АДДИТИВНАЯ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ МОДЕЛИ ВЫЯВЛЕНИЯ ТРЕНДА И СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ: ПРИЛОЖЕНИЕ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ К ДИНАМИКЕ ЦЕН НА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННУЮ ПРОДУКЦИЮ[1]

Зоркальцев В. И.[2]
(*ФГБУН Лимнологический институт СО РАН, Иркутск*)
Полковская М. Н.[3]
(*ФГБОУ ВО Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, Иркутск*)

Рассматривается задача выделения составляющих временных рядов – тренда, периодических и случайных колебаний. Обсуждается проблема противоречивости двух требований к методам выделения составляющих – аддитивности и мультипликативности. Это приводит к необходимости развития и использования альтернативных классов методов декомпозиции временных рядов, у которых выделяемые составляющие взаимодействуют либо аддитивно, либо мультипликативно. Для задачи выделения тренда, сезонных и случайных колебаний помесячных экономических данных приводится описание аддитивной и мультипликативной моделей. В качестве приложения мультипликативной модели рассматривается задача анализа динамики цен на сельскохозяйственную продукцию. Обосновывается необходимость выделения из рядов помесячных цен тренда и сезонных составляющих в целях обеспечения более эффективного планирования сельскохозяйственного производства, уменьшения рисков, выбора оптимальных сроков хранения и реализации продукции с учетом действия случайных факторов при производстве и реализации продукции. Аргументируется целесообразность применения для анализа и прогнозирования цен мультипликативного варианта модели декомпозиции составляющих. Представлены результаты использования модели при анализе динамики цен на отдельные виды сельскохозяйственной продукции в Иркутской области.

Ключевые слова: тренд, сезонные колебания, составляющие временного ряда, динамика цен сельскохозяйственной продукции.

---

[1] *Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ № 19-07-00322 и в рамках проекта РАН № 0279-2019-0003.*

[2] *Валерий Иванович Зоркальцев, д.т.н., профессор* (zork@isem.irk.ru).
[3] *Марина Николаевна Полковская, к.т.н., доцент* (polk_mn@mail.ru).

1. Введение

Во многих областях прикладных исследований возникает необходимость выделения и прогнозирования составляющих временного ряда наблюдений какого-либо показателя [4, 10, 13, 15, 18]. Часто это представляется в виде задачи выделения из исходного временного ряда общей тенденции изменения показателя (тренда), периодических колебаний (сезонных, с годовой периодичностью, недельных, суточных) и случайных отклонений[1, 2, 8, 12, 14, 16, 20, 22]. Математическим моделям и методам выделения составляющих временных рядов посвящено большое количество работ. Многие предлагаемые модели декомпозиции временных рядов можно разделить на два класса по форме представления в них взаимодействия выделяемых составляющих.

Часто в используемых моделях используется аддитивная форма описания взаимодействия выделяемых составляющих. В этом случае все выделяемые составляющие имеют ту же размерность, что и исходный ряд. Например, если исходный ряд содержал помесячные объемы производства, выраженные в тоннах продукции, то при аддитивном взаимодействии составляющих данного ряда тренд, сезонные и случайные колебаний будут также иметь размерность «тонны».

Иногда более уместно применение моделей с мультипликативным взаимодействием составляющих. Например, динамический ряд среднемесячных цен на какой-либо товар может быть представлен как произведение тренда, сезонных и случайных отклонений от тренда. В этом случае размерность исходного ряда (например, цена в рублях единицы товара) будет иметь только тренд. Сезонные и случайные отклонения будут безразмерными величинами, характеризующими относительные отклонения от тренда в силу действия сезонных и случайных факторов.

Уже из приведенных представлений о размерностях можно сделать вывод, что модели аддитивного и мультипликативного взаимодействия составляющих являются взаимоисключающими. В следующем разделе данной статьи этот факт получит объяснение в виде математически доказываемого утверждения о противоречивости требований аддитивности и мультипликативности к методам выделения составляющих временных рядов.

Между мультипликативными и аддитивными моделями взаимодействия составляющих временных рядов существует логическая связь через операции логарифмирования и экспоненцирования. Операция логарифмирования приводит мультипликативную модель в аддитивную форму относительно логарифмов исходного ряда и логарифмов его составляющих. Аддитивная форма связи в результате экспоненцирования переходит в мультипликативную относительно экспонент исходного ряда и его составляющих. В данной статье приводится две модели, предназначенные для выделения тренда, сезонных колебаний и случайных отклонений из обозначенных выше двух классов с аддитивной и мультипликативной формой взаимодействия составляющих, которые связаны между собой указанными операциями логарифмирования и экспоненцирования.

Особое внимание здесь будет уделено мультипликативной модели. В качестве примера приложения данной модели приведена задача выделения тренда и сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию, рассматриваемая в качестве научно-прикладной составляющей исследований. Анализ и прогнозирование трендов, сезонных колебаний, интенсивности случайных отклонений цен на различные виды сельскохозяйственной продукции могут быть полезны в качестве осведомляющей информации для планирования структуры сельскохозяйственного производства и выбора времени реализации продукции.

2. Противоречивость требований аддитивности и мультипликативности

Задан временной ряд x_t наблюдений какого-то параметра в моменты или периоды времени $t = 1, \ldots, n$. Значения временного ряда в отдельные периоды времени являются компонентами вектора $x \in R^n$, где R^n – множество n-мерных векторов. Метод выделения какой-либо составляющей из исходного ряда предлагается рассматривать как некоторую вектор-функцию, отображающую вектор x в вектор $\phi(x)$ из R^n. Эту вектор-функцию будем также называть оператором. Отдельную компоненту этого оператора будем обозначать $\varphi_t(x)$, $t = 1, \ldots, n$. Естественно предполагать, что малые изменения исходных данных (например, из-за погрешности сбора и обработки исходной информации) будут давать малые изменения результатов расчета. Это означает, что должно выполняться следующее требование.

Непрерывность. *Оператор ϕ должен быть непрерывным.*

Нередко имеет место ситуация, когда сумма какой-то составляющей нескольких временных рядов должна дать такую же составляющую суммарного ряда. Например, тренды объемов производства какой-либо сельскохозяйственной продукции нескольких областей, краев и республик, входящих в один федеральный округ, должны при суммировании давать тренд изменения объемов производства этой продукции в данном федеральном округе. Такого типа пожелание выражает следующее требование.

Аддитивность.

$$\varphi(x^1 + x^2) = \varphi(x^1) + \varphi(x^2).$$

Из требований непрерывности и аддитивности вытекает один важный известный факт, существенно сужающий множество допустимых методов выделения составляющих временного ряда. Справедливо утверждение [9].

Теорема 1. *Если оператор ϕ удовлетворяет требованиям непрерывности и аддитивности, то он линейный: при любом $x \in R^n$*

(1) $\phi(x) = Ax$,

где A – некоторая матрица размера $n \times n$.

Обозначим $\otimes$ операцию покомпонентного перемножения векторов. Для векторов x и y из R^n вектор $z = x \otimes y$ находится в R^n и имеет компоненты $z_j = x_j y_j$, $j = 1, \ldots, n$. Для многих областей приложения целесообразно выполнение следующего требования к методу выделения составляющих.

Мультипликативность: *для временных рядов x^1 и x^2 из R^n*

$$\phi(x^1 \otimes x^2) = \phi(x^1) \otimes \phi(x^2).$$

Пусть данные ряда x^1 содержат объемы использования какого-либо ресурса в производстве, например, количество трудовых ресурсов, либо объемы используемых основных или оборотных фондов, либо количество вовлеченных конкретных видов мощностей – тракторов, машин, комбайнов; ряд x^2 включает данные об эффективности использования этого ресурса (количество выпускаемой продукции на единицу ресурса – производительность труда, фондоотдача, количество продукции на единицу используемых мощностей). Тогда покомпонентное произведение x^1 и x^2 является динамикой объемов производства этого вида продукции. Вполне естественно ожидать, что тренд динамического ряда производства продукции представляется в виде покомпонентного произведения тренда динамики объемов анализируемого ресурса и покомпонентного произведения тренда динамика эффективности его использования.

Сформулированные три требования к методу выделения составляющих временного ряда находятся в противоречии. Им всем может удовлетворять только такой оператор ϕ, который не представляет интереса для экономических рядов.

Теорема 2. *Если ϕ – непрерывный оператор, удовлетворяющий требованиям аддитивности и мультипликативности, то любая из компонент выделенной составляющей $\varphi_t(x)$, $t = 1, \ldots, n$, либо тождественно равна нулю, либо всегда совпадает с одной из компонент вектора исходного ряда $x \in R^n$.*

Доказательство. Несложно установить, что если для какого-то $t \in \{1, \ldots, n\}$ компонента $\varphi_t(x)$ тождественно равна нулю, то для этой компоненты выполняются требования аддитивности и мультипликативности. Также непосредственной проверкой можно убедиться, что если компонента $\varphi_t(x)$ тождественно равна компоненте x_τ при некотором $\tau \in \{1, \ldots, n\}$, то данная составляющая вектор-функции ϕ будет также непрерывной, аддитивной и мультипликативной.

Осталось доказать справедливость обратного утверждения: если оператор удовлетворяет трем рассматриваемым требованиям, то его компонента $\varphi_t(x)$ при любом $t \in \{1, \ldots, n\}$ либо тождественный ноль, либо тождественно равна значению компоненты x_τ при некотором фиксированном для данной компоненты номере $\tau \in \{1, \ldots, n\}$.

Согласно теореме 1 из непрерывности и аддитивности следует, что существует квадратная матрица A, при которой выполняется (1). Пусть e^τ – орт в пространстве R^n, т.е. вектор, у которого все компоненты нулевые, кроме компоненты с номером τ. Причем $e_\tau^\tau = 1$ при любом $\tau \in \{1, \ldots, n\}$. Следовательно

$$\phi_t(e^\tau) = a_{t\tau},$$

где $a_{t\tau}$ – элемент на пересечении строки t и столбца τ матрицы A. Используя равенство

$$e^\tau \otimes e^\tau = e^\tau,$$

из требования мультипликативности получаем

$$a_{t\tau} = \varphi_t(e^\tau) = \varphi_t(e^\tau \otimes e^\tau) = \varphi_t(e^\tau) \cdot \varphi_t(e^\tau) = a_{t\tau} \cdot a_{t\tau}.$$

Поэтому для любых $t \in \{1, \ldots, n\}$, $\tau \in \{1, \ldots, n\}$ либо $a_{t\tau}=0$, либо $a_{tt}=1$.

Так как при $t \neq \tau$ вектор $e^t \otimes e^\tau$ состоит из нулей, то для любого $j \in \{1,\ldots,n\}$, $0 = \varphi_j(e^t \otimes e^\tau) = a_{jt} a_{j\tau}$.

Следовательно, в каждой строке матрицы A может быть не больше одного отличного от нуля элемента. Теорема доказана.

Замечание. Исходным импульсом для доказанной теоремы послужила статья Ловелла [19]. Аналогичный теореме 2 результат применительно к задаче выделения тренда был приведен Ловеллом [19] не точно и, соответственно, содержал ошибку в доказательстве. В его теореме 2 [19, с. 944] утверждается, что если процедура выделения из временного ряда тренда непрерывна, аддитивна и сохраняет продуктивность (так им было названо введенное выше требование мультипликативности), то для $t \in \{1, \ldots, n\}$ при любом $x \in R^n$ справедливо только одно из двух: либо $\phi_t(x) = 0$, либо $\phi_t(x) = x_t$. В доказанной нами теореме во втором случае $\phi_t(x) = x_\tau$ при некотором необязательном равном t номере τ из набора $\{1, \ldots, n\}$.

3. Аддитивная модель выделения тренда и сезонных колебаний

Теорема 2 полезна для понимания необходимости выбора из двух взаимоисключающих типов моделей выделения составляющих временных рядов. Это модели, использующие аддитивную связь составляющих с моделью и мультипликативную связь этих составляющих. В данном разделе рассмотрим модель первого типа. Аддитивная модель использовалась в работах [5, 6, 7] для целей анализа динамики производства и потребления топлива. Модель предназначена для анализа и прогнозирования помесячных или поквартальных данных.

Исходный временной ряд x_t представляется как сумма трех составляющих:

$$x_t = y_t + s_t + \varepsilon_t \ , \tag{2}$$

где y_t – компонента, описывающая тренд; s_t – компонента, описывающая регулярные, с периодом равным году, сезонные колебания; ε_t – остаточный член, который иногда интерпретируется как случайная составляющая. Тренд выражается в виде полинома некоторой степени m:

$$y_t = \sum_{i=0}^{m} \lambda_i t^i \ . \tag{3}$$

Здесь λ_i – искомые коэффициенты.

Сезонные колебания задаются в виде взвешенной по степеням времени суммы строго периодических функций

$$s_t = \sum_{i=0}^{r} S_i(t) \cdot t^i \ . \tag{4}$$

Здесь $S_i(t)$ – строго периодические функции с периодом, равным году:

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} \alpha_{ij} \cos\frac{2\pi jt}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} \beta_{ij} \sin\frac{2\pi jt}{K} \ , \tag{5}$$

где K – количество наблюдений ряда x_t в году ($K = 4$ при квартальной статистике, $K = 12$ – при месячной). Коэффициенты α_{ij}, β_{ij} – искомые величины. Составляющие $S_i(t)\ t^i$ при $i \geq 1$ представляют возможные изменения формы и амплитуды сезонных колебаний во времени. Если $r = 0$, то рассматриваются низменные по годам сезонные отклонения.

Для определения коэффициентов λ_i, α_{ij}, β_{ij} и значений ε_t используется метод наименьших квадратов. При условиях (2)–(5) решается задача

(6) $$\sum_{t=1}^{n} h_t(\varepsilon_t^2) \to \min.$$

Здесь h_t – некоторые заданные положительные веса информативности наблюдений.

В изложенной модели все три составляющие (тренд, сезонные колебания и остаточный член) имеют ту же размерность, что и исходный ряд x_t. Веса информативности h_t являются заданными положительными числами. Они, в частном случае, могут быть одинаковыми. Возможно применение, например, экспоненциальных весов информативности, что резонно при использовании рассмотренной модели для целей краткосрочного прогнозирования. Отметим, что близкой к изложенной является модель выделения тренда и сезонных колебаний Геншоу [17].

4. Мультипликативная модель

Во многих случаях для экономических рядов более уместна модель, в которой составляющие временного ряда взаимодействуют в мультипликативной форме. В этом случае вместо (2) используется следующее выражение:

(7) $$x_t = y_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t,\ t = 1, \ldots, n,$$

где y_t – тренд, имеющий ту же размерность, что и исходный ряд x_t; s_t – сезонные отклонения от тренда; ε_t – случайные отклонения. Оба вида отклонений рассматриваются здесь как безразмерные величины.

Считаем, что в выражении (7) исходный ряд x_t состоит из положительных чисел. Такое условие обычно выполняется для экономических данных, в частности, для рядов цен на отдельные виды товаров. Положительными числами являются также тренд, сезонные и случайные отклонения. Тренд можно задать как экспоненту от полинома времени:

$$y_t = \exp(\sum_{i=0}^{n} \lambda_i t^i),$$

а сезонные отклонения – в виде экспоненты от взвешенной суммы периодических функций:

$$s_t = \exp\left(\sum_{i=0}^{r} S_i(t) \cdot t^i\right).$$

Здесь, как и в модели предыдущего раздела, периодические функции имеют вид

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} \alpha_{ij} \cos \frac{2\pi jt}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} \beta_{ij} \sin \frac{2\pi jt}{K}.$$

Коэффициенты λ_i в выражении тренда и коэффициенты α_{ij}, β_{ij} в выражениях сезонных колебаний определяются в результате решения задачи минимизации функции от логарифма случайных отклонений:

$$\sum_{t=1}^{n} h_t (\ln \varepsilon_t^2) \to \min,$$

где h_t – заданные положительные весовые коэффициенты.

Отметим, что в результате использования операции логарифмирования приведенная мультипликативная модель переходит в аддитивную модель, изложенную в предыдущем разделе:

$$\tilde{x}_t = \tilde{y}_t + \tilde{s}_t + \tilde{\varepsilon}_t, \; t = 1, \ldots, n,$$

где $\tilde{x}_t = \ln x_t$, $\tilde{y}_t = \ln y_t$, $\tilde{s}_t = \ln s_t$, $\tilde{\varepsilon}_t = \ln \varepsilon_t$, $t = 1, \ldots, n$.

Таким образом, для реализации мультипликативной модели можно воспользоваться имеющейся реализацией аддитивной модели. Вычислив значения $\tilde{y}_t$, $\tilde{s}_t$, $\tilde{\varepsilon}_t$ путем экспоненциирования, можно перейти к требуемым значениям:

$$y_t = \exp(\tilde{y}_t), \; s_t = \exp(\tilde{s}_t), \; \varepsilon_t = \exp(\tilde{\varepsilon}_t), \; t = 1, \ldots, n.$$

Ниже приводятся примеры использования описанной мультипликативной модели с одинаковыми весами информативности для выявления и анализа тренда и сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию.

Следует подчеркнуть, что представленные здесь две альтернативные модели могут служить как целям выделения составляющих (тренда, сезонных отклонений, случайных колебаний) динамики исследуемого ряда за прошлые периоды, так и целям прогнозирования отдельных составляющих (тренда, сезонных колебаний). В первом случае анализ базируется на выявленных составляющих за прошедшие периоды времени $t \in \{1, \ldots, n\}$. Во втором случае рассматриваются рассчитываемые на базе модели значения тренда и сезонных колебаний в последующие периоды времени $t > n$.

Выбор из представленных двух моделей выделения и прогнозирования составляющих временных рядов зависит от области, предмета исследований. Для анализа динамики производства, транспорта, запасов, потребления отдельных продуктов в различных районах вполне уместна аддитивная модель. При ее использовании можно формировать для каждого периода и каждой составляющей (тренд, сезонные отклонения, случайные отклонения) балансовые таблицы по некоторым видам продукции в рассматриваемых районах и производить агрегирование для регионов, охватывающих несколько районов.

При анализе динамики изменения цен более уместным представляется использование мультипликативной модели выделения и прогнозирования составляющих временных рядов. В анализе изменения цен обычно используются относительные, безразмерные величины. Например, могут сопоставляться темпы роста цен на разные виды товаров. Интерес представляет вычисление среднего геометрического темпа роста цен на данную группу товаров за некоторый длительный период. В сезонных отклонениях большую устойчивость имеют показатели, измеряемые в относительных, а не в балансовых величинах цен. Также при выявлении и анализе случайных отклонений следует рассматривать их величины, соизмеренные с изменениями масштаба уровня цен, в том числе с учетом происходящей инфляции.

5. Оценка динамики цен на сельскохозяйственную продукцию

В данном разделе приведены результаты использования мультипликативной модели выделения составляющих на временных рядах среднемесячных цен за период 2003–2018 гг. для отдельных видов сельскохозяйственных товаров.

Рассмотрены цены на следующие четыре вида товаров: картофель, куры охлаждённые и мороженые, огурцы, яйца куриные. В качестве исходных данных взята статистическая информация, предоставляемая Территориальным органом государственной статистики по Иркутской области [11].

Представленные экспериментальные расчёты осуществлены в рамках активно проанализированной авторами идеи о необходимости министерству сельского хозяйства Иркутской области (как и аналогичными организациями других регионов Российской Федерации) осуществлять и периодически публиковать результаты исследований динамики цен на отдельные виды сельскохозяйственной продукции. Также исследования будут давать важную осведомляющую информацию для сельскохозяйственных товаропроизводителей в регионе, для поставщиков продукции из других регионов. Эти исследования могут способствовать повышению доходности сельскохозяйственного производства, уменьшению рисков, ценовой стабилизации на региональных рынках сельскохозяйственных товаров.

Оценка сезонных колебаний цен на разные виды товаров может быть полезна для оптимального распределения по периодам года объемов реализации продукции, определения требований к хранилищам сезонных запасов [21].

Ограничимся рассмотрением результатов по выделению тренда и сезонных отклонений по мультипликативной модели при неизменных во времени весах информативности, то есть при $h_t = 1$, $t = 1, \ldots, n$.

Тренды изменения цен. В использованной модели рассматривается тренд в виде экспоненты от полинома первой степени во времени:

$$y_t = \exp(\lambda_0 + \lambda_1 t).$$

Этому тренду соответствует индекс среднемесячного темпа прироста цены равный экспоненте от коэффициента λ_1:

$$p = \frac{\exp(\lambda_0 + \lambda_1(t+1))}{\exp(\lambda_0 + \lambda_1 t)}.$$

Среднегодовой темп роста соответствует среднемесячному, возведенному в двенадцатую степень:

$\bar{p} = (p)^{12}$.

В таблице 1 представлены результаты расчетов среднемесячных и среднегодовых темпов роста цен на рассматриваемые товары.

Таблица 1. Среднемесячные и среднегодовые темпы роста цен на сельскохозяйственную продукцию по данным за 2003–2018 гг.

Продукция	Темп роста	
	среднемесячный	среднегодовой
Картофель	1,0013	1,0157
Куры охлажденные и мороженные	1,0012	1,0145
Огурцы	1,0011	1,0133
Яйца куриные	1,0023	1,0280

Согласно данным таблицы, среднемесячный темп прироста цен на картофель составлял в среднем 0,13% в год, на кур – 0,12%, на огурцы – 0,11%, на яйца – 0,23%. При этом ежегодно цена на эти продукты в среднем увеличивался на 1,6; 1,5; 1,3 и 2,8% соответственно.

Сезонные колебания. Ограничимся рассмотрением только средних сезонных отклонений, т.е. полагаем значение параметра r равным нулю.

В тех случаях, когда есть основание считать, что у рассматриваемого показателя происходят изменения формы и амплитуды сезонных колебаний, есть смысл использовать значения $r > 0$.

Расчеты показали, что цены на картофель имеют большой разброс индекса сезонности – около 50% уровня тренда (рис. 1). Рост цены на картофель наблюдается в июне и июле, в этот период на рынке продают картофель преимущественно из Китая и Казахстана. Снижение цены происходит в период сбора урожая, в конце лета – осенью, затем стоимость постепенно повышается. Следует отметить, что оценка уровня сезонного повышения цен на картофель (и другую продукцию растениеводства) позволяет сельскохозяйственному товаропроизводителю оценить целесообразность и объемы хранения произведенной продукции [3].

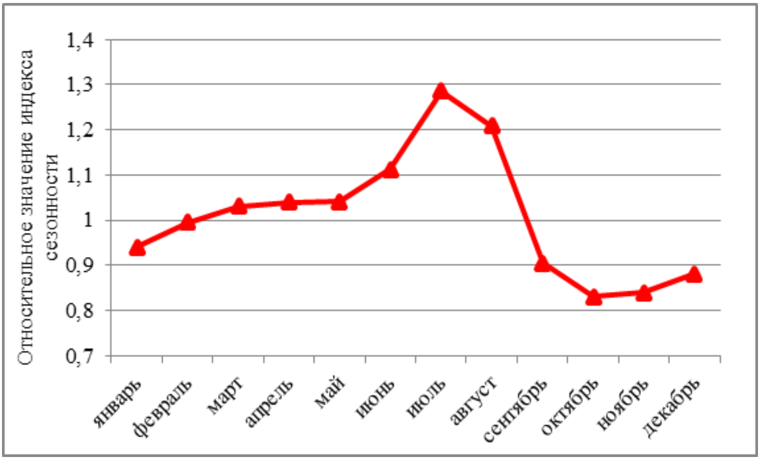

Рис. 1. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на картофель за 2003–2018 гг.

Цены на курицу снижаются с января по май, а возрастают с июня по декабрь (рис. 2). Такое поведение связано с доступностью куриного мяса, которым покупатели могут заменить свинину и говядину, имеющую более высокую цену, до наступления периода массового забоя скота (ноябрь, декабрь), когда цены на эту продукцию снижаются. В целом цена на курицу является стабильной. Максимальное сезонное отклонение этой цены от тренда не превышает 2%.

Среди цен на различные виды сельскохозяйственной продукции выделяются цены на огурцы, сезонные отклонения которых изменяются в границах 0,57–1,88 (рис. 3). В феврале цена на этот продукт повышается почти в 2 раза относительно средней цены за год. С марта по август цена снижается, что связано, в большей степени, с началом продаж огурцов, выращенных в соседних регионах и в Иркутской области (в защищенном, а затем и в открытом грунте). Начиная с сентября происходит сезонное повышение цены.

Снижение цены на яйца согласно индексам сезонности, приведенным на рис. 4, происходит с мая по июль, что можно связать с увеличением в теплый период яйценоскости кур, затем цена повышается.

При этом самые высокие цены на данный продукт имеют место с декабря по апрель, что можно объяснить повышенным спросом в праздничные дни (календарные и православные) и снижением яйценоскости кур.

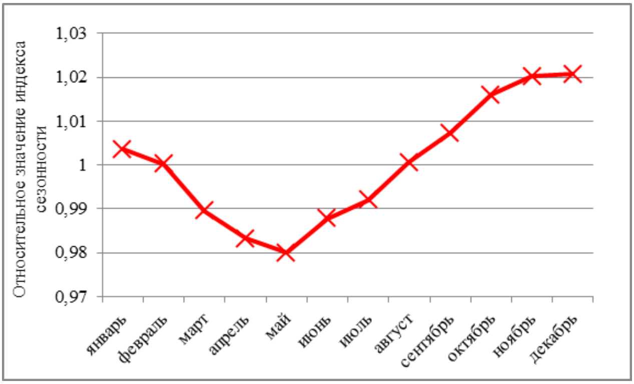

Рис. 2. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на кур охлажденных и мороженных за 2003–2018 гг.

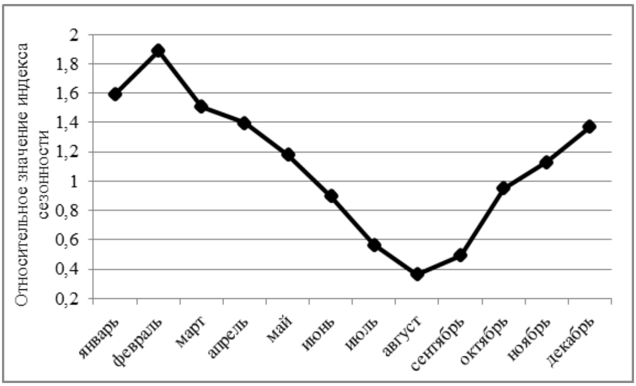

Рис. 3. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на огурцы за 2003–2018 гг.

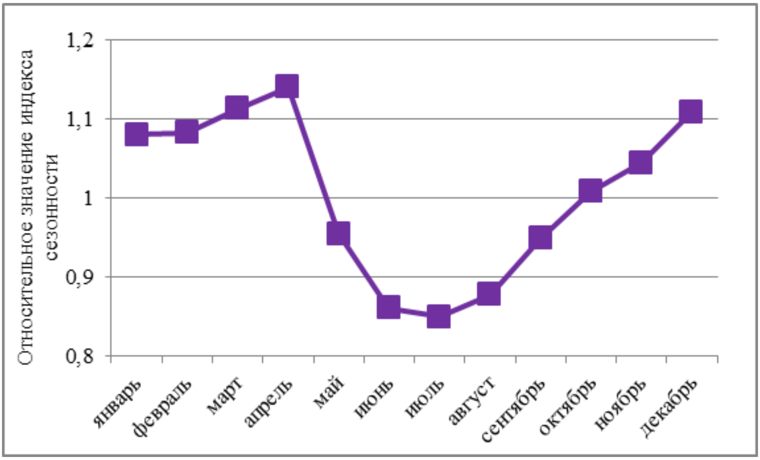

Рис. 4. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на яйцо куриное за 2003–2018 гг.

6. Заключение

Во многих прикладных задачах возникает необходимость декомпозиции располагаемого временного ряда на составляющие. В частности, при анализе ежемесячных или ежеквартальных экономических данных важно уметь выделять тренд и сезонную составляющую. Существует много методов выделения составляющих временных рядов. Для выбора метода важно рассмотреть предъявляемые к нему требования. В данной статье рассмотрены три важные для экономического анализа требования – непрерывность, аддитивность и мультипликативность.

Установлена противоречивость требований аддитивности и мультипликативности к методам выделения составляющих временных рядов. Это ведет к необходимости развития и использования двух альтернативных классов методов, либо удовлетворяющих требованию аддитивности, либо удовлетворяющих требованию мультипликативности.

Приведены конкретные примеры аддитивной и мультипликативной моделей выделения тренда и сезонной составляющей временных рядов. Мультипликативная модель проиллюстрирована на примере выделения составляющих помесячной динамика цен на сельскохозяйственную продукцию. Рассмотренная задача выявления тенденций, сезонных колебаний, интенсивности случайных отклонений цен на сельскохозяйственную продукцию может стать одной из составляющих в организации регулярных исследований конъюнктуры цен сельскохозяйственной продукции в России.

Литература

1. АНДЕРСОН Т. *Статистический анализ временных рядов*. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
2. БОКС ДЖ., ДЖЕНКИНС Г. *Анализ временных рядов: прогноз и управление*. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
3. БУЗИНА Т.С., ПОЛКОВСКАЯ М.Н. *Моделирование производства аграрной продукции с учетом сезонности цен* // Экономика. Информатика. – 2020. – №47(1). – С. 117–125.
4. ЗАКШЕВСКАЯ Е.В., ХВОСТОВА Е.С. *Овощной рынок: проблемы функционирования и их решение* // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2009. – №1(20). – С. 72–82.
5. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения*. – Новосибирск: Наука, 1995. – 220 с.
6. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения*. – М.: Наука, 1988. – 144 с.
7. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Многолетние вариации температур и их влияние на экономику и энергетику*. – Новосибирск: Гео, 2017. – 179 с.
8. КЕНДЭЛ М. *Временные ряды*. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 191 с.
9. ЛЮСТЕРНИК Л.А., СОБОЛЕВ В.Н. *Элементы функционального анализа*. – М.: Наука, 1965. – 513 с.
10. МАКСИМОВ А.А. *Сравнение моделей формирования стоимости куриных яиц на рынках субъектов ПФО* // В сб.: Стратегия устойчивого развития регионов: новый взгляд

сборник научных трудов по материалам I Международной научно-практической конференции. – 2016. – С. 174–184.
11. *Средние потребительские цены на товары и платные услуги по Иркутской области*. – URL: https://irkutskstat.gks.ru/folder/47122.
12. СУСЛОВ В.И., ИБРАГИМОВ Н.М., ТАЛЫШЕВА Л.П., ЦЫПЛАКОВ А.А. Эконометрия. – Новосибирск: СО РАН, 2005. – 744 с.
13. ФЕТЮХИНА О.Н. *Структурно-функциональный анализ микромаркетинга производственных подсистем АПК* // Экономический анализ: теория и практика. – 2007. – №4(85). – С. 35–38.
14. ХЕННАН Э. *Многомерные временные ряды.* – М.: Мир, 1974. – 576 с.
15. ЧЕТЫРКИН Е.М. *Статистические методы прогнозирования*. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
16. FLOYD J. E. *Statistics for economists: a beginning*. – Toronto: University of Toronto, 2010. – 292 p.
17. HENSHAW R.C. *Application of the general linear model to seasonal adjustment of economic time series* // Econometrica. – 1966. – Vol. 34. – P. 381–395.
18. KINSEY J. *The big shift from a food supply to a food demand chain* // Minnesota Agricultural Economist. – 1999. – No. 698. – P. 1–7.
19. LOVELL M.C. *Seasonal adjustment of economic time series and multiple regression analysis* // J. of Amer. Statist. Assoc. – 1963. – Vol. 58. – P. 993–1010.
20. MA Z., XU R., DONG X. *World oil prices and agricultural commodity prices: The evidence from China* // Agric. Econ. Czech. – 2015. – No. 61. – P. 564–576.
21. POLKOVSKAYA M.N. *Situation management of agricultural production based on the prediction of prices for agricultural products* // Proc. of the VIth Int. Workshop “Critical Infrastructures: Contingency Management, Intelligent, Agent-Based, Cloud Computing and Cyber Security”. – 2019. – P. 83–89.
22. WANG Y.C. *The optimal capital structure in agricultural cooperatives under the revolving fund cycles* // Agric. Econ. Czech. – 2016. – No. 62. – P. 45–50.

MULTIPLICATIVE MODEL OF TREND DETECTION AND SEASONAL FLUCTUATIONS: APPLICATION TO THE DYNAMICS OF PRICES FOR AGRICULTURAL PRODUCTS

Valeriy Zorkaltsev, Limnological Institute of SB RAS, Irkutsk, Doctor of Science, professor (zork@isem.irk.ru).
Marina Polkovskaya, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Cand. Sc., associate professor (polk_mn@mail.ru).

Abstract: The problem of a trend detection, and periodic and random fluctuations analysis for time series is considered. The problem of the inconsistency of additivity and multiplicativity as two requirements to the methods of selecting components is discussed. This needs developing of alternative methods of time series decomposition with the distinguished components interacting either additively or multiplicatively. A description of additive and multiplicative models for trend detection, seasonal and random fluctuations analysis in the monthly economic data is given. The prices dynamics analysis for agricultural products is considered as an application of the multiplicative model. It justifies the necessity of isolating the trend and seasonal components from the series of monthly prices in order to ensure more efficient planning of agricultural production, reduce risks, and choose optimal storage and sale periods for products, taking into account the action of random factors in the production and sale of products. The expediency of applying the multiplicative version of the component decomposition model for analyzing and forecasting prices is argued. The results of using the model when analyzing the dynamics of prices for certain types of agricultural products in the Irkutsk region are presented.

Keywords: trend, seasonal fluctuations, components of the time series, dynamics of prices of agricultural products.

УДК 519.246.8: 338.12.017: 631
ББК 22.17
DOI: 10.25728/ubs.2020.86.4

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной.

Поступила в редакцию 27.03.2020.
Опубликована 31.07.2020.