

## ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ АКТИВНЫХ СИСТЕМ<sup>1</sup>

Угольницкий Г. А.<sup>2</sup>, Горбанёва О. И.<sup>3</sup>, Усов А. Б.<sup>4</sup>  
(Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону)

Агиева М. Т.<sup>5</sup>, Мальсагов М. Х.<sup>6</sup>  
(Ингушский государственный университет, Назрань)

*В качестве одного из направлений развития теории активных систем представлена теория управления устойчивым развитием активных систем. Статья даёт обзор по указанному направлению исследований. Предложено понятие расширенной активной системы как иерархически управляемой динамической системы, формализованы методы управления с учётом требований гомеостаза, разработаны методы и алгоритмы решения соответствующих дифференциально-игровых задач управления, описаны информационно-аналитические системы поддержки решений, дано динамическое обобщение механизмов стимулирования в организационных системах, построены и исследованы модели управления устойчивым развитием эколого-экономических, территориальных, образовательных систем, изучены статические модели согласования интересов при распределении ресурсов, реализован подход к моделированию коррупции в иерархических системах управления. Кратко описаны основные математические модели, лежащие в основе теории управления устойчивым развитием активных систем.*

Ключевые слова: активные системы, динамические игры, оптимальное управление, прикладные модели, устойчивое развитие.

### 1. Введение

Понятие активной системы предложено В.Н. Бурковым и развито им совместно с многочисленными учениками в виде теории активных систем (ТАС) [7, 8]. Новый импульс эти исследования получили в теории управления организационными

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект №17-19-01038.

<sup>2</sup> Геннадий Анатольевич Угольницкий, д.ф.-м.н., профессор (ougoln@mail.ru).

<sup>3</sup> Ольга Ивановна Горбанёва, д.т.наук, доцент (gorbaneva@mail.ru).

<sup>4</sup> Анатолий Борисович Усов, д.т.н., профессор (usov@math.rsu.ru).

<sup>5</sup> Мовлатхан Тугановна Агиева, к.т.н., доцент (agieva25@mail.ru).

<sup>6</sup> Мухарбек Хасанович Мальсагов, к.ф.-м.н., доцент (mmmm1956@bk.ru).

системами, развиваемой Д.А. Новиковым и его соавторами [20, 25]. Близкие подходы используются в российской научной литературе в информационной теории иерархических систем [11], а в зарубежной – в теории контрактов, дизайне механизмов и теории коллективного выбора [24, 70].

Концепция устойчивого развития (УР) первоначально возникла при анализе воздействия человека на окружающую природную среду [13, 29, 58, 63]. В основе этой концепции лежит понятие гомеостаза, т.е. выполнения определённых требований к состоянию эколого-экономических систем на протяжении длительного времени. Математическая формализация этого понятия нашла отражение в теории живучести Ж.-П. Обена [60, 62, 64].

Модели согласования общественных и частных интересов при распределении ресурсов изучаются в экономике общественных благ [71]. Системная методология управления организациями, допускающая близкую к предлагаемой математическую формализацию, представлена в менеджменте качества [14].

Предлагаемая *теория управления устойчивым развитием активных систем* (ТУРАС) развивает ТАС с учётом результатов теории управления организационными системами и других вышеуказанных направлений. Основная идея развития заключается в построении и исследовании динамических моделей согласования интересов активных агентов с учётом требований гомеостаза для управляемой ими системы.

Настоящая статья носит обзорный характер и представляет собой расширенную версию доклада [40] на конференции «Теория активных систем – 50» (ИПУ РАН, ноябрь 2019). Во втором разделе работы даётся общая характеристика основных положений ТУРАС. В третьем разделе представлены методы и алгоритмы решения дифференциальных игр как основных математических моделей ТУРАС. Четвёртый раздел посвящён концепции информационно-аналитических систем поддержки решений применительно к ТУРАС. В пятом–седьмом разделах описаны модели управления УР эколого-экономических, территориальных и образовательных систем. В восьмом разделе

изложена методология управления УР в иерархических системах в условиях коррупции. Девятый–одиннадцатый разделы излагают перспективные направления развития ТУРАС: сетевые модели управления в маркетинге, динамические модели стимулирования и согласования общественных и частных интересов при распределении ресурсов. Приведена обширная библиография (11 монографий и более 60 статей) по ТУРАС за период 1999–2019 гг.

## **2. Общая теория управления устойчивым развитием активных систем**

Первыми публикациями по ТУРАС, посвящёнными математической формализации методов иерархического управления, были статьи [32, 35, 75]. Эти результаты получили развитие в [36, 47] и были обобщены в монографиях [22, 33, 39, 73]. Дальнейшее развитие теории описано в [72, 76], её современное состояние представлено в [21, 34, 37].

*Активные агенты* действуют в соответствии с собственными интересами. Наряду с этим существуют цели и требования, важные для активной системы в целом, но совсем не обязательно совпадающие с интересами отдельных агентов (*гомеостаз* активной системы). Поэтому вводится *Центр* – выделенный активный элемент, выражающий интересы всей активной системы. Рассматривается модель *расширенной* активной системы, включающей Центр, агентов и управляемую агентами динамическую систему, для которой должен выполняться гомеостаз.

Следующие эмпирические принципы ТУРАС обобщают известные положения указанных выше теорий.

1. *Принцип экономической рациональности*: интересы каждого активного агента, в том числе Центра, целиком и полностью характеризуются стремлением к максимизации выигрыша с учётом имеющихся ограничений.

2. *Принцип ответственности Центра*: главная цель Центра заключается в обеспечении условий гомеостаза, при этом он может иметь дополнительные частные интересы.

3. *Принцип необходимости управления*: в общем случае интересы отдельных агентов не совпадают с требованиями гомеостаза.

4. *Принцип активности агента*: каждый агент стремится достичь своих целей наилучшим образом, исходя из наличных ресурсов, в том числе информации о ситуации.

5. *Принцип иерархического согласования интересов*: решение задачи управления активной системой ищется с позиции Центра, который максимизирует свой выигрыш на множестве наихудших для него ситуаций, порождаемых оптимальной реакцией агентов на выбранное Центром управляющее воздействие.

6. *Принцип невозможности системного выбора*: множество агентов в общем случае не способно прийти к коллективному решению, удовлетворяющему всем желательным свойствам.

7. *Принцип стратегического информирования*: передача агентом информации (возможно, искажённой) другим агентам – это его стратегия, направленная на достижение собственных целей.

Активные агенты далеко не всегда заинтересованы в выполнении условий гомеостаза, в силу чего формулирование этих требований в официальных документах остаётся простой декларацией. Поэтому понятие УР наряду с условиями гомеостаза обязательно должно включать учёт интересов обеспечивающих его активных агентов (системную согласованность, мотивированность). Совместное выполнение условий гомеостаза и системной согласованности и означает *устойчивое развитие* активной системы.

Идеальным способом достижения УР выступает *убеждение* – добровольное и осознанное принятие требований гомеостаза всеми агентами. На практике в силу понятных причин убеждение в основном пока остаётся делом будущего, поэтому Центру приходится использовать иерархическое управление, включающее два основных метода. *Принуждение* представляет собой административно-законодательные механизмы управления, явно ограничивающие множества возможных действий агентов так, чтобы они не могли нарушить гомеостаз. *Побуж-*

дение (стимулирование) состоит в использовании экономических механизмов, делающих желательные для Центра гомеостатические действия более выгодными для агентов, чем нежелательные.

Построены и исследованы дифференциально-игровые модели управления УР для различных информационных регламентов (программные/позиционные стратегии, наличие/отсутствие обратной связи по управлению, принуждение/побуждение) и способов организации (независимое, кооперативное и иерархически управляемое поведение агентов). Предложены индексы системной согласованности для количественной оценки эффективности управления УР активных систем.

Приведём для определённости следующую теоретико-игровую модель:

$$(1) \quad J = \int_0^T e^{-\rho t} g(y(t)) dt + e^{-\rho T} G(x(T)) \rightarrow \max;$$

$$(2) \quad p(t) \in P; q(t) \in Q;$$

$$(3) \quad J_i = \int_0^T e^{-\rho t} g_i(y(t)) dt + e^{-\rho T} G_i(x(T)) \rightarrow \max;$$

$$(4) \quad u_i(t) \in U_i(q_i(t)), i \in N;$$

$$(5) \quad \dot{x} = f(x(t), u(t)), x(0) = x_0;$$

$$(6) \quad x(t) \in X^*, 0 \leq t \leq T.$$

Здесь  $J$  и  $J_i$ ,  $g$  и  $g_i$  – интегральные и текущие функционалы выигрыша Центра и агентов соответственно;  $T$  – продолжительность игры (которая может быть бесконечной, тогда терминальный член не используется);  $\rho$  – коэффициент дисконтирования;  $y(t) = q(t), p(t), u(t), x(t)$ ;  $q(t)$  – вектор управляющих переменных принуждения;  $p(t)$  – вектор управляющих переменных побуждения;  $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$  – вектор управлений агентов (той же размерности, что и  $q(t)$ );  $N = \{1, \dots, n\}$  – множество агентов;  $x(t)$  – вектор состояния управляемой динамической системы;  $X^*$  – множество состояний, удовлетворяющих требованиям гомеостаза; соотношения (5) описывают динамику управляемой системы; условия (6) формулируют требования гомеостаза.

Предполагается, что  $Q, P, U$  – компактные подмножества соответствующих метрических пространств;  $J$  и  $J_i$  непрерывны по своим аргументам; вектор-функция  $f$  из (5) удовлетворяет условиям Каратеодори. Таким образом, (1)–(6) – иерархическая дифференциальная игра с фазовыми ограничениями. Возможные информационные структуры игр вида (1)–(6) показаны в таблице 1.

Таблица 1. Базовые информационные структуры в иерархических дифференциальных играх

	Без обратной связи по управлениям ведомых (прямые игры Штакельберга)	С обратной связью по управлениям ведомых (обратные игры Штакельберга)
Без обратной связи по состоянию УДС (игры в программных стратегиях)	Прямая игра Штакельберга в программных стратегиях $\Gamma_{1t}$	Обратная игра Штакельберга в программных стратегиях $\Gamma_{2t}$
С обратной связью по состоянию УДС (игры в позиционных стратегиях)	Прямая игра Штакельберга в позиционных стратегиях $\Gamma_{1x}$	Обратная игра Штакельберга в позиционных стратегиях $\Gamma_{2x}$

### 3. Численные методы и компьютерная имитация

В общем случае для решения динамических задач ТУРАС нужны численные методы и имитационное моделирование. Первая авторская публикация на эту тему – статья [57]. В работах [40, 45, 51] обоснована дискретизация непрерывных моделей в соответствии с гипотезой о том, что субъекты управления не могут менять свои стратегии в любой момент времени в силу естественной инерции, поэтому управления остаются постоянными на некоторых периодах. Модифицирован метод А.Ф. Кононенко решения иерархических дифференциальных игр [11] для случая нескольких агентов с учётом указанной гипотезы.

В статье [78] описан метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования. Идея метода состоит в том, что для получения вполне приемлемой качественной картины прогноза достаточно использовать небольшое число значений каждой управляющей переменной, отражающих характерные принципиально различные варианты воздействия на управляемую динамическую систему. Предложены формальные условия проверки качественной репрезентативности сценариев, аналогичные требованиям внутренней и внешней устойчивости.

Именно, пусть  $\Omega = V_1 \times \dots \times V_n \times U_1 \times \dots \times U_n$  – множество исходов игры (1)–(5) в разностной форме. Метод исходит из предположения  $U_i = U_i^{QRS}$ ,  $V_i = V_i^{QRS}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где множества  $U_i^{QRS}$  и  $V_i^{QRS}$  содержат качественно репрезентативные стратегии агента  $i$  и Центра по отношению к агенту  $i$ . Пусть также мощность множеств  $V_i^{QRS}$  и  $U_i^{QRS}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , достаточно мала, так что  $|U_i^{QRS}| = |V_i^{QRS}| = K$ . Тогда  $V_1^{QRS} \times \dots \times V_n^{QRS} \times U_1^{QRS} \times \dots \times U_n^{QRS} = QRS$  есть множество качественно репрезентативных сценариев данной игры, которое включает  $m = |QRS| = \prod_{i=1}^n |V_i^{QRS}| |U_i^{QRS}| = K^{2n}$  элементов. Репрезентативный

сценарий игры  $(v, u)^{(k)} \in QRS$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , имеет вид  $(v, u)^{(k)} = (v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_n^{(k)}, u_1^{(k)}, u_2^{(k)}, \dots, u_n^{(k)})$ ;  $v_i^{(k)} \in V_i^{QRS}$ ;  $u_i^{(k)} \in U_i^{QRS}$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Тогда множество  $QRS = \{(v, u)^{(1)}, (v, u)^{(2)}, \dots, (v, u)^{(m)}\}$  называется *множеством качественно репрезентативных сценариев иерархической разностной игры с точностью  $\Delta$* , если:

(а) для любых двух элементов  $(v, u)^{(i)}, (v, u)^{(j)} \in QRS$  справедливо  $|J_0^{(i)} - J_0^{(j)}| > \Delta$ ;

(б) для любого другого элемента  $(v, u)^{(l)} \in QRS$  найдется элемент  $(v, u)^{(j)} \in QRS$  такой, что  $|J_0^{(l)} - J_0^{(j)}| \leq \Delta$ .

Здесь  $J_0^{(i)}, J_0^{(j)}, J_0^{(l)}$  – соответствующие выигрыши Центра;  $J_0^{(s)} = J_0(v_1^{(s)}, v_2^{(s)}, \dots, v_n^{(s)}, u_1^{(s)}, u_2^{(s)}, \dots, u_n^{(s)})$ ,  $s = i, j, l$ ;  $\Delta > 0$  – константа, определяющая точность. Таким образом, качественно репрезентативные сценарии ведут к существенному разли-

чению в выигрышах Центра, а различие между одним из репрезентативных и любым другим сценарием в этом смысле несущественно.

В работах [5, 6, 61] изложено применение методов случайного поиска (генетические алгоритмы, алгоритм имитации отжига, бинарное деление) к решению дифференциальных иерархических игр, в том числе моделирующих механизмы стимулирования при распределении ресурсов. Генетический алгоритм и имитация отжига основаны на идее о том, что управление Центра во многих практических ситуациях обладает «липшицевым» свойством, т.е. не может меняться резко, а либо сохраняется, либо увеличивается или уменьшается на небольшую заданную величину. Тогда использовать стратегию альтернативы поощрения и сурового наказания (как в стандартных моделях стимулирования) не удаётся, и надо искать другие, адаптивные способы решения задачи. Бинарное деление лишено этого ограничения, а именно, управление Центра может быть кусочно-непрерывной функцией. Однако алгоритм бинарного деления накладывает дополнительные ограничения на функционал ведущего. Условие Липшица может сочетаться с использованием онлайн-подхода, когда Центр пошагово «обучается» на неизвестных ему заранее стратегиях оптимальных ответов агентов.

#### **4. Информационно-аналитические системы**

Концепция имитационных систем поддержки решений была предложена Н.Н. Моисеевым в ВЦ АН СССР [28]. Идея заключается в соединении возможностей математического моделирования, информационных технологий и экспертных оценок для решения сложных практических задач. Со временем стали говорить об информационно-аналитических системах поддержки решений. В работе [43] идея информационно-аналитической системы конкретизирована для эколого-экономических систем, в [44] – для систем управления качеством водных ресурсов. Отличительной особенностью описанной в [30] информационно-аналитической системы управления



водными ресурсами Ростовской области выступает реализация концепции ТУРАС применительно к водным ресурсам. С этой целью проведены конкретизация механизмов управления [25] для водопользования и разработка оригинальных моделей управления УР водохозяйственного комплекса.

Информационно-аналитические системы представляются наиболее адекватным (хотя довольно затратным) инструментом практической реализации задач управления УР активных систем.

## **5. Управление устойчивым развитием эколого-экономических систем**

Модели управления эколого-экономическими системами как историческая основа ТУРАС представлены в монографии [38]. Эколого-экономические системы представляют собой один из наиболее характерных классов расширенных активных систем, для которых было первоначально определено понятие УР. В роли Центра здесь выступает некоторый орган государственного управления, выполняющий природоохранные функции, в роли агентов – предприятия-природопользователи, в роли управляемой динамической системы – некоторая экологическая система. В качестве условий гомеостаза здесь естественно использовать предельно допустимые концентрации загрязняющих веществ в различных природных средах, критические численности биологических популяций и т.п.

В работах [54, 69, 79, 81] рассмотрены общие вопросы управления эколого-экономическими системами. В цикле статей [46, 48, 49, 53] построены и исследованы модели управления качеством водных ресурсов для различных конфигураций расширенных активных систем. Статья [23] демонстрирует применение ТУРАС к задаче борьбы с эвтрофикацией мелководных водоёмов. В статье [56] исследуются динамические теоретико-игровые модели двухуровневых систем управления с учётом условий УР. Приведены определения равновесий принуждения и побуждения и алгоритмы их построения на основе имитационного моделирования для различных информационных регла-

ментов. Проведён сравнительный анализ эффективности механизмов управления для модели экосистемы мелководного водоёма (Азовского моря).

## **6. Управление устойчивым развитием территориальных систем**

Концепция управления УР территориальных систем изложена в монографии [15]. Работы [4, 74, 77] демонстрируют применение системного подхода, математического моделирования и информационных технологий к задачам согласования интересов территориальных субъектов управления. Определяется понятие региональной активной системы. Гомеостаз региона означает, что хозяйственная деятельность должна обеспечивать достаточно высокие значения социально-экономических индикаторов, не нарушая в то же время требований экологического равновесия. Формально все показатели состояния региональной социо-эколого-экономической системы должны находиться в заданном диапазоне. В свою очередь, системная согласованность означает, что при достижении своих целей Центр должен максимально учитывать интересы активных агентов. Для количественной оценки системной согласованности используется соответствующий индекс. Описаны административные и экономические механизмы управления, обеспечивающие системную согласованность.

Исследуется задача распределения двумя соседними субъектами средств между развитием своей и общей (трансграничной) территории. Для координации деятельности вводится специальный орган управления (Центр). Экономический механизм управления исследуется в двух вариантах: выбор долей участия в доходе от развития общей территории и распределение ресурса. Приводится детальный анализ указанных механизмов, а также организационно-экономическая интерпретация для конкретных задач территориального управления.

## **7. Управление устойчивым развитием образовательных систем**

Задачи управления УР для ещё одного важного класса активных систем, а именно образовательных, рассматриваются в монографии [3]. Это направление исследований продолжено в статьях [17, 18]. Дан анализ университета как активной системы, предложены критерии её УР и их формализация на основе подхода комплексного оценивания. Описан ряд моделей управления УР на уровне кафедры, факультета и университета в целом: статическая модель распределения вознаграждения как кооперативная игра; динамическая модель стимулирования участников научного проекта; динамическая модель контроля распределения рабочего времени сотрудников кафедры как дифференциальная игра в нормальной форме и в форме характеристической функции на основе метода принуждения; двойственные задачи дискретного программирования с учётом требований УР для определения оптимальной кадровой структуры факультета, в том числе оценки эффективности объединения кафедр; динамические модели согласования общих и частных интересов сотрудников при продвижении инноваций; динамические модели борьбы с коррупцией.

Отдельный цикл работ [16, 26, 65] посвящён методологии моделирования социального партнёрства в системе дополнительного профессионального образования.

## **8. Управление устойчивым развитием в условиях коррупции**

Модели управления УР в условиях коррупции в рамках ТУРАС базируются на следующих основных принципах, раскрытых в монографиях [10, 68] и статьях [19, 42, 50, 55].

1. Базовой схемой моделирования служит иерархическая система «принципал – супервайзер – агент – объект» в различных модификациях и её теоретико-игровое исследование. Коррупции подвержен средний уровень управления (супервайзер);

верхний уровень управления (принципал) считается некоррумпированным и выполняет функции борьбы с коррупцией.

2. Предполагаются известными определённые требования УР управляемой системы. Если они выполняются, то задача принципала считается решённой даже при наличии коррупции.

3. Пары «принципал – супервайзер» и «супервайзер – агент» состоят в отношениях «ведущий – ведомый». Ведущий игрок для достижения своих целей использует принуждение и побуждение.

4. Коррупция угрожает УР объекта, поскольку взяточнику выгодно в обмен на взятку ослаблять требования УР. С другой стороны, коррупция есть специфическая форма обратной связи в иерархических системах управления, в силу которой управления становятся функциями взятки.

5. Различаются административная коррупция, при которой за взятку ослабляются административные требования, и экономическая коррупция, при которой взятка позволяет ослабить экономические требования верхнего уровня управления. При моделировании административная коррупция означает принуждение агента супервайзером с обратной связью по величине взятки, а экономическая коррупция – побуждение агента супервайзером с дополнительной обратной связью по величине взятки.

## **9. Сетевые модели влияния и управления в маркетинге**

Модели влияния и управления на сетях описаны в [12]. В рамках ТУРАС известные модели анализа и прогноза групповых мнений формулируются применительно к маркетингу, приводятся авторские алгоритмы исследования моделей. Основная идея состоит в том, что поскольку финальные мнения всех агентов зависят только от начальных мнений членов сильных подгрупп, то маркетинговые воздействия следует оказывать на них и только на них, что существенно снизит расходы на управление. Даются постановки задач оптимального и конфликтного управления мнениями целевой аудитории на сетях, намечаются пути их решения на основе метода качественно

репрезентативных сценариев имитационного моделирования [1, 2, 59].

Задачи оптимального и/или конфликтного управления могут быть дополнены условием гомеостаза, которое в общем случае противоречит непосредственным экономическим интересам субъектов управления, поэтому его включение в постановку задачи возможно либо при добровольном самоограничении субъектов (социальная ответственность), либо через введение Центра, обеспечивающего гомеостаз посредством принуждающего или побуждающего воздействия на остальных субъектов управления.

### 10. Динамические модели стимулирования в организационных системах

Как известно из статической теории стимулирования [25], в оптимальном механизме Центр компенсирует агентам их затраты с мотивирующей надбавкой в случае выполнения плана и ничего не платит в противном случае, при этом план определяется как решение задачи максимизации разности между доходом Центра и суммарными затратами агентов. Модель стимулирования как частный случай задачи управления УР имеет вид

$$J_0 = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[ H(x(t), u(t)) - \sum_{i \in N} p_i(x(t), u(t)) \right] dt \rightarrow \max_{p(\cdot)},$$

$$J_i = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [p_i(x(t), u(t)) - h_i(x(t), u(t))] dt \rightarrow \max_{u_i(\cdot)}, i \in N,$$

в силу (5), где  $H(x, u)$  – функция дохода Центра, возрастающая и вогнутая по обоим аргументам,  $H(0, 0) = 0$ ;  $h_i(x, u)$  – функция затрат  $i$ -го агента, возрастающая и выпуклая по обоим аргументам,  $h_i(x, u) = 0$ ;  $p_i(x, u)$  – неотрицательная функция компенсации затрат агента Центром,  $J_0, J_i$  – функционалы выигрыша Центра и  $i$ -го агента соответственно.

Исходя из результата, полученного в [25] для статической модели стимулирования, естественно ожидать, что оптимальный механизм стимулирования должен иметь вид

$$p_i^*(x^*(t), u^*(t)) = \begin{cases} h_i(x^*(t), u_i^*(t), u_{-i}(t)) + \varepsilon_i(t), & u_i(t) = u_i^*(t), \\ 0, & \text{иначе } i \in N, \end{cases}$$

где  $u^*(t)$  – решение вспомогательной задачи оптимального управления

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[ H(x(t), u(t)) - \sum_{i \in N} h_i(x(t), u(t)) \right] dt \rightarrow \max$$

в силу (5),  $\varepsilon_i(t)$  – неотрицательная мотивирующая надбавка  $i$ -му агенту как функция времени.

В рамках ТУРАС показано, что этот результат действительно сохраняет силу в дискретной стохастической постановке на бесконечном интервале времени [31]. Рассмотрены базовая модель «Центр-агент» и модель с несколькими агентами при частных и более общих предположениях относительно множеств стратегий. Исследовано стимулирование в динамической модели эксплуатации биоресурсов с неопределёнными параметрами, где Центр дальновидный, а агент близорукий [80].

### **11. Модели согласования интересов при распределении ресурсов**

Статические модели согласования общественных и частных интересов (СОЧИ-модели) построены и исследованы в [9, 66, 67]. В статической версии модели активные агенты распределяют имеющиеся у них ресурсы  $r_i > 0$  между инвестициями в производство некоторого общественного блага в размере  $0 \leq u_i \leq r_i$  и частной деятельностью в размере соответственно  $r_i - u_i$ . Частная деятельность приносит агенту доход в размере  $p_i(r_i - u_i)$ , а совокупные инвестиции всех агентов влекут производство общественного блага в объеме  $c(u_1, \dots, u_n)$ , из которого потом агент получает долю  $s_i c(u_1, \dots, u_n)$ ,  $0 \leq s_i \leq 1$ ,  $i \in N$ . Таким образом, функция выигрыша агента есть  $g_i(u) = p_i(r_i - u_i) + s_i c(u_1, \dots, u_n)$ ,  $u = (u_1, \dots, u_n)$ ,  $i \in N$ .

Вводится функция общественного благосостояния, равная сумме функций выигрыша агентов. Тогда СОЧИ-модель системно согласована, если значение функции общественного благосостояния в наихудшем из равновесий Нэша в игре аген-

тов совпадает с глобально максимальным значением. Показано, что системная согласованность достигается только если все агенты относятся к одному из двух типов: индивидуалисты (тратят весь ресурс на поддержку частной деятельности) и коллективисты (тратят его на создание общественного продукта). Построены и исследованы механизмы управления системной согласованностью в СОЧИ-моделях.

Динамическая СОЧИ-модель управления УР имеет вид

$$J_0 = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [s_0(t)x(t) - C(q(t))] dt \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=0}^n s_i(t) = 1, s_i(t) \geq 0, 0 \leq q_i(t) \leq r_i, i \in N;$$

$$J_i = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [p_i(r_i - u_i(t)) + s_i(t)x(t)] dt \rightarrow \max$$

$$q_i(t) \leq u_i(t) \leq r_i, i \in N;$$

$$\dot{x} = c(u(t)) - \mu x(t), x(0) = x_0$$

с учётом требования гомеостаза (6).

Здесь  $q(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$ ;  $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$ ;  $q_i(t)$  – управление принуждения Центра, ограничивающее снизу индивидуализм  $i$ -го агента;  $C(q)$  – возрастающая выпуклая функция затрат Центра на принуждение,  $C(0) = 0$ ;  $s_i(t)$  – управление побуждения Центра (доля соответствующего агента или самого Центра при  $i = 0$  в общественном благе);  $x$  – величина общественного блага (переменная состояния);  $\mu$  – коэффициент амортизации общественного блага. Более адекватна, но и более сложна версия приведённой СОЧИ-модели с динамическими ресурсами, когда  $r_i = r_i(t)$ ,

$$\dot{r}_i = k_i g_i(x(t), u(t)), r_i(0) = r_{i0},$$

$k_i \geq 0$  – заданная константа или  $k_i = k_i(t)$ ,  $0 \leq k_i \leq 1$ , – ещё одно управление агента,  $i \in N$ .

На основе имитационного моделирования начато исследование динамических СОЧИ-моделей управления качеством мелководных экосистем, рыболовства, продвижения инноваций в организациях [27, 52].

## **12. Заключение**

ТАС играет ключевую роль в формализации процессов управления с участием субъектов, имеющих собственные цели, интересы и средства их достижения и способных к стратегическому поведению в условиях конфликта, возможной кооперации и неопределённости. Важным направлением развития ТАС выступает теория управления организационными системами, которая уточняет область приложений ТАС и представляет новые результаты по построению и исследованию механизмов управления.

Описанная в настоящей работе ТУРАС представляет собой ещё одно направление развития ТАС, в котором основное внимание уделяется динамическим моделям управления. ТУРАС опирается на достижения ТАС, теории управления организационными системами и ряда других смежных направлений исследований. За двадцать лет развития ТУРАС в её рамках предложено понятие расширенной активной системы как иерархически управляемой динамической системы, формализованы методы управления с учётом требований гомеостаза, разработаны методы и алгоритмы решения соответствующих дифференциально-игровых задач управления, описана структура информационно-аналитических систем поддержки решений, дано динамическое обобщение механизмов стимулирования в организационных системах, построены и исследованы модели управления УР эколого-экономических, территориальных, образовательных систем, управления качеством водных ресурсов и оптимальной эксплуатации биологических ресурсов, описан и изучен класс статических моделей согласования интересов при распределении ресурсов, реализован подход к моделированию коррупции в иерархических системах управления.

К ближайшим направлениям развития ТУРАС относятся построение и исследование динамических моделей согласования интересов при распределении ресурсов, в том числе в условиях коррупции, дальнейшее изучение динамических моделей стимулирования, разработка и приложение сетевых моделей управления в маркетинге, развитие метода качественно репре-



зентативных сценариев имитационного моделирования и методов случайного поиска для решения сложных динамических задач управления, детальный анализ моделей управления УР учреждений высшего образования.

### **Литература**

1. АГИЕВА М.Т. *Модели управления на социальных сетях в маркетинге* // Инженерный вестник Дона. – 2018. – №1. – [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4670](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4670).
2. АГИЕВА М.Т., БАБИЧЕВА Ю.В., ОКУЛИСТ Н.М., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Задачи анализа и прогноза при управлении целевой аудиторией в маркетинге* // Управление большими системами. – 2019. – Вып.79. – С. 27–64.
3. АГИЕВА М.Т., МАЛЬСАГОВ М.Х., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Моделирование иерархической структуры управления образованием*. – Ростов-на-Дону: Изд-во ООО «ЦВВР», 2003. – 208 с.
4. АНОПЧЕНКО Т.Ю., МУРЗИН А.Д., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Моделирование согласования интересов в задачах управления устойчивым развитием территорий* // Экономика природопользования. – 2017. – №6. – С. 35–47.
5. БЕЛЯВСКИЙ Г.И., ДАНИЛОВА Н.В., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Эволюционное моделирование в задачах управления устойчивым развитием активных систем* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2016. №8(4). – С. 14–29.
6. БЕЛЯВСКИЙ Г.И., ДАНИЛОВА Н.В., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Эволюционные методы решения динамических задач распределения ресурсов* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2018. – №10(1). – С. 5–22.
7. БУРКОВ В.Н. *Основы математической теории активных систем*. – М.: Наука, 1977. – 255 с.
8. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Теория активных систем: состояние и перспективы*. – М.: Синтег, 1999. – 128 с.
9. ГОРБАНЁВА О.И. *Статические модели распределения ресурсов с учётом согласования интересов активных агентов*. Дисс. на соискание учёной степени д.т.н. – М., 2019.

10. ГОРБАНЁВА О.И., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Моделирование коррупции в иерархических системах управления*. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2014. – 412 с.
11. ГОРЕЛИК В.А., ГОРЕЛОВ М.А., КОНОНЕНКО А.Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления*. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.
12. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства*. – М.: Физматлит, 2010. – 228 с.
13. ДАНИЛОВ-ДАНИЛЬЯН В.И., ЛОСЕВ К.С. *Экологический вызов и устойчивое развитие*. – М.: Прогресс, 2000. – 416 с.
14. ДЕМИНГ Э. *Выход из кризиса. Новая парадигма управления людьми, системами и процессами*. – М.: Альпина, 2007. – 620 с.
15. ДРУЖИНИН А.Г., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Устойчивое развитие территориальных социально-экономических систем: теория и практика моделирования*. – М.: Вузовская книга, 2013. – 224 с.
16. ДЬЯЧЕНКО В.К., ТАРАСЕНКО Л.В., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Имитационное моделирование социального партнёрства в системе дополнительного профессионального образования* // Управление большими системами. – 2013. – Вып.46. – С. 179–196.
17. МАЛЬСАГОВ М.Х. *Модели комплексного оценивания и кадровой оптимизации работы факультета* // Инженерный вестник Дона. – 2019. – №1. – URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5624>.
18. МАЛЬСАГОВ М.Х. *Учреждение высшего образования как активная система* // Инженерный вестник Дона. – 2018. – №3. – URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5122>.
19. МАЛЬСАГОВ М.Х., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Борьба с экономической коррупцией при распределении ресурсов* // Компьютерные исследования и моделирование. – 2019. – №11(1). – С. 173–185.
20. *Механизмы управления* / Под ред. Д.А.Новикова. – М.: Ленанд, 2011. – 192 с.

21. *Модели управления устойчивым развитием активных систем и их приложения* / Под ред. Г.А. Угольницкого. – Ростов-на-Дону-Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2019. – 255 с.
22. *Мониторинг: от приложений к общей теории* / Под ред. Угольницкого Г.А. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2009. – 176 с.
23. НИКИТИНА А.В., СУХИНОВ А.И., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. и др. *Оптимальное управление устойчивым развитием при биологической реабилитации Азовского моря* // Математическое моделирование. – 2016. – №28(7). – С. 96–106.
24. НИКОЛЕНКО С.И. *Теория экономических механизмов*. – М.: «Бином», 2009. – 207 с.
25. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: Физматлит, 2007. – 584 с.
26. НОР-АРЕВЯН О.А., ТАРАСЕНКО Л.В., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Математическое моделирование социального партнерства: методология междисциплинарного исследования (на примере системы дополнительного профессионального образования)* // Социологические исследования. – 2018. – №4. – С. 15–24.
27. ОНОПРИЕНКО А.Н., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Имитационное моделирование иерархических регламентов управления (на примере рыболовства)* // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2016. – №4. – С. 25–29.
28. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н. *Имитационные модели и системы*. – М.: «Фазис», 2000. – 134 с.
29. *Переход к устойчивому развитию: глобальный, региональный и локальный уровни. Зарубежный опыт и проблемы России* / Рук. авт. колл. Н.Ф. Глазовский. – М., 2002. – 444 с.
30. ПУЧКИН М.В., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Проект информационно-аналитической системы управления водными ресурсами Ростовской области* // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Техн. науки. – 2016. – №2. – С. 28–35.
31. РОХЛИН Д.Б., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Равновесие Штакельберга в динамической модели стимулирования с полной*

- информацией // Автоматика и телемеханика. – 2018. №4. – С. 152–166.
32. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием социальных организаций* // *Общественные науки и современность*. – 2002. – №3. – С. 133–140.
  33. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием*. – М.: Физматлит, 2010. – 336 с.
  34. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Методология и прикладные задачи управления устойчивым развитием активных систем* // *Проблемы управления*. – 2019. – №2. – С. 19–29.
  35. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Теоретико-игровое исследование некоторых способов иерархического управления* // *Известия РАН. Теория и системы управления*. – 2002. – №1. – С. 97–101.
  36. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Теоретико-игровые принципы оптимальности иерархического управления устойчивым развитием* // *Известия РАН. Теория и системы управления*. – 2005. – №4. – С. 72–78.
  37. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Управление устойчивым развитием активных систем*. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2016. – 940 с.
  38. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Управление эколого-экономическими системами*. – М.: Вузовская книга, 1999. – 132 с.
  39. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Устойчивое развитие организаций*. – М.: Физматлит, 2011. – 320 с.
  40. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., ГОРБАНЁВА О.И., УСОВ А.Б., АГИЕВА М.Т., МАЛЬСАГОВ М.Х. *Динамические модели управления устойчивым развитием активных систем* // *Материалы международной научно-практической конференции «Теория активных систем – 50 лет», 18–19 ноября 2019 г.* / Под ред. В.Н. Буркова. – М.: ИПУ РАН. – С. 177–196.
  41. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Алгоритмы решения дифференциальных моделей иерархических систем управления* // *Автоматика и телемеханика*. – 2016. – №5. – С. 148–158.
  42. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Динамические модели коррупции в иерархических системах управления при эксплуатации биоресурсов* // *Известия РАН. Теория и системы управления*. – 2014. – №6. – С. 168–176.

43. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Информационно-аналитическая система управления эколого-экономическими объектами* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – №2. – С. 168–176.
44. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Информационно-аналитические системы управления качеством водных ресурсов* // Водные ресурсы. – 2008. – Т. 35, №5. – С. 625–631.
45. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Исследование дифференциальных моделей иерархических систем управления путем их дискретизации* // Автоматика и телемеханика. – 2013. – №2. – С. 109–122.
46. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Кооперативный подход на основе принуждения и побуждения при управлении качеством водных ресурсов* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – №4. – С. 153–162.
47. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Математическая формализация методов иерархического управления эколого-экономическими системами* // Проблемы управления. – 2007. – №4. – С. 64–69.
48. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Методы иерархического управления качеством воды с учётом манипуляции центра и контригры предприятий* // Водные ресурсы. – 2004. – №3. – Т. 31. – С. 375–382.
49. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Многоуровневые модели в задачах управления качеством речной воды* // Водные ресурсы. – 2005. – Т. 32, №4. – С. 504–511.
50. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Модели борьбы с административной коррупцией в иерархических системах управления* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2014. – Т. 6, Вып. 1. – С. 73–90.
51. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Равновесия в моделях иерархически организованных динамических систем с учётом требований устойчивого развития* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №6. – С. 86–102.
52. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии*

- корпорации // Компьютерные исследования и моделирование. – 2016. – №8(4). – С. 673–684.
53. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Управление качеством воды в водотоках* // Водные ресурсы. – 2003. – №2. – С. 250–256.
54. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Управление сложными эколого-экономическими системами* // Автоматика и телемеханика. – 2009. – №5. – С. 169–179.
55. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Управление устойчивым развитием иерархических систем в условиях коррупции* // Проблемы управления. – 2010. – №6. – С. 19–26.
56. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б., ПУЧКИН М.В. и др. *Теоретико-игровые регламенты механизмов управления устойчивым развитием мелководных экосистем* // Автоматика и телемеханика. – 2017. – №6. – С. 122–137.
57. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., ЧЕРДЫНЦЕВА М.И. *Компьютерная имитация устойчивого развития эколого-экономических систем* // Компьютерное моделирование. Экология. Вып.2. / Под ред. Г.А. Угольницкого. – М.: Вузовская книга, 2004. – С. 126–135.
58. ADAMS W.M., JEANRENAUD S.J. *Transition to Sustainability: Towards a Humane and Diverse World*. Gland: International Union for Conservation of Nature and Natural Resources, 2008. – 107 p.
59. AGIEVA M.T., KOROLEV A.V., OUGOLNITSKY G.A. *Modeling and Simulation of Impact and Control in Social Networks* // Proc. of the First Int. EURO Mini Conference “Modelling and Simulation of Social-Behavioural Phenomena in Creative Societies” (MSBC–2019), Vilnius, Lithuania, September 18–20, 2019 / Eds.: N. Agarwal, L. Sakalauskas, G.-W. Weber. – Communications in Computer and Information Science 1079. – Springer, 2019. – P. 29–40.
60. AUBIN J.-P. *Viability Theory*. – Springer-Verlag, 1991. – 572 p.
61. BELYAVSKY G., DANILOVA N., OUGOLNITSKY G.A. *Markovian Mechanism of Proportional Resource Allocation in the Incentive Model as a Dynamic Stochastic Inverse Stackelberg Game* // Mathematics. – 2018. – Vol. 6(8). – P. 131.
62. CAIRNS R.D., MARTINET V. *An environmental-economic*

- measure of sustainable development* // European Economic Review. – 2014. – Vol. 69. – P. 4–17.
63. CLARK W.C. *Sustainability Science: A Room of its Own* // Proc. of the National Academy of Science. – 2007. – Vol. 114. – P. 1737–1738.
  64. DOYEN L., MARTINET V. *Maximin, viability and sustainability* // J. of Econ. Dynamics and Control. – 2012. – Vol. 36. – P. 1414–1430.
  65. DYACHENKO V.K., OUGOLNITSKY G.A., TARASENKO L.V. *Computer Investigation of a Game Theoretic Model of Social Partnership in the System of Continuing Professional Education* // Advances in Systems Science and Applications. – 2015. – Vol. 15(4). – P. 320–328.
  66. GORBANEVA O.I., OUGOLNITSKY G.A. *Static Models of Coordination of Social and Private Interests in Resource Allocation* // Automation and Remote Control. – 2018. – Vol. 79(7). – P. 1319–1341.
  67. GORBANEVA O.I., OUGOLNITSKY G.A. *System Compatibility, Price of Anarchy and Control Mechanisms in the Models of Concordance of Private and Public Interests* // Advances in Systems Science and Applications. – 2015. – Vol. 15(1). – P. 45–59.
  68. GORBANEVA O.I., OUGOLNITSKY G.A., USOV A.B. *Modeling of Corruption in Hierarchical Organizations*. – N.Y.: Nova Science Publishers, 2016. – 552 p.
  69. KORNIENKO S.A., OUGOLNITSKY G.A. *Dynamic Stackelberg Games with Requirements to the Controlled System as a Model of Sustainable Environmental Management* // Advances in Systems Science and Applications. – 2014. – Vol. 14(4). – P. 325–345.
  70. LAFFONT J.-J., MARTIMORT D. *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*. – Princeton Univ. Press, 2002. – 421 p.
  71. LONG N.V. *A Survey of Dynamic Games in Economics*. – World Scientific, 2010. – 275 p.
  72. OUGOLNITSKY G. *Game theoretic formalization of the concept of sustainable development in the hierarchical control sys-*

- tems // Annals of Operations Research. – 2014. – Vol. 220(1). – P. 69–86.
73. OUGOLNITSKY G. *Sustainable Management*. – N.Y.: Nova Science Publishers, 2011. – 288 p.
74. OUGOLNITSKY G.A. *A System Approach to the Regional Sustainable Management* // Advances in Systems Science and Applications. – 2017. – Vol. 17(2). – P. 52–62.
75. OUGOLNITSKY G.A. *Game theoretic modeling of the hierarchical control of sustainable development* // Game Theory and Applications. – 2002. – Vol. 8. – N.Y., Nova Science Publ. – P. 82–91.
76. OUGOLNITSKY G.A. *Sustainable Management as a Key to Sustainable Development* // Sustainable Development: Processes, Challenges and Prospects. / Ed. D. Reyes. – N.Y.: Nova Science Publishers, 2015. – P. 87–128.
77. OUGOLNITSKY G.A., ANOPCHENKO T.YU., GORBANEVA O.I., LAZAREVA E.I., MURZIN A.D. *System Methodology and Model Tools for Territorial Sustainable Management* // Advances in Syst. Science and Applications. – 2018. – Vol. 18(4). – P. 136–150.
78. OUGOLNITSKY G.A., USOV A.B. *Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games* // Computer Simulations: Advances in Research and Applications / Eds.: M.D. Pfeffer, E. Bachmaier. – N.Y.: Nova Science Publ., 2018. – P. 63–106.
79. OUGOLNITSKY G.A., USOV A.B. *Problems of the sustainable development of ecological-economic systems* // Global Climatology and Ecodynamics: Anthropogenic Changes to Planet Earth / Eds.: A.P. Cracknell, V.P. Krapivin, C.A. Varotsos. – Springer-Praxis, 2009. – P. 427–444.
80. ROKHLIN D.B., OUGOLNITSKY G.A., USOV A.B. *A two-level model of optimal harvesting under parameter uncertainty* // Far East Journal of Math. Sciences. – 2017. – Vol. 102(7). – P. 1365–1380.
81. UGOL'NITSKII G.A., USOV A.B. *Three-level control systems for ecological-economic objects with fan structure* // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 72(8). – P. 1790–1798.



## **THEORY OF SUSTAINABLE MANAGEMENT IN ACTIVE SYSTEMS**

**Gennady Ougolnitsky**, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doct. Sc., professor (ougoln@mail.ru).

**Olga Gorbaneva**, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doct. Sc., associate professor (gorbaneva@mail.ru).

**Anatoly Usov**, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doct. Sc., professor (usov@math.rsu.ru).

**Movlatkhan Agieva**, Ingush State University, Nazran, Cand. Sc., associate professor (agieva 25@mail.ru).

**Mukharbeck Malsagov**, Ingush State University, Nazran, Cand. Sc., associate professor (mmm1956@bk.ru).

*Abstract: The theory of sustainable management in active systems is presented as one of the directions of development of the theory of active systems. The paper reviews this branch of research. A concept of extended active system as a hierarchically controlled dynamic system is proposed. The control methods with consideration of the requirements of homeostasis are formalized. The methods and algorithms of solution of the respective differential game theoretic control problems are developed. The information-analytical decision support systems are described. A dynamic generalization of the incentive control mechanisms in organizational systems is given. The models of sustainable management in environmental-economic, territorial, education systems are built and investigated. Static models of coordination of interests in resource allocation are studied. An approach to the modeling of corruption in hierarchical control systems is implemented. The principal mathematical models that form a base of the theory of sustainable management in active systems are described briefly.*

**Keywords:** active system, dynamic games, optimal control, applied models, sustainable development.

УДК 519.83 + 519.86

ББК 32.817

DOI: 10.25728/ubs.2020.84.5

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

*Поступила в редакцию 25.12.2019.*

*Опубликована 31.03.2020.*