем не менее



требуется разработка методов и алгоритмов, позволяющих мобильным интеллектуальным роботам планировать свои действия при работе в коалиции.

Наиболее перспективными подходами к управлению коалициями роботов представляются децентрализованные стратегии управления и мультиагентные системы [39], базирующиеся на принципах [44] роевого интеллекта [38].

## **2. Распределение ролей в группе роботов**

При решении некоторых задач коалициями роботов возникает необходимость функциональной дифференциации узлов [18], т.е. распределения некоторых обязанностей или ролей в коалиции таким образом, чтобы часть роботов выполняла одни роли, а другая часть – другие. Характер распределения ролей зависит от специфики выполняемой задачи.

Например, при формировании периодического строя в больших группах мобильных роботов методом паттернов [8, 9] необходимо обеспечить равномерное распределение ролей в группе, причем каждая «роль» представляет собой целевое положение в паттерне.

Рассмотрим строй, состоящий из треугольников (см. рис. 1а). Обозначим вершины треугольника буквами латинского алфавита А, В, С. Очевидно, что для формирования целевого строя необходимо обеспечить такое распределение ролей А, В, С в группе, чтобы численность подмножества роботов с каждой из ролей равнялась  $1/3$  от общей численности группы. То есть 33,(3)% роботов группы должны выбрать роль А, 33,(3)% роботов группы должны выбрать роль В, и 33,(3)% роботов группы должны выбрать роль С. При этом желательно, чтобы роботы с каждой из ролей были рассредоточены по всей группе, а не сконцентрированы в одной области (это позволит снизить энергетические и временные расходы на формирование строя).

Аналогично, при построении периодического строя из шестиугольников (рис. 1б), необходимо обеспечить квазиравномерное распределение роботов между шестью ролями: А, В, С, D, E, F.

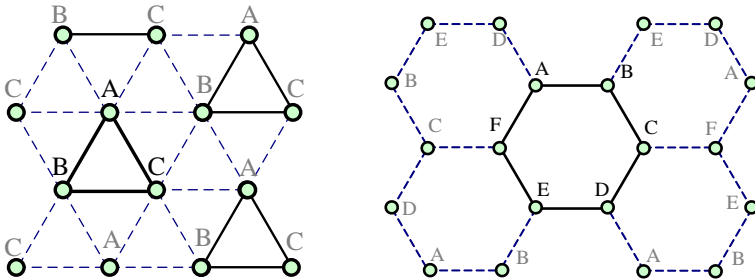


Рис. 1. Пример периодического строя, составляющий паттерн:  
а) треугольник; б) шестиугольник

Другим примером может служить задача формирования мобильных сенсорных сетей быстрого развертывания на базе группы мобильных роботов. В этом случае перед роботами группы стоит задача сбора данных об окружающей среде, предварительной обработки полученных данных, обеспечения резервного хранения полученных промежуточных результатов, а также передачи полученных результатов на удаленный сервер.

Роботы группы взаимодействуют посредством локальной беспроводной сети. А передача полученных результатов на удаленный пульт управления осуществляется по другому каналу связи, обеспечивающему дальнюю связь и, как правило, требующему больших энергозатрат на поддержание связи.

С целью экономии запаса бортовых энергоресурсов роботов группы зачастую нецелесообразно возлагать на одних и тех же роботов и вычислительные, и телекоммуникационные задачи. Необходимо распределить роли между роботами группы так, чтобы в каждой отдельно взятой области пространства, покрываемой мобильной сенсорной сетью, были как роботы, занятые сбором данных, так и роботы, занятые обработкой информации и передачей результатов на удаленный сервер.

Например, все роботы коалиции заняты сбором данных о состоянии окружающей среды с помощью бортовых сенсорных устройств, однако часть роботов группы (например, 20%) дополнительно выполняет роль ретрансляторов для обеспечения передачи собранных, другая часть роботов группы (например

40%) осуществляет предварительную обработку полученных данных, а оставшиеся роботы группы осуществляют резервное хранение результатов промежуточных.

В работах [18, 19] коалицию роботов, представляющую собой некоторую фиксированную сеть с определенной конфигурацией строя – совокупность агентов, в которой отсутствует заранее определенный управляющий центр и которая обладает такими свойствами, как активность, локальность взаимодействия и функциональная неоднородность, предложено называть статическим строем. Таким образом возникает задача распределения ролей в статическом строе роботов.

### 3. Постановка задачи

Рассмотрим группу  $R$ , состоящую из  $N$  мобильных роботов  $r_i$  где  $i$  – уникальный идентификационный номер робота,  $i = 1, \dots, N$ . Каждый робот  $r_i$  в момент  $t$  описывается набором параметров: координаты робота  $r_i$  в пространстве  $(x_i(t), y_i(t), z_i(t))$ , вектор скорости  $\bar{v}_i(t)$ , состояние (выбранная роль)  $s_i$  из некоторого множества доступных для группы ролей  $\mathbf{s} = \langle s_0, s_1, \dots, s_k \rangle$ .

В начальный момент времени  $t_0$  все роботы находятся в состоянии  $s_0$  («роль не выбрана», или «резервный робот»). Каждый робот может самостоятельно перейти в любое другое состояние.

Все роботы группы  $R$  перемещаются внутри некоторой рабочей зоны  $Z$  шириной  $Z_w$ , длиной  $Z_l$  и высотой  $Z_h$ , избегая столкновений между собой. То есть имеется ограничение на минимальное допустимую дистанцию  $d_{min}$  между любой парой роботов группы:

$$\sqrt{(x_j(t) - x_i(t))^2 + (y_j(t) - y_i(t))^2 + (z_j(t) - z_i(t))^2} \geq d_{min},$$

$$i, j = 1, \dots, N; \quad i \neq j.$$

Бортовые средства связи позволяют каждому роботу получить данные о состоянии других роботов группы, попадающих в его зону видимости, ограниченную радиусом прямой связи  $l_i$ .

Требуется обеспечить переход числа  $n_m$ ,  $m = 1, \dots, k$ , роботов группы  $R$  в состояние  $s_m$ ,  $m = 1, \dots, k$ , таким образом, чтобы обеспечивалось процентное соотношение

$$(1) \quad c_m \in \left[ \frac{n_m}{N} \cdot 100\% - \Delta_c \%, \frac{n_m}{N} \cdot 100\% + \Delta_c \% \right], \quad m = 1, \dots, k, ,$$

где  $\Delta_c$  – допустимая погрешность распределения ролей в процентах от общего числа роботов коалиции. При этом

$$\sum_{m=1}^k c_m = 100\% , \text{ а также в любой локальной области простран-$$

ства, занимаемого коалицией роботов, размеры которой превышают  $2 \cdot l_i$ , выполняется условие (1).

#### 4. Обзор существующих подходов

Можно провести параллель между задачей распределения ролей в коалициях роботов и задачей распределения целей [11, 12] (подцелей, задач) в группах роботов, решению которой посвящено достаточно большое количество научных работ (например [10, 13–17, 22, 30, 45]). В общем виде при распределении целей рассматривают некоторое множество роботов и множество целей, и необходимо определить однозначные соответствия между роботами и целями с требуемым уровнем эффективности.

В рамках рассматриваемой в данной статье задачи распределения ролей можно считать, что есть некоторое множество  $V$  «целей»  $v_j$ , число которых равно числу роботов в группе. «Цели» здесь понятия абстрактные, а не физические. Каждая цель  $v_j$  относится к одному из  $s_m$  типов (ролей). При этом количество «целей» каждого типа соответствует требуемому распределению ролей в коалиции роботов. Таким образом, можно рассмотреть двудольный граф, в левой части которого находятся роботы, в правой части находятся цели, ребра графа определяют возможные назначения целей роботам, а веса ребер определяют «стоимость» таких назначений (см. рис. 2). Тогда задача распределения целей сводится к решению задачи о назначениях [21, 23].

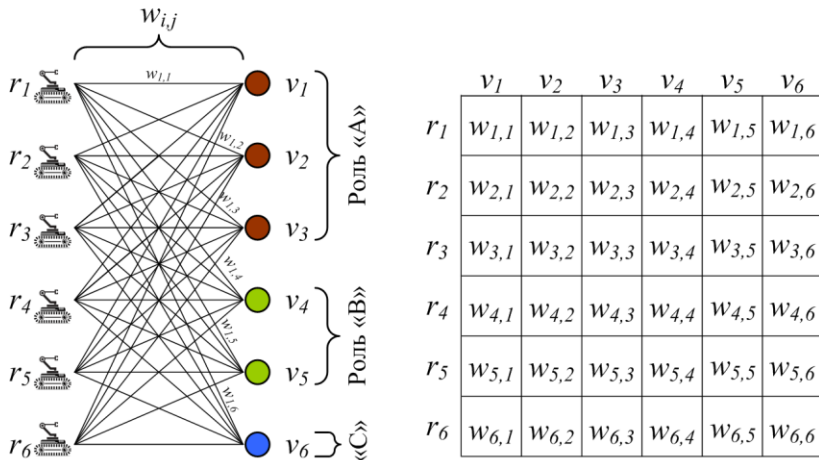


Рис. 2. Представление задачи о назначениях в виде двудольного графа (слева) и матрица стоимостей ребер графа (справа)

Известные подходы к решению задачи о назначениях, такие как «Венгерский алгоритм» (в научной литературе также встречается название *алгоритм Куна – Манкреса*) [47,48], определяют назначения в двудольном графе на основе матрицы стоимостей ребер графа. Однако численная оценка стоимостей ребер графа при распределении ролей затруднена, что препятствует использованию указанных выше методов распределения целей для решения сформулированной в данной статье задачи распределения ролей.

В теории игр [40] еще в 60-е годы XX века рассматривались игры двух лиц с нулевой суммой, когда игроки знают только результаты своих игр [28, 29]. В нашей стране были подробно изучены игры двух автоматов [24, 36]. А также проводились исследования в области игр в размещения групп автоматов [5, 6]. Однако в этих работах не учитываются ограничения на коммуникации и взаимодействия с соседями. В рассматриваемой постановке задачи роботам (автоматам) доступна информация о том, какие роли выбрали только соседние роботы.

Возникает потребность в специализированных методах решения задачи распределения ролей в коалициях роботов при ограниченных коммуникациях. Рассмотрим их подробнее.

В простейшем случае для каждой роли можно рассчитать некоторую вероятность  $P_m = c_m/100$ ,  $m = 1, \dots, k$ . Тогда, воспользовавшись генератором случайных чисел, каждый робот может выбрать одну из множества ролей в соответствии с этими вероятностями. Однако такой подход применим только если строй роботов коалиции неподвижен, все роботы коалиции получают информацию о требуемом распределении одновременно и дальнейшие перемещения роботов коалиции и изменения целевых распределений ролей не предусмотрены. На практике информацию об изменении целевого распределения ролей роботы коалиции будут получать не одновременно, выполнение общей групповой задачи может приводить к перемещениям роботов в пространстве, в том числе к нарушениям требования по равномерности распределения ролей в локальных областях.

В работе [33] рассмотрена задача распределения ролей «фуражиров» и «разведчиков» между агентами в гетерогенном коллективе роботов-муравьев. В этой работе задача выбора агентом роли рассматривается как задача размещения [35], решаемая стохастическим автоматом [1] с двумя состояниями. Там же предложено, но не рассмотрено решение задачи распределения ролей автоматом с линейной стратегией. Учитывая, что основной целью работы [33] было поставлено повышение эффективности фуражирования роботами группы за счет разделения ролей, исследованию механизма распределения ролей уделено мало внимания. Тем не менее в этой работе приведены результаты компьютерного моделирования работы группы роботов-муравьев при фиксированных распределениях ролей (100% и 0%, а также 95% и 5%) и при динамическом перераспределении ролей в процессе выполнения задачи. При этом последний вариант показал более высокую эффективность.

В работе [19] предложен оригинальный подход к распределению ролей в статическом рое на основе процедуры распространения волны управления. Суть подхода заключается в том, что в гомогенной группе роботов с заранее определенной кон-

фигурацией строя, определяющей топологию сети агентов, с помощью механизма локального переголосования [46] роботов статического роя выбирается лидер, который выступает инициатором распространения волны управления. (Способы определения лидера в статическом рое также рассмотрены в работах [3,4]) Выбранный лидер выполняет роль  $s_0$ . Роботы, имеющие прямой канал связи с лидером, получают от него иницирующий пакет, согласно которому им назначается роль  $s_1$ . Затем эти роботы передают дальше по каналам связи волну управления, и роботы, имеющие с ними прямые каналы связи и еще не получившие назначения роли, получают роль  $s_2$  и передают дальше волну управления до тех пор, пока не останется роботов, еще не получивших назначения роли.

Данный метод позволяет осуществлять распределение ролей в статическом строе за относительно небольшое количество итераций. В работе [19] приведены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие сходимость процесса переголосования при выборе лидера, а также показывающие, что количество переголосований при этом не превышает численность  $N$  группы  $R$ . Также можно отметить, что длина пути распространения волны управления даже в худшем случае также не превышает  $N - 1$ . Таким образом, можно предположить что распределение ролей потребует не более  $2N - 1$  итераций, что вполне приемлемо для практического применения.

Однако следует учесть, что данный подход обеспечивает распределение ролей исключительно на основе текущей топологии сети (которая в свою очередь зависит от конфигурации строя роботов в пространстве и имеющихся между ними каналов связи). Таким образом невозможно получить такое распределение ролей в группе, в котором количество  $n_0$  роботов с ролью  $s_0$  превышает единицу. Также невозможно задать количество (или процентное соотношение) роботов с другими ролями в группе.

Можно сделать вывод, что предложенный в [19] подход к распределению ролей в статическом строе походит для узкого ряда практических применений, но не позволяет решать сфор-

мулированную выше задачу распределения ролей с заданными процентными соотношениями.

Таким образом, возникает необходимость в разработке метода и алгоритма решения задачи распределения ролей в коалициях роботов с ограниченными коммуникациями, сформулированной в разделе 3.

### 5. Предлагаемый метод

Предлагается решать поставленную задачу итерационно. На каждой итерации каждый робот  $r_i$  с помощью бортовых средств определяет численность  $N_i$  подгруппы  $R_i$  роботов группы  $R$ , попадающих в его зону видимости, ограниченную радиусом  $l_i$ , т.е. роботов-соседей. Затем робот производит подсчет количества  $n_m^i$ ,  $m = 1, \dots, k$ , в своей подгруппе (роботы-соседи), выбравших одну роль  $s_m$ ,  $m = 1, \dots, k$ . Имея данную информацию, робот может рассчитать текущее распределение ролей своей подгруппе  $R_i$ :

$$c_m^i = \frac{n_m^i}{N^i} \cdot 100\%, \quad m = 1, \dots, k.$$

Затем робот рассчитывает недостачу  $\Delta c_m^i$  (переизбыток) роботов для каждой роли:

$$\Delta c_m^i = c_m - c_m^i, \quad m = 1, \dots, k.$$

Доступная роботу информация о состоянии подгруппы приведена в таблице 1.

Таблица 1. Доступные роботу данные о текущем распределении ролей в его подгруппе

Роль	$s_0$	$s_1$	...	$s_m$	...	$s_k$
Требуемое распределение для всей группы, %	$c_0$	$c_1$	...	$c_m$	...	$c_k$
Текущее распределение в подгруппе, шт.	$n_0^i$	$n_1^i$	...	$n_m^i$	...	$n_k^i$
Текущее распределение, %	$c_0^i$	$c_1^i$	...	$c_m^i$	...	$c_k^i$
Недостача, %	$\Delta c_0^i$	$\Delta c_1^i$	...	$\Delta c_m^i$	...	$\Delta c_k^i$



Затем робот находит максимальную недостачу  $\max \Delta c_m^i$  и выбирает соответствующую этой недостаче роль  $s_m$ .

В случае если все роли распределены в группе с погрешностью менее  $\Delta_c$ , задача распределения ролей считается выполненной. В противном случае повторяется следующий этап итерационного процесса.

Алгоритм действий робота  $r_i$  при распределении ролей приведен на рис. 3.

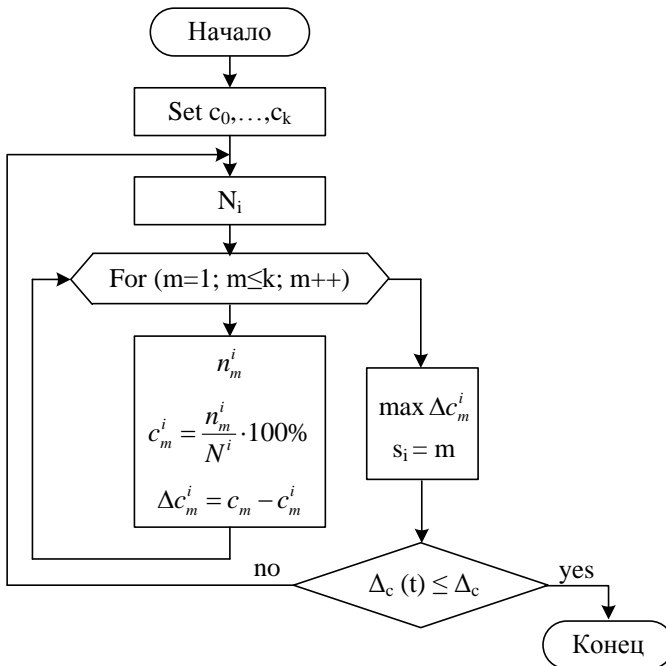


Рис. 3. Алгоритм действий робота  $r_i$  при распределении ролей

## 6. Компьютерное моделирование

С целью исследования предложенного метода было проведено компьютерное моделирование. Программное обеспечение, которое использовалось при моделировании, позволяет задавать

численность группы роботов, требуемое распределение ролей, радиус «видимости» роботов. На рис. 4 показан скриншот программы моделирования в начальный момент времени.

Была проведена серия программных экспериментов, которые подтвердили работоспособность предложенного подхода и сходимость итерационного процесса. В рамках данной статьи приведены основные результаты компьютерного моделирования.

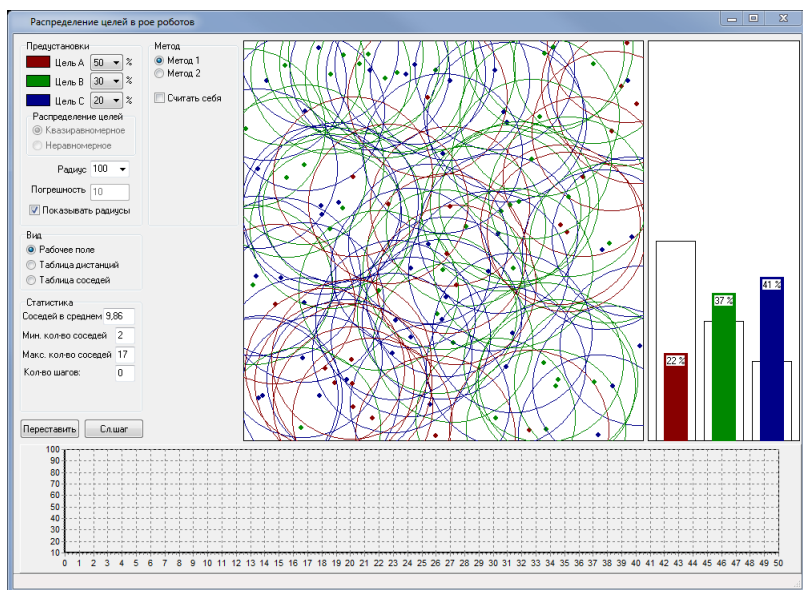


Рис. 4. Скриншот программы моделирования

Группа  $R$  численностью  $N = 100$  роботов в начальный момент времени распределена случайным образом на площадке  $Z$  шириной  $Z_w = 500$  м и длиной  $Z_l = 500$  м. Роботы двигаются в случайном направлении с постоянной скоростью  $|\underline{v}_i(t)| = 1$  м/с. Ограничение на минимальную дистанцию установлено  $d_{min} = 5$  м. Радиус прямой связи  $l_i$  выбирался в интервале  $l_i \in [50; 300]$  с шагом 50 м. Необходимо было распределить три роли таким образом, чтобы  $c_1 = 50\%$ ,  $c_2 = 30\%$ ,  $c_3 = 20\%$ . При

этом в начальный момент каждому роботу назначалась одна из этих трех ролей случайным образом.

Для каждого выбранного набора параметров проводилась серия модельных экспериментов. При этом учитывалось минимальное, максимальное и среднее (для всей группы) количество роботов, попадающих в одну подгруппу, количество повторений итерационного процесса, необходимых для выполнения распределения ролей, минимальная и максимальная погрешность для отдельных ролей. При анализе текущего распределения в своей подгруппе каждый робот учитывал всех роботов подгруппы, кроме себя самого.

В ходе компьютерного моделирования распределение ролей считалось завершенным в том случае, если дальнейшие итерации не приводили к перераспределению ролей. Так, на рис. 5 показано, как изменялось распределение ролей в коалиции из 100 роботов при  $l_i = 300$ .

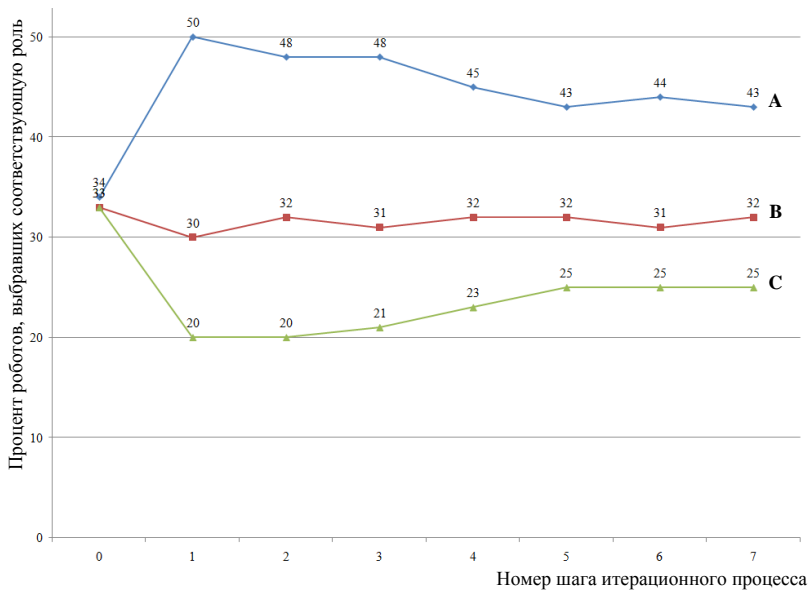


Рис. 5. Перераспределение ролей при выполнении итерационного процесса

Итерационный процесс прекратился после седьмого шага. Однако можно заметить, что при практическом применении предложенного метода распределения ролей можно считать задачу распределения ролей выполненной, как только погрешность распределения ролей перестает превышать допустимый уровень  $\Delta_c$ . В примере, приведенном на рис. 5, уже на первом шаге итерационного процесса достигается требуемое распределение с  $\Delta_c = 0$ . В дальнейшем распределение только немного ухудшается. Однако остановка итерационного процесса при удовлетворении требуемого значения погрешности затруднена ввиду ограниченных коммуникаций. В соответствии с постановкой задачи, роботам коалиции недоступна информация о состоянии всех остальных роботов.

Усредненные результаты компьютерного моделирования представлены в таблице 2.

Таблица 2. Усредненные результаты компьютерного моделирования

Радиус видимости, м	Среднее минимальное кол-во соседей	Среднее максимальное кол-во соседей	Среднее число соседей	Среднее кол-во шагов	Среднее значение минимальной погрешности, %	Мин. Кол-во шагов	Мин. Кол-во шагов	Макс кол-во шагов
50	0	8,1	2,96	2,4	1,1	4,6	2	3
100	2,5	19,7	10,50	4,4	1,3	4,1	3	6
150	7,4	35,6	21,44	4,8	1,1	4,2	4	6
200	11,7	55,0	34,30	6,7	0,6	3,2	4	11
250	20,2	78,9	48,15	5,9	0,4	2,7	4	10
300	29,6	93,4	61,13	8,5	0,4	2,5	5	13

Следует отметить, что результаты компьютерного моделирования показали сходимость итерационного процесса в том

случае, если каждый робот учитывает текущее распределение в своей подгруппе без учета своей текущей роли. При этом количество шагов итерации относительно невелико (от 2 до 16 в проведенных модельных экспериментах) при численности группы роботов  $N = 100$ . При этом распределение ролей в каждой отдельно взятой локальной области было близко к целевому распределению.

## **7. Благодарности**

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-29-07054.

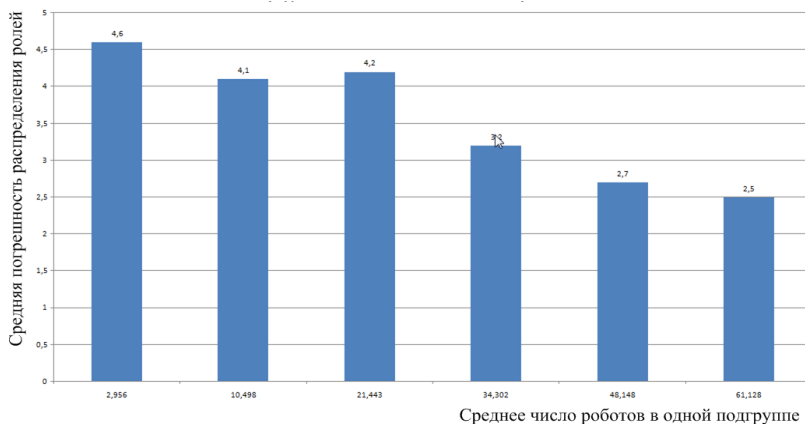
## **8. Выводы**

В работе предложен алгоритмически простой метод распределения ролей в группах роботов, основанный на принципах [44] роевого интеллекта [38]. Результаты компьютерного моделирования подтвердили работоспособность данного метода и сходимость итерационного процесса. За несколько итераций обеспечивается приемлемая для решения практических задач погрешность распределения ролей.

Результаты компьютерного моделирования показали, что по сравнению с описанным в [19] подходом к распределению ролей в группах роботов, предложенный в данной работе подход обеспечивает сходимость за меньшее число шагов итерации.

Учитывая, что предлагаемый метод в основе своей содержит вероятностный подход, можно заметить, что погрешность распределения и необходимое количество итерационных шагов меньше в тех случаях, когда численности локальных подгрупп оказываются выше (см. рис. 6).

Увеличивать численность локальных подгрупп без увеличения численности коалиции можно либо за счет увеличения радиуса прямой видимости, либо за счет формирования более компактного строя в группе роботов. Также в дальнейшем можно рассмотреть возможность маршрутизации при передаче сообщений о состоянии тех роботов, которые не входят в одну локальную подгруппу.



*Рис. 6. График зависимости погрешности распределения ролей от среднего числа соседствующих роботов по результатам компьютерного моделирования*

Следует также отметить, что в последние годы исследования в области управления многочисленных коалиций роботов выходят из области теоретических изысканий в практическую сферу. В качестве примера можно привести проект “Shooting Star” фирмы Intel, посвященный созданию рекламных световых шоу за счет большого количества квадрокоптеров [52]. В первых экспериментах было задействовано около ста квадрокоптеров, но потом численность группы довели до 500 экземпляров. При этом в группе отсутствует централизованное управление. Квадрокоптеры взаимодействуют с соседями. Пульт оператора только передает групповое задание и собирает данные о состоянии аппаратов. Похожие проекты ведутся и в других странах, что говорит о том, что применение сотен или даже тысяч микророботов – это не планы на будущее, а реалии дня сегодняшнего.

Дальнейшие исследования будут посвящены поиску методов и алгоритмов, которые позволят сократить погрешность распределения задач. Будут проведены исследования с группами другой численности, а также с роботами, скорость движения которых достаточно высока, что будет приводить к тому, что

многие роботы в процессе движения будут покидать одни локальные подгруппы и присоединяться к другим локальным подгруппам.

### Литература

1. ВАРШАВСКИЙ В.И., ВОРОНЦОВА И.П. *О поведении стохастических автоматов с переменной структурой* // Автоматика и телемеханика. – 1963. – №3(23). – С. 353–360.
2. ВАСИЛЬЕВ И.А., ПОЛОВКО С.А., СМИРНОВА Е.Ю. *Организация группового управления мобильными роботами для задач специальной робототехники* // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2013. – №1(164). – С. 119–123.
3. ВОРОБЬЕВ В.В. *Алгоритмы выбора лидера и кластеризации в статическом рое роботов* // Мехатроника. Автоматизация. Управление. – 2017. – №3(18). – С. 166.
4. ВОРОБЬЕВ В.В. и др. *Алгоритм выбора лидера в системах с меняющейся топологией* // 15-я Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием, Смоленск, 03–07 октября 2016 г. – 2016. – С. 149–157.
5. ГИНЗБУРГ С.Д., КРЫЛОВ В.Ю., ЦЕТЛИН М.Л. *Об одном примере игры многих одинаковых автоматов* // Автоматика и телемеханика. – 1964. – №5(25). – С. 668–6712.
6. ГИНЗБУРГ С.Л., ЦЕТЛИН М.Л. *О некоторых примерах моделирования коллективного поведения автоматов* // Проблемы передачи информации. – 1965. – №2(1). – С. 54–62.
7. ИВАНОВ Д.Я. *Формирование строя группой беспилотных летательных аппаратов при решении задач мониторинга* // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – №4. – С. 219–224.

8. ИВАНОВ Д.Я. *Метод паттернов для формирования строя в больших группах квадрокоптеров* // *Материалы 8-й Всероссийской мультikonференции по проблемам управления (МКПУ-2015) в 3 т.* – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2015. – С. 175–177.
9. ИВАНОВ Д.Я. *Формирование строя в большой группе мобильных роботов с использованием метода паттернов* // *Робототехника и техническая кибернетика.* – 2016. – №2(11). – С. 39–44.
10. ИВАНОВ Д.Я., УСАЧЕВ Л.Ж. *Выбор целей движения при изменении строя в группе БЛА* // *XII всероссийское совещание по проблемам управления.* – 2014. С. 2015–2020.
11. КАЛЯЕВ И.А., ГАЙДУК А.Р., КАПУСТЯН С.Г. *Распределенные системы планирования действий коллективов роботов.* – М.: Янус-К, 2002. – 292 с.
12. КАЛЯЕВ И.А., ГАЙДУК А.Р., КАПУСТЯН С.Г. *Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов.* – М.: Физматлит, 2009. – 280 с.
13. КАЛЯЕВ И.А., КАПУСТЯН С.Г., ГАЙДУК А.Р. *Самоорганизующиеся распределенные системы управления группами интеллектуальных роботов, построенные на основе сетевой модели* // *Управление большими системами: сборник трудов.* 2010. № 30–1. С. 605–639.
14. КАЛЯЕВ И.А., КАПУСТЯН С.Г., УСАЧЕВ Л.Ж. *Метод решения задачи распределения целей в группе БЛА сетевцентрической системой управления* // *Известия Южного федерального университета. Технические науки.* – 2016. – №12. – С. 55.
15. КАЛЯЕВ И.А., КАПУСТЯН С.Г., УСАЧЕВ Л.Ж. *Оптимизация распределения целей для задач мониторинга в сетевцентрической системе управления группой беспилотных летательных аппаратов* // *10-я Всероссийская мультikonференция по проблемам управления, Дивноморское, 11-16 сентября 2017 г.* – 2017. – С. 178–181.



16. КАПУСТЯН С.Г. *Алгоритмы коллективного улучшения плана при решении задачи распределения целей в группе роботов* // Искусственный интеллект. – 2006. – №3. – С. 679–690.
17. КАПУСТЯН С.Г., УСАЧЕВ Л.Ж., СТОЯНОВ С.В. *Метод оптимального распределения целей в коллективе роботов* // Информационные технологии. – 1998. – №4. – С. 29–34.
18. КАРПОВ В.Э. *Управление в статических ролях. Постановка задачи* // Труды VII Международной научно-практической конференции «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте», 20–22 мая 2013 г., Коломна. – С. 730–739.
19. КАРПОВ В.Э. *Процедура голосования в однородных коллективах роботов* // 14-я Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2014, 24–27 октября 2014 г., Казань, Россия: Труды конференции. – 2014. – Т. 2. – С. 159–167.
20. КАШЕВНИК А.М. *Подход к обеспечению семантической интероперабельности мобильных роботов при формировании коалиций* // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2017. – №1. – С. 90–100.
21. КИРСАНОВ М.Н. *Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы*. – М.: Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 168 с.
22. КИСЕЛЕВ Л.В. и др. *Ситуационное управление группировкой автономных подводных роботов на основе генетических алгоритмов* // Подводные исследования и робототехника. – 2009. – №2. – С. 34–43.
23. КРИСТОФИДЕС Н. *Теория графов: Алгоритмический подход*. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
24. КРЫЛОВ В.Ю., ЦЕТЛИН М.Л. *Об играх автоматов* // Автоматика и телемеханика. – 1963. – №7(24). – С. 975–987.
25. КУЛИНИЧ А.А. *Модель поддержки принятия решений для образования коалиций в условиях неопределенности* // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2012. – №2. – С. 27–38.

26. КУЛИНИЧ А.А. *Модель командного поведения агентов (роботов): когнитивный подход* // Управление большими системами. – 2014. – №51. – С. 174–197.
27. КУЛИНИЧ А.А. *Модель кооперации агентов (роботов)* // Труды 14-й Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2014, 24–27 сентября 2014 г. Казань. – 2014. – С. 24–27.
28. ЛЬЮС Р.Д., РАЙФА Х., ЛЯПУНОВА А.А. *Игры и решения: Введение и критический обзор*. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
29. МАК КИНСИ Д. *Введение в теорию игр*. – М.: Физматгиз, 1960.
30. МАКСИМОВ Н.А., ФЕДОРОВ А.М. *Планирование съемки разнородных целей группой беспилотных летательных аппаратов* // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2012. – №8. – С. 354–363.
31. ПЕТРОВ М.В., КАШЕВНИК А.М. *Онтолого-ориентированный подход к непрямому взаимодействию пользователей и роботов для совместного решения задач* // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2017. – №1. – С. 133–146.
32. ПРОТАЛИНСКИЙ И.О., ЩЕРБАТОВ И.А. *Исследование эффективности группового управления роботами методом имитационного моделирования* // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2010. – №2с(4). – С. 34–37.
33. РОВБО М.А. *Распределение ролей в гетерогенном муравьино-подобном коллективе* // 15-я Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2016). Смоленск. – 2016. – Т. 2. – С. 363–371.
34. ХАВИНА И.П., МОЛЧАНОВ Г.И. *Мультиагентная система оптимального управления коалицией роботов* // Вісник НТУ «ХП». Серія «Технології в машинобудуванні». – 2017. – №17(1239). – С. 5–9.

35. ЦЕТЛИН М.Л. *Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем.* – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969.
36. ЦЕТЛИН М.Л., КРЫЛОВ В.Ю. *Примеры игр автоматов // Доклады Академии наук.* – 1963. – Т. 149, №2. – С. 284–287.
37. CASBEER D.W. et al. *Forest fire monitoring with multiple small UAVs // Proc. of the American Control Conference, June 2005, Portland, Oregon.* – 2005. – P. 3530–3535.
38. DORIGO M., BIRATTARI M. *Swarm intelligence // Scholarpedia.* – 2007. – №9(2). – P. 1462.
39. FERBER J. *Multi-agent systems: an introduction to distributed artificial intelligence.* – Addison-Wesley Reading, 1999.
40. НАЈЕК В. *An Introduction to Game Theory.* – Department of Electrical and Computer Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign, 2017. – P. 116.
41. IVANOV D., KAPUSTYAN S., KALYAEV I. *Method of spheres for solving 3D formation task in a group of quadrotors // Int. Conference on Interactive Collaborative Robotics, 24-26 August, Budapest, Hungary.* – Springer, Cham, 2016. – P. 124–132.
42. IVANOV D., KALYAEV I., KAPUSTYAN S. *Formation task in a group of quadrotors // Robot Intelligence Technology and Applications 3.* – Springer, Cham, 2015. – P. 183–191.
43. IVANOV D., KAPUSTYAN S., KALYAEV I. *Method of Spheres for Solving 3D Formation Task in a Group of Quadrotors // Interactive Collaborative Robotics. Volume 9812 of the series Lecture Notes in Computer Science. Proceedings of the First International Conference, ICR 2016, Budapest, Hungary, August 24-26, 2016.* – 2016. – P. 9812.
44. KALIAEV I., KAPUSTJAN S., IVANOV D. *Decentralized Control Strategy within a Large Group of Objects Based on Swarm Intelligence // 5th Int. Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM), 2011.* – P. 299–303.

45. KALYAEV I. et al. *A novel method for distribution of goals among UAVs for oil field monitoring* // IEEE 6th Int. Conference on Informatics, Electronics and Vision & 7th Int. Symposium in Computational Medical and Health Technology (ICIEV-ISCMT), 1-3 September 2017, Himeji, Japan. – 2017. – P. 1–4.
46. KARPOV V., KARPOVA I. *Leader election algorithms for static swarms* // Biologically Inspired Cognitive Architectures. – 2015. – No. 12. – P. 54–64.
47. KUHN H.W. *The Hungarian method for the assignment problem* // Naval research logistics quarterly. – 1955. – No. 2. – P. 83–97.
48. KUHN H.W. *The Hungarian method for the assignment problem* // 50 Years of Integer Programming 1958-2008. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2010. – P. 29–47.
49. MERINO L. et al. *A cooperative perception system for multiple UAVs: Application to automatic detection of forest fires* // Journal of Field Robotics. – 2006. – No. 3–4(23). – P. 165–184.
50. ONDRÁČEK J. *Intelligent Algorithms for Monitoring of the Environment Around Oil Pipe Systems Using Unmanned Aerial Systems*. – Bachelor's thesis. Czech Technical University in Prague, 2014.
51. SUJIT P.B., KINGSTON D., BEARD R. *Cooperative forest fire monitoring using multiple UAVs* // 46th IEEE Conference on Decision and Control, 10-11 Desember 2007, New Orleans, Louisiana USA. – 2007. – P. 4875–4880.
52. *Intel Lights Up the Night with 500 «Shooting Star» Drones*. – URL: <http://www.intel.com/content/www/us/en/technology-innovation/videos/drone-shooting-star-video.html> (дата обращения: 01.12.2018).

## **DISTRIBUTION OF ROLES IN COALITIONS OF ROBOTS WITH LIMITED COMMUNICATIONS BASED ON THE SWARM INTERACTION**

**Donat Ivanov**, Southern Federal University Acad. Kalyaev Scientific Research Institute of Multiprocessor Computer Systems, Taganrog, Cand.Sc., (donat.ivanov@gmail.com).

*Abstract: The paper deals with the task of assigning roles to coalition robots with limited communications. The relevance of the use of robots coalitions, as well as the urgency of solving the role distribution problem in the coalitions of robots using the "one operator - one group of robots" scheme is shown. A formal formulation of the task of role distribution in the coalition of mobile robots is given. An analysis of existing approaches to the distribution of roles in groups of robots is given, such as solving the assignment problem by the Kuhn-Mankres algorithm, using the game theory apparatus, applying the methods of probability theory, the ant algorithm, and the method of propagating the control wave using a local conversion mechanism. An iterative approach to the distribution of roles in a group of robots, based on a decentralized management strategy and the principles of swarm interaction, is proposed. A method for the distribution of roles in coalitions of mobile robots and an algorithm for the actions of a single-party coalition robots implementing roles based on the proposed approach are described. The results of the study of the proposed approach, carried out with the help of computer simulation in coalitions of 100 robots in the distribution of three roles, are presented. The diagrams of roles distribution during iterations are given. The averaged results of computer modeling of the distribution of roles for different values of the radius of visibility of neighbors in the coalition are shown. The estimation of the error of the distribution of roles using the proposed algorithmically implemented method is made and a comparison with known approaches is carried out. The areas of possible practical application of the developed approach are shown.*

**Keywords:** distribution of roles, coalition of robots, swarm interaction, limited communications.

УДК 007.52 + 621.865.8

ББК 32.816

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.2

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.Г. Лебедевым.*

*Поступила в редакцию 03.08.2018.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА БОЛЬШИХ ГРУПП ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ АГЕНТОВ

Максимов Д. Ю.<sup>1</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*В подходе Artificial General Intelligence (Universal AI) интеллект рассматривается как информационный процессор, потребляющий и выдающий информацию, которой и определяется поведение системы. В рамках этого подхода М. Hutter получил способ выбора оптимальной траектории агента в абстрактной среде. Однако этот способ требовал численных оценок вознаграждения при том или ином движении, способ получения которых оставался открытым. Также этот метод не подходит для оценок движения группы агентов. В настоящей работе оценки вознаграждений предоставляются самой средой и предложен способ выбора траектории, который применим для группы агентов. Параллельное выполнение группой интеллектуальных агентов ряда задач, представляется тензорным произведением соответствующих процессов в категории игр Конвея, которая сопоставлена среде и движениям агентов. Оптимальный маршрут группы определяется как игра с наибольшим суммарным выигрышем в этой категории. Выигрыш представлен степенью определенности (видимости) цели агента, т.е. некоторым множеством, а не числом. Доказано, что такое определение выигрыша может быть использовано в категорной конструкции для игр Конвея. В этой категории тензорное произведение является операцией линейной логики. Также линейная логика применяется для выбора целей, которые система может достичь, из всего множества видимых целей. Для этого все множество целей представляется в виде решетки, на которой задана структура линейной логики. Решетка целей в этом случае становится множеством истинностных значений логики. Целям, которые достигаются параллельно, также соответствует тензорное произведение (как и параллельным процессам в среде), но только теперь это произведение элементов решетки целей. Цели выбираются по наибольшей степени истинности того элемента решетки, который соответствует их параллельному достижению. В результате получена формула для оценки наиболее выигрышного маршрута в абстрактной среде для группы агентов.*

**Ключевые слова:** интеллектуальные агенты, выбор маршрута, решетка целей, игровая семантика.

---

<sup>1</sup> Дмитрий Юрьевич Максимов, науч. сотр. (dmtax@inbox.ru).

## 1. Введение

Важными задачами при описании движения групп агентов являются задача целераспределения и задача определения оптимального маршрута. В случае когда эти агенты предполагаются интеллектуальными, они должны самостоятельно решать эти задачи. Данная работа посвящена тому, чтобы представить решение этих задач агентами в абстрактной среде только на основании информации, которая предоставляется средой, и информации о целевом предназначении системы, которая заложена изначально и представлена структурами на множестве целей системы.

В подходе Artificial General Intelligence (AGI) или Universal Artificial Intelligence (UAI) искусственный интеллект представляется как информационный процессор, потребляющий и выдающий информацию, и исследования в этом направлении фокусируются на системах, *действующих* разумно [10, 11, 12, 14, 15, 20, 23, 24, 25]. В рамках AGI предложен способ выбора оптимальной траектории движения в абстрактной среде наиболее интеллектуального агента в смысле некоторой меры интеллектуальности [16]. Эта модель основана на вероятностном моделировании среды, определении следующего движения такой системы на основании предыдущего опыта, числовой оценке вознаграждения позиций системы и максимизации предполагаемого будущего вознаграждения вдоль траектории. Однако способ получения этой числовой оценки отсутствует. Также нет моделей, представляющих поведение групп таких агентов.

В [18] также рассматриваются вероятностные свойства траектории движущегося агента. Агент находит маршрут, близкий к оптимальному, на решетке, состоящей из клеток с разной непроеходимостью. С помощью имитационного моделирования изучается распределение времени выхода агента в конечную точку для случайных ландшафтов разного вида. Для описания движения групп агентов в [3, 4] описывается клеточный автомат, моделирующий движение агентов, и исследуются его особенности в связи с типом ландшафта, по которому перемещаются агенты.

В [5, 6, 7] продемонстрировано, что достаточно только наличия структуры (решеточной или еще и моноида, что определяет линейную логику) на множестве задач [6, 7] или целей [5] системы для того, чтобы система вела себя вполне разумно и даже похоже на поведение, например, колонии муравьев [7]. Вероятностного моделирования среды, в отличие от [16] и [18], не предполагается.

В этой статье предлагается развитие подхода [5, 6, 7] исходя из идеи, что параллельное выполнение процессов достижения разных целей и разными агентами в абстрактной среде можно представить как тензорное произведение в линейной логике. Представление параллельно выполняемых процессов тензорным произведением уже использовалось в [21], но в этой работе процессы достижения в среде системой интеллектуальных агентов своих целей формально описываются как игра с вознаграждениями позиций. Такие игры моделируются в категории игр Конвея, определенной в [22]. Но, в отличие от [22], вознаграждение позиций представляется множествами, описывающими информацию о целях (представляющими степень их определенности). Таким образом, вознаграждения предоставляются средой и являются элементами решетки множеств, а не числами, как в [16]. Доказано, что такое изменение определения вознаграждения соответствует конструкции [22] и не меняет выводов этой работы.

Кроме того, так же как и в [7], структуры решетки и линейной логики на множествах целей агентов и системы используются для определения приоритетов различных параллельных процессов в такой категории игр. Эти структуры задаются исходя из представлений о назначении системы, в отличие от аналогичных структур в категории игр, которые задаются средой. Выбираются параллельные процессы достижения таких целей, переход на достижение которых имеет наибольшую оценку в решетке целей системы. Решетки целей агентов формируются агентами как их всевозможные намерения и могут использоваться для уточнения выбора маршрута в системе в случае, если однозначной оценки выигрыша маршрута получить не удается.



В результате получена формула, которая определяет маршрут группы и выбор ею целей с наибольшим суммарным вознаграждением. Эта формула отражает движение по пути наибольшей определенности или наибольшей видимости целей, вдоль которого средой предоставляется наибольшая информация о совокупности целей. Выбор же этой совокупности из всего множества видимых целей определяется из представлений о назначении группы, которые определяют логическую структуру на множестве ее задач и, следовательно, оценки той или иной совокупности целей.

Работа построена следующим образом: в разделе 2 как можно проще вводится необходимый математический аппарат. Доказываются теоремы о соответствии используемого определения вознаграждений конструкции из [22]. В разделе 3 представлены способы выбора целей и оптимального маршрута группы. Также обсуждаются трудности такого подхода и способы их преодоления. Раздел 4 заключает работу.

## **2. Используемый математический аппарат**

### **2.1. РЕШЕТКИ [1]**

Определение 1. Частично-упорядоченное множество – это множество, на котором определено бинарное отношение  $x \leq y$ , удовлетворяющее для всех  $x, y, z$  следующим условиям:

- $x \leq x$  (рефлексивность);
- если  $x \leq y$  и  $y \leq x$ , то  $x = y$  (антисимметричность);
- если  $x \leq y$  и  $y \leq z$ , то  $x \leq z$  (транзитивность).

Это означает, что, в отличие от линейно-упорядоченного множества, не все элементы сравнимы между собой.

Определение 2. **Верхней гранью** подмножества  $X$  частично-упорядоченного множества  $P$  называется такой элемент  $a \in P$ , который содержит все  $x \in X$ .

Определение 3. **Точная верхняя грань** подмножества  $X$  ( $\sup X$ ) – это такая его верхняя грань, которая содержится в любой другой его верхней грани.

Понятие **точной нижней грани** ( $\inf X$ ) определяется двойственно (т.е. это наибольший элемент  $b \in P$ , содержащийся во всех  $x \in X$ ).

**Определение 4. Решетка** – это частично-упорядоченное множество, имеющее для любых двух элементов их точную верхнюю грань (или **объединение**)  $\vee$  и точную нижнюю грань (или **пересечение**  $\wedge$ ).

**Определение 5. Полурешетка** – это частично-упорядоченное множество, в которой для любых двух элементов определена только одна операция – объединение в верхней полурешетке или пересечение в нижней.

**Определение 6. Полная решетка** – это решетка, в которой любые два подмножества имеют объединение и пересечение.

Это означает, что в непустой полной решетке есть наибольший « $\top$ » и наименьший « $0$ » элементы. На диаграмме решетки (например, как на рис. 1) чем больше элемент (т.е. вершина, узел диаграммы решетки), тем выше он расположен, и сравнимые между собой элементы лежат на одном пути из  $0$  в  $\top$ .

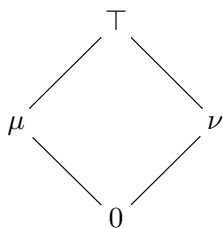


Рис. 1. Пример диаграммы решетки

Объединение элементов на диаграмме – ближайший наибольший элемент для обоих, пересечение – ближайший наименьший для обоих. Заметим, что любая конечная решетка является полной.

**Определение 7. Образующими решетки (ее генераторами)** называются те элементы, из которых путем применения операций объединения и пересечения получаются все остальные элементы.

**Определение 8.** В решетках для любых элементов  $a, b$  может быть определена импликация  $c = a \Rightarrow b$  как наибольший элемент, который пересекается с  $a$  так же, как  $b$ :  $c \wedge a = b \wedge a$ .

**Определение 9.** Решетка, имеющая импликацию, называется **брауэровой решеткой**. В такой решетке импликация  $\neg a = a \Rightarrow 0$  называется псевдодополнением  $a$ .

В брауэровых решетках выполняются законы дистрибутивности для объединения и пересечения. Все конечные дистрибутивные решетки являются брауэровыми.

## 2.2. ЛИНЕЙНАЯ ЛОГИКА

Исторически первая и наиболее простая семантика линейной логики [13] — это семантика фазового пространства. В этом случае на решетке задано умножение элементов  $\cdot$ , которое определяет дополнительные к решеточным логические операции.

**Определение 10. Фазовым пространством** называется пара  $(M, \perp)$ , где  $M$  — коммутативный (мультипликативный) моноид  $(B, \cdot, 1)$ , в котором несущее множество  $B$  является решеткой (решеткой подмножеств моноида), а  $\perp \subset B$  — произвольный элемент решетки (т.е. подмножество моноида), который принимается за *false*.

В линейной логике элемент *false* отличается от  $\mathbf{0}$  (т.е. наименьшего элемента решетки) в общем случае (в отличие от классической или интуиционистской логик). В линейной логике определены следующие мультипликативные (т.е. определяющиеся моноидальным умножением) операции:

**Определение 11. Линейная импликация**  $\multimap$  на элементах решетки  $X, Y \subseteq M$  производится следующим образом:  $X \multimap Y = \{z \mid z \cdot x \in Y, \forall x \in X\}$ .

**Определение 12. Дуальный элемент**  $X^\perp = X \multimap \perp$  — линейное отрицание  $\bar{X}$ .

Определение 13. **Ко-тензорное произведение**, которое связано с **линейной импликацией**  $\multimap$  на элементах решетки  $X, Y \subseteq M$ , производится следующим образом:  $X \wp Y = X^\perp \multimap Y = (X^\perp \cdot Y^\perp)^\perp$ .

Элемент *false* является нейтральным элементом операции  $\wp$ . Линейная логика – ресурсозависима: в ней посылка (ресурс) может быть употреблена только один раз. Поэтому импликация  $X \multimap Y$  интерпретируется как потребление  $X$  и получение  $Y$  [13].

Определение 14. Определена также мультипликативная конъюнкция  $\otimes$ , или **тензорное произведение**, следующим образом:  $X \otimes Y = (X \multimap Y^\perp)^\perp = (X \cdot Y)^\perp = (X^\perp \wp Y^\perp)^\perp$ .

$I$  – нейтральный элемент мультипликативной конъюнкции, дуальный  $\perp$ .

Определение 15. Здесь везде  $X, Y$  – **факты**, т.е. такие подмножества  $M$ , что  $X = X^{\perp\perp}$  или, эквивалентно,  $X = Y^\perp$  для некоторого  $Y \subset M$ .

Важно отметить, что консеквентом импликации может быть только факт. Истинными (valid) считаются факты, которые включают в себя моноидальную единицу 1. Например,  $I = \perp^\perp = \{1\}^{\perp\perp}$

Определение 16. На фактах определены также решеточные, дуальные друг другу, операции аддитивной конъюнкции  $\&$  и аддитивной дизъюнкции  $\oplus$  (по сути это **пересечение** и **объединение** элементов решетки):  $X \& Y = X \wedge Y$ ;  $X \oplus Y = (X \vee Y)^{\perp\perp} = (X^\perp \wedge Y^\perp)^\perp$ .

Их нейтральные элементы –  $\top$  для  $\oplus$  и  $\mathbf{0}$  для  $\&$  – также связаны отношением дуальности:  $\top^\perp = \mathbf{0}$ ;  $\mathbf{0}^\perp = \top$ , где  $\top = M = \emptyset^\perp$ ;  $\mathbf{0} = M^\perp = \emptyset^{\perp\perp}$ . Дуальность операций понимается как в теории множеств:  $\vee^\perp = \wedge$ ,  $\wedge^\perp = \vee$ , т.е., например,  $(a \vee b)^\perp = a^\perp \wedge b^\perp$ , где дуальность означает дополнение.

Нам потребуется также определение **экспоненциала** !. Для этого в фазовом пространстве выделяются два взаимно дуальных множества **открытых**  $Op$  и **замкнутых**  $Cf$  фактов.

Определение 17. Множество **замкнутых фактов**  $\mathcal{F}$  обладает следующими свойствами:

- $\mathcal{F}$  замкнуто относительно аддитивной конъюнкции  $\&$ .
- $\mathcal{F}$  конечно замкнуто относительно мультипликативной дизъюнкции  $\mathcal{N}$  (т.е. мультипликативная дизъюнкция конечного числа слагаемых содержится в  $\mathcal{F}$ ).
- $\perp$  — наименьший факт (относительно включения) в  $\mathcal{F}$ .
- для всех  $X \in \mathcal{F}$   $X \mathcal{N} X = X$ .

Определение 18. Множество **открытых фактов**  $\mathcal{G}$ , которое дуально  $\mathcal{F}$ , обладает дуальными свойствами:

- $\mathcal{G}$  замкнуто относительно аддитивной дизъюнкции  $\oplus$ .
- $\mathcal{G}$  конечно замкнуто относительно мультипликативной конъюнкции  $\otimes$ .
- $I$  — наибольший факт (относительно включения) в  $\mathcal{G}$ .
- для всех  $X \in \mathcal{G}$   $X \otimes X = X$ .

Наименьшим открытым фактом является  $\mathbf{0}$ . Соответственно, наибольшим замкнутым —  $\top$ . В такой структуре экспоненциалы определяются так:

- $!X$  — наибольший открытый факт, включенный в  $X$ ;
- $?X$  — наименьший замкнутый факт, содержащий в себе  $X$ .

Легко заметить, что мы имеем две полурешетки — нижнюю  $\mathcal{F}$  и верхнюю  $\mathcal{G}$ .

В этом определении фазового пространства первичным является определение умножения элементов, которое задает все мультипликативные операции. В результате получается линейная логика с определенными свойствами. Но на практике можно исходить из определения классов открытых и замкнутых фактов. Эти классы определяются требованиями задачи. Например, поскольку консеквентом импликации может быть только факт, естественно

потребовать минимальности количества не-фактов. Тогда требование выполнения свойств линейной логики приводит к определению произведений всех элементов решетки [7, 21].

Для этого при выборе элементов, дуальных к не-фактам, следует использовать свойство

$$1) X \subset X^{\perp\perp}.$$

Для определения умножения можно использовать еще следующие требования:

$$2) X \multimap X \geq I;$$

$$3) I \multimap X = X;$$

$$4) X \multimap (B \& C) = (X \multimap B) \& (X \multimap C);$$

$$5) X \multimap B^{\perp} = X \multimap C^{\perp}, \text{ если } B^{\perp} = C^{\perp}.$$

Последнее условие означает, что один и тот же факт может быть дуалом как факта, так и не-факта.

$$6) !X \multimap \mathbf{0} = \neg !X \text{ [19].}$$

Здесь  $\neg !X$  — решеточная операция отрицания, т.е. наибольший элемент решетки, не пересекающийся с  $!X$ .

В результате получается недоопределенная система уравнений для определения произведений элементов решетки, поскольку этих свойств не хватает для однозначного вычисления. Однако это приводит к большей гибкости при выборе варианта поведения (см. разд. 3.3).

### 2.3. ИГРЫ КОНВЕЯ

*Определение 19. Игра (game) Конвея определяется в [22] как корневой граф, в котором вершины  $V$  являются позициями игры, дуги  $E \subset V \times V$  — ее движениями и каждой дуге присвоена полярность  $\pm 1$  в зависимости от того, движение это игрока или оппонента.*

**Определение 20. Траектория (play)** — это путь из корня  $*$  графа. Путь альтернирован, если полярности на соседних ребрах чередуются.

**Определение 21. Стратегия** определяется как непустое множество альтернированных путей четной длины, которые начинаются движением оппонента, замкнуто по префиксу четной длины (т.е. префикс четной длины также принадлежит стратегии) и детерминировано. Детерминированность означает, что два разных пути с общим префиксом, которые различаются двумя движениями, должны совпадать.

**Определение 22. Дуальная игра (play)**  $X^\perp$  определяется как игра, в которой полярности у всех дуг обращены.

**Определение 23. Тензорное произведение**  $X \otimes Y$  двух игр Конвея  $X = (V_X, E_X)$  и  $Y = (V_Y, E_Y)$  определяется как асинхронное произведение графов двух этих игр: позициями произведения являются пары  $(x, y)$ , которые обозначаются  $x \otimes y$ , с корнем  $*_{X \otimes Y} = *_X \otimes *_Y$ , так что  $V_{X \otimes Y} = V_X \times V_Y$ ; движения (ребра)  $E_X \otimes E_Y = \{x \otimes y \rightarrow \begin{cases} z \otimes y, & \text{если } x \rightarrow z \in E_X, \\ x \otimes z, & \text{если } y \rightarrow z \in E_Y; \end{cases}\}$  и полярность движения в  $X \otimes Y$  наследуется из соответствующего движения в  $X$  или  $Y$ .

Тензорное произведение таких игровых процессов интерпретируется как их параллельное выполнение [22]. Можно также определить тензорное произведение стратегий [22], которые являются морфизмами в категории таких игр, но оно нам не потребуется и здесь не приводится.

В категории таких игр моделируется линейная логика (обобщенная). Объектами этой категории являются игры Конвея, а морфизмами  $X \rightarrow Y$  — стратегии в  $X^\perp \wp Y = X \multimap Y$ . Следует заметить, что на графах игр операция  $\wp$  совпадает с  $\otimes$  в этом определении, так что в [22] они даже не различаются. Для стратегий определена их композиция [22], но это определение нам не потребуется и здесь не приводится.

Игра Конвея с вознаграждением [22] — это игра с дополнительным весом в каждой вершине  $\{1, 1/2, 0\}$ , в зависимости от

выигрышности позиции: позиция считается выигрышной, если ее вес 1 или  $1/2$ . Для тензорного произведения игр эти веса подчиняются булевским правилам конъюнкции и импликации. Таким образом, игра  $X \otimes Y$  Конвея с вознаграждением определяется как игра  $X \otimes Y$  с вознаграждениями  $k_{X \otimes Y}(x \otimes y) = k_X(x) \wedge k_Y(y)$  и игра  $X \multimap Y$  имеет вознаграждения  $k_{X \multimap Y}(x \multimap y) = k_X(x) \Rightarrow k_Y(y)$ .

*Определение 24.* Стратегия является **выигрышной**, если каждая траектория (play) заканчивается в выигрышной позиции.

В категории игр Конвея с вознаграждениями морфизмами являются выигрышные стратегии.

Докажем, что категорная конструкция не меняется, если числовые веса заменяются множествами, которые образуют брауэрову решетку, булевская конъюнкция — решеточной, а веса в линейной импликации выражается через решеточные операции. Чем большее множество связано с позицией, тем она выигрышной. Выигрышными считаются все позиции с весами, отличными от 0 (пустого множества). Предполагается, что существует некоторое универсальное множество, содержащее все остальные, которое является наибольшим элементом  $\top$  решетки. В таком случае оценки выигрыша для тензорного произведения и импликации представляются следующим образом:  $k_{X \otimes Y}(x \otimes y) = k_X(x) \otimes k_Y(y) \equiv k_X(x) \wedge k_Y(y)$ ,  $k_{X \multimap Y}(x \multimap y) = k_X(x) \multimap k_Y(y) \equiv k_{X^\perp}(x) \vee k_Y(y) = \neg k_X(x) \vee k_Y(y)$ , где  $\neg k$  — псевдодополнение множества  $k$ . Таким образом, в дуальной игре  $X^\perp$  с вознаграждениями выигрыш позиции определяется как  $\neg k$ , где  $k$  — выигрыш в игре  $X$ .

В получающейся брауэровой решетке  $M$  предполагается, что не существует такого элемента  $k \neq 0$ , что  $k$  получается как пересечение всех элементов  $x \neq 0$  решетки  $M$ :  $k = \bigwedge_{x \in M} x$ . Это означает, что  $\neg k \neq 0$ ,  $\forall k \neq \top$ . В разделе 3.2 выигрыш  $k = \top$  никогда не возможен, поэтому примем, что  $\neg k \neq 0$ ,  $\forall k \in M$ .

В этом случае так определенные выигрышные стратегии образуют композиции, как требуется для морфизмов:



**Предложение 1.** Стратегия  $\rho \circ \sigma : X \multimap Z$  является выигрышной, когда две стратегии  $\sigma : X \multimap Y$  и  $\rho : Y \multimap Z$  – выигрышные.

**Доказательство.** Стратегии в категории игр Конвея подчиняются правилу композиции [22]. Поэтому достаточно проверить условие выигрышности. Но это условие выполняется тривиально в силу  $k_{X \multimap Y} = \neg k_X \vee k_Y$  и  $\neg k \neq 0, \forall k \in M$ .

Докажем также, что введенное определение для выигрышей линейной импликации законно:

**Предложение 2.** Категория игр Конвея с вознаграждениями, в которой выигрыши позиций принимают значения в брауэровой решетке, является симметричной моноидально-замкнутой.

**Доказательство.** Категория игр Конвея является симметричной моноидально-замкнутой [22]. Поэтому достаточно проверить условие  $(k_X \otimes k_Y) \multimap k_Z = k_X \multimap (k_Y \multimap k_Z)$ . Но это условие выполняется в силу выполнимости в брауэровых решетках формулы  $\neg(k_X \wedge k_Y) \vee k_Z = \neg k_X \vee (\neg k_Y \vee k_Z)$ .

Таким образом, для введенного определения морфизмов как выигрышных стратегий с выигрышем, оценивающимся множеством, категорная конструкция [22] не меняется.

### 3. Выбор маршрута

#### 3.1. ВЫБОР ЦЕЛЕЙ

Отождествим цели системы с процессами или задачами их достижения и далее будем использовать эти понятия как синонимы. Примем, что наиболее желательное поведение системы состоит в достижении всех целей, а неприемлемое поведение состоит в бездействии. В таком случае ценности различных вариантов поведения системы, т.е. ценности разных наборов возможных процессов, образуют решетку целей  $M$ . Чем выше в диаграмме решетки расположен набор выполняемых процессов, тем такое поведение более ценно, однако не все элементы решетки сравнимы между собой (рис. 2).

В этой решетке пересечения означают подпроцессы, кото-

рые входят в различные задачи. Например, элемент  $c_1$  обозначает движение роботов-дворников при выносе  $E$  и поиске  $X_1$  мусора в [7]. Объединения генераторов соответствуют объединению различных процессов, которые не выполняются параллельно.

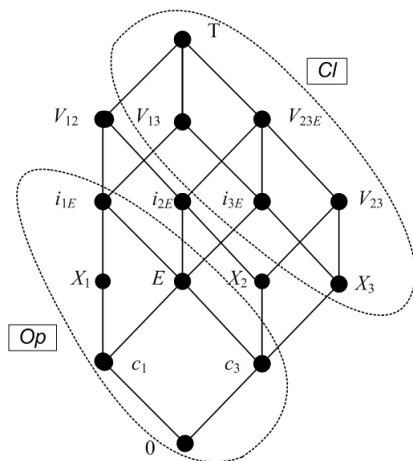


Рис. 2. Пример решетки задач системы. Элементы  $X_i$  и  $E$  являются генераторами, т.е. отдельными процессами

Определим на решетке моноидальное умножение элементов и классы открытых  $Op$  и замкнутых  $Cl$  фактов (на рис. 2 обведены линиями), т.е. структуру линейной логики в соответствии с правилами 1–6 раздела 2.2. В этом случае параллельно выполняемым процессам достижения разных целей будет соответствовать тензорное произведение соответствующих элементов решетки. Приоритеты различных параллельно выполняемых процессов и, соответственно, выбор наиболее предпочтительного варианта определяются из сравнения оценок соответствующих тензорных произведений (произведение элементов решетки – это тоже элемент решетки, и чем выше он лежит на диаграмме решетки, тем он более ценен).

Тогда линейную импликацию  $X \multimap Y$  на этой решетке можно рассматривать как переход от выполнения одного набора

процессов  $X$  к другому  $Y$ . Значения таких импликаций можно сравнивать так же, как тензорные произведения и так же выбирать наиболее предпочтительный вариант перехода в случае необходимости нового выбора целей. Эта импликация выражается через умножение элементов и вычисление дуальных так:  $X \multimap Y = (X \cdot Y^\perp)^\perp = (X \otimes Y^\perp)^\perp$  (раздел 2.2). Поскольку умножения элементов вычисляются неоднозначно (соответствующая система линейных уравнений недоопределена), то в общем случае такие импликации и тензорные произведения только на основании этой системы уравнений могут иметь несколько значений, что может быть использовано для устранения неопределенности при сравнении несравнимых значений в решетке (раздел 3.3).

Исходно предполагается, что система  $l$  агентов движется в некоторой абстрактной среде, первоначально не видя целей. Эта среда никак не формализована, а просто представляет для агентов источник информации (которую агенты оценивают сами, по своим моделям) о возможности движения и о целях. Поэтому  $l$  процессов движения в среде  $a_j$  должны быть добавлены в образующие решетки целей  $M$ . Поскольку цели в среде присутствуют, но не видны, это означает, что среда видна до некоторого горизонта, причем горизонт может меняться в зависимости от направления. После обнаружения  $n$  целей  $b_i$  система должна выбрать  $k$  из них в соответствии со своей решеткой целей и своими возможностями. Именно, выбираются те  $k$  целей, достижение которых возможно и для которых переход от свободного движения к их достижению имеет наибольшую оценку в решетке целей  $M$ :  $a_1 \otimes \dots \otimes a_l \multimap b_1 \otimes \dots \otimes b_k = (a_1 \otimes \dots \otimes a_l \otimes (b_1 \otimes \dots \otimes b_k)^\perp)^\perp = \max$ . Это максимальная оценка импликации, представляющей переход от параллельного выполнения одних процессов к параллельному выполнению других. Эта оценка должна быть наибольшей среди всех возможных параллельных процессов достижения целей из  $n$  обнаруженных.

### 3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫИГРЫША ПОЗИЦИЙ

Рассмотрим процесс взаимодействия системы со средой как игру Конвея. В этой игре среда – это игрок, который предоставля-

ет системе (оппоненту) информацию об объектах среды. Поэтому стратегии являются выигрышными для среды и выигранная игра заканчивается в позиции, в которой системе предоставляется наиболее полная информация. Система движется в среде из одной позиции в другую, используя на каждом шаге эту информацию, для того чтобы достичь свои цели. Эти цели являются некоторыми объектами среды и, с другой стороны, являются элементами решетки целей системы. Для системы из  $l$  агентов получается  $l$  параллельных процессов (корневых графов) достижения целей системы и, соответственно, полная игра будет их тензорным произведением. Таким образом, изначально система находится в среде в корневой позиции  $* = *_1 \otimes \dots \otimes *_l$  полной игры  $l$  агентов  $A = A_1 \otimes \dots \otimes A_l$ , имея решетку общих целей  $M$ . В силу того что среда видна только до горизонта, все пути в этой игре конечны и решетки намерений отдельных агентов  $M_i, i = 1, \dots, l$ , не определены до тех пор, пока нет видимых целей (предполагается, что агенты заранее не специализированы на определенные цели).

Игра  $A_i$  представляет все возможные свободные (не имеющие конкретной цели) движения агента  $i$  в среде. Реальная траектория выбирается из требования максимального общего выигрыша вдоль предполагаемого пути. При этом движения агента в среде оцениваются в соответствии с критерием оптимальности свободного движения  $a_i$  в игре  $A_i$  или процесса  $b_j$  в игре  $B_j$  достижения цели  $b_j$ . Здесь различаются в обозначениях цель  $b_j$  (процесс ее достижения) как элемент решетки целей и игра  $B_j$  (конкретная реализация процесса достижения цели, конкретный путь в среде).

В случае процесса свободного движения  $a_i$  в игре  $A_i$  таким критерием оптимальности может быть наибольшая степень свободы будущих движений, или наибольшая степень видимости из позиций предполагаемого пути, или и т.д., лишь бы эта информация описывалась множеством, которое является образом среды. В случае процесса достижения цели  $b_j$  положим, что чем лучше цель видна, т.е. чем больше о ней информации предоставляется средой, тем больше выигрыш. Таким образом, при движении

системы в среде информация, предоставляемая системе средой в позиции  $p_i$  о цели  $b_j$  или о среде  $a$  (т.е. образ цели или среды), является выигрышем в этой позиции и описывается множеством  $k(p_i, b_j)$  или  $k(p_i, a)$ . В случае если система имеет в памяти некий образ цели или образ среды (при движении по определенному маршруту в среде), это множество может соответствовать степени пересечения образа из памяти с полученным от среды. Чем больше это пересечение, чем более отчетливо идентифицируется цель, тем выигрыш больше. Однако в силу того, что невозможно иметь в памяти полный, всесторонний образ цели, невозможно получить и полное совпадение образа в памяти с образом, полученным от среды. Поэтому выигрыш не может быть равен максимальному элементу решетки множеств, описывающей цель.

Предположим, что система обнаружила  $n$  целей  $b_1 \dots b_n$ . Тогда выигрышная стратегия игры  $A' = A_1 \otimes \dots \otimes A_l \multimap B_1 \otimes \dots \otimes B_k$  определяет переход к новой игре  $A'$   $l$  параллельных процессов достижения  $k$  целей, которые могут быть достигнуты с наибольшей оценкой, из обнаруженных  $n$  в следующем смысле.

Будем выбирать путь из требования максимизации выигрыша вдоль пути внутри горизонта видимости:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & k_{A_1 \otimes \dots \otimes A_l \multimap B_1 \otimes \dots \otimes B_k}^{play} (a_1 \otimes \dots \otimes a_l \multimap b_1 \otimes \dots \otimes b_k) \equiv \\
 & \equiv k_{(A_1 \otimes \dots \otimes A_l)^\perp \wp B_1 \otimes \dots \otimes B_k}^{play} ((a_1 \otimes \dots \otimes a_l)^\perp \wp b_1 \otimes \dots \otimes b_k) \equiv \\
 & \equiv k_{(A_1 \otimes \dots \otimes A_l)^\perp}^{play} ((a_1 \otimes \dots \otimes a_l)^\perp) \vee k_{B_1 \otimes \dots \otimes B_k}^{play} (b_1 \otimes \dots \otimes b_k) \equiv \\
 & \equiv \neg k_{(A_1 \otimes \dots \otimes A_l)}^{play} (a_1 \otimes \dots \otimes a_l) \vee k_{B_1 \otimes \dots \otimes B_k}^{play} (b_1 \otimes \dots \otimes b_k) = \\
 & = \max_{plays} \left[ \bigcup_{play} (\neg k_{A_1}(a_1) \wedge \dots \wedge \neg k_{A_l}(a_l)) \bigcup_{play} (k_{B_1}(b_1) \wedge \dots \wedge k_{B_k}(b_k)) \right].
 \end{aligned}$$

Здесь максимум берется среди всех возможных путей. Выигрыш  $k_{A_1 \otimes \dots \otimes A_l \multimap B_1 \otimes \dots \otimes B_k}^{play} (a_1 \otimes \dots \otimes a_l \multimap b_1 \otimes \dots \otimes b_k)$  максимизируется в игре  $A'$  и соответствует конкретному пути в среде, конкретной реализации процесса  $a_1 \otimes \dots \otimes a_l \multimap b_1 \otimes \dots \otimes b_k$  достижения  $k$  целей. При этом сами параллельные процессы достижения  $k$  целей выбираются из требования наибольшей оценки в решетке

ке целей для этих процессов<sup>2</sup>. Эта формула аналогична формуле из [16] в том смысле, что максимизируется выигрыш вдоль планируемого пути, но сам путь и оценки выигрыша вычисляются иначе. Кроме того, в [16] нет способа выбора целей, к которым планируется путь.

Смысл формулы (1) в том, что, в соответствии с семантикой линейной импликации, система переходит от выполнения процессов свободного движения  $A_i$  к процессам достижения целей  $B_j$ . Выигрыши вычисляются для стратегии (т.е. пути) игры  $A^\perp \wp B$  (с упрощением обозначений). При этом максимизируется информация о целях  $k_{B_j}(b_j)$  и минимизируется информация о свободном движении  $k_{A_j}(a_j)$  (поскольку максимизируются псевдодополнения  $\neg k_{A_j}(a_j)$ ). Такие  $k$  и  $\neg k$  можно рассматривать как аргументы и контраргументы для соответствующего движения в соответствии с идеями ДСМ-метода правдоподобного вывода [2, 8, 9]: чем лучше цель видна (т.е. чем больше о ней информации), тем сильнее аргументы для перехода на ее достижение. Также чем сильнее контраргументы против свободного движения (т.е. чем меньше информации о возможности такого движения), тем сильнее аргументы для перехода от свободного движения к достижению какой-либо цели.

### 3.3. ТРУДНОСТИ ВЫБОРА

Первое замечание касается стабильности выбора целей в процессе их достижения. Поскольку только что обнаруженные цели видны плохо (так как степень видимости с расстоянием уменьшается), то идентифицировать их при обнаружении можно только с какой-то вероятностью. Поэтому выбор параллельных процессов достижения приоритетных целей из всех обнаруженных может меняться в процессе движения. Так же как и намерения отдельных агентов.

---

<sup>2</sup> Следует подчеркнуть, что операции  $\otimes$  и  $\rightarrow$  для игр  $A, B$  и для целей  $a, b$  разные. Для целей они определяются структурой линейной логики на решетке целей, — это внутренняя характеристика системы. А для игр структура линейной логики задается средой.

Второе замечание касается трудностей вычисления маршрута для больших групп. Поскольку выбор основан на переборе вариантов всех возможных путей, то с ростом числа агентов растет и объем вычислений. В случае близкого горизонта видимости, когда длина планируемых путей мала (например, у муравьев или роботов-дворников [7]), увеличение числа агентов не сильно скажется на времени вычисления, но с увеличением дальности видимости сложность вычислений может стать серьезной проблемой.

Третье замечание относится к однозначности определения маршрута и выбора целей. Здесь основное достоинство метода — решеточная структура выигрышей и множества целей — становится недостатком: в решетке не все элементы сравнимы между собой. Поэтому в случае необходимости выбора между несравнимыми значениями нужны дополнительные меры. Для этого можно воспользоваться большей степенью видимости какой-то цели по сравнению с другими (пример 1) при выборе целей и разной ценностью целей в решетках намерений отдельных агентов при выборе маршрута(пример 2).

**Пример 1.** Предположим, что решетка целей группы роботов-дворников имеет вид рис. 2 и два робота находятся в состоянии поиска мусора  $X_1$ . Это означает, что в системе выполняется процесс  $X_1 \otimes X_1$ . При обнаружении двух куч мусора, в одной из которых есть объект, требующий распила (задача  $X_3$ ), возможны следующие переходы к выполнению других процессов:

- 1)  $X_1 \otimes X_1 \multimap E \otimes E = (X_1 \otimes X_1 \otimes (E \otimes E)^\perp)^\perp$ ;
- 2)  $X_1 \otimes X_1 \multimap E \otimes X_3 = (X_1 \otimes X_1 \otimes (E \otimes X_3)^\perp)^\perp$ ;
- 3)  $X_1 \otimes X_1 \multimap X_3 \otimes X_3 = (X_1 \otimes X_1 \otimes (X_3 \otimes X_3)^\perp)^\perp$ .

В варианте 1 оба робота переключаются на вынос мусора. В варианте 2 один робот выносит мусор, а другой пилит то, что нельзя вынести. В варианте 3 оба робота переключаются на распил. В [7] вычислены все используемые здесь произведения, откуда следуют следующие возможные значения импликаций, которые оценивают варианты переходов:

- 1)  $X_1 \otimes X_1 \rightarrow E \otimes E = c_3$ ;
- 2)  $X_1 \otimes X_1 \rightarrow E \otimes X_3 = V_{23}$ ;
- 3)  $X_1 \otimes X_1 \rightarrow X_3 \otimes X_3 = i_{1E}$ .

Оказывается, что в первом варианте оценка меньше, чем в двух других, а оценки вариантов 2 и 3 несравнимы. Но предположим, что мусор, который не требует распила, виден лучше, или он ближе, или есть еще какое-нибудь преимущество. Тогда вариант 2 предпочтительнее для перехода, поскольку он включает задачу выноса  $E$  не требующего распила мусора наряду с распилом  $X_3$ .

•

**Пример 2.** В случае несравнимости выигрышей при выборе маршрута можно использовать метод из [5]. Пусть имеется игры трех агентов  $A_i$  и в позициях  $p_1$  обнаружены цели  $b_1, b_2$  (рис. 3).

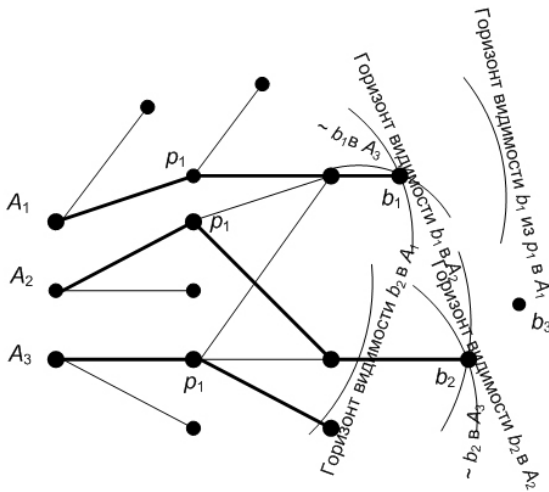


Рис. 3. Пример игры (изображены только движения системы)

Предположим также, что выигрыши в позициях  $p_1$  удовлетворяют следующим условиям:

- (2)  $k_{A_1}(p_1, b_1) > k_{A_2}(p_1, b_1) \bowtie k_{A_3}(p_1, b_1)$ ,
- (3)  $k_{A_3}(p_1, b_2) \bowtie k_{A_2}(p_1, b_2) > k_{A_1}(p_1, b_2)$ ,

где знак  $\bowtie$  означает несравнимость. Ясно, что цель  $b_1$  будет достигаться агентом-1, поскольку он видит ее лучше других. Пусть для двух оставшихся агентов решетки желаний имеют вид рис. 4.



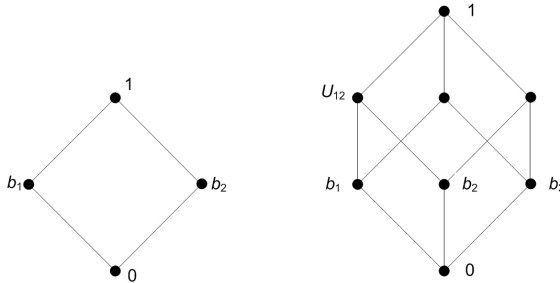


Рис. 4. а) решетка желаний агента-2, б) решетка желаний агента-3

На этом рисунке  $b_i$  – это желания агента, цели, которые агент хотел бы достичь;  $U_{12}$  – возможное намерение, в которое входят два желания, т.е.  $U_{12}$  – это те желания, которые система способна осуществить. Таким образом, агент-2 может при возможности достичь целей  $b_1, b_2$ , а агент-3 имеет еще дополнительную цель  $b_3$ . Тогда, в соответствии с [5], ценность намерения агента можно оценить формулой:

$$(4) \quad V_{intention} = n_{desires} / N_{desires\ total},$$

где  $V_{intention}$  – ценность намерения,  $n_{desires}$  – количество желаний в намерении,  $N_{desires\ total}$  – общее количество желаний агента. Эта формула оценивает намерение по двум параметрам: количеству желаний, входящих в намерение и близости намерения к наиболее желательному, т.е. к наибольшему элементу решетки, который объединяет все цели. Таким способом можно сравнивать ценности вершин в разных решетках. Например, ценность варианта  $U_{12}$ :  $V_{U_{12}} = 2/3$ . Поскольку  $V_{b_2} = 1/2$  в решетке агента-2, а  $V_{b_2} = 1/3$  в решетке агента-3, то следует выбрать агента-2 на достижение цели  $b_2$ , поскольку этот выбор более ценен. Таким образом, агент-3 остается свободным и может искать цель  $b_3$ . Результирующая игра изображена на рис. 3 жирными линиями. •

Наконец последний тонкий момент связан с тем, что цель может быть видна, но пути в среде к ней может не быть. Это означает, что может не быть монотонной последовательности выигрышей  $k_A(p_i, b_j)$ , которые относятся к достижению цели  $b_j$ , в позициях  $p_i$  движения  $A$ .

#### **4. Заключение**

В работе представлен подход к решению группой интеллектуальных агентов двух задач: задачи целераспределения и задачи выбора оптимального маршрута в среде. Решение этих задач основано только на информации, которую агенты получают от среды, и информации о целевом назначении системы агентов, которая заложена в систему изначально и представлена структурой линейной логики на множестве целей системы.

Эта структура получается из общих требований выполнения свойств линейной логики на решетке целей системы и представляет внутреннюю логику, присущую системе. Решетка же целей получается из соотношения между собой задач, которые призвана решать система (ее целей), и представления о наиболее активном поведении системы, когда достигаются все цели, как о наиболее ценном, а о бездействии — как о наименее ценном. В результате процессы параллельного достижения некоторых целей представляются как тензорное произведение в линейной логике на решетке целей, и можно выбирать те процессы, переход на выполнение которых наиболее ценен. Такой переход представляется линейной импликацией, значение которой оценивается наибольшим возможным элементом решетки целей. Так происходит выбор достижимых целей из всех обнаруженных.

Интересно, что маршрут выбирается тоже используя структуру линейной логики, но только эта структура задается средой: все возможные маршруты можно представить как пути в категории игр, в которой моделируется эта линейная логика. Опять переход от одной игры к другой представляется линейной импликацией и выбирается такая результирующая игра, суммарный выигрыш вдоль которой наибольший. Выигрыш, в свою очередь, определяется образами среды или цели в позициях игры. Это то, что агент видит на планируемом пути и эта информация представляется средой.

Получается, что в предложенном способе определения целей и маршрута в рамках подхода UAI, т.е. при представлении

агента как информационного процессора, линейная логика играет важную роль. До конца причина этого явления не понятна, но, возможно, дело в том, что в линейной логике посылка в выводе может использоваться только раз, что соответствует переходу от одного процесса, который завершается, к другому, который начинается. Это как раз соответствует внутренней логике процессов, происходящих в такой системе.

### Литература

1. БИРКГОФ Г. *Теория решеток*. – М.: Изд-во «Наука», – 1984. – 567 с.
2. ВИНОГРАДОВ Д.В. *Еще один вариант логики аргументации* // Научно-техническая информация. – Сер. 2. – №5. – М.: ВИНТИ, 2006. – С. 1–4.
3. КУЗНЕЦОВ А.В. *Упрощенная модель боевых действий на основе клеточного автомата* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2017. – Т. 56, № 3. – С. 59–71.
4. КУЗНЕЦОВ А.В. *Организация строя агентов с помощью клеточного автомата* // Управление большими системами. – 2017. – №70. – С. 136–170.
5. ЛЕГОВИЧ Ю.С., МАКСИМОВ Д.Ю. *Выбор исполнителя в группе интеллектуальных агентов* // Управление большими системами. – 2015. – №56. – С. 78–94.
6. МАКСИМОВ Д.Ю. *Реконфигурирование системной иерархии методами многозначной логики* // Автоматика и телемеханика. – 2016. – №3. – С. 123–136.
7. МАКСИМОВ Д.Ю., ЛЕГОВИЧ Ю.С., РЫВКИН С.Е. *Влияние структуры системных задач на поведение системы* // Автоматика и телемеханика. – 2017. – №4. – С. 135–148.
8. ФИНН В.К. *Об одном варианте логики аргументации* // Научно-техническая информация. – Сер. 2. – №5-6. – М.: ВИНТИ, 1996. – С. 3–19.

9. ANSHAKOV O.N, FINN V.K., VINOGRADOV D.V. *Logical Means for Plausible Reasoning of JSM-type* / Многочленные логики и их применение: Т.2: Логики в системах искусственного интеллекта; [под ред. В.К. Финна]. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – С. 226–236.
10. BOSTROM N. *Superintelligence: Paths, Dangers, Strategies*. – New York: Oxford University Press, 2014.
11. EVERITT T., HUTTER M. *Universal artificial intelligence* // In: “Foundations of Trusted Autonomy. Studies in Systems, Decision and Control” / Eds.: Abbass H., Scholz J., Reid D. – Springer, Cham, 2018. – Vol. 117. – P. 15–46.
12. FALLENSTEIN B., SOARES N. *Problems of Self-reference in Self-improving Space-Time Embedded Intelligence* // Int. Conf. on Artificial General Intelligence. – 2014. – P. 21–32.
13. GIRAR J.-Y. *Linear logic* // Theoretical Computer Science. – 1987. – No. 50. – P. 1–102.
14. GOERTZEL B. *Artificial general intelligence: concept, state of the art, and futureprospects* // Journal of Artificial General Intelligence. – 2014. – Vol. 5, No. 1. – P. 1–48.
15. HEIN A.M., CONDAT H. *Can Machines Design? An Artificial General Intelligence Approach* // ArXiv.org, 2018. – URL: <https://arxiv.org/pdf/1806.02091.pdf> (дата обращения: 16.10.2018).
16. HUTTER M. *One Decade of Universal Artificial Intelligence* // Theoretical Foundations of Artificial General Intelligence. – 2012. – P. 66–88.
17. KUZNETSOV A.V. *Model of the motion of agents with memory based on the cellular automaton* // Int. Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems. – 2018. – Vol. 33, No. 3. – P. 290–306.
18. KUZNETSOV A., SHISHKINA E., SITNIK S. *Probabilistic Properties of Near-Optimal Trajectories of an Agent Moving over a Lattice* // Journal of Optimization Theory and Applications. – 2018. – <https://doi.org/10.1007/s10957-018-1374-6>.

19. LAFONT Y. *Linear Logic Pages* – URL: <http://iml.univ-mrs.fr/lafont/pub/llpages.pdf> (дата обращения: 16.10.2018).
20. LEIKE J., HUTTER M. *Bad Universal Priors and Notions of Optimality* // JMLR: Workshop and Conf. Proc. – 2015. – Vol. 40. – P. 1–16.
21. MAXIMOV D., LEGOVICH Y., GONCHARENKO V. *A Way to Facilitate Decision Making in a Mixed Group of Manned and Unmanned Aerial Vehicles* // ArXiv.org, – 2018. – URL: <https://arxiv.org/abs/1809.10441> (дата обращения: 16.10.2018).
22. MELLIES P.-A., TABAREAU N. *Resource modalities in tensor logic* // Ann. Pure. Appl. Logic. – 2010. – No. 5. – P. 632–653.
23. SOARES N. *Formalizing Two Problems of Realistic World-Models* // Intelligence.org. – 2015. – URL: <https://intelligence.org/files/RealisticWorldModels.pdf> (дата обращения: 16.10.2018).
24. SOARES N., FALLENSTEIN B. *Questions of Reasoning Under Logical Uncertainty* // Intelligence.org. – 2015. – URL: <https://intelligence.org/files/QuestionsLogicalUncertainty.pdf>. (дата обращения: 16.10.2018).
25. SOARES N., FALLENSTEIN B. *Toward Idealized Decision Theory* // ArXiv.org, – 2015. – URL: <https://arxiv.org/abs/1507.01986>. (дата обращения: 16.10.2018).

## AN OPTIMAL ITINERARY GENERATION OF LARGE INTELLECTUAL AGENT GROUPS

**Dmitry Maximov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, researcher (dmmax@inbox.ru).

*Abstract: Intelligence is represented in the Artificial General Intelligence (or Universal AI) approach as an information processor which consumes and gives out information. This information completely determines the system behavior. M. Hutter has obtained an optimal agent trajectory selecting in an abstract environment within this approach. However, the method demands number assessments of the reward in such a movement, and the way to obtain these assessments was not defined. The method does not also fit to estimate an agent group movement. In this paper, reward assessments are represented by the environment. The way to choose a trajectory for an agent group is also suggested. A group of intelligent agents which fulfill a set of tasks in parallel is represented by the tensor multiplication of corresponding processes in the Conway game category. The category corresponds to the environment and agents' moves. An optimal itinerary of the group is defined as a play with maximal total reward in the category. The reward is represented as a degree of certainty (visibility) of an agent goal, i.e., by some set, not a number. It is proved that such a reward determination may be used in the categorical construction of Conway games. The tensor product in the category is the operation of linear logic. Such logic is also used in selecting goals which the system can achieve of all visible ones. In the purpose, the whole goal set is represented as a lattice with the linear logic structure. The goal lattice is the truth value set of the logic in this case. The tensor product of the lattice elements corresponds to goals which are achieved in parallel. The system goals are chosen by the highest truth value of the lattice element which corresponds to they parallel achieving processes. Such a construction results in the formula of the optimal itinerary estimation in an abstract environment for an agent group.*

Keywords: intelligent agents; itinerary choice; goal lattice; game semantics.

УДК 004.8, 007.5

ББК 22.18, 39.17

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.3

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

*Поступила в редакцию 15.11.2018.*

*Дата опубликования 31.03.2019.*

# ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ НАСТРОЙКИ ОТДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПИ-РЕГУЛЯТОРА С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОСЕТЕВОГО НАСТРОЙЩИКА ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Глущенко А. И.<sup>1</sup>

(Старооскольский технологический институт  
им. А.А. Угарова (филиал) ФГАОУ ВО НИТУ «МИСиС»,  
Старый Оскол)

*Предложена модифицированная версия разработанного ранее нейросетевого настройщика для придания ему возможности компенсации возмущений, действующих на нагревательные объекты управления в установившемся режиме. Усовершенствована база правил настройщика. Проведены исследования по эффективности применения настройщика (в целом) и целесообразности настройки коэффициента И-канала регулятора (в частности) для компенсации ступенчатых и импульсных возмущений ограниченной амплитуды, действующих на сигнал управления и выход объекта управления, в качестве которого выбрана типовая нагревательная печь СНОЛ 40/1200. Применение настройщика позволило сократить время компенсации возмущений на 18,8%÷28,4% по сравнению с обычным ПИ-регулятором. Принято решение о настройке параметра И-канала для всех возмущений.*

Ключевые слова: адаптивное управление, компенсация возмущений, ПИ-регулятор, нагревательные объекты управления.

## 1. Введение

Проблема повышения энергоэффективности работы промышленных агрегатов является актуальной в настоящее время [7]. Особенно остро она стоит для энергоемких отраслей промышленности, таких как, например, металлургия [13]. Анализируя пути решения указанной проблемы, возможно сделать вывод о том, что совершенствование систем автоматического управления такими агрегатами представляется наиболее перспективным подходом по двум причинам [42]. Во-первых, подобное решение не потребует существенных капи-

---

<sup>1</sup> Антон Игоревич Глущенко, к.т.н., доцент (strondutt@mail.ru).

тальных затрат на модернизацию агрегатов. Во-вторых, современные программируемые логические контроллеры (ПЛК) обладают достаточной мощностью и объемом памяти для реализации на их базе вычислительно емких методов управления.

При этом наиболее часто в ПЛК применяется стандартный П-, ПИ- или ПИД-закон регулирования ввиду своей простоты, надежности и легкости реализации [1, 29]. Проблема заключается в том, что такие законы остаются линейными, в то время как сами объекты управления (ОУ) – нелинейные. Они изменяют значения своих параметров в процессе работы и подвержены действию возмущений. Например, нелинейность металлургических нагревательных печей вызвана изменениями задания по температуре и массы загруженного металла, действием возмущений типа открытия «шторы» печи для загрузки металла, отказом газовой горелки, изменением теплотворных свойств энергоносителя и влиянием соседних зон (для многозонных печей).

Одного постоянного набора значений параметров указанных регуляторов недостаточно для одновременного следования графику задания и компенсации упомянутых возмущений [29]. Это приводит к тому, что ни в одном режиме качество управления объектом не является оптимальным, что, в свою очередь, вызывает перерасход энергоносителя на выполнение технологического режима и существенные экономические потери ввиду высокой мощности объекта.

Решением данной проблемы является применение методов адаптивного и оптимального управления как для задачи отслеживания графика изменения задания, так и для компенсации действующих возмущений. Первая из упомянутых задач была рассмотрена автором в работах [9, 12]. Предметом же данной статьи является именно проблема компенсации возмущающих воздействий для нестационарных теплотехнических объектов, обладающих высокой мощностью потребления.

В частности, для решения данной задачи могут быть применены следующие методы:

- 1) модальное управление для настройки регулятора на подавление возмущений [3];



2) идентификация ОУ в режиме возмущений с построением адаптивного наблюдателя координат состояния [2, 4, 5, 26, 30];

3) подавление возмущений на основе применения принципа внутренней модели [14, 22, 45, 49, 50];

4) построение адаптивной системы на базе эталонной модели [21, 23, 31, 39, 48].

Подходы 1–3 требуют наличия точной модели ОУ, однако качественная идентификация является трудно осуществимой в условиях производства.

Четвертый подход требует выбора скорости изменения настраиваемых параметров регулятора (шага адаптации), а также решения уравнения Ляпунова. При этом не существует однозначных рекомендаций по выбору значений такого шага и элементов матрицы, записанной в правой части уравнения Ляпунова. Также нет четко установленной связи между упомянутыми параметрами и классическими критериями качества переходных процессов: перерегулирование, колебательность и т.д.

В целом же большинство данных подходов предполагает отказ от классического П-, ПИ- или ПИД закона регулирования. В то же время, согласно [15, 32, 44], более перспективным решением является не усложнение существующего закона управления, а оперативное переопределение его параметров с помощью настройщика, установленного в дополнение к самому регулятору. Поэтому в качестве базового предлагается использовать именно упомянутые выше законы.

Анализируя же применимость методов настройки П-, ПИ-, ПИД-регуляторов [1, 16, 24, 25, 29, 32, 35, 38, 43, 46] для решения задачи компенсации возмущений, возможно сделать вывод о том, что большая их часть также требует наличия модели ОУ или производит ее идентификацию прямо в процессе работы с помощью тестовых сигналов. Подобная идентификация не всегда является достаточно точной и может давать существенно отличающиеся результаты даже из сходных начальных условий. Кроме того, идентификация ОУ в режиме действия возмущения является даже более сложной задачей, поскольку момент возникновения возмущения может быть неизвестен заранее.

В то же время инженер АСУ ТП, не зная модель ОУ, может подстраивать параметры линейного регулятора уже после возникновения возмущения для более эффективного его подавления, например, увеличивая пропорциональный коэффициент регулятора  $K_p$  для уменьшения максимального отклонения контролируемой величины от задания или увеличивая интегральный коэффициент  $K_I$  для устранения статической ошибки. Решая данную задачу, он руководствуется своим опытом, знаниями, умением предвидеть ситуацию.

Данные способности могут быть в некоторой мере учтены путем применения интеллектуальных методов для подстройки параметров линейного регулятора. Так способностью обучаться и предвидеть развитие ситуации обладают нейронные сети [19, 20, 28, 34, 36, 47], а возможность работы со знаниями предоставляют экспертные системы [27, 33, 40]. В работе [17] отмечается перспективность комбинирования указанных методов для решения задач, подобных рассматриваемой.

Коллективом исследователей, в который входит автор данной работы, был предложен нейросетевой настройщик [9, 12], реализующий метод адаптивной подстройки параметров П- и ПИ-регуляторов в режиме реального времени, который сочетает в себе возможности двух упомянутых выше интеллектуальных методов и не требует модель ОУ. Он состоит из базы правил, отражающей опыт инженера АСУ ТП и определяющей, когда необходимо настраивать регулятор, и нейронной сети, которая, обучаясь оперативно, на своих выходах формирует значения параметров регулятора. Такая конфигурация позволяет решить указанные выше проблемы рассмотренных методов.

Нейросетевой настройщик в рамках [9, 12] был применен для поддержания требуемого качества переходных процессов в условиях изменения загрузки нагревательных печей при следовании графику задания. Его применение позволило снизить как время эксперимента, так и энергопотребление печи по сравнению с обычным ПИ-регулятором (Д-канал, в большинстве случаев, не используется для управления печами ввиду его подверженности действию помех [47]). Однако версия настройщика, описанная в данных работах, не способна компенсировать

возмущения, возникающие, в частности, в установившемся режиме работы ОУ, так как приведенные в [9, 12] правила срабатывают только в течение переходных процессов. То есть такой настройщик может компенсировать лишь возмущения, возникшие в течение переходных процессов. Поэтому представляется целесообразной его доработка для решения данной проблемы.

В [8] было предположено, что для эффективной компенсации возмущений необходимо модернизировать структуру настройщика, однако это не было основной целью указанного исследования. В [10] эта мысль получила свое развитие: было проведено два численных эксперимента по компенсации ступенчатых возмущений, действующих на модель нагревательной печи. При этом компенсация импульсных возмущений не рассмотрена, а это потребует переработки базы правил. Кроме того, структура нейронной сети может быть упрощена. Также не исследован вопрос о целесообразности настройки отдельных параметров регулятора для компенсации возмущений различных типов, не проведена апробация на реальной печи.

Поэтому цели данного исследования включают в себя:

1) доработку структуры нейронных сетей настройщика, а также содержимого базы правил для придания ему возможности эффективной компенсации ступенчатых и импульсных возмущений ограниченной амплитуды, подаваемых в канал управления и на выход нагревательного ОУ и возникающих, в частности, в установившемся режиме работы ОУ;

2) изучение вопроса о целесообразности настройки отдельных параметров ПИ-регулятора при компенсации упомянутых выше видов возмущений. Если настройка параметра  $K_I$  не будет приносить эффект ни для какого типа возмущения, то от нее возможно будет отказаться, упростив тем самым алгоритм работы настройщика;

3) апробация новой версии настройщика на лабораторной нагревательной печи, являющейся типовым нагревательным ОУ, широко применяемым в металлургии, машиностроении и других отраслях промышленности.

## 2. Постановка задачи

Объектом данного исследования является система управления типовой нагревательной печью, в которую включены линейный ПИ-регулятор и нейросетевой настройщик (рис. 1).

Обобщенный объект управления (сам объект управления, контрольно-измерительные приборы, исполнительные механизмы) для нагревательных печей (однозонных или каждой из зон многозонной печи) в большинстве случаев описывается двумя аperiодическими звеньями первого порядка (модели ОУ и термопары) со звеном запаздывания (1).

$$(1) \quad W(s) = \frac{K}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot e^{-\tau \cdot s},$$

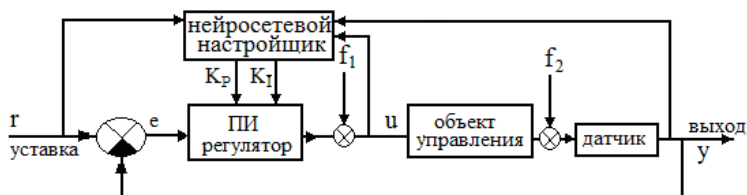


Рис. 1. Система управления с нейросетевым настройщиком  
( $r$  – задание;  $e$  – рассогласование;  $u$  – сигнал управления;  
 $y$  – выход ОУ;  $f_1$  и  $f_2$  – возмущающие воздействия)

где  $K$  – коэффициент усиления ОУ;  $T_1$  – постоянная времени ОУ, с;  $T_2$  – постоянная времени термопары, с;  $\tau$  – время запаздывания, с. При этом значения всех этих параметров неизвестны. Здесь отсутствует описание исполнительного механизма (ИМ), поскольку для нагревательных печей постоянная времени ИМ существенно меньше постоянной времени самой печи.

$f_1$  и  $f_2$  – ступенчатые или импульсные возмущающие воздействия ограниченной амплитуды (выход из строя горелки, уменьшение теплотворности топлива, перетоки тепла между соседними зонами многозонной печи и др.). Ступенчатое возмущение для печи действует, пока не пройдет несколько переходных процессов, а затем  $f_i = 0$ ,  $i = 1, 2$ . Импульсное возмуще-

ние снимается в тот момент, когда вызванный им переходный процесс максимально отклоняется от значения задания. Такое возмущение является наиболее сложным для компенсации, поскольку к моменту достижения указанной выше точки переходного процесса регулятор успевает накопить необходимое управляющее воздействие для стабилизации температуры. И если в этот момент снять возмущение, то все накопленное управление оказывается избыточным, что приводит к максимально быстрому возврату температуры к уставке. Возмущения возникают в установившемся режиме работы печи.

Реальные промышленные печи обычно являются газовыми, что предполагает наличие контура управления подачей газа, а также ИМ в виде привода заслонки. В данном случае, как уже упоминалось выше, ИМ не рассматривается, так как в промышленных приложениях постоянная времени подобных заслонок на несколько порядков меньше  $T_1$ , что существенно снижает влияние контура газа на работу настройщика. Проверка данного тезиса была проведена в [11]. Это позволяет провести натурные эксперименты на муфельной электрической печи, где нагревательный элемент включается с помощью симисторов, постоянная времени которых пренебрежительно мала относительно постоянной времени печи. Их результаты могут быть перенесены и на задачи управления газовыми печами.

В (1) для реального ОУ  $T_1$  и  $K$  должны быть переменными величинами. Например,  $T_1$  может изменяться в зависимости от загрузки печи (для металлургических печей масса металла внутри печи может изменяться на 20-40% [6]). Значение  $K$  зависит от величины задания, теплотворности энергоносителя, качества работы нагревательных элементов или горелок.

Значение  $f_1$  ограничено сверху 25% от максимально возможного сигнала управления, а  $f_2$  является таким, что в результате его действия отклонение температуры от задания составляет максимум 20-25<sup>0</sup>С (в среднем 10-15<sup>0</sup>С). Значения выбраны согласно реальным данным с печей нагрева металла перед прокатом АО «Оскольский электрометаллургический комбинат».

Известны требования к качеству переходных процессов, в том числе вызванных возмущающими воздействиями. Основ-

ным из них является минимизация времени таких переходов при выполнении ограничений на значения перерегулирования, колебательности и статической ошибки. График уставок представляет собой набор ступенчатых изменений задания. Для выполнения данных требований в условиях нестационарности параметров ОУ, отсутствия его модели и влияния возмущений необходимо оперативно настраивать параметры регулятора  $K_P$ ,  $K_I$ .

ОУ уже функционирует под управлением ПИ-регулятора, и его коэффициенты изначально подобраны для одного из состояний объекта (или «в среднем» для всех состояний) для переходных процессов. Задачей является оперативная подстройка коэффициентов регулятора для минимизации времени компенсации возмущений типа  $f_1$  и  $f_2$ .

Для этого предлагается применить нейросетевой настройщик параметров линейных регуляторов (не требует модели ОУ).

### **3. Принцип организации нейросетевого настройщика с учетом наличия возмущений**

Схема нейросетевого настройщика изображена на рис. 2 (данная схема была приведена в [8], однако в указанном исследовании изучалась ее работа только для случаев изменения задания). Принцип его работы заключается в следующем. Нейронная сеть (НС) получает реальные данные о текущем состоянии регулируемого процесса. На своих выходах она вычисляет параметры регулятора. Сеть способна обучаться оперативно. Моменты времени, когда такое обучение необходимо производить, а также скорости обучения определяет база правил, отражающая опыт инженера АСУ ТП.

Для несимметричного ОУ [41] типа нагревательной печи управление ведется для двух отличающихся по своей динамике процессов: нагревание и охлаждение. Соответственно, для эффективного управления таким ОУ необходимо иметь две пары  $K_P$  и  $K_I$ , а не одну. Установлено [9], что по этой причине в структуру настройщика необходимо ввести две НС, каждая из которых отвечает за настройку регулятора для своего процесса.

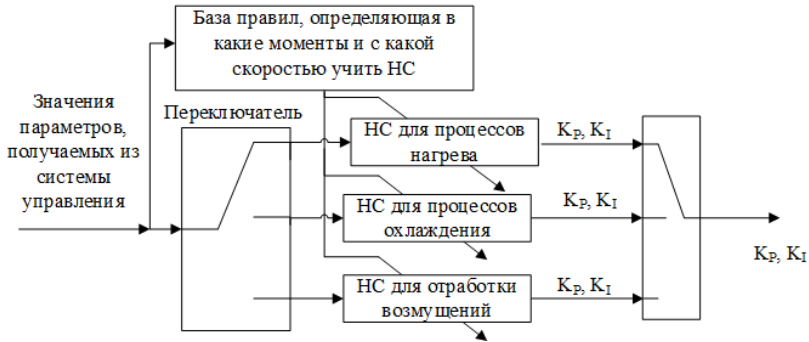


Рис. 2. Функциональная схема нейросетевого настройщика параметров ПИ-регулятора

Для компенсации возмущающих воздействий, возникающих в установившемся режиме, в настройщик добавлена еще одна нейронная сеть. Если переходный процесс завершен, а затем разница значения уставки и выхода ОУ оказывается выше допустимой, то на ОУ в настоящее время действует возмущение, а настройщик переключается на данную сеть. Переключение между первыми двумя НС производится при смене задания.

Первичное обучение всех НС производится с помощью метода, приведенного в [12]. Он базируется на методе экстремального обучения [37] и позволяет добиваться того, что в момент запуска настройщика выходы всех его сетей будут равны параметрам регулятора, которые использовались в нем до внедрения настройщика. Оперативное обучение производится методом обратного распространения ошибки [9].

В работе [10] нейронные сети настройщика имели следующую структуру: 5 нейронов на входе – 15 скрытых нейронов ( $N_{hidden} = 15$ ) – 2 нейрона на выходе. Ее возможно сократить благодаря результатам, полученным в [9]. В данном исследовании сети имеют структуру 4-12-2 ( $N_{hidden} = 12$ ). Входными сигналами НС являются задание  $r(t)$ , выход ОУ в текущий момент  $y(t)$ , такт назад  $y(t - \Delta t)$  и значение управляющего воздействия с ПИ-регулятора  $u(t)$ . В скрытом слое используется сигмоидальная функция, в выходном – линейная. Настройщик вызывается раз в  $\Delta t$  секунд. Метод вычисления  $\Delta t$  предложен в [9].

База правил содержит в себе правила, имеющие следующую структуру: 1) условия – описание ситуаций, когда необходимо вести оперативное обучение НС; 2) следствия – эмпирические формулы для расчета скорости обучения первого  $\eta_1^{(2)}$  и второго  $\eta_2^{(2)}$  нейронов выходного слоя нейронной сети, ответственных за вычисление  $K_p$  и  $K_I$  соответственно. Это делает данные базы универсальными для указанных видов изменения задания для ОУ, подходящих под постановку задачи. Для ступенчатой смены заданий подробно данная база приведена в [12]. Усовершенствованная в рамках данного исследования база правил (в частности, в отличие от существующих разработок, в следствиях правил содержатся упомянутые выше эмпирические формулы) для компенсации возмущений приведена в п. 4. Для скрытого слоя используется постоянная скорость обучения  $\eta^{(1)} = 10^{-4}$ . Обоснование данного значения приведено в [9].

Важной особенностью является постоянная оценка выполнения достаточного критерия устойчивости рассматриваемой системы управления на основе предложенного автором подхода [8], что позволяет гарантировать, что полученная с помощью упомянутых эмпирических формул скорость обучения не будет чрезмерно высокой для нарушения достаточного условия устойчивости подобной системы управления.

Кроме того, необходимо обеспечить устойчивость обучения самих НС. Для этого используется подход В.А. Терехова [18].

Общий принцип работы настройщика изображен на рис. 3.

Для ввода настройщика в эксплуатацию потребуется:

1. Получить данные о текущих параметрах регулятора (использовавшихся до установки настройщика), пределах значений сигнала управления и выхода ОУ, данные о требуемом качестве переходных процессов. Определить число НС в настройщике: для несимметричных – три сети, для симметричных – две сети (одна из них – для возмущений).



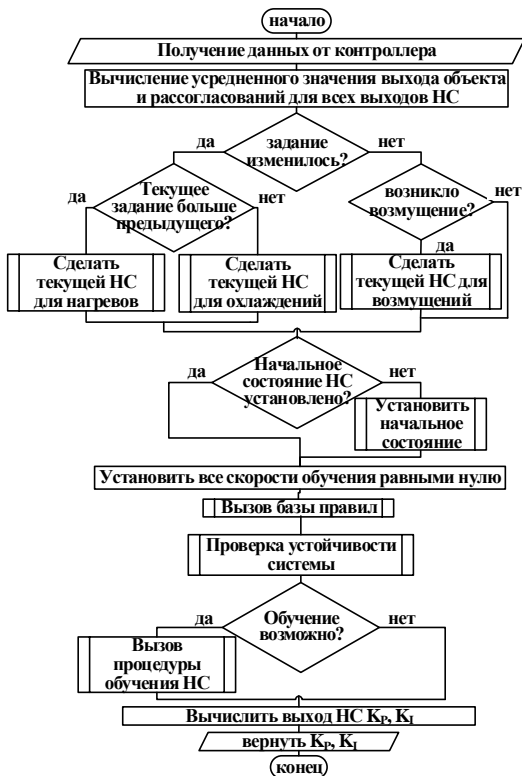


Рис. 3. Алгоритм работы настройщика

2. Получить сведения о форме изменения задания. Это позволит выбрать базу правил, в условия которых подставляются требуемые значения критериев качества переходных процессов. Базы правил являются универсальными для соответствующей формы изменения задания.

3. Определить структуру НС в соответствии с методом, приведенным в [9]. Для этого достаточно знать форму изменения задания и вид настраиваемого регулятора (П-, ПИ-).

4. Вычислить значение  $\Delta t$  согласно [9]. Для этого необходимо знать среднее время переходных процессов под управлением регулятора с текущими настройками. Это и позволит учесть динамику конкретного ОУ без его идентификации.

5. Инициализировать НС настройщика методом экстремального обучения. Для этого необходимо первые  $N_{hidden}$  тактов работы настройщика вычислять выход скрытого слоя его НС, а затем, решив систему линейных уравнений, определить матрицу весовых коэффициентов выходного слоя НС. При этом выход НС на  $(N_{hidden} + 1)$  такте совпадет с известными значениями параметров линейного регулятора, использовавшимися до установки настройщика в систему управления.

6. Подать на вход НС усредненные и нормированные данные с ОУ.

7. Обучать НС нейросетевого настройщика в оперативном режиме, производя оценку устойчивости и вычисление предельной скорости обучения.

#### **4. База правил для компенсации ступенчатых и импульсных возмущающих воздействий ограниченной амплитуды**

Для компенсации возмущающих воздействий потребовалось спроектировать отдельную базу правил, поскольку база, приведенная в [12], предназначена для работы в режиме изменения задания. Для такого режима характерно, например, уменьшение  $K_p$  при увеличении скорости переходного процесса выше допустимой по технологической инструкции. При компенсации возмущающих воздействий увеличение скорости переходного процесса в направлении отклонения от задания наоборот требует увеличения  $K_p$ . Это не единственное отличие, поскольку логика настройки параметров ПИ-регулятора для рассматриваемых режимов отличается.

##### **4.1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЯ**

1. Если переходный процесс уже достиг установившегося режима, а затем оказалось, что  $|r(t) - y(t)| > S\% \cdot |r(t) - r_{old}|$  ( $r_{old}$  – предыдущее значение задания, значение  $S\%$  определяется технологической инструкцией), то возникло возмущение. Используемые в настоящий момент веса и смещения нейронной сети (для процесса нагрева или охлаждения) сохраняются.

Возникшее возмущение компенсируется путем применения описанных ниже правил. При смене уставки сохраненные параметры сети вновь загружаются в нее, а текущие веса и смещения отбрасываются. Дальнейшие правила могут сработать, только если управляющее воздействие  $u(t)$  находится в допустимых пределах ( $u_{min}; u_{max}$ ) (для экспериментов в данном исследовании этот интервал был определен как (0; 100)). Если  $u(t)$  находится вне границ данного интервала, то никакая настройка параметров не улучшит переходный процесс, поскольку печь или и так уже используется на полную мощность, или не нагревается совсем.

#### 4.2. ПРАВИЛА ДЛЯ КОРРЕКЦИИ $K_P$

2. Если переходный процесс, причиной которого является возмущение, еще не достиг своего экстремума  $y_d$ , И  $|y(t) - y(t - \Delta t)| > N_n$  ( $N_n$  – амплитуда шума, измеренная в установленном режиме), И  $|r(t) - y(t)| > S\% \cdot |r(t) - r_{old}|$ , то  $K_P$  необходимо увеличивать, а скорость обучения для первого выходного нейрона  $\eta_1^{(2)}$  определяется согласно (2) (здесь  $K_P$  – текущее значение параметра  $K_P$ ).

$$(2) \quad \eta_1^{(2)} = K_P \cdot \frac{|r(t) - y(t)|}{|r(t) - r_{old}|}.$$

3. Если  $y_d$  пройден, И  $y(t) > y(t - \Delta t)$ , И  $|y(t) - y(t - \Delta t)| > > |r(t) - y_d| / N_{hidden}$ , то необходимо снижать значение  $K_P$ .  $\eta_1^{(2)}$  определяется согласно (2).

Если  $|y(t) - y(t - \Delta t)| > 2 \cdot |r(t) - y_d| / N_{hidden}$ , то нейросетевой настройщик не вызывает нейронную сеть, а сразу выдает на своих выходах нулевые значения для  $K_P$  и  $K_I$ . Это необходимо для компенсации импульсных возмущений.

#### 4.3. ПРАВИЛО ДЛЯ КОРРЕКЦИИ $K_I$

4. Если  $y_d$  пройден, И  $|y(t) - y(t - \Delta t)| < N_n$ , И  $|r(t) - y(t)| > S\% \cdot |r(t) - r_{old}|$ , то скорость обучения для второго выходного нейрона  $\eta_2^{(2)}$  вычисляется согласно (3) (здесь  $K_I$  – текущее значение параметра  $K_I$ ).

$$(3) \quad \eta_2^{(2)} = K_I \cdot \frac{|r(t) - y(t)|}{|r(t) - y_d|}.$$

В следствиях данных правил указано, с какой скоростью следует учить отдельные нейроны сети. Это значение вычисляется на основе оценок характеристик переходного процесса. Однако оно может оказаться избыточным и привести к потере устойчивости системой управления. Поэтому параллельно вычисляются предельно допустимые значения для скоростей обучения отдельных нейронов (с которыми и производится сравнение текущих скоростей) согласно подходам, указанным в п. 3.

Согласно логики работы настройщика и принципов организации базы правил возможно оценить максимальную амплитуду отклонения графика температуры от задания, вызванного возмущением,  $\Delta t_{max}^0$ , выше которой применение настройщика станет бесполезным. Предположим, что выход ОУ «удерживается» на необходимой текущей уставке  $r_{тек}$  (так как график задания является ступенчатым, то  $r_{тек}$  – это одна из «полок» на таком графике). При этом выход регулятора также практически постоянен и равен  $u_{тек}$ . Значение параметра пропорциональной части регулятора равно  $K_{P\text{ тек}}$ . Тогда  $\Delta t_{max}^0$  может быть рассчитано как  $(u_{max} - u_{тек}) / K_{P\text{ тек}}$ . Если отклонение по температуре превысит  $\Delta t_{max}^0$ , то значение  $u(t)$  выйдет за пределы допустимого диапазона, а правила настройщика перестанут срабатывать.

Соответственно, настройщик способен компенсировать возмущения, которые вызывают отклонение выхода ОУ от задания на величину, меньшую  $\Delta t_{max}^0$ .

## **5. Результаты натурных экспериментов по применению настройщика для компенсации возмущающих воздействий**

Для проведения экспериментов использовалась лабораторная муфельная электронагревательная печь СНОЛ 40/1200, являющаяся типовым нагревательным ОУ. Система управления печью, также представляющая собой типовую АСУ ТП, применяемую на производстве, представлена на рис. 4.

На нижнем уровне находились термopapa, измеряющая температуру в печи, и реле, включающее нагревательный элемент. Simatic S7-300 осуществлял управление муфельной элек-

тропечью. Контроллер получал данные от термопары и вычислял выход ПИ-регулятора. Также в нем производилась широтно-импульсная модуляция управляющего воздействия. В память контроллера был интегрирован нейросетевой настройщик, реализованный средствами языка программирования SCL. Блок настройщика имеет четыре входа, совпадающие со входами ПИ, описанной в п. 3. В качестве ПИ-регулятора использовался стандартный программный блок Siemens FB58. На уровне визуализации находилась рабочая станция оператора.

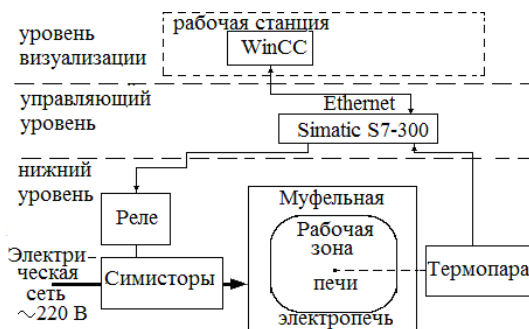


Рис. 4. Принцип организации системы управления печью ШОЛ

Исходя из технологического регламента для печей нагрева металлургических предприятий, выбран следующий график заданий для нагрева литой заготовки:  $590^{\circ}\text{C} \rightarrow 640^{\circ}\text{C} \rightarrow 505^{\circ}\text{C} \rightarrow 590^{\circ}\text{C}$ . Для смены уставки температура должна удерживаться в течение 30 минут в окрестности задания, равной 5% от  $|r(t) - y(t)|$ . Окрестность задания выбрана равной 5%, поскольку для термопары лабораторной печи такая точность является достижимой. Если на реальном производстве такая точность недостижима, то вместо 5% возможно выбрать любое другое число, которое подставится в базу правил настройщика, никак более не влияя на его синтез.

Всего за один эксперимент производилось 36 переходных процессов. Для изменения состояния ОУ проводилась загрузка нагревательной печи стальной заготовкой, объем которой составлял примерно 30% от внутреннего пространства печи: пу-

стоя печь (12 смен задания) → загруженная печь (12 смен задания) → пустая печь (12 смен задания). Подобный перепад по загрузке также типичен для металлургических печей нагрева и отжига металла.

Согласно рис. 1,  $f_1$  – это возмущение, действующее на сигнал управления. Для реальной промышленной печи оно имеет смысл изменения теплотворности подаваемого на эту печь топлива и проблем с работой горелок (нагревателей). В рассматриваемом случае оно было реализовано путем применения лабораторного автотрансформатора для снижения напряжения, подаваемого на печь (220 В), на 25%.

$f_2$  – это возмущение, подаваемое на выход ОУ. Для реальной промышленной печи оно означает открытие двери печи для загрузки материала или постоянную утечку тепла, или переток тепла между зонами печи. В данном случае оно было реализовано путем открытия двери печи на постоянный малый угол.

Оба возмущения  $f_1$  и  $f_2$  могут быть импульсными и ступенчатыми. Импульсные возмущения подаются после перехода системы управления в установившийся режим после 6-го, 9-го, 18-го, 21-го, 30-го и 33-го переходных процессов для указанного выше графика уставок. Возмущение снимается в тот момент, когда вызванный им переходный процесс достигает своего пика (максимального отклонения от задания). Ступенчатые возмущения подаются после возникновения установившегося режима после 6-го, 18-го и 30-го переходных процессов, а снимаются после входа в установившийся режим после 9-го, 21-го и 33-го переходного процессов.

Значения параметров ПИ-регулятора для пустой печи для переходного процесса  $505^{\circ}\text{C} \rightarrow 590^{\circ}\text{C}$  были найдены экспериментально:  $K_P = 2,5$ ,  $K_I = 1,67 \cdot 10^{-2}$ . Это было сделано для того, чтобы эксперимент соответствовал постановке задачи – настройщик устанавливается на ОУ, который уже функционирует под управлением ПИ-регулятора с известными параметрами. При этом, согласно наиболее распространенной ситуации на реальном производстве, никакие другие наборы значений параметров регулятора неизвестны, модель ОУ неизвестна и проведение процедуры идентификации затруднено.

Эти значения  $K_p$  и  $K_I$  обеспечивают отсутствие колебательности и перерегулирование и статическую ошибку не более 5% разницы между текущим заданием и предыдущим. В начале каждого эксперимента как ПИ-регулятор с нейросетевым настройщиком, так и без него использовал эти значения. Значение  $\Delta t$  было вычислено как 10 секунд.

Для каждого вида возмущения проводилось по три эксперимента: 1) с неизменными параметрами ПИ-регулятора; 2) с нейросетевым настройщиком, который в моменты действия возмущения изменял значения только параметра  $K_p$ ; 3) с нейросетевым настройщиком, который в моменты действия возмущения изменял и  $K_p$ , и  $K_I$ . Это позволит сделать выводы о необходимости настройки  $K_I$  для различных возмущений.

Рассмотрим полученные результаты экспериментов для всех указанных типов возмущений.

### *5.1. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ СУПЕНЧАТОГО ВОЗМУЩЕНИЯ, ПОДАВАЕМОГО В КАНАЛ УПРАВЛЕНИЯ*

Результаты опытов для всех рассматриваемых систем управления приведены на рис. 5-7 (здесь и на последующих рисунках: линия 1 – момент загрузки печи заготовкой, линия 2 – момент разгрузки печи) и в таблице 1 (здесь и в последующих таблицах: НН – нейросетевой настройщик, вер. 1 – версия с настройкой  $K_I$  при компенсации возмущений, вер. 2 – версия без настройки  $K_I$  при компенсации возмущений). На рис. 5-7 и в дальнейшем показано 36 переходных процессов, первый из которых  $590^{\circ}\text{C} \rightarrow 640^{\circ}\text{C}$  начинается непосредственно в нулевой момент времени. В целом обе версии нейросетевого настройщика, несмотря на изменение динамики работы печи, позволили сократить как общее время эксперимента (например,  $(39,42 - 38,38) / 39,42 = 0,0263$  часа (2,63%)) и время компенсации возмущений (например,  $(36,40 - 28,66) / 36,40 = 0,213$  мин (21,3%)), так и расход электроэнергии на проведение опыта (например,  $(25,27 - 24,42) / 25,27$  кВт·ч = 0,0336 (3,36%)).

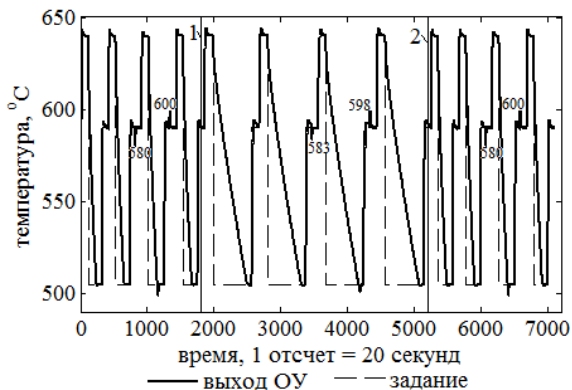


Рис. 5. Результаты работы системы с обычным ПИД-регулятором для ступенчатых возмущений в канале управления

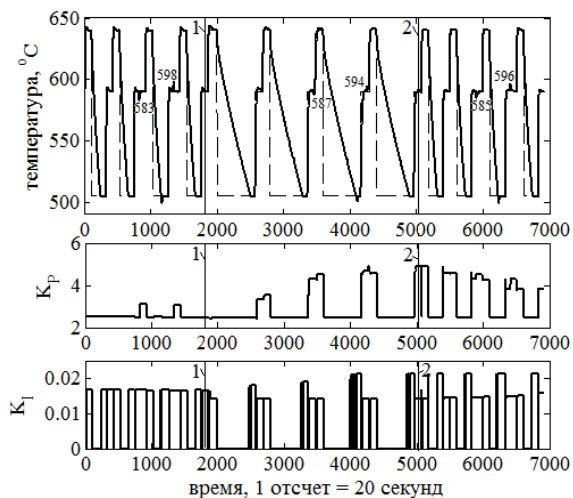


Рис. 6. Нейросетевой настройщик без настройки  $K_i$  в моменты действия ступенчатых возмущений в канале управления



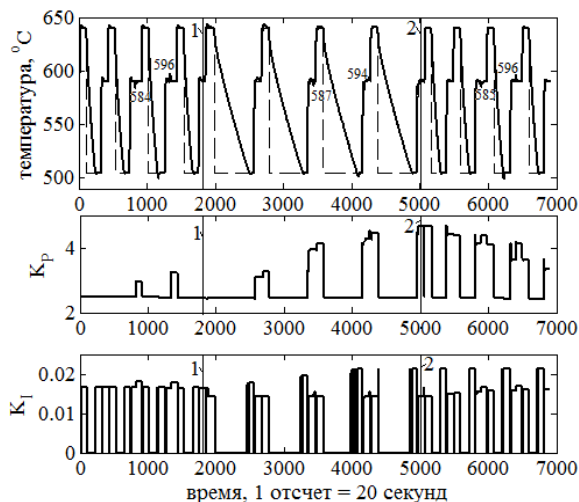


Рис. 7. Нейросетевой настройщик с настройкой  $K_I$  в моменты действия ступенчатых возмущений в канале управления

Таблица 1. Сравнительные результаты работы систем управления для ступенчатых возмущений в канале управления

Критерий оценки	ПИ+НН (вер.1)	ПИ+НН (вер.2)	ПИ
Время опыта, ч	38,38	38,44	39,42
Экономия времени, %	2,63	2,5	0
Расход электроэнергии, кВт·ч	24,42	24,34	25,27
Экономия по электроэнергии, %	3,36	3,82	0
Время компенсации возмущения, мин	28,66	32,66	36,40
Экономия времени на обработку возмущения, %	21,3	11,5	0
Среднее отклонение от задания при возмущении, °C	5	5,5	9,17

Однако необходимо заметить, что настройка И-канала в процессе компенсации возмущений позволила сократить время такой компенсации практически на 8 минут относительно обычного ПИ-регулятора. В то время как в случае отсутствия

подобной настройки для И-канала выигрыш по времени составил лишь 4 минуты. При этом общий расход электроэнергии на проведение эксперимента для обеих версий настройщика отличается на 0,3%.

Кроме того, был произведен расчет среднего отклонения температуры от задания во время действия возмущения. Это усредненное значение максимальных отклонений от задания для всех возмущений в опыте. Например, для рис. 7 расчет произведен следующим образом:  $(590^{\circ}\text{C} - 584^{\circ}\text{C}) + (596^{\circ}\text{C} - 590^{\circ}\text{C}) + (590^{\circ}\text{C} - 587^{\circ}\text{C}) + (594^{\circ}\text{C} - 590^{\circ}\text{C}) + (590^{\circ}\text{C} - 585^{\circ}\text{C}) + (596^{\circ}\text{C} - 590^{\circ}\text{C}) = 5^{\circ}\text{C}$ . По данному показателю настройщик с подстройкой  $K_I$  также отработал эффективнее на 5%, чем система без нее.

Таким образом, общий вывод по данному типу возмущений для проделанных опытов имеет следующий вид: в процессе компенсации возмущений необходимо настраивать и  $K_P$ , и  $K_I$ , что может быть объяснено тем фактом, что данное возмущение имеет самую низкую динамику среди рассматриваемых.

## 5.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ СТУПЕНЧАТОГО ВОЗМУЩЕНИЯ, ПОДАВАЕМОГО НА ВЫХОД ОУ

Результаты приведены на рис. 8-10 и в таблице 2.

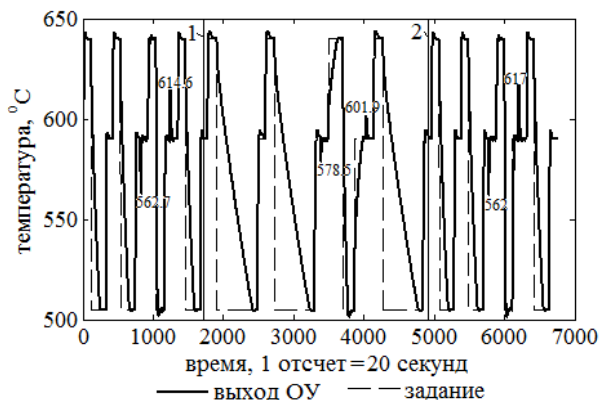


Рис. 8. Результаты работы системы с обычным ПИ-регулятором для ступенчатых возмущений на выходе ОУ

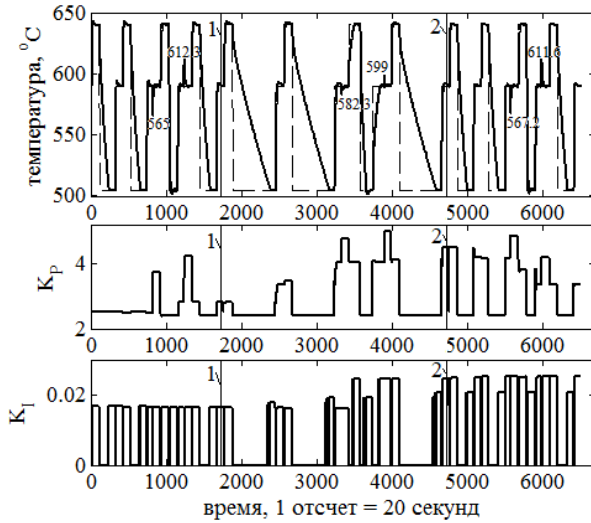


Рис. 9. Нейросетевой настройщик без настройки  $K_i$  в моменты действия ступенчатых возмущений на выходе ОУ

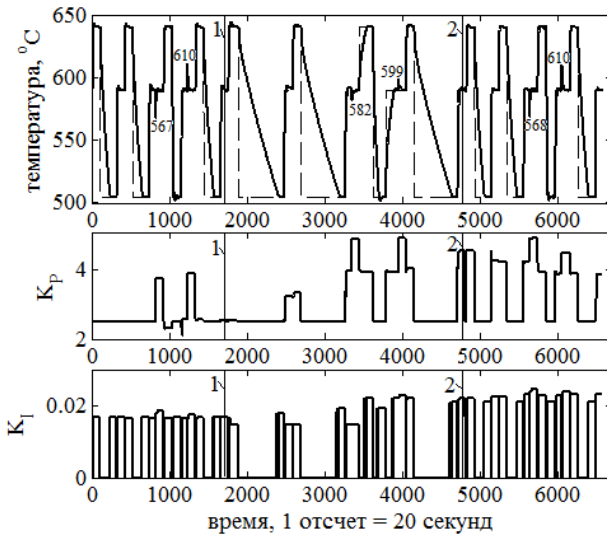


Рис. 10. Нейросетевой настройщик с настройкой  $K_i$  в моменты действия ступенчатых возмущений на выходе ОУ

Таблица 2. Сравнительные результаты работы систем управления для ступенчатых возмущений на выходе ОУ

Критерий оценки	ПИ+НН (вер.1)	ПИ+НН (вер.2)	ПИ
Время опыта, ч	36,52	36,15	37,47
Экономия времени, %	2,54	3,5	0
Расход электроэнергии, кВт·ч	33,06	32,17	35,5
Экономия по электроэнергии, %	6,7	9,3	0
Время компенсации возмущения, мин	49	48	62
Экономия времени на отработку возмущения, %	20,9	22,6	0
Среднее отклонение от задания при возмущении, °С	17,18	18,03	21,72

В данном случае динамика возмущения существенно выше по сравнению с п. 5.1, поэтому его влияние более заметно.

Обе версии настройщика позволили сократить время компенсации возмущений, причем разница в результатах составила всего одну минуту. В то же время по общему времени эксперимента и расходу электроэнергии более высокие результаты показала система без настройки  $K_I$  в моменты действия возмущений. Такая разница может быть вызвана немного отличавшейся степенью прогрева футеровки печи к моменту начала каждого из экспериментов.

Если же сравнивать только показатели, относящиеся к возмущениям (время компенсации и среднее отклонение от задания), то можно сделать вывод о том, что в данном случае настройка  $K_I$  в моменты действия возмущений не является обязательной. Это возможно объяснить динамикой данного возмущения. В то же время осуществление настройки  $K_I$  практически не ухудшает получаемые результаты.

5.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ, ПОДАВАЕМОГО В КАНАЛ УПРАВЛЕНИЯ

Результаты для данного типа возмущений приведены на рис. 11–13 и в таблице 3.

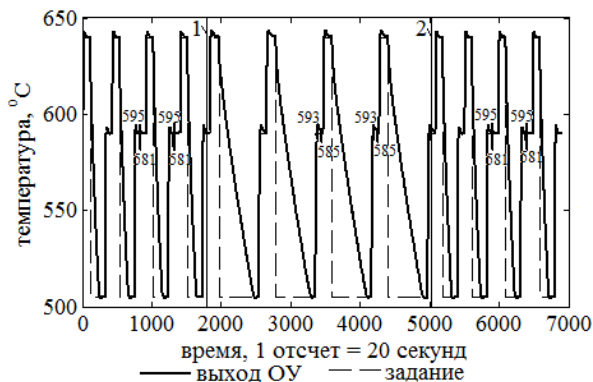


Рис. 11. Результаты работы системы с обычным ПИ-регулятором для импульсных возмущений в канале управления

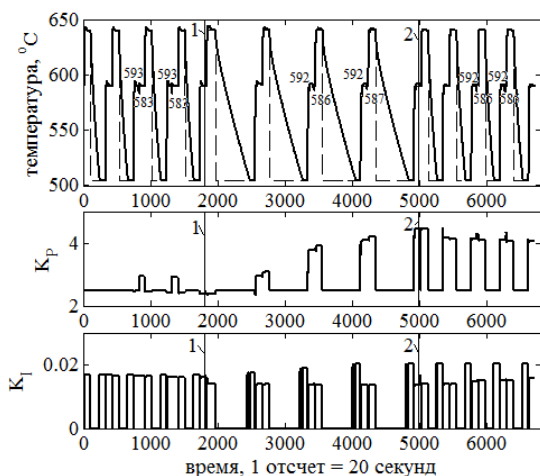


Рис. 12. Нейросетевой настройщик без настройки  $K_I$  в моменты действия импульсных возмущений в канале управления

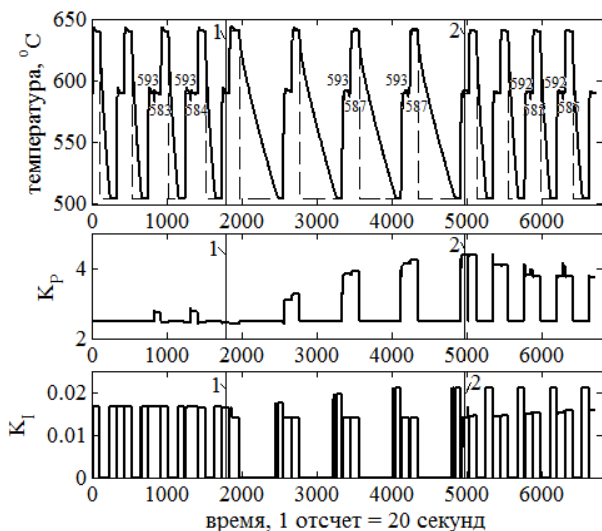


Рис. 13. Нейросетевой настройщик с настройкой  $K_I$  в моменты действия импульсных возмущений в канале управления

Таблица 3. Сравнительные результаты работы систем управления для импульсных возмущений в канале управления

Критерий оценки	ПИ+НН (вер.1)	ПИ+НН (вер.2)	ПИ
Время опыта, ч	37,27	37,24	38,29
Экономия времени, %	2,66	2,74	0
Расход электроэнергии, кВт·ч	18,47	18,63	19,14
Экономия по электроэнергии, %	3,5	2,66	0
Время компенсации возмущения, мин	26	26	32
Экономия времени на обработку возмущения, %	18,8	18,8	0
Среднее отклонение от задания при возмущении, °С	3,75	3,75	6

В данном случае возмущение имеет импульсный характер, причем оно прекращает свое действие в наиболее неудобный для системы управления момент – момент достижения пика переходного процесса, вызванного таким возмущением. В этом

случае ПИ-регулятор накапливает в И-канале управляющее воздействие, которое в момент снятия возмущения становится избыточным, что приводит к быстрому возврату к заданию и возможному перерегулированию. Данное возмущение является более динамичным, чем описанное в п. 5.1, и менее динамичным по сравнению с представленным в п. 5.2.

Оценка возмущения производится, в частности, по амплитуде двух пиков переходного процесса, вызванного его появлением.

Проведя анализ полученных результатов, возможно сделать вывод о том, что обе версии настройщика позволили добиться абсолютно одинаковых результатов как по времени компенсации возмущений, так и по среднему отклонению температуры от задания. Разница в результатах как по общему времени опыта, так и по потреблению электроэнергии составляет менее 1%, что, как и в предыдущем случае, можно отнести на несущественные различия в изначальном прогреве футеровки печи.

В целом настройка  $K_I$  для данного типа возмущения не дает существенных результатов, что можно объяснить высокой динамикой возврата температуры к заданию.

#### *5.4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ, ПОДАВАЕМОГО НА ВЫХОД ОУ*

Результаты для данного типа возмущений приведены на рис. 14–16 и таблице 4.

Данный тип возмущения вызывает переходный процесс с наиболее высокой динамикой как по отклонению температуры от задания, так и по ее возврату к уставке. В связи с этим полученные результаты в целом сходны с результатами, приведенными в п. 5.2 и п. 5.3.

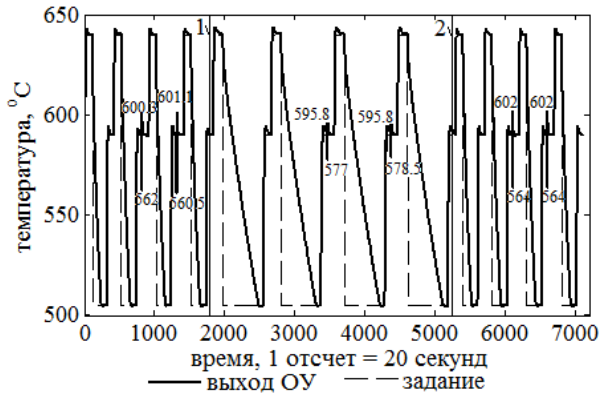


Рис. 14. Результаты работы обычного ПИ-регулятора для импульсных возмущений на выходе ОУ

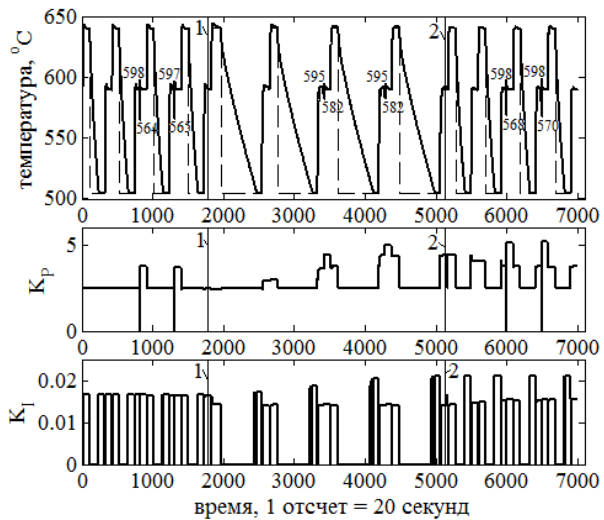


Рис. 15. Нейросетевой настройщик без настройки  $K_i$  в моменты действия импульсных возмущений на выходе ОУ



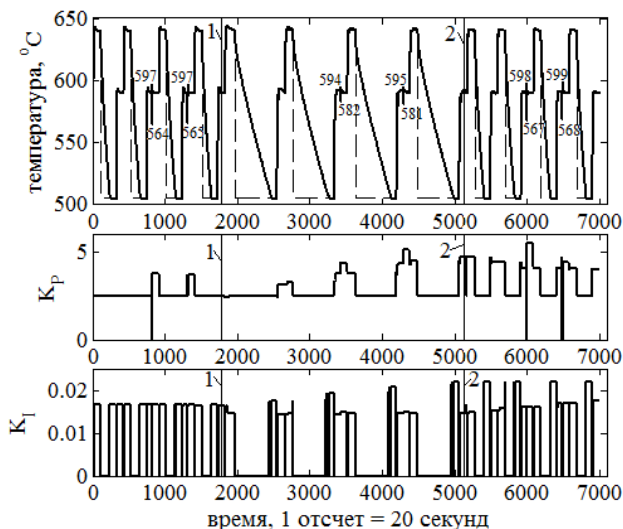


Рис. 16. Нейросетевой настройщик с настройкой  $K_I$  в моменты действия импульсных возмущений на выходе ОУ

Таблица 4. Сравнительные результаты работы систем управления для импульсных возмущений на выходе ОУ

Критерий оценки	ПИ+НН (вер.1)	ПИ+НН (вер.2)	ПИ
Время опыта, ч	38,94	38,88	39,51
Экономия времени, %	1,4	1,6	0
Расход электроэнергии, кВт·ч	19,79	19,64	20,39
Экономия по электроэнергии, %	2,9	3,6	0
Время компенсации возмущения, мин	21	20	29,33
Экономия времени на обработку возмущения, %	28,4	31,8	0
Среднее отклонение от задания при возмущении, °С	12,66	12,45	15,6

В данном случае разница между результатами работы обеих версий настройщика составляет одну минуту по времени компенсации возмущений, а по остальным показателям – менее 1%.

Таким образом, ввиду высокой динамики возмущения настройка  $K_I$  в данном случае не позволяет улучшить качество компенсации возмущающих воздействий.

## 6. Заключение

Проведенные исследования по применению нейросетевого настройщика для компенсации возмущающих воздействий различных типов позволяют сделать следующие выводы.

Предложенные усовершенствования настройщика позволили обеспечить возможность компенсации ступенчатых и импульсных возмущений ограниченной амплитуды, действующих на нагревательный объект управления. Экономия времени на подобную компенсацию составила от 18,8% до 28,4% для настройщика с подстройкой параметра И-канала регулятора по сравнению с обычным ПИ-регулятором. Ни в одном опыте с нейросетевым настройщиком не произошло срабатывания критерия о нарушении устойчивости системы управления.

Снижение времени на компенсацию возмущения приводит к более быстрому возврату на режим и переключению на следующую уставку. Это позволяет сократить время эксперимента в целом, что для реального производства обеспечит повышение интенсивности работы промышленных печей.

Изучение влияния настройки параметра  $K_I$  ПИ-регулятора на эффективность компенсации возмущений показало, что данный прием эффективен для ступенчатых возмущающих воздействий, подаваемых в канал управления ОУ (чем ниже динамика возмущения, тем большее влияние оказывает настройка  $K_I$ ). Для остальных типов возмущений его применение практически никак не отражается на получаемых результатах. Однако отказаться от настройки  $K_I$  при компенсации возмущений не представляется возможным.

При этом на промышленном ОУ в условиях производства будет достаточно сложно идентифицировать тип возникшего возмущающего воздействия. Поэтому, согласно полученным результатам, настройку  $K_I$  предлагается задействовать все время.

Ввиду типичности выбранного для экспериментов ОУ для класса нагревательных объектов, полученные результаты позволяют предположить, что и для других ОУ данного класса настройщик с указанной конфигурацией и рекомендациями по настройке параметров регулятора, в частности, в моменты действия возмущений, позволит получать сходные результаты.

В дальнейшем исследования о применении настройщика для компенсации возмущений предполагается провести для электроприводов переменного тока, применяемых в прокатных клетях металлургического производства.

Исследование проведено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, договор №14.575.21.0133 (RFMEFI57517X0133).

### Литература

1. АЛЕКСАНДРОВ А.Г., ПАЛЕНОВ М.В. *Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов в технических системах* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №2. – С. 16–30.
2. АРАНОВСКИЙ С.В. *Идентификационные методы для синтеза адаптивных наблюдателей нелинейных систем*: Автореф дис. докт. техн. наук: 05.13.01. – СПб., 2016. – 32 с.
3. БЕЗРЯДИН М.М., ЛОЗГАЧЕВ Г.И. *Синтез модального регулятора с компенсацией внешнего возмущения для объекта с параметрической неопределенностью по критерию максимальной робастности* // Труды СПИИ РАН. – 2012. – №2(21). – С.157–169.
4. БОБЦОВ А.А., НИКИФОРОВ В.О., ПЫРКИН А.А. *Адаптивное управление возмущенными системами. Учебное пособие*. – СПб: Университет ИТМО, 2015. – 126 с.
5. БОБЦОВ А.А., ШАВЕТОВ С.В. *Управление по выходу линейным параметрически неопределенным объектом в условиях возмущающих воздействий и неучтенной динамики* // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – 2011. – №1(71). – С. 33–39.

6. БОЙКО В.И., СМОЛЯК В.А. *Автоматизированные системы управления технологическими процессами в металлургии*. – Днепродзержинск: Типография им. Воровского, 1997. – 574 с.
7. ВАГИН Г.Я. *К вопросу о повышении энергетической эффективности промышленных предприятий* // Промышленная энергетика. – 2013. – №5. – С. 2–6.
8. ГЛУЩЕНКО А.И. *О методе определения скорости обучения нейронной сети для задачи оперативной настройки линейных регуляторов при управлении нелинейными объектами* // Управление большими системами. – 2018. – Вып. 72. – С. 52–107.
9. ЕРЕМЕНКО Ю.И., ГЛУЩЕНКО А.И. *О разработке метода выбора структуры нейронной сети для решения задачи адаптации параметров линейных регуляторов* // Управление большими системами. – 2016. – Вып. 62. – С. 75–123.
10. ЕРЕМЕНКО Ю.И., ГЛУЩЕНКО А.И., ФОМИН А.В. *Применение нейросетевого настройщика параметров ПИ-регулятора нагревательной печи для отработки возмущающих воздействий различных типов* // Системы управления и информационные технологии. – 2016. – №2(64). – С. 86–91.
11. ЕРЕМЕНКО Ю.И., ГЛУЩЕНКО А.И., ФОМИН А.В. *О влиянии исполнительного механизма на эффективность применения нейросетевого настройщика для управления нагревательными печами* // Системы управления и информационные технологии. – 2017. – №3(69). – С. 32–37.
12. ЕРЕМЕНКО Ю.И., ПОЛЕЩЕНКО Д.А., ГЛУЩЕНКО А.И. *О применении нейросетевого оптимизатора параметров ПИ-регулятора для управления нагревательными печами в различных режимах работы* // Управление большими системами. – 2015. – Вып. 56. – С. 143–175.
13. ЖУРАВЛЕВ Ю.П., КОПЦЕВ Л.А. *Организация и методы энергосбережения в ОАО “Магнитогорский металлургический комбинат”* // Промышленная энергетика. – 2010. – №10. – С. 6–13.

14. РЕМИЗОВА О.А., СЫРОКВАШИН В.В., ФОКИН А.Л. *Улучшение качества управления технологическими процессами с запаздыванием с использованием типовых регуляторов с компенсацией возмущений* // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). – 2015. – №31. – С. 94–98.
15. РОТАЧ В.Я. *Теория автоматического управления*. 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МЭИ, 2008. – 396 с.
16. РОТАЧ В.Я. КУЗИЦИН В.Ф. ПЕТРОВ С.В. *Настройка регуляторов по переходным характеристикам систем управления без их аппроксимации аналитическими выражениями* // Автоматизация в промышленности. – 2009. – №11. – С. 9–12.
17. РЫБИН В.М., САМХАРАДЗЕ Т.Г., ЩЕРБАКОВ Н.С. *Применение динамических интегрированных экспертных систем для интеллектуального управления* // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2012. – №4. – С. 29–32.
18. ТЕРЕХОВ В.А., ТЮКИН И.Ю. *Исследование устойчивости процессов обучения многослойной нейронной сети. Часть II* // Автоматика и телемеханика. – 1999. – №11. – С. 145–161.
19. ТЕРЕХОВ В.А., ЕФИМОВ Д.В., ТЮКИН И.Ю. *Нейросетевые системы управления: Учеб. пособие для вузов*. – М.: Высш. шк., 2002. – 183 с.
20. ТЮКИН И.Ю., ТЕРЕХОВ В.А. *Адаптация в нелинейных динамических системах*. – М.: ЛКИ, 2008. – 384 с.
21. ФУРТАТ И.Б. *Динамическая компенсация возмущений в условиях насыщения сигнала управления* // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 65. – С. 24–40.
22. ЦЫКУНОВ А.М. *Робастное управление с компенсацией возмущений*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 300 с.
23. ШПИЛЕВАЯ О.Я. *Анализ влияния ограниченных возмущений на свойства адаптивной системы стабилизации* // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2008. – №3. – С. 81–89.

24. ШУБЛАДЗЕ А.М., КУЗНЕЦОВ С.И. *Автоматически настраиваемые промышленные ПИ и ПИД регуляторы* // Автоматизация в промышленности. – 2007. – №2. – С. 15–17.
25. ALEXANDROV A.G., PALENOV M.V. *Self-tuning PID-I controller* // Proc. 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011. – P. 3635–3640.
26. AL-KALBANI F. et al. *Active disturbance rejection control of a heat integrated distillation column* // Proc. of 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR). – IEEE, 2016. – P. 278–283.
27. ANDERSON K.L., BLANKENSHIP G.I., LEBOW L.G. *A rule-based adaptive PID controller* // Proc. 27th IEEE Conf. Decision. Control. – IEEE, 1988. – P. 564–569.
28. ANDRÁŠIK A., MÉSZÁROS A., DE AZEVEDO S.F. *On-line tuning of a neural PID controller based on plant hybrid modeling* // Computers & Chemical Engineering. – 2004. – Vol. 28, No. 8. – P. 1499–1509.
29. ASTROM K.J., HAGGLUND T. *Advanced PID Control*. – Research Triangle Park: ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006. – 461 p.
30. ATASSI A.N., KHALIL H.K. *A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems* // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1999. – Vol. 44, No. 9. – P. 1672–1687.
31. BARROS C.L., OLM J.M., COSTA-CASTELLÓ R. *Rejection of periodic disturbances using MRAC with minimal controller synthesis* // Proc. of 2016 IEEE 21st International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA). – IEEE, 2016. – P. 1–6.
32. BERNER J., SOLTESZ K., HAGGLUND T., ASTROM K.J. *An experimental comparison of PID autotuners* // Control Engineering Practice. – 2018. – Vol. 73. – P. 124–133.
33. CALVO-ROLLE J.L. et al. *A hybrid intelligent system for PID controller using in a steel rolling process* // Expert Systems with Applications. – 2013. – Vol. 40, No. 13. – P. 5188–5196.

34. CHEN J., HUANG T. *Applying neural networks to on-line updated PID controllers for nonlinear process control* // Journal of Process Control. – 2004. – No. 14. – P. 211–230.
35. CHIEN K.L., HRONES I.A., RESWICK J.B. *On the automatic control of generalized passive systems* // Trans on ASME. – 1952. – Vol. 74. – P. 633–640.
36. FANG M., ZHUO Y., LEE Z. *The application of the self-tuning neural network PID controller on the ship roll reduction in random waves* // Ocean Engineering. – 2010. – No. 37. – P. 529–538.
37. HUANG G.-B., WANG D.H., LAN Y. *Extreme learning machines: a survey* // Int. Journal of Machine Learning and Cybernetics. – 2011. – Vol. 2, No. 2. – P. 107–122.
38. KUHN U. *A practice oriented setting rule for pid-controllers: The t-sum-rule* // Automatisierungstechnische Praxis. – 1995. – Vol. 37, No. 5. – P. 10–16.
39. LANDAU Y.D. *Adaptive control: The model reference approach* // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1984. – No. 1. – P. 169–170.
40. LEE T.H., HANG C.C., HO W.K., YUE P.K. *Implementation of a knowledge-based PID auto-tuner* // Automatica. – 1993. – Vol.29, No. 4. – P. 1107–1113.
41. MIMURA K., SHIOTSUKI T. *Experimental study of PID auto-tuning for unsymmetrical processes* // Proc. of ICCAS-SICE 2009. – IEEE, 2009. – P. 2967–2971.
42. MORI M., FUJISHIMA M., INAMASU Y., ODA Y. *A study on energy efficiency improvement for machine tools* // CIRP Annals – Manufacturing Technology. – 2011. – Vol. 60, Issue 1. – P. 145–148.
43. PFEIFFER B.-M. *Towards «plug and control»: self-tuning temperature controller for PLC* // Int. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 2000. – No. 14. – P. 519–532.
44. RIBEIRO J.M.S., SANTOS M.F., CARMO M.J., SILVA M.F. *Comparison of PID controller tuning methods: analytical/classical techniques versus optimization algorithms* // 18th Int. Carpathian Control Conference (ICCC). – IEEE, 2017. – P. 533–538.

45. SAXENA S., HOTE Y.V. *Simple Approach to Design PID Controller via Internal Model Control* // Arabian Journal for Science and Engineering. – 2016. – Vol. 41, No. 9. – P. 3473–3489.
46. SCHAEDEL H.M. *A new method of direct PID controller design based on the principle of cascaded damping ratios*. European Control Conference (ECC). – IEEE, 1997. – P. 1265–1271.
47. SONG Y., GUO J., HUANG X. *Smooth Neuroadaptive PI Tracking Control of Nonlinear Systems with Unknown and Non-smooth Actuation Characteristics* // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning systems. – 2016. – Vol. 99. – P. 1–13.
48. STOTEN D.P., BECHOUBANE H. *Empirical studies of an MRAC algorithm with minimal controller synthesis* // Int. Journal of Control. – 1990. – Vol. 51, No. 4. – P. 823–849.
49. VISIOLI A. *Improving the load disturbance rejection performances of IMC-tuned PID controllers* // IFAC Proceedings Volumes (15th IFAC World Congress). – 2002. – Vol. 35, No. 1. – P. 295–300.
50. ZHANG W., WANG Y., ZHANG W. *Optimal disturbance rejection controller design for integrating processes with dead time based on algebraic theory* // Int. Journal of Systems Science. – 2017. – Vol. 48, No. 6. – P. 1266–1280.



## ON EFFICIENCY OF EACH OF PI-CONTROLLER PARAMETERS ADJUSTMENT WITH NEURAL TUNER TO REJECT DUSTURBANCES ACTING ON HEATING FURNACES

**Anton Glushchenko**, Stary Oskol Technological Institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST "MISIS", Stary Oskol, Cand.Sc., assistant professor (Stary Oskol, Makarenko Microdistrict, 42, (4725) 45-12-17, strondutt@mail.ru).

*Abstract: The scope of this research is to develop a modified version of previously proposed PI-controller neural tuner. Its rule base is improved. The new version is to be able to reject disturbances acting on heating furnaces at a steady-state mode. The following types of disturbances of limited amplitude are considered to be attenuated by the tuner— step and pulse disturbances acting the plant output signal, step and pulse disturbances acting the control action signal. The problem of appropriateness of KI parameter adjustment during the disturbance attenuation is considered for all mentioned above types of disturbances. Experiments are conducted using a muffle electroheating furnace SNOL 40/1200. Having analyzed the obtained results, the conclusion could be made that the most appropriate disturbance to adjust KI is the step one acting the control action signal, but the best course of action is to adjust this parameter for all types of disturbances. The tuner application allowed to reduce the disturbances rejection time by 18,8% ÷ 28,4% comparing to a conventional PI-controller.*

Keywords: adaptive control, disturbances rejection, PI-controller, heating plants.

УДК 004.89 + 681.51

ББК 32.813

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.4

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

*Поступила в редакцию 20.07.2018.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ЧАСТОТНОГО АНАЛИЗАТОРА КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СИГНАЛОВ

Колоколов А.С.<sup>1</sup>, Любинский И.А.<sup>2</sup>, Яхно В.П.<sup>3</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Предложен способ частотного анализа полигармонических сигналов на основе частотно-временной обработки спектрального паттерна. В предложенном способе нахождение амплитудного спектра осуществляется в два этапа. На первом этапе оценивается амплитудный спектр анализируемого сигнала с помощью гребенки цифровых полосовых фильтров с сильно перекрывающимися частотными характеристиками. Для нахождения амплитудного спектра выходные сигналы полосовых фильтров выпрямляются и сглаживаются низкочастотными фильтрами. На втором этапе производится обработка полученного спектра с помощью однослойной сети из нейроподобных элементов с задержанными латеральными тормозными связями. Применение такой сети позволяет улучшить характеристики частотного анализатора, а именно, при заданной точности и частотном разрешении существенно уменьшить как пульсации спектральной огибающей, так и время анализа, что делает возможным анализ более коротких сигналов. Работоспособность предложенного способа была проверена на примерах анализа гармонического и речевого сигналов для случая использования гребенки цифровых полосовых фильтров второго порядка с равными относительными полосами пропускания и центральными частотами, равномерно расставленными в логарифмической шкале частот. Такой выбор параметров фильтров частотного анализатора обеспечивал равную точность анализа гармонических составляющих исследуемого сигнала.*

Ключевые слова: обработка сигналов, спектральный анализ, гармонический и речевой сигналы, уровень пульсаций.

### 1. Введение

Благодаря разработке компьютеров и алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ) методы непараметрического частотного анализа [11, 12] стали общедоступными и получили широкое распространение в различных областях науки и техни-

---

<sup>1</sup> Александр Сергеевич Колоколов, к.т.н., доцент (kolokolov\_as@mail.ru).

<sup>2</sup> Игорь Анатольевич Любинский, к.т.н., с.н.с. (lubianat@mail.ru).

<sup>3</sup> Виктор Павлович Яхно, к.т.н., с.н.с. (vic\_iakhno@mail.ru).

ки. Совершенствование методов, основанных на БПФ, сводилось к расширению арсенала весовых функций, обеспечивающих желаемую форму частотной характеристики фильтров анализатора и требуемый уровень ее боковых лепестков. С этой целью предлагались весовые функции как во временной [2, 6, 7], так и в частотной областях [3].

Заметим, что частотный анализ на основе БПФ эквивалентен использованию гребенки фильтров с одинаковыми частотными характеристиками и центральными частотами, равномерно расставленными по шкале частот. Вследствие этого время анализа всех гармонических составляющих исследуемого сигнала независимо от их частоты является постоянным. Это значит, что анализируемый гармонический сигнал будет представлен разным числом периодов в зависимости от его частоты.

Этот недостаток частотного анализа на основе БПФ устраняется при использовании специально спроектированных гребенок фильтров. Примером таких решений является применение гребенок полосовых фильтров с одинаковыми относительными полосами пропускания и центральными частотами, равномерно расставленными вдоль логарифмической шкалы частот. Такие гребенки могут быть построены как на основе цифровых фильтров с конечными или бесконечными импульсными характеристиками [11, 12], так и с использованием комплексных вейвлетов, примерами которых являются вейвлеты Морле и Гаусса [1].

В качестве еще одного подхода к построению частотного анализатора можно упомянуть использование в нем гребенки полосовых фильтров, с полосами пропускания, выбранными в соответствии с зависимостью критической полосы слуха от частоты, и с резонансными частотами, равномерно расставленными по субъективной шкале частот [13, 14]. Преимущество такого подхода продемонстрировано на примере частотного анализа речевых сигналов [4].

Заслуживает внимания подход к частотному анализу, базирующийся на моделировании слухового анализатора с использованием гребенки низкочастотных полосовых фильтров, дополненной нейронной сетью, осуществляющей частотно-временную обработку спектрального паттерна. Использование нейронной сети позволяет при заданной точности и частотном

разрешении сократить время анализа. Блок-схема такого анализатора, состоящего из набора сильно перекрывающихся полосовых фильтров, амплитудных детекторов (Д) и фильтров низкой частоты (ФНЧ), выходные сигналы которых обрабатываются однослойной сетью из нейроподобных элементов (ОСНЭ) с латеральными тормозными связями [8–10] изображена на рис. 1.

Каждый из элементов ОСНЭ суммирует с заранее заданными коэффициентами сигналы, приходящие на его входы, и обнуляет отрицательные значения суммы.

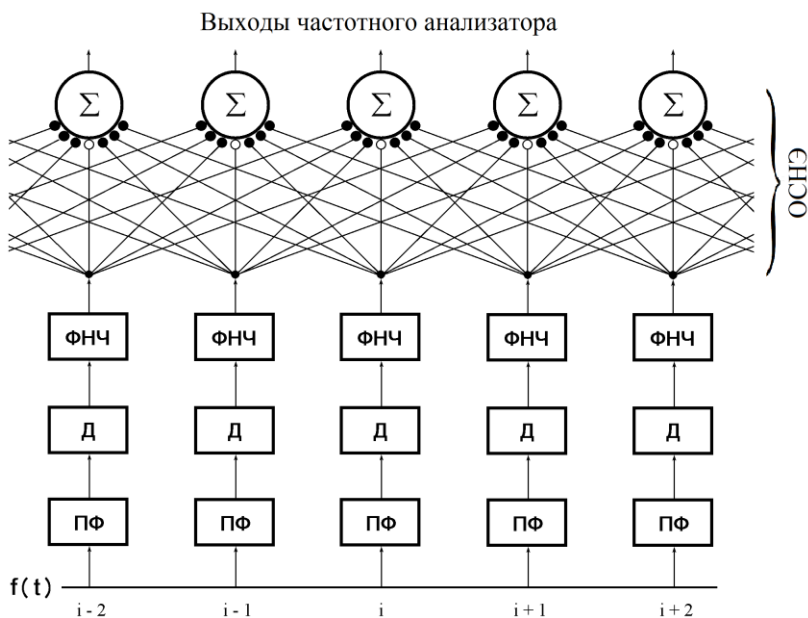


Рис. 1. Блок-схема параллельного спектроанализатора:  
 $\Sigma$  – сумматор, отсекающий отрицательный выходной сигнал;  
 $i$  – номер канала анализатора;  $\circ$  – вход сумматора с коэффициентом  $w_i$ ;  $\bullet$  – инвертируемый вход сумматора с коэффициентом  $w_{ij}$ , моделирующий торможение в ОСНЭ

Сущность обработки, реализуемой ОСНЭ, состоит в том, что путем введения связей между соседними полосовыми фильтрами образуется фронт корректирующих сигналов, который

затем вычитается из фронта выходных сигналов ПФ (см. рис. 2). Это позволяет компенсировать погрешность, возникающую в выходном сигнале вследствие значительного перекрытия полос соседних ПФ. Требуемое время анализа, определяемое длительностью участка стационарности, обеспечивается выбором ширины полосы пропускания ПФ, а необходимая точность – выбором расстояния по оси частот между соседними фильтрами.

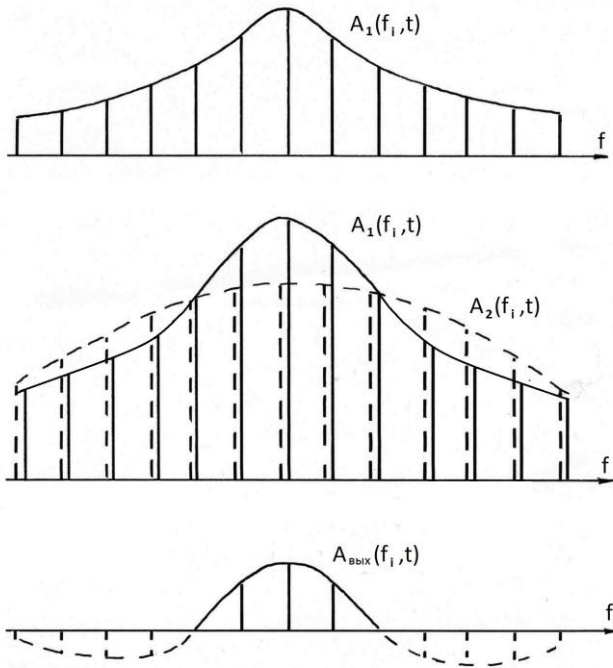


Рис. 2. Обработка ОСНЭ выходных сигналов ПФ, где:  $A_1(f_i, t)$  – распределение выходных сигналов ПФ;  $A_2(f_i, t)$  – корректирующий сигнал,  $A_{\text{вых}}(f_i, t)$  – выходной сигнал, полученные в момент времени  $t$

Результатом применения ОСНЭ является получение разности распределения выходных сигналов ФНЧ  $A_1(f_i, t)$  и распреде-

ления корректирующих сигналов  $A_2(f_i, t)$ , рассчитываемого по выходным сигналам соседних каналов:

$$A_2(f_i, t) = \sum_{i-m}^{i+m} w_{ij} A_1(f_i, t),$$

где  $A_1(f_i, t)$  – амплитуда на выходе ФНЧ  $i$ -го канала;  $f_i$  – центральная частота  $i$ -го ПФ;  $\tau$  – постоянная времени ФНЧ;  $w_{ij}$  – функция связи, определяющая вклад  $j$ -го канала в  $i$ -й;  $m$  – радиус связей  $i$ -го канала. Выходной сигнал частотного анализатора  $A_{\text{вых}}(f_i, t)$  представляет собой положительную разность сигналов  $A_1(f_i, t)$  и  $A_2(f_i, t)$ , т.е.

$$(1) \quad A_{\text{вых}}(f_i, t) = L[A_1(f_i, t) - A_2(f_i, t)],$$

где

$$L(x) = \begin{cases} x & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Процесс обработки амплитудного спектра, получаемого с помощью ОСНЭ, поясняет рис. 2. Можно видеть, что в результате обработки происходит подчеркивание (локализация) спектрального максимума, соответствующего гармоническому сигналу.

В настоящей работе предлагается усовершенствование вышеописанного способа за счет модификации обработки спектрального паттерна, описываемой формулой (1). Новизна предложенного способа подтверждена патентом [5].

## **2. Описание предлагаемого способа частотного анализа**

Снижение амплитуды выходного сигнала, происходящее при введении корректирующего сигнала, приводит к увеличению относительного уровня пульсаций. Для сохранения заданного уровня пульсаций необходимо увеличивать постоянную времени ФНЧ, что влечет за собой увеличение времени анализа. Чтобы избежать этого предлагается вводить задержку корректирующего сигнала

$$(2) \quad A_{\text{вых}}(f_i, t) = L[A_1(f_i, t) - A_2(f_i, t - \Delta t)],$$

где  $\Delta t$  – величина задержки. Покажем, что задержку  $\Delta t$  можно выбрать так, что время установления выходного сигнала анализатора  $t_y$  будет равно величине этой задержки. Пусть в момент времени  $t = 0$  появляется гармонический сигнал с постоянной амплитудой и с частотой  $f$ . Тогда на выходах каналов частотного анализатора появится сигнал

$$A_1(f_i)[1 - \exp(-t/\tau)],$$

где  $\tau$  – постоянная времени установления в  $i$ -м канале.

В соответствии с (2)

$$A_{\text{вых}} = \begin{cases} A_1(f_i)[1 - \exp(-t/\tau)] & \text{при } t \leq \Delta t, \\ A_1(f_i)[1 - \exp(-t/\tau)] - A_2(f_i)[1 - \exp(-(t - \Delta t)/\tau)] & \text{при } t > \Delta t. \end{cases}$$

Таким образом, при  $t > \Delta t$  для  $i$ -го канала

$$A_{\text{вых}}(f_i, t) = [A_1(f_i) - A_2(f_i)] - \exp(-t/\tau) \times \\ \times [A_1^0(f_i) - A_2^0(f_i) \exp(\Delta t/\tau)].$$

Если выбрать задержку  $\Delta t^*$  из условия

$$(3) \quad A_1(f_i) - A_2(f_i) \exp(\Delta t^*/\tau) = 0,$$

то при  $t \geq \Delta t^*$  сигнал на выходе  $i$ -го канала достигнет установившегося значения, а время установления выходного сигнала будет равно

$$t_y = \Delta t^* = \tau \ln[A_1(f_i)/A_2(f_i)].$$

Тогда при значениях отношения  $A_1(f_i, t)/A_2(f_i, t)$ , близких к 1, величина  $t_y$  может быть значительно меньше  $\tau$ .

Покажем, что введение задержки корректирующего сигнала позволяет уменьшать время установления, не увеличивая пульсаций на выходе анализатора. Пусть постоянная времени ФНЧ равна  $\tau_1$ , тогда коэффициент пульсаций сигнала с периодом  $T$  приближенно равен  $\lambda_1 = 1 - \exp(-T/\tau_1)$ , а время установления  $t_y^{(1)} = 2,3\tau_1$ .

Увеличим постоянную времени ФНЧ до величины  $\tau_2$ , вычислим корректирующий сигнал и введем задержку  $\Delta t_2^* = \tau_2 \ln[A_1(f_i)/A_2(f_i)]$ , тогда время установления будет равно  $t_y^{(2)} = \Delta t_2^*$ . Оценим в этом случае амплитуду пульсаций в выходном сигнале:

$$\lambda_2 \leq \frac{A_1(f_i)[1 - \exp(-T/\tau_2)] + A_2(f_i)[1 - \exp(-T/\tau_2)]}{A_1(f_i) - A_2(f_i)} =$$

$$= \frac{A_1(f_i) + A_2(f_i)}{A_1(f_i) - A_2(f_i)} (1 - \exp(-T/\tau_2)).$$

Потребовав равенства  $\lambda_1 = \lambda_2$ , получим:

$$1 - \exp(-T/\tau_1) = A_1(f_i) + A_2(f_i) \times$$

$$\times [1 - \exp(-T/\tau_2)] / (A_1(f_i) - A_2(f_i)).$$

Если  $\tau_1 \gg T$  и  $\tau_2 \gg T$ , то

$$\tau_2 = \frac{A_1(f_i) + A_2(f_i)}{A_1(f_i) - A_2(f_i)} \tau_1,$$

а  $t_y^{(2)} = \tau_2 \ln[A_1(f_i)/A_2(f_i)]$ .

Если  $A_1(f_i) \approx A_2(f_i)$ , то  $t_y^{(2)} \approx \tau_1 [A_1(f_i) + A_2(f_i)] / A_2(f_i) \approx 2\tau_1$ .

Поскольку  $t_y^{(2)} = \Delta t_2 = 2\tau_1$ , выполнено соотношение  $t_y^{(2)} \leq t_y^{(1)}$ . Следовательно, увеличение постоянной времени ФНЧ и последующая обработка полученного текущего спектра с помощью ОСНЭ с задержанным корректирующим сигналом позволяет уменьшить амплитуду пульсаций в обработанном спектре  $A_{\text{вых}}(f_i, t)$  и одновременно сохранить неизменным время анализа.

Следует также заметить, что обработка текущего спектра ОСНЭ с задержанным корректирующим сигналом сопровождается кратковременным расширением отклика частотного анализатора в ответ на начало гармонического сигнала. Отмеченный эффект может быть использован для повышения качества обнаружения и сегментации гармонических составляющих анализируемого сигнала.

### **3. Экспериментальная проверка предлагаемого способа анализа**

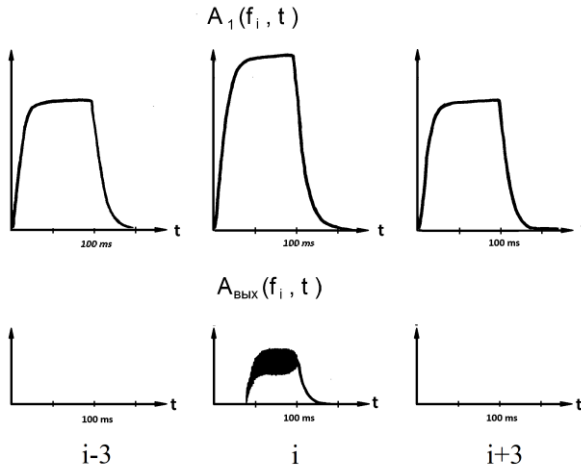
Для экспериментальной проверки работоспособности предложенной структуры фильтрового спектрального анализатора была использована гребенка аналоговых полосовых фильтров второго порядка с добротностью  $Q = 5$  и резонансными частотами  $f_i$ , равномерно расположенными в логарифмическом масштабе ча-



стот в диапазоне 310–3000 Гц так, чтобы  $f_{i+1}/f_i = 1,028$ . Выходы фильтров детектировались и сглаживались фильтром низкой частоты второго порядка.

На рис. 3 и 4 изображен временной ход сигналов каналов 8, 11 и 14 соответственно.

Из рис. 4. видно, что введение задержки и увеличение постоянной времени ФНЧ позволяет добиться желаемого снижения пульсаций без увеличения времени установления.



*Рис. 3. Временной ход сигналов каналов  $i - 3$ ,  $i$  и  $i + 3$  с резонансными частотами 379 Гц, 412 Гц и 445 Гц при подаче на вход анализатора чистого тона с частотой 412 Гц без задержки корректирующего сигнала*

Для демонстрации предложенного способа в среде Matlab был реализован частотный анализатор на основе гребенки из 600 цифровых полосовых фильтров второго порядка. Получение амплитудного спектра осуществлялось путем подачи выходных сигналов полосовых фильтров на однополупериодные выпрямители и последующего сглаживания ФНЧ. Центральные частоты полосовых фильтров анализатора располагались равномерно по логарифмической шкале частот от 100 до 6300 Гц. Все фильтры имели равные добротности  $Q = 20$  и, как следствие, равные относительные полосы пропускания.

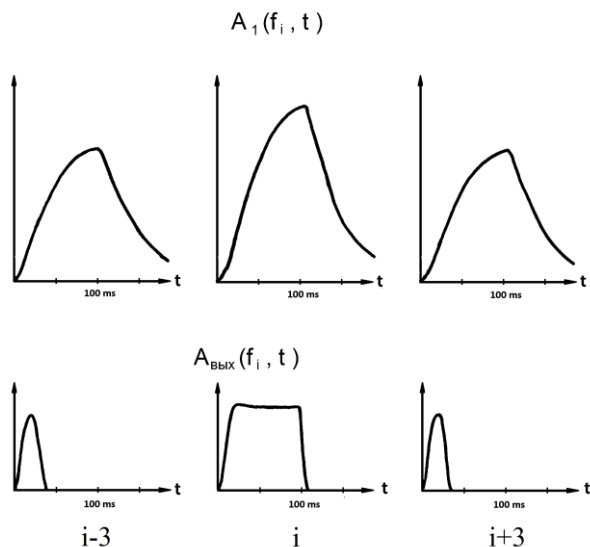


Рис. 4. Временной ход сигналов каналов  $i-3$ ,  $i$  и  $i+3$  с резонансными частотами 379 Гц, 412 Гц и 445 Гц при подаче на вход анализатора чистого тона с частотой 412 Гц при введении задержки корректирующего сигнала

В качестве ФНЧ применялись цифровые фильтры первого порядка с постоянными времени, равными  $\tau_i = \alpha / f_i$ , где  $f_i$  – центральная частота полосового фильтра,  $\alpha$  – постоянный для всех фильтров коэффициент. Использовались значения  $\alpha$ , равные 5 и 50. При получении динамических спектрограмм интенсивность регистрируемых частотных составляющих передавалась 256-ю градациями серого оттенка.

Как пример анализировался речевой сигнал «четыре», изображенный на рис. 5.

На рис. 6 и 7 показаны текущие спектры этого сигнала, полученные с помощью гребенки полосовых фильтров без использования ОСНЭ для случаев использования ФНЧ с постоянными времени  $5/f_i$  и  $50/f_i$ .

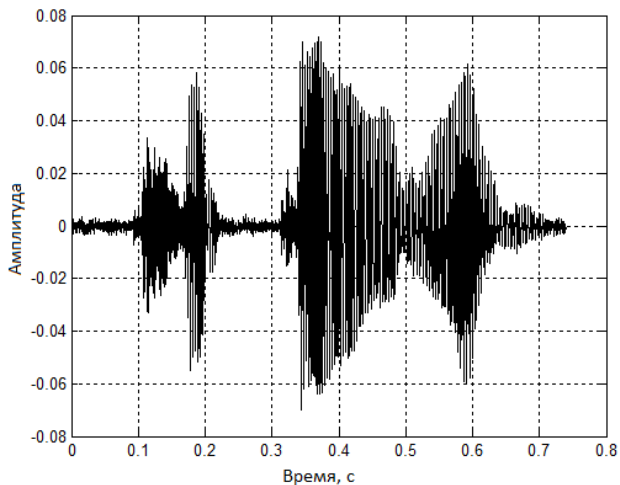


Рис. 5. Речевой сигнал слова «четыре»

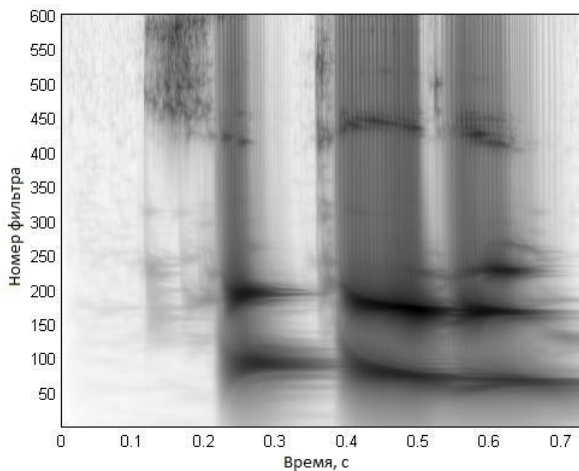


Рис. 6. Текущий спектр слова «четыре», постоянная времени ФНЧ равна  $5/f_i$

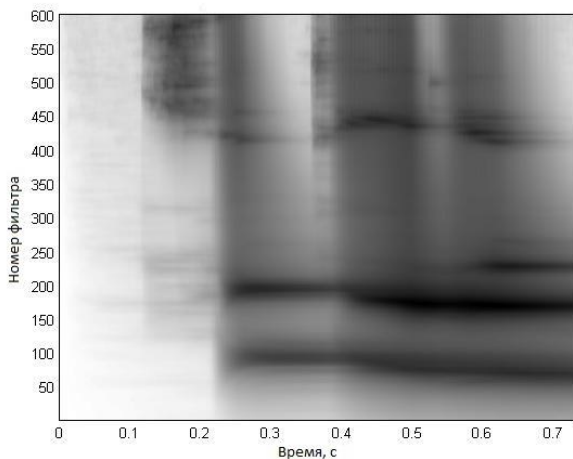


Рис. 7. Текущий спектр слова «четыре», постоянная времени ФНЧ равна  $50/f_i$

Результат применения ОСНЭ без введения задержки в корректирующий сигнал иллюстрируют рис. 8 и 9.

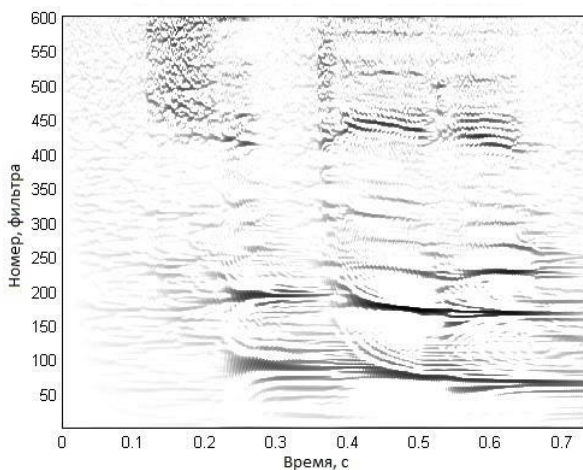


Рис. 8. Текущий спектр слова «четыре», полученный с применением ОСНЭ; постоянная времени ФНЧ равна  $5/f_i$ ,  $\Delta t = 0$

На рис. 10 показан текущий спектр, полученный в случае использования нейронной сети с задержкой  $\Delta t$  в корректирующем сигнале.

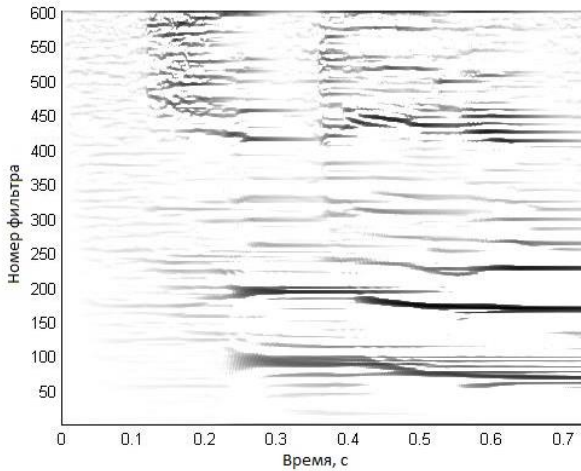


Рис. 9. Текущий спектр слова «четыре», полученный с применением ОСНЭ; постоянная времени ФНЧ равна  $50/f_i$ ,  $\Delta t = 0$

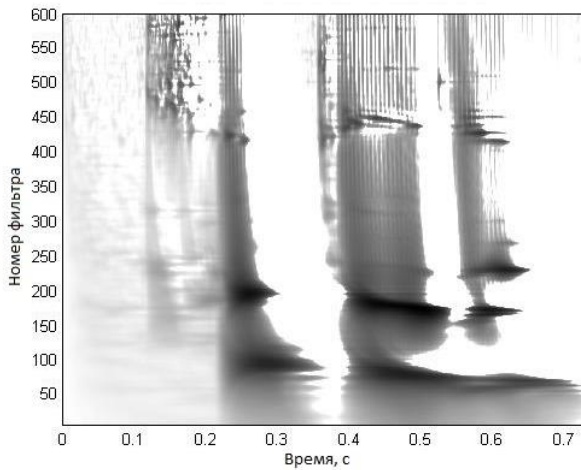


Рис. 10. Текущий спектр слова «четыре», полученный с применением ОСНЭ;  $\Delta t$  выбрано в соответствии с (3), постоянная времени ФНЧ равна  $50/f_i$

Полученные на примере речевого сигнала результаты позволяют заключить, что из трех рассмотренных способов частотного анализа предложенный в работе способ лучше выявляет смычки и сегментную структуру сигнала. Это свойство весьма важно при построении систем распознавания речи.

Вместе с этим, сохраняя хорошее быстродействие при использовании ФНЧ с относительно большой постоянной времени, предложенный способ позволяет снизить уровень пульсаций амплитуд гармонических составляющих.

Следует также отметить, что выбор постоянных времени ФНЧ пропорциональными  $1/f_i$  не является оптимальным для анализа вокализованных сегментов речевых сигналов. В этом случае в высокочастотных каналах частотного анализатора имеют место выраженные пульсации с частотой основного тона. Для устранения этого эффекта в высокочастотных каналах частотного анализатора следует использовать ФНЧ с большими постоянными времени.

#### **4. Заключение**

Предложен способ частотного анализа полигармонических сигналов. В предложенном способе нахождение амплитудного спектра осуществляется в два этапа. На первом этапе оценивается амплитудный спектр анализируемого сигнала с помощью гребенки цифровых полосовых фильтров с сильно перекрывающимися частотными характеристиками. На втором этапе производится коррекция полученного спектра с помощью однослойной сети из нейроподобных элементов с задержанными латеральными тормозными связями.

Применение такой сети позволяет улучшить характеристики частотного анализатора, а именно, при заданной точности и частотном разрешении существенно уменьшить как пульсации спектральной огибающей, так и время анализа, что делает возможным анализ более коротких сигналов. Надо отметить, что предложенный способ является дальнейшей доработкой ранее предложенного авторами частотного анализатора на основе моделирования слухового анализатора человека.

Работоспособность предложенного способа проверена на примерах анализа гармонического и речевого сигналов.

Можно ожидать, что применение предложенного способа будет полезным в задачах распознавания речевых сигналов и неразрушающего контроля агрегатов, машин и их деталей на основе виброакустической диагностики. Перечисленные задачи весьма актуальны при контроле состояния и эксплуатации больших систем.

### Литература

1. АСТАФЬЕВА Н.М. *Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения* // УФН. – 1996. – Т. 166, №11. – С. 1145–1170.
2. ДВОРКОВИЧ В.П., ДВОРКОВИЧ А.В. *Оконные функции для гармонического анализа сигналов.* – М.: Техносфера, 2016. – 208 с.
3. КОЛОКОЛОВ А.С. *Улучшение цифрового частотного анализа с помощью сглаживания комплексного спектра* // Автоматика и телемеханика. – 2008. – №11. – С. 154–161.
4. КОЛОКОЛОВ А.С., ЛЮБИНСКИЙ И.А. *Сравнительное исследование нескольких способов кратковременного частотного анализа речевого сигнала* // Автоматика и телемеханика. – 2015. – №10. – С. 144–151.
5. КОЛОКОЛОВ А.С., ЛЮБИНСКИЙ И.А., ЯХНО В.П. *Способ кратковременного спектрального анализа квазистационарных сигналов.* // Патент России №2670702. – Зарег. 24.10.2018.
6. КРАВЧЕНКО В.Ф. *Новые синтезированные окна* // ДАН. – 2002. – Т. 382, №2. – С. 190–198.
7. КРАВЧЕНКО В.Ф., ПУСТОВОЙТ В.И. *Новый класс весовых функций и их спектральные свойства* // ДАН. – 2002. – Т. 386, №1. – С. 38–42.

8. ЛЮБИНСКИЙ И.А., ПОЗИН Н.В. *Принципы информационных преобразований в модели нейронной сети слуховой системы* // Автоматика и телемеханика. – 1968. – №1. – С. 160–166.
9. ЛЮБИНСКИЙ И.А., ПОЗИН Н.В., ШАРАЕВ Г.А., ЯХНО В.П. *Оценка свойств фильтрового спекроанализатора, дополненного моделью нейронного слоя с латеральными связями* // Труды 6-й Всесоюзной акустической конференции. – М.: 1968. – С. 24–27.
10. ЛЮБИНСКИЙ И.А., ПОЗИН Н.В., ЯХНО В.П. *Анализ моделей однородного нейронного слоя с латеральными связями* // Автоматика и телемеханика. – 1967. – №10. – С. 168–181.
11. ОППЕНГЕЙМ А., ШАФЕР Р. *Цифровая обработка сигналов*. – М.: Техносфера, 2012. – 1048 с.
12. РАБИНЕР Л., ГОУЛД Б. *Теория и применение цифровой обработки сигналов*. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
13. TRAUNMÜLLER H. *Analytical expressions for the tonotopic sensory scale* // J. Acoust. Soc. Amer. – 1990. – Vol. 88, No. 1. – P. 97–100.
14. ZWICKER E., TERHARDT E. *Analytical expressions for critical-band rate and critical bandwidth as a function of frequency* // J. Acoust. Soc. Amer. – 1980. – Vol. 68, No. 5. – P. 1523–1525.

#### **A METHOD FOR CONSTRUCTING A FREQUENCY ANALYZER OF QUASI-STATIONARY SIGNALS**

**Alexander Kolokolov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Cand.Sc. (kolokolov\_as@mail.ru).

**Igor Lubinsky**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Cand.Sc. (lubianat@mail.ru).



**Viktor Yachno, V.A.** Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, Cand.Sc. (vic\_iakhno@mail.ru).

*Abstract: A method for frequency analysis of polyharmonic signals based on the time-frequency processing of the spectral pattern is proposed. The amplitude spectrum is determined in two steps in the proposed method. The amplitude spectrum of the analyzed signal is estimated by a comb of digital bandpass filters with highly overlapping frequency characteristics at the first stage. In order to find the amplitude spectrum, the output signals of the bandpass filters are rectified and smoothed by lowpass filters. At the second stage, the obtained spectrum is processed using a single-layer network of neural-like elements with delayed lateral inhibitory connections. The use of such a network allows to improve the characteristics of the frequency analyzer, namely, for a given accuracy and frequency resolution, to significantly reduce both the spectral envelope pulsations and the analysis time, which makes it possible to analyze shorter signals. The performance of the proposed method was tested with examples of harmonic and speech signal analysis for the case of using a comb of second-order digital bandpass filters with equal relative bandwidths and central frequencies evenly spaced on a logarithmic frequency scale. Such a choice of filter parameters of a frequency analyzer ensured equal accuracy of the analysis of the harmonic components of the signal under study.*

Keywords: signal processing, spectrum analyzer, harmonic and speech signal, level of pulsation.

УДК 519.246.87

ББК 22.32 32.811

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.5

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.М. Вишневым.*

*Поступила в редакцию 08.06.2018.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТАНДЕМА СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В КЛАССЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ С ПРОДЛЕНИЕМ

**Зорин А. В.<sup>1</sup>, Кочеганов В. М.<sup>2</sup>**

*(Национальный исследовательский Нижегородский  
государственный университет им. Н.И.Лобачевского)*

*Рассматривается система управления с продлением тандемом управляющих систем обслуживания. В каждой системе имеются высокоприоритетные и низкоприоритетные входные потоки. Обслуживание в первой системе осуществляется по циклическому алгоритму: фиксированное количество времени обслуживаются требования высокоприоритетного потока, затем фиксированное количество времени обслуживаются требования низкоприоритетного потока. После обслуживания требования высокоприоритетного потока первой системы поступают на обслуживание во вторую систему. Во второй системе осуществляется обслуживание по циклическому алгоритму с продлением: дополнительно к циклическому обслуживанию допускается продление обслуживания по приоритетному потоку, если количество требований по низкоприоритетному потоку не превышает заданный порог. Благодаря кибернетическому подходу удалось построить строгую математическую модель, ввести необходимые случайные величины и элементы с заданными распределениями, образующие марковскую цепь и отражающие физическую постановку задачи. Также благодаря кибернетическому подходу удалось построить имитационную модель для проведения статистических экспериментов. Приведен алгоритм определения момента достижения системой стационарного режима. Представлены оценки основных показателей качества функционирования системы. При помощи экспериментов была изучена область существования стационарного распределения. При этом проверена правильность достаточных условий, найденных авторами аналитически, и показано, что данные условия могут быть расширены.*

Ключевые слова: управляющая кибернетическая система, имитационная модель, циклический алгоритм с продлением, многомерная счетная марковская цепь.

---

<sup>1</sup> Андрей Владимирович Зорин, д.ф.-м.н., доцент ([andrei.zorine@itmm.unn.ru](mailto:andrei.zorine@itmm.unn.ru)).

<sup>2</sup> Виктор Михайлович Кочеганов, аспирант ([kochegанov@gmail.com](mailto:kochegанov@gmail.com)).

## **1. Введение**

В современном быстро развивающемся мире достаточно остро стоит вопрос о рассмотрении комплексных систем, объединяющих в себе сразу несколько областей человеческой деятельности. Для глубокого исследования таких систем и дальнейшего управления ими необходимо уметь строить четкие математические модели и иметь соответствующий математический аппарат. В работе [2] авторы приводят общее определение «сложной системы», введенное на основе анализа большого количества математических моделей комплексных систем. Эти модели, в частности, принимают вид систем дифференциальных уравнений, конечных автоматов, динамических систем и моделей систем и сетей массового обслуживания.

Тандемы систем массового обслуживания широко используются при моделировании компьютерных и коммуникационных систем, колл-центров, аварийных служб, при планировании их мощностей, производительности и последующей оптимизации работы. Тандем является простейшей сетью из нескольких приборов, в которой заявка после обслуживания на одном устройстве поступает в очередь на обслуживание следующим устройством. Одной из первых работ, посвященная тандемам систем массового обслуживания, является работа [26]. В ней изучается распределение времени пребывания требования в системе с двумя обслуживающими устройствами. В предположении, что промежутки времени между поступлением заявок в систему и времени обслуживания независимы и имеют экспоненциальные законы распределения, было показано, что время ожидания требования в очереди первого прибора стохастически не зависит от его времени ожидания в очереди второго прибора.

Основные результаты теории тандемов в случае простейших входных потоков и экспоненциального времени обслуживания широко представлены, например, в работах [18, 19, 25]. Модели с неэкспоненциальным временем обслуживания рассмотрены, например, в статьях [21, 22, 20]. Более общие модели включают

в себя так называемые ВМАР (Batch Markovian Arrival Process) входные потоки, особенностью которых является наличие корреляции количества пришедших требований в различные моменты времени. Такие потоки рассмотрены, например, в работах [1, 5, 6, 7, 23], где проведены аналитические расчеты условий стационарности и изучено поведение некоторых характеристик обслуживания для некоторых частных видов входных потоков и распределений времени обслуживания для двухфазных (тандемных) систем, в том числе с повторными попытками и нетерпеливыми требованиями. Модель последовательных перекрестков с мгновенным перемещением машин между ними была впервые предложена в работах А.В. Зорина [4, 27, 28]. В них динамика перемещения машин от одного перекрестка к другому задается бернуллиевским распределением: каждая машина с некоторой фиксированной вероятностью  $0 < p < 1$  успевает доехать до следующего перекрестка и с противоположной вероятностью  $1 - p$  остается «между» ними. В работе [11] последняя модель усложняется возможностью продления обслуживания требований приоритетного потока, если по неприоритетному направлению поступило в некотором смысле мало требований.

В данной статье представлено описание имитационной модели для задачи, рассмотренной в работах [8–13]. Приводятся численные результаты по получению оценок основных характеристик качества функционирования системы в стационарном режиме: среднее и дисперсия времени ожидания произвольной заявки до начала обслуживания, среднее и дисперсия времени пребывания произвольного требования в системе, средние и дисперсии длин очередей.

## **2. Тандем перекрестков как единая управляющая система**

Рассмотрим тандем из двух автомобильных перекрестков (рис. 1). Машины, поступающие на первый перекресток в горизонтальном и вертикальном направлениях, образуют входящие потоки  $\Pi_1$  и  $\Pi_5$  соответственно. Каждая машина из потока  $\Pi_1$ ,

проезжая первый перекресток, немгновенно попадает на второй перекресток и образует поток машин  $\Pi_2$ . Также на второй перекресток поступают машины с вертикального направления и образуют входящий поток  $\Pi_3$ . Машины потока  $\Pi_3$  имеют более низкий приоритет по сравнению с машинами горизонтального направления и могут проехать перекресток только если их количество превысит определенный числовой порог. Для описания «немгновенности» перемещения машин между перекрестками удобно ввести промежуточный поток  $\Pi_4$ , состоящий из всех машин, обслуженных на первом перекрестке в горизонтальном направлении.

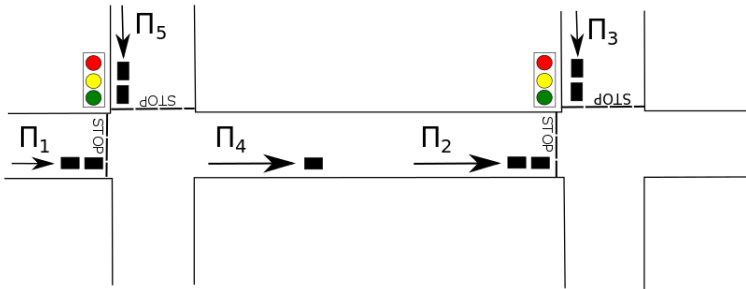


Рис. 1. Пример: тандем перекрестков

Предполагается, что светофор на первом перекрестке имеет лишь два состояния  $g_{1,1}$  и  $g_{1,2}$ : в состоянии  $g_{1,1}$  машины потока  $\Pi_1$  пропускаются фиксированное количество времени  $\tilde{T}^{(1,1)}$  (зеленый свет для  $\Pi_1$ ); в состоянии  $g_{1,2}$  — простаивают в течение времени  $\tilde{T}^{(1,2)}$  (красный свет для  $\Pi_1$ ). Светофор на втором перекрестке обслуживает по циклическому алгоритму с продлением: дополнительно к состоянию обслуживания потока  $\Pi_3$  (состояние  $g_{2,1}$ ) также имеется два состояния обслуживания потока  $\Pi_2$  (состояния  $g_{2,2}$  и  $g_{2,3}$ ). Первое из них включается всегда после завершения обслуживания потока  $\Pi_3$ , а второе включается, если после очередного такта обслуживания потока  $\Pi_2$  длина очереди  $O_3$  не превосходит уровня  $L$ . Длительности пребывания светофора на

втором перекрестке в каждом из состояний суть  $\tilde{T}^{(2,1)}$ ,  $\tilde{T}^{(2,2)}$  и  $\tilde{T}^{(2,3)}$ .

Для анализа тандема перекрестков удобно рассматривать его как единую стохастическую управляющую систему. Для этого предположим наблюдение за перекрестками только в дискретные моменты переключения состояния хотя бы одного из светофоров. Можно показать, что количество различных состояний у полученной системы конечно. Действительно, положим, например, за состояние объединенной системы вектор  $(g^{(1)}, g^{(2)}, s, t)$ , где  $g^{(1)} \in \{g_{1,1}, g_{1,2}\}$  — состояние 1-го перекрестка,  $g^{(2)} \in \{g_{2,1}, g_{2,2}, g_{2,3}\}$  — состояние 2-го перекрестка,  $s \in \{0, 1, 2\}$  — номер последнего сменившего состояние перекрестка (принимает значение 0 в случае если сменили состояние оба перекрестка) и  $t \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$  — количество времени, оставшееся у продолжающего обслуживание с прошлого такта перекрестка (принимает значение 0, если величина  $s$  принимает значение 0). Здесь  $T$  — максимальная длительность нахождения каждого из светофоров в одном состоянии. Тогда количество различных состояний нетрудно посчитать и оно не будет превышать величины  $2 \times 3 \times 3 \times T$ .

Отметим, что при прохождении перекрестков машины предполагаются движущимися только в прямом направлении, т.е. перемешивание потоков не допускается. Таким образом, поток  $\Pi_5$  не представляет интереса для дальнейшего исследования системы и может быть исключен из рассмотрения.

Для построения строгой математической модели системы будем придерживаться кибернетического подхода (см. [4]). Схема кибернетической управляющей системы приведена на рис. 2. На схеме присутствуют следующие блоки: 1) внешняя среда с одним состоянием; 2) входные полюса первого типа — входные потоки  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ ; 3) входные полюса второго типа — потоки насыщения  $\Pi_1^{\text{нас}}, \Pi_2^{\text{нас}}, \Pi_3^{\text{нас}}, \Pi_4^{\text{нас}}$ ; 4) внешняя память — очереди  $O_1, O_2, O_3, O_4$ ; 5) устройство по переработке информации внешней памяти — устройства по поддержанию дисциплины очереди  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ ; 6) внутренняя память — обслуживающее устройство (ОУ); 7) устройство по переработке информации во внутренней

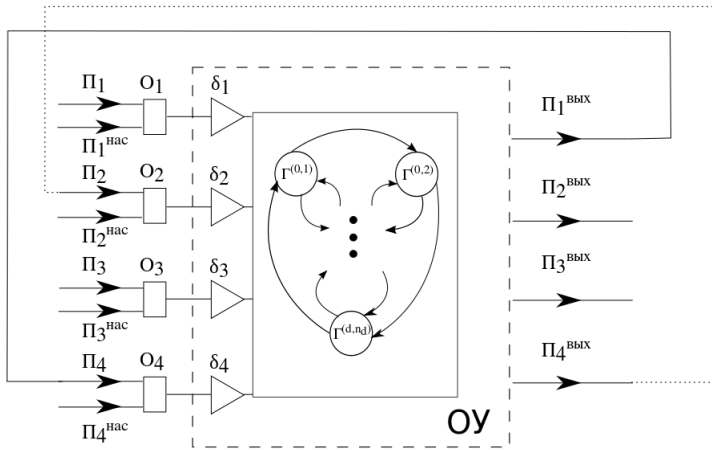


Рис. 2. Структурная схема системы обслуживания

памяти — граф смены состояний; 8) выходные полюса  $\Pi_1^{\text{ВЫХ}}$ ,  $\Pi_2^{\text{ВЫХ}}$ ,  $\Pi_3^{\text{ВЫХ}}$ ,  $\Pi_4^{\text{ВЫХ}}$ . Координатой блока является номер этого блока на схеме.

Для задания информации блоков введем следующие величины и элементы, а также укажем множества их возможных значений. В качестве дискретной временной шкалы выберем последовательность  $\tau_0 = 0, \tau_1, \tau_2, \dots$  моментов смены состояния обслуживающего устройства. Обозначим  $\Gamma_i, i \geq 1$ , из множества  $\Gamma$  — состояние обслуживающего устройства в течение времени  $(\tau_{i-1}; \tau_i]$  и  $\Gamma_0 \in \Gamma$  — в момент времени  $\tau_0$ , количество  $\varkappa_{j,i} \in \mathbb{Z}_+, i \geq 0$ , требований в очереди  $O_j$  в момент времени  $\tau_i$ , количество  $\eta_{j,i} \in \mathbb{Z}_+, i \geq 0$ , требований, поступивших в очередь  $O_j$  по потоку  $\Pi_j$  в течение времени  $(\tau_i; \tau_{i+1}]$ , количество  $\xi_{j,i} \in \mathbb{Z}_+, i \geq 0$ , требований по потоку насыщения  $\Pi_j^{\text{НАС}}$  в течение времени  $(\tau_i; \tau_{i+1}]$ , количество  $\bar{\xi}_{j,i} \in \mathbb{Z}_+, i \geq 0$ , реально обслуженных требований по потоку  $\Pi_j$  в течение времени  $(\tau_i; \tau_{i+1}]$ .

В общем виде управляющая система, описывающая тандем перекрестков, имеет следующий вид (рис. 2). В систему с одним обслуживающим устройством поступают потоки  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$

и  $\Pi_4$ . Требования по потоку  $\Pi_j$  становятся в соответствующую очередь  $O_j$  с неограниченной вместимостью,  $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Для  $j \in \{1, 2, 3\}$  дисциплина очереди  $O_j$ , поддерживаемая устройством  $\delta_j$ , имеет тип FIFO (First In First Out). Таким образом, для обслуживания из соответствующей очереди выбирается то требование, которое пришло раньше. Дисциплина очереди  $O_4$  будет описана ниже. Входные потоки  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  формируются внешней средой, которая, будем предполагать, имеет только одно состояние, т.е. вероятностная структура потоков не меняется с течением времени. Требования потоков  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  формируют независимые между собой неординарные пуассоновские потоки, т.е. стационарные, без последствия и ординарные потоки групп требований. Интенсивности соответствующих простейших потоков для  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  будем обозначать  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$ , а распределение числа заявок в группе по потоку  $\Pi_j$  будем описывать производящей функцией

$$(1) \quad f_j(z) = \sum_{\nu=1}^{\infty} p_{\nu}^{(j)} z^{\nu}, \quad j \in \{1, 3\},$$

которая предполагается аналитической при любом  $z \in \mathbb{C}$  таким, что  $|z| < (1 + \varepsilon)$ ,  $\varepsilon > 0$ . Величина  $p_{\nu}^{(j)}$  определяет вероятность того, что по потоку  $\Pi_j$  число требований в группе равно  $\nu$ . Обслуженные требования потока  $\Pi_1$  поступают на повторное обслуживание, формируя на выходе поток  $\Pi_4$ . Обслуженные требования потока  $\Pi_4$  в свою очередь поступают на повторное обслуживание, формируя при этом поток  $\Pi_2$ . Потоки  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  являются конфликтными, что означает запрет на одновременное обслуживание требований этих потоков и, следовательно, исследование системы не может быть сведено к задаче с меньшим числом потоков.

В каждый момент времени обслуживающее устройство находится в одном из конечного множества состояний  $\Gamma = \{\Gamma^{(k,r)} : k = \overline{0, d}; r = \overline{1, n_k}\}$  с заданными натуральными числами  $d, n_0, n_1, \dots, n_d$ . В каждом состоянии  $\Gamma^{(k,r)}$  обслуживающее устройство находится в течение неслучайного времени  $T^{(k,r)}$ . Введем непересекающиеся подмножества  $\Gamma^I, \Gamma^{II}, \Gamma^{III}$  и  $\Gamma^{IV}$  множества  $\Gamma$  следующим образом. В состоянии  $\Gamma^{(k,r)} \in \Gamma^I$



обслуживаются только требования из очередей  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_4$ . В состоянии  $\gamma \in \Gamma^{ii}$  обслуживаются только требования из очередей  $O_2$  и  $O_4$ . В состоянии  $\gamma \in \Gamma^{iii}$  обслуживаются только требования из очередей  $O_1$ ,  $O_3$  и  $O_4$ . В состоянии  $\gamma \in \Gamma^{iv}$  обслуживаются только требования из очередей  $O_3$  и  $O_4$ . Тогда множество  $\Gamma$  есть объединение  $\Gamma = \Gamma^I \cup \Gamma^{II} \cup \Gamma^{III} \cup \Gamma^{IV}$  непересекающихся подмножеств. Также в дальнейшем нам понадобятся множества  ${}^1\Gamma = \Gamma^I \cup \Gamma^{III}$ ,  ${}^2\Gamma = \Gamma^I \cup \Gamma^{II}$ ,  ${}^3\Gamma = \Gamma^{III} \cup \Gamma^{IV}$ .

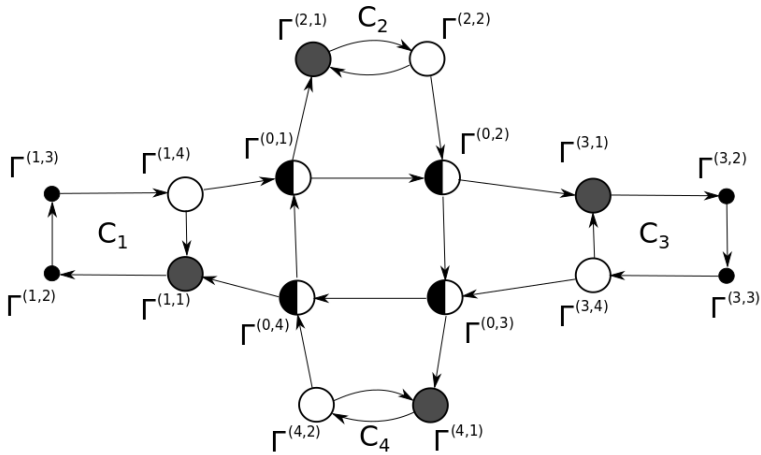


Рис. 3. Класс графов переходов. Незакрашенные вершины являются выходными вершинами, большие черные вершины – входные, небольшие черные – нейтральные, наполовину закрашенным вершинам соответствуют состояния продления

Смена состояний обслуживающего устройства осуществляется по следующему правилу. Множество состояний  $C_k = \{\Gamma^{(k,r)} : r = \overline{1, n_k}\}$  будем называть  $k$ -м циклом,  $k = \overline{1, d}$  (рис. 3). Состояние вида  $\Gamma^{(0,r)}$  будем называть состоянием продления,  $r = \overline{1, n_0}$ . Положим  $r \oplus_k 1 = r + 1$  для  $r = \overline{1, n_k - 1}$  и  $r \oplus_k 1 = 1$  при  $r = n_k$ ,  $k = \overline{0, d}$ . В цикле  $C_k$  выделим подмножества  $C_k^O$  выходных,  $C_k^I$  входных и  $C_k^N = C_k \setminus (C_k^O \cup C_k^I)$  нейтральных состояний. Тогда после состояния  $\Gamma^{(k,r)} \in C_k \setminus C_k^O$

обслуживающее устройство переходит в состояние  $\Gamma^{(k,r \oplus_k 1)}$  того же цикла  $C_k$ . При  $\Gamma^{(k,r)}$ , принадлежащем множеству  $C_k^O$ , прибор переходит в состояние  $\Gamma^{(k,r \oplus_k 1)}$ , если число требований в очереди  $O_3$  в момент переключения больше заданного порога  $L$ . В противном случае, т.е. если число требований в очереди  $O_3$  меньше либо равно  $L$ , новое состояние прибора будет состоянием продления  $\Gamma^{(0,r_1)}$ , где  $r_1 = h_1(\Gamma^{(k,r)})$  и  $h_1(\cdot)$  — заданное отображение множества  $\bigcup_{k=1}^d C_k^O$  во множество  $\{1, 2, \dots, n_0\}$ . После состояния  $\Gamma^{(0,r)}$  выбирается состояние того же вида  $\Gamma^{(0,r_2)}$ , если число требований в очереди  $O_3$  меньше или равно  $L$ , где  $r_2 = h_2(r)$  и  $h_2(\cdot)$  — заданное отображение множества  $\{1, 2, \dots, n_0\}$  на себя; в противном случае включается входное состояние  $\Gamma^{(k,r_3)} \in C_k^I$ , где  $\Gamma^{(k,r_3)} = h_3(r)$  и  $h_3(\cdot)$  — заданное отображение множества  $\{1, 2, \dots, n_0\}$  на множество  $\bigcup_{k=1}^d C_k^I$ . Считается, что все состояния продления  $\Gamma^{(0,r)}$  принадлежат множеству  ${}^2\Gamma$ , а также верны соотношения  $C_k^O \subset {}^2\Gamma$  и  $C_k^I \subset {}^3\Gamma$ . Также будем предполагать, что все циклы имеют ровно одно входное и одно выходное состояние. И последним предположением является то, что все вершины продления образуют один цикл, т.е. можем положить  $h_2(r) = r \oplus 1$ .

Таким образом, смена состояний обслуживающего устройства задается соотношением

$$(2) \quad h(\Gamma^{(k,r)}, y) = \begin{cases} \Gamma^{(k,r \oplus_k 1)}, & \text{если } (\Gamma^{(k,r)} \in C_k \setminus C_k^O); \\ & \text{или } (\Gamma^{(k,r)} \in C_k^O \ \& \ y > L); \\ \Gamma^{(0,h_1(\Gamma^{(k,r)}))}, & \text{если } \Gamma^{(k,r)} \in C_k^O \ \text{и} \ y \leq L; \\ \Gamma^{(0,r \oplus 0 1)}, & \text{если } k = 0 \ \text{и} \ y \leq L; \\ h_3(r), & \text{если } k = 0 \ \text{и} \ y > L. \end{cases}$$

Закон изменения состояния обслуживающего устройства будем предполагать заданным соотношением

$$\Gamma_{i+1} = h(\Gamma_i, \varkappa_{3,i}),$$

где отображение  $h(\cdot, \cdot)$  определено в (2). Для определения длительности  $T_{i+1}$  состояния обслуживающего устройства в течение

времени  $(\tau_i; \tau_{i+1}]$  удобно ввести функцию  $h_T(\cdot, \cdot)$ :

$$T_{i+1} = h_T(\Gamma_i, \varkappa_{3,i}) = T^{(k,r)}, \quad \text{где } k \text{ и } r \text{ таковы, что } \Gamma^{(k,r)} = \Gamma_{i+1}.$$

Функциональная зависимость

$$(3) \quad \bar{\xi}_{j,i} = \min\{\varkappa_{j,i} + \eta_{j,i}, \xi_{j,i}\}, \quad j \in \{1, 2, 3\},$$

между величиной  $\bar{\xi}_{j,i}$  и величинами  $\varkappa_{j,i}, \eta_{j,i}, \xi_{j,i}$  реализует стратегию механизма обслуживания требований. Далее, поскольку

$$\varkappa_{j,i+1} = \varkappa_{j,i} + \eta_{j,i} - \bar{\xi}_{j,i}, \quad j \in \{1, 2, 3\},$$

то из выражения (3) следует соотношение

$$\varkappa_{j,i+1} = \max\{0, \varkappa_{j,i} + \eta_{j,i} - \xi_{j,i}\}, \quad j \in \{1, 2, 3\}.$$

Из формулировки поставленной задачи (см. также структурную схему на рис. 2) следуют соотношения для потока  $\Pi_4$ :

$$\eta_{4,i} = \min\{\xi_{1,i}, \varkappa_{1,i} + \eta_{1,i}\}, \quad \varkappa_{4,i+1} = \varkappa_{4,i} + \eta_{4,i} - \eta_{2,i}, \quad \xi_{4,i} = \varkappa_{4,i}.$$

Нелокальное описание входных потоков и потоков насыщения состоит в указании некоторых свойств условных распределений выделенных дискретных компонент  $\eta_i = (\eta_{1,i}, \eta_{2,i}, \eta_{3,i}, \eta_{4,i})$  и  $\xi_i = (\xi_{1,i}, \xi_{2,i}, \xi_{3,i}, \xi_{4,i})$  маркированных точечных процессов  $\{(\tau_i, \nu_i, \eta_i); i \geq 0\}$  и  $\{(\tau_i, \nu_i, \xi_i); i \geq 0\}$  при фиксированных значениях метки  $\nu_i = (\Gamma_i; \varkappa_i)$ , где  $\varkappa_i = (\varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \varkappa_{3,i}, \varkappa_{4,i})$ . Введем функции  $\varphi_1(\cdot, \cdot)$  и  $\varphi_3(\cdot, \cdot)$  из разложений

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} z^{\nu} \varphi_j(\nu, t) = \exp\{\lambda_j t (f_j(z) - 1)\},$$

где  $f_j(z)$  определены выражением (1),  $j \in \{1, 3\}$ . Функция  $\varphi_j(\nu, t)$  по своему смыслу есть вероятность поступления  $\nu = 0, 1, \dots$  требований по потоку  $\Pi_j$  за время  $t \geq 0$ . Положим  $\varphi_j(\nu, t)$  равной нулю при  $\nu < 0$ . Функцию  $\psi(\cdot, \cdot, \cdot)$  зададим формулой

$$\psi(k; y, u) = C_y^k u^k (1 - u)^{y-k}.$$

По своему смыслу  $\psi(k; y, u)$  есть вероятность поступления  $k$  требований по потоку  $\Pi_2$  при условии, что очередь  $O_4$  содержит  $y$  требований и обслуживающее устройство находится в состоянии  $\Gamma^{(k,r)}$ , так что  $u = p_{k,r}$ . При нарушении условия  $0 \leq k \leq y$  положим  $\psi(k; y, u)$  равной нулю.

Пусть  $a = (a_1, a_2, a_3, a_4) \in \mathbb{Z}_+^4$  и  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{Z}_+^4$ . Тогда из постановки задачи на содержательном уровне следует, что при фиксированном значении метки  $\nu_i = (\Gamma^{(k,r)}; x)$  вероятность  $\varphi(a, k, r, x)$  одновременного выполнения равенств  $\eta_{1,i} = a_1, \eta_{2,i} = a_2, \eta_{3,i} = a_3, \eta_{4,i} = a_4$  есть

$$\varphi_1(a_1, h_T(\Gamma^{(k,r)}, x_3)) \times \psi(a_2, x_4, p_{\tilde{k}, \tilde{r}}) \times \\ \times \varphi_3(a_3, h_T(\Gamma^{(k,r)}, x_3)) \times \delta_{a_4, \min\{\ell(\tilde{k}, \tilde{r}, 1), x_1 + a_1\}},$$

где  $\tilde{k}$  и  $\tilde{r}$  таковы, что  $\Gamma^{(\tilde{k}, \tilde{r})} = h(\Gamma^{(k,r)}, x_3)$ , через  $\ell(k, r, j)$  обозначено количество требований в потоке насыщения  $\Pi_j^{\text{нас}}$ , когда обслуживающее устройство находится в состоянии  $\Gamma^{(k,r)}$ , и  $\delta_{i,j}$  есть символ Кронекера:

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Пусть  $b = (b_1, b_2, b_3, b_4) \in \mathbb{Z}_+^4$ . Из содержательной постановки задачи также следует, что вероятность  $\zeta(b, k, r, x)$  одновременного выполнения равенств  $\xi_{1,i} = b_1, \xi_{2,i} = b_2, \xi_{3,i} = b_3, \xi_{4,i} = b_4$  при фиксированном значении  $(\Gamma^{(k,r)}; x)$  метки  $\nu_i$  есть

$$(4) \quad \delta_{b_1, \ell(\tilde{k}, \tilde{r}, 1)} \times \delta_{b_2, \ell(\tilde{k}, \tilde{r}, 2)} \times \delta_{b_3, \ell(\tilde{k}, \tilde{r}, 3)} \times \delta_{b_4, x_4}.$$

Из формулы (4) следует для  $j \in \{1, 2, 3\}$ , что вероятность события  $\xi_{j,i} = 0$  равна 1 в случае  $h(\Gamma^{(k,r)}, x_3) \notin {}^j\Gamma$  и что вероятность события  $\xi_{j,i} = \ell(\tilde{k}, \tilde{r}, j)$  равна 1, если  $\Gamma^{(\tilde{k}, \tilde{r})} = h(\Gamma^{(k,r)}, x_3) \in {}^j\Gamma$ .

В предыдущих работах [12, 13] была исследована последовательность  $\{(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{3,i}); i \geq 0\}$  и была доказана ее марковость. Также для нее найдено достаточное условие существования стационарного распределения в виде выполнения системы

неравенств:

$$(5) \min_{k=0,d} \frac{\sum_{r=1}^{n_k} \ell(k, r, 1)}{\lambda_1 f'_1(1) \sum_{r=1}^{n_k} T^{(k,r)}} > 1, \min_{k=1,d} \frac{\sum_{r=1}^{n_k} \ell(k, r, 3)}{\lambda_3 f'_3(1) \sum_{r=1}^{n_k} T^{(k,r)}} > 1.$$

Содержательный смысл данных условий состоит в следующем. Среднее количество требований, поступающих за полный цикл работы светофора ( $\lambda_1 f'_1(1) \sum_{r=1}^{n_k} T^{(k,r)}$ ), не должно превышать максимально возможное количество обслуживаемых требований по данному потоку ( $\sum_{r=1}^{n_k} \ell(k, r, 1)$ ). Это условие должно выполняться для всех типов циклов функционирования перекрестков для обслуживания требований первого  $\Pi_1$  и третьего  $\Pi_3$  потоков.

### 3. Исследование системы управления тандемом с помощью имитационной модели

#### 3.1. ОПИСАНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

На основании физической постановки задачи и математической модели была построена компьютерная имитационная модель для тандема перекрестков. Первоначально фиксируются параметры входных потоков:  $\lambda_j$ ,  $p_\nu^{(j)} > 0$  ( $j = 1, 3$ ,  $\nu = 1, 2, \dots$ ); параметры перекрестков:  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_{\text{prolong}}$ ; параметры алгоритма управления перекрестками:  $\tilde{T}^{(1,1)}$ ,  $\tilde{T}^{(1,2)}$ ,  $\tilde{T}^{(2,1)}$ ,  $\tilde{T}^{(2,2)}$ ,  $\tilde{T}^{(2,3)}$ ,  $L$ . Здесь величины  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  и  $\mu_3$  описывают интенсивности обслуживания требований потоков  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  соответственно:  $\ell(k, r, j) = [\mu_j T^{(k,r)}]$ , если поток  $\Pi_j$  обслуживается и  $\ell(k, r, j) = 0$  если не обслуживается. Величина  $\mu_{\text{prolong}}$  описывает интенсивность обслуживания требований потока  $\Pi_2$  при продлении. Величина  $\mu_4$  определяет вероятность  $p_{k,r}$  проезда автомобиля между перекрестками для состояния  $\Gamma^{(k,r)}$  продолжительностью  $T^{(k,r)}$  по формуле  $p_{k,r} = 1 - \exp(-T^{(k,r)} \mu_4)$ .

Следующим шагом работы программы является объединение множеств состояний двух перекрестков и создание общего множества состояний для единой системы массового обслуживания. Это объединение осуществляется по схеме, описанной в постановке задачи. Также результатом работы на данном этапе является граф переходов из одного состояния обслуживающего устройства в другое.

Для решения вопроса о моменте завершения переходных процессов в системе производилась одновременная имитация системы с двумя различными начальными условиями. Во-первых, запускалась имитация системы при отсутствии ожидающих или находящихся на обслуживании требований в системе в момент начала ее функционирования, а во-вторых – при наличии ненулевого количества требований, находящихся в каждой очереди в момент начала функционирования системы. Следуя работе [16], систему при таких ненулевых начальных очередях будем в дальнейшем называть смещенной, а величины, подсчитанные для нее, будем отмечать верхним индексом «+». Напротив, систему при пустых начальных очередях называем несмещенной и относящиеся к ней величины выделяем верхним индексом «0». Ниже приведем алгоритм определения момента достижения системой стационарного режима по условию близости некоторых величин для смещенной и несмещенной систем. После завершения переходных процессов имитация продолжается лишь для несмещенной системы. В связи с этим отсутствие у некоторой величины верхнего индекса «0» и «+» будет указывать на то, что ее значение подсчитывается для системы, находящейся в стационарном режиме. В случае отсутствия у величины индекса «0» или «+» будем считать ее посчитанной для стационарного режима для несмещенной системы.

При построении компьютерной имитационной модели в работе существенно использовался кибернетический подход и, в частности, нелокальное описание введенных блоков. Это позволило избежать генерирования большого количества событий и их длительной обработки, сократив время имитации. В качестве состояния системы выбирался вектор длин очередей (количеств требований в очередях) для смещенной и несмещенной систем, а также состояния, в которых находятся обслуживающие устройства. Состояние системы моделировалось в моменты смены состояний обслуживающего устройства. Требования, поступающие на обслуживание по потокам  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$ , генерируются в начале каждого цикла моделирования в соответствии с законом их рас-

пределения. В качестве дополнительной статистики для каждого требования запоминаются моменты его поступления в систему и ухода из нее, а также время до начала его обслуживания.

Сравним предложенный в этой работе подход с известным методом дискретных событий, изложение которого можно найти в монографиях [17, 24] и используемого, например, в недавних работах по близкой тематике [16, 14]. Так, в рамках метода в качестве наблюдаемых событий обычно выбирались приход в систему или уход из системы каждого требования, каждое изменение состояния обслуживающего устройства и т.п. Таким образом генерируется все множество возможных событий и формируется исчерпывающее описание всего процесса обслуживания в системе. Для анализа системы такая информация, как правило, оказывается избыточной, поэтому в этой работе имитация происходит для нелокального описания системы.

Таким образом, имитационная модель в данной работе строится на основе единого, кибернетического подхода, примененного в предыдущем разделе для построения математической модели. Главным преимуществом такого подхода по сравнению с методом дискретных событий является удобная последовательность моментов наблюдения. Удобство наблюдения за системой только в моменты смены состояния обслуживающего устройства в том, что точные моменты прибытия требований могут быть смоделированы сразу для группы требований. Кроме того, при отсутствии информации о точном распределении времен пребывания требований внутри группы в случае кибернетического подхода появляется возможность приближенного моделирования этих времен — приписав всем требованиям группы время прибытия, совпадающее с началом актов функционирования системы.

Опишем имитационную модель более подробно. Пусть индекс  $j \in \{1, 3\}$  указывает на номер потока, а число  $n = 1, 2, \dots$  — на номер такта функционирования системы. В имитационной модели отслеживаются значения следующих величин:  $\gamma_{j,\nu}^0$  и  $\gamma_{j,\nu}^+$  — времена ожидания начала обслуживания требования с номером  $\nu$  потока  $\Pi_j$  в несмещенной и смещенной системах соответствен-

но;  $t_n$  — длительность  $n$ -го такта;  $\alpha_{in,j,n}^0$  и  $\alpha_{in,j,n}^+$  — количество требований потока  $\Pi_j$ , пришедших за  $n$ -й такт работы системы;  $\alpha_{out,j,n}^+$  и  $\alpha_{out,j,n}^+$  — количество требований потока  $\Pi_j$ , обслуженных на цикле с номером  $n$  работы системы;  $\beta_{j,n}$  равно количеству требований, находящихся в очереди  $O_j$ , если обслуживающее устройство только начало обслуживать очередь  $O_j$ , и равно 0 в остальных случаях;  $\zeta_{j,\nu}$  — время нахождения в системе требования  $\nu$  потока  $\Pi_j$  с момента его поступления и до момента выхода из системы. Заметим, что время  $\zeta_{1,\nu}$  считается с момента поступления требования в систему в качестве требования потока  $\Pi_1$  до момента выхода этого требования из системы после его обслуживания как требования потока  $\Pi_4$ . Каждый раз, когда в системе происходит событие, оно обрабатывается и значения отслеживаемых величин изменяются. Имитация заканчивается, если в системе не обнаружен стационарный режим за некоторое максимальное число тактов функционирования  $N_{nonstat}$ , или если количество тактов после достижения стационарного режима превышает некоторое фиксированное количество  $N_{stat}$ . Числа  $N_{nonstat}$  и  $N_{stat}$ , вообще говоря, зависят от параметров модели и должны быть тем больше, чем ближе параметры к границе области стационарности. Авторами экспериментально подобрано значение  $N_{nonstat} = N_{stat} = 100000$ , подходящее для всех наборов параметров, рассматриваемых в статье.

### 3.2. АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ДОСТИЖЕНИЯ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА

Как правило, под стационарным режимом на содержательном уровне понимают такой режим функционирования системы, устанавливающийся с течением времени, при котором выделенные ее характеристики остаются неизменными. Идея алгоритма определения момента достижения системой такого режима в данной работе заключается в следующем. Наблюдаем одновременно за динамикой смещенной и несмещенной систем и считаем для каждой из них некоторые усредненные величины. Момент, когда эти величины станут достаточно близки, считаем моментом окончания переходных процессов. Формализуем алгоритм. Зафикси-

136



руем параметры метода:  $0 < \delta_1$ ,  $1 < \delta_2$  и  $1 < \delta_3$ . В конце каждого такта будем считать значения

$$(6) \quad \gamma_{j,\cdot}^0 = \frac{1}{\tilde{\nu}_j^0} \sum_{\nu} \gamma_{j,\nu}^0, \quad \gamma_{j,\cdot}^+ = \frac{1}{\tilde{\nu}_j^+} \sum_{\nu} \gamma_{j,\nu}^+$$

средних времен ожидания обслуживания требований потоков  $\Pi_j$  в несмещенной и смещенной системах соответственно. Здесь  $\tilde{\nu}_j^0$  и  $\tilde{\nu}_j^+$  есть общее количество требований, пришедших по потоку  $\Pi_j$ ,  $j = 1, 3$ , в несмещенной и смещенной системах соответственно. Кроме того, для несмещенной системы будем считать количество требований для входящего и выходящего потоков:

$$(7) \quad F_{in,1}^0 = \sum_n \alpha_{in,1,n}^0, \quad F_{out,4}^0 = \sum_n \alpha_{out,4,n}^0$$

$$(8) \quad F_{in,3}^0 = \sum_n \alpha_{in,3,n}^0, \quad F_{out,3}^0 = \sum_n \alpha_{out,3,n}^0.$$

Стационарный режим считается достигнутым если выполнены все неравенства:

$$(9) \quad \frac{|\gamma_{j,\cdot}^0 - \gamma_{j,\cdot}^+|}{\gamma_{j,\cdot}^0} < \delta_1, \quad \frac{F_{in,1}^0}{F_{out,4}^0} < \delta_2, \quad \frac{F_{in,3}^0}{F_{out,3}^0} < \delta_3.$$

Заметим, что из-за сложности системы уже не достаточно учета только первого неравенства в (9), как было сделано, например, в работе [16]. Для большей стабильности критерия останковки для модели тандема систем были добавлены второе и третье условия в (9). Интуитивно эти условия означают, что при наличии стационарного режима в системе количество требований, поступивших на перекресток, не должно превышать количества требований, ушедших с него. Для вычислительной устойчивости в неравенствах допускается погрешность  $(\delta_j - 1)$ ,  $j = 2, 3$ .

### 3.3. ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА РАБОТЫ СИСТЕМЫ

После того как стационарный режим в системе достигнут, можно приступить к оценке основных показателей качества функционирования системы. С этой целью продолжается процесс имитации, но только для несмещенной системы. Необходимо получить оценки для математического ожидания времени пребывания произвольного требования потока  $\Pi_j$ ,  $j \in \{1, 3\}$ . За основу

были взяты известные в теории вероятностей и математической статистике оценки соответствующих количественных характеристик. Оценки для времени пребывания в системе были построены по наблюдениям за каждым обслуженным требованием выделенной реализации потока  $\Pi_j$ . Итак, для каждого  $j = 1, 3$  предлагаются следующие оценки для показателей качества работы системы по потоку  $\Pi_j$ :

- $\hat{E}\gamma_j = \frac{1}{\nu_j} \sum_{\nu} \zeta_{j,\nu}$  – оценка математического ожидания времени пребывания в системе произвольного требования потока  $\Pi_j$ .

Кроме того, имеет смысл получить оценки, характеризующие работу системы не по отдельному потоку, а для системы в целом. Для этого предлагается строить средние взвешенные оценки, где в качестве веса отдельному потоку приписывается интенсивность поступления его требований, т.е. величина, равная  $\lambda_j \sum_{\nu \geq 1} \nu p_{\nu}^{(j)}$ . Итак, имеем следующую оценку целевой функции:

- $$\hat{E}\gamma = \frac{\sum_{j \in \{1,3\}} (\lambda_j \sum_{\nu \geq 1} \nu p_{\nu}^{(j)}) \hat{E}\gamma_j}{\sum_{j \in \{1,3\}} \lambda_j \sum_{\nu \geq 1} \nu p_{\nu}^{(j)}}.$$

### 3.4. АНАЛИЗ ОБЛАСТИ СТАЦИОНАРНОСТИ СИСТЕМЫ

Для анализа функционирования тандема перекрестков были зафиксированы следующие параметры:

- $\lambda_1 = 0,35, p_1^{(1)} = 0,4, p_2^{(1)} = 0,4, p_3^{(1)} = 0,2, p_{\nu}^{(1)} = 0, \nu > 3;$
- $(\tilde{T}^{(1,1)}, \tilde{T}^{(1,2)}) = (20, 10), \mu_1 = 1,2;$
- $\lambda_3 = \{0,1; 0,2\}, p_1^{(3)} = 0,4, p_2^{(3)} = 0,3, p_3^{(3)} = 0,3, p_{\nu}^{(3)} = 0, \nu > 3;$
- $\mu_4 = 0,001.$

Здесь представлены два набора параметров, отличающихся лишь интенсивностью  $\lambda_3$  поступления групп требований по потоку  $\Pi_3$

(выделены жирным шрифтом). Для алгоритма управления перекрестками зафиксируем длительность  $\tilde{T}^{(2,3)} = 10$  продления зеленого сигнала светофора для потока  $\Pi_2$  и порог  $L = 10$  продления.

При фиксированном наборе параметров ( $\lambda_3 = 0,1$  либо  $\lambda_3 = 0,2$ ) проводилась серия экспериментов, в которых перебирались значения для длительности обслуживания  $\tilde{T}^{(2,1)} = \{1, 5, 9, \dots, 97\}$  требований потока  $\Pi_3$  и длительности обслуживания  $\tilde{T}^{(2,2)} = \{1, 5, 9, \dots, 97\}$  потока  $\Pi_2$ .

На рис. 4 представлены результаты экспериментов. По осям координат отложены значения  $T^{(2,1)}$  длительности обслуживания требований потока  $\Pi_3$  и значения  $T^{(2,2)}$  длительности обслуживания требований потока  $\Pi_2$ . Желтым цветом обозначены точки, в которых было определено достижение системой стационарного режима. Темно-зеленым цветом обозначены случаи отсутствия стационарности. Кроме того, на графике черным цветом изображена область стационарности, полученная из достаточных условий 5.

Из графика видно, что желтая область выходит далеко за границы черных линий. Это свидетельствует о том, что достаточное условие, полученное в работе аналитически, не является необходимым. Ввод дополнительного режима продления по высокоприоритетному потоку при отсутствии большого числа требований по низкоприоритетному потоку позволяет существенно расширить область стационарности системы. Интуитивно данный результат ожидаем: при отсутствии требований по одному из потоков другой поток получает дополнительный временной «запас» для обслуживания за счет продления.

Также на графике изображена область, ограниченная снизу серой линией. Эта область получена эмпирическими рассуждениями и дает «примерную» оценку области стационарности для системы с продлением. Рассуждения для вывода этой границы основаны на подсчете «среднего» количества времени, освобождающегося для обслуживания требований потока  $\Pi_2$  за счет продления.

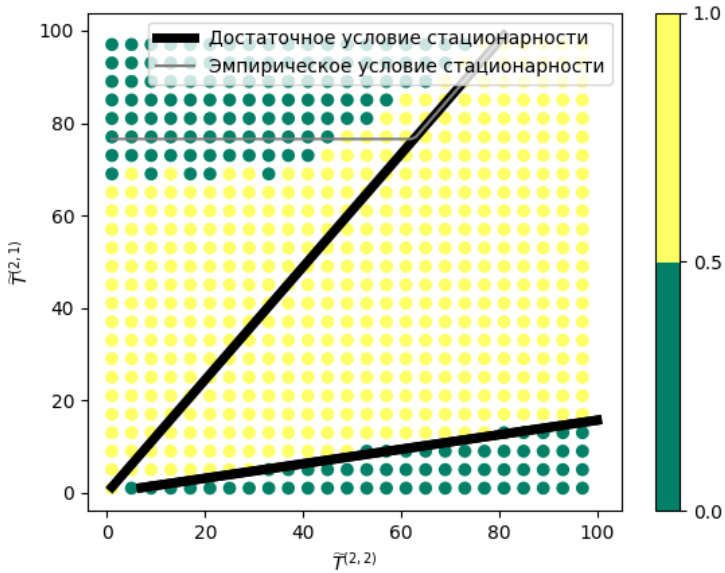


Рис. 4. Область стационарности системы.  $\lambda_3 = 0,1$ ,  $L = 10$

Более детально результаты эксперимента представлены на рис. 5. На этом рисунке каждому эксперименту соответствует посчитанная оценка средневзвешенной длительности ожидания одного требования. Чем более темным является цвет точки, тем лучше. Кроме присутствовавших на предыдущем рисунке границ, здесь присутствуют линии равных загрузок для случая циклического управления (синий цвет) и для случая циклического управления с продлением (голубой цвет). В работах [15] и [16] было отмечено, что оптимальные значения параметров с точки зрения средневзвешенного времени пребывания находятся вблизи ломаной равных квазизагрузок. При условии отсутствия продления ( $T^{(2,3)} = 0$ ) под нагрузкой системы, например, по потоку  $\Pi_1$ , естественно понимать величину

$$(10) \quad \frac{(T^{(2,1)} + T^{(2,2)})\lambda_1 \sum_{\nu \geq 1} \nu p_\nu^{(1)}}{[\mu_2 T^{(2,2)}]}.$$

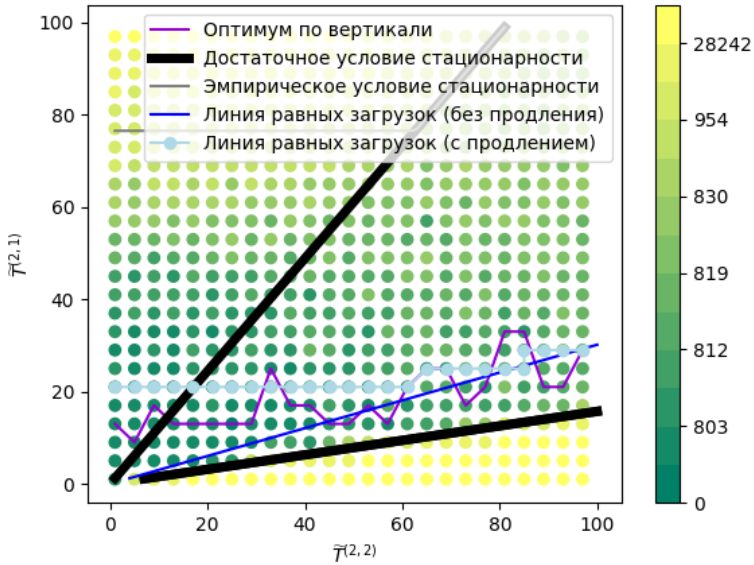


Рис. 5. Графики равных квазизагрузок

Тогда ломаную равных квазизагрузок определим из условия равенства загрузки системы по потокам  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$ :

$$(11) \quad \frac{(T^{(2,1)} + T^{(2,2)})\lambda_1 \sum_{\nu \geq 1} \nu p_\nu^{(1)}}{[\mu_2 T^{(2,2)}]} = \frac{(T^{(2,1)} + T^{(2,2)})\lambda_3 \sum_{\nu \geq 1} \nu p_\nu^{(3)}}{[\mu_3 T^{(2,1)}]}$$

График этой кривой изображен на рис. 5 синим цветом.

Далее встает вопрос о том, что считать загрузкой системы в случае отсутствия продления по низкоприоритетному потоку  $\Pi_3$ . В данной работе под загрузкой будем понимать отношение общего числа пришедших требований по потоку ( $\Pi_1$  или  $\Pi_3$ ) к общему числу обслуженных требований по этому потоку. Аналитически посчитать эти величины сложно, поэтому на графике представлена кривая равных загрузок, посчитанная на основе экспериментальных данных. Как видно из рисунка, такая кривая лучше «следует» за оптимальными значениями параметров,

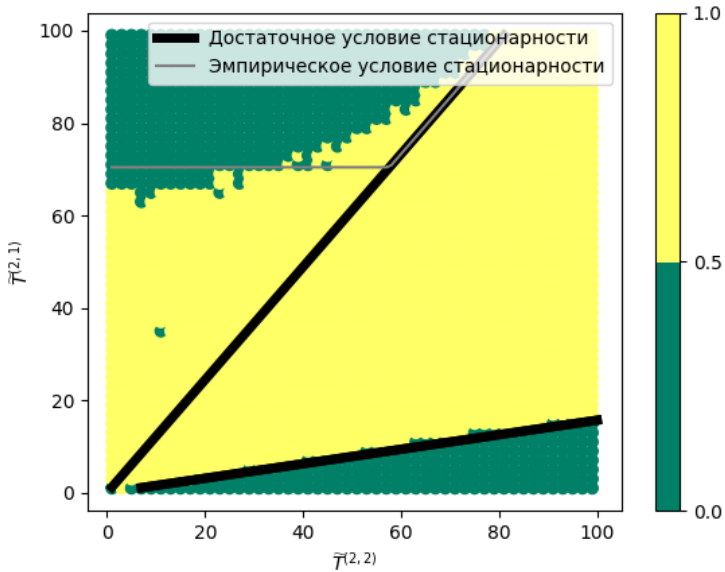


Рис. 6. Область стационарности для  $\lambda_1 = 0,1$

нежели кривая равных квазизагрузок для циклического алгоритма.

Поясним, что значит «кривая равных квазизагрузок лучше «следует» за оптимальными значениями параметров». Поставим задачу: при фиксированном значении времени обслуживания потока  $\Pi_2$  (величина  $T^{(2,2)}$  на рис. 5) найти такое значение времени обслуживания потока  $\Pi_3$  (величина  $T^{(2,1)}$  на рис. 5), при котором достигается минимум средневзвешенного времени пребывания требования в системе. Фиолетовая линия на рис. 5 демонстрирует динамику этих значений при изменении времен  $T^{(2,2)}$ . Видно, что «в среднем» голубая линия лучше аппроксимирует фиолетовую кривую, чем синяя. Особенно в окрестности прямой  $T^{(2,2)} = 0$ .

Завершая анализ экспериментальных данных, отметим следующие наблюдения.

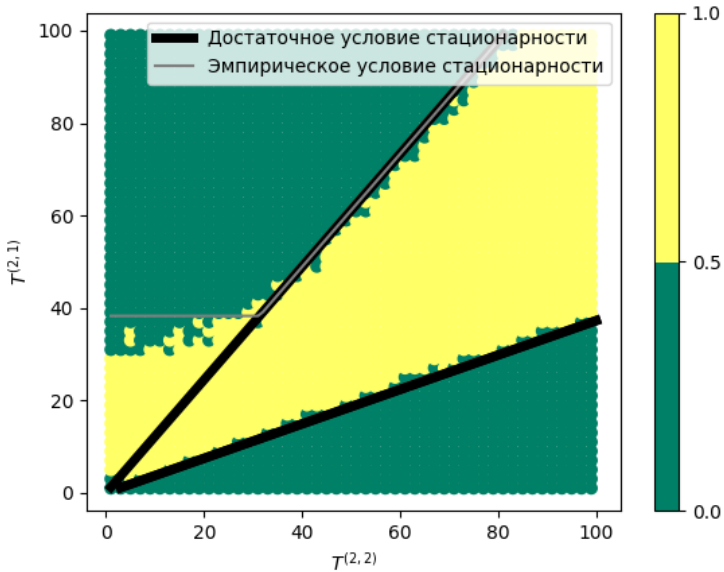


Рис. 7. Область стационарности для  $\lambda_1 = 0.2$  (справа)

- При увеличении интенсивности потока  $\Pi_2$  (или, что то же самое, интенсивности потока  $\Pi_1$ ) область стационарности сужается (см. Рис. 6, 7).
- С увеличением порога  $L$  продления область стационарности увеличивается.

#### 4. Заключение

На основе единого кибернетического подхода удалось построить строгую математическую и эффективную имитационную модели для сложной стохастической системы. Благодаря нелокальному описанию программная реализация имитационной модели оказалась проще в создании и производительнее по памяти и процессорному времени. Это позволило провести большое число экспериментов и получить более точные оценки целевых

характеристик системы. При помощи имитационной модели удалось подтвердить достаточные условия стационарности системы, полученные теоретически. Далее удалось расширить известную область стационарности путем проведения численных экспериментов с использованием алгоритма определения момента наступления стационарного режима в имитационной модели. Анализ кривых равных загрузок для циклического и нециклического (с продлением) случаев показал, что область оптимальных параметров лежит между этими кривыми. Однако найти точное взаимное расположение кривых равных квазизагрузок и оптимального набора параметров не удалось.

### **Литература**

1. БРОЙЕР Л., ДУДИН А.Н., КЛИМЕНОК В.И., ЦАРЕНКОВ Г.В. *Двухфазная система  $VMAP|G|1|N \rightarrow \rightarrow PH|1|M - 1$  с блокировкой* // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 1. — С. 117–130.
2. БУСЛЕНКО Н.П. *Моделирование сложных систем.* — М.: «Наука», 1978. — 399 с.
3. ЗОРИН А.В. *Кибернетический подход к построению и анализу математической модели тандема двух перекрестков* // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVI Международной конференции (Нижний Новгород, 20–25 июня 2011 г.). — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2011. — С. 179–183.
4. ЗОРИН А.В. *Устойчивость тандема систем обслуживания с бернуллевским немгновенным перемещением требований* // Теория вероятностей и математическая статистика. — 2011. — Вып. 84 — С. 163–176.
5. КЛИМЕНОК В.И., САВКО Р.Ч. *Двухфазная система с вторными попытками и нетерпеливостью запросов* // Автоматика и телемеханика. — 2015. — №8. — С. 78–93.



6. КЛИМЕНОК В.И., ТАРАМИН О.С. *Двухфазная система обслуживания с групповым марковским потоком и повторными вызовами* // Автоматика и телемеханика — 2010. — №1. — С. 3–17.
7. КЛИМЕНОК В.И., ТАРАМИН О.С. *Двухфазная система  $GI/PN/1 \rightarrow /PN/1/0GI/PN/1 \rightarrow /PN/1/0$  с потерями* // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 5. — С. 113–126.
8. КОЧЕГАНОВ В.М., ЗОРИН А.В. *Анализ потоков первичных требований в тандеме при циклическом управлении с продлением* // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2017): Материалы XVI Международной конференции им. А.Ф. Терпугова (29 сентября – 3 октября 2017 г.). — Томск: Изд-во НТЛ, 2017. — Ч. 1. — С.81–87.
9. КОЧЕГАНОВ В.М., ЗОРИН А.В. *Вероятностная модель тандема систем массового обслуживания с циклическим управлением с продлением* // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения: материалы Междунар. науч. конф., посвящ. 80-летию проф., д-ра физ.-мат. наук Г.А. Медведева, Минск, 23–26 февр. — 2015. — С. 94–99.
10. КОЧЕГАНОВ В.М., ЗОРИН А.В. *Дискретная модель колебания длины низкоприоритетной очереди в тандеме систем массового обслуживания при циклическом алгоритме с продлением* // Дискретные модели в теории управляющих систем: IX Международная конференция, Москва и Подмоскowie, 20–22 мая 2015 г. — С. 126–129.
11. КОЧЕГАНОВ В.М., ЗОРИН А.В. *Достаточное условие существования стационарного режима низкоприоритетной очереди в тандеме систем массового обслуживания* // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. — 2017. — Вып. 50. — С. 47–55.

12. КОЧЕГАНОВ В.М., ЗОРИН А.В. *Достаточное условие существования стационарного режима очередей первичных требований в тандеме систем массового обслуживания* // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. — 2018. — № 2. — С. 49–74.
13. КОЧЕГАНОВ В.М., ЗОРИН А.В. *Изучение процесса управления потоками первичных требований в тандеме систем обслуживания с циклическим алгоритмом с продлением* // Проблемы теоретической кибернетики: Материалы XVIII международной конференции (Пенза, 19–23 июня 2017 г.) / Под ред. Ю.И. Журавлева. — М.: МАКС Пресс, 2017. — С. 135–137.
14. ФЕДОТКИН А.М. *Моделирование и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными потоками Гнеденко–Коваленко*: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. — Нижний Новгород, 2010. — 150 с.
15. ФЕДОТКИН М.А. *Анализ и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными транспортными потоками Гнеденко–Коваленко* // Автоматика и телемеханика. — 2009. — №12. — С. 92–108.
16. ФЕДОТКИН М.А., РАЧИНСКАЯ М.А. *Имитационная модель циклического управления конфликтными неординарными пуассоновскими потоками* // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. — 2016.— №47. — С. 43–51.
17. ASMUSSEN S., GLYNN, P.W. *Stochastic simulation: algorithms and analysis*. — New York: Springer, 2007. — 476 p.
18. BALSAMO S., PERSONE V.D.N., INVERARDI P. *A review on queueing network models with finite capacity queues for software architectures performance prediction* // Performance Evaluation. — 2003. — Vol. 51. — P. 269–288.
19. GNEDENKO B.W., KONIG D. *Handbuch der Bedienungstheorie*. — Berlin: Akademie-Verlag, 1983. — 519 p.

20. GOMEZ-CORRAL A. *A matrix-geometric approximation for tandem queues with blocking and repeated attempts* // Operations Research Letters. — 2002. — Vol. 30, Iss.6. — P. 360–374.
21. GOMEZ-CORRAL A. *A tandem queue with blocking and Markovian arrival process* // Queueing Systems. — 2002. — Vol. 41, Iss.4. — P. 343–370.
22. GOMEZ-CORRAL A. *On a tandem G-network with blocking* // Advances in Applied Probability. — 2002. — Vol. 34, Iss.3. — P. 626–661.
23. KLIMENOK V.I., BREUER L., TSARENKOV G.V., DUDIN A.N. *The BMAP/G/1/N  $\rightarrow$  PH/1/M system with losses* // Performance Evaluation. — 2005. — Vol. 60. — P. 17–40.
24. LAW A.M., KELTON W.D. *Simulation modeling and analysis*. — McGraw-Hill, 2005. — 760 p.
25. PERROS H.G. *Queueing networks with blocking: exact and approximate solutions*. — New York: Oxford University Press, 1994. — 288 p.
26. REICH E. *Waiting times when queues are in tandem* // The Annals of Mathematical Statistics. — 1957. — Vol. 28, No. 3. — P. 768–773.
27. ZORINE A.V. *Stability of a tandem of queueing systems with Bernoulli noninstantaneous transfer of customers* // Theor. Probability and Math. Statist. — 2012. — Vol. 84. — P. 173–188.
28. ZORINE A.V. *Stability of a tandem queueing system with delayed Bernoulli transition of customers* // Abstracts of international conference «Modern stochastics: theory and applications II» Dedicated to the anniversaries of prominent Ukrainian scientists: Anatolij Skorokhod, Volodymyr Korolyuk and Igor Kovalenko, Kyiv, Ukrain, September 7-11. — 2010. — P. 76.

## STATISTICAL ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF A TANDEM QUEUING SYSTEMS UNDER PROLONGABLE CYCLIC SERVICE

**Andrei Zorine**, N.I. Lobachevsky National Research State University of Nizhny Novgorod, Doctor of Science, assistant professor (andrei.zorine@itmm.unn.ru)

**Victor Kocheganov**, N.I. Lobachevsky National Research State University of Nizhny Novgorod, PhD student (kocheganov@gmail.com)

*Abstract: Tandem of controlling systems under prolongable cyclic service is presented. There are high and low-priority input flows in each system. Customers of the first system are serviced in class of cyclic algorithms: high-priority customers are serviced fixed amount of time and low-priority customers are then serviced another fixed amount of time. After service high-priority customers of the first system are transferred to the second one. In the second system, customers are serviced in the class of cyclic algorithms with prolongations: in addition to cyclic service it is possible to prolong service of high-priority customers in case amount of low-priority customers is below predefined threshold. Due to cybernetic approach it had become possible to build mathematical model, define necessary random variables and elements with specific distribution, which form Markov chain and represent problem setting. Also it had become possible to construct simulation model to conduct statistical experiments. Paper proposed an algorithm for determining when a stationary mode is reached. Estimators for system performance characteristics are also discussed. Stationary mode existence domain is investigated by means of experiments. In so doing necessary conditions found by authors analytically are confirmed, and the possibility of their extension is demonstrated.*

Keywords: cybernetic control system, simulation model, cyclic algorithm with prolongations, multidimensional denumerable discrete-time Markov chain.

УДК 519.248

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.6

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии П.В. Пакушиным.*

*Поступила в редакцию 05.12.2018.*

*Дата опубликования 31.03.2019.*

## СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОГРАММ СТРАХОВАНИЯ ДОХОДА В РАСТЕНИЕВОДСТВЕ

Киселев В. Г.<sup>1</sup>  
(ФИЦ ИУ РАН, Москва)

*Приводятся особенности страхования дохода в сельском хозяйстве. В отличие от самой распространенной программы агрострахования – мультирисковой – в программе страхования дохода страхуются не только погодные потери урожая, но и потери от изменения прогнозной цены. Приводятся математические модели экономики страховой компании и агрофирмы при страховании дохода. Эти модели отличаются от моделей страхования урожая способом описания страховых выплат. В дополнение к случайным величинам – урожайностям страхуемых культур – в программах страхования дохода добавляются неопределенные факторы: реальные цены в момент уборки урожая. В программах страхования дохода присутствуют два типа информации: информация об урожайностях и информация о ценах на производимую продукцию. В расчетах присутствуют две цены – прогнозная цена в момент заключения договора и реальная цена в момент уборки урожая, по которой вычисляются страховые выплаты. Информация об урожайности культур представляется статистическими временными рядами с различными трендами, объясняемыми как изменением погодных условий, так и наличием антропогенного фактора. Предлагается способ обработки информации на основе задания тренда в виде линейного сплайна, коэффициенты которого определяются с помощью метода наименьших квадратов. Обсуждаются важные информационные проблемы, связанные с прогнозной ценой на производимую продукцию. Предлагается некоторый способ использования информации как о ценах, так и об урожайности.*

Ключевые слова: агрострахование, критерии, информационная база, вероятностные характеристики, имитационное моделирование.

### 1. Введение

Практически для всех видов страхования разработаны приемлемые методики, основанные на имеющихся в достаточной мере статистических данных и использующие современные достижения актуарной математики (последние достижения в актуарной математике приведены в [2]). Исключение составляет страхование в сельском хозяйстве и особенно в его расте-

---

<sup>1</sup> Валерий Георгиевич Киселев, к.ф.-м.н., доцент (vgkiselev@yandex.ru).

ниеводческой отрасли. В работах [7–9] отмечались основные особенности страхования сельскохозяйственного производства.

Главная особенность заключается в том, что для обоснования различных программ агрострахования не хватает основного – достаточной информационной базы. Если в классических видах страхования все необходимые величины описываются известными законами распределения, и необходимые исследования проводятся с применением известных методов актуарной математики, то в агростраховании все сложнее. Хотя для урожайностей почти всех культур имеются достаточно длинные временные ряды, но в них явно проявляются различные тренды, затрудняющие проводить анализ и прогнозирование этой информации. Поэтому на практике используют данные лишь за последнее небольшое число лет. Это, естественно, ограничивает возможности исследований. Не исключены даже такие, правда нечастые случаи, когда нет даже минимальной информации об урожайности страхуемой культуры, особенно когда речь идет о страховании вновь созданных агрофирм или об использовании инновационных методов производства, или о страховании интродуцируемых культур.

В растениеводческой отрасли существует два вида программ страхования: программы страхования урожая, в которых страхуются риски, связанные с погодными явлениями, и программы страхования дохода, которые гарантируют компенсацию потерь производителя сельскохозяйственной продукции не только от недобора урожая, но и от падения цен на производимую продукцию.

Первый вид страховых программ рассмотрен, в частности, в работах автора [7–9, 29]. В данной работе рассматривается другой вид агрострахования – программы страхования дохода в растениеводческой отрасли. Если при страховании урожая цена на производимую продукцию считается известной, то при страховании дохода эта цена является еще одним неконтролируемым фактором. Это, пожалуй, основное отличие от программ страхования урожая.

Страхование дохода было впервые опробовано в США в 1995 г. В настоящее время программы страхования дохода действуют во многих странах. Спрос на такое страхование

очевиден, поскольку обеспечивает более прямую защиту производителя по сравнению со страхованием урожайности.

Специалисты по страхованию отмечают, что колебание цен на глобальных рынках сельскохозяйственной продукции достигло такого уровня, что производители часто рассматривают колебания цен настолько же серьезным источником риска, как и колебания урожайности.

Приводится статистика (например в [5]), что у фермеров наиболее популярны программы страхования доходов по производству отдельных культур и страхования доходов от производимой продукции. В частности, структура всех собранных страховых премий в США распределяется следующим образом: по программам страхования доходов собирается 60% всех премий, по программам страхования урожая – 20%. Остальные 20% страховых сборов составляют страховые премии от некоторых специальных программ страхования дохода и страхования урожая, а также от специальных программ с федеральным субсидированием по отдельным видам культур, фруктов, овощей.

В России страхование дохода в растениеводческой отрасли пока отсутствует и разработка методов обоснования этого вида страхования весьма актуальна.

## **2. Цель и задачи исследования**

Инициативы по созданию программ страхования дохода, движимые высоким спросом на рынке, должны быть подкреплены системными исследованиями и, естественно, надежным математическим обоснованием.

Поскольку в агростраховании всегда присутствуют три участника: страховая компания, страхователь – агрофирма, и государство, в таком исследовании должны быть отражены интересы всех этих участников.

Целью данного исследования является создание системы математических моделей, с помощью которых можно будет обоснованно выбирать параметры возможных программ страхования дохода агрофирм.

Соответственно, и решаемые задачи – это разработка моделей функционирования страховой компании, моделей оценки

страхования дохода для агрофирм при условии соблюдения интересов государства. При разработке таких моделей необходимо учитывать тот важный факт, что вся доступная информация представляет собой только статистические ряды урожайностей и цен на продукцию растениеводства за ряд лет.

При разработке моделей страхования дохода следует учитывать результаты сходных работ [7–9] по моделированию программ страхования урожая, учитывая при описании программ страхования дохода только присущие им особенности. В частности, при страховании дохода страховые премии и выплаты в страховом случае определяются по-другому и, следовательно, при составлении моделей необходимо это учитывать. Этим данная работа должна отличаться от цитированных выше. В тех случаях, когда вычисления при страховании дохода практически ничем не отличаются от соответствующих вычислений страхования урожая, они будут приводиться лишь схематически.

Все эти перечисленные задачи будут рассмотрены на примере одной, самой распространенной, программы агрострахования дохода и ее некоторого варианта.

### **3. Обзор литературы по страхованию дохода в растениеводстве**

Сначала несколько слов об отечественных публикациях на тему агрострахования. Что касается экономико-математических моделей агрострахования, то публикации на эту тему вообще отсутствуют, а в доступных отечественных публикациях (например, [5, 11, 13]) приводятся лишь словесные описания некоторых программ и даются некоторые рекомендации относительно значений традиционных параметров страхования, таких как величина страхового тарифа, степень участия государства в данной страховой программе и т.д.

Несколько другая ситуация с зарубежными публикациями на тему агрострахования. Вообще говоря, этой проблеме посвящено очень большое количество публикаций (эту оценку дает Google Scholar), но в них практически во всех рассматриваются только фактические результаты применения различных про-



грамм страхования в различных регионах всего мира, т.е. оценивается влияние агрострахования на изменение уровня жизни населения.

Приведем несколько примеров таких работ. В работе [19] обсуждается вопрос использования страхования как способ минимизации риска в сельском хозяйстве. В [19] исследуется важный вопрос о влиянии различных факторов на решение фермеров в конкретном штате США о страховании своего производства растениеводческой продукции, а в работе [26] на основании детального анализа различной информации в течение 11 сезонов в ряде районов Индии предлагаются некоторые изменения в существующей страховой политике с целью повышения ее эффективности. В работе [27] наряду с рассмотрением теоретических вопросов влияния неопределенностей на страхование урожая фермеров проводится анализ применения страхования в Бангладеш. Основным результатом этого анализа заключается в том, что существующее агрострахование не смогло привлечь фермеров, которые не увидели преимуществ предложенной программы страхования – страховые тарифы завышены и не соответствуют рискам при производстве различных культур.

В качестве примера зарубежных опубликованных работ, использующих математические методы исследования, приведем несколько характерных работ. В работе [21] рассматриваются варианты хеджирования доходов при неопределенности в величине урожая и цене на эту продукцию. Этими вариантами являются опционы, фьючерсы и страхование урожая и дохода. С помощью численного моделирования показана целесообразность использования опционов (в дополнение к фьючерсам), а также использование фьючерсов в сочетании со страхованием урожая. В следующей работе [22] развиваются исследования на эту тему. При этом авторы пытаются некоторыми способами учитывать несовершенство имеющейся статистической информации. В работе [18] отмечается важность этого фактора, вплоть до того, что делается вывод о том, что при малом объеме информации даже невозможно будет реализовывать программы страхования.

Анализируя работы, посвященные теме агрострахования, можно сделать вывод, что в них рассматриваются отдельные частные вопросы, а для полного, комплексного исследования проблемы агрострахования этого недостаточно, поскольку для оценки конкретной программы агрострахования необходимо учитывать интересы всех участников, которые определяются определенным набором критериев.

#### **4. Некоторые программы страхования дохода агрофирм в растениеводческой отрасли**

Поскольку опыт страхования дохода в аграрном секторе существует только в ряде зарубежных стран, будем ссылаться на их опыт и, в частности, на опыт наиболее продвинутой в этом вопросе страны – США. Далее вся использованная информация получена из интернета.

Существует несколько видов программ страхования дохода. В качестве примера мы сейчас схематично опишем самую распространенную за рубежом программу страхования дохода (и ее одну разновидность). Эта программа базируется на имеющейся информации об урожайности каждого индивидуального сельскохозяйственного производителя и защищает его от снижения дохода в результате падения урожайности и/или падения цен на производимую продукцию. Эту программу можно назвать мультирисковой программой страхования дохода по аналогии с программой страхования урожая, исследованию которой были в основном посвящены вышеупомянутые работы автора. Данная страховая программа гарантирует определенный уровень дохода, который называется полной гарантией. Для расчета полной гарантии используется цена, которая является максимальной из двух цен – прогнозной весенней цены на урожай (базовой цены) и осенней цены в момент уборки урожая. Страховая же премия рассчитывается исходя из базовой (весенней) цены. Возмещение выплачивается тогда, когда полученный доход (вычисляется исходя из осенней цены в период уборки урожая) меньше полной гарантии на всей застрахованной площади.

***Одно замечание относительно терминологии.***

Для дальнейшего описания программы страхования доходов необходимо уточнить некоторые экономические понятия, которые будут использоваться. Приведенные ниже формулировки представляются методически правильными и соответствуют принятым для описания математических моделей производства, например в книге [6].

**Выручка** представляет сумму реализации товара по проданной цене. Как правило, выручка от реализации товара фиксируется в момент отгрузки товара. В агростраховании выручка фиксируется в момент уборки урожая.

**Доход** – это выручка за вычетом материальных затрат и косвенных налогов (налог на добавленную стоимость, акцизный сбор, если такой существует, и другие налоги).

Таким образом, из описания этой программы и введенных определений следует, что в данном случае «страхование дохода» означает страхование валовой выручки производителя от продажи ожидаемого урожая по существующей цене в момент уборки урожая. Страховые выплаты производятся в случае если в момент уборки урожая реальная выручка, определяемая как ожидаемый объем урожая, умноженный на существующую на тот момент цену продукции, оказывается меньше некоторой заранее оговоренной гарантированной выручки из-за воздействия факторов, предусмотренных страховой защитой – погодные риски и изменения цены. В данном случае для страховщика не имеет значения, погодные условия или рыночные факторы обусловили снижение дохода производителя ниже гарантируемого уровня. Страховое возмещение выплачивается в любом случае.

Как следует из сказанного выше, описанные «программы страхования дохода» по существу являются программами страхования выручки, но мы в дальнейшем будем пользоваться принятыми определениями, чтобы не вносить путаницу, т.е. рассматриваемые программы будем называть программами страхования дохода.

## 5. Математическая формализация программы страхования дохода

Будем считать, что в общем случае в программах страхования дохода может участвовать государство. Это предположение оправдано тем, что практический опыт применения как программ страхования дохода, так и программ страхования урожая, показывает, что государство является активным участником этой операции (см.[5, 11, 13]). Таким образом, в этом виде страхования, как и при страховании урожая, также имеется три участника: страхователь – фермер, страховая компания и государство. Чтобы быть жизнеспособной, программа страхования должна быть приемлемой для всех участников акции страхования. Для этого необходимо провести соответствующие исследования, привлекая, в частности, методы математического моделирования. Такие модели для мультирисковой программы страхования производства сельскохозяйственных культур были изложены в работах автора [7-9]. В данной работе будут проведены аналогичные исследования для мультирисковой программы страхования дохода от производства сельскохозяйственных культур.

Рассмотрим сначала случай страхования урожая одной культуры одной фирмой на площади  $S$ .

Введем необходимые обозначения. Пусть

$u$  – урожайность культуры в хозяйстве в момент уборки (случайная величина);

$Eu$  – ее среднее значение;

$r$  – величина страхового возмещения;

$c_{\Pi}$  – прогнозируемая весной на период уборки (так называемая базовая) цена;

$c$  – реальная цена продукции в момент уборки урожая;

$c_{\Gamma}$  – так называемая «гарантированная» цена.

Если гарантированная цена равна прогнозной, т.е.

$$c_{\Gamma} = c_{\Pi},$$

то это – программа страхования дохода хозяйства (назовем ее программой А), а если гарантированная цена реагирует на повышение продажной цены и

$$c_r = \max [c_n, c],$$

то это так называемая программа страхования дохода от выращивания культуры. Это самая распространенная программа страхования дохода. Назовем ее программой Б.

Поскольку  $c_n \leq c_r$ , то гарантированная выручка в программе А меньше, чем в программе Б, но и сама программа для страхователя будет менее затратной. Поэтому данную программу страхования дохода можно рассматривать в качестве альтернативной.

С помощью гарантированной цены вводится понятие полной гарантии дохода с единичной и со всей площади. Обозначим их соответственно,  $v_r$  и  $B_r$ , причем  $B_r = v_r \times S$ .

По аналогии с программой страхования урожая (страховой стоимостью) введем страховой коэффициент  $\alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ , и полную гарантию выручки определим как

$$v_r = \alpha c_r E y.$$

Как и в программе страхования урожая, можно ввести понятие страховой урожайности  $y_\alpha = \alpha E y$ . Тогда полная гарантия выручки

$$v_r = c_r y_\alpha,$$

страховая премия равна

$$\pi = \delta c_n y_\alpha = (1 + \theta) E r.$$

Последнее равенство выражает принятое в актуарной математике выражение для страховой премии (см. [2]), где  $\theta$  – страховая надбавка страховой компании,  $\delta$  – страховой тариф, связанный с  $\theta$  соотношением

$$\delta = (1 + \theta) \frac{E r}{c_n y_\alpha}.$$

Страховое возмещение выплачивается тогда, когда выручка оказывается меньше полной гарантии. Таким образом, программа страхования компенсирует падение выручки как в результате падения цен, так и в результате снижения урожайности. В общем случае страховое возмещение равно

$$r = (v_r - c y)_+ = (c_r y_\alpha - c y)_+,$$

где знак (+) означает функцию Хевисайда.

Перечислим теперь минимальный набор критериев для оценки данной программы агрострахования дохода. Он практически такой же, как и в программе страхования урожая:

$\Phi_0$  – доля участия государства в данной программе страхования дохода от выращивания культуры;

$\Phi_1$  – вероятность недополучения запланированного дохода (выручки);

$\Phi_2$  – величина этого запланированного дохода;

$\Phi_3$  – средний доход агрофирмы;

$\Phi_4$  – средний доход страховой компании;

$\Phi_5$  – вероятность неразорения страховой компании, которая, в частности, определяется ее начальным капиталом.

Выше было сказано, что при страховании дохода будет учтена возможность участия государства. Величину господдержки будем задавать некоторым коэффициентом  $0 \leq \gamma \leq 1$ , определяющим часть платежа, который производится за счет федерального и местного бюджетов (это и есть значение критерия  $\Phi_0$ ). Естественно, что чем больше господдержка  $\gamma$ , тем выгоднее агрофирме, заключающей договор. На доходы страховой компании величина господдержки напрямую не влияет, поскольку страховщику безразлично, от кого он получает договорную сумму. Но сам факт заключения договора страхования существенно зависит от величины господдержки, поскольку для агрария это является определяющей величиной.

Сейчас рассмотрим влияние страхования на экономические показатели агрофирмы. Первый показатель, ради чего и производится страхование дохода, – это надежность его получения.

Под этой надежностью будем понимать величину гарантированной выручки  $v_r$  и вероятность получения этой гарантированной выручки. Эта вероятность с учетом введенных ранее обозначений равна

$$P(v \geq v_r) = 1 - P\left[ y < y_\alpha \frac{c_r}{c} \right].$$

В этих соотношениях  $y_\alpha$  и  $c_\Pi$  – детерминированные величины, а остальные три –  $y$ ,  $c$  и  $c_r$  – случайные. Прогнозная цена на урожай  $c_\Pi$  является детерминированной величиной, поскольку

это просто согласованная между страхователем и страховщиком конкретная величина, выбор которой естественно опирается на предыдущий опыт, а гарантированная цена  $c_r = \max [c_n, c]$  (в программе Б – страхования дохода от выращиваемой культуры) – случайная, как функция случайной величины  $c$ ).

После этих замечаний нужные нам выражения для соответствующих вероятностей мы можем записать в общем виде как

$$P \left[ y < y_\alpha \frac{c_r}{c} \right] = \int_{y < y_\alpha \frac{c_r}{c}} dF(y, c) .$$

Здесь  $F$  – совместная функция распределения соответствующих случайных аргументов, о которой будет идти речь ниже, а знак интеграла – символическая запись, аналогичная одномерному интегралу Стильтьеса.

Рассмотрим теперь другой показатель агрофирмы – ее средний доход при страховании дохода. Этот средний доход (выручка) агрофирмы (с единичной площади) равен

$$Ed_f = Ecy + Er - E\pi_f = Ecy + \psi Er ,$$

где

$$\psi = \gamma - \theta(1 - \gamma), \quad \pi_f = (1 - \gamma)\pi .$$

Перейдем теперь к критериям, характеризующим финансовую деятельность страховой фирмы при страховании дохода. Первый, и он же основной, показатель – это средний доход фирмы от этой деятельности.

Ежегодный доход страховой фирмы равен полученным платежам по данной страховой программе минус выплаты по рискам, т.е.

$$d_f = \pi - r$$

и, соответственно,

$$Ed_f = \pi - Er = \theta Er .$$

Еще одним важным показателем, связанным с устойчивой деятельностью страховой фирмы, является вероятность ее банкротства. (критерий  $\Phi_5$ ).

Функционирование страховой фирмы при страховании дохода практически ничем не отличается от ранее рассмотренного

случая страхования урожая и может быть исследовано аналогичным образом. В частности, в работе [7] были предложены два метода решения задачи неразорения страховой фирмы при условии, что известна только эмпирическая функция распределения урожайности. Для страхования дохода по той же методике также можно получить решение этой задачи.

Там же было отмечено, что решение таких модельных задач (страхования одним хозяйством одной культуры) представляет только теоретический интерес, а на практике решение задачи неразорения неизмеримо сложнее и для ее решения необходимо использовать методы стохастического моделирования.

Таким образом, для вычисления критериев, характеризующих, программу страхования дохода, необходимо уметь вычислять следующие интегралы:

$$Ecy = \int cy dF(cy), Er = \int (e_r - cy)_+ dF(y, c), Ey = \int ydF(y).$$

Сами же критерии зависят от свободных параметров программы. Свободными параметрами в данной программе страхования дохода являются:

$\gamma$  – доля участия государства в страховании – это в то же время является критерием оценки деятельности государства;

$\theta$  – величина страховой надбавки (известный в страховании параметр, обеспечивающий финансовое существование страховой фирмы) или величина страхового тарифа  $\delta$  ;

$\alpha$  – величина страхового коэффициента (эта величина определяет значение страховой урожайности).

Будем считать, что все эти параметры зафиксированы и сейчас поставлена задача, как вычислить значения вышеперечисленных критериев. Для этого необходимо знать функции распределения

$$F(y), F(c), F(y, c).$$

Исследование этой проблемы начнем с рассмотрения функций распределения одной переменной.



## **6. Обработка статистической информации по растениеводству**

### **6.1. АНАЛИЗ ИМЕЮЩЕЙСЯ ИНФОРМАЦИИ ОБ УРОЖАЙНОСТИ КУЛЬТУР И ЦЕНАХ НА ПРОИЗВОДИМУЮ ПРОДУКЦИЮ**

Для построения эмпирической функции распределения необходимо иметь достаточно длинные статистические ряды. Для урожайности культур такая информация имеется как для всей России в целом, так и для отдельных административных единиц в ежегодных статистических справочниках. В работе [9] приведены ряды урожайностей двух культур – картофеля и зерновых в России за 1970–2008 г.г. и проведен анализ этих данных. При анализе этих данных учитывалось, что урожайность в данном районе зависит от трех основных факторов:

- климатических условий, которые со временем имеют тенденцию к изменению;
- научно-технического прогресса – использования новых перспективных сортов, современных технологий и современной техники;
- человеческого фактора – качества выполняемых работ.

Если первый, климатический, фактор определяет в основном разброс получаемых урожаев, то второй и третий факторы в значительной степени определяют тренды средних значений. В результате анализа имеющихся статистических данных были сделаны следующие выводы. Падение урожайностей на 10-летнем интервале примерно с 1988 по 1998 год, совпадающем с периодом не очень понятных преобразований в стране, можно объяснить всеобщей неразберихой, а после этого в связи со стабилизацией обстановки в целом по стране наблюдается рост урожайности. Таким же образом можно объяснить медленный положительный тренд до 1988 года, когда сельскому хозяйству стали уделять большое внимание. Однако это всего лишь один из возможных способов объяснения подобных явлений. По-видимому найдутся и другие правдоподобные объяснения, в частности, возможно, что эти тренды объясняются климатическими изменениями. В общем, здесь ситуация абсолютно иден-

тична той, которая наблюдается с объяснениями изменения климата, когда одни специалисты считают, что наблюдается всеобщее потепление и объясняют причины этого явления, а другие с не меньшей убежденностью объясняют наблюдаемый факт повышения температуры временным явлением, за которым последует похолодание.

Таким образом, мы отметили влияние антропогенного фактора на урожайность сельскохозяйственных культур, и это влияние может существенно изменить характеристики случайной величины – урожайности.

Мы также будем считать, что подобная информация имеется и для цен на производимую продукцию, хотя для России такая информация может быть не ранее 2000-х годов.

Сделаем теперь еще одно важное замечание – о коррелированности урожайностей сельскохозяйственных культур в зоне агрострахования региона, позволяющее упростить использование имеющейся информации.

На рис. 1 исследуемые данные представлены на плоскости, где по осям – урожайности двух культур, причем взята только информация с 1970 г. до 1990 г., когда сельское хозяйство функционировало более или менее в спокойном режиме (прямая линия – это линейная аппроксимация представленных точек по методу наименьших квадратов).

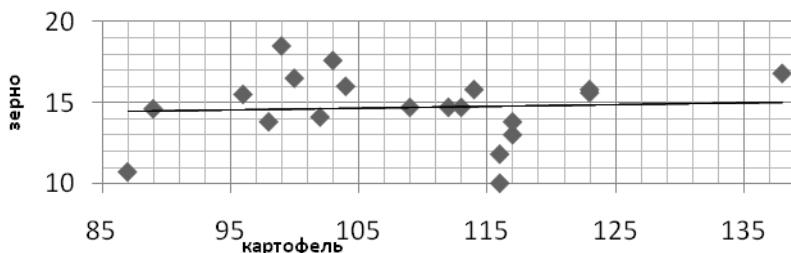


Рис. 1.

Из рисунка видно, что урожайности этих культур не являются независимыми. Это и понятно, поскольку, как правило, погодные условия, благоприятные для одной культуры, являются благоприятными и для других культур, выращиваемых в

данном конкретном районе, и наоборот, такие катаклизмы, как засуха, холодное лето и прочее неблагоприятно сказываются на урожайности всех культур. Однако это не всегда так. Например, на урожайность картофеля влияют в основном летние климатические условия, а для урожайности озимых зерновых важно также, какая была зима.

Таким образом было выявлено, что в статистических рядах урожайностей присутствуют как положительные, так и отрицательные тренды. Для прогноза урожайности целесообразно учитывать данные, соответствующие последнему тренду, а для построения функции распределения отклонения от этого тренда желательно использовать всю имеющуюся информацию. Для решения такой задачи в [29] был предложен метод, удовлетворяющий этим требованиям.

## 6.2. СПЛАЙН-ТРЕНД И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Основные результаты на эту тему были изложены в цитированной выше работе. Здесь мы кратко изложим разработанные там методы.

### Построение общего тренда

Пусть в результате анализа временных рядов выявлено несколько интервалов с разными трендами. Будем считать, что общий тренд можно представить в виде линейного сплайна, т.е. на каждом интервале имеется свой тренд в виде линейной функции, а во внутренних граничных точках значения соседних линейных функций совпадают. (Сплаины более высокого порядка в данном случае рассматривать не имеет смысла).

Таким образом, на  $n$ -м интервале урожайность определяется уравнением

$$y^n(t) = a^n + b^n t + \varepsilon(t),$$

где  $\varepsilon(t)$  – на всех интервалах случайные некоррелированные величины с  $E\varepsilon = 0$  и постоянной дисперсией.

Неизвестные коэффициенты  $a^n$ ,  $b^n$  определяются методом наименьших квадратов с дополнительными условиями равенства значений трендов в левой и правой точках каждого интервала. Вычитая из всех имеющихся измерений величину соответ-

ствующего тренда, получим последовательность значений случайной величины

$$\varepsilon_j = y_j - \alpha^n - \beta^n t_j$$

и по ним построим  $F(\varepsilon)$  – эмпирическую функцию распределения величины  $\varepsilon$ . Эмпирическая функция распределения урожайности  $y$  будет отличаться от  $F(\varepsilon)$  только сдвигом, т.е.

$$F(y, t) = F(\varepsilon + \alpha^n + \beta^n t).$$

### **Экстраполяция статистических рядов**

Будем предполагать, что при заключении договора страхования имеется информация об урожайности за несколько предыдущих лет, включая последний год  $t_M$ . Тогда при всех расчетах под расчетной урожайностью надо понимать будущую урожайность в году заключения договора, т.е. в году  $t_M + 1$ . Следовательно, надо уметь прогнозировать имеющуюся информацию по крайней мере на один год вперед. Методы такого прогноза, включая оценку его точности, рассмотрены в работе [29]. В рекомендациях по агрострахованию используется простейший способ экстраполяции – на основе среднего значения, причем среднее значение урожайности вычисляется за последние несколько лет (это небольшое количество лет, обычно порядка пяти).

Величина этого интервала никак не обосновывается, да это и трудно сделать, поскольку нет уверенности в том, что будет в будущем на самом деле. Если предположить, что тренд мал, то увеличение интервала усреднения позволяет получить более надежное среднее на перспективу, но при наличии заметного тренда увеличение интервала усреднения ведет к заметному искажению прогноза. В подобных случаях приходится выбирать некоторое компромиссное значение этого интервала. Возможно, выбору такого компромисса могут помочь доверительные границы оценки среднего, для вычисления которых приведены соответствующие формулы.

### **6.3. ЗАМЕЧАНИЕ ОБ ИНФОРМАЦИИ О ЦЕНЕ НА ПРОИЗВОДИМУЮ ПРОДУКЦИЮ**

В данной программе страхования – программе страхования дохода – появляются новые неконтролируемые величины совершенно другой природы – это цены на производимую продукцию в момент уборки урожая. В [29] уже обсуждался этот вопрос, поэтому здесь мы укажем основные особенности такой цены.

Идеальный рынок предполагает, что снижение уровня урожайности способствует повышению цен, и наоборот, уровень урожайности, превышающий средний, является причиной снижения цены. Таким образом, в условиях идеального рынка должна существовать отрицательная корреляция уровня урожайности и цены, но реальный рынок отличается от идеальной модели.

В обзоре компании Munich Re ([15]) выделяется четыре основных отличия.

- Наблюдается большое количество случаев значительного снижения урожайности на местном уровне без всякого влияния на глобальный рынок, поскольку, например, в других регионах показатели урожайности превышают средний уровень и, следовательно, компенсируют снижение урожайности в данном регионе.

- Значительные запасы продукции могут компенсировать последствия снижения уровня урожайности на региональном или глобальном уровне.

- Мировой кризис может способствовать снижению спроса на определенные виды сельскохозяйственной продукции и удерживать цены от повышения.

- Реакция финансовых рынков на колебания цен или только ожидания колебаний часто является иррациональной (необъяснимой с точки зрения разума).

Для того чтобы системно исследовать любую программу страхования дохода, необходимо проанализировать ситуацию и принять какую-то концепцию из возможных и проводить соответствующие расчеты.

Будем считать, что за последние ряд лет имеется информация о цене выращиваемого продукта и об урожайности страхуемой культуры. Для вычисления характеристик программы страхования дохода от выращиваемой культуры этой информации недостаточно. Выше мы обсуждали вопрос о корреляции урожайности и цены и отмечали неопределенность в назначении цены на выращиваемую продукцию.

Возможны три случая.

Первый случай:  $c$  – детерминированная величина, не зависящая ни от чего. К этому случаю относятся рассмотренные выше все варианты неидеального рынка. В этом случае все сводится к одной случайной переменной  $y$ .

Второй случай:  $c$  и  $y$  – случайные некоррелированные величины. Тогда  $F(c, y) = F(c)F(y)$ , и тогда также все просто вычисляется.

Третий случай:  $c$  и  $y$  – коррелированные величины. Здесь мы для определенности будем считать, что цена и урожайность связаны линейной зависимостью:

$$c = \lambda + \mu y + \eta,$$

$\eta$  – случайная величина, не зависящая от  $y$ .

Более сложные зависимости из-за неопределенности этого вопроса рассматривать не имеет смысла. В этом случае, пользуясь известной техникой теории вероятностей, можно построить необходимые функции распределения и вычислить все необходимые характеристики.

В противном случае (когда нет уверенности в существовании определенной корреляционной связи) проблему возможно решить только методами имитационного моделирования, задаваясь некоторыми вариантами прогнозной цены.

## **7. Страхование дохода нескольких агрофирм и нескольких культур**

Все приведенные выше исследования страхования одним хозяйством одной культуры носят модельный характер, но они позволяют понять основные закономерности рассматриваемой проблемы.

Обобщим теперь сказанное на более реальный случай, когда в страховании участвуют несколько агрофирм и страхуется несколько культур.

Пусть  $j$  означает номер хозяйства,  $J$  – множество всех хозяйств, участвующих в страховании своей продукции,  $k$  – номер культуры,  $K$  – множество всех культур,  $k \in K$ .

Пусть считается известным, что  $j$ -я фирма заключила со страховой компанией договор на страхование дохода по  $k$ -й культуре на площади  $S_{jk}$ .

В этом случае доход  $j$ -го хозяйства от всех выращенных культур равен

$$b_j = \sum_k S_{jk} (c_k y_{jk} + r_{jk} - \pi_{jk}),$$

где  $r_{jk} = (e_{r_{jk}} - c_k y_{jk})_+$  (смысл обозначений очевиден).

Ежегодный доход страховой компании равен

$$D = \sum_{j,k} S_{jk} (\pi_{jk} - r_{jk}).$$

Используя последние две формулы, можно вычислить и соответствующие средние доходы.

Сделаем здесь одно важное замечание. Вообще говоря, предприниматель решает вопрос о страховании по каждой выращиваемой культуре, и поэтому для него, возможно, для оценки полезности страхования важен не суммарный эффект по всем культурам, а по каждой культуре в отдельности.

Рассмотрим теперь вопрос о неразорении страховой компании. Выше было сказано, что в модельном случае (одно хозяйство и одна культура) можно предложить некоторые методы решения этой задачи, в реальном случае все гораздо сложнее.

Динамика финансов страховой компании описывается соотношением

$$U(t) = u + \Pi(t) - \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{jk}(\tau),$$

где  $u$  – её начальный капитал,  $\Pi(t)$  – полученные страховые премии за  $t$  лет.

Первые два слагаемые в этом выражении – детерминированные величины, третье – случайная величина. Для вычисле-

ния вероятности неразорения необходимо знать функцию распределения суммы  $R(t) = \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{jk}(\tau)$ .

Обозначим сумму выплат по всем хозяйствам и всем культурам в год  $\tau$  через  $R(\tau)$ . Тогда, с учетом изложенного выше, переменные  $R(\tau) = \sum_j \sum_k r_{jk}(y_{jk}(\tau), c_k(\tau))$  независимы, одинаково распределены и по центральной предельной теореме закон распределения их суммы  $R(t) = \sum_{\tau=1}^t R(\tau)$  стремится к нормальному. Зная этот закон и вычислив его параметры, можно оценить вероятность неразорения.

Для вычисления этих параметров воспользуемся некоторыми ранее полученными результатами, упрощающими задачу.

Как следует из работы [9] о зональном агростраховании, урожайности хозяйств любой культуры в информационной зоне страхования можно связать линейным соотношением  $y_{jk} = \delta_{jk} \bar{y}_k$ , где  $\bar{y}_k$  – средняя урожайность какой-либо культуры в зоне страхования.

Далее, выше была выявлена линейная связь урожайностей культур, которую можно записать в виде

$$\bar{y}_k = \alpha_k + \beta_k \bar{y}_0 + \xi_k,$$

где  $\bar{y}_0$  – средняя урожайность некоторой выбранной культуры в зоне страхования.

Наконец, будем считать, что связь цены и урожайности – линейная и имеет вид

$$c_k = \lambda_k + \mu_k y_k + \eta_k.$$

Используя эти соотношения, можно свести задачу вычисления необходимых параметров к задаче с меньшим числом переменных  $\bar{y}_0(\tau), \eta_{k_0}(\tau), \xi_k(\tau)$ .

В результате при ряде упрощающих предположений, сформулированных выше, мы получим асимптотическую оценку вероятности неразорения. Это все, что удастся получить аналитически. Отсюда следует вывод, что в реальном случае страхо-



вания для оценки вероятности неразорения необходимо привлечь методы стохастического моделирования.

## **8. Заключение**

Целью данной работы была разработка экономико-математических моделей всех участников программы страхования дохода при выращивании растениеводческой продукции. Были получены общие формулы, описывающие экономику как страховой компании, так и страхователя – производителя сельскохозяйственной продукции, учитывающие особенности страхования дохода. Основной особенностью страхования дохода является информационная неопределенность, касающаяся новой случайной величины – цены на производимую продукцию – и связь ее с полученной урожайностью. Был приведен анализ данного вопроса зарубежных страховых компаний, касающийся корреляции урожайности и цены на продукцию.

В тех случаях, когда описание страхования дохода ничем существенным не отличалось от описания страхования урожая, которое было подробно изложено в предыдущих работах, приводилось лишь схематичное описание соответствующих разделов.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы. По-видимому, все несколько идеализированные аналитические исследования могут только помочь понять некоторые закономерности финансового состояния как страховой компании, так и агрофирмы, а реальные выводы необходимо делать, проводя эксперименты с помощью имитационного моделирования. Это относится и к оценке зависимости показателей страхования дохода от цены реализованной продукции.

Здесь по существу была рассмотрена одна программа страхования дохода, в которой в агрофирме страхуются культуры по отдельности и риск оценивается вероятностью недополучения некоторого уровня дохода. Возможны и другие постановки, например, когда риск оценивается разбросом дохода или когда страхуется общий доход от ряда культур, выращиваемых в хозяйстве.

Таким образом, мы здесь отметили особенности программы страхования дохода, разработали общие модели всех участников страхования дохода и наметили дальнейшее направление исследований по данной теме.

### **Литература**

1. АНДЕРСЕН Т. *Статистический анализ временных рядов.* – М.: Мир, 1971.
2. БАУЭРС Н., ГЕРБЕР Х., ДЖОНС Д., НЕСБИТ С., ХИКМАН ДЖ. *Актuarная математика.* – М.: Янус-К, 2001. – 655 с.
3. БУСЛЕНКО Н.П. *Метод статистического моделирования.* – М.: Статистика, 1970. – 112с.
4. ГАМБАРОВ Г.М. и др. *Статистическое моделирование и прогнозирование.* – М.: Финансы и статистика, 1990. – 383 с.
5. ГРИЦЕНКО Н.Б., ЗИМИНА А.П. *Организация сельскохозяйственного страхования за рубежом // Финансы и кредит.* – 2006. – №29. – С. 71–75.
6. ИВАНОВ Ю.Н. *Теоретическая экономика: Теория оптимального предприятия.* – М.: Ленанд, 2013. – 224 с.
7. КИСЕЛЕВ В.Г. *Актuarная математика в агростраховании.* – М.: ВЦ РАН, 2011. – 29 с.
8. КИСЕЛЕВ В.Г. *Обоснование региональной мультирисковой программы страхования сельскохозяйственных культур // Управление большими системами.* –2016. – Вып. 61. – С. 168–190.
9. КИСЕЛЕВ В.Г. *Информационная база региональной системы агрострахования // Труды 5-й Международной конференции «Управление большими системами».* – М.: ИПУ РАН, 2011.
10. МУР Л. *Страхование дохода – основные требования с точки зрения страхования (перевод аналитического обзора издания перестраховочной компании Munich Re).* – URL: [www.agroinsurance.com](http://www.agroinsurance.com)

11. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н. *Имитационные модели и системы*. – М.: Фазис, 2000. – 166 с.
12. *Страхование урожая сельскохозяйственных культур с государственной поддержкой / Практическое пособие по организации страхования сельхозкультур*. – М.: МСХ РФ, ФГУФАГПССАП (Федеральное государственное учреждение «Федеральное агентство по государственной поддержке страхования в сфере агропромышленного производства» Министерства сельского хозяйства РФ).
13. СОБОЛЬ И.М. *Численные методы Монте–Карло*. – М.: Наука, 1973. – 307с.
14. *Современная практика сельскохозяйственного страхования // Агрострахование в России*. – 2004. – Октябрь. – С. 29–42.
15. ЧЕТЫРКИН Е.М. *Статистические методы прогнозирования*. – М.: Статистика, 1977. – 200с.
16. AHSAN S.M., ALI A.G., KURAN N.G. *Toward a theory of Agricultural Insurance // American Journal of Agricultural Economics*. – 1982. – Vol. 64, №3.
17. BOWERS N.L., GERBER H.U., HICKMAN J.C., JONES D.A., NESBITT C.J. *Actuarial Mathematics // The society of Actuaries, Second Edition, 1977*.
18. FRASER R.W. *An Analysis of willingness to pay for crop insurance // The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics, 2012*.
19. GINDER M., SPAULDING A., FUDOR K. *Factors affecting crop insurance purchases decisions by farmers in Northern Illinois // Agricultural Finance Review*. – 2009. – Vol. 69, №1.
20. KAYLEN M.S., LOCHMAN E.T., PRECKEL P.V. *Farm – level analysis of agricultural insurance: A mathematical programming approach // Agricultural Systems*. – 1989. – Vol. 30.
21. MAHUL O. *Hedging price risk in the presence of crop yield and revenue insurance // European Review of Agricultural Economics*. – 2003. – Vol. 30, №2.

22. MAHUL O., WRIGHT B. *Designing optimal crop revenue insurance* // American journal of Agricultural Economics – 2003. – Vol. 85, №3.
23. NELSON C.H., LOEHMAN E.T. *Further toward Theory of Agricultural Insurance* // American Journal of Agricultural Economics. – 1987. – Vol. 69, №3.
24. OZAKI A. *Pricing farm – level Agricultural Insurance: a Bayesian approach* // Empirical Economics. – 2009. – Vol. 36.
25. OZAKI V.A., GOODWIN B.K. *Parametric and nonparametric statistical modeling of crop yield: implications for pricing crop insurance contracts* // Journal Applied Economics. – 2008. – Vol. 40.
26. VYAS V.S., SINGH S. *Crop insurance in India: Scope for improvement* // Economics and political weekly. – 2006.
27. RAHMAN M.L. *Crop insurance as a risk reducing measure: issues and problem* // Bangladesh Journal of Public Administration. – 1990. – Vol. 4, №1.
28. SHASHI KIRAN A.S., UMESH K.B. *Crop Insurance – Strategy to minimize risk in Agricultural* // Int. Association of Agricultural Economics. – Brasil, 2012.

## **SYSTEM OF MODELS FOR THE ASSESSMENT OF PROGRAMS OF INSURANCE OF INCOME IN AGRICULTURE**

**Valeriy Kiselev**, Federal Research Center for Information and Management of the RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (vgkiselev@yandex.ru).

*Abstract: The features of income insurance in agriculture are given. Unlike from the most popular multi-risk insurance programs the income insurance program insures from the losses due weather factors along with changes in forecast prices. Mathematical models of economy of the insurance company and agricultural firm with income insurance are given. These models differ from the models of crop insurance in the way of insurance payments describing. In addition to the random yield of insured crops the uncertain factors such as real prices at the harvest time are added in income insurance program. There are two types of information in the income insurance programs: information about the harvest and about the prices of products. The forecast price at the time of the insurance contract and the real price at the harvest time at which the insurance premiums calculated are in the calculations. Information on crop yields is presented by time series with different trends*

*explained both by changes in weather conditions and by the of anthropogenic factors. A method for processing of such information is proposed. It represents the trend of time series as a linear spline where unknown coefficients are found by the least square method. Important information problems related to the forecast price for products are discussed. A method of using information both about the prices and cropness is proposed.*

Keywords: insurance, criteria, information base, probabilistic characteristics, simulation.

УДК 519.2/.6+368.5

ББК 2.22

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.7

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Ф.И. Ерешко.*

*Поступила в редакцию 12.03.2017.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЕЙ КОМПЛЕКСНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ<sup>1</sup>

Белов М. В.<sup>2</sup>

(Компания ИБС, Москва)

Новиков Д. А.<sup>3</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Статья продолжает исследования технологии комплексной деятельности. Рассмотрен комплекс задач управления разработкой и освоением новых технологий комплексной деятельности. Поставлена и решена задача выбора типовых решений. В рамках данной задачи показано, что равномерное разбиение множества возможных состояний природы является «асимптотически» оптимальным с точки зрения минимизации ожидаемой ошибки, затрат или/и энтропии, а также максимизации ожидаемого значения уровня научения и/или полезности. Для задач распределения ресурса в агрегируемых технологических сетях предложены простые аналитические алгоритмы оптимального распределения ресурса. Поставлены и решены задачи выбора оптимальной стратегии переключения с разработки технологии на её продуктивное использование. Для случая априори известных характеристик природы получена оптимальная стратегия и аналитически исследованы её свойства. Для случая неизвестных характеристик предложена процедура, оптимальная в классе последовательных правил отношения правдоподобия. Представлены результаты имитационного моделирования и анализа аппроксимаций свойств процедуры.*

Ключевые слова: освоение технологии, научение, кривая научения технология, комплексная деятельность, управление.

### 1. Введение

В статье [8] предложена базовая модель разработки и освоения новой технологии комплексной деятельности (КД) [6] (см. также обсуждение роли технологий КД в [5, 6, 8]).

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №16-19-10609).

<sup>2</sup> Михаил Валентинович Белов, к.т.н. (mbelov59@mail.ru).

<sup>3</sup> Дмитрий Александрович Новиков, д.т.н., чл.-корр. РАН, профессор (novikov@tushino.com).

В [8] предлагается описывать выполнение различных видов КД процессом с дискретным временем, когда на каждом шаге выполняется один элемент КД, при этом состояние *внешней среды* (иногда также называемое *состоянием природы*) принимает одно и только одно значение из конечного множества возможных состояний внешней среды<sup>4</sup>. Если состояние внешней среды на каком-то шаге впервые принимает некоторое значение, то возникает событие неопределённости, требующее затрат на создание или адаптацию технологии применительно к этим условиям. Когда состояние внешней среды повторно принимает это значение на одном из более поздних шагов, затрат на создание технологии не требуется.

Предположим, что множество возможных состояний внешней среды состоит из  $K$  состояний, одно и только одно из которых реализуется на каждом шаге дискретного времени, независимо от принятых на предыдущих шагах значений. Обозначим через  $p_k > 0$  вероятность того, что состояние внешней среды примет  $k$ -е значение (очевидно, что  $\sum_{k=1}^K p_k = 1$ ).

В рамках рассматриваемой в [8] модели процесс реализации различных фаз *жизненного цикла технологии* КД описывается тем, какие значения принимало (и сколько раз) состояние внешней среды, а какие ещё нет. Для этого введён показатель *уровень разработанности технологии* (УРТ, аналог *уровня научения*; последовательность значений уровня научения называется *кривой научения*). УРТ в момент времени  $t$  в [8] определён как доля состояний внешней среды, для которых технология проверена или адаптирована в течение  $t$  шагов, или как вероятность того, что на следующем шаге  $(t + 1)$  состояние внешней среды примет одно из значений, которые уже принимало ранее:

$$(1) \quad L_t = 1 - \sum_{k=1}^K p_k (1 - p_k)^t .$$

---

<sup>4</sup> Также решается задача выбора типовых решений - поиска оптимального разбиения множества возможных состояний природы (представляемого в виде единичного отрезка) на конечное число подмножеств.

Если последовательность (1) является кривой научения, то последовательность

$$(2) \quad Q_t = 1 - L_t = \sum_{k=1}^K p_k (1 - p_k)^t$$

может интерпретироваться как «кривая ошибки» (вероятность того, что на следующем шаге состояние внешней среды примет одно из «новых» значений, т.е. тех, которые еще ни разу не принимало ранее).

Отметим, что процесс освоения технологии целесообразно рассматривать именно как *процесс научения* субъекта деятельности (см. многочисленные классические работы [2, 11, 34, 43, 44] и обзор в [20], современные модели научения – см. обзоры в [14, 17, 25, 26, 28, 31, 35, 42], в которых кривые научения вида (1) являются типовыми).

В настоящей работе на базе модели (1), (2) ставятся и решаются *задачи управления*: задача об оптимальном научении – поиска разбиения множества возможных состояний природы на конечное число подмножеств, минимизирующего ожидаемую ошибку (раздел 2) и/или энтропию (раздел 3); задача об оптимальном распределении ресурса в рамках сетевых моделей технологий и задача оптимального научения в рамках технологической сети (раздел 4); задача об оптимальном моменте перехода от разработки технологии к ее использованию (раздел 5).

## 2. Оптимальное научение (типовые решения)

Рассмотрим субъект (*агента*), который принимает в процессе своей деятельности те или иные *решения*. Пусть *эффективность* решений  $x \in [0; 1]$  агента описывается функцией  $f(x, \theta)$ , зависящей от реализовавшегося значения *состояния природы*  $\theta \in [0; 1]$ , причём  $\arg \max_{x \in [0; 1]} f(x, \theta) = \theta$ . Примером такой функции является  $f(x, \theta) = 1 - (x - \theta)^2$ .

Предположим, что агент различает  $K$  значений состояния природы, реализующихся с вероятностями  $\{p_k\}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Разо-



бъём единичный отрезок на  $K$  последовательных отрезков  $\Delta_k$  с длинами  $\{p_k\}$  и границами  $\left[ \sum_{i=0}^{k-1} p_i, \sum_{i=0}^k p_i \right]$ , считая  $p_0 = 0$ .

Будем рассматривать *процесс научения* следующего вида: в каждый дискретный момент времени реализуется некоторое состояние природы; если некоторое состояние природы реализуется повторно, то агент принимает оптимальное при этом состоянии природы решение  $x^*(\theta)$  ( $x^*(\theta) = \arg \max_{x \in [0,1]} f(x, \theta)$ ); если некоторое (например,  $j$ -е) состояние природы реализуется в первый раз, то агент принимает произвольное решение из соответствующего отрезка ( $\Delta_j$ ). Данный принцип принятия решений, с одной стороны, условно соответствует модели Р. Ауманна, который в [29] разделял принятие решений, оптимальных в текущей ситуации (act-rationality), и принятие решений в соответствии с заранее определёнными правилами (rule-rationality). С другой стороны, рассматриваемая модель отражает идеологию *типовых решений* [12], распространённую в том числе в ситуационном и адаптивном управлении [23, 24].

Предположим, что функция  $f(\cdot, \theta)$  равномерно  $l$ -липшицева ( $l > 0$ , иначе эффективность не зависит от решений) по первой переменной при любых состояниях природы, тогда оценка максимальной ожидаемой ошибки (вычисляемой как разность между эффективностью принятого решения и эффективностью оптимального решения [12, 19]) принимаемых им решений в момент времени  $t$  будет иметь вид (см. также выражение (2))

$$\sum_{k=1}^K p_k (1 - p_k)^t l p_k .$$

Зафиксировав произвольное целое  $K \geq 1$  и минимальный порог  $\rho$ :  $0 < \rho \leq \frac{1}{K}$  различения состояний природы, сформулируем задачу поиска оптимального разбиения множества возможных состояний природы (единичного отрезка) на  $K$  подмножеств:

$$(3) \quad Q(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^K (p_k)^2 (1-p_k)^t l \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^K p_k = 1}.$$

Отметим, что введение ненулевого порога  $\rho$  обусловлено необходимостью уйти от тривиального решения  $p_1 = 1, p_j = 0, j = \overline{2, K}$ .

В случае *равномерного распределения* ( $p_k = 1/K$ ) критерий задачи (3) примет вид

$$(4) \quad Q_0(K, t) = \frac{l}{K} \left(1 - \frac{1}{K}\right)^t.$$

Задача (3) может интерпретироваться как задача поиска оптимального набора типовых решений, минимизирующих ожидаемую ошибку принимаемых в заданный момент времени решений.

**Утверждение 1.**  $\forall \rho \in (0; 1/K]$   $\exists t(\rho)$  такое, что  $\forall \tau > t(\rho)$  единственным решением задачи

$$(5) \quad Q(\{p_k\}, \tau) \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^K p_k = 1}$$

является равномерное разбиение.

**Доказательство утверждения 1.** Сформулируем промежуточную лемму.

**Лемма 1.**  $\forall \rho \in (0; 1/K]$   $\exists t(\rho)$  такое, что  $\forall \tau > t(\rho)$   $Q(\{p_k\}, \tau)$  – строго выпуклая функция своих переменных  $\{p_k\}$ .

**Доказательство леммы 1.** Фиксируем произвольное  $k = 1, 2, \dots, K$  и (опуская индекс  $k$ ) покажем, что  $\forall \rho \in (0; 1/K]$   $\exists t(\rho)$  такое, что  $\forall \tau \geq t(\rho)$  функция  $G(p) = p^2 (1-p)^t$  выпукла по  $p$ . Вычислим вторую производную функции  $G(\cdot)$ :

$$(6) \quad \frac{d^2 G(p)}{dp^2} = (1-p)^{t-2} [2(1-p)^2 - 4pt(1-p) + p^2 t(t-1)].$$

Выберем в качестве  $t(\rho)$  максимальный относительно  $t \geq 2$  корень квадратного уравнения

$$(7) \quad \forall p \in [\rho; 1-\rho] \quad 2(1-p)^2 - 4pt(1-p) + p^2 t(t-1) = 0.$$

Уравнение (7) имеет неотрицательное решение, так как коэффициент перед старшим по степени  $t$  (квадратичным) слагае-

мым строго положителен. Очевидно, любое  $\tau \geq t(\rho)$  удовлетворяет системе неравенств:  $\forall p \in [\rho; 1 - \rho] \frac{d^2 G(p)}{dp^2} > 0$ . Следовательно, в силу непрерывности по  $t$  правой части выражения (6)  $\forall p \in [\rho; 1 - \rho], \forall \tau > t(\rho) \frac{d^2 G(p)}{dp^2} > 0$ .

Итак, каждое слагаемое  $\sum_{k=1}^K (p_k)^2 (1 - p_k)^l$  является выпуклой функцией  $p_k$  (константа Липшица неотрицательна по определению). Следовательно, и их сумма – выпуклая функция. Лемма 1 доказана.

Вернемся к доказательству утверждения 1. Фиксируем произвольное  $t > 0$ . Предположим, что  $\{q_k\}$  – решение задачи (5) при  $t \geq t(\rho)$ , и существует пара  $i, j \in \overline{1, K}$ , такая что  $i \neq j$  и  $q_i \neq q_j$ . Пусть для определенности  $j > i$ . В силу строгой выпуклости целевой функции

$$Q(\{q_k\}, t) > Q\left(q_1, \dots, q_{i-1}, \frac{q_i + q_j}{2}, q_{i+1}, \dots, q_{j-1}, \frac{q_i + q_j}{2}, q_{j+1}, \dots, q_K, t\right),$$

что противоречит сделанному предположению. Следовательно, в оптимальном решении все  $\{q_k\}$  одинаковы. Единственность этого оптимального решения следует из строгой выпуклости целевой функции. •

Отметим, что решение задачи (5) не зависит от константы Липшица  $l$ .

**Пример 1.** Пусть  $K = 2$ . График зависимости  $Q(p, t)$  приведен на рис. 1.

Можно обобщить результат утверждения 1 на следующий случай. Пусть  $C_k(p_k)$  – «потери» агента при первой реализации  $k$ -го состояния природы (*затраты* на нахождение оптимального в этой ситуации решения). Задача поиска оптимального (в смысле минимума ожидаемых потерь в момент времени  $t$ ) разбиения множества возможных состояний природы (единичного отрезка) на  $K$  подмножеств имеет вид

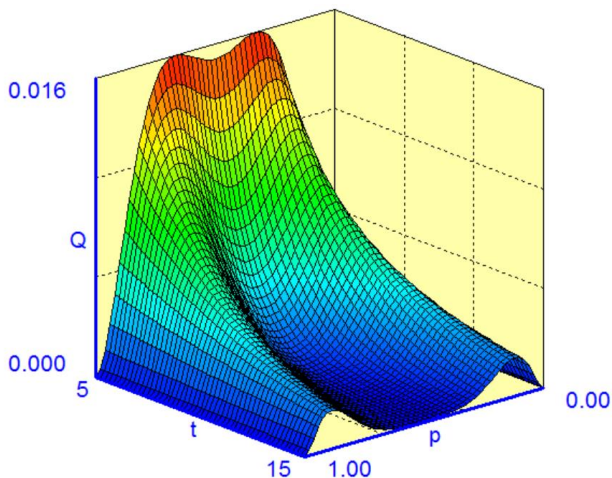


Рис. 1. График зависимости  $Q(p, t)$  в примере 1

$$(8) \quad Q_C(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^K C_k(p_k) p_k (1-p_k)^t \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^K p_k = 1} .$$

*Следствие 1.* Если функции  $C_k(\cdot)$  принимают строго положительные значения и имеют ограниченные первую и вторую производные,  $k = 1, \dots, K$ , то  $\forall \rho \in (0; 1/K]$   $\exists t(\rho)$  такое, что  $\forall \tau > t(\rho)$  единственным решением задачи (8) является равномерное разбиение.

Доказательство следствия 1 отличается от доказательства утверждения 1 лишь тем, что вместо функции  $G(p)$  необходимо исследовать функцию  $G_C(p) = C(p) p (1-p)^t$ . Вычислим вторую производную функции  $G_C(\cdot)$ :

$$(9) \quad \frac{d^2 G_C(p)}{dp^2} = (1-p)^{t-2} [C''(p) p (1-p)^2 + 2 C'(p) (1-p) (1-p-p t) + C(p) p t (t-1)].$$

В силу условий следствия 1 коэффициент перед старшим по степени  $t$  (квадратичным) слагаемым в правой части выражения (9) строго положителен, а остальные коэффициенты ограничены. Справедливость следствия 1 доказана.

Пусть теперь в случае повторной и последующих реализаций  $k$ -го состояния природы агент получает «выигрыш»  $H_k(p_k)$ . Задача поиска оптимального (в смысле максимизации ожидаемой полезности («разности» между «выигрышем» и «затратами») в момент времени  $t$ ) разбиения множества возможных состояний природы (единичного отрезка) на  $K$  подмножеств имеет вид

$$(10) \quad Q_{H,C}(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^K p_k \{ [1 - (1 - p_k)^t] H_k(p_k) - C_k(p_k)(1 - p_k)^t \} \rightarrow \max_{\substack{p_k \geq \rho \\ \sum_{k=1}^K p_k = 1}} .$$

**Теорема 1 (об оптимальных типовых решениях).** Если функция  $H_k(\cdot)$  такова, что функция  $x H_k(x)$  строго вогнута при  $x \in [0; 1]$ , а функция  $C_k(\cdot)$  удовлетворяет условиям следствия 1,  $k = 1, \dots, K$ , то  $\forall \rho \in (0; 1/K] \exists t(\rho)$  такое, что  $\forall \tau > t(\rho)$  единственным решением задачи (10) является равномерное разбиение.

**Доказательство теоремы 1.** В силу условий теоремы и следствия 1, каждое из слагаемых в критерии эффективности (10) является строго вогнутой функцией (как разность строго вогнутой и строго выпуклой функций). Следовательно,  $Q_{H,C}(\{p_k\}, t)$  является вогнутой функцией  $\{p_k\}$ . Аналогично доказательству утверждения 1 можно показать, что оптимальными являются одинаковые значения  $\{p_k\}$ . Теорема 1 доказана.

Утверждение 1 гласит, что для любого порога найдется момент времени, начиная с которого равномерное распределение будет минимизировать ожидаемую ошибку принимаемых агентом решений. Возникает закономерный вопрос, верно ли «обратное» утверждение, что для некоторых достаточно больших моментов времени существует порог, при котором именно равномерное распределение оптимально. Следующее утверждение даёт положительный ответ на этот вопрос.

**Утверждение 2.**  $\forall t \geq [2K - 3 / 2 + \sqrt{2(K^2 - K - 1)}]$

$\exists \rho(t) \leq 1/K$  такое, что одним из решений задачи

$$(11) \quad Q(\{p_k\}, t) \rightarrow \min_{\substack{p_k \geq \rho(t) \\ \sum_{k=1}^K p_k = 1}}$$

является равномерное разбиение.

Доказательство утверждения 2 тривиально, так как легко убедиться, что в рамках его условий при  $\rho(t) = 1/K$  выполнено «условие выпуклости» (см. также выражения (6), (7) и (9)):

$$2(1-K)^2 - 4t(1-1/K)/K + t(t-1)/K^2 \geq 0.$$

До сих пор число  $K$  попарно различных состояний природы было фиксировано. Исследуем, как от этого числа зависит ожидаемая ошибка, т.е. рассмотрим задачу поиска оптимального значения  $K$ . В силу утверждения 1 и теоремы 1 достаточно ограничиться классом равномерных распределений. Из анализа выражения (4) следует справедливость следующего утверждения.

**Утверждение 3.** Для любого  $t \geq 0$  существует единственное наихудшее (максимизирующее ошибку) значение  $K_*(t) = t + 1$ .

**Пример 2.** На рис. 2 приведён график зависимости (4) при  $t = 50$ ;  $K_* = 51$ .

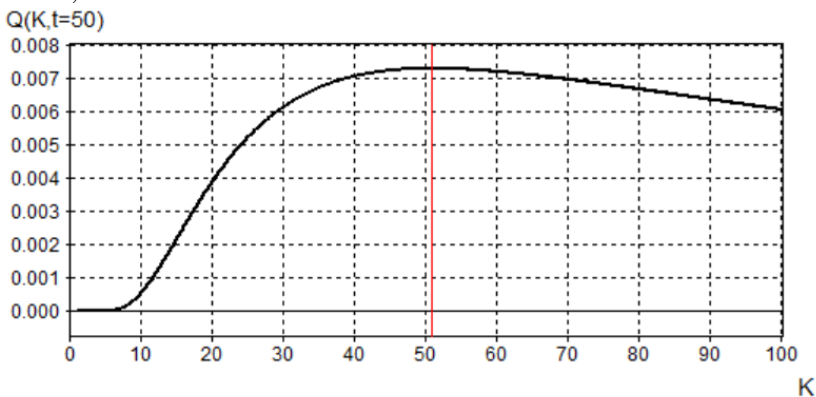


Рис. 2. График зависимости  $Q(K, t = 50)$  в примере 2

Минимум ошибки (4) будет достигаться либо при малых, либо при достаточно больших значениях  $K$ , следовательно, помимо величины ошибки, необходимо учитывать дополнительные критерии, например, ограниченность когнитивных возможностей агента, зависимость уровня научения от числа состояний природы и др.

Действительно, до сих пор мы в качестве критерия эффективности использовали ожидаемую ошибку (см. критерий опти-

мизации в задаче (3)). Рассмотрим теперь в качестве критерия уровень научения – вероятность того, что реализуется уже известное агенту состояние природы (см. (1)).

**Пример 3.** В случае равномерного распределения зависимость ожидаемого уровня научения от  $K$  имеет вид

$$(12) L(K, t) = 1 - \left(1 - \frac{1}{K}\right)^t.$$

График зависимости (12) приведён на рис. 3.

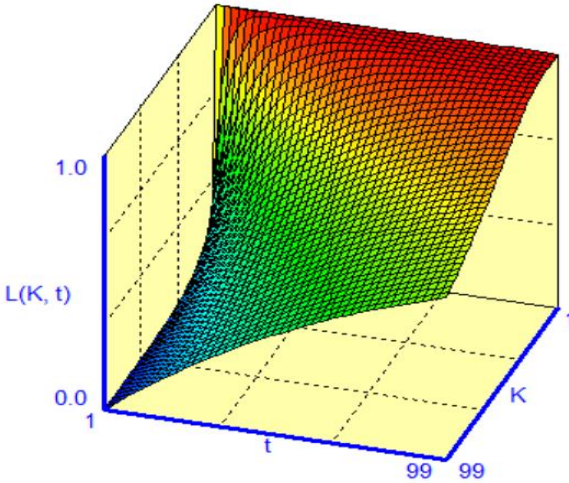


Рис. 3. График зависимости  $L(K, t)$  в примере 3

Для задачи максимизации ожидаемого уровня научения

$$(13) L(\{p_k\}, \tau) = 1 - \sum_{k=1}^K p_k (1 - p_k)^\tau \rightarrow \max_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^K p_k = 1}$$

можно доказать (записав условия выпуклости слагаемых) следующий аналог утверждения 1.

**Утверждение 4.**  $\forall \rho \in (0; 1/K]$   $\exists t(\rho) = \frac{2}{\rho} - 1$  такое, что

$\forall \tau > t(\rho)$  единственным решением задачи (13) является равномерное разбиение.

Из выражения (12) следует, что для любого фиксированного момента времени значение уровня научения убывает с ростом числа  $K$  (см. также рис. 3), а зависимость ошибки от этого параметра имеет, в силу утверждения 3, точку максимума. Возникает вопрос, а почему нельзя выбрать  $K = 1$ , т.е. считать, что возможно всего одно состояние природы. Такое предположение, однако, приведёт вообще к отсутствию зависимости поведения изучаемой системы от состояний природы. Поэтому разумным представляется введение предположения, что априори известно число  $K_0$  *принципиально различных* состояний природы (требующих качественно отличных реакций от агента). Это число, с одной стороны может определяться исходя из объективных закономерностей или ретроспективных данных (в случае наличия измеримой неопределённости относительно состояний природы) или определяться эвристично/экспертно (в случае наличия истинной неопределённости относительно состояний природы). С другой стороны, это число в явном виде накладывает ограничение снизу на возможное значение числа различных состояний природы:  $K \geq K_0$  и должно быть согласовано с величиной «порога»  $\rho$ :  $\rho \leq 1/K_0$ .

Проанализируем теперь, какие факторы могут сдерживать неограниченное увеличение параметра  $K$ . «Естественные» ограничения на  $K$ :

- из  $p_k \geq \rho$  следует, что  $K \leq 1/\rho$ ;
- из утверждения 4 следует, что  $t(\rho) \geq 2K - 1$ ;
- если  $\delta$  - «порог» различения агентом значений целевой функции, то  $K \leq l/\delta$ .

Таким образом, рациональным является разбиение множества возможных состояний природы на такое число равновероятных «ситуаций» (для которых в рамках разработки технологий агентом ищутся оптимальные или типовые решения), которое превышало бы ограничение  $K_0$  снизу, обладало бы разумным компромиссом между ожидаемой ошибкой и уровнем научения (в заданный момент времени) и удовлетворяло бы вышеперечисленным ограничениям сверху.

Рассмотрим пример постановки оптимизационной («управленческой») задачи. Пусть требуется при заданных  $K_0$ ,  $l$  и  $\rho$



достичь к моменту времени  $\tau$  требуемого значения уровня научения  $L_{\text{треб}}$ , обеспечив при этом значение ожидаемой ошибки не более  $\varepsilon$ . Данная система требований в рамках утверждения 1 совместна, если существует целое положительное  $K$ , удовлетворяющее следующей системе неравенств (см. также выражения (4) и (12)):

$$(14) \quad \begin{cases} K_0 \leq K \leq \frac{1}{\rho}, \\ 1 - \left(1 - \frac{1}{K}\right)^\tau \geq L_{\text{треб}}, \\ \frac{1}{K} \left(1 - \frac{1}{K}\right)^\tau \leq \varepsilon. \end{cases}$$

Из результата утверждения 3 следует, что при  $K_0 \leq K_*(\tau)$  достаточно проверить, удовлетворяет ли системе (14) значение  $K = K_0$  (выбирать бóльшие значения  $K$  не имеет смысла, так как это одновременно и снизит уровень научения, и увеличит величину ожидаемой ошибки); а при  $K_0 > K_*(\tau)$  необходимо искать допустимые значения параметра  $K$ .

### 3. Энтропия

Будем считать, что в каждый момент времени могут иметь место два события: реализуется известное или неизвестное агенту состояние природы (первое – с вероятностью  $L(\{p_k\}, t)$ , определяемой выражением (13)). При рассмотрении двух возможных событий *энтропия*

$$(15) \quad S(t, \{p_k\}) = -L(\{p_k\}, t) \ln(L(\{p_k\}, t)) - (1 - L(\{p_k\}, t)) \ln(1 - L(\{p_k\}, t)).$$

Исследуем зависимость энтропии (15) от  $\{p_k\}$ ,  $K$  и  $t$ , т.е. рассмотрим задачу минимизации энтропии в момент времени  $t$ :

$$(16) \quad S(t, \{p_k\}) \rightarrow \min_{\substack{K \\ \{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^K p_k = 1}} .$$

**Теорема 2 (об энтропии).**  $\forall \rho \in (0; 1/K] \exists t(\rho) = \frac{2}{\rho} - 1$  та-

кое, что  $\forall \tau > t(\rho)$  единственным решением задачи (16) является равномерное разбиение.

Справедливость теоремы 2 следует из того, что энтропия (15) минимальна, когда максимальна одна из вероятностей  $L(\{p_k\}, t)$  или  $(1 - L(\{p_k\}, t))$ . А в силу утверждения 4 именно равномерное распределение максимизирует величину (13).

Результат теоремы 2 содержательно нетривиален: именно максимальное разнообразие начальных состояний (равномерное распределение вероятностей возможных состояний природы) не только минимизирует ошибку и максимизирует уровень научения (утверждения 1 и 4 соответственно), но и минимизирует энтропию состояний «обученности» агента.

**Утверждение 5.** Максимальное значение энтропии (15) не зависит от распределения  $\{p_k\}$  и равно  $\ln(2)$ .

Справедливость утверждения 5 следует из того, что максимум по времени выражения (15) достигается при  $L(\{p_k\}, t) = 1 - L(\{p_k\}, t)$ , т.е. когда равновероятны события реализации известного и нового для агента состояний природы.

Для равномерного распределения зависимость (15) энтропии от времени и параметра  $K$  имеет вид

$$(17) S(t, K) = \ln \left[ \frac{\left( \left( \frac{K-1}{K} \right)^t - 1 \right)^{\left( \frac{K-1}{K} \right)^t}}{1 - \left( \frac{K-1}{K} \right)^t} \right].$$

Максимум энтропии (17) достигается в момент времени  $t_S(K)$  (см. рис. 4 и 5).

$$(18) t_S(K) = - \frac{\ln(2)}{\ln(1 - 1/K)}.$$

Отметим, что  $t_S(K) \leq t(\rho)$ , т.е. равномерное распределение оптимально при временах значительно превышающих характерное время, при котором достигается максимум энтропии.

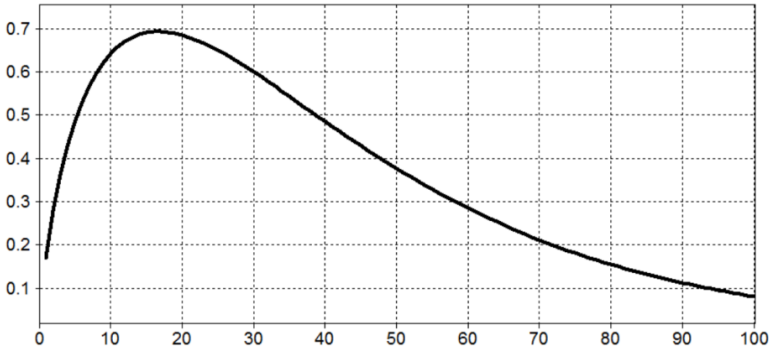


Рис. 4. График зависимости  $S(K, t)$  для равномерного распределения при  $K = 25$  ( $t_S(K) \approx 17$ )

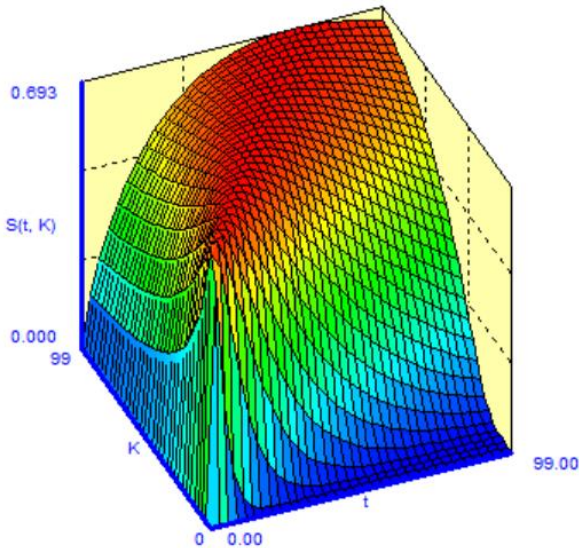


Рис. 5. График зависимости  $S(K, t)$  для равномерного распределения

В рассматриваемой модели выполняется общий принцип необходимости разрушения детерминизма [1, 27] – имеется точка максимума энтропии (в начальный момент времени энтропия равна нулю – система полностью детерминирована,

и любое состояние природы, реализующееся в первый момент времени, будет новым для агента; асимптотически энтропия также стремится к нулю).

Рассмотрим теперь энтропию  $s(t, \{p_k\})$  системы, которая может находиться в одном из  $2^K$  состояний (состояние этой системы в момент времени  $t$  описывается  $K$ -мерным бинарным вектором,  $k$ -я компонента которого равна единице, если до данного момента включительно состояние природы хотя бы раз принимала  $k$ -е значение; в противном случае данная компонента равна нулю):

$$(19) s(t, \{p_k\}) = - \sum_{k=1}^K (1 - (1 - p_k)^t) \ln(1 - (1 - p_k)^t).$$

Рассмотрим задачу минимизации энтропии в момент времени  $t$ :

$$(20) s(t, \{p_k\}) \rightarrow \min_{\{p_k \geq 0\}; \sum_{k=1}^K p_k = 1}.$$

**Утверждение 6.**  $\forall \rho \in (0; 1/K]$   $\exists t(\rho)$  такое, что  $\forall \tau > t(\rho)$  единственным решением задачи (20) является равномерное разбиение.

Доказательство утверждения 6 следует технике доказательств утверждения 1 и теоремы 1 (в данном случае необходимо показать строгую выпуклость по  $p$  функции

$$(1 - (1 - p)^t) \ln \left( \frac{1}{1 - (1 - p)^t} \right)$$

при «достаточно больших»  $t$ ) и опускается.

#### 4. Технологические сети

Обратимся к определению технологии. *Технология* КД определяется в [6] как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели. Последовательность действий (логическая, временная и процессная структуры КД – см. [6], т.е. «технологические сети») традиционно описывается на языке *теории графов* (структурное описание (связи «часть–целое» и т.п. между элемента-

ми), причинно-следственное описание, функциональное описание - поведение системы, взаимодействие с внешним миром и т.д.). Действительно, сетевые модели удачно выражают «причинно-следственные» отношения между элементами КД: описательная и прогностическая функция (от причин к следствиям), объяснительная функция (от следствий к причинам) и нормативная функция (от причин к оптимальным следствиям или оптимальные причины, приводящие к требуемым следствиям).

Среди классов моделей, отражающих содержательные свойства «технологической» структуры можно выделить:

- информационно-логические модели науки и технологий [3];
- семантические, логические и байесовы сети: вероятностные логические сети (PLN – Probabilistic Logic Network) [4, 32], марковские логические сети (Markov Logic Networks) [39], бинарные нейронные сети [15, 16, 36];
- модели знаний: продукционные, сетевые (семантические сети, онтологии), фреймовые и др. – см. обзоры в [30, 33];
- модели развития науки в терминах библиометрии и сетей цитирования [37];
- модели диффузии, инноваций, эпидемий для описания развития научных идей [45].

Кроме того, в рамках концепции анализа уровней готовности технологий (TRL – Technologies Readiness Level) и уровней их готовности к интеграции (IRL – Integration Readiness Level) в последнее время все чаще рассматриваются задачи максимизации уровня системной готовности (SRL – Systems Readiness Level) при ограничениях на TRL и IRL [40, 41].

Все перечисленные классы моделей еще ждут своей адаптации и применения для задач управления разработкой и освоением технологий КД. Проанализируем более подробно возможности использования для этих целей моделей сетевых активных систем.

Рассмотрим *сетевую активную систему* (САС) [7]: конечное множество  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  *агентов* (реализующих «элементарные технологии»),  $n \geq 2$ , и *сеть*  $G = (N, E)$  (ориентированный связный граф без циклов), вершины которой соответствуют агентам, а множество дуг  $E \subseteq N \times N$  отражает «логические» связи между ними, причем нумерация вершин правильная [10].

«Правильность» нумерации вершин графа отражает априорные представления о причинно-следственных связях результатов деятельности различных агентов.

Сеть в целом может рассматриваться как модель некоторой комплексной технологии, а подграфы этой сети – как модели частей комплексной технологии.

Обозначим через  $L_i = \{j \in N \mid (j, i) \in E\}$  множество непосредственных предшественников  $i$ -го агента в сети  $G$ , множество непосредственных последователей  $i$ -го агента обозначим через  $R_i = \{j \in N \mid (i, j) \in E\}$ ,  $i \in N$ . Множество всевозможных сетей с правильной нумерацией, связывающих вершины из множества  $N$ , обозначим через  $G_N$ .

Предположим, что сеть имеет единственный выход (вершину, не имеющую исходящих дуг) –  $n$ -ю вершину. Обозначим через  $M_0 \subseteq N$  множество входов рассматриваемой сети (вершин, не имеющих входящих дуг), через  $M_k$  – множество вершин, в которые входят дуги только из вершин, принадлежащих множествам  $\{M_j\}$ ,  $j = 0, \dots, k-1$  (число  $k(i)$  называется рангом вершины  $i$ , принадлежащей множеству  $M_k$ ),  $k = 1, \dots, m$ ,  $m \leq n-1$ ,  $M_m = \{n\}$ . Ранг выхода сети  $k(n)$ , очевидно, равен длине максимального пути от входов сети до ее выхода. Набор множеств  $\{M_k\}$ ,  $= 0, \dots, m$ , является разбиением множества  $N$ .

Обозначим через  $M^k = \bigcup_{j=0}^{k-1} M_j$ ,  $k = 1, \dots, m$ , и положим

$M^0 = \emptyset$ . Обозначим через  $S_0 = \{n\}$ ,  $S_k \subseteq N$  – множество вершин графа  $G$ , из которых исходят дуги только в вершины из множества  $S_{k-1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, k(n)$ ; в силу связности графа  $G$  выполнено

$\bigcup_{k=0}^{k(n)} S_k = N$ . Обозначим через  $W_i$  множество предшественников

$i$ -го агента, т.е. вершин, из которых имеется путь в вершину  $i$ . Опять же, в силу связности графа  $G$  имеет место  $W_n = N \setminus \{n\}$ . Ранг вершины может условно интерпретироваться как уровень готовности соответствующей технологии.

Пусть САС является «бинарной» (логической сетью в терминах [22]), т.е.  $i$ -й агент характеризуется своими бинарными действием  $y_i \in \{0; 1\}$  и результатом деятельности  $z_i \in \{0; 1\}$

(условная трактовка: «0» – «действие не произведено» или «результат не достигнут», «1» – «действие произведено» или «результат достигнут»). Обозначим через  $y_D$  вектор действий агентов из множества  $D \subseteq N$ , через  $z_D$  – вектор результатов деятельности агентов из этого множества.

Связь результата деятельности агента с его действием и используемыми им в процессе этой деятельности результатами других агентов определяется логической «технологической функцией»  $Q_i: \{0;1\}^{N_i} \rightarrow \{0;1\}$ , т.е.  $z_i = y_i Q_i(z_{N_i})$ ; для  $i \in M_0$  имеет место  $N_i = \emptyset$ , поэтому положим  $z_i = y_i Q_i(z_0)$ ,  $z_0$  –  $l$ -мерный вектор «входов» сети ( $l = |M_0|$ ). Предположим, что выбор действия  $y_i = 1$  требует от  $i$ -го агента затрат  $c_i \geq 0$ .

Наиболее простыми примерами технологических функций являются конъюнкция (когда для получения агентом результата необходимо достижение результатов всеми его непосредственными предшественниками):  $Q_i^{min}(z_{N_i}) = \min_{j \in N_i} \{z_j\}$ , и дизъюнкция (когда для получения агентом результата необходимо достижение результата хотя бы одним из его непосредственных предшественников):  $Q_i^{max}(z_{N_i}) = \max_{j \in N_i} \{z_j\}$ .

Как отмечалось в [7], если субъекту, осуществляющему управление САС (будем называть его *центром*), известны граф  $G$ , технологические функции  $\{Q_i(\cdot)\}$  и затраты  $\{c_i\}$  всех агентов, то он может реализовать следующий алгоритм - для каждой вершины  $i$  графа  $G$ :

– найти функцию  $Q^i(y_{W_i})$ , определяющую зависимость результата  $z_i$  деятельности  $i$ -го агента от вектора  $y_{W_i}$  действий всех предшественников  $i$ -го агента (данную функцию можно условно считать агрегированной технологией  $i$ -го агента; для  $n$ -го агента это будет агрегированная технология САС в целом);

– найти множество

$$(21) A_i = \{(y_{W_i}) \in \{0;1\}^{W_i} \mid Q^i(y_{W_i}) = 1\}$$

векторов действий агентов, обеспечивающих достижение результата  $i$ -го агента;

– найти множество

$$(22) A_i^* = \text{Arg} \min_{(v_{W_i}) \in A_i} \sum_{j \in W_i} c_j$$

векторов действий агентов, обеспечивающих достижение результата  $i$ -го агента с минимальными суммарными затратами агентов

$$(23) C_i = c_i + \min_{(v_{W_i}) \in A_i} \sum_{j \in W_i} c_j.$$

В случае конъюнктивных технологических функций множества (21) и (22) имеют вид  $A_n^* = A_n = N$ . В случае дизъюнктивных технологических функций  $A_n^*$  представляет собой множество вершин графа  $G$ , лежащих на кратчайшем (по сумме затрат) пути от любого из входов сети до её выхода, а величина  $C_n$  равна «длине» этого пути. В общем случае можно использовать результаты теории графов и календарно-сетевое планирования и управления [10, 13, 18].

В [7] показано, что учёт центром интересов агентов и побуждение последних к выбору требуемых действий производится достаточно просто (в рамках результатов анализа сетевых организационных структур [21] и теорем о декомпозиции игры агентов [7, 38]), поэтому имеет смысл рассматривать только задачу «планирования», решаемую центром и заключающуюся в нахождении множеств (22).

Кроме того, в [7] приведены достаточные условия *агрегируемости* САС, т.е. возможности эквивалентного представления сетевой структуры единственным элементом с конструктивно определяемыми свойствами (зависящими от свойств элементов исходной сети).

Модель САС, описанная выше, предполагает полное знание центром сети  $G$ , а также всех технологических функций. Однако результат разработки технологии, как правило, заключается в построении последовательности действий в условиях априорной неопределённости относительно как внешних условий осуществления деятельности, так и знаний относительно возможных способов достижения *цели* (значения результата деятельности соответствующего агента), т.е. неопределённости



относительно причинно-следственных и/или логических связей между различными потенциальными элементами технологий.

Процесс разработки технологии заключается в устранении этой неопределённости (с учётом соответствующих затрат) за счет целенаправленных действий центра, изменяющих его представления о структуре САС и синтезе в результате *оптимальной технологии* – САС, позволяющей достичь цели с минимальными затратами на разработку технологии и её реализацию (управление стоимостью на протяжении ЖЦ).

Рассмотрим задачу *оптимального научения в рамках технологической сети*. Управление (при заданном «технологическом графе») может заключаться в том, что от количества ресурсов, выделенных центром агенту, зависит число состояний природы, анализируемых им в единицу физического времени. Предположим, что время анализа любого состояния природы одинаково.

В общем виде задача выглядит следующим образом:

1. Построить технологический граф.
2. Решить для каждой его вершины задачу разбиения множества возможных состояний природы на конечное число непересекающихся подмножеств, оценить вероятности реализации каждого подмножества (см. второй раздел настоящей работы, в силу результатов которого следует использовать равномерное разбиение).
3. Фиксировать зависимость характеристик научения агентов-вершин от ресурсов.
4. Найти зависимость характеристик всего технологического графа от ресурсов (см. в том числе выражения (21)–(23)).
5. Решить задачу управления (распределения ресурсов между вершинами).

Рассмотрим ряд моделей, реализующих последний пункт. Обозначим через  $u \leq 1$  «ресурс» - долю состояний природы, «проверяемых» в единицу времени.

Зависимость уровня научения от времени и ресурса (для случая равномерного распределения вероятностей состояний природы) имеет вид (см. выражение (1) и [8]):

$$(24) L(t) = 1 - \exp(-ut).$$

Как отмечалось в [8], для матожидания времени  $\tau$  достижения заданного уровня научения  $L_{\text{треб}} \in [0; 1)$  при  $K \gg 1$  справедлива аппроксимация

$$(25) \tau(u) = - \frac{\ln(1 - L_{\text{треб}})}{u}.$$

По аналогии с теоремой 5.1 в [18], с учётом выпуклости (25) по  $u$ , можно показать, что справедливо следующее утверждение.

**Утверждение 7.** Для любой зависимости ресурсов от времени существует постоянное их значение, приводящее к не меньшему времени достижения требуемого уровня научения.

Пусть разработка/освоение технологий требует от агента затрат  $c(uK)$ , которые будем считать строго монотонно возрастающей выпуклой функцией числа состояний природы, «проверяемых» в единицу времени (последняя величина может содержательно интерпретироваться как производительность затрачиваемых вычислительных ресурсов).

Рассмотрим два частных случая – последовательной и параллельной разработки технологий (см. также пятый раздел в [8]).

**Последовательная разработка технологий.** Пусть  $n$  технологий, индексруемых символом  $i = 1, 2, \dots, n$ , разрабатываются последовательно (в порядке их нумерации), а требуемый уровень научения  $L_{\text{треб}}$  одинаков для всех них. Тогда время, необходимое для разработки всего комплекса технологий, равно сумме времен разработки отдельных технологий:

$$(26) T_{\max}(u_1, \dots, u_n) = - \ln(1 - L_{\text{треб}}) \sum_{i=1}^n \frac{1}{u_i}.$$

Минимально необходимые «затраты» при этом равны

$$(27) c_{\min}(u_1, \dots, u_n) = c(\max_{i \in \{1, n\}} \{u_i K_i\}).$$

Решение задачи минимизации времени (26) при заданном ограничении  $C$  сверху на затраты (27) имеет вид

$$(28) u_i = \frac{c^{-1}(C)}{\max_{i \in \{1, n\}} \{K_i\}},$$

т.е. на разработку каждой из технологий выделяется одно и то же количество ресурса.

Из выражений (26) и (28) получаем, что комплекс последовательных технологий представим в агрегированном виде одной технологией со следующей зависимостью времени разработки от количества ресурса:

$$(29) T(C) = -\ln(1 - L_{\text{треб}}) n \frac{\max_{i \in 1, n} \{K_i\}}{c^{-1}(C)}.$$

Обратная задача – поиска минимальных ограничений  $C_{\min}$  сверху на затраты, обеспечивающих разработку комплекса последовательных технологий за заданное время  $T$ , – имеет решение

$$(30) C_{\min} = c \left( \frac{-\ln(1 - L_{\text{треб}}) n \max_{i \in 1, n} \{K_i\}}{T} \right).$$

**Параллельная разработка технологий.** Пусть  $n$  технологий разрабатываются параллельно. Тогда время, необходимое для разработки всего комплекса технологий, равно максимуму времён разработки отдельных технологий:

$$(31) T_{\min}(u_1, \dots, u_n) = \frac{-\ln(1 - L_{\text{треб}})}{\min_{i \in 1, n} \{u_i\}}.$$

Минимально необходимые «затраты» при этом равны

$$(32) c_{\max}(u_1, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n c(u_i K_i).$$

Решение задачи минимизации времени (31) при заданном ограничении  $C$  сверху на затраты (32) имеет вид

$$(33) u_i = -T_{\min}^* \ln(1 - L_{\text{треб}}),$$

где  $T_{\min}^*$  - решение уравнения

$$(34) \sum_{i=1}^n c(-\ln(1 - L_{\text{треб}}) T_{\min}^* K_i) = C.$$

Отметим, что в оптимальном решении (33) на разработку каждой технологии выделяется одно и то же количество ресурса

и разработка всех технологий заканчивается одновременно через время  $T_{\min}^*$ .

Решение обратной задачи – поиска минимальных ограничений  $C_{\min}$  сверху на затраты, обеспечивающих разработку комплекса параллельных технологий за заданное время  $T$ , – дается выражением (34), в которое следует подставить  $T_{\min}^* = T$ .

Из выражений (31) и (33) получаем, что комплекс параллельных технологий представим в агрегированном виде одной технологией. Аналитическое выражение для зависимости времени разработки от количества ресурса может быть легко получено в случае линейной функции затрат  $c(\cdot)$ :

$$(35) T(C) = -\ln(1 - L_{\text{треб}}) \frac{\sum_{i=1}^n K_i}{C}.$$

Таким образом, в случае последовательно-параллельного сетевого графика разработки технологий последний может быть сначала декомпозирован на последовательные и параллельные элементы, допускающие аналитическое описание оптимального распределения ресурсов и имеющие эквивалентное агрегированное представление (см. выражения (29) и (35)). В результате весь сетевой график может быть представлен в простом аналитическом агрегированном виде.

Последовательно-параллельные сети называются агрегируемыми [9]. Известно (см. теорему 1 в [9]), что критерием агрегируемости сети является отсутствие в ней структур типа «мост». Любую сеть можно превратить в агрегируемую путем разделения ряда вершин на несколько вершин, причем решение задачи минимизации времени или затрат для преобразованной (агрегируемой) сети дает оценку снизу для исходной задачи (теорема 2 в [9]).

## **5. Задача о переходе от разработки технологии к её продуктивному использованию**

Используя полученные в [8] свойства процессов управления технологией, рассмотрим задачу принятия решения о заверше-

нии проектирования (блок 3 на рис. 1 в [8]) и переходе к реализации продуктивной стадии ЖЦ КД (цикл b-c на рис. 1 в [8]).

Предположим, что в течение проектирования субъект инвестирует в создание технологии своей КД, чтобы получить выгоды от её использования в ходе реализации. На каждом шаге времени в течение фазы проектирования эффект от КД для субъекта детерминирован и отрицателен - он несёт затраты  $c_d$  независимо от состояний внешней среды.

В течение шага  $t$  фазы реализации может происходить один из двух возможных исходов:

- внешняя среда приняла одно из известных состояний, для которого технология уже разработана, соответственно субъект получает выгоду  $v$ ; будем условно обозначать такой исход  $\xi_t = 1$ ;
- внешняя среда приняла неизвестное состояние ( $\xi_t = 0$ ), что потребовало модернизации технологии, и субъект несёт затраты  $c_p$ , не получая выгоды (очевидно, имеет смысл рассматривать только случай  $c_p > c_d$ , если это не так, фаза проектирования не имеет экономического смысла).

Эффект в течение фазы реализации неопределён и зависит от состояния внешней среды  $v\xi_t - c_p(1 - \xi_t) = (v + c_p)\xi_t - c_p$ . В зависимости от текущего уровня разработанности технологии  $L_{t-1}$ , достигнутого к шагу  $t$ , матожидание эффекта, получаемого на данном шаге, равно:

$$V(t) = (v + c_p)E[\xi_t] - c_p = (v + c_p)\Pr(\xi_t = 1) - c_p = (v + c_p)L_{t-1} - c_p.$$

Общепринятым в подобных задачах является предположение об аддитивности эффекта: эффект, получаемый на интервале времени, равен сумме эффектов, полученных на каждом шаге этого интервала.

Выполнение ЖЦ [8] заключается в том, что перед каждым шагом субъект принимает решение, производить проектирование и нести затраты  $c_d$  или реализовывать КД; в последнем случае он в зависимости от состояния внешней среды получает выгоду  $v$  или несёт затраты на модернизацию  $c_p$ .

Пусть  $d_t$  – функция-индикатор, отражающая решения субъекта КД на каждом шаге  $t$  и принимающая значения «0» – производить проектирование или «1» – реализовывать КД. Тогда

$V(t_1, t_2)$  - матожидание эффекта, получаемого субъектом на интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  может быть записано в виде

$$V(t_1, t_2) = \sum_{\tau=t_1}^{t_2} [(v L_{\tau-1} - c_p (1 - L_{\tau-1})) d_{\tau} - c_d (1 - d_{\tau})].$$

Тогда задача принятия решения о завершении фазы проектирования и переходе к фазе реализации ЖЦ КД ставится в виде поиска решений  $\{d_t^*\}$ , оптимизирующих  $V(t_1, t_2)$ :

$$\{d_t^*\} = \arg \max_{\{d_t\}} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} [(v L_{\tau-1} - c_p (1 - L_{\tau-1})) d_{\tau} - c_d (1 - d_{\tau})].$$

Пусть субъект может последовательно принимать решения на каждом шаге  $t = 1, \dots, T$  независимо от решений на предыдущих шагах, т.е. все  $\{d_t\}$  независимы друг от друга.

Тогда в текущий момент времени  $t$  решение принимается так, чтобы оптимизировать  $V(t, T)$ :

$$(36) \max_{\{d_t\}} V(t, T) = \max_{\{d_t\}} \left\{ \sum_{\tau=t}^T (v L_{\tau-1} - c_p (1 - L_{\tau-1})) d_{\tau} - c_d (1 - d_{\tau}) \right\}.$$

Максимум суммы эффектов равен сумме максимумов эффектов в силу независимости  $\{d_t\}$  в различные моменты времени, тогда из выражения (36) следует, что

$$\begin{aligned} \max_{\{d_t\}} V(t, T) &= \sum_{\tau=t}^T \max_{d_{\tau}} \{ (v L_{\tau-1} - c_p (1 - L_{\tau-1})) d_{\tau} - c_d (1 - d_{\tau}) \} = \\ &= \max_{d_t} \{ (v L_{t-1} - c_p (1 - L_{t-1})) d_t - c_d (1 - d_t) \} + \max_{\{d_{t+1}\}} V(t+1, T). \end{aligned}$$

Выполнив преобразования и обозначив

$$(37) L_{\text{пор}} = \frac{c_p - c_d}{c_p + v},$$

получим

$$\max_{\{d_t\}} V(t, T) = -c_d + (v + c_p) \max_{d_t} \{ (L_{t-1} - L_{\text{пор}}) d_{t_m} \} + \max_{\{d_{t+1}\}} V(t+1, T).$$

Откуда следует следующее утверждение.

**Утверждение 8.** Оптимальной (дающей максимально возможный суммарный эффект) будет стратегия вида

$$(38) \quad d_t(L_{t-1}) = \begin{cases} 0, & \text{если } L_{t-1} < L_{\text{пор}}, \\ 1, & \text{если } L_{t-1} \geq L_{\text{пор}}. \end{cases}$$

То есть оптимальной является стратегия (38) с однократным переключением  $d_t$  от 0 к 1 – от фазы проектирования к фазе реализации, причём условие перехода задаётся достигнутым уровнем разработанности технологии: пока этот уровень ниже порогового значения ( $L_{t-1} < L_{\text{пор}}$ ), субъекту выгодно разрабатывать технологию (инвестировать в создание технологии), а начиная с момента  $t_{\text{дос}}$  достижения уровня разработанности  $L_{\text{пор}}$  целесообразно использовать технологию для получения выгод от реализации деятельности, параллельно повышая уровень разработанности. Сначала субъект только разрабатывает технологию, потом продолжает разработку - улучшение в процессе осуществления деятельности.

Основываясь на тождестве Вальда и используя полученные выше выражения (36) и (38), получим в явном виде выражение для априорной оценки максимального эффекта:

$$(39) \quad V^*(0, T) = (v + c_p) \sum_{\tau=t_{\text{дос}}+1}^T L_{\tau-1} - c_d t_{\text{дос}} - c_p (T - t_{\text{дос}}),$$

где  $t_{\text{дос}}$  - среднее время достижения уровня  $L_{\text{пор}}$  (явное выражение для  $t_{\text{дос}}$  приведено в [8]).

Подставив выражение для  $L_{\tau-1}$  - математического ожидания уровня разработанности - в выражение (39), получим

$$V^*(0, T) = (v + c_p) \sum_{\tau=t_{\text{дос}}}^{T-1} \left( 1 - \sum_{k=1}^K p_k (1 - p_k)^\tau \right) - c_d t_{\text{дос}} - c_p (T - t_{\text{дос}}).$$

Откуда окончательно:

$$V^*(0, T) = vT - (v + c_d) t_{\text{дос}} - (v + c_p) - (v + c_p) \sum_{k=1}^K \left[ (1 - p_k)^{t_{\text{дос}}} - (1 - p_k)^T \right].$$

Интересно отметить, что оптимальная стратегия не зависит от длительности интервала  $T$ , от неё зависит лишь значение получаемого эффекта  $V^*(0, T)$ .

Из (37) и свойств монотонности возрастания процесса  $L_t$  (см. утверждение 2 и его расширения на различные варианты комплексирования в разделе 5 в [8]) следует, что при любых сколь угодно больших затратах  $c_d$  и  $c_p$ , таких что  $c_d < c_p$ , и сколь

угодно малой, но отличной от нуля выгоде  $v$  найдётся такой момент времени  $T_{\text{окуп}}$ , начиная с которого деятельность будет приносить положительный эффект, т.е.  $T_{\text{окуп}}$  определит точку безубыточности ЖЦ КД. Этот момент времени может быть найден из уравнения

$$a_1 t + \sum_{k=1}^K (1 - p_k)^t = a_2 t_{\text{дос}} + 1 + \sum_{k=1}^K (1 - p_k)^{t_{\text{дос}}}$$

относительно  $t$ , где  $0 < a_1 = v/(v + c_p) < 1$ ,  $0 < a_2 = (v + c_d)/(v + c_p) < 1$ . Свойство монотонности возрастания уровня разработанности технологии (см. утверждение 2 и его расширения на различные варианты комплексирования в разделе 5 в [8]) позволяет показать, что последовательная стратегия с однократным переключением является оптимальной среди всех последовательных стратегий принятия решений  $d_t$  (не только стратегий с независимыми на каждом шаге решениями). Так как оптимальная последовательная стратегия принятия решений не хуже любой априорной стратегии, можно сформулировать следующее утверждение.

**Утверждение 9.** Последовательная стратегия (38) с однократным переключением является оптимальной среди всех возможных. Получаемый при этом эффект (39) является предельно достижимым, а срок окупаемости  $T_{\text{окуп}}$  – минимально возможным.

Рассмотрим теперь задачу принятия решения о переходе от фазы проектирования к фазе реализации при неизвестных, но не изменяющихся характеристиках внешней среды (размерность  $K$  и вероятности  $\{p_k\}$ ). В этом случае значение уровня разработанности технологии не может быть вычислено, поэтому непосредственно использовать стратегию (38), сформулированную в утверждении 9, нельзя.

Выражение для матожидания эффекта может быть записано в иной форме:

$$\max_{\{d_t\}} V(t, T) = -c_d + (v + c_p) \max_{d_t} \left\{ (\Pr(\xi_t = 1) - L_{\text{нор}}) d_t \right\} + \max_{\{d_{t+1}\}} V(t + 1, T).$$

Отсюда следует, что последовательная стратегия, оптимизирующая матожидание эффекта  $V(t, T)$ , непосредственно за-



ключается в максимизации:  $(\Pr(\xi_t = 1) - L_{\text{пор}})d_t \rightarrow \max_{d_t}$ , что в свою очередь обеспечивается стратегией  $d_t = 1$  при  $\Pr(\xi_t = 1) > L_{\text{пор}}$  и  $d_t = 0$  в остальных случаях. То есть  $d_t$  должно формироваться как результат последовательной проверки превышения значением ненаблюдаемого процесса  $L_t$  порога  $L_{\text{пор}}$  – фактически проверки сложной основной гипотезы  $L_t < L_{\text{пор}}$  против сложной альтернативной гипотезы  $L_t \geq L_{\text{пор}}$ .

При неизвестных характеристиках внешней среды вся информация, на основании которой может приниматься решение, заключается в том, наблюдается ли новое или уже встречавшееся состояние внешней среды. Обозначим через  $\theta_k$  моменты времени, в которые состояния внешней среды принимают не наблюдавшиеся до этого значения. Эти моменты образуют возрастающую конечную последовательность  $0 = \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_k < \dots < \theta_K$ , наблюдаемую субъектом. Согласно определениям в каждый из моментов  $\theta_k$  процесс  $L_t$  увеличивается на неизвестное субъекту значение  $p_k$  и принимает значение

ниже  $L_{\theta_k} = \sum_{i=1}^k p_i$ , после чего до следующего момента  $\theta_{k+1}$  не

изменяет значения. Рассмотрим длины серий  $\psi_k = (\theta_{k+1} - \theta_k - 1)$  при  $k = 1, \dots, K - 1$ . Значения  $\psi_k$  являются независимыми случайными величинами, распределение каждой из которых подчиняется геометрическому закону с неизвестным субъекту параметром, равным достигнутому значению  $L_{\theta_k} = \sum_{i=1}^k p_i$  суммы

вероятностей уже реализованных состояний внешней среды. То есть  $\Pr(\psi_k = n) = (1 - L_{\theta_k})L_{\theta_k}^{n-1}$ , их математические ожидания и

дисперсии равны  $L_{\theta_k} / (1 - L_{\theta_k})$  и  $L_{\theta_k} / (1 - L_{\theta_k})^2$  соответственно.

Так как субъект априори не знает размерности  $K$  и распределения  $\{p_k\}$ , то длина последовательности  $\{\psi_k\}$  не может быть задана, поэтому последовательность  $\{\psi_k\}$  априори должна считаться бесконечной.

Будем обозначать номер последнего наблюдавшегося к текущему моменту времени  $t$  нового состояния как  $s$ , т.е.  $0 = \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_s \leq t$ , также обозначим  $\psi_s = t - \theta_s$ .

Итак, в каждый момент времени  $t$  субъект располагает следующей информацией (на основании этой и только этой информации ему необходимо принимать решение):

- значениями длин серий  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{s-1}, \psi_s$ ; будем символически обозначать этот набор значений через  $\{\psi\}$ ;
- знанием о том, что каждое из  $\psi_k$  порождается геометрическим распределением с неизвестным, но возрастающим параметром  $L_{\theta_k} < L_{\theta_{k+1}}$ .

Таким образом, в случае неизвестных свойств внешней среды необходимо синтезировать критерий  $d_t(\{\psi\})$  последовательной проверки сложной основной гипотезы  $H_0$  (значение  $L_t$  до момента  $t$  не превысило порога  $L_{\text{пор}}$ ):  $L_{\theta_s} < L_{\text{пор}}$  против набора сложных альтернативных гипотез  $\{H_i\}$  (значение  $L_t$  превысило порог  $L_{\text{пор}}$  в момент  $\theta_i$ ):  $L_{\theta_i} \geq L_{\text{пор}}$  так, чтобы оптимизировать матожидание эффекта  $V(0, T)$ . При синтезе критерия вид решающей функции  $d_t(\{\psi\})$  выберем на основании отношения правдоподобия, а параметры критерия – исходя из оптимизации эффекта  $V(0, T)$ .

Относительное логарифмическое правдоподобие длин серий  $\{\psi\}$ , порождаемых геометрическим распределением, имеет вид

$$l(i, t) = \ln \left\{ \frac{\Pr(\{\psi\} | H_i)}{\Pr(\{\psi\} | H_0)} \right\} = \sum_{k=i}^{s-1} \ln \left( \frac{L_k^i}{L_k^0} \right) \psi_k + \sum_{k=i}^{s-1} \ln \left( \frac{1 - L_k^i}{1 - L_k^0} \right) + \ln \left( \frac{L_s^i}{L_s^0} \right) \psi_s,$$

где  $L_k^0$  и  $L_k^i$  - значения процесса  $L_t$  в моменты времени  $\theta_k$ , когда верна основная  $L_k^0 < L_{\text{пор}}$  и альтернативная  $L_k^i \geq L_{\text{пор}}$  гипотезы соответственно, а номер  $i = 1, 2, \dots, s$  – номер альтернативной гипотезы, он же номер порядковый номер нового  $i$ -го состояния внешней среды.

Отсутствие информации о свойствах внешней среды не даёт оснований сформулировать конструктивные соображения относительно значений  $L_k^0$  и  $L_k^i$  кроме неравенств  $L_k^0 < L_{\text{пор}}$  и

$L_k^i \geq L_{\text{пор}}$ , поэтому полагаем  $L_k^0 = L_{\text{пор}} - \Delta L$  и  $L_k^i = L_{\text{пор}} + \Delta L$  (данное предположение ничем не лучше и не хуже любого иного).

Решение отвергнуть основную гипотезу в пользу альтернативы, очевидно, принимается в момент времени  $t$ , когда хотя бы одна из функций  $l(i, t)$  превысит некоторое пороговое значение  $l_{\text{пор}}$ , т.е.  $\max_i l(i, t) \geq l_{\text{пор}}$ .

Обозначим  $l(t) = \max_i l(i, t)$  и рассмотрим изменение функции  $l(t)$  с течением времени. Если в момент времени  $t$  наблюдалось известное состояние внешней среды, то каждое из правдоподобий  $l(i, t)$  при  $1 \leq i \leq s$  увеличивается на

$$a_1 = \ln \left( \frac{L_{\text{пор}} + \Delta L}{L_{\text{пор}} - \Delta L} \right) > 0, \text{ следовательно и } l(t) \text{ увеличивается на это}$$

же значение, т.е.  $l(t+1) = l(t) + a_1$ . Если наблюдалось новое состояние, то каждое из  $l(i, t)$  для  $1 \leq i \leq s$  уменьшается на

$$a_2 = \ln \left( \frac{1 - L_{\text{пор}} - \Delta L}{1 - L_{\text{пор}} + \Delta L} \right) < 0. \text{ Также формируется новая, } (s+1)\text{-я}$$

функция  $l(s+1, t+1) = 0$ . Поэтому в этом случае  $l(t+1) = \max\{0; l(t) + a_2\}$ .

Получающееся значение функции правдоподобия  $l(t)$  сравнивается с пороговым значением  $l_{\text{пор}}$ . Так как все три используемые константы  $a_1$ ,  $a_2$  и  $l_{\text{пор}}$  подлежат определению, без ограничения общности можно положить  $a_1 = 1$  и  $a_2 = -a$ .

Таким образом, вид последовательного критерия, основанного на отношении правдоподобия, для случая неизвестных свойств внешней среды определён. Критерий включает рекуррентное вычисление функции правдоподобия  $l(t)$  и на её основе принятие решения:

$$(40) \quad l(t+1) = \begin{cases} l(0) = 0, \\ l(t) + 1 \text{ при наблюдении известного состояния,} \\ \max\{0; l(t) - a\} \text{ при наблюдении нового состояния;} \end{cases}$$

$$d_t(\{\psi\}) = \begin{cases} 0 \text{ при } d_{t-1}(\{\psi\}) = 0 \text{ и } l(t) < l_{\text{пор}}, \\ 1 \text{ при } d_{t-1}(\{\psi\}) = 1 \text{ или } l(t) \geq l_{\text{пор}}. \end{cases}$$

Для завершения синтеза критерия необходимо определить значения констант  $a$  и  $l_{\text{пор}}$  исходя из оптимизации эффекта  $V(0, T, a, l_{\text{пор}})$  при различных предположениях о свойствах внешней среды. Сделаем это.

Получим выражение для матожидания эффекта на некотором интервале времени от 0 до  $T$  (в начале которого уровень научения  $L_0 = 0$ ) в виде функции от констант критерия  $a$  и  $l_{\text{пор}}$ , а также от предполагаемых свойств внешней среды - от распределения  $\{p_k\}$  и его размерности  $K$ .

Будем называть траекторией последовательность номеров  $\{k_1, k_2, \dots, k_K\}$  новых состояний внешней среды в том порядке, как они наблюдались в ходе разработки технологии, обозначать  $\theta_i$  - моменты наступления состояний  $k_i$ . Уровень научения в ходе реализации траектории меняется от 0 до 1 и в моменты времени  $\theta_i$  принимает значения  $L_{\theta_i} = \sum_{j=1}^i p_{k_j}$ . Вероятность каждой

траектории  $\{k_i\}$  равна  $P(\{k_i\}) = \prod_{i=1}^K [p_{k_i} (1 - L_{\theta_{i-1}})^{-1}]$ .

Сначала вычислим значение эффекта  $V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}})$  для каждой траектории, а потом усредним по траекториям:

$$\begin{aligned}
 V(T, a, l_{\text{пор}}) &= \sum_{\{k_i\}} V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) P(\{k_i\}) = \\
 (41) \quad &= \sum_{\{k_i\}} V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) \prod_{i=1}^K [p_{k_i} (1 - L_{\theta_{i-1}})^{-1}].
 \end{aligned}$$

При получении выражение для эффекта  $V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}})$  траектория  $\{k_i\}$  является фиксированной, поэтому для простоты обозначений будем считать  $k_i = i$ , тогда  $p_i = p_{k_i}$ , также будем обозначать  $L_i = L_{\theta_i}$ .

Введём в рассмотрение случайный двумерный дискретный процесс  $(k(t); l(t))$  где  $k(t)$  - количество состояний траектории, которые ещё не реализовались (после первого момента времени  $k(0) = K - 1$  и далее уменьшается на 1 в моменты  $\theta_i$ , не становясь меньше 0),  $l(t)$  - значения функции правдоподобия ( $l(0) = 0$  и далее  $l(t)$  меняется согласно правилу (40) в диапазоне от 0 до  $l_{\text{пор}}$  включительно).

Если в некоторый момент времени  $t$  второй элемент процесса  $(k(t), l(t))$  достиг значения  $l(t) = l_{\text{пор}}$ , эффект для данной траектории станет определён и примет значение  $v(T-t) - c_p k(t) - c_d t$ .

Тогда матожидание эффекта для траектории равно

$$V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) = \sum_{t; k(t)} (v(T-t) - c_d t - c_p k(t)) Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) =$$

$$= vT - (c_d + v) \left\{ \sum_{t; k(t)} t Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) + \frac{c_p}{c_d + v} \sum_{t; k(t)} k(t) Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) \right\}.$$

В этом выражении, во-первых, первый элемент  $vT$  не зависит ни от свойств внешней среды, ни от рассматриваемой траектории, ни от параметров критерия, поэтому в дальнейшем для простоты выкладок будет опущен. Во-вторых, второй элемент имеет смысл издержек на научение – произведение константы  $(v + c_d)$  на сумму среднего времени достижения требуемого уровня научения (первая сумма) и среднего числа не реализовавшихся к этому моменту состояний среды (вторая сумма), умноженного на  $\mu = c_p (v + c_d)^{-1}$ .

Таким образом, оптимизация эффекта сводится к минимизации издержек в форме

$$(42) \quad C(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) = \sum_{t; k(t)} t Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) + \mu \sum_{t; k(t)} k(t) Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t).$$

Выражение (41) для эффекта с учётом (42) примет вид

$$V(T, a, l_{\text{пор}}) = vT - (c_d + v) \sum_{\{k_i\}} C(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) P(\{k_i\}) =$$

$$= vT - (c_d + v) \sum_{\{k_i\}} C(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) \prod_{i=1}^K \left[ p_{k_i} (1 - L_{\theta_i-1})^{-1} \right].$$

Поэтому задача оптимизации эффекта  $V(0, T, a, l_{\text{пор}}) \rightarrow \max$  эквивалентна задаче минимизации средних издержек  $C(T, a, l_{\text{пор}}) \rightarrow \max$ , где

$$(43) \quad C(T, a, l_{\text{пор}}) = \sum_{\{k_i\}} C(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}) \prod_{i=1}^K \left[ p_{k_i} (1 - L_{\theta_i-1})^{-1} \right] =$$

$$= \sum_{\{k_i\}} \left( \sum_{t; k(t)} (t + \mu k(t)) t Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) \right) \prod_{i=1}^K \left[ p_{k_i} (1 - L_{\theta_i-1})^{-1} \right].$$

Таким образом, для решения задачи необходимо получить выражение для распределения вероятностей  $Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t)$ .

Заметим также, что средние издержки могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} C(T; a; l_{\text{пор}}) &= \sum_{\{k_i\}} C(\{k_i\}; T; a; l_{\text{пор}}) P(\{k_i\}) = \\ &= \sum_{\{k_i\}} \left( \sum_{t; k(t)} (t + \mu k(t)) Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) \right) P(\{k_i\}) = \\ &= \sum_{\{k_i\}} \sum_{t; k(t)} t Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) P(\{k_i\}) + \mu \sum_{\{k_i\}} \sum_{t; k(t)} k(t) Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) P(\{k_i\}). \end{aligned}$$

То есть средние издержки выражаются как

$$(44) \quad C(T; a; l_{\text{пор}}) = \bar{t}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}}) + \mu \bar{k}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}}),$$

где  $\bar{t}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$  - среднее время достижения уровня  $l_{\text{пор}}$  процессом  $l(t)$ ,  $\bar{k}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$  - среднее количество состояний внешней среды, не реализовавшихся к моменту достижения процессом  $l(t)$  уровня  $l_{\text{пор}}$  и  $\mu = c_p (v + c_d)^{-1}$  - известный параметр, аккумуляровано характеризующий соотношение выгод  $v$ , затрат  $c_p$  и  $c_d$ .

Выражение (44) позволяет качественно проанализировать поведение средних издержек при различных значениях параметров критерия. Очевидно, функция  $\bar{t}(\cdot)$  монотонно растёт по  $a$  и  $l_{\text{пор}}$ , а  $\bar{k}(\cdot)$  монотонно убывает по  $a$  и  $l_{\text{пор}}$  для любых распределений состояний внешней среды. При  $l_{\text{пор}} = 0$  (очевидно,  $a \leq l_{\text{пор}}$ ) критерий срабатывает на первом же шаге, функция  $\bar{t}(\cdot)$  оказывается равной 1, функция  $\bar{k}(\cdot)$  - равной  $K - 1$ , и средние издержки  $C(T, 0, 0) = 1 + \mu(K - 1)$ . Наоборот, при «очень больших» значениях  $l_{\text{пор}}$  критерий вообще не срабатывает до конца интервала  $T$ , функция  $\bar{t}(\cdot)$  оказывается равной  $T$ , функция  $\bar{k}(\cdot)$  - равной 0, и средние издержки  $C(T, a, \infty) = T$  (при любых  $a$ ).

Поэтому средние издержки  $C(T, a, l_{\text{пор}})$  имеют оптимум, зависящий от  $K, \{p_i\}, \mu, a, l_{\text{пор}}$  (в частном случае оптимум соответствует одному из граничных значений  $1 + \mu(K - 1)$  или  $T$ ).

Согласно определению процесса  $(k(t), l(t))$  его эволюция описывается следующими правилами:

- В начальный момент времени  $t = 1$  значение процесса детерминировано и равно  $(k(0); l(0)) = (K - 1; 0)$ .
- В каждый момент  $t > 0$ , когда повторно реализуется известное состояние внешней среды,  $(k(t); l(t)) = (k(t - 1); l(t - 1) + 1)$ . Если при этом  $l(t - 1) \geq l_{\text{пор}}$ , то  $(k(t); l(t)) = (k(t - 1); l_{\text{пор}})$ . Вероятность этого события равна  $L_{k(t)}$ .
- Если в момент  $t > 0$  реализуется неизвестное состояние внешней среды, то  $(k(t); l(t)) = (k(t - 1) + 1; \max\{0; l(t - 1) - a\})$ , если при этом  $l(t - 1) \geq l_{\text{пор}}$ , то  $(k(t); l(t)) = (k(t - 1) + 1; l_{\text{пор}})$ . Вероятность этого события равна  $1 - L_{k(t)}$ .

Эти правила позволяют сформулировать систему разностных уравнений, описывающих эволюцию значений вероятностей  $P(k; l; t)$  процесса  $(k(t), l(t))$  от времени  $t > 0$  для  $0 \leq k < K$  и  $0 < l < l_{\text{пор}}$ :

$$(45) P(k; l; t) = L_k P(k; l - 1; t - 1) + (1 - L_{k+1}) P(k + 1; l + a; t - 1),$$

а также начальные условия:

$$(46) P(K - 1; 0; 0) = 1 \text{ и } P(k; l; 0) = 0 \text{ для любых } k < K - 1 \text{ или } l > 0,$$

и граничные условия:

$$P(k; l_{\text{пор}}; t) = L_k \left( P(k; l_{\text{пор}} - 1; t - 1) + P(k; l_{\text{пор}}; t - 1) \right) + (1 - L_{k+1}) P(k + 1; l_{\text{пор}}; t - 1),$$

$$(47) P(k; 0; t) = \sum_{l=1}^a (1 - L_{k+1}) P(k + 1; l; t - 1),$$

$$P(k; l; t) \equiv 0 \text{ при } l_{\text{пор}} < l \text{ или } l < 0 \text{ для } \forall k, \forall t.$$

Система разностных уравнений (45)–(47) позволяет рекуррентно рассчитать значения вероятностей состояний процесса  $(k(t); l(t))$ . В свою очередь, распределение вероятностей моментов достижения уровня  $l_{\text{пор}}$  и количества состояний траектории, которые ещё не реализовались, может быть получено как  $Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) = L_k P(k; l_{\text{пор}} - 1; t - 1)$ . Это обеспечивает возмож-

ность вычисления средних издержек и, следовательно, возможность численной оптимизации издержек  $C(T, a, l_{\text{пор}})$  и выбора оптимальных значений параметров критерия  $a$  и  $l_{\text{пор}}$  таких, что  $C(T, a, l_{\text{пор}}) \rightarrow \max$  для определённых предполагаемых свойств внешней среды - распределения  $\{p_k\}$  и его размерности  $K$ .

Таким образом, для случая неизвестных свойств внешней среды (размерность  $K$  и вероятности  $\{p_k\}$ ) синтезирован последовательный критерий (40), основанный на функции правдоподобия. Для этого критерия предложен алгоритм выбора оптимальных (по минимуму издержек) значений параметров для определённых предполагаемых свойств внешней среды.

Для исследования свойств синтезированного критерия была разработана имитационная модель, численно реализующая систему разностных уравнений (45)–(47) и позволяющая рекуррентно рассчитать значения вероятностей  $Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t)$  и средние издержки  $C(T, a, l_{\text{пор}})$ . На основании этого выбираются (перебором с заданным шагом) оптимальные значения параметров  $a, l_{\text{пор}}$  в зависимости от предполагаемых свойства внешней среды – распределения  $\{p_k\}$  и его размерности  $K$ .

Моделирование выполнялось для различных сценариев: предполагалось равномерным распределение состояний внешней среды различной размерности  $K$  - от 5 до 80 - при значениях параметра  $\mu$  от 3 до 30. Результаты имитационного исследования позволили сделать следующие выводы.

Во-первых, оказалось, что для всех промоделированных сочетаний  $K$  (от 5 до 80 с шагом 5) и  $\mu$  (от 3 до 30 с шагом 3) наименьшее значение средних издержек достигается при  $a = 0$ ; иллюстративные таблицы приведены в Приложении 1 (см. таблицы П.1–П.4). Содержательную интерпретацию этого результата рассмотрим ниже.

Во-вторых, на основании моделирования были табулированы следующие функции (см. таблицы П.5 и П.6):

$C_{\text{опт}}(K; \mu)$  – минимальных (по  $l_{\text{пор}}$  при  $a=0$ ) средних издержек в зависимости от  $K$  и  $\mu$ ;

$l_{\text{опт}}(K; \mu)$  – оптимального значения параметра  $l_{\text{пор}}$  в зависимости от  $K$  и  $\mu$ , при выборе которого достигается минимум издержек  $C_{\text{опт}}(K; \mu)$ .



Из таблиц П.5 и П.6 и графиков рис. П.1 и рис. П.2 видно, что при любых фиксированных  $\mu$  обе функции  $C_{\text{опт}}(K; \mu)$  и  $l_{\text{опт}}(K; \mu)$  с хорошим «инженерным» приближением ( $R^2 \geq 0,99$ ) могут считаться линейными по  $K$ , и в целом могут быть численно аппроксимированы как:

$$(48) \quad \begin{aligned} C_{\text{опт}}(K; \mu) &= K \cdot (0,5 \cdot \ln(\mu) + 0,85) - 0,33 \cdot \ln(\mu) + 0,13, \\ l_{\text{опт}}(K; \mu) &= K \cdot (0,95 \cdot \ln(\mu) - 0,12) - 0,05 \cdot \mu + 0,56. \end{aligned}$$

Выражения (48) могут использоваться для предварительных расчётов и выбора начальных значений параметра  $l_{\text{пор}}$  при имитационных экспериментах.

Аппроксимации (48) отражают результаты численных экспериментов и вместе с тем характеризуются очень высокой точностью (см. значения  $R^2$  на графиках в П.1 и П.2 в Приложении 1). Такая высокая точность аппроксимаций экспериментальных зависимостей линейными функциями требует теоретического анализа, который приведён в Приложении 2.

## **6. Заключение**

В настоящей работе рассмотрен комплекс задач управления разработкой и освоением новых технологий комплексной деятельности. В рамках задачи об оптимальном научении показано, что равномерное разбиение множества возможных состояний природы является «асимптотически» оптимальным с точки зрения минимизации ожидаемой ошибки и энтропии, а также максимизации ожидаемого значения уровня научения. Для задач распределения ресурса в случае агрегируемых технологических сетей на основании изложенного могут быть предложены простые аналитические алгоритмы оптимального распределения ресурса. Для задачи о выборе стратегии переключения с разработки технологии на ее продуктивное использование получена оценка оптимального момента однократного переключения.

Перспективными направлениями будущих исследований представляется получение аналитических решений задач об оптимальном распределении ресурса для максимально широких классов сетевых технологических структур, а также постановка и решение задач об оптимальном научении для более сложных

моделей последнего (в том числе учитывающих нестационарность распределений возможных состояний природы, их зависимость от накопленного опыта, взаимодействия агентов; возможную зависимость затрат от реализовавшихся значений состояния природы и т.д.).

### Приложение 1

В таблицах П.1-П.4 приведены результаты имитационного исследования критерия (40) с целью определения оптимальных значений параметров  $l_{\text{пор}}$  и  $a$ . В каждой из таблиц представлены значения средних издержек, параметр  $l_{\text{пор}}$  меняется по столбцам, параметр  $a$  - по строкам. Из таблиц видно, что оптимальные значения средних издержек находятся в верхней строке, т.е. при  $a = 0$ .

Таблица П.1. Средние издержки при  $K = 8$ ;  $\mu = 3$  для значений параметров  $l_{\text{пор}} = 6, \dots, 11$  и  $a = 0, \dots, l_{\text{пор}} - 1$

	6	...	9	10	11	...	19	20
0	14,2	...	13,62	13,61	13,66	...	15,5	16,1
1	13,9	...	14,2	14,4	14,6	...	17,6	18,0
2	14,1	...	14,8	15,1	15,4	...	18,7	19,2
...			...	...	...	...	...	...
10					17,1	...	21,8	22,3
11						...	21,9	22,4
12						...	22,0	22,5
...						...	...	...
19							...	22,8

Таблица П.2. Средние издержки при  $K = 8$ ;  $\mu = 27$  для значений параметров  $l_{\text{пор}} = 20, \dots, 35$  и  $a = 0, \dots, l_{\text{пор}} - 1$

	20	...	28	29	30	...	35
0	27,79	...	24,36	23,98	24,33	...	24,63
1	25,4	...	24,7	24,9	25,1	...	26,4
2	25,0	...	25,4	25,6	25,9	...	27,5
...	...	...	...	...	...	...	...
19	26,3	...	28,7	29,1	29,5	...	31,7
20			28,8	29,2	29,6	...	31,8
...			...	...	...	...	...
27			28,9	29,3	29,7	...	32,0
28				29,3	29,7	...	32,0
...						...	...
34							32,0

Таблица П.3. Средние издержки при  $K = 60$ ;  $\mu = 3$  для значений параметров  $l_{\text{пор}} = 55, \dots, 61$  и  $a = 0, \dots, l_{\text{пор}} - 1$

	55	56	57	58	59	60	61
0	83,45	83,42	83,41	83,41	83,42	83,44	83,47
1	87,7	88,0	88,2	88,5	88,8	89,1	89,4
2	93,4	93,8	94,2	94,6	95,0	95,3	95,7
3	98,3	98,8	99,2	99,6	100,1	100,5	101,0
...	...	...	...	...	...	...	...
54	134,7	135,7	136,6	137,6	138,5	139,5	140,4
...					...	...	...
59						139,5	140,5
60							140,5

Таблица П.4. Средние издержки при  $K = 60$ ;  $\mu = 27$  для значений параметров  $l_{\text{пор}} = 170, \dots, 188$  и  $a = 0, \dots, l_{\text{пор}} - 1$

	170	...	180	181	182	...	187	188
0	149,35	...	148,91	148,87	148,92	...	149,07	149,20
1	151,96	...	154,10	154,35	153,64	...	155,88	156,15
2	157,32	...	160,37	160,69	159,73	...	162,69	163,03
3	157,98	...	165,65	166,01	164,92	...	168,24	168,63
...	...	...	...	...	...	...	...	...
180				225,8	226,4	...		
181					226,4	...		
...						...		
186							229,1	229,6
187								229,6

В таблице П.5 приведены результаты имитационных экспериментов исследования средних издержек для различных значений размерности распределения внешней среды и параметра  $\mu$ , а в таблице П.6 – значения порога  $l_{\text{пор}}$ , обеспечивающие достижения оптимума издержек. В таблицах П.5 и П.6 значения размерности  $K$  меняются по строкам, а параметра  $\mu$  – по столбцам.

Таблица П.5.  $C_{\text{опт}}(K; \mu)$  - минимальные (по  $l_{\text{пор}}$ ) средние издержки в зависимости от  $K$  и  $\mu$  (минимум достигается при  $l_{\text{пор}} = l_{\text{опт}}(K; \mu)$ , см. таблицу П.6)

	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
5	7	8	9	10	10	11	11	11	11	12
10	14	17	19	20	21	22	23	23	24	24
15	21	26	29	31	32	34	35	36	36	37
20	28	34	38	41	43	45	47	48	49	50
25	35	43	48	52	54	57	58	60	61	63
30	42	52	58	62	65	68	70	72	74	76
35	49	61	68	72	76	79	82	84	86	88
40	55	69	77	83	87	91	94	97	99	101
45	62	78	87	93	98	102	106	109	111	114
50	69	87	97	104	109	114	118	121	124	127
55	76	95	106	114	120	125	130	133	136	139
60	83	104	116	125	131	137	141	145	149	152
65	90	113	126	135	142	148	153	158	161	165
70	97	122	136	146	153	160	165	170	174	177
75	104	130	145	156	164	171	177	182	186	190
80	111	139	155	167	175	183	189	194	199	203

Таблица П.6.  $l_{\text{опт}}(K; \mu)$  – оптимального значения параметра  $l_{\text{пор}}$  в зависимости от  $K$  и  $\mu$ , при выборе которого достигается минимум издержек  $C_{\text{опт}}(K; \mu)$  (см. таблицу П.4)

	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
5	6	8	10	10	12	12	14	14	14	14
10	10	15	19	23	25	25	27	29	29	31
15	14	24	30	34	36	38	42	42	44	46
20	19	31	39	45	49	51	55	57	59	61
25	24	39	48	56	60	64	68	72	74	78
30	29	47	59	67	73	79	83	87	89	93
35	34	55	68	78	84	92	96	100	104	108
40	38	63	77	89	97	105	111	115	119	123
45	43	70	87	100	110	118	124	130	134	140
50	48	78	97	111	121	131	137	145	149	155
55	53	86	107	122	134	144	152	158	164	170
60	58	94	117	133	145	157	165	173	179	187
65	62	102	126	144	158	170	180	188	194	202
70	67	110	136	155	170	183	193	201	209	217
75	72	118	146	166	182	196	206	216	226	232
80	76	125	155	177	195	209	221	231	241	249

На рис. П.1 и рис. П.2 приведены графики функций средних издержек  $C_{\text{опт}}(K; \mu)$  и оптимального значения порога  $l_{\text{опт}}(K; \mu)$  при фиксированных  $\mu$  в зависимости от  $K$ .

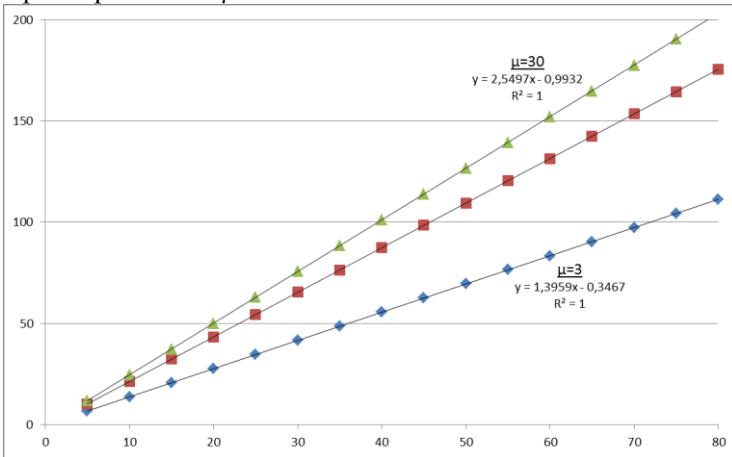


Рис. П.1. График зависимости  $C_{\text{опт}}(K; \mu)$  от размерности  $K$  при фиксированных  $\mu$

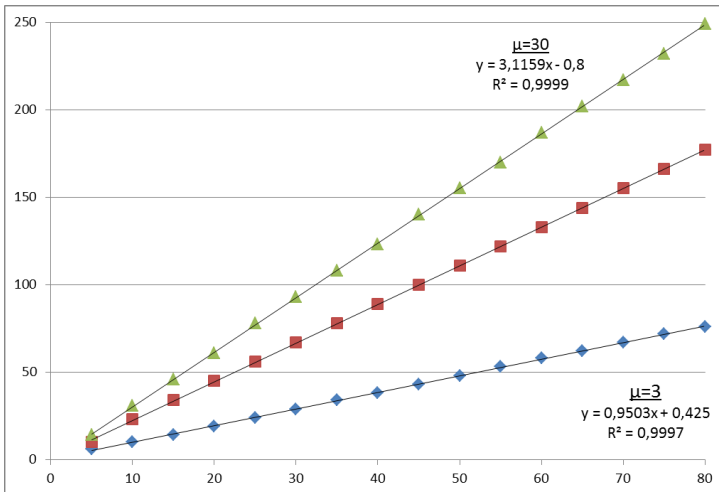


Рис. П.2. График зависимости  $l_{\text{опт}}(K; \mu)$  от размерности  $K$  при фиксированных  $\mu$

## Приложение 2

Проанализируем полученные результаты, чтобы качественно объяснить выявленные тренды (48).

Оптимальное значение параметра критерия  $a=0$  означает, что функции правдоподобия  $l(t)$  критерия (40) формируется следующим образом:

$$(П2.1) \quad l(t+1) = \begin{cases} l(0) = 0, \\ l(t) \text{ при наблюдении нового состояния,} \\ l(t) + 1 \text{ при наблюдении известного состояния.} \end{cases}$$

Это значит, что в любой момент времени (в том числе и в момент срабатывания критерия - достижения функцией правдоподобия  $l(t)$  порога  $l_{\text{пор}}$ ) соблюдается равенство  $l(t) = t - (K - k(t))$ , где  $t$  имеет смысл общего количества наблюдений, а  $(K - k(t))$  - количества наблюдений, в которых реализовались не наблюдавшиеся до этого состояния внешней среды. Отсюда непосредственно следует

$$(П2.2) \quad t = l(t) + K - k(t).$$

Математическое ожидание величины  $(K - k(t))$  равно уровню научения, умноженному на  $K$ , т.е.  $K(1 - (1 - 1/K)^t)$ , а математическое ожидание  $k(t)$  количества нереализованных состояний равно  $E[k(t)] = K(1 - 1/K)^t$ . Отсюда следует, что среднее время  $\bar{t}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$  достижения уровня  $l_{\text{пор}}$  процессом  $l(t)$  и среднее количество  $\bar{k}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$  состояний внешней среды, не реализовавшихся к моменту достижения процессом  $l(t)$  уровня  $l_{\text{пор}}$  связаны уравнением (П2.3):

$$(П2.3) \quad \bar{k}(K; l_{\text{пор}}) = K(1 - 1/K)^{\bar{t}(K; l_{\text{пор}})}.$$

Здесь и далее обозначаем  $\bar{t}(K; l_{\text{пор}}) = \bar{t}(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$  для рассматриваемого случая  $a = 0$ .

Для минимизации средних издержек (44) необходимо найти такое значение  $l_{\text{пор}}$ , для которого

$$(П2.4) \quad \frac{\partial}{\partial l_{\text{пор}}} C(T; a; l_{\text{пор}}) = \frac{\partial}{\partial l_{\text{пор}}} \bar{t}(K; l_{\text{пор}}) + \mu \frac{\partial}{\partial l_{\text{пор}}} \bar{k}(K; l_{\text{пор}}) = 0.$$

Подставим (П2.3) в (П2.4) и найдём из получившегося уравнения (П2.5) значение среднего времени достижения  $\bar{t}(K; l_{\text{опт}})$ , обеспечивающего оптимум средних затрат, а из  $\bar{t}(K; l_{\text{опт}})$  – необходимое значение оптимального порога  $l_{\text{опт}}$ :

$$(П2.5) \quad \left(1 + \mu \ln(1 - 1/K) K (1 - 1/K)^{\bar{t}(K; l_{\text{опт}})}\right) \frac{\partial}{\partial l} \bar{t}(K; l_{\text{опт}}) = 0.$$

Производная  $\frac{\partial}{\partial l} \bar{t}(K; l)$  никогда не обращается в ноль, так как среднее время монотонно растёт по  $l$ . Поэтому искомое значение  $\bar{t}(K; l_{\text{опт}})$  может быть получено приравнением нулю выражения в скобке в (П2.5):

$$1 + \mu \ln(1 - 1/K) K (1 - 1/K)^{\bar{t}(K; l_{\text{опт}})} = 0.$$

Решим это уравнение относительно  $\bar{t}(\cdot)$ , учитывая  $\ln(1 - 1/K) \approx -1/K$ , и получим  $\bar{t}(K; l_{\text{опт}})$ , обеспечивающее оптимум средних затрат:

$$(П2.6) \quad \bar{t}(K; l_{\text{опт}}) \approx K \ln(\mu).$$

На основании (П2.2) и (П2.3) найдем приближённое выражение, связывающее  $\bar{t}(K; l)$ ,  $\bar{k}(K; l)$  и  $l_{\text{пор}}$ .

В (П2.2) перейдём к математическим ожиданиям:

$$E[t] = E[l(t)] + K - E[k(t)].$$

Подставим (П2.3) и получим

$$E[t] = E[l(t)] + K - K(1 - 1/K)^{E[t]}.$$

Приравняем  $E[l(\bar{t}(K; l))] = l$  и получим

$$\bar{t}(K; l) \approx l + K - K(1 - 1/K)^{\bar{t}(K; l)},$$

или в иной форме:

$$(П2.7) \quad l \approx \bar{t}(K; l) - K + K(1 - 1/K)^{\bar{t}(K; l)}.$$

Подставим (П2.6) в (П2.7) и получим окончательно

$$\begin{aligned}
 l_{\text{опт}} &\approx \bar{t}(K; l) - K + K(1 - 1/K)^{\bar{t}(K; l)} = \\
 \text{(П2.8)} \quad &= K \ln(\mu) - K + K(1 - 1/K)^{K \ln(\mu)} = \\
 &= K \ln(\mu) - K + K e^{K \ln(1 - 1/K) \ln(\mu)} \approx \\
 &\approx K \ln(\mu) - K + K e^{-\ln(\mu)} = K \ln(\mu) - K + K / \mu.
 \end{aligned}$$

В итоге получаем приближённое значение оптимального порога (П2.9)  $l_{\text{опт}} \approx K \ln(\mu) - K + K / \mu$ .

В силу линейной связи  $\bar{t}(K; l)$ ,  $\bar{k}(K; l)$  и  $l_{\text{пор}}$ , описываемой выражением (П2.2), основной тренд оптимальных средних будет аналогичен:

$$\text{(П2.10)} \quad C(T; a = 0; l_{\text{опт}}) : K \ln(\mu) + K.$$

Таким образом, аналитические аппроксимации оптимального порога (П2.9) и средних издержек (П2.10) хорошо объясняют основные тренды результатов имитационных экспериментов (48).

### Литература

- 1 АНТОМОНОВ Ю.Г. *Моделирование биологических систем. Справочник.* - Киев: Наукова думка, 1977. – 259 с.
- 2 АТКИНСОН Р., БАУЭР Г., КРОТЕРС Э. *Введение в математическую теорию обучения.* - М.: Мир, 1969. – 468 с.
- 3 БАЛАЯН Г.Г., ЖАРИКОВА Г.Г., КОМКОВ Н.И. *Информационно-логические модели научных исследований.* – М.: Наука, 1978. – 344 с.
- 4 БАРСКИЙ А.Б. *Логические нейронные сети.* – М.: Интуит, 2016. – 493 с.
- 5 БЕЛОВ М.В. *Организация современной производственной программы и управление ею: состояние и тенденции развития // Управление проектами и программами.* – 2015. – №2. – С. 86–99.
- 6 БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Методология комплексной деятельности.* – М.: Ленанд, 2018. – 320 с.



- 7 БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Сетевые активные системы: задачи планирования и стимулирования* // Проблемы управления. – 2018. – №1. – С. 47-57.
- 8 БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Модели разработки и освоения технологии комплексной деятельности* // Управление большими системами. – 2019. – Вып. 77. – С.171 – 218.
- 9 БУРКОВ В.Н., БУРКОВА И.В., УАНДЫКОВ Б.К. *Задачи оперативного управления проектами* // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. – 2015. – Т. 15, №4. – С. 129-137.
- 10 БУРКОВ В.Н., ГОРГИДЗЕ И.А., ЛОВЕЦКИЙ С.Е. *Прикладные задачи теории графов.* – Тбилиси: ВЦ АН ГССР, 1974. – 232 с.
- 11 БУШ Р., МОСТЕЛЛЕР Ф. *Стохастические модели обучаемости.* - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962. – 483 с.
- 12 ВАСИЛЬЕВ Д.К., ЗАЛОЖНЕВ А.Ю., НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Типовые решения в управлении проектами.* - М.: ИПУ РАН, 2003. – 75 с.
- 13 ГОЛЕНКО-ГИНЗБУРГ Д.И. *Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками.* – Воронеж: Научная книга, 2010. – 284 с.
- 14 ДЬЯЧУК П.П. *Динамические компьютерные системы управления и диагностики процесса обучения: монография.* – Красноярск: РИО КГПУ, 2005. – 344 с.
- 15 МАГНИЦКИЙ Н.А. *Использование бинарной нейронной сети для обнаружения атак на ресурсы распределенных информационных систем* // Динамика неоднородных систем. – 2008. – №1. – С. 200–205.
- 16 МАГНИЦКИЙ Н.А. *Некоторые новые подходы к построению и обучению искусственных нейронных сетей / Нелинейная динамика и управление.* - М.: Физматлит, 2001. – С. 138–149.
- 17 МАЙЕР Р.В. *Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения.* - Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2014. - 141 с.
- 18 *Математические основы управления проектами* / Под ред. В.Н. Буркова. – М.: Высшая школа, 2005. – 423 с.

- 19 НОВИКОВ Д.А. *Аналитическая сложность и погрешность решения задач управления организационно-техническими системами* // Автоматика и телемеханика. – 2018. – №5. – С. 107–118.
- 20 НОВИКОВ Д.А. *Закономерности итеративного научения.* – М.: Институт проблем управления РАН, 1998. – 96 с.
- 21 НОВИКОВ Д.А. *Сетевые структуры и организационные системы.* – М.: ИПУ РАН, 2003. – 101 с.
- 22 ПОСПЕЛОВ Д.А. *Логические методы анализа и синтеза схем. Изд. 3-е, перераб. и доп.* - М.: Энергия, 1974. - 368 с.
- 23 ПОСПЕЛОВ Д.А. *Ситуационное управление.* - М.: Наука, 1986. - 288 с.
- 24 РАСТРИГИН Л.А., ЭРЕНШТЕЙН М.Х. *Адаптивное обучение с моделью обучаемого.* - Рига: Зинатне, 1988. - 160 с.
- 25 ТАЗЕТДИНОВ А.Д. *Интерактивные процессы в обучающих системах: методы управления.* - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. - 155 с.
- 26 ЮРКОВ Н.К. *Интеллектуальные компьютерные обучающие системы.* - Пенза: Изд-во ПГУ, 2010. – 304 с.
- 27 ФЕРСТЕР Г. *О самоорганизующихся системах и их организации / Самоорганизующиеся системы.* - М.: Мир, 1964. – С. 113–139.
- 28 ANZANELLO M., FOGLIATTO F. *Learning Curve Models and Applications: Literature Review and Research Directions* // Int. Journal of Industrial Ergonomics. – 2011. – Vol. 41. – P. 573–583.
- 29 AUMANN R. *Rule-rationality versus Act-rationality* // Discussion Paper №497. – Jerusalem: Hebrew University, 2008. – 20 p.
- 30 BRACHMAN R., LEVESQUE H. *Knowledge Representation and Reasoning.* – N.Y.: Morgan Kaufmann, 2004. – 381 p.
- 31 DONNER Y., HARDY J. *Piecewise Power Laws in Individual Learning Curves* // Psych. Bull. Rev. – 2015. – Vol. 22. – P. 1308–1319.
- 32 GOERTZEL B., IKLÉ M., GOERTZEL I., HELJAKKA A. *Probabilistic Logic Network.* – Heidelberg: Springer, 2008. – 333 p.

- 33 *Handbook of Knowledge Representation*. – Amsterdam: Elsevier, 2007. – 1034 p.
- 34 HULL C. *Principles of Behavior and Introduction to Behavior Theory*. - New York: D. Appleton Century Company, 1943. – 422 p.
- 35 JABER M. *Learning Curves: Theory, Models and Applications*. – Boca Raton: CRC Press, 2017. – 476 p.
- 36 KOHUT R., STEINBACH B. *Decomposition of Boolean Function Sets for Boolean Neural Networks*. – URL: [https://www.researchgate.net/publication/228865096\\_Decomposition\\_of\\_Boolean\\_Function\\_Sets\\_for\\_Boolean\\_Neural\\_Networks](https://www.researchgate.net/publication/228865096_Decomposition_of_Boolean_Function_Sets_for_Boolean_Neural_Networks). 2014 (дата обращения: 06.01.2018).
- 37 LUCIO-ARIAS D., SCHARNHORST A. *Mathematical Approaches to Modeling Science from an Algorithmic-Historiography Perspective* / In: “Models of Science Dynamics. Understanding Complex Systems” / Eds.: Scharnhorst A., Börner K., van den Besselaar P. – Heidelberg: Springer, 2012. – P. 23–66.
- 38 NOVIKOV D.A. *Theory of Control in Organizations*. – N.-Y.: Nova Science Publishers, 2013. – 341 p.
- 39 RICHARDSON M., DOMINGOS P. *Markov Logic Networks // Machine Learning*. – 2006. – Vol. 62. – P. 107–136.
- 40 SAUSER B., MAGNAYE R., TAN W., RAMIREZ-MARQUEZ J., SAUSER B. *Optimization of System Maturity and Equivalent System Mass for Space Systems Engineering Management // Proc. of the Conference on Systems Engineering Research*, Hoboken, NJ, March 2010. – 10 p.
- 41 SAUSER B., RAMIREZ-MARQUEZ J. *Development of Systems Engineering Maturity Models and Management Tools // Stevens Institute of Technology. Report No. SERC-2011-TR-014*, 2011. – 63 p.
- 42 STENBERG S. *Stochastic Learning Theory. Handbook on Mathematical Psychology. Vol. I*. - New York: J. Wiley and Sons Inc., 1963. – P. 1 – 120.
- 43 THURSTONE L. *The Learning Curve Equation // Psychol. Monogr*. – 1919. – Vol. 26, No. 3. – 51 p.

- 44 TOLMAN E.C. *Theories of Learning / Comparative Psychology*. / Ed. Moss F.A. Chapter 12. - New York: Prentice Hall, 1934. – P. 232–254.
- 45 VITANOV N., AUSLOOS M. *Knowledge Epidemics and Population Dynamics Models for Describing Idea Diffusion* / In: “Models of Science Dynamics. Understanding Complex Systems” / Eds.: Scharnhorst A., Börner K., van den Besselaar P. – Heidelberg: Springer, 2012. – P. 69–125.

## MODELS OF A TECHNOLOGY OF COMPLEX ACTIVITY CONTROL

**Mikhail Belov**, IBS, Moscow, Cand.Sc. (mbelov59@mail.ru).

**Dmitry Novikov**, ICS RAS, Doctor of Sc. (novikov@ipu.ru).

*Abstract. The article continues the study of technology of complex activities [8]. The set of tasks of managing the development and mastering of new technologies of complex activity is considered. The problem of choosing standard solutions has been set and solved. In the framework of this task, it was shown that a uniform partition of the set of possible states of nature is “asymptotically” optimal from the point of view of minimizing the expected error, costs or / and entropy, and also maximizing the expected value of the level of learning and / or utility. For the tasks of resource distribution in aggregated technological networks, simple analytical algorithms for optimal resource allocation are proposed. The tasks of choosing the optimal strategy for switching from technology development to its productive use have been set and solved. For the case of a priori known nature characteristics, an optimal strategy was obtained and its properties were analytically investigated. For the case of unknown characteristics, a procedure is proposed that is optimal in the class of successive likelihood ratio rules. The results of simulation and analysis of approximations of the properties of the procedure are presented.*

Keywords: learning, learning curve, technology, complex activity, control.

УДК 004.827

ББК 32.81 87 65.05 72.4

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.8

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

*Поступила в редакцию 29.07.2018.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ ОТДАЛЕННЫХ НАСЕЛЕННЫХ ПУНКТОВ

Губий Е. В.<sup>1</sup>, Зоркальцев В. И.<sup>2</sup>  
(ФГБУН Институт систем энергетики  
им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск)

*Рассматриваются математические модели для анализа надежности энерго-снабжения отдаленных населенных пунктов. Предложен трехуровневый комплекс вложенных моделей. Нижний уровень представляет модель функционирования системы энергоснабжения отдаленного населенного пункта в течение рассматриваемого периода времени. Второй уровень представляет модель анализа надежности энергоснабжения. Этот анализ базируется на многократной имитации функционирования системы энергоснабжения в случайно формируемых условиях. В качестве случайных рассматриваются величины потребности и производства энергии, а также величина переходящих запасов энергии в накопителях. Значения величин потребности и производства энергии для имитаций функционирования формируются методом Монте-Карло из заданных законов вероятности этих величин. Случайная величина переходящих запасов энергии формируется по алгоритму, который вырабатывает марковскую последовательность этих запасов. Верхний уровень представляет модель выбора оптимального состава средств обеспечения надежности – резервов мощности в производстве энергии и емкости хранилищ энергии. Минимизируется математическое ожидание суммы приведенных затрат на функционирование системы энергообеспечения и ущербов от дефицита. Значения такой целевой функции при заданном составе средств обеспечения надежности определяются в результате цикла расчетов на модели анализа надежности. Представлены результаты исследований надежности топливоснабжения с энергетической плантации отдаленного населенного пункта в природно-климатических условиях прибрежных районах оз. Байкал.*

Ключевые слова: запасы энергоресурсов, метод Монте-Карло, надежность энергоснабжения, резервы мощности, случайный процесс.

### 1. Введение

В данной статье представлены модели, разрабатываемые для анализа и оптимизации эффективности и надежности энер-

---

<sup>1</sup> Елена Валерьевна Губий, старший инженер (egubiy@gmail.com).

<sup>2</sup> Валерий Иванович Зоркальцев, д.т.н., профессор (zorka@isem.irk.ru).

госнабжения отдаленных населенных пунктов из источников, для которых характерны сильные действия случайных факторов. Этим свойством обладают системы энергообеспечения отдаленных населенных пунктов из возобновляемых источников энергии. Это системы топливоснабжения на основе биомассы, выращиваемой на специальных энергетических плантациях, локальные электроэнергетические системы, использующие энергию ветра и солнца. Значительные флуктуации в производстве энергии в этих случаях возникают в основном из-за колебаний природно-метеорологических условий (температуры воздуха, силы ветра, солнечной радиации).

При этом возможны значительные отклонения от средних ожидаемых значений потребности в энергии населенного пункта. Они могут быть вызваны изменениями природно-климатических условий, производственных нужд и др. составляющих потребности.

При возникновении неблагоприятных условий из-за повышенной потребности или пониженного объема вырабатываемой энергии возможны ситуации дефицита, которые могут сопровождаться экономическими ущербами, например из-за необходимости дорогостоящих экстренных поставок дополнительного топлива из удаленных источников в данный населенный пункт или использования электроэнергии из дорогостоящих источников (дизельные электростанции).

Кроме указанных двух случайных экзогенных показателей следует учитывать еще и третий случайный фактор – величину переходящих запасов энергии. Если в какой-то из периодов потребление энергии оказывается ниже среднего значения и (или) объем произведенной энергии оказывается выше среднего ожидаемого значения, то производство энергии в данном периоде может превысить потребность. Тогда разница между объемами производства и потребления переходит в качестве запаса в следующий период. Для локальных систем энергообеспечения в качестве таких накопителей энергии могут служить аккумуляторы электроэнергии либо запасы воды в гидроаккумулирующих электростанциях.

При возникновении обратных ситуаций, когда потребление превышает производство, используются имеющиеся запасы. Возможна ситуация, когда эти запасы исчерпаны, тогда возникает ситуация дефицита энергоресурсов, который может покрываться из более дорогих по стоимости поставляемой энергии источников. Для локальных систем электроснабжения в качестве таких дополнительных источников могут служить дизельные электростанции. Для систем снабжения котельно-печным топливом в качестве дополнительного источника можно рассматривать, как отмечалось выше, привлечение дальнепривозного дорогого топлива.

В качестве средств обеспечения надежности энергоснабжения рассматриваются создание резервов мощности в производстве энергии из анализируемого источника  $\gamma$  и создание накопителей энергии емкостью  $z$  для хранения переходящих запасов. Величины  $\gamma$  и  $z$  являются оптимизируемыми показателями. Обе эти переменные будут рассматриваться как безразмерные величины, измеряемые в долях от величины математического ожидания потребности в энергии за рассматриваемый единичный период времени.

Пусть  $\bar{Q}$  – математическое ожидание потребности в данном виде энергии населенного пункта в рассматриваемую единицу времени,  $\bar{R}$  – математическое ожидание производства энергии за единицу времени. Резерв мощностей измеряется в виде относительного превышения математического ожидания производства энергии над математическим ожиданием потребности данного населенного пункта в рассматриваемую единицу времени:

$$(1) \quad \gamma = (\bar{R} - \bar{Q}) / \bar{Q}.$$

## 2. Система вложенных моделей для анализа и оптимизации средств обеспечения надежности обеспечения топливом отдаленных населенных пунктов с энергетических плантаций

Для анализа и оптимизации средств обеспечения надежности энергоснабжения отдаленных населенных пунктов предложена система из трех последовательно вложенных моделей [2] (см. рис. 1): имитационная модель функционирования системы энергоснабжения в течение одного рассматриваемого периода; модель анализа надежности; модель синтеза надежности энергосистемы (оптимизации состава средств резервирования). Далее рассмотрим эти модели применительно к задаче анализа и выбора оптимального состава средств обеспечения надежности топливоснабжения с энергетических плантаций отдаленного населенного пункта. Конкретно эти исследования производились в целях выбора экологически чистых и экономически эффективных вариантов обеспечения топливом туристическо-рекреационной зоны побережья озера Байкал.

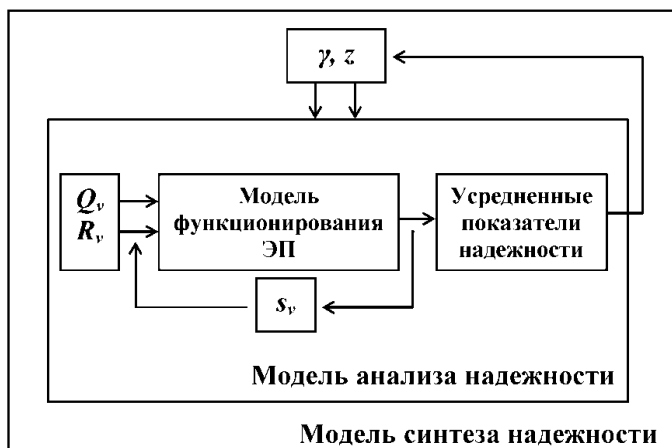


Рис. 1. Система вложенных моделей анализа и синтеза надежности энергоснабжения



В этих моделях рассматриваются три случайные величины: годовая потребность, годовой объем производства и переходящие из года в год (из одного отопительного периода в другой) запасы топлива. Экзогенными для расчетов являются величины математического ожидания годовой потребности в энергии  $\bar{Q}$ , удельные ущербы от дефицита топлива  $\mu$ , удельные потери при хранении  $\alpha$ . В качестве экзогенных используются также рассчитываемый на специальной модели [3, 4] прирост затрат  $\Delta C(\gamma, z, R_v, s_v)$ , связанных с созданием средств обеспечения надежности и со складывающейся в данном году ситуацией с объемами производства и переходящими запасами топлива.

Верхний уровень системы вложенных моделей представляет **модель оптимизации состава средств обеспечения надежности (синтеза надежности) энергоснабжения**. В модели синтеза надежности исследуется и решается двухпараметрическая задача оптимизации

$$(2) \quad F(\gamma, z) \rightarrow \min,$$

$$(3) \quad \gamma \geq 0,$$

$$(4) \quad z \geq 0.$$

Здесь  $F(\gamma, z)$  – функция математического ожидания суммы затрат на обеспечение надежности и ущербов от дефицита. Ее значение определяется в результате расчетов на модели анализа надежности энергоснабжения.

Оптимизация осуществляется путем сопоставления значений функции  $F(\gamma, z)$  при последовательном варьировании значения каждого из аргументов (например, методом покоординатного спуска). Для решения задачи одномерной оптимизации может применяться метод золотого сечения. В целях анализа последствий объективно имеющейся неопределенности исходных данных используется детальный анализ диапазонов значений переменных путем варьирования с равномерной сеткой аргументов оптимизируемой функции, а также варьирование некоторых экзогенных параметров системы модели.

**Модель анализа надежности** основывается на многократной имитации функционирования системы топливоснабжения

в течение одного года, начинающегося и заканчивающегося осенью в начале отопительного периода. Обозначим  $v = 0, \dots, V$  – номер итерации имитации.

Выбор для данной итерации величин потребности в топливе  $Q_v$  и производства топлива  $R_v$  реализуется методом Монте-Карло, исходя из заданных законов вероятности этих случайных величин. Расчетно определяется математическое ожидание потребности в топливе данного населенного пункта. Возможные отклонения потребности от математического ожидания и вероятности их реализаций рассчитываются на основе располагаемых данных [6] многолетних наблюдений температур зимнего периода в данном районе [1, 10]. Математическое ожидание производства топлива является оптимизируемым и, следовательно, варьируемым параметром, поскольку в эту величину  $\bar{R}$ , согласно (1), входит искомая величина резерва мощности в производстве топлива с энергетических плантаций. Возможные отклонения производства топлива (вследствие изменчивости природных условий и человеческого фактора) от математического ожидания в представленных ниже результатах расчета описываются в виде усеченного нормального закона распределения с варьируемой экспертно оцениваемой дисперсией.

Выбор случайной величины переходящих запасов осуществляется по специальному алгоритму в рамках имитационной модели функционирования энергосистемы. На имитационной модели рассчитываются показатели, характеризующие функционирование энергосистемы на каждой итерации. После прохождения всех итераций рассчитываются обобщающие показатели надежности и усредненных затрат энергоснабжения. Приведем некоторые из них.

1. Математическое ожидание дефицита

$$(5) \quad MD = \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V D_v,$$

где  $D_v$  – величина дефицита на итерации  $v$ .

2. Оценка вероятности появления дефицитных ситуаций

$$(6) \quad PD = \frac{TD}{V},$$

где  $TD$  – количество номеров испытаний, при которых возникает дефицит, рассчитывается по формуле

$$(7) \quad TD = \sum_{v=1}^V \text{sgn}(D_v).$$

Здесь

$$(8) \quad \text{sgn}(D_v) = \begin{cases} 1, & \text{если } D_v > 0, \\ 0, & \text{если } D_v \leq 0. \end{cases}$$

3. Математическое ожидание суммы затрат на обеспечение надежности и ущербов от дефицита

$$(9) \quad F(\gamma, z) = \mu MD + \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V \Delta C_v(\gamma, z, R_v, s_v),$$

где  $\mu$  – удельные ущербы (включают в себя стоимость привозного топлива и стоимость его экстренной транспортировки до места потребления при возникновении дефицита).

**Имитационная модель функционирования системы топливоснабжения.** Обозначим через  $u_v$  остатки запасов энергии после итерации  $v$ . Задано значение  $u_0 \geq 0$ . Величина запасов, переходящих в следующий период, определяется исходя из известной величины остатков предыдущего периода:

$$(10) \quad s_v = \min \{ (1 - \alpha) \cdot u_{v-1}; z \}, \quad v = 0, \dots, V.$$

В этом выражении учитываются потери при хранении энергии  $\alpha$  и ограниченность емкости накопителя запасов энергии  $z$ .

Величина располагаемых ресурсов определяется как сумма произведенного топлива и запасов, перешедших из предыдущего периода:

$$(11) \quad RR_v = R_v + s_v.$$

Величина дефицита определяется по формуле

$$(12) \quad D_v = (Q_v - RR_v)_+.$$

Согласно этой формуле, в тех случаях, когда потребность превышает располагаемые ресурсы, образуется дефицит. Иначе дефицит равен нулю. Здесь функция  $(x)_+$  от вещественного  $x$  является неотрицательной срезкой:  $(x)_+ = \max\{0, x\}$ .

Остаток энергии образуется в случае, когда потребность в энергии меньше располагаемых ресурсов:

$$(13) u_v = (RR_v - Q_v)_+.$$

### **3. Экспериментальные исследования на моделях анализа и синтеза надежности топливоснабжения**

Представим некоторые результаты исследований на моделях анализа и синтеза надежности энергоснабжения на примере теплоснабжения отдаленного населенного пункта на побережье оз. Байкал в Иркутской области биотопливом со специальных энергетических плантаций.

Одним из способов получения древесной биомассы является создание искусственных плантаций быстрорастущих растений. Плантации энергетических растений представляют собой участки искусственных насаждений, разделенные на секторы. Количество секторов равно сроку созревания древесины, выраженному в годах. Посадки на энергетических плантациях на каждом секторе производятся осенью с помощью специальных посадочных машин. Заготовительные работы производятся в весенний период. Древесные породы растений для энергетических плантаций должны быть быстро растущими, устойчивыми к биотическим и абиотическим стрессам, иметь пригодное для переработки качество древесины. Как правило, для создания энергетических плантаций рекомендуется в зоне умеренного климата использовать растения семейства ивовых (*Salicaceae*). Не имея надежных данных о продуктивности энергетических плантаций в условиях Сибири, в данном исследовании эта величина принята равной 5 т у.т./га за 6 лет (что в 2 раза меньше продуктивности в центральной части России [8] и в Республике Беларусь [7] и в 6 раз ниже, чем в Швеции [9, 11]). Можно считать, что используемое в данном исследовании значение продуктивности энергетических плантаций является вполне достижимым в условиях Восточной Сибири. В настоящее время в Иркутске в СИФИБР СО РАН работают над выведением культур, которым свойственны такие качества как ускоренный рост, устойчивость к вредителям и др. [12]. Однако пока исследования находятся на начальном этапе, и данных о приросте биомассы взрослых деревьев нет. Можно предположить, что развитие работы в этом направлении

и применение эффективных агротехнологий должны привести к более высокому значению урожайности, чем используемое в представленном здесь исследовании.

На основании Приказа Минэкономики РФ от 06.05.1999 N 240 «Об утверждении Методических рекомендаций по формированию нормативов потребления услуг жилищно-коммунального хозяйства» [5] рассчитано математическое ожидание потребности в топливе на отопление. Для поселка с численностью населения около 6000 человек в природно-климатических условиях южных районов Иркутской области оно составляет около 6350 т у.т./год. Удельные ущербы от дефицита приняты равными 9000 руб./т у.т. Прирост затрат, связанный с созданием и эксплуатацией резервов мощности в производстве биотоплива, был определен на основе специальной модели [3, 4] и составил примерно 2600 руб./т у.т., коэффициент потерь при хранении топлива в течение года – 0,1.

**Оптимальный состав средств резервирования.** В результате оптимизации состава средств обеспечения надежности установлено, что при среднеквадратическом отклонении математического ожидания производства топлива на 15% от математического ожидания производства топлива оптимальный резерв мощности равен 0,05, оптимальная емкость складов – 0,6 от математического ожидания годовой потребности в топливе.

Проведено детальное исследование изменения некоторых показателей надежности при варьировании объемов средств резервирования. В таблице 1 представлены основные показатели надежности топливоснабжения при резервах мощности от 0,02 до 0,07 от математического ожидания потребности в топливе, емкости складов – 0,6, величине среднеквадратического отклонения случайной величины производства топлива 15%.

С увеличением резерва мощности повышается надежность теплоснабжения. Вероятность дефицита снижается с 0,25 до 0,05. С увеличением резерва мощности математическое ожидание ущербов от ситуации дефицита снижается, в то время как математическое ожидание затрат на обеспечение надежности топливоснабжения возрастают (см. рис. 2).

Таблица 1. Зависимость основных показателей надежности топливоснабжения от величины резерва мощности при емкости складов 0,6 от математического ожидания годовой потребности и величине среднеквадратического отклонения в производстве топлива 15 %

	Резерв мощности, доля от математического ожидания потребности в топливе					
	0,03	0,04	<b>0,05</b>	0,06	0,07	0,08
Математическое ожидание затрат на обеспечение надежности, млн руб./год	0,75	0,91	<b>1,03</b>	1,24	1,39	1,57
Математическое ожидание ущербов от дефицита, млн руб./год	0,99	0,79	<b>0,62</b>	0,48	0,36	0,27
Математическое ожидание суммы затрат и ущербов от дефицита, млн руб./год	1,73	1,70	<b>1,69</b>	1,71	1,76	1,84
Вероятность дефицита	0,15	0,12	<b>0,10</b>	0,08	0,06	0,05
Математическое ожидание переходящих запасов, т у.т.	1773	1941	<b>2111</b>	2277	2436	2585
Математическое ожидание располагаемых ресурсов, т у.т.	8314	8546	<b>8779</b>	9008	9231	9444

С ростом резерва мощности сначала происходит сокращение математического ожидания суммы затрат на обеспечение надежности и математического ожидания ущербов от дефицита за счет снижения последней составляющей. Затем математическое ожидание суммы затрат на обеспечение надежности и ущербов от дефицита начинает возрастать вследствие превалирования в ней затрат на обеспечение надежности топливоснаб-

жения (см. рис. 3). Как видно из рис. 3, в точке минимума суммы двух функций (математического ожидания затрат на обеспечение надежности и математического ожидания ущербов от дефицита) резерв мощности составляет 0,05. С ростом резерва мощности математическое ожидание запасов и, следовательно, располагаемых ресурсов топлива возрастает.

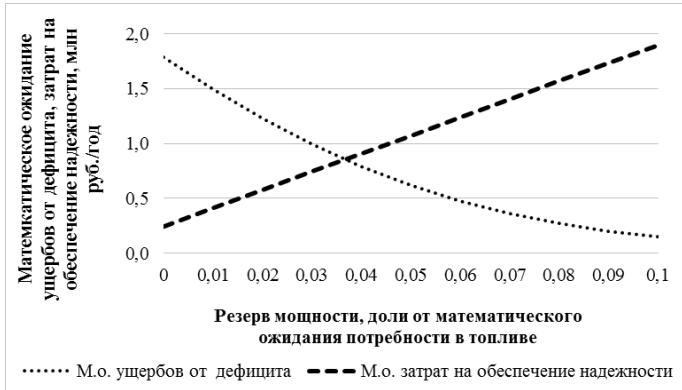


Рис. 2. Зависимость математического ожидания ущербов от дефицита и математического ожидания затрат на обеспечение надежности топливоснабжения от величины резерва мощности

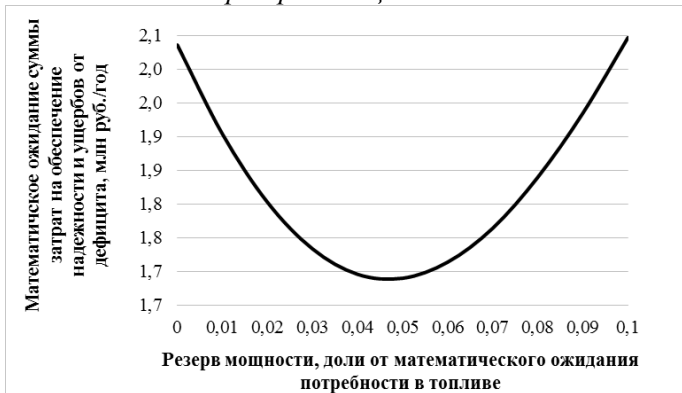


Рис. 3. Зависимость математического ожидания суммы затрат на обеспечение надежности и ущербов от дефицита от величины резерва мощности

При оптимальном составе средств резервирования вероятность дефицита составляет 0,1, математическое ожидание запасов – 2111 т у.т., математическое ожидание располагаемых ресурсов – 8779 т у.т./год, математическое ожидание суммы затрат на обеспечение надежности и математического ожидания ущербов от дефицита составляет 1,69 млн руб./год.

В настоящее время изложенный комплекс моделей используется для экономического анализа конкретных технологических решений по топливообеспечению прибрежных районов Байкала, в частности г. Байкальска. Осуществляется разработка модификаций этого комплекса моделей для исследований экономической эффективности и надежности электроснабжения отдаленных населенных пунктов побережья оз. Байкал (в том числе с. Онгурены, м. Котельниковский.) и других отдаленных районов Восточной Сибири на базе ветряных и солнечных электростанций. В этих случаях в качестве единицы времени рассматривается электроснабжение в течение одного часа с учетом сезонных и суточных регулярных колебаний в производстве и потреблении электроэнергии.

### **Литература**

1. ВЕЛИКАНОВ М.А., НЕКРАСОВ А.С., РЕЗНИКОВСКИЙ А.Ш. *Оценка асинхронности многолетних колебаний расхода топлива под действием геофизических факторов* // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1988. – №2. – С. 151–157.
2. ГУБИЙ Е.В. *Математическая модель анализа надежности топливоснабжения отдаленных населенных пунктов biomassой с энергетических плантаций* // Вестник ИрГТУ. – 2018. – Т. 22, №7. – С. 102–113.
3. ГУБИЙ Е.В., ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Эффективность энергетических плантаций.* – Новосибирск: Наука, 2018. – 96 с.
4. ГУБИЙ Е.В., ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Эффективность энергетических плантаций* // Эко. – 2018. – №7. – С. 96–110.



5. *Методические рекомендации по формированию нормативов потребления услуг жилищно-коммунального хозяйства* [Электронный ресурс]: Приказ Минэкономки РФ от 06.05.1999 N 240 «Об утверждении Методических рекомендаций по формированию нормативов потребления услуг жилищно-коммунального хозяйства». СПС КонсультантПлюс.
6. *Описание массива данных суточной температуры воздуха и количества осадков на метеорологических станциях России и бывшего СССР (TTTR)*: база данных, свидетельство о государственной регистрации № 2014620942 [Электронный ресурс] / Булыгина О.Н., Разуваев В.Н., Александрова Т.М. <http://meteo.ru/it/178-aisori> (дата обращения: 4.09.2018).
7. РОДЬКИН О.И., ИВАНЮКОВИЧ В.А., ШАБАНОВ А.А. *Планирование производства биотоплива из древесины быстрорастущей ивы на основе интерактивной модели* // Вестник Витебского аграрного университета. – 2014. – №2(80). – С. 39–44.
8. *Энциклопедия систем жизнеобеспечения. Знания об устойчивом развитии* / Под ред. Е.Е. Демидова [и др.]. – М.: МАГИСТР-ПРЕСС, 2005. – Том 2. – 1208 с.
9. ARONSSON P., ROSENQVIST H., DIMITRIOU I. *Impact of nitrogen fertilization to short rotation willow coppice plantations grown in Sweden on yield and economy* // Bioenergy Research. – 2014. – Vol. 7(3). – P. 993–1001.
10. GUBIY E.V. *Analysis long-term of variation of air temperature for the purpose of energy reliability* // The Int. Conference «Advanced Mathematics, Computations and Applications – 2014». – Novosibirsk: Academizdat, 2014. – P. 56–57.
11. PRADE T., SVENSSON S., ANDERSSON A., MATTSSON J. *Biomass and energy yield of industrial hemp grown for biogas and solid fuel* // Biomass and Bioenergy. – 2011. – Vol. 35(7). – P. 3040–3049.
12. VOINIKOV V.K., GAMBURG K.Z. *Application of somaclonal variability to production of fast-growing trees as a raw material for biofuel* // Journal of Stress Physiology & Biochemistry. – 2012. – Vol. 8, №3. – P. 24.

## MODELS AND METHODS FOR RELIABILITY ANALYSIS OF THE ENERGY SUPPLY OF REMOTE SETTLEMENTS

**Elena Gubiy**, Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, senior engineer (egubiy@gmail.com).

**Valeriy Zorkaltsev**, Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Doctor of Science, professor (zork@isem.irk.ru).

*Abstract: The mathematical models for the reliability analysis of energy supply of remote settlements are considered. The three-level complex of nested models is proposed. The lower level represents the model of functioning of the energy supply system of a remote settlement during a unit of time. The second level is a model of energy supply reliability analysis. This analysis is based on a multiple-fold imitation of the functioning of the energy supply system in randomly formed conditions. The values of energy demand and energy production, as well as the values of carryover energy reserves in storage devices are considered as random. The values of the demand and energy production for the imitations of functioning are formed by the Monte Carlo method from the given laws of probability of these quantities. The random value of the carryover energy reserves is formed by an algorithm that generates a Markov sequence of these reserves. The upper level represents the model for selecting the optimal composition of the means of ensuring reliability (power reserves in energy production and the capacity of energy storages). The mathematical expectation of the sum of the reduced costs for the operation of the energy supply system and the losses from the deficit is minimized. The values of such an objective function for a given means of ensuring reliability are determined as a result of a cycle of calculations on the model of reliability analysis. The results of studies of the reliability of biofuel supply from the energy plantation to a remote settlement, in the natural-climatic conditions of the coastal of the Baikal Lake are presented.*

**Keywords:** energy resource reserves, Monte Carlo method, power reserves, power supply reliability, random process.

УДК 51.74

ББК 22.1

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.9

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Г.А. Угольником.*

*Поступила в редакцию 06.02.2019.*

*Опубликована 31.03.2019.*

## **РАСЧЕТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ОБСЛУЖИВАНИЕМ ПРОТЯЖЕННЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ**

**Крыгин А. А.<sup>1</sup>**

*(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

*Статья является продолжением исследования вопросов оптимизации ремонтных работ на участках инженерных сетей и посвящена применению полученных результатов для практической оценки состояния участков и информационной поддержке при принятии решения о продлении его срока службы. Для этого было выделено три задачи: определение оптимального срока замены участка, определение комплексного технико-экономического показателя состояния участка и выбор наилучшего метода его диагностики, которые были решены на примере сети теплоснабжения. В ходе исследования возникла необходимость более детально раскрыть некоторые вопросы оптимизации ремонтов участков инженерных сетей, касающиеся анализа жизненного цикла участка и моделирования потока повреждений для определения функции зависимости суммарных затрат на обслуживание участка от времени. Было показано, что поток повреждений на участке теплопровода достаточно точно описывается с помощью распределения Вейбулла, и предложены методики построения функций зависимости общего числа повреждений и суммарных затрат на обслуживание участка от времени, использующие статистические данные по повреждениям на участке. С помощью этой функции были построены критерии, по которым определяется наилучший метод диагностики, комплексный показатель и оптимальный срок замены участка как момент времени, при котором удельные затраты на его обслуживание достигают своего минимума.*

Ключевые слова: оптимизация ремонтов участков тепловых сетей, определение комплексного показателя состояния участка, оптимизация диагностики тепловых сетей.

### **1. Введение**

Задачи планирования ремонтных работ на городских инженерных сетях и разработка методов их решения являются одними из важнейших в комплексе вопросов управления городскими инженерными системами. Успешное решение этих задач в условиях крупного развивающегося мегаполиса

---

<sup>1</sup> Андрей Александрович Крыгин, к.т.н., н.с. ([andreyakr@yandex.ru](mailto:andreyakr@yandex.ru)).

невозможно без системы информационной поддержки принятия решений (СИППР), предоставляющей необходимые для эксперта данные на каждом этапе планирования ремонтных работ. Одна из главных проблем построения СИППР в рассматриваемой области заключается в ряде особенностей инженерных сетей, не позволяющих использовать современные методики и программные продукты без их серьезной адаптации под предметную область. В данной работе исследовались вопросы планирования ремонтных и диагностических работ для протяженных участков сети теплоснабжения. В процессе анализа этапов планирования было выявлено три задачи, решение которых необходимо для построения СИППР:

- оценка оптимального времени плановой замены участка сети;
- оценка комплексного показателя состояния участка сети;
- определение оптимального метода диагностики участка сети.

Очевидно, что при решении этих задач необходимо проводить оценку технического состояния участка и параметров надежности. Этой теме посвящено большое количество работ, которые можно разделить на две группы: работы, рассматривающие методы оценки параметров надежности обобщенного «изделия», и работы, рассматривающие те же задачи применительно к конкретным видам объектов в некоторой отрасли. Так как в данной работе исследуются протяженные участки сетей теплоснабжения, то из второй группы выбирались работы, посвященные оценке надежности трубопроводов.

В работах первой группы [1-4, 14, 15] приводятся наиболее распространенные математические модели отказов, соответствующие им законы распределения времени безотказной работы и методы оценки параметров этих распределений по имеющейся статистике. В работе [7] проводится подробная классификация отказов и методики оценки стандартных комплексных показателей: коэффициента готовности и технического использования для трубопроводов. В [12] указываются наиболее распространенные законы распределения времени безотказной работы трубопроводов и методы определения параметров этих законов.

Для нахождения оптимального времени плановой замены участка теплосети (и других поставленных в этой работе задач) недостаточно рассмотренных методов. Обоснуем это утверждение.

В соответствии с нормативным документом [11], предельным состоянием трубопроводов является уменьшение толщины его стенок до предельной (расчетной) величины, ниже которой не обеспечивается необходимый запас его несущей способности. Применительно к сетям теплоснабжения это определение сложно связать с оптимальным временем замены участка по двум причинам.

1. С некоторыми оговорками здесь имеется в виду средняя толщина стенок трубопровода. В теплоснабжении часто встречается ситуация, когда средняя толщина стенки трубопровода может быть ниже предельной, но состояние участка не является предельным, так как более целесообразным решением будет проведение локально-вставочного ремонта (ЛВР), заменив наиболее коррозийные участки, а не полную замену.

2. Подходы, использующие методики измерения толщины трубопровода, хорошо работают в случаях, когда риск от последствий повреждения значительно превышает стоимость ремонтных работ на восстановление трубопровода или его замену. В теплоснабжении это не совсем так. Проводить для измерения толщины стенки дорогостоящую внутритрубную диагностику не является целесообразным в случаях, когда участок находится в хорошем состоянии или когда выгодней проводить его диагностику другими, менее точными методами, стоимость которых на несколько порядков ниже.

Для участков сетей теплоснабжения определение предельного состояния из [11] не всегда согласуется с ГОСТ 27.002-89 [5]. Поэтому при решении поставленных задач необходимо также проводить экономическую оценку, сопоставляя убытки при возникновении повреждения, расходы на диагностику, обслуживание и замену участка, при реализации различных управленческих решений.

Централизованная система теплоснабжения широко применяется в Скандинавии и Прибалтике. К сожалению, зарубежные публикации по данной теме отсутствуют. Анализ отечественных

методик для участка теплосети показал, что, во-первых, в них всегда используются эмпирические методы, применение которых не всегда оправдано [6], а во-вторых, не учитываются экономические факторы. В [9] для оценки интенсивности отказов рекомендуется использовать распределение Вейбулла

$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^c}$  со строго заданной эмпирической зависимостью от времени значения коэффициента  $c$ , без учета статистики повреждений, влияния коррозионных факторов, условий эксплуатации и пр. на конкретный участок.

В [10] предложены аналогичные рекомендации при оценке интенсивности отказов, если нет полных статистических данных о повреждениях на участке. Если они есть, то «используются характеристики надежности, полученные на основе обработки статистики», при этом методика обработки не уточняется.

В работе [8] предложена методика определения оптимального времени замены участка инженерной сети. В качестве критерия оптимальности был выбран минимум (по времени проведения планового ремонта  $T$ ) общих удельных затрат  $S_y(T) = S(T)/T$ . Было показано существование и единственность оптимального времени замены  $T_0$ , соответствующего минимуму  $S_y(T)$ . Следовательно, проведение планового ремонта с периодом, отличающимся от  $T_0$ , является нецелесообразным, так как такая стратегия соответствует более высоким затратам на обслуживание участка, а сам момент времени  $T_0$  соответствует предельному (по ГОСТ 27.002-89 [5]) состоянию рассматриваемого объекта.

Однако в этой модели не учитываются в полной мере особенности эксплуатации конкретных инженерных сетей. Поэтому при применении на практике предложенного подхода возникла необходимость провести следующий ряд дополнительных исследований:

1. Анализ этапов жизненного цикла участка.
2. Моделирование потока повреждений с помощью вероятностного распределения.
3. Построение функции  $S(T)$  – суммарных затрат на обслуживание участка за время  $T$ .

4. Определение комплексного технико-экономического показателя состояния участка, оптимального времени его замены и оптимального метода диагностики с помощью полученной функции  $S(T)$ .

## 2. Основные этапы жизненного цикла участка теплопровода

На рис. 1 представлен фрагмент общей схемы процессов жизненного цикла участка теплопровода.

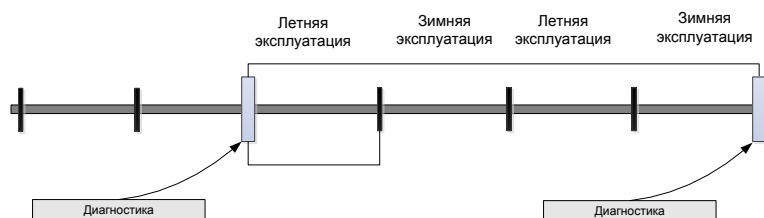


Рис. 1. Этапы жизненного цикла участка теплопровода

Жизненный цикл состоит из трех повторяющихся этапов: диагностики, ремонтных работ и эксплуатации и завершается плановой заменой участка.

### Этап диагностики

Порядок выполнения этой операции следующий: составляется план работ по бесконтактной и контактной и диагностике, выполняются диагностические работы, проводится комплексная оценка полученных данных, составляется план ремонтных мероприятий, определяется остаточный ресурс участка и выдаются рекомендации по его дальнейшему использованию. Также каждый год по правилам эксплуатации теплосетей выполняется опрессовка участка, которую удобно рассматривать как один из методов диагностики. Рекомендации содержат либо перечень ремонтных работ и величину, на которую продлевается срок службы участка, либо, если участок находится в ветхом состоянии, постановку его в перечень участков, подлежащих плановой замене.

Предложенные методики информационной поддержки применяются на стадиях составления плана работ по диагностике и комплексной оценки.

*Этапы летней и зимней эксплуатации*

На этапе летней эксплуатации выполняется составленный ранее план корректирующих мероприятий участка (в случае проведения диагностики) или выполняются ремонты поврежденных, выявленных при опрессовке.

На этапе зимней эксплуатации ремонтные работы проводятся только при возникновении повреждения.

При построении функции  $S(T)$  необходимо рассчитать затраты на этапах диагностики, ремонта и эксплуатации участка теплопровода. В таблице 1 приведены виды затрат на каждом этапе.

*Таблица 1. Виды затрат на каждом этапе жизненного цикла*

Этап жизненного цикла	Виды затрат на этапе
Диагностика	Затраты на различные виды контактной и бесконтактной диагностики
Летняя эксплуатация	Затраты на проведение ремонтных работ повреждений, выявленных на этапе диагностики: ремонт разрывов, свищей, проведение локально-вставочного ремонта (ЛВР).
Зимняя эксплуатация	Затраты на проведение ремонтных работ повреждений, которые не были выявлены на этапе диагностики

Таким образом, для построения функции  $S(T)$  необходимо по имеющейся статистике повреждений спрогнозировать зависимость от времени для следующих величин: общее количество повреждений, общее количество ЛВР, общая длина ЛВР, общее количество свищей и разрывов, произошедших в период зимней эксплуатации.



### 3. Моделирование потока повреждений с помощью вероятностного распределения

#### 3.1. ВЫБОР ФОРМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Проверим, насколько хорошо вероятность возникновения аварии за время  $t$  на теплопроводах описывается распределением Вейбулла  $F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^c}$ .

Переставляя слагаемые и логарифмируя два раза это равенство, получим

$$(1) \ln(-\ln(1 - F(t))) = c \times \ln(t) - c \times \ln(b).$$

Обозначим  $N(t) = -\ln(1 - F(t))$ ; как было показано в [8],  $N(t)$  равно среднему числу повреждений за время  $t$ . Следовательно, на графике, построенном по точкам  $(x, y)$ , где  $x$  соответствует логарифму числа лет, прошедших с момента эксплуатации участка теплопровода, а  $y$  – логарифму общего числа повреждений, можно ожидать прямую линию. В результате аппроксимации определяются коэффициенты  $m$  и  $n$  прямой линии  $y = m \times x + n$ , а соответствующие коэффициенты  $b$  и  $c$  распределения Вейбулла определяются по следующим формулам:

$$(2) b = e^{-\frac{n}{m}},$$

$$c = m.$$

На рис. 2 приведен типичный график зависимости всех повреждений от времени, построенный в логарифмических шкалах. Как видно из рисунка, этот график достаточно хорошо аппроксимируется прямой линией.

#### 3.2. АППРОКСИМАЦИЯ ЧИСЛА ПОВРЕЖДЕНИЙ

Для выбора алгоритма аппроксимации были рассмотрены графики участков, которые в наибольшей степени отличаются от прямой линии. Было выделено три характерных вида отклонений: в начале, в середине (рис. 3) и в конце графика. Также имелись случаи, когда на участке возникает комбинация нескольких видов отклонений.

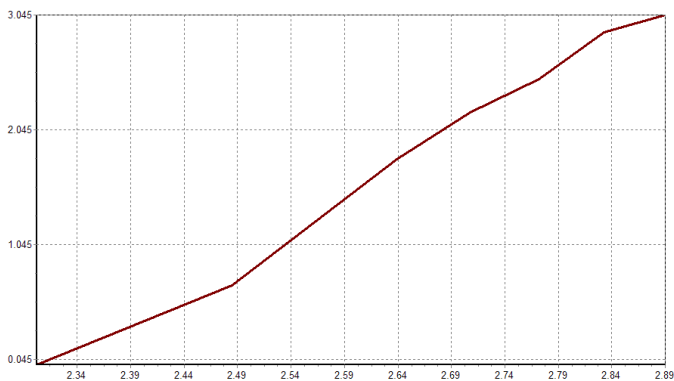


Рис. 2. График зависимости всех повреждений от времени

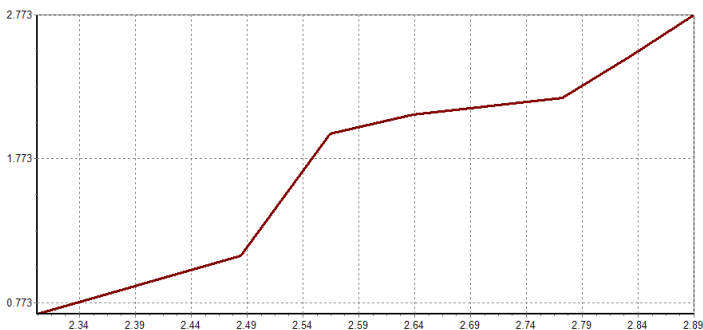


Рис. 3. График зависимости всех повреждений от времени, построенный в логарифмической шкале с отклонением от прямой линии в средней части

Был проведен анализ причин, вызывающих эти отклонения, и построены алгоритмы фильтрации точек и аппроксимации зависимости числа повреждений (рис. 4), числа свищей и разрывов, количества и длины ЛВР от времени и определены внутренние параметры алгоритмов.

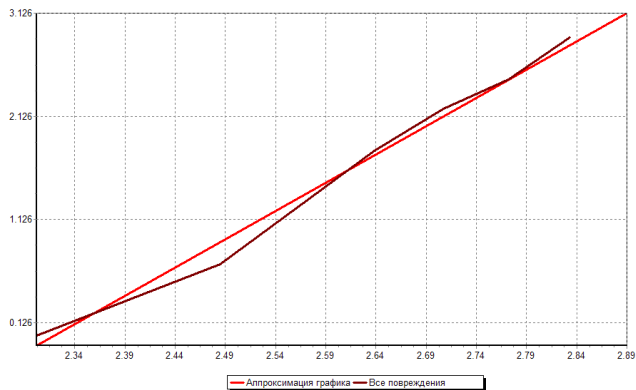


Рис. 4. График зависимости всех повреждений от времени и его аппроксимация

### 3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА РАЗРЫВОВ И СВИЩЕЙ, ПРИХОДЯЩИХСЯ НА ПЕРИОД ЗИМНЕЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Из-за малого количества зимних разрывов и свищей (10% от общего числа) и отсутствия зависимости числа зимних разрывов от общего числа разрывов эта функция была построена с помощью методов усреднения. То есть зимние разрывы на всей теплосети распределялись между участками пропорционально количеству разрывов на каждом участке.

При этом также учитывалось, какой метод диагностики применялся на участке для выявления аномальных зон. У каждой методики диагностики, а также у комбинаций методик могут существовать два типа ошибок. Ошибки первого типа ( $K^+$ ) связаны с повреждениями, которые не удалось обнаружить с помощью выбранной методики, т.е. на самом деле повреждение есть, но при диагностике оно не было выявлено, а ошибки второго типа ( $K^-$ ) – с «ложными срабатываниями», т.е. на самом деле повреждения нет, но диагностика показала аномалию в этом месте. Определим коэффициенты  $K^-$  и  $K^+$  следующим образом: пусть на участке имеется  $n$  повреждений. В результате диагностики было выявлено  $n_d$  аномалий, из которых после проверки,  $n_{dr}$  аномалий оказались повреждениями. Тогда

$$(3) \quad K^- = \frac{n - n_{dr}}{n}; K^+ = \frac{n_d - n_{dr}}{n}.$$

Будем считать, что найденные повреждения, а также обнаружение ошибок «ложного срабатывания» проводятся в летний период, а найденные повреждения (ошибки первого типа) проявляются и ремонтируются в зимний период.

По имеющейся статистике отдельно для разрывов и свищей были определены значения  $K^-$  и  $K^+$  для наиболее распространенных способов диагностики.

Тогда функцию  $N_{Hgap}(t)$  (число разрывов в зимний период, произошедших за  $t$  лет) можно определить следующим образом:  $N_{Hgap}(t) = K^-_{gap} N_{Gap}(t)$ , где  $N_{Gap}(t)$  – общее число разрывов. Аналогично число свищей в зимний период, произошедших за  $t$  лет:  $N_{Hhol}(t) = K^-_{hol} N_{hol}(t)$ , где  $N_{hol}(t)$  – общее число свищей.

#### **4. Построение функции $S(t)$ , определяющей суммарные затраты на обслуживание по заданному временному интервалу**

Введем следующие обозначения:

$S_{serv}(t)$  – стоимость обслуживания участка за  $t$  лет;

$C_{rep}(l)$  – стоимость замены участка длиной  $l$  метров;

$S(t) = S_{serv}(t) + C_{rep}(l)$  – общие суммарные затраты на эксплуатацию участка при условии, что через  $t$  лет была проведена его замена.

Общая стоимость обслуживания участка  $S_{serv}(t)$  складывается из затрат на диагностику  $S_d(t)$ , затрат  $S_r(t)$  в период ремонтных работ и затрат  $S_e(t)$  в период эксплуатации:  $S_{serv}(t) = S_d(t) + S_r(t) + S_e(t)$ .

С помощью полученных в разделе 3 функций  $N_{all}(t)$ ,  $N_{seg}(t)$ ,  $L_{seg}(t)$ ,  $N_{Hgap}(t)$  и  $N_{Hhol}(t)$  были построены необходимые стоимостные функции и получено выражение функции зависимости общих суммарных затрат на обслуживание участка теплопровода  $S(t)$  в течение  $t$  лет, при условии, что через  $t$  лет будет проведена замена участка.

## **5. Определение комплексного технико-экономического показателя состояния участка, оптимального времени его замены и оптимального метода диагностики**

### **5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ЗАМЕНЫ УЧАСТКА**

Как и в работе [8], оптимальный период замены участка  $T_0$  определялся как момент времени, в котором функция

$$S_y(t) = \frac{S(t)}{t} - \text{удельные суммарные затраты на эксплуатацию и}$$

плановую замену участка – достигает своего минимума.

### **5.2. РАСЧЕТ КОМПЛЕКСНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ**

Определим комплексный технико-экономического показатель следующим образом. Комплексный показатель  $\omega$  – это величина в полуинтервале (0; 1]; для двух участков с показателями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  отношение  $\omega_1 > \omega_2$  свидетельствует о том, что второй участок нуждается в замене в большей степени, чем первый. Значение показателя  $\omega$ , равное единице соответствует тому, что участок не нуждается в замене, а  $\omega < 1$  – тому, что его замена является выгодной и целесообразной. Определим

$$(4) \quad \omega = \begin{cases} 1, & t < T_0, \\ \frac{S_y(T_0)}{S_y(t)}, & t \geq T_0. \end{cases}$$

где  $t$  – срок службы участка на момент расчета комплексного показателя.

Значение показателя имеет реальный физический смысл: при  $\omega < 1$  величина  $1/\omega$  показывает, во сколько раз больше расходуется средств на обслуживание участка, если его заменить в момент  $t$ , по сравнению с его заменой в оптимальный период  $T_0$ .

### 5.3. ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА ДИАГНОСТИКИ

При составлении оптимального диагностического плана учитываются следующие основные характеристики каждого метода диагностики: стоимость проведения, точность обнаружения повреждений и величина срока продления (количество лет на который продлевается эксплуатация участка после выполнения всех ремонтных работ). Точность обнаружения повреждений можно задавать двумя параметрами  $K^-$  и  $K^+$ , описанными в разделе 3.3, величина срока продления приводится в каждой диагностической методике. Наиболее распространены три метода диагностики: опрессовка, комплексная диагностика (методы акустической и магнитной томографии [13]) и внутритрубная диагностика. Так как опрессовка всех участков должна проводиться каждый год, рассматривались три варианта диагностики: опрессовка, «комплексная диагностика + опрессовка» и «внутритрубная диагностика + опрессовка».

В качестве критерия оптимального варианта диагностики было выбрано значение удельных затрат на обслуживание участка в течение срока продления:  $\frac{S_{serv}(t + \tau) - S_{serv}(t)}{\tau}$ , где

$\tau$  – величина срока продления,  $t$  – срок службы участка. Соответственно, вариант диагностики, при котором значение удельных затрат минимально, считается наиболее оптимальным.

## 6. Выводы

1. Анализ этапов жизненного цикла участка показал, что управленческие решения происходят на стадиях составления плана работ по диагностике и комплексной оценки состояния участка. Необходимые при информационной поддержке управленческих решений методики должны содержать алгоритмы определения комплексного технико-экономического показателя состояния участка, оптимального времени его замены и оптимального метода диагностики. Для их определения необходимо найти функцию  $S(T)$  – суммарные затраты на обслуживание

участка за время  $T$  при условии, что в момент  $T$  будет проведена его плановая замена;

2. Для построения  $S(t)$  разработаны алгоритмы построения зависимости от времени для следующих величин: общее количество повреждений, общее количество локально-вставочных ремонтов (ЛВР), общая длина ЛВР, общее количество свищей и разрывов, произошедших в период зимней эксплуатации;

3. На основе полученной функции  $S(t)$  были разработаны все необходимые методики информационной поддержки управленческих решений, перечисленные в п.1.

### **Литература**

1. БАРЗИЛОВИЧ Е.Ю., БЕЛЯЕВ Ю.К. и др. *Вопросы математической теории надежности* / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Радио и связь, 1983.
2. БАРЛОУ Р., ХАНТЕР Л. *Оптимальный порядок проведения профилактических работ. Оптимальные задачи надежности* / Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Наука, 1968.
3. ГЕРЦБАХ И. *Теория надежности (с приложениями к профилактическому обслуживанию)*. – М.: Нефть и газ (Изд-во РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина), 2003.
4. ГНЕДЕНКО Б.В., БЕЛЯЕВ Ю.К., СОЛОВЬЕВ А.Д. *Математические методы в теории надежности*. – М.: Наука, 1965.
5. ГОСТ 27.002-89 *Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения*.
6. ГРИГАН А.М. *Управленческая диагностика: теория и практика*. – Ростов н/Д.: Изд-во РСЭИ – 2009. – С. 128–131.
7. КОЧЕРГА В.Г. *Основы теории надежности оборудования нефтегазовых объектов. Учебное пособие*. – Хабаровск: ДВГУПС, 2014.
8. КРЫГИН А.А. *Оптимизация графиков плановых ремонтов совокупности участков инженерных сетей* // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №9. – С. 83–102.
9. МИНИСТЕРСТВО ЭНЕРГЕТИКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ №565. МИНИСТЕРСТВО РЕГИОНАЛЬНОГО

РАЗВИТИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ №667. ПРИКАЗ ОТ 29.12.2012 «Об утверждении методических рекомендаций по разработке схем теплоснабжения».

10. ОАО «ГАЗПРОМ ПРОМГАЗ» *Методика и алгоритм расчета надежности тепловых сетей при разработке схем теплоснабжения городов.* – Москва, 2013.
11. РД 26.260.004-91. *Методические указания. Прогнозирование остаточного ресурса оборудования по изменению параметров его технического состояния при эксплуатации.*
12. САВИН В.Н. *Надежность трубопроводов и сосудов высокого давления АЭС // Сборник научных трудов / Под ред. Острейковского В.А.* – Обнинск: Институт атомной энергетики, 1989. – С. 68–73.
13. САМОЙЛОВ Е.В. *Акустическая томография – метод диагностики трубопроводов.* – М.: «Новости теплоснабжения», 2014.
14. СЕННОВА Е.В., СМИРНОВ А.В., ИОНИН А.А. и др. *Надежность систем энергетики и их оборудования: Справочное издание в 4 т. под ред. акад. Ю.Н. Руденко. Т. 4 Надежность систем теплоснабжения.* – Новосибирск: Наука, 2000.
15. ХЕНЛИ Э., КУМАМОТО Х. *Надежность технических систем и оценка риска.* – М.: Машиностроение, 1984.



## **CALCULATING AND ANALYTICAL METHODS OF CONTROLLING THE SERVICE OF EXPANDED ENGINEERING NETWORKS**

**Andrey Krygin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Cand.Sc.  
(andreykr@yandex.ru).

*Abstract: The paper continues the study of the repair work optimization problem for engineering networks and is devoted to the application of these results for the practical assessment of the network section state and information support for decision making about extension of its service life. Three tasks were formulated for this: determining the optimal replacement period of the network's section, determining the integrated technical and economic indicator of the section status and selecting the best method for its diagnosis. These tasks were solved using the example of a heat supply network. During the study, it is became necessary to disclose in more detail some issues of repair optimization of engineering network sections, concerning section life cycle analysis and damage flow modeling in order to determine the dependency function of the total cost for maintenance from the time. It was shown that the damages flow on the heat pipeline section is described quite accurately by the Weibull distribution. The construction methods for dependency functions of the total number of damages and total maintenance costs from the time, using statistical data about section damages are suggested. A criteria for the best diagnostic method, a complex indicator, and the optimal period of a section replacing as a point of time at which the unit costs for its maintenance reach their minimum were constructed using this function.*

**Keywords:** optimization of repairs of heat network sections, definition of a complex indicator of the site's condition, optimization of diagnostics of heat networks.

УДК 338.49

ББК 31.38

DOI: 10.25728/ubs.2019.78.10

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной.*

*Поступила в редакцию 28.11.2017.  
Опубликована 31.03.2019.*