

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

***Выпуск 86
Июль 2020***

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2020

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 86

Москва – 2020

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П., Кульба В.В., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: член-корр. РАН Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. техн. наук Калимулина Э.Ю. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИПМ РАН), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), Галаев А.А. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук: Зоркальцев В.И. (ИСЭМ СО РАН), проф. Калашников А.О. (ИПУ РАН), проф. Калянов Г.Н. (ГУ ВШЭ), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ключков В.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук Коргин Н.А. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук: проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (МФТИ), д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р биол. наук проф. Михальский А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н. (ИПС РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Орлов А.И. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), проф. Райгородский А.М. (МГУ), проф. Савватеев А.В. (РЭШ), д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ), проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Арзамас – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – академик РАН Бычков И.В., д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., Сараев П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фуртат И.Б. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в интернете: ubs.mtas.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

Системный анализ

Бурнаев Е.В.

Обнаружение аномалий на основе суррогатных моделей..... 5

Анализ и синтез систем управления

Фуртат И.Б., Нехороших А.Н., Гущин П.А.

Робастная стабилизация линейных объектов при наличии возмущений и высокочастотных помех измерения 32

Глущенко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А.

Повышение качества управления электродвигателем постоянного тока на основе его линеаризации и компенсации немоделируемой динамики 55

Управление в социально-экономических системах

Зоркальцев В.И., Полковская М.Н.

Аддитивная и мультипликативная модели выявления тренда и сезонных колебаний: приложение мультипликативной модели к динамике цен на сельскохозяйственную продукцию 98

Управление техническими системами и технологическими процессами

Сочнев А.Н.

Планирование ресурсов производства на основе сетевых моделей 116

ОБНАРУЖЕНИЕ АНОМАЛИЙ НА ОСНОВЕ СУРРОГАТНЫХ МОДЕЛЕЙ

Бурнаев Е. В.¹

(Сколковский институт науки и технологий, Москва)

Методы предиктивного технического обслуживания используются для скорейшего обнаружения существенных изменений (разладок) в работе механизмов. Основной целью этого подхода к обслуживанию является непрерывный мониторинг и корректировка технического состояния или полная замена механизмов до того, как выявленные изменения станут критичными для работы отдельных компонент или системы в целом. Диагностические возможности методов предиктивного обслуживания значительно возросли в последние годы в связи с улучшением сенсорных технологий наблюдения и разработкой новых алгоритмов обработки информации. Использование предсказательного обслуживания имеет ряд преимуществ по сравнению с другими практикуемыми подходами к обслуживанию, а именно, возможность вести более точный и своевременный контроль работоспособности отдельных узлов и всей системы в целом; постоянный мониторинг и анализ внутреннего и внешнего состояния повышает безопасность работы и позволяет более оперативно и в некоторых случаях превентивно реагировать на возможные аварии и выходы из строя; значительное сокращение затрат на техническое обслуживание благодаря исключению плановых замен технически исправных и надежных узлов системы. В данной работе рассматривается задача построения предсказательных моделей (суррогатных моделей) для решения задачи предиктивного технического обслуживания. Проанализированы особенности задач обнаружения аномалий и прогнозирования поломок. Проведен обзор основных потребностей индустриальных приложений и описана структура соответствующих систем предиктивного технического обслуживания. Приведен пример применения методов обнаружения аномалий на основе суррогатных моделей для предиктивного технического обслуживания лопаточных машин.

Ключевые слова: предиктивная (предсказательная) аналитика, индустриальная инженерия, машинное обучение, предсказательное техническое обслуживание, предсказание поломок.

1. Введение

В сложных технических системах возникновение поломок и неисправностей зачастую приводит к серьезным убыткам.

¹ Евгений Владимирович Бурнаев, к.ф.-м.н., доцент (e.burnaev@skoltech.ru).

Например, при непрерывном производстве неисправность одного из элементов производственной цепочки может приводить к полной или частичной остановке конвейера и длительному простоя. В то же время современные промышленные станки и агрегаты комплектуются системами телеметрии, отражающими ключевые показатели работы устройств, а также их текущее техническое состояние.

Современное развитие математического аппарата (машинное обучение и когнитивные технологии) и возможности построения полного стека сбора, хранения и обработки собираемых данных позволяют внедрять новые подходы к проведению технического обслуживания, автоматизации и оптимизации производства. Так называемое предсказательное техническое обслуживание (ПТО), или обслуживание по состоянию, обладает рядом преимуществ по сравнению с другими подходами, позволяя

а) в режиме реального времени контролировать состояние большого числа подключенных устройств (информационный сервис);

б) проводить оптимизацию хранения и доставки запасных частей и составлять эффективное расписание ремонтов (логистический сервис);

в) снижать затраты на проведение технического обслуживания (экономический сервис);

г) повышать эффективность производства за счет сокращения числа незапланированных остановок и простоев (производственный сервис).

Внедрение предсказательного технического обслуживания на производстве предоставляет уникальные новые возможности¹, но в то же время сопряжено с рядом трудностей. Можно выделить две наиболее крупные задачи:

¹ Например, внедрение системы предсказательной аналитики для обслуживания паровых турбин позволяет сократить до 50% затраты на обслуживание и повысить время жизни паровых турбин до трех раз [35].

а) построение централизованной инфраструктуры сбора телеметрии, хранения и обработки данных, проведения вычислений, необходимых для определения текущего технического состояния и предсказания поломок, и т.д.;

б) разработка и построение прогнозных моделей на основе собираемой телеметрии для предсказания типичных поломок, определения оставшегося ресурса работы элементов системы и решения смежных задач.

Вторая задача является ключевой для построения системы предсказательного технического обслуживания, так как зачастую производители оборудования не могут предусмотреть всех внештатных ситуаций и предоставить точные физические модели поведения показателей телеметрии в предкритических и критических состояниях. Однако практика показывает, что такие модели можно строить на основе собираемых данных с датчиков на оборудовании. Для этого необходим современный набор инструментов машинного обучения и прогностической аналитики.

В общем случае входные данные для построения модели (в зависимости от конкретного оборудования будут требоваться различные подмножества указанных ниже данных) состоят из следующих компонентов:

а) телеметрия (значения различных характеристик, снимаемых с оборудования, с привязкой ко времени);

б) данные по отказам оборудования и другим инцидентам, классификатор типов поломок;

в) данные по техническому обслуживанию и ремонту, классификатор типов ремонта;

г) периоды времени, в пределах которых оборудование работало в штатном режиме, и т.п.

Обученная модель позволит в зависимости от постановки задачи и типов возникающих неисправностей:

1. Детектировать аномальное поведение системы.
2. Прогнозировать поломки.
3. Прогнозировать оставшийся ресурс работы узлов и агрегатов.

2. Особенности задач обнаружения аномалий и прогнозирования поломок

Главная идея, на основе которой проводится прогнозирование поломок, состоит в следующем очевидном наблюдении: оборудование (скажем, турбина) обычно входит в предаварийное состояние из-за появления каких-то мелких дефектов, таких как трещины или протечки. Эти дефекты со временем усугубляются и приводят к критическим сбоям, вплоть до полного отказа оборудования. Соответственно, неожиданно происходящие события – например, появление этих мелких дефектов – могут повлиять на поток информации с датчиков и привести к возникновению аномальных наблюдений в данных.

Аналогичные задачи возникают не только в промышленности, но и, например, в банковской сфере, когда необходимо детектировать аномальное поведение клиентов, которое может быть связано с мошенничеством.

Содержательная задача прогнозирования поломок формулируется как задача обнаружения «разладок» (аномалий, change points – «точек излома») в процессах, описывающих поведение исследуемой системы, и классификации выявленных «нестандартных» паттернов. Стандартным подходом к обнаружению аномалий в данных является использование контрольных карт и более общих методов, таких как методы скорейшего обнаружения разладки [15, 16, 21, 25].

Несмотря на то, что различные методы обнаружения разладок и их классификации предложены и исследованы достаточно давно, особенности задачи прогнозирования поломок потребовали решения задач прогнозирования, обнаружения разладки и классификации в принципиально новых математических постановках, связанных с особенностью наблюдаемых и исследуемых процессов.

Основные отличия функциональности, которую необходимо разработать для решения задач предсказательной аналитики, от функциональности для анализа простоев оборудования на основе контрольных карт, состоят в следующем:

1. Стандартные методы обнаружения разладок/аномалий в большинстве своем используют достаточно ограничивающие параметрические предположения об источнике данных, не рассчитаны на обнаружение разладок в многомерных сигналах в условиях сверхбольших массивов данных, а также на автоматическое выявление каналов, по которым происходит разладка. Например, стандартные методы прогнозирования появления событий различных классов в потоке многомерных данных работают в предположениях малой размерности данных, а также сравнимого числа примеров для каждого класса событий.

2. Контрольные карты позволяют проводить анализ причин простоя оборудования только постфактум. В общем же случае необходима разработка методов в случае наличия исторической разметки данных (данные о времени и типе случившейся поломки), которые позволяют прогнозировать будущие (на заданном горизонте) поломки оборудования, обеспечивая низкий (контролируемый) уровень ложных тревог и значимое покрытие (долю поломок в будущем, «покрытых» прогнозом). При этом количества примеров рассматриваемых классов событий обычно не сбалансированы (поломки происходят редко) [19, 49].

3. После детектирования разладки или прогнозирования поломки необходимо автоматическое выделение небольшого подмножества параметров, наиболее значимых с точки зрения полученного результата применения модели. Такого рода автоматический анализ позволит локализовать возможные причины разладки/поломки. При этом стандартные методы выделения групп связанных параметров используют линейные меры корреляции и т.п.

4. Многие из вышеперечисленных методов содержат свободные гиперпараметры, которые приходится настраивать вручную при применении методов к новым данным. При этом разработка соответствующего алгоритмического ядра ПТО требует, чтобы была разработана и реализована единая методология анализа и обработки данных, которая комбинирует все необходимые методы (предобработки данных, выделения групп связанных параметров, снижения размерности и выделения наиболее значимых параметров, построения суррогатных моде-

лей, кластеризации и классификации на графах) и с минимальным привлечением человека и знаний из предметной области позволяет для нового источника данных строить предсказательные модели для прогнозирования состояния системы.

В свою очередь, для прогнозирования поломок необходимо одновременно наблюдать несколько процессов, отражающих различные характеристики исследуемой системы, так как «нестандартное» функционирование отдельных компонентов системы, предшествующих поломке, приводит к изменениям сразу в нескольких процессах, описывающих поведение системы. Для надежного прогнозирования поломок число наблюдаемых процессов должно быть достаточно велико, и феномен «проклятия размерности» присущ многим проблемам при исследовании поведения многомерных процессов. Поэтому для эффективного решения задачи прогнозирования поломок необходимо сводить задачу к исследованию «агрегированных» процессов, «сохраняющих» всю необходимую информацию для решения исходной задачи, но имеющих существенно меньшую размерность. Использование специальных процедур снижения размерности особенно важно при решении задачи несбалансированной классификации, в которой феномен проклятия размерности может приводить к полной «неработоспособности» большинства разработанных и используемых алгоритмов.

Второй принципиальной особенностью наблюдаемых многомерных процессов является тот факт, что имеются различные зависимости и взаимосвязи между компонентами этих процессов, описывающих поведение одной и той же системы, и различные «совместные» ограничения на их значения. Поэтому множество различных значений этих процессов, полученных при различных условиях функционирования системы, занимает лишь небольшую часть высокоразмерного пространства наблюдений, имеющую невысокую внутреннюю размерность. Эта особенность данных и позволяет решить задачу снижения размерности путем нахождения низкоразмерной параметризации носителя многомерных данных.

В силу указанных особенностей адекватной математической моделью наблюдаемых многомерных временных рядов

является так называемая модель многообразия, в соответствии с которой многомерные временные ряды, полученные при наблюдении реальных сложных систем, лежат на неизвестном многообразии невысокой размерности (низкоразмерной поверхности, обладающей некоторыми специфическими свойствами), вложенной в высокоразмерное пространство наблюдений. Эта модель, предложенная только в 2000 году и описывающая большинство процессов, встречающихся в реальной жизни, является в настоящее время общепринятой и используется в современных алгоритмах анализа многомерных данных. Методы анализа многомерных данных в условиях справедливости этой гипотезы определили новое направление в машинном обучении и анализе данных, получившее название «Моделирование многообразий» (Manifold learning) [14].

Таким образом, требуется проведение фундаментальных и поисковых исследований для разработки эффективных решений задач ПТО.

В рамках проведения фундаментальных исследований необходима разработка принципиально новых методов: восстановления характеристик объекта по неточной и/или неполной информации о других его характеристиках, включая методы восстановления зависимостей по данным; прогнозирования (предсказания) данных, генерируемых источником с неизвестными статистическими характеристиками; аппроксимации многообразий данных, которые будут использованы в задачах снижения размерности и выделения значимых признаков; обнаружения разладки и аномалий (выбросов) в данных; вычислительной геометрии и топологии с целью построения эффективных алгоритмов снижения размерности, прогнозирования и классификации данных.

В рамках проведения поисковых исследований необходимы: разработка новых и адаптация существующих алгоритмов и методов решения задачи несбалансированной классификации; разработка новых и адаптация существующих алгоритмов и методов отбора признаков в задачах несбалансированной классификации; разработка новых и адаптация существующих алгоритмов и методов выявления аномалий (выбросов) в данных;

развитие графовых моделей сложных систем, в том числе разработка и адаптация существующих алгоритмов построения графов взаимодействия параметров систем [29]; адаптация существующих алгоритмов прогнозирования временных рядов и оценки точности прогноза в случае данных высокой размерности; адаптация существующих алгоритмов кластеризации высокоразмерных данных к условию, когда размерность данных превышает число наблюдений.

В результате проведенных работ автором были предложены подходы к обработке временных рядов в режиме реального времени [12, 33, 34, 41–43], выбору модели в задаче обнаружения аномалий [20], обнаружению аномалий для данных, в которых присутствует привилегированная информация [23], обнаружению аномалий на фоне квазипериодических циклов [13], построению ансамблей детекторов для повышения робастности процедуры обнаружения аномалий [10], оценке параметров в процедурах несбалансированной классификации для прогнозирования редких событий [19, 47], непараметрическому обнаружению аномалий в потоках многомерных данных [24, 28, 45, 57]. Разработанные оригинальные методы позволили решить ряд важных прикладных задач, связанных с предсказательным техническим обслуживанием [1] и обнаружением аномалий: прогнозирование отказов вспомогательной силовой установки пассажирского самолета [7, 1, 17], интеллектуальный мониторинг и обнаружение аномалий в работе программно-нагруженных систем [11], обнаружение вредоносного ПО [23] и др. [22].

В авторских работах, посвященных современным методам моделирования многообразий и их использованию при решении различных прикладных задач, описаны новые методы нахождения низкоразмерной структуры высокоразмерных данных, лежащих в основе новых эффективных алгоритмов моделирования многообразий [46, 18, 36–38]. В частности, автором были разработаны и уже успешно применены различные методы прогнозирования случайных процессов, сосредоточенных на многообразии данных, обнаружения разладки в их поведении и классификации обнаруженных отклонений. Эти новые методы

являются существенной частью принципиально нового подхода к решению задачи прогнозирования поломок.

3. Применение методов обнаружений аномалий на основе суррогатных моделей для ПТО лопаточных машин

В соответствии с указом Президента РФ одним из главных направлений обеспечения национальной безопасности до 2020 года в экономической сфере на долгосрочную перспективу является энергетическая безопасность, в частности, обеспечение стабильности функционирования систем энерго- и теплоснабжения. Наиболее технологически сложной, дорогостоящей и критически важной частью систем энерго- и теплоснабжения фактически является силовая установка (ГТУ или ПТУ). Области применения лопаточных машин практически не ограничены: нефтегазодобывающая промышленность, промышленные предприятия, муниципальные образования и т.д.

Традиционные методы технического обслуживания лопаточных машин, включая плановое обслуживание и обслуживание непосредственно при поломках и авариях, оказываются недостаточно эффективными, поскольку эти методы не позволяют вести точный и своевременный контроль работоспособности отдельных узлов и всей установки в целом, а также оперативно и в некоторых случаях превентивно реагировать на возможные аварии и выходы из строя.

Таким образом, критически важным для системного развития единой энергетической системы России является необходимость разработки системы управления, включающей мониторинг и диагностику для предсказательного технического обслуживания силовых установок, реализованной на базе технологических решений российских производителей, а также разработка центра управления телеметрическими данными с различных установок, позволяющего унифицированным образом накапливать, систематизировать и анализировать большие объемы телеметрических данных.

Автоматизированная система управления, мониторинга и диагностики (СУМиД) для предсказательного технического обслуживания лопаточных машин позволит обеспечить отслеживание состояния лопаточных машин в процессе эксплуатации с целью предсказания моментов времени, в которые необходимо провести их техническое обслуживание, в том числе расположенных в удаленных и труднодоступных районах.

Автоматизированный комплекс управления, мониторинга и диагностики энергетического оборудования (СУМиД) в составе конкретной силовой установки состоит из следующих частей, см. рис. 1:

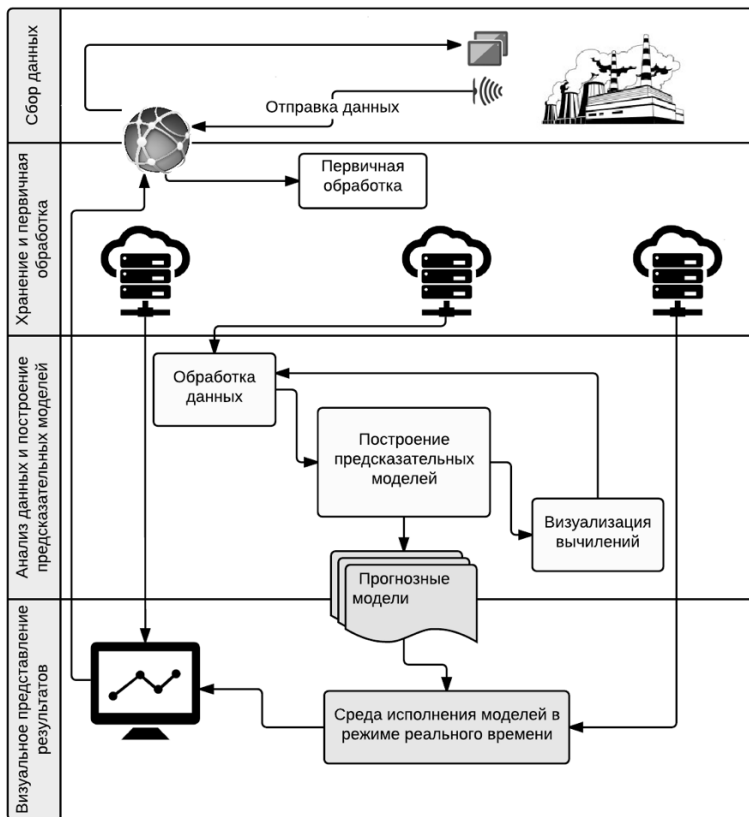


Рис. 1. Автоматизированный комплекс управления, мониторинга и диагностики

1. Автоматизированная система сбора, обработки и хранения больших объемов телеметрических данных (big data) с лопаточных машин, в том числе

- подсистема сенсоров для синхронного снятия телеметрических данных;
- подсистема приема, передачи и обработки телеметрических данных;
- база данных для хранения поступающих, в том числе и в режиме реального времени, данных, удаленного доступа к данным и манипуляций с ними;
- подсистема управления потоковыми данными, обеспечивающая первичную обработку данных и потоковую передачу данных через потоковую базу данных, сохранение в реляционную базу данных.

2. Система для анализа данных, построения предсказательных моделей и прогнозирования аномалий и разладок, в том числе

- подсистема анализа собираемых телеметрических данных, в том числе и в режиме реального времени (в зависимости от критичности информации и периодичности поступления данных);
- подсистема моделирования поведения наблюдаемых характеристик лопаточных машин на основе гибридных моделей, сочетающих в себе высокоточные вычислительно тяжелые модели, основанные на детальном описании физики процессов, и суррогатные модели на основе экспериментальных и расчетных данных. Такого рода подходы необходимы для прогнозирования моментов времени, в которые надо проводить техническое обслуживание лопаточной машины;
- база знаний из предметной области (конкретная постановка задач, минимизация числа «ложных тревог», учет дополнительных, возможно, ненаблюдаемых факторов и т.п.) и набор индикаторов работы различных частей лопаточных машин, в том числе в режиме онлайн;

- подсистема для симуляции на исторических данных и визуализации.

3. Система исполнения предсказательных моделей на потоковых данных, визуализации показателей работы лопаточной машины и результатов исполнения предсказательных моделей, отображение предупреждений и тревог, в том числе

- подсистема для взаимодействия (в том числе и обмена данными) ситуационного центра с производителем лопаточных машин и инженерным отделом генерирующей компании для проведения консультаций в режиме реального времени;
- подсистема для обеспечения инженерного отдела генерирующей компании необходимой информацией о техническом состоянии лопаточной машины, а также результатами анализа данных сенсоров, проведенного ситуационным центром;
- подсистема для наблюдения за состоянием силовой установки операторами (в режиме урезанной функциональности через веб-интерфейс).

4. Ситуационный центр управления телеметрическими данными с различных лопаточных машин, позволяющий унифицированным образом накапливать, систематизировать и анализировать большие объемы телеметрических данных, представлять агрегированные результаты анализа на едином информационном табло, проводить совместные совещания.

При управлении, мониторинге и диагностике энергетического оборудования важным является использование исторических данных для получения информации о протекании технологических процессов, а также для построения функциональных связей и генерации статистических моделей зависимости ключевых показателей эффективности (KPI) процессов от параметров технологического режима работы для того или иного объекта. Математически данная задача формулируется как задача моделирования многообразий и построения суррогатных моделей зависимостей различных групп параметров.

На основе построенных моделей возможно проводить симуляции различных режимов работы объектов, не экспериментируя на реальном оборудовании. Помимо этого становится возможным решать широкий класс задач по усовершенствованию технологических процессов, среди которых:

- диагностика и поиск причин отклонений параметров процесса от желаемых значений;
- мониторинг состояния оборудования;
- построение виртуальных датчиков;
- задачи стабилизации и оптимизации целевых показателей эффективности.

Опишем основную математическую идею метода обнаружения аномалий на основе суррогатных моделей для целей ПТО:

- Обозначим через $\{x_i\}_{t \geq 1}$ d -мерный наблюдаемый сигнал телеметрии;
- Для каждого $i = 1, \dots, d$ строится суррогатная модель зависимости $x_{i,t}$ от значений остальных компонент сигнала $\{x_{1,s}, \dots, x_{i-1,s}, x_{i+1,s}, \dots, x_{d,s}\}$ для $s = t - L_i, \dots, t$ как в текущий, так и в прошлые моменты времени, на основе исторических данных, соответствующих нормальному режиму функционирования системы;
- Определим порог для детектирования аномалий h как такой порог, что в нормальном состоянии вероятность превышения порога значением ошибки прогноза мала. Для моделирования указанной вероятности используется модель на основе гауссовских процессов;
- Сигнал тревоги о появлении аномалии объявляется, если для текущих наблюдений ошибка прогноза превышает пороговое значение h .

Рассмотрим применение указанной методологии на примере решения задачи обнаружения аномалий в работе парогазовой установки (ПГУ). Исторические данные были представлены в виде временных рядов 26 измеряемых параметров за период с 1 января 2012 года по 31 декабря 2016 года с поминутным разрешением. Задача состояла в том, чтобы построить индикатор

тор деградации системы и выявить моменты начала периодов, когда начиналась деградация системы.

На рис. 2 приведен пример зависимости значений измеряемых параметров от времени. Видно, что поведение временных рядов «неоднородным» образом зависит от времени, данные сильно зашумлены. Более того, фактически нет размеченных событий поломок, т.е. невозможно использование методов обучения с учителем.

При построении индикатора деградации системы мы использовали следующие предположения, см. рис. 3:

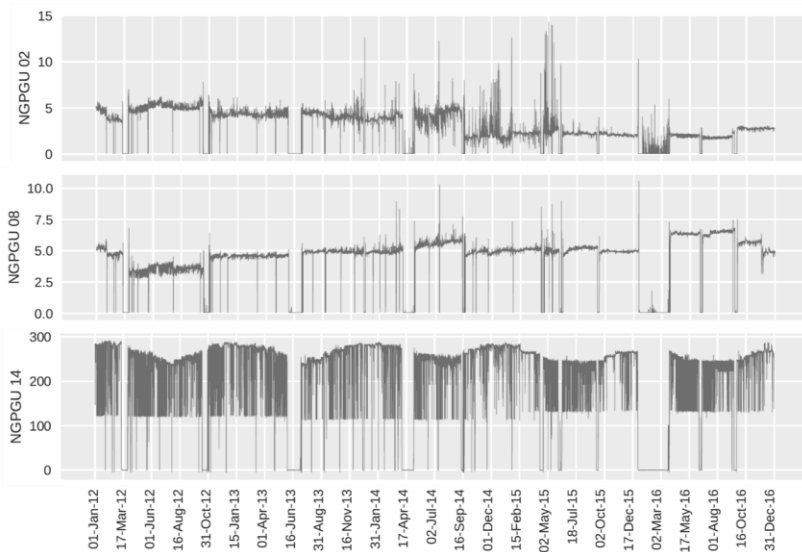


Рис. 2. Пример зависимости значений измеряемых параметров от времени

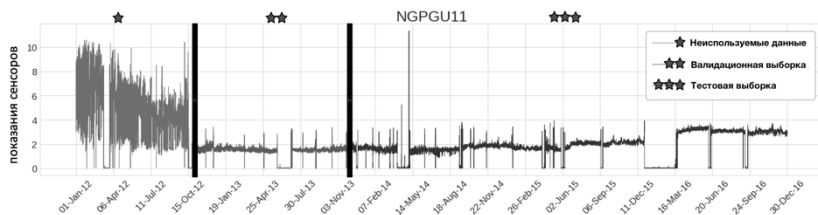


Рис. 3. Различные периоды в работе ПГУ

- Данные, соответствующие периоду Nov-12 – Nov-13, рассматривались как нормальные, так как в это время не происходило каких-либо значимых событий технического обслуживания ПГУ или поломок (на рис. 3 интервалы с этими наблюдениями отмечены одной и двумя звездочками соответственно);

- С начала регистрации наблюдений и до момента Oct-2012 временные ряды имели экстремально высокие вариации, что потенциально соответствует либо ненормальному режиму работы ПГУ, либо шуму в данных. По этой причине указанные наблюдения не использовались для обучения модели.

Для построения индикатора деградации системы были реализованы следующие шаги:

1. Построить суррогатные модели зависимости различных наблюдаемых параметров друг от друга, как это было описано выше. Таким образом, по сути, мы учитываем, что наблюдаемые значения многомерного временного ряда описывают на некотором многообразии нелинейную траекторию, см. рис. 4 и раздел 2.

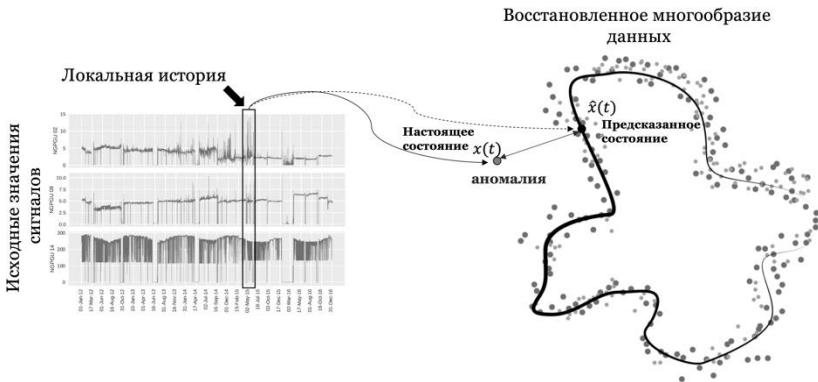


Рис. 4. Схематическая иллюстрация подхода к обнаружению аномалий на основе моделирования многообразия данных

2. Спрогнозировать значения временных рядов на тестовом множестве, для которого надо выявить наличие аномальных режимов системы.

3. Подсчитать ошибки прогнозирования.

4. Подсчитать ошибки прогнозирования на обучающей выборке, используя подход на основе кросс-проверки.

5. Сравнить ошибки на обучающей и тестовой выборках на основе индикаторов аномальности. В качестве таковых мы использовали

- а) индикатор превышения текущим значением ошибки границы, задаваемой максимальной наблюдаемой ранее (в нормальном режиме) ошибкой;
- б) p -значение гипотезы о превышении текущим значением ошибки границы, задаваемой максимальной наблюдаемой ранее (в нормальном режиме) ошибкой.

На рис. 5 и 6 представлены зависимости построенных индикаторов деградации системы от времени.



Рис. 5. Индикатор деградации, задаваемый p -значением гипотезы о превышении текущим значением ошибки границы, определяемой максимальной наблюдаемой ранее (в нормальном режиме) ошибкой

Таким образом, исходя из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Наши показатели свидетельствуют о постепенной деградации системы, начиная с середины 2014 года.

2. В ходе «слепого теста» (на данных, неизвестных до момента проведения тестирования полученной модели) было обнаружено несколько аномалий (исключительно на основе анализа исходных данных, т.е. отсутствовала какая-либо исходная информация о фактических датах остановок/критических событий в ходе работы ПГУ):

- найденные аномалии соответствуют плановым и аварийным отключениям;
- аномалии, соответствующие аварийным остановкам ПГУ, были детектированы существенно раньше моментов времени, когда возникли аварийные ситуации:
 - а) первая аномалия, обнаруженная 29 декабря 2015 года, соответствуют аварийной остановке из-за критического события 31 декабря 2015 года;
 - б) вторая аномалия, обнаруженная в период с 23 по 28 апреля 2015 года, соответствует аварийной остановке 2 мая 2015 года.

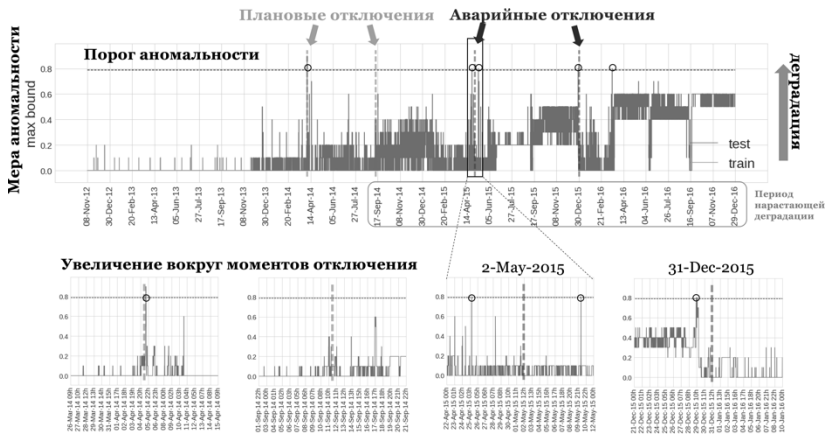


Рис. 6. Индикатор деградации, основанный на сравнении текущего (нормированного) значения ошибки с границей, определяемой максимальной наблюдаемой ранее (в нормальном режиме) ошибкой

4. Заключение

В данной работе была рассмотрена задача построения предсказательных моделей (суррогатных моделей) для решения задач индустриальной предиктивной аналитики. Автор, проанализировав потребности индустриальных приложений, сформулировал ряд новых математических и алгоритмических задач и разработал соответствующие методы моделирования по данным. Применение этих методов позволило эффективно решить практически важные задачи.

В рамках проведенных научных исследований автором был получен ряд новых результатов. В частности, был предложен целый ряд ключевых концепций в разработанных методах предсказательной аналитики: подходы к иерархической байесовской регуляризации в регрессионных моделях, в том числе на основе гауссовских процессов, и методы адаптивного планирования экспериментов; непараметрические методы обнаружения аномалий и прогнозирования редких событий; вычислительно эффективные алгоритмы построения регрессии на основе гауссовских процессов для данных со специальной структурой; непараметрические методы оценки точности прогноза суррогатной модели и др.

Проведенные исследования в значительной степени были мотивированы потребностями задач индустриального проектирования, а также задачами обработки биомедицинских и экономических данных. Это позволило использовать разработанные математические методы, реализованные компанией ООО «ДАТАДВАНС» (см. [23]) в виде алгоритмического ядра программной системы *rSeven Core* (первое название программной системы – *MACROS library*) суррогатного моделирования и инженерной оптимизации для решения целого ряда прикладных инженерных задач. Разработанное алгоритмическое ядро получило сертификацию на финальном уровне *Technology Readiness Level (TRL)*, см. [54]). Согласно официальному пресс-релизу компании *Airbus*, разработанные методы позволили сэкономить до 10% в некоторых важных этапах полного цикла проектирования новых моделей самолетов (см. [4–6]).

Использование разработанных алгоритмов и их дальнейшее развитие позволило успешно реализовать ряд инженерных приложений в авиакосмической промышленности [3], а также применить их для решения задач предсказательной аналитики в других прикладных областях, например, таких как

- моделирование прочностных характеристик элементов обшивки самолета А350-900 (компания Airbus), см. [27, 50];
- моделирование аэродинамических характеристик суборбитального космического летательного аппарата (компания Astrium, см. [9]), вертолета (компания Airbus Helicopters, см. [51]);
- Снижение массы кокпита болида одной из команд «Формула-1»;
- прогнозирование концентрации воздуха в разных точках трубопровода в зависимости от внешних условий и геометрии (компания Airbus);
- Прогнозирование отказов вспомогательной силовой установки пассажирского самолета (компания Airbus), см. [7, 8, 1, 17];
- метамоделирование в задаче нестационарной трехфазной фильтрации в пласте со скважиной сложной геометрии (компания Газпром-НТЦ), см. [55, 56]; также был решен ряд других задач в нефтегазовой отрасли, см. [30–32, 39, 44, 52, 53];
- интеллектуальный мониторинг и обнаружение аномалий в работе программнонагруженных систем (компания ООО «Яндекс»), см. [11, 13], в том числе и для обнаружения вредоносного ПО, см. [23];
- обработка информации с автоматических дорожных метеорологических станций и прогнозирование состояния дорожного покрытий автомагистралей (компания АО «Минимакс-94»), см. [48, 49];
- Анализ данных сортировки и секвенирования нового поколения для исследования влияния 5'-нетранслируемого участка на эффективность трансляции у *Escherichia coli* (биомедицина), см. [26]; моделирование геофизических процессов Земли, см. [40], и др.

Е. Бурнаев выражает благодарность компании ООО «Датадванс» за предоставление данных и постановки задачи в рамках договоров с ведущими индустриальными компаниями.

Литература

1. БУРНАЕВ Е. *Предсказательное обслуживание* // В кн. «Перспективные рынки и технологии интернета вещей: публичный аналитический доклад» / Под ред. И.Г. Дежиной]. – М.: ООО «Лайм», 2019. – 272 с.
2. БУРНАЕВ Е., ГУБАРЕВ Ф., МОРОЗОВ С., ПРОХОРОВ А., ХОМИНИЧ Д. *Автоматизация инженерных расчетов, анализ данных и оптимизация с помощью программного комплекса PSE/MACROS* // Межотраслевая информационная служба. – 2013. – №4. – С. 41–50.
3. БУРНАЕВ Е., БЕРНШТЕЙН А. *Методы анализа данных, предсказательного моделирования и обслуживания* // В кн. «Перспективные технологии для авиационной промышленности: Аналитический обзор». – М.: Наука, 2017. – 463 с.
4. *Airbus achieves multi-objective optimization of its aircraft families with datadance's "macros" software*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.airbus.com/newsroom/press-releases/en/2013/08/airbus-achieves-multi-objective-optimization-of-its-aircraft-families-with-datadance-s-macros-software.html> (дата обращения: 07.02.2020).
5. *Airbus to reduce lead times in numerical analysis activities for aircraft design*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.airbus.com/newsroom/press-releases/en/2013/06/airbus-to-reduce-lead-times-in-numerical-analysis-activities-for-aircraft-design.html> (дата обращения: 07.02.2020).
6. *Airbus uses datadance's macros software for structural analysis of a350 xwb aircraft*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.aerospace-technology.com/news/newsairbus-uses-datadance-macros-software-structural-analysis-a350-xwb-aircraft-4362144/> (дата обращения: 07.02.2020).

7. ALESTRA S., BORDRY C., BRAND C., BURNAEV E., EROFEEV P., PAPANOV A., SILVEIRA-FREIXO C. *Application of rare event anticipation techniques to aircraft health management* // Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 1016. – P. 413–417.
8. ALESTRA S., BORDRY C., BRAND C., BURNAEV E., EROFEEV P., PAPANOV A., SILVEIRA-FREIXO C. *Rare event anticipation and degradation trending for aircraft predictive maintenance* // Proc. of the joint WCCM-ECCM-ECFD 2014 Congress, 20-25 July, Barcelona, Spain. – 2014.
9. ALESTRA S., KAPUSHEV E., BELYAEV M., BURNAEV E., DORMIEUX M., CAVAILLES A., CHAILLOT D., FERREIRA E. *Surrogate models for spacecraft aerodynamic problems* // Proc. of the joint WCCM-ECCM-ECFD 2014 Congress, 20-25 July, Barcelona, Spain. – 2014.
10. ARTEMOV A., BURNAEV E. *Ensembles of detectors for online detection of transient changes* // Proc. SPIE. – 2015. – Vol. 9875. – P. 9875–9875–5.
11. ARTEMOV A., BURNAEV E. *Detecting performance degradation of software-intensive systems in the presence of trends and long-range dependence* // IEEE 16th Int. Conference on Data Mining Workshops (ICDMW-2016). – 2016. – P. 29–36.
12. ARTEMOV A., BURNAEV E. *Optimal estimation of a signal perturbed by a fractional brownian noise* // Theory of Probability and Its Applications. – 2016. – Vol. 60, No. 1. – P. 126–134.
13. ARTEMOV A., BURNAEV E., LOKOT A. *Nonparametric decomposition of quasi-periodic time series for change-point detection* // Proc. SPIE. – 2015. – Vol. 9875. – P. 9875–9875–5.
14. BERNSTEIN A., KULESHOV A. *Manifold learning: Generalization ability and tangent proximity* // Int. Journal of Software and Informatics. – 2013. – Vol. 7, No. 3.
15. BURNAEV E. *Disorder problem for poisson process in generalized bayesian setting* // Theory of Probability and Its Applications. – 2009. – Vol. 53, No. 3. – P. 500–518.
16. BURNAEV E. *Nonlinear minimax problem of the quickest detection of disorder for brownian motion* // Proc. of the Russian-Japanese Symposium on “A Stochastic Analysis of Advanced

- Statistical Models”. Theory Probab. Appl. / Eds.: A. Shiryaev, V. Ulyanov. – 2010. – Vol. 55. – P. 536–557.
17. BURNAEV E. *Rare failure prediction via event matching for aerospace applications* // Proc. of the 3rd Int. Conference on Circuits, System and Simulation (ICCSS-2019). – 2019. – P. 214–220.
 18. BURNAEV E., CHERNOVA S. *On an iterative algorithm for calculating weighted principal components* // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2015. – Vol. 60, No. 6. – P. 619–624.
 19. BURNAEV E., EROFEEV P., PAPANOV A. *Influence of resampling on accuracy of imbalanced classification* // Proc. SPIE. – 2015. – Vol. 9875. – P. 9875–9875–5.
 20. BURNAEV E., EROFEEV P., SMOLYAKOV D. *Model selection for anomaly detection* // Proc. SPIE. – 2015. – Vol. 9875. – P. 9875–9875–6.
 21. BURNAEV E., FEINBERG E., SHIRYAEV A. *On asymptotic optimality of the second order in the minimax quickest detection problem of drift change for brownian motion* // Theory of Probability and Its Applications. – 2009. – Vol. 53, No. 3. – P. 519–536.
 22. BURNAEV E., KOPTILOV I., NOVIKOV G., KHANIPOV T. *Automatic construction of a recurrent neural network-based classifier for vehicle passage detection* // Proc. SPIE. – 2017. – Vol. 10341. – P. 10341–10341–6.
 23. BURNAEV E., SMOLYAKOV D. *One-class svm with privileged information and its application to malware detection* // IEEE 16th Int. Conference on Data Mining Workshops (ICDMW–2016). – 2016. – P. 273–280.
 24. BURNAEV E., GOLUBEV G. *On one problem in multichannel signal detection* // Problems of Information Transmission. – 2017. – Vol. 53, No. 4. – P. 368–380.
 25. BURNAEV E. *Disorder problem for a poisson process in the generalized bayesian setting* // Russian Mathematical Surveys. – 2007. – Vol. 62, No. 4. – P. 790.
 26. EVFRATOV S., OSTERMAN I., KOMAROVA E., POGORELSKAYA A., RUBTSOVA M., ZATSEPIN T., SEMASHKO T., KOSTRYUKOVA E.S., MIRONOV A., BUR-

- NAEV E., KRYMOVA E., GELFAND M., GOVORUN V., BOGDANOV A., SERGIEV P., DONTSOVA O. *Application of sorting and next generation sequencing to study 5'-utr influence on translation efficiency in escherichia coli* // Nucleic Acids Research. – 2017. – Vol. 45, No. 6. – P. 3487–3502.
27. GRIHON S., BURNAEV E., BELYAEV M., PRIKHODKO P. *Surrogate Modeling of Stability Constraints for Optimization of Composite Structures*. – Springer New York, New York, 2013. – P. 359–391.
28. ISHIMTSEV V., BERNSTEIN A., BURNAEV E., NAZAROV I. *Conformal k-nn anomaly detector for univariate data streams* // Proc. of the Sixth Workshop on Conformal and Probabilistic Prediction and Applications. Proceedings of Machine Learning Research. – 2017. – Vol. 60. – P. 213–227.
29. IVANOV S., BURNAEV E. *Anonymous walk embeddings* // Proc. of the 35th Int. Conference on Machine Learning. Proceedings of Machine Learning Research. – 2018. – Vol. 80. – P. 2186–2195.
30. KANIN E., VAINSHTEIN A., OSIPSOV A., BURNAEV E. *The method of calculation the pressure gradient in multiphase flow in the pipe segment based on the machine learning algorithms* // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2018. – Vol. 193.
31. KANIN E., OSIPTSOV A., VAINSHTEIN A., BURNAEV E. *A predictive model for steady-state multiphase pipe flow: Machine learning on lab data* // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2019. – Vol. 180. – P. 727–746.
32. KLYUCHNIKOV N., ZAYTSEV A., GRUZDEV A., OVCHINNIKOV G., ANTIPOVA K., ISMAILOVA L., MURAVLEVA E., BURNAEV E., SEMENIKHIN A., CHEREPANOV A., KORYABKIN V., SIMON I., TSURGAN A., KRASNOV F., KOROTEEV D. *Data-driven model for the identification of the rock type at a drilling bit* // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2019. – Vol. 178. – P. 506 – 516.
33. KOROTIN A., V'YUGIN V., BURNAEV E. *Aggregating strategies for long-term forecasting* // Proc. of the Seventh Workshop on Conformal and Probabilistic Prediction and Applica-

- tions. Proceedings of Machine Learning Research. – 2018. – Vol. 91. – P. 63–82.
34. KOROTIN A., VYUGIN V., BURNAEV E. *Adaptive hedging under delayed feedback*. – 2019. Neurocomputing.
35. KOUL A., SHANKAR S., WALLACE W. *Predictive Maintenance – A new approach to lifecycle management of turbines*. – Life Prediction Technologies Inc, 2014.
36. KULESHOV A., BERNSTEIN A., BURNAEV E. *Conformal prediction in manifold learning* // Proc. of the Seventh Workshop on Conformal and Probabilistic Prediction and Applications. Proceedings of Machine Learning Research. – 2018. – Vol. 91. – P. 234–253.
37. KULESHOV A., BERNSTEIN A., BURNAEV E. *Kernel regression on manifold valued data* // Proc. of IEEE 5th Int. Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA-2018). – 2018. – P. 120–129.
38. KULESHOV A., BERNSTEIN A., BURNAEV E. *Manifold learning regression with non-stationary kernels* // Proc. Of Artificial Neural Networks in Pattern Recognition. – Springer International Publishing, 2018. – P. 152–164.
39. MAKHOTIN I., KOROTEEV D., BURNAEV E. *Gradient boosting to boost the efficiency of hydraulic fracturing* // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology. – 2019.
40. PROSKURA P., ZAYTSEV A., BRASLAVSKY I., EGOROV E., BURNAEV E. *Usage of multiple rtl features for earthquakes prediction* // Proc. of Computational Science and Its Applications – ICCSA. – Springer International Publishing, 2019. – P. 556–565.
41. RIVERA R., NAZAROV I., BURNAEV E. *Towards forecast techniques for business analysts of large commercial data sets using matrix factorization methods* // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1117, No. 1.
42. RIVERA R., PLETNEV A., PILYUGINA P., NAZAROV I., DIAZ G., ZHU W., BURNAEV E. *Topology based clusterwise regression for user segmentation and demand forecasting* //

- Proc. of IEEE 5th Int. Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA-2019). – 2019.
43. RIVERA-CASTRO R., NAZAROV I., XIANG YU., PLETNEEV A., MAKSIMOV I., BURNAEV E. *Demand forecasting techniques for build-to-order lean manufacturing supply chains* // Proc. of Advances in Neural Networks – ISNN. – Springer International Publishing, 2019. – P. 213–222.
 44. ROMANENKOVA E., ZAYTSEV A., KLYUCHNIKOV N., GRUZDEV A., ANTIPOVA K., ISMAILOVA L., BURNAEV E., SEMENIKHIN A., KORYABKIN V., SIMON I., KOROTEEV D. *Real-time data-driven detection of the rock type alteration during a directional drilling* // arXiv e-prints arXiv:1903.11436. – 2019.
 45. SAFIN A., BURNAEV E. *Conformal kernel expected similarity for anomaly detection in time-series data* // Advances in Systems Science and Applications. – 2017. – Vol. 17, No. 3. – P. 22–33.
 46. SHAHRUKH A., BURNAEV E., LEMPISKIY V. *Latent convolutional models* // Proc. Int. Conference on Learning Representations. – 2019.
 47. SMOLYAKOV D., KOROTIN A., EROFEEV P., PAPANOV A., BURNAEV E. *Meta-learning for resampling recommendation systems* // Proc. SPIE 11041, Eleventh Int. Conference on Machine Vision (ICMV-2018). – 2019. – Vol. 110411S.
 48. SMOLYAKOV D., SVIRIDENKO N., BURIKOV E., BURNAEV E. *Anomaly pattern recognition with privileged information for sensor fault detection* // Proc. of Artificial Neural Networks in Pattern Recognition. – Springer International Publishing, 2018. – P. 320–332.
 49. SMOLYAKOV D., SVIRIDENKO N., ISHIMTSEV V., BURIKOV E., BURNAEV E. *Learning ensembles of anomaly detectors on synthetic data* // Proc. of Advances in Neural Networks – Springer International Publishing, 2019. – P. 292–306.
 50. STERLING G., PRIKHODKO P., BURNAEV E., BELYAEV M., GRIHON S. *On approximation of reserve factors dependency on loads for composite stiffened panels* // Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 1016. – P. 85–89.

51. STRUZIK A., BURNAEV E., PRIKHODKO P. *Surrogate models for helicopter loads problems* // Proc. of the 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences. Germany, Munich. – 2013.
52. SUDAKOV O., BURNAEV E., KOROTEEV D. *Driving digital rock towards machine learning: Predicting permeability with gradient boosting and deep neural networks* // Computers and Geosciences. – 2019. – Vol. 127. – P. 91–98.
53. SUDAKOV O., KOROTEEV D., BELOZEROV B., BURNAEV E. *Artificial neural network surrogate modeling of oil reservoir: A case study* // Proc. of Advances in Neural Networks. – Springer International Publishing, 2019. – P. 232–241.
54. *Technology readiness level*. Электронный ресурс]. – URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Technology_readiness_level (дата обращения: 07.02.2020).
55. TEMIRCHEV P., KOSTOEV R., KOROTEEV D., SIMONOV M., BURNAEV E., OSELEDETS I., AKHMETOV A. *Application of machine learning technologies for rapid 3d modelling of inflow to the well in the development system* // Proc. of SPE Russian Petroleum Technology Conference. – 2018.
56. TEMIRCHEV P., SIMONOV M., KOSTOEV R., BURNAEV E., OSELEDETS I., AKHMETOV A., MARGARIT A., SITNIKOV A., KOROTEEV D. *Deep Neural Networks Predicting Oil Movement in a Development Unit* // arXiv e-prints arXiv:1901.02549. – 2019.
57. VOLKHONSKIY D., BURNAEV E., NOURETDINOV I., GAMMERMAN A., VOVK V. *Inductive conformal martingales for change-point detection* // Proc. of the Sixth Workshop on Conformal and Probabilistic Prediction and Applications. Proceedings of Machine Learning Research. – 2017. – Vol. 60. – P. 132–153.

ANOMALY DETECTION BASED ON SURROGATE MODELS

Evgeny Burnaev, Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (e.burnaev@skoltech.ru).

Abstract: Predictive maintenance methods are used to detect as soon as possible significant changes (disorders) in the operation of mechanisms. The main purpose of this approach to maintenance is to continuously monitor and correct the technical condition or completely replace the mechanisms before the detected changes become critical for the operation of individual components or the system as a whole. The diagnostic capabilities of predictive maintenance methods have significantly increased in recent years due to the improvement of sensory observation technologies and the development of new information processing algorithms. The use of predictive maintenance has a number of advantages in comparison with other practiced approaches to maintenance, namely, the ability to conduct more accurate and timely monitoring of the health of individual parts and the entire system as a whole; continuous monitoring and analysis of internal and external conditions improves the safety of operation and allows for a more rapid and in some cases preventive response to possible accidents and failures; significant reduction in maintenance costs, due to the exclusion of planned replacements of technically sound and reliable system components. In this paper, we consider the problem of constructing predictive models (surrogate models) to solve the predictive maintenance problem. The special features of the problems of detecting anomalies and predicting failures are analyzed. An overview of the main needs of industrial applications and a description of the structure of the corresponding predictive maintenance systems is provided. An example of using methods for detecting anomalies based on surrogate models for predictive maintenance of shovel machines is given.

Keywords: predictive analytics, industrial engineering, machine learning, predictive maintenance, failure prediction.

УДК 519.2 + 519.8

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.1

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.И. Михальским.

Поступила в редакцию 28.05.2020.

Опубликована 31.07.2020.

РОБАСТНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ ПРИ НАЛИЧИИ ВОЗМУЩЕНИЙ И ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПОМЕХ ИЗМЕРЕНИЯ¹

Фуртат И. Б.², Нехороших А. Н.³, Гущин П. А.⁴
(ФГБУН ИПМаш РАН, Санкт-Петербург)

Предложено решение задачи робастной стабилизации линейных динамических объектов с неизвестными параметрами, принадлежащими известному компактному множеству, с ограниченными внешними возмущениями и ограниченными высокочастотными помехами измерения. Синтез алгоритма управления разбивается на два этапа. На первом этапе синтезируется алгоритм фильтрации, позволяющий уменьшить влияние помех измерения на выходную переменную объекта. Если помеху измерения можно представить в виде суммы синусоидальных сигналов, то предложены конструктивные условия выбора параметров в алгоритме фильтрации. На втором этапе синтезируется алгоритм управления с подавлением влияния параметрической неопределенности и внешних возмущений. Данный алгоритм базируется на использовании конечных разностей в непрерывном времени, что позволяет избежать использования динамических наблюдателей, увеличивающих размерность замкнутой системы. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма по сравнению с некоторыми существующими аналогами. Сравнительный анализ с результатами Astolfi D., Marconi L., Isidori A. и др. показал, что используемый алгоритм управления, имея меньший динамический порядок, гарантирует выше точность регулирования по выходному сигналу и его производным. Причем, в отличие от результатов Astolfi D., Marconi L., Isidori A. и др., в предложенном алгоритме настройка параметров алгоритма проще за счет независимой настройки фильтра и закона управления, тогда как настройка параметров в регуляторе Astolfi D., Marconi L., Isidori A. и др. осуществляется одновременно для всего алгоритма.

Ключевые слова: линейный объект, высокочастотные помехи измерения, фильтр, возмущения, управление.

¹ Результаты раздела 3 получены при поддержке гранта Президента Российской Федерации (№ МД-1054.2020.8, Соглашение № 075-15-2020-184) в ИПМаш РАН. Результаты раздела 4 получены в ИПМаш РАН при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-79-10104).

² Игорь Борисович Фуртат, д.т.н., профессор (cainenash@mail.ru).

³ Артём Николаевич Нехороших, аспирант (becks94@mail.ru).

⁴ Павел Александрович Гущин, к.т.н. (guschin.p@mail.ru).

1. Введение

Одной из актуальных задач теории автоматического управления является синтез алгоритмов, которые обеспечивают выполнение поставленной цели в условиях неопределенности параметров математической модели объекта и наличии внешних возмущений. В настоящее время для решения данной задачи предложено много различных подходов, например, H_∞ -оптимальное управление, адаптивное управление, робастное управление, нелинейное управление и т.д. (см., например, [4, 5]).

Одним из распространенных способов для решения задачи управления в условиях неопределенностей является синтез регуляторов с использованием оценок производных регулируемой переменной на базе наблюдателя с большим коэффициентом усиления (high-gain observer). Впервые наблюдатель с большим коэффициентом усиления был предложен в [11, 13] для минимально-фазовых объектов. Позже было получено много различных модификаций наблюдателей с большим коэффициентом усиления для минимально-фазовых объектов, например, см. [1, 9, 10, 17, 20]. В [1, 9, 10, 14, 17, 20] показано, что для построения системы управления достаточно использовать наблюдатель, размерность которого не ниже $\gamma - 1$, где γ – относительная степень объекта управления.

Однако при наличии высокочастотных помех измерений применение наблюдателя с большим коэффициентом усиления может быть неудовлетворительным. Более подробные исследования были приведены в [13, 19, 21]. Проблема заключалась в том, что значение оценки производной регулируемой переменной могло существенно превышать ее истинного значения. При этом ошибка накапливается при последующей оценке производных. Данная проблема связана как с дифференцированием шума с большой частотой, так и наличием большого коэффициента усиления в системе управления.

Для частичного преодоления данной проблемы в [13, 18, 19] предлагалось адаптивно настраивать большой коэффициент усиления наблюдателя. Таким образом, в начальный момент

функционирования системы для увеличения сходимости процессов коэффициент наблюдателя принимал большие значения, тогда как в установившемся режиме он уменьшался.

В [12, 22] предложен новый наблюдатель, который является расширением наблюдателя с большим коэффициентом усиления [14] на случай высокочастотных помех измерения. При этом размерность нового наблюдателя равна $2\gamma - 2$. Увеличение размерности наблюдателя [12, 22] в 2 раза по сравнению с наблюдателем [14] связано с введением дополнительных дифференциальных уравнений, компенсирующих влияние высокочастотной помехи измерения. В [12, 22] приведен сравнительный численный анализ предложенного алгоритма и алгоритма [14], который показал эффективность применения алгоритма [12, 22] по сравнению с [14].

Однако для расчета параметров наблюдателя [12, 22] необходимо разрешить уравнение, порядок которого равен $2\gamma - 2$. Причем от решений данного уравнения одновременно зависит качество оценки производных и качество фильтрующих свойств. При этом качество фильтрующих свойств наблюдателей [11, 12, 18, 19, 22] существенно ограничено.

В представленной статье, в отличие от [12, 22], предлагается разделить фильтрующие и оценивающие свойства в виде двух независимых алгоритмов. В результате, по сравнению с [11, 12, 18, 19, 22], это позволит: 1) улучшить качество фильтрации высокочастотной помехи; 2) сделать независимым расчет параметров фильтра и параметров наблюдателя; 3) для оценки производных использовать любой из существующих наблюдателей.

В статье рассмотрена задача робастной стабилизации объекта с неизвестными параметрами, когда на него действуют ограниченные возмущения, а выход объекта измеряется с высокочастотными помехами. Для синтеза системы управления используется подход, позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки стабилизации выходной переменной. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма по сравнению с классическим наблюдателем с большим коэффи-

циентом усиления [14] и наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22].

2. Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, модель которого описывается уравнениями

$$(1) \quad Q(p)z(t) = R(p)u(t) + f(t), \quad y(t) = z(t) + w(t),$$

где $y(t) \in R$ – регулируемая переменная; $u(t) \in R$ – сигнал управления; $f(t) \in R$ – внешнее неконтролируемое ограниченное возмущение; $w(t) \in R$ – внешний высокочастотный ограниченный шум, $Q(p) = p^n + q_{n-1}p^{n-1} + \dots + q_0$, $R(p) = r_m p^m + r_{m-1}p^{m-1} + \dots + r_0$ – линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами q_{n-1}, \dots, q_0 и r_m, \dots, r_0 соответственно, $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

При решении задачи на объект управления наложены следующие предположения.

Предположение 1. Неизвестные коэффициенты $q_{n-1}, \dots, q_0, r_m, \dots, r_0$ принадлежат известному компактному множеству Ξ .

Предположение 2. Многочлен $R(\lambda)$ – гурвицев, где λ – комплексная переменная и $r_m > 0$.

Предположение 3. В объекте управления доступен измерению только сигнал $y(t)$.

Требуется спроектировать непрерывную систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$(2) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |z(t)| < \delta_1,$$

где $\delta_1 > 0$ – точность регулирования, здесь и далее $|\cdot|$ – евклидова норма соответствующего вектора.

3. Алгоритм фильтрации высокочастотной помехи измерения

Для выделения сигнала z из сигнала y рассмотрим алгоритм:

$$(3) \quad \mu \dot{\xi}(t) = G \xi(t) + B y(t), \quad \hat{y}(t) = L_r \xi(t), \quad \xi(0) = 0,$$

где

$$\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r]^T, \quad G = \begin{bmatrix} -\sigma_1^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sigma_2^{-1} & -\sigma_2^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_3^{-1} & -\sigma_3^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_r^{-1} & -\sigma_r^{-1} \end{bmatrix},$$

$\sigma_i > 0$, $B = [\sigma_1^{-1}, 0, \dots, 0]^T$, $\mu > 0$ – малый параметр. Здесь и далее матрица $L_l = [0, \dots, 0, 1]$ имеет размерность $1 \times l$. Так, в (3) размерность L_r равна $1 \times r$.

Утверждение 1. Пусть выполнены условия предположений, сигнал z – ограниченный и для w выполнено следующее соотношение

$$(4) \quad \mu^{-1} \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \left| \int_0^t e^{\mu^{-1}G(t-s)} B w(s) ds \right| < \delta_2,$$

где $\delta_2 > 0$ – достаточно малое число. Тогда существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено условие

$$(5) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}(t) - z(t)| < \delta_3.$$

Здесь $\delta_3 > 0$ – достаточно малое число.

Доказательство утверждения 1. Рассмотрим систему (3), на вход которой вместо сигнала u подается сигнал z :

$$(6) \quad \mu \ddot{\xi}(t) = G \dot{\xi}(t) + Bz(t), \quad \ddot{y}(t) = L_r \dot{\xi}(t), \quad \dot{\xi}(0) = 0.$$

Для анализа системы (6) воспользуемся леммой 1 [8, 15, 16].

Лемма 1. Рассмотрим систему

$$(7) \quad \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), h),$$

где $x \in R^s$, $f(x, u, h)$ – функция липшицева по x и u , u – ограниченная функция, $h > 0$ – малый параметр. Предположим, что система (7) асимптотически устойчива при $u = 0$. Рассмотрим множество $\Omega = \{x : f(x, u, h = 0) = 0\}$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует $h_0 > 0$ такое, что при $h < h_0$ выполнено условие

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x(t), \Omega) < \varepsilon.$$

Доказательство леммы приведено в [8, 15].

Проверим условия леммы 1 для системы (6). При $z = 0$ система (6) асимптотически устойчива. Подставив $\mu = 0$ в (6), получим $G\xi = -Bz$, или $\xi_1 = z$ и $\xi_i = \xi_{i+1}$, $i = 1, \dots, r-1$. То есть $\tilde{y} = z$. Тогда, согласно лемме 1, существует $\mu > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено условие

$$(8) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\tilde{y}(t) - z(t)| < \delta_4,$$

где $\delta_4 > 0$ – достаточно малое число.

Рассмотрим сигнал y , который состоит из сигнала z и помехи w . Найдем условие, при котором будет выполнено условие (5).

Принимая во внимание (3) и (6), составим ошибку рассогласования $\zeta = \xi - \tilde{\xi}$ в виде

$$(9) \quad \dot{\zeta}(t) = \frac{1}{\mu} G \zeta(t) + \frac{1}{\mu} B w(t), \quad \hat{y}(t) - \tilde{y}(t) = L_r \zeta(t).$$

Найдем решение первого уравнения (9) в форме

$$(10) \quad \begin{aligned} \zeta(t) &= e^{\mu^{-1} G t} \zeta(0) + \mu^{-1} \int_0^t e^{\mu^{-1} G(t-s)} B w(s) ds = \\ &= \mu^{-1} \int_0^t e^{\mu^{-1} G(t-s)} B w(s) ds. \end{aligned}$$

Если выполнено условие (4), то из (10) следует, что

$$(11) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\zeta(t)| < \delta_2.$$

Рассмотрим следующие соотношения:

$$(12) \quad \begin{aligned} |\hat{y}(t) - z(t)| &\leq |\hat{y}(t) - \tilde{y}(t)| + |\tilde{y}(t) - z(t)| \leq \\ &\leq |\zeta(t)| + |\tilde{y}(t) - z(t)|. \end{aligned}$$

Очевидно, что для (12) будет справедлив следующий предельный переход:

$$(13) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}(t) - z(t)| \leq \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\zeta(t)| + \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\tilde{y}(t) - z(t)|.$$

Пусть $\delta_2 + \delta_4 \leq \delta_3$. Принимая во внимание (8) и (11), получим оценку (5) из (13). Утверждение 1 доказано.

Пусть помеха w представлена мультигармоническим сигналом

$$(14) \quad w(t) = \sum_{i=1}^v A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i),$$

где A_i , ω_i и φ_i – амплитуда, частота и фаза i -й гармоники. Например, формула (14) может быть получена при разложении ограниченной помехи в ряд Фурье с последующим извлечением частичной суммы ряда. Данная техника, например, используется для решения ряда задач в электротехнике [3], информатике [6], теории управления [2] и т.д.

Утверждение 2. Пусть выполнены условия предположений, функция z – ограниченная и помеха w представлена соотношением (14). Тогда существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено соотношение

$$(15) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}(t) - z(t)| \leq \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \mu^2 \sigma_j^2}} \right) + \delta_4.$$

Доказательство утверждения 2. Из доказательства утверждения 1 следует, что для системы (6) существует $\mu > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено условие (8). Принимая во внимание (3) и (6), составим ошибку рассогласования $\zeta = \xi - \tilde{\xi}$ в виде (9). Перепишем систему (9) как

$$(16) \quad \begin{aligned} \dot{\zeta}_1(t) &= -\mu^{-1} \sigma_1^{-1} \zeta_1(t) + \mu^{-1} \sigma_1^{-1} \sum_{i=1}^v A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \\ \dot{\zeta}_j(t) &= -\mu^{-1} \sigma_j^{-1} \zeta_j(t) + \mu^{-1} \sigma_j^{-1} \zeta_{j-1}(t), \quad j = \overline{2, r}. \end{aligned}$$

Найдем решение первого уравнения системы (16) в виде

$$(17) \quad \begin{aligned} \zeta_1(t) &= e^{-\mu^{-1} \sigma_1^{-1} t} \zeta_1(0) + \mu^{-1} \sigma_1^{-1} \sum_{i=1}^v A_i \int_0^t e^{\mu^{-1} \sigma_1^{-1} (s-t)} \sin(\omega_i s + \varphi_i) ds = \\ &= \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \mu^2 \sigma_1^2}} \sin(\omega_i t + \varphi_i + \vartheta_{1,i}), \\ \vartheta_{1,i} &= \arccos \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \mu^2 \sigma_1^2}}. \end{aligned}$$

Подставляя (17) во второе уравнение (16), найдем решение второго уравнения (16) в виде

$$\begin{aligned} \zeta_2(t) &= e^{-\mu^{-1}\sigma_2^{-1}t} \zeta_2(0) + \\ &+ \mu^{-1}\sigma_2^{-1} \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_1^2}} \int_0^t e^{\mu^{-1}\sigma_2^{-1}(s-t)} \sin(\omega_i s + \varphi_i + \mathcal{G}_{1,i}) ds = \\ &= \sum_{i=1}^v A_i \frac{1}{\sqrt{(1+\omega_i^2\mu^2\sigma_1^2)(1+\omega_i^2\mu^2\sigma_2^2)}} \sin(\omega_i t + \varphi_i + \mathcal{G}_{1,i} + \mathcal{G}_{2,i}), \\ \mathcal{G}_{2,i} &= \arccos \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_2^2}}. \end{aligned}$$

Аналогично образом найдем решение последнего уравнения системы (16) в виде

$$(18) \quad \zeta_r(t) = \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_j^2}} \right) \sin(\omega_i t + \varphi_i + \sum_{j=1}^r \mathcal{G}_{j,i}),$$

$$\text{где } \mathcal{G}_{j,i} = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_j^2}}.$$

Оценим сверху (18) как

$$(19) \quad |\zeta_r(t)| \leq \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_j^2}} \right).$$

Принимая во внимание соотношения (8), (13) и (19), получим оценку (15). Из (19) следует, что чем больше значения ω_i , тем меньше значение правой части (15). Поэтому в постановке задачи рассматривается высокочастотная помеха. Утверждение 2 доказано.

Для выбора параметров в алгоритме (3) можно воспользоваться следующей рекомендацией:

1) для помех (14) с частотами $\omega_i \geq \omega_0$ параметры μ и σ_j задают частоту среза фильтра (3) так, что $\omega_0 \geq 1/(\mu\sigma_j)$. Заметим, что для расчета предпочтительно использовать $\omega_0 = 1/(\mu\sigma_j)$, так как

малая частота среза может привести к подавлению полезной части сигнала при формировании обратной связи;

2) порядок фильтра r задает наклон амплитудно-частотной характеристики фильтра (3): больший порядок фильтра обеспечивает более сильное гашение помех, лежащих за пределами частоты среза ω_0 . Действительно, из формулы (19) следует, что амплитуда помехи A_i уменьшается более чем в $2^{r/2}$ раз.

4. Синтез системы управления

Для дальнейшего синтеза системы управления воспользуемся алгоритмом [9]. Из постановки задачи производные $y(t)$ не доступны измерению (предположение 3). В силу того, что оператор $Q(p)$ нормированный, в законе управления необходимо оценить $\gamma - 1$ производную сигнала $\hat{y}(t)$. Значит, зададим закон управления в форме

$$(20) \quad u(t) = -\alpha \sum_{i=0}^{\gamma-1} d_i \bar{y}^{(i)}(t),$$

где $\alpha > 0$, коэффициенты $d_0, d_1, \dots, d_{\gamma-1}$ выбираются так, чтобы полином $D(\lambda) = d_{\gamma-1} \lambda^{\gamma-1} + d_{\gamma-2} \lambda^{\gamma-2} + \dots + d_1 \lambda + d_0$ был гурвицев, $\gamma = n - m$ – относительная степень объекта управления, $\bar{y}^{(i)}(t)$ – оценка i -й производной сигнала $\hat{y}(t)$, $i = 0, 1, \dots, \gamma - 1$.

Подставив (20) в (1), получим

$$(21) \quad F(p)z(t) = \alpha R(p)g(t) + \alpha R(p)D(p)\psi(t) + f(t),$$

где $F(p) = Q(p) + \alpha R(p)D(p)$, $g(t) = D(p)\hat{y}(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} d_i \bar{y}^{(i)}(t)$ – сигнал, характеризующий отклонение i -й производной «отфильтрованного» выхода объекта $\hat{y}(t)$ от соответствующей оценки $\bar{y}^{(i)}(t)$, $\psi(t) = z(t) - \hat{y}(t)$. Значение функции $g(t)$ зависит от качества оценивания производных сигнала $\hat{y}(t)$, значение функции $\psi(t)$ – от качества фильтрации алгоритма (3). Поскольку известно множество Ξ (предположение 1), то всегда существуют число α и полином $D(\lambda)$ такие, что полином $F(\lambda)$ будет

гурвицевым, см. [1, 4, 7]. Необходимо отметить, что выбор полинома $D(\lambda)$ осуществляется таким образом, чтобы рабочие частоты замкнутой системы управления (21) находилась в полосе пропускания фильтра (3). Такой выбор всегда осуществим, поскольку система (21) обладает свойством низкочастотного фильтра ($\gamma \geq 1$).

Для реализации закона управления (20) воспользуемся наблюдателем, заданным уравнениями

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \hat{y}(t), \\ (22) \quad \bar{y}^{(j)}(t) &= \frac{\bar{y}^{(j-1)}(t) - \bar{y}^{(j-1)}(t-h)}{h}, \quad j = \overline{1, \gamma-1}. \end{aligned}$$

Подставив (22) в (20), перепишем закон управления (20) в виде

$$(23) \quad u(t) = -\alpha \sum_{i=0}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j \hat{y}(t-jh) \right],$$

где $C_i^j = \frac{i!}{j!(i-j)!}$. Сформулируем утверждение, выполнение условий которого гарантирует выполнение целевого условия (2).

Утверждение 3. Пусть выполнены условия предположений 1-3; функция w ограничена, если $r \geq \gamma$, и ограничена вместе с ее $\gamma - r - 1$ производными, если $r < \gamma$. Тогда существуют числа $\alpha > 0$ и $h > 0$ такие, что система управления, представленная алгоритмом (3) и законом управления (23), обеспечивает выполнение целевого условия (2) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Доказательство утверждения 3. Преобразуем систему (21) к виду

$$(24) \quad \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + \alpha B_1 g(t) + \alpha B_2 \psi(t) + B_3 f(t), \quad z(t) = J_n \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T$; $z^{(i)} = \varepsilon_{i+1}$, $i = 0, \dots, n-1$; матрицы A, B_1, B_2, B_3 получены при переходе от (21) к (24). Здесь и далее матрица $J_l = [1, 0, \dots, 0]$ имеет размерность $1 \times l$. Например, в (24) размерность J_n равна $1 \times n$.

Для удобства дальнейшего исследования устойчивости замкнутой системы с использованием аппарата функционалов

Ляпунова – Красовского перепишем систему (3) в канонической наблюдаемой форме, т.е.

$$(25) \quad \dot{\theta}(t) = M\theta(t) + Ny(t), \quad \hat{y}(t) = J_r\theta(t),$$

где $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_r]^T$; $\hat{y}^{(i)} = \theta_{i+1}$, $i = 0, \dots, r-1$; матрица $M = \mu^{-1}TGT^{-1}$ и вектор $N = \mu^{-1}TB$ получены при переходе от (3) к (25) с помощью матрицы преобразования $T = [C^T, (AC)^T, \dots, (A^{r-1}C)^T]^T$.

Рассмотрим два случая, которые зависят от размерности фильтра (3).

1. Пусть $r < \gamma$. Перепишем оператор $D(p)$ в виде

$$(26) \quad D(p) = \rho_1^T \begin{bmatrix} p^{\gamma-1} & p^{\gamma-2} & \dots & p^r \end{bmatrix} + \rho_2^T \begin{bmatrix} p^{r-1} & p^{r-2} & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

где ρ_1 и ρ_2 – векторы с соответствующими коэффициентами оператора $D(p)$. Принимая во внимание (26), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$(27) \quad g(t) = \sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \theta^{(j)} + \rho_2^T \theta(t) - \left[-\sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t-jh) \right] \right],$$

где $\rho_{1,j} - j$ -я компонента вектора ρ_1 . Принимая во внимание (27), найдем j -ю производную ($1 \leq j \leq n$) от θ в виде

$$(28) \quad \begin{aligned} \theta^{(j)} &= M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N y^{(i)} = \\ &= M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N z^{(i)} + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)} = \\ &= M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} \varepsilon + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)}, \end{aligned}$$

где $K_j = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]$ – матрица размерности $1 \times n$ с нулевыми элементами за исключением j -го, который равен 1.

Подставив (27) в (28), получим

$$(29) \quad g = \sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \left(M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} \varepsilon + \right. \\ \left. + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)} \right) + \rho_2^T \theta(t) - \\ - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t - jh) \right].$$

Из (29) следует, что при $r < \gamma$ требуется ограниченность производных функции w до $\gamma - r - 1$ включительно. С учетом (23) и (29), преобразуем уравнение (24) к виду

$$(30) \quad \dot{\varepsilon}(t) = A \varepsilon(t) + \alpha B_1 \left(\sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \times \right. \\ \left. \times \left(M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} \varepsilon + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)} \right) + \right. \\ \left. + \rho_2^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) \right) - \alpha B_1 \left[\sum_{i=1}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t - jh) \right] + \\ + \alpha B_2 J_n \varepsilon(t) - \alpha B_2 J_r \theta(t) + B_3 f(t).$$

Введем обозначения:

$$\varepsilon_p(t) = \left[\varepsilon^T(t), \theta^T(t) \right]^T,$$

$$A_{11} = A + \alpha B_1 \sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} + \alpha B_2 J_n,$$

$$A_{12} = \alpha B_1 \left(\sum_{j=r}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r M^j + \rho_2^T - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \right) - \alpha B_2 J_r,$$

$$A_p = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ N J_n & M \end{bmatrix}, \quad F_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & (-1)^{j+1} \alpha B_1 \frac{d_i}{h^i} C_i^j J_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$i = \overline{1, \gamma-1}, \quad j = \overline{1, i},$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} w + \sum_{j=1}^{\gamma-r} \sum_{i=0}^{j-1} \left[\alpha B_1 \rho_{1,(j-1+r)} L_r M^{j-i-1} N \right] w^{(i)} + \begin{bmatrix} B_3 \\ 0 \end{bmatrix} f.$$

Здесь \mathcal{G} – ограниченная функция. С учетом обозначений перепишем системы (28) и (30) в виде

$$(31) \quad \dot{\varepsilon}_p(t) = A_p \varepsilon_p(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t - jh) + \mathcal{G}(t),$$

Рассмотрим функционал Ляпунова – Красовского вида

$$(32) \quad V = \varepsilon_p^T(t) P \varepsilon_p(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \int_0^0 \varepsilon_p^T(t+s) N_{ij} \varepsilon_p(t+s) ds,$$

где $P = P^T > 0$ – решение уравнения $A_p^T P + P A_p = -Q$, $Q = Q^T > 0$, $N_{ij} = N_{ij}^T > 0$. Взяв от функционала (32) производную по времени вдоль траекторий системы (31), получим

$$(33) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\varepsilon_p^T(t) Q \varepsilon_p(t) + 2\varepsilon_p^T(t) P \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t - jh) + \\ & + 2\varepsilon_p^T(t) P \mathcal{G}(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \left(\varepsilon_p^T(t) N_{ij} \varepsilon_p(t) - \varepsilon_p^T(t - jh) N_{ij} \varepsilon_p(t - jh) \right). \end{aligned}$$

Оценим сверху слагаемые в (33):

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_p^T(t) P \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t - jh) & \leq 0,5\gamma(\gamma-1) \chi \varepsilon_p^T(t) P^2 \varepsilon_p(t) + \\ & + \chi^{-1} \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \varepsilon_p^T(t - jh) F_{ij}^T F_{ij} \varepsilon_p(t - jh), \end{aligned}$$

$$2\varepsilon_p^T(t) P \mathcal{G}(t) \leq \chi \varepsilon_p^T(t) P^2 \varepsilon_p(t) + \chi^{-1} |\mathcal{G}(t)|^2.$$

С учетом оценок перепишем (30) в виде

$$(34) \quad \dot{V} \leq -\varepsilon_p^T(t) W \varepsilon_p(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \varepsilon_p^T(t - jh) R_{ij} \varepsilon_p(t - jh) + \chi^{-1} \tau,$$

где

$$W = Q - 0,5\gamma(\gamma-1) \chi P^2 - \chi P^2 - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i N_{ij},$$

$$R_{ij} = N_{ij} - \chi^{-1} F_{ij}^T F_{ij}, \quad \tau = \sup_t |\mathcal{G}(t)|^2.$$

Очевидно, что существуют α и χ такие, что $W > 0$ и $R_{ij} > 0$. Оценим (34) в виде

$$(35) \dot{V} \leq -\lambda_{\min}(W)\varepsilon_p^T(t)\varepsilon_p(t) + \chi^{-1}\tau.$$

Здесь $\lambda_{\min}(W)$ – наименьшее собственное число матрицы W . Из

$$(35) \text{ следует, что } |z(t)| \leq |\varepsilon_p(t)| \leq \sqrt{\chi^{-1}\tau/\lambda_{\min}(W)}.$$

Следовательно, выбором α и χ такими, что $W > 0, R_{ij} > 0$, можно обеспечить выполнение условия $\delta_1 \leq \sqrt{\chi^{-1}\tau/\lambda_{\min}(W)}$. Стоит отметить, что

оценка для z достаточно грубая, так как при доказательстве используются грубые оценки и в (35) исключены слагаемые

$$\sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \varepsilon_p^T(t-jh)R_{ij}\varepsilon_p(t-jh),$$

участвующие в компенсации величин $\chi^{-1}\tau$.

2. Пусть $r \geq \gamma$. Перепишем оператор $D(p)$ в виде

$$D(p) = \rho^T \begin{bmatrix} p^{\gamma-1} & p^{\gamma-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Принимая во внимание (23), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$(36) g(t) = \rho^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t-jh) \right].$$

С учетом (36), преобразуем уравнение (24) к виду

$$(37) \begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & A\varepsilon(t) + \alpha k B_1 \left(\rho^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) \right) - \\ & - \alpha k B_1 \left[\sum_{i=1}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t-jh) \right] + \\ & + \alpha k B_2 J_n \varepsilon(t) - \alpha k B_2 J_r \theta(t) + B_3 f(t). \end{aligned}$$

Перепишем системы (28) и (37) в виде

$$(38) \dot{\varepsilon}_p(t) = A_p \varepsilon_p(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t-jh) + \mathcal{G}(t),$$

$$\text{где } A_p = \begin{bmatrix} A + \alpha B_2 J_n & \alpha B_1 \left(\rho^T - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \right) - \alpha B_2 J_r \\ N J_n & M \end{bmatrix}, \quad \mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} B_3 \\ 0 \end{bmatrix} f -$$

ограниченная функция, структура матрицы F_{ij} соответствует структуре матрицы F_{ij} в (31).

Поскольку структура системы (38) подобна структуре системы (31), то дальнейшее доказательство второго случая аналогично доказательству первого случая. Утверждение 3 доказано.

5. Пример

Рассмотрим объект управления вида

$$(39) \quad \begin{aligned} (p^4 + q_3 p^3 + q_2 p^2 + q_1 p + q_0)z(t) &= u(t) + f(t), \\ y(t) &= z(t) + w(t). \end{aligned}$$

Множество Ξ возможных значений параметров в (39) задано неравенствами:

$$-1 \leq q_3 \leq 0,1; \quad -2 \leq q_2 \leq 2; \quad -3 \leq q_1 \leq 3; \quad -1 \leq q_0 \leq 1.$$

Дополнительно $|f(t)| \leq 1$.

Выберем в (3) $\sigma_i = 1$ и $\mu = 0,01$. Порядок r в алгоритме (3) будет определен в таблице 1.

Пусть $\alpha = 7$; $d_0 = 0,9$; $d_1 = 1,5$; $d_2 = 2$ и $d_3 = 0,5$. Тогда закон управления (23) можно переписать в виде

$$(40) \quad u(t) = -7 \left(0,9 \bar{y}(t) + 1,5 \bar{y}^{(1)}(t) + 2 \bar{y}^{(2)}(t) + 0,5 \bar{y}^{(3)}(t) \right).$$

Для оценки производных в (40) воспользуемся наблюдателем (22). Пусть $h = 1/20$. Тогда наблюдатель (22) перепишем в виде

$$(41) \quad \begin{aligned} \bar{y}(t) &= \hat{y}(t), \\ \bar{y}^{(1)}(t) &= 20 [\bar{y}(t) - \bar{y}(t - 0,05)], \\ \bar{y}^{(2)}(t) &= 20 [\bar{y}^{(1)}(t) - \bar{y}^{(1)}(t - 0,05)], \\ \bar{y}^{(3)}(t) &= 20 [\bar{y}^{(2)}(t) - \bar{y}^{(2)}(t - 0,05)]. \end{aligned}$$

Продемонстрируем эффективность предложенной схемы (3), (40) и (41) по сравнению с наблюдателем с большим коэффициентом усиления [3] и наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [15, 16]. Для этого зададим снова закон управления в виде (40), только для оценки производных в (40) воспользуемся следующими наблюдателями:

1) наблюдатель с большим коэффициентом усиления [14]:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(t) + \\ (42) \quad & + \begin{bmatrix} 110 \\ 110^2 \cdot 0,35 \\ 110^3 \cdot 0,05 \\ 110^4 \cdot 0,0024 \end{bmatrix} (y(t) - [1 \ 0 \ 0 \ 0] \xi(t)), \\ \bar{y}(t) &= [1 \ 0 \ 0 \ 0] \xi(t), \quad \bar{y}^{(1)}(t) = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \xi(t), \\ \bar{y}^{(2)}(t) &= [0 \ 0 \ 1 \ 0] \xi(t), \quad \bar{y}^{(3)}(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \xi(t); \end{aligned}$$

2) наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22]:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \eta_2(t) + \\ & + \begin{bmatrix} 110 & 0 \\ 0 & 110^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,16 \end{bmatrix} (y(t) - [1 \ 0] \eta_1(t)), \\ \dot{\eta}_2(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_2(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \eta_3(t) + \\ & + \begin{bmatrix} 110 & 0 \\ 0 & 110^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,0525 \end{bmatrix} ([0 \ 1] \eta_1(t) - [1 \ 0] \eta_2(t)), \\ \dot{\eta}_3(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_3(t) + \\ & + \begin{bmatrix} 110 & 0 \\ 0 & 110^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,0171 \end{bmatrix} ([0 \ 1] \eta_2(t) - [1 \ 0] \eta_3(t)), \\ \bar{y}(t) &= [1 \ 0] \eta_1(t), \quad \bar{y}^{(1)}(t) = [1 \ 0] \eta_2(t), \\ (43) \quad \bar{y}^{(2)}(t) &= [1 \ 0] \eta_3(t), \quad \bar{y}^{(3)}(t) = [0 \ 1] \eta_3(t). \end{aligned}$$

Пусть в (39) $q_3 = 0$, $q_2 = 1$, $q_1 = 1$, $q_0 = 0$, $f(t) = 0$, $w(t) = \sin(0,5 \cdot 10^3 t)$ и $z(0) = 1$, $\dot{z}(0) = \ddot{z}(0) = 0$, $\dddot{z}(0) = -1$. В таблице 1 приведены максимальные значения ошибок оценивания производных сигнала $z(t)$ в установившемся режиме при использовании системы управления (3), (40), (41), системы управления (40), (42) (на базе [14]) и системы управления (40), (43) (на базе [12, 22]).

Таблица 1. Максимальные значения ошибок оценивания производных сигнала $z(t)$ в установившемся режиме при использовании предложенной схемы, а также схем [14] и [12, 22]

Тип системы управления	Значение $\sup_t z(t) - \bar{y}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы	Значение $\sup_t \dot{z}(t) - \bar{y}^{(1)}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы	Значение $\sup_t \ddot{z}(t) - \bar{y}^{(2)}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы	Значение $\sup_t \dddot{z}(t) - \bar{y}^{(3)}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы
Система управления (40), (43) (на базе наблюдатель с большим коэффициентом усиления [14])	0,22	8,41	132,3	698
Система управления (40), (42) (на базе наблюдателя с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22])	0,26	4,9	31,1	266,1
Система управления (3), (40), (41) при $r = 2$ в (3)	0,04	0,2	2	57
Система управления (3), (40), (41) при $r = 5$ в (3)	$3 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$

Из таблицы 1 видно, что предложенный алгоритм управления позволяет значительно уменьшить ошибки оценивания

производных сигнала z , а при $r=2$ динамический порядок предложенного алгоритма на единицу меньше, чем алгоритма [12, 22]. Причем из таблицы 1 следует, что увеличением параметра r можно улучшить качество оценивания производных.

Пусть $q_3 = 0,1$; $q_2 = 2$; $q_1 = 3$; $q_0 = 1$; $f(t) = \sin t$; $w(t) = \sin(0,5 \cdot 10^3 t) + \sin(10^3 t) + \sin(10^4 t)$; $z(0) = 1$; $\dot{z}(0) = \ddot{z}(0) = 0$, $\ddot{z}(0) = -1$ в (3). На рис. 1 приведены результаты моделирования по $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ и $\ddot{\ddot{z}}(t)$ при использовании системы управления (3), (40), (41), когда $r=5$ в (3). Графики для $z(t)$ и $\ddot{z}(t)$ изображены непрерывными кривыми, для $\dot{z}(t)$ и $\ddot{\ddot{z}}(t)$ – пунктирными кривыми.

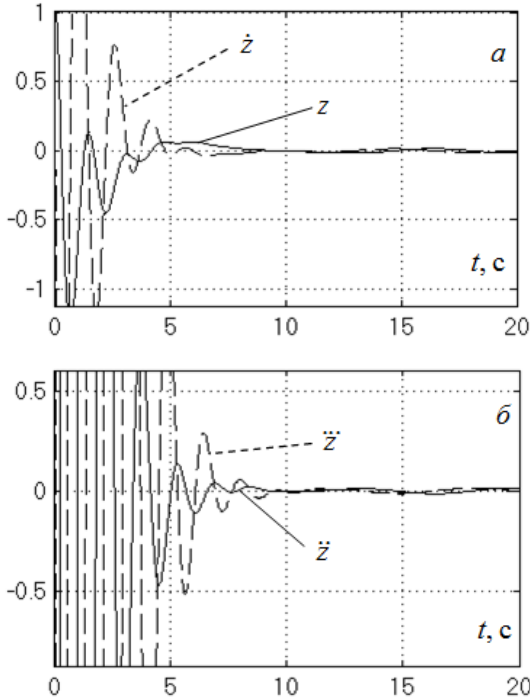


Рис. 1. Результаты моделирования: а) по $z(t)$, $\dot{z}(t)$; б) $\ddot{z}(t)$, $\ddot{\ddot{z}}(t)$

Результаты моделирования показали (рис. 1), что после 10 с абсолютные значения сигналов $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ и $\dddot{z}(t)$ не превышают 0,014, а абсолютные значения ошибок оценивания сигналов $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ и $\dddot{z}(t)$ не превышают $2 \cdot 10^{-3}$. Результаты моделирования по управлению приведены на рис. 2. Стоит отметить, что переходные процессы по $u(t)$ для каждой из схем [12, 14, 22] подобны. Однако при одном уровне и качестве сигнала управления достигаются разные показатели качества по выходному сигналу (см. таблицу 1), принимающие наименьшее значение при использовании предложенного алгоритма управления.

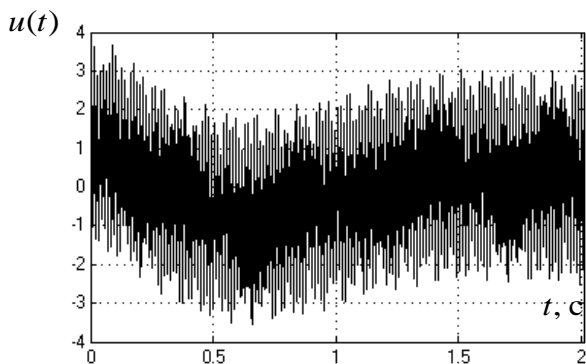


Рис. 2. Результаты моделирования по $u(t)$

6. Заключение

В статье синтезирован робастный алгоритм управления в условиях параметрической неопределенности, внешних ограниченных возмущений и высокочастотных помех в измерениях выходной переменной. Для синтеза системы управления используется подход, позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки стабилизации выходной переменной. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма по сравнению с классическим наблюдателем с большим коэффи-

циентом усиления [14] и наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22].

Литература

1. БОБЦОВ А.А. *Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами* // Автоматика и телемеханика. – 2002. – №11. – С. 108–117.
2. ВОРОНОВ А.А. *Теория автоматического управления. Часть 2. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления*. – М: Высшая школа, 1986. – 504 с.
3. ЖЕЖЕЛЕНКО И.В. *Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий*. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 160 с.
4. МИРОШНИК И.В., НИКИФОРОВ В.О., ФРАДКОВ А.Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами*. – СПб.: Наука, 2000. – 549 с.
5. ПОЛЯК Б.Т., ЩЕРБАКОВ П.С. *Робастная устойчивость и управление*. – М.: Наука, 2002. – 273 с.
6. ФИНК Л.М. *Теория передачи дискретных сообщений*. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.
7. ФРАДКОВ А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. – 1974. – №12. – С. 96–103.
8. ФУРТАТ И.Б. *Робастное управление определенным классом неминимально-фазовых динамических сетей* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2014. – №1. – С. 35–48.
9. ФУРТАТ И.Б. *Робастный статический алгоритм управления линейными объектами* // Автоматика и телемеханика. – 2015. – №3. – С. 94–107.

10. ЦЫКУНОВ А.М. *Алгоритм робастного управления нестационарным линейным объектом с компенсацией возмущения* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – №4. – С. 33–40.
11. AHRENS J., KHALIL K. *High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach* // Automatica. – 2009. – Vol. 45. – P. 936–943.
12. ASTOLFID., MARCONI L. *A high-gain nonlinear observer with limited gain power* // IEEE Trans. Automatic Control. – 2015. – Vol. 60, No. 11. – P. 3059–3064.
13. BOIZOT N., BUSVELLE E., GAUTHIER J. *An adaptive high-gain observer for nonlinear systems* // Automatica. – 2010. – Vol. 46. – P.1483–1488.
14. ESFANDIARI F., KHALIL H.K. *Output feedback stabilization of fully linearizable systems* // Int. Journal of Control. – 1992. – Vol.56, No. 5. – P. 1007–1037.
15. FURTAT I., FRADKOV A., TSYKUNOV A. *Robust synchronization of linear dynamical networks with compensation of disturbances* // Int. Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2014. – Vol. 24, Iss. 17. – P. 2774–2784.
16. FURTAT I.B., FRADKOV A.L., LIBERZON D. *Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output* // Automatica. – 2015. – Vol. 60. – P. 239–244.
17. GAUTHIER J., HAMMOURI H., OTHMAN S. *A simple observer for nonlinear systems application to bioreactors* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1992. – Vol. 37, No. 6. – P. 875–880.
18. PRASOV A. KHALIL H. *A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2013. – Vol. 58, No. 3. – P. 569–580.
19. SANFELICE R., PRALY L. *On the performance of highgain observers with gain adaptation under measure-*

- ment noise* // Automatica. – 2011. – Vol. 47. – P. 2165–2176.
20. TEEL A.R., PRALY L., *Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback* // SIAM Journal on Control and Optimization. – 1994. – Vol. 33, No. 5. – P. 1443–1488.
 21. VASILJEVIC L., KHALIL H. *Error bounds in differentiation of noisy signals b high-gain observers* // Syst. Contr. Lett. – 2008. – Vol. 57. – P. 856–862.
 22. WANG L., ASTOLFI D., HONGYE S., MARCONI L., ISIDORI A. *Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power* // Proc. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, MICNON 2015, Saint Petersburg, Russia. IFAC-PapersOnLine. – Vol. 48, No. 11. – P. 730–735.

ROBUST STABILIZATION OF LINEAR PLANTS IN PRESENCE OF DISTURBANCES AND HIGH- FREQUENCY MEASUREMENT NOISES

Igor Furtat, Institute for Problems in Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Dr.Sc., professor (cainenash@mail.ru).

Artem Nekhoroshikh, Institute for Problems in Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, aspirant (becks94@mail.ru).

Pavel Gushchin, Institute for Problems in Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Cand.Sc. (guschin.p@mail.ru).

Abstract: A solution is proposed for the robust stabilization of linear dynamic plants with unknown parameters belonging to a known compact set, bounded external disturbances, and bounded high-frequency measurement noises. The synthesis of the control algorithm is divided into two steps. At the first step a filtering algorithm is synthesized, which makes it possible to reduce the influence of measurement noises on the output variable of the plant. If the measurement noises can be represented as the sum of sinusoidal signals, then constructive conditions for choosing parameters in the filtering algorithm are proposed. At the second step, a control algorithm is synthesized with the attenuation of the influence of parametric

uncertainty and external disturbances. This algorithm is based on the use of finite differences in continuous time, which avoids the use of dynamic observers that increase the dimension of a closed-loop system. The simulation results illustrating the effectiveness of the proposed algorithm in comparison with some existing analogues are presented. Thus, a comparative analysis with the results of Astolfi D., Marconi L., Isidori A. etc. has been showed that the proposed control algorithm have less dynamic order, guarantees higher accuracy with respect to the output signal and its derivatives. Moreover, in contrast to the results of Astolfi D., Marconi L., Isidori A. etc., in the proposed algorithm, choosing the algorithm parameters is easier due to independent filter settings and the control law, while choosing parameters in the controller of Astolfi D., Marconi L., Isidori A. etc. performed simultaneously for the whole algorithm.

Keywords: linear plant, high-frequency measurement noises, filter, disturbances, control.

УДК 519.7

ББК Ж 50

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.2

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

Поступила в редакцию 24.04.2020.

Опубликована 31.07.2020.

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОСНОВЕ ЕГО ЛИНЕАРИЗАЦИИ И КОМПЕНСАЦИИ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ¹

Глущенко А. И.², Петров В. А.³, Ласточкин К. А.⁴
(Старооскольский технологический институт
им. А.А. Угарова (филиал) ФГАОУ ВО «Национальный
исследовательский технологический университет
«МИСиС», Старый Оскол)

Решается задача разработки подхода к управлению двигателем постоянного тока, который мог бы рассматриваться как альтернатива стандартной схеме подчиненного регулирования. В частности, продемонстрированы недостатки упомянутого классического подхода, в том числе невозможность эффективной компенсации влияния немоделируемой динамики (изменение параметров якорной цепи и момента инерции) и возмущений (нагрузка на валу двигателя). Решением данных проблем может являться совместное использование: 1) методики линеаризации обратной связью для выделения немоделируемой динамики из описания объекта и 2) второго метода Ляпунова для ее компенсации. В исследовании предложена линеаризация электродвигателя постоянного тока на основе решения обратной задачи динамики, позволяющая учитывать ограничения на физические сигналы тока и напряжения якорной цепи. Для компенсации выделенной немоделируемой динамики электропривода предложен линейный адаптер с параметрами, настраиваемыми в реальном времени на базе формул, полученных с помощью второго метода Ляпунова. Их отличительной особенностью является то, что при их использовании нет необходимости знать коэффициент усиления объекта, а достаточно иметь его знак. Устойчивость системы с адаптером достигнута путем введения в формулы настройки сигма-модификации, что подтверждается анализом на базе Uniform Ultimate Boundedness. Экспериментальная проверка предложенного подхода проведена на базе модели электропривода постоянного тока. В качестве примера показана способность адаптивной системы компенсировать изменение параметров якорной цепи в 1,5 раза от номинала, колебания момента инерции – в два раза от

¹ Исследование проведено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-47-310003 p_a).

² Антон Игоревич Глущенко, к.т.н., доцент (a.glushchenko@sf-misis.ru).

³ Владислав Анатольевич Петров, к.т.н. (petrov.va@misis.ru).

⁴ Константин Андреевич Ласточкин, студент (lastconst@yandex.ru).

номинала, а также момент нагрузки, равный половине момента, соответствующего току отсечки двигателя. В завершении приводится обсуждение результатов с выявлением направлений дальнейшей работы.

Ключевые слова: электродвигатель постоянного тока, линеаризация обратной связи, второй метод Ляпунова, нестационарность, компенсация немоделируемой динамики, качество управления, ограниченность сигнала управления.

1. Введение

Электродвигатели постоянного тока (ДПТ) независимого возбуждения благодаря простоте своей конструкции, низкой стоимости изготовления и легкости в управлении и обслуживании получили достаточно широкое распространение в различных областях промышленности и робототехники [3, 27, 28, 30]. На производствах ДПТ наиболее часто используются как тяговые агрегаты электровозов [7], приводы подъемно-крановых механизмов [1], прокатных станков [18, 43], буровых станков [8] и других технологических объектов [3, 27, 28]. В робототехнике ДПТ используются в качестве сервоприводов манипуляторов, исполнительных двигателей квадрокоптеров и колесных роботов различной конструкции [30]. В части из рассмотренных агрегатов ДПТ независимого возбуждения являются нерегулируемыми и работают на постоянном напряжении питания как цепи якоря, так и цепи возбуждения [29]. Однако в наиболее ответственных механизмах они управляются по системе «управляемый преобразователь – двигатель» (УП-Д) [17, 29] с помощью тиристорных преобразователей различных фирм, таких как АBB, Siemens и др.

В настоящее время наиболее часто управление напряжением питания ДПТ производится с помощью тиристорных преобразователей, реализующих широтно-импульсную модуляцию (ШИМ). Сигнал управления при этом формируется в соответствии с принципом подчиненного регулирования координат [17, 26, 29, 40], «жестко» зашито в преобразователи упомянутых фирм (пользователю оставлена возможность лишь менять параметры существующих регуляторов). Данный принцип

регулирования для управления электродвигателями был разработан и внедрен достаточно давно и до сегодняшнего времени не претерпел значительных изменений и доработок.

Согласно ему, для регулирования скорости вращения электродвигателя в первой зоне строится два контура управления. Внутренний – контур регулирования тока электрической машины и внешний – контур регулирования скорости. В этих контурах используются регуляторы П- и ПИ-типа, обеспечивающие качество управления, соответствующее настройкам контура на технический или симметричный оптимум [17, 26, 29, 49, 52]. Контур управления током чаще всего настраивается на технический оптимум [52], а контур управления скорости – на симметричный [49]. Коэффициенты регуляторов при таких настройках рассчитываются на основе информации о номинальных параметрах двигателя. Однако электропривод постоянного тока является нестационарным объектом ввиду флуктуаций его характеристик, которые обусловлены изменениями значений физических величин – сопротивления обмотки якоря, момента инерции, приведенного к валу двигателя [13]. Такая нестационарность характеристик приводит к ухудшению качества переходных процессов электропривода вследствие несоответствия используемых коэффициентов регуляторов значениям, идеальным для параметров реального двигателя.

Вычислительных мощностей современных промышленных программируемых логических контроллеров (ПЛК) и микроконтроллерных устройств оказывается достаточно для практической реализации более сложных, но и более эффективных систем управления по сравнению с подчиненной схемой управления [2]. Это означает, что с точки зрения программно-технической реализации барьеры для придания адаптивных свойств подчиненной системе управления или ее замены на более эффективную практически отсутствуют.

При этом на сегодняшний день существует достаточно большое количество научных исследований, посвященных повышению качества управления электродвигателем постоянного тока в условиях параметрической неопределенности за счет разработки адаптивных систем управления. В целом

в большинстве таких работ выполняется параметрическая настройка регуляторов в подчиненной системе управления. В частности, настройщики регуляторов контура скорости и контура тока могут строиться на базе искусственных нейронных сетей [4, 5, 6, 14, 22, 36] и нечеткой логики [9, 10, 12, 51]. Подобные подходы не позволяют в явном виде выделить немоделируемую динамику объекта управления, что позволило бы полностью ее скомпенсировать. Кроме того, для интеллектуальных подходов существует проблема оценки устойчивости получаемых решений. К этой же группе работ относятся решения, полученные на основе второго метода Ляпунова [31, 32, 37, 39, 46] – Model Reference Adaptive Control. В частности, для [31, 32, 37, 46] характерна проблема отсутствия учета факта ограниченности сигнала управления, а в [32, 39] учитывается лишь нестационарность момента инерции привода, но не нестационарности обмотки якоря.

Именно поэтому в данной работе предлагается выполнить разработку адаптивной системы управления электродвигателем постоянного тока, которая позволяла бы учитывать ограничения на сигнал управления и компенсировать нестационарности в контурах тока и скорости, гарантируя при этом устойчивость системы управления. Такая система управления должна позволить улучшить динамические характеристики электродвигателя путем компенсации влияния возникающих нестационарностей на качество управления.

Для достижения указанных целей предлагается рассмотреть результаты, полученные в теории синергетического управления [19, 23, 24], бэкстеппинга [34, 35], преобразования с помощью обратной связи [15, 25], а также в работах [20, 21], где выражения для координат состояния объекта, полученные из описывающих его дифференциальных уравнений, затем используются при определении поверхностей скольжения, и др. В данной группе методов, изначально не обладающих свойствами компенсации дрейфа параметров технологического агрегата, при синтезе законов управления учитывается известная структура объекта управления, а также номинальные значения его параметров. Использование одного из таких подходов в каче-

стве базового для дальнейшего построения адаптивной системы может позволить явно выделить и скомпенсировать немоделируемую динамику объекта.

Поэтому в данной работе предлагается выполнить построение системы управления электродвигателем постоянного тока с адаптивной компенсацией влияния нестационарностей с использованием метода преобразования с помощью обратной связи (тем самым получив преимущества рассмотренных выше классов методов и избежав их недостатков). При таком подходе объект управления охватывается линеаризующей обратной связью, которая выполняет его преобразование в каноническую форму Бруновского [16, 33]. Закон управления для объекта в форме Бруновского строится с использованием метода решения обратной задачи динамики [44]. В этом случае он представляет собой сумму величины старшей производной выхода эталонной модели и некоторого линейного регулятора, минимизирующего отклонение выхода объекта управления от эталонной модели [44, 50]. Как уже было указано выше, достоинством структурного синтеза закона управления на основе преобразования обратной связью является прямой учет номинальных параметров объекта при формировании закона управления им, что дает возможность ввести в математическое описание объекта регулирования немоделируемую динамику, которая описывает отклонение значений параметров объекта управления от номинальных [42]. Компенсация такой динамики и является главной целью синтеза системы управления в данном исследовании.

Сложность преобразования обратной связью двигателя постоянного тока заключается в необходимости учета при формировании управляющего воздействия физических ограничений на амплитудные значения тока и напряжения якоря электродвигателя. В работах [15, 25], посвященных такому преобразованию для ДПТ, оно строилось без учета этих ограничений. В данном же исследовании предлагается преобразующая обратная связь, позволяющая при управлении электродвигателем учитывать данные ограничения.

Далее влияние введенной немоделируемой динамики предполагается скомпенсировать. Для этого в работе предлагается использовать адаптер, построенный по второму методу Ляпунова и выполняющий аппроксимацию функции немоделируемой динамики [41, 50]. Компенсация влияния такой динамики производится параметрически – вычитанием из реальной немоделируемой динамики результата ее аппроксимации с помощью адаптера.

Сложность построения адаптера, аппроксимирующего немоделируемую динамику, для двигателя постоянного тока заключается в действии на двигатель неизвестного возмущения – статического момента нагрузки. Воздействие такого рода возмущений негативно сказывается на устойчивости адаптера и приводит к дрейфу значений на его выходах [41, 47]. Для компенсации этого явления и придания свойств грубости адаптера в данной работе также исследован вопрос модификации формул настройки адаптера с помощью σ -модификации [45, 48].

Ранее подход, связанный с преобразованием объекта управления с помощью обратной связи, авторами данной работы был успешно применен для синтеза нелинейной системы управления двухколесным балансирующим роботом [11], а подход построения адаптивной системы управления по второму методу Ляпунова – для синтеза адаптера регулятора состояний для уже упомянутого робота [38].

Структура работы имеет следующий вид. Сначала иллюстрируются недостатки подчиненной системы управления, формулируется цель функционирования адаптивной системы управления, производится постановка задачи. Далее описывается предлагаемый метод синтеза системы управления для повышения качества регулирования ДПТ. Затем описывается процесс применения предложенного метода для управления моделью ДПТ и приводятся полученные результаты.

2. Постановка задачи

2.1. МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

В работе в качестве объекта управления рассматривается двигатель постоянного тока с независимым возбуждением при постоянном магнитном потоке и, следовательно, без учета переходных процессов цепи возбуждения (после их завершения). Математическая модель такого объекта описывается системой из трех дифференциальных уравнений [17, 26, 29]: 1) уравнения тиристорного преобразователя; 2) уравнения баланса напряжений якорной цепи; 3) основного уравнения механики электропривода:

$$(1) \quad \begin{cases} T_{\mu} \frac{du_0}{dt} = -u_0 + K_{tr}u, \\ \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I - \frac{k\Phi}{L}\omega + \frac{1}{L}u_0, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_c; \\ u \in [-a; a]; I \in [-b; b]. \end{cases}$$

Здесь T_{μ} – постоянная времени тиристорного преобразователя; K_{tr} – коэффициент усиления тиристорного преобразователя; R – сопротивление якорной обмотки; L – индуктивность якорной обмотки; $k\Phi$ – конструкционный коэффициент двигателя; J_{Σ} – момент инерции, приведенный к валу двигателя; I – ток якорной цепи; ω – скорость вращения вала двигателя; u – напряжение, сформированное системой управления, u_0 – напряжение якорной цепи; M_c – момент нагрузки; a – номинальное напряжение двигателя; b – максимальный ток двигателя. a и b – действительные положительные числа, для конкретного двигателя определяемые его паспортными данными.

Допущение 1. Постоянная времени тиристорного преобразователя T_{μ} в системе дифференциальных уравнений (1) является наименьшей, поэтому принимаем её за некомпенсируемую

постоянную времени системы, а для синтеза системы управления представляем систему уравнений (1) в виде

$$(2) \quad \begin{cases} u_0 = K_{tr} u, \\ \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} I - \frac{k\Phi}{L} \omega + \frac{K_{tr}}{L} u, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_c. \end{cases}$$

Допущение 2. Доступными для прямого наблюдения координатами электродвигателя постоянного тока является ток якорной цепи I , положение якоря θ , скорость вращения якоря ω , ускорение вращения якоря $\dot{\omega}$ и производная от ускорения $\ddot{\omega}$.

Момент нагрузки двигателя M_c может быть описан классом функций, удовлетворяющих неравенствам (3), и смоделирован командным генератором вида (4):

$$(3) \quad |M_c| \leq M_c^{max}; \quad |\dot{M}_c| \leq \dot{M}_c^{max}; \quad |\ddot{M}_c| \leq \ddot{M}_c^{max},$$

$$(4) \quad \dot{\varphi} = G\varphi; \quad M_c = h^T \varphi.$$

Здесь $\varphi \in R^4$, $G \in R^{4 \times 4}$, $h^T \in R^{1 \times 4}$. Матрицы G и h^T выбираются последовательным дифференцированием аналитической или экспериментальной зависимости $M_c(t)$.

2.2. ЦЕЛЬ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задача регулирования не позиционного привода постоянного тока заключается в слежении за уставкой по скорости вращения вала двигателя в условиях действия статического момента нагрузки, влияния обратной ЭДС и присутствия ограничений на амплитудные значения тока якорной цепи и управляющего напряжения [17]. Управляемыми координатами электропривода при этом является ток якоря I и скорость ω . Соответственно цель регулирования по этим координатам можно сформулировать в виде

$$(5) \quad \lim_{t \rightarrow t_{\text{рег}}} [I_{\text{эм}}(t) - I(t)] \rightarrow 0 \wedge \lim_{t \rightarrow t_{\text{рег}}} [\omega_{\text{эм}}(t) - \omega(t)] \rightarrow 0.$$

Здесь, $I_{\text{эм}}(t)$ и $\omega_{\text{эм}}(t)$ – требуемые значения тока и скорости; $t_{\text{рег}}$ – желаемое время регулирования. Чаще всего желаемое

качество управления по данным координатам задается с помощью классических настроек на технический или симметричный оптимумы [26, 29]. В качестве эталонной модели, задающей требуемые значения тока и скорости, в этой работе, исходя из требований к быстродействию электропривода [17, 26, 29], предлагается использовать подчиненную систему регулирования скорости, рассчитанную для модели двигателя постоянного тока с номинальными параметрами (которые могут быть получены по паспортным данным конкретного ДПТ), с настроенным регулятором тока на технический оптимум, а регулятором скорости – на симметричный. При этом старшие производные выхода эталонной модели по току и скорости можно найти путем дифференцирования эталонных значений скорости $\omega_{эм}(t)$.

Соответственно, до тех пор, пока параметры реального ДПТ будут близки к номинальным, его выход будет максимально близок к выходу эталонной модели.

Структурная схема эталонной модели в виде подчиненной системы регулирования скорости с выполненной настройкой регуляторов представлена на рис. 1. Выход регулятора скорости эталонной модели r_s ограничен нелинейностью типа «насыщение» в соответствии с максимальным значением тока двигателя b , выход регулятора тока u ограничен нелинейностью типа «насыщение» по значению номинального напряжения питания двигателя a .

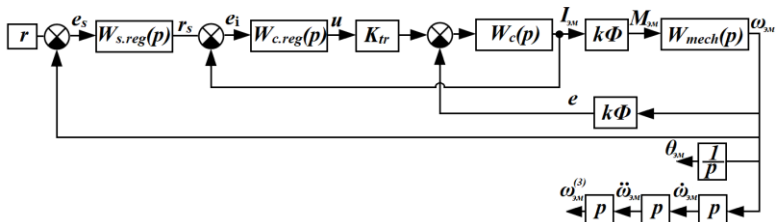


Рис. 1. Структурная схема используемой эталонной модели

Здесь $W_{s.reg}(p)$ – передаточная функция ПИ-регулятора скорости ДПТ; $W_{c.reg}(p)$ – передаточная функция ПИ-регулятора тока ДПТ; r – задание по скорости вращения вала двигателя;

e_s – рассогласование по скорости вращения; r_s – выход регулятора скорости и, одновременно, задание по току двигателя постоянного тока; e_i – рассогласование по току якоря; $I_{эм}$ – эталонное значение тока якоря; $M_{эм}$ – эталонное значение момента; $\theta_{эм}$ – эталонный угол положения вала; $\omega_{эм}$ – эталонная скорость вращения вала двигателя.

Таким образом, система управления двигателем постоянно-го тока должна обеспечивать выполнение целевого критерия (5) в условиях существования ограничений на ток и напряжение электродвигателя, при этом требуемое качество управления определяется приведенной на рис. 1 схемой подчиненного регулирования.

2.3. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Для проведения анализа недостатков схемы подчиненного регулирования и дальнейших экспериментов в качестве объекта управления был выбран ДПТ MD25LHC. Параметры математической модели (2) двигателя были получены из каталожных данных ДПТ и путем идентификации: $R = 8,35$ Ом; $L = 0,0416$ Гн; $K = 2,5$; $k\Phi = 0,08$; $J_{\Sigma} = 10,67$ мккг·м²; $a = 10$ В; $b = 1$ А.

2.4. АНАЛИЗ НЕДОСТАТКОВ СХЕМЫ ПОДЧИНЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ КООРДИНАТАМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

На сегодняшний день регулирование координат электропривода в управляемых преобразователях реализуется в виде схемы подчиненного управления (см. рис. 1) с последовательной коррекцией контуров управления тока и скорости. Данная схема управления бесспорно обладает большим количеством достоинств, благодаря которым она и получила широкое распространение на практике: 1) возможность учета при формировании управления физических ограничений на максимальные значения тока и напряжения якоря двигателя; 2) возможность обеспечения астатизма первого порядка по скорости при настройке регулятора скорости на симметричный оптимум; 3) отсутствие необходимости использования производных от координат электропривода при формировании управляющего

воздействия. Регулятор тока в данной схеме обычно настраивается на технический оптимум и структурно представляет собой ПИ-регулятор:

$$(6) \quad W_{c.reg}(p) = \frac{L}{a_I T_\mu K_{tr}} + \frac{R}{a_I T_\mu K_{tr} p} = K_{PI} + \frac{K_{II}}{p}.$$

Здесь $a_I = 2$ – стандартный коэффициент настройки на технический оптимум. Для электродвигателя с параметрами, приведенными в пп. 2.3, значения коэффициентов регулятора тока имеют следующие значения: $K_{PI} = 8,33$; $K_{II} = 1670$.

Регулятор скорости в такой схеме настраивается на технический или симметричный оптимум и записывается в виде передаточной функции П- или ПИ-регулятора соответственно.

Обычно системы автоматизированного электропривода требуют астатизма по скорости, поэтому чаще используют настройку на симметричный оптимум. В этом случае ПИ-регулятор скорости описывается передаточной функцией

$$(7) \quad W_{s.reg}(p) = \frac{J_\Sigma}{a_I^2 T_\mu^2 k\Phi} + \frac{J_\Sigma}{a_\omega a_I^2 T_\mu^2 k\Phi} = K_{P\omega} + \frac{K_{I\omega}}{p}.$$

Здесь $a_\omega = 4$ – стандартный коэффициент настройки на симметричный оптимум. Для электродвигателя с параметрами, приведенными в пп. 2.3, значения коэффициентов регулятора скорости следующие: $K_{P\omega} = 0,052$; $K_{I\omega} = 6,5$.

Из уравнений (6)–(7) следует, что коэффициенты регуляторов координат электропривода зависят от значений его электрических и механических параметров. При этом коэффициенты ПИ-регулятора тока зависят от параметров электрической части двигателя и малой некомпенсируемой постоянной времени T_μ , а коэффициенты ПИ-регулятора скорости – от параметров механической части, а также от малой некомпенсируемой постоянной времени T_μ . В реальных электроприводах, по экспертным оценкам [13], изменение параметров электрической части двигателя (в частности, сопротивления якоря R) в нормальном режиме работы может достигать 50% от номинальных значений. В то же время изменение параметров механической части электродвигателя (момента инерции приведенного к валу двигателя) может производиться как практически мгновенно,

так и функционально от времени, и определяется типом механических передач конкретного механизма. Наиболее существенные изменения момента инерции возникают в таких механизмах, как намоточные машины в металлургических и целлюлозно-бумажных производствах, экскаваторы в горнодобывающей промышленности, а также в транспортных механизмах и манипуляторах. При таких нестационарностях механической и электрической части электропривода качество регулирования координат может существенно отличаться от требуемого.

На рис. 2. приведено сравнение переходных процессов по скорости эталонной модели и электродвигателя с подчиненной системой регулирования. Эксперименты были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя. При этом приводится два графика переходных процессов (п/п). При получении первого значение момента инерции было увеличено в 2 раза, а при получении второго – уменьшено в 2 раза относительно номинального. В этом эксперименте сопротивление и индуктивность якоря также были увеличены на 50% от их номинальных значений.

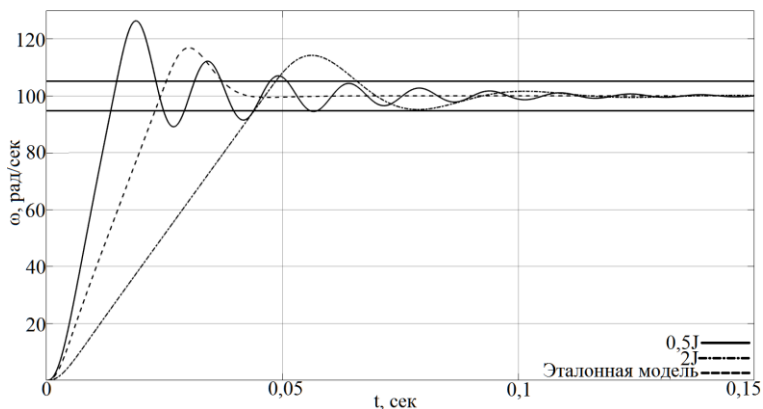


Рис. 2. Сравнение п/п подчиненной системы управления с эталонными п/п при нестационарностях параметров электропривода

Рис. 2 демонстрирует, что с увеличением момента инерции время регулирования электропривода по скорости увеличивается на 22,1 миллисекунды, а перерегулирования уменьшается на 2,58% по сравнению с эталонными значениями. Это объясняется учетом подчиненной системой управления ограничения на ток электродвигателя $[-1 \text{ A}; 1 \text{ A}]$, из-за которого двигатель разгоняется с постоянным и максимальным ускорением, которое в режиме холостого хода (отсутствия момента нагрузки) может быть найдено из основного уравнения электропривода по формуле

$$(8) \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{2J_{\Sigma}} b.$$

Таким образом, при увеличении момента инерции от номинального значения или в любой другой ситуации, когда двигатель разгоняется с постоянным ускорением, с точки зрения целевого критерия (5) наилучшим можно считать переходный процесс с постоянным ускорением разгона (максимально возможным быстродействием), но с отсутствием перерегулирования и колебаний.

Также эксперимент, приведенный на рис. 2, показывает, что с уменьшением момента инерции относительно номинального время регулирования уменьшается на 9,95 миллисекунды, увеличивается перерегулирование на 9,5% и возникает $n = 3$ затухающих колебания. В этом случае, с точки зрения целевого критерия (5), наилучшим считается переходный процесс, совпадающий с эталонным. Значения прямых показателей качества (перерегулирования σ , времени регулирования $t_{\text{рег}}$ и числа колебаний n) представленных на рис. 2 переходных процессов занесены в таблицу 1.

Таблица 1. Прямые показатели качества n/n

Объект	σ , %	$t_{\text{рег}}$, с	n
Эталонная модель	16,8	0,0243	0
0,5J/1,5R/1,5L	26,3	0,01435	3
2J/1,5R/1,5L	14,2	0,0464	1

Как можно увидеть из таблицы 1 и графиков на рис. 2, подчиненной системой регулирования не обеспечивается желаемое с точки зрения целевого критерия (5) качество управления при описанных нестационарностях электрических и механических параметров электропривода.

Поэтому в данной работе ставится задача разработки системы управления, которая позволит вести эффективное управление электроприводом с точки зрения выбранной цели в условиях наличия нестационарностей по его параметрам и ограничений на значения его тока и напряжения питания. Значения ограничений на указанные ток и напряжение известны. Номинальные значения параметров двигателя известны. Изменения момента инерции, параметров цепи якоря и момента нагрузки являются ограниченными, а закон их изменения заранее неизвестен.

3. Описание основного результата

Для решения поставленной задачи предлагается использовать метод построения адаптивной системы управления на основе комбинации решения обратной задачи динамики [38, 44, 50] и прямой компенсации нестационарностей с помощью адаптера, построенного по второму методу Ляпунова [41, 50]. Построение такой системы управления состоит из четырех основных этапов: 1) линеаризация электродвигателя постоянного тока с помощью обратной связи; 2) введение описания немоделируемой динамики; 3) построение адаптера, выполняющего её компенсацию; 4) обеспечение устойчивости замкнутой системы управления.

3.1. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Сложность преобразования обратной связью двигателя постоянного тока заключается в необходимости учета при формировании управления ограничений на максимальные значения тока и напряжение якоря. В этом разделе статьи будет пред-

ставлено предлагаемое преобразование, позволяющее формировать управление с учетом этих ограничений.

Для этого рассмотрим приведенную на рис. 3 систему регулирования с выполненной настройкой контура тока на технический оптимум по формуле (6) [26, 49, 52].

Здесь $W_{mech}(p)$ – передаточная функция, описывающая механическую часть электропривода в соответствии со вторым уравнением системы (2); $W_c(p)$ – передаточная функция, описывающая якорную цепь электропривода; M – момент, развиваемый двигателем; e_i – рассогласование по току якорной цепи. Регулятор тока, задаваемый передаточной функцией $W_{c.reg}(p)$ (ПИ-регулятор) выполняет регулирование тока в соответствии с заданием r_s , формируемым контуром управления скоростью (не показан на рисунке, и именно его предлагается разработать с помощью преобразования схемы обратной связью).

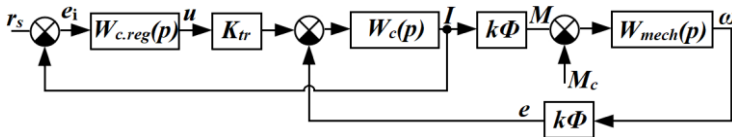


Рис. 3. Структурная схема двигателя постоянного тока с коррекцией контура тока

Ключевой особенностью рассматриваемой схемы управления является наличие искусственно введенных нелинейностей типа «насыщение», ограничивающих выход регулятора тока (значение напряжения якоря) u в промежуток $[-a; a]$ и регулятора скорости (значение тока якоря) r_s в промежуток $[-b; b]$. При линеаризации обратной связью данные насыщения сохраняются в схеме, а, следовательно, позволят вести управление с учетом ограничений на ток и напряжение якоря.

Передаточная функция структурной схемы, представленной на рис. 3, без учета момента нагрузки и противо-ЭДС (временно исключаются из рассмотрения для упрощения первичных преобразований) имеет вид

$$(9) \quad W_{cl}(p) = W_{mech}(p)k\Phi \frac{W_c(p)K_{tr}W_{c.reg}(p)}{1 + W_c(p)K_{tr}W_{c.reg}(p)} = \\ = \frac{J_{\Sigma}^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}(K_{PI}p + K_{II})}{p^3 + T_{el}^{-1}(1 + K_{tr}K_{PI}R^{-1})p^2 + T_{el}^{-1}R^{-1}K_{tr}K_{II}p}.$$

Здесь $W_{cl}(p)$ – передаточная функция замкнутой системы; T_{el} – постоянная времени якорной цепи; K_{PI} и K_{II} – коэффициенты ПИ-регулятора тока (4).

С помощью компенсирующего устройства (10) избавимся от влияния характеристического полинома числителя передаточной функции:

$$(10) \quad W_{corr}(p) = \frac{1}{K_{PI}p + K_{II}}.$$

После коррекции передаточная функция (9) приобретает вид

$$(11) \quad W_{cl.corr}(p) = \frac{J_{\Sigma}^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}}{p^3 + T_{el}^{-1}(1 + K_{tr}K_{PI}R^{-1})p^2 + T_{el}^{-1}R^{-1}K_{tr}K_{II}p}.$$

Перейдем от описания (11) в операторной форме к дифференциальному описанию:

$$(12) \quad \frac{d^3\Omega}{dt^3} = -\frac{1}{T_{el}} \left(1 + \frac{K_{tr}K_{PI}}{R} \right) \frac{d^2\Omega}{dt^2} - \frac{K_{tr}K_{II}}{T_{el}R} \frac{d\Omega}{dt} + J_{\Sigma}^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}r_s.$$

Здесь Ω – скорость вращения вала двигателя без учета момента нагрузки. Влияние момента нагрузки на третью производную скорости (12) получим путем переноса сумматора (см. рис. 3) через передаточную функцию механической части электродвигателя $W_{mech}(p)$ и дифференцирования полученной суммы до прямой связи с третьей производной скорости:

$$(13) \quad \ddot{\omega} = \ddot{\Omega} - \frac{1}{J_{\Sigma}} \ddot{M}_e.$$

Здесь ω – скорость вращения вала двигателя с учетом момента нагрузки.

Теперь получим описание влияния противо-ЭДС на сигнал управления r_s (14). Для этого сначала перенесем K_{tr} и передаточную функцию регулятора тока $W_{c.reg}(p)$ через сумматор, вносящий влияние противо-ЭДС. Далее перенесем сумматор,

вносящий влияние противо-ЭДС, через сумматор обратной связи по току и передаточную функцию корректирующего устройства $W_{corr}(p)$:

$$(14) W_e(p) = k\Phi K_{tr}^{-1} W_{c.reg}^{-1}(p) W_{corr}^{-1}(p) = k\Phi K_{tr}^{-1} p.$$

Таким образом, модель двигателя постоянного тока с учетом действия момента нагрузки (13) и противо-ЭДС (14), а также выполненной коррекции (10) может быть описана дифференциальным уравнением

$$(15) \frac{d^3\omega}{dt^3} = -\frac{1}{T_{el}} \left(1 + \frac{K_{tr} K_{PI}}{R} \right) \frac{d^2\omega}{dt^2} - \frac{K_{tr} K_{II}}{T_{el} R} \frac{d\omega}{dt} - \frac{1}{J_{\Sigma}} \ddot{M}_c + \\ + J_{\Sigma}^{-1} k\Phi K_{tr} T_{el}^{-1} R^{-1} \left(r_s - k\Phi K_{tr}^{-1} \frac{d\omega}{dt} \right).$$

Для обеспечения требуемого порядка астатизма замкнутой системы управления двигателем постоянного тока введем новую переменную – угол положения вала двигателя:

$$(16) \theta = \int \omega dt.$$

С учетом новой переменной уравнение (15) может быть записано в виде

$$(17) \frac{d^4\theta}{dt^4} = -\hat{k}_1 \frac{d^3\theta}{dt^3} - \hat{k}_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} - \hat{k}_3 \ddot{M}_c + \hat{k}_4 r_s; \\ \hat{k}_1 = \frac{1}{\hat{T}_{el}} \left(1 + \frac{\hat{K}_{tr} K_{PI}}{\hat{R}} \right); \quad \hat{k}_2 = \frac{\hat{K}_{tr} K_{II}}{\hat{T}_{el} \hat{R}} + \frac{k\Phi^2}{\hat{J}_{\Sigma} \hat{T}_{el} \hat{R}}; \\ \hat{k}_3 = \frac{1}{\hat{J}_{\Sigma}}; \quad \hat{k}_4 = \frac{k\Phi \hat{K}_{tr}}{\hat{J}_{\Sigma} \hat{T}_{el} \hat{R}}.$$

Здесь параметры, записанные с «^», являются известными номинальными параметрами электродвигателя и могут быть получены путем идентификации или из каталожных данных.

Обратная связь, преобразующая объект управления (17) в форму Бруновского (18), задается уравнением (19):

$$(18) \frac{d^4\theta}{dt^4} = v - \frac{1}{J_{\Sigma}} \ddot{M}_c,$$

$$(19) \hat{r}_s = \frac{1}{\hat{k}_4} \left(v + \hat{k}_1 \frac{d^3\theta}{dt^3} + \hat{k}_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \right).$$

Здесь v – псевдоуправление, выбирая которое и осуществляется решение обратной задачи динамики для объекта (17). Определение выражения для вычисления псевдоуправления может быть выполнено путем решения задачи слежения за эталонной моделью [16, 43]. Введем описание эталонной модели (20) для модели электродвигателя (17).

$$(20) \quad \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4} = -a_1^{\text{эм}} \frac{d^3 \theta_{\text{эм}}}{dt^3} - a_2^{\text{эм}} \frac{d^2 \theta_{\text{эм}}}{dt^2} - a_3^{\text{эм}} \frac{d \theta_{\text{эм}}}{dt} - a_4^{\text{эм}} \theta_{\text{эм}} + a_4^{\text{эм}} r.$$

Тогда ошибки слежения объекта (17) за эталонной моделью (20) описываются системой дифференциальных уравнений

$$(21) \quad \begin{cases} e_{\text{эм}} = \theta - \theta_{\text{эм}}, \\ \dot{e}_{\text{эм}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_{\text{эм}}, \\ \vdots \\ \frac{d^4 e_{\text{эм}}}{dt^4} = \frac{d^4 \theta}{dt^4} - \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4}. \end{cases}$$

Желаемое поведение ошибок слежения (21) зададим устойчивым дифференциальным уравнением

$$(22) \quad \frac{d^4 e_{\text{эм}}}{dt^4} = -K_{DDD} \frac{d^3 e_{\text{эм}}}{dt^3} - K_{DD} \frac{d^2 e_{\text{эм}}}{dt^2} - K_D \frac{de_{\text{эм}}}{dt} - K_P e_{\text{эм}}.$$

Для синтеза псевдоуправления подставим уравнение (18) без учета влияния момента нагрузки и уравнение (22) в последнее уравнение системы (21), получив выражение

$$(23) \quad \begin{aligned} v &= \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4} + \frac{d^4 e}{dt^4} = \\ &= \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4} - K_{DDD} \frac{d^3 e_{\text{эм}}}{dt^3} - K_{DD} \frac{d^2 e_{\text{эм}}}{dt^2} - K_D \frac{de_{\text{эм}}}{dt} - K_P e_{\text{эм}}. \end{aligned}$$

Таким образом, линеаризация обратной связью электродвигателя постоянного тока и синтез псевдоуправления выполнены. Далее на основе полученных моделей проведена параметризация немоделируемой динамики.

3.2. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

Для параметризации немоделируемой динамики на основе модели (17) введем описание двигателя с неизвестными текущими параметрами (24).

$$\frac{d^4\theta}{dt^4} = -k_1^* \frac{d^3\theta}{dt^3} - k_2^* \frac{d^2\theta}{dt^2} - k_3^* \ddot{M}_c + k_4^* r_s;$$

$$(24) \quad k_1^* = \frac{1}{T_{el}^*} \left(1 + \frac{K_{tr}^* K_{PI}}{R^*} \right); \quad k_2^* = \frac{K_{tr}^* K_{II}}{T_{el}^* R^*} + \frac{(k\hat{\Phi}^*)^2}{J_{\Sigma}^* T_{el}^* R^*};$$

$$k_3^* = \frac{1}{J_{\Sigma}^*}; \quad k_4^* = \frac{k\Phi^* K_{tr}^*}{R^* T_{el}^* J_{\Sigma}^*}.$$

Линеаризующее управление (19) вычисляется с использованием номинальных параметров двигателя, связь которых с реальными задается выражением

$$(25) \quad k_1^* = \hat{k}_1 - \Delta_1; \quad k_2^* = \hat{k}_2 - \Delta_2; \quad k_3^* = \hat{k}_3 - \Delta_3; \quad k_4^* = \hat{k}_4 - \Delta_4.$$

Здесь $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ – неизвестные величины, отличающие реальный электродвигатель (24) с неизвестными параметрами от его математической модели (17) с номинальными значениями параметров.

С учетом выражения (25), подставим линеаризующее управление (19) в дифференциальное описание двигателя с реальными параметрами (24), получив

$$(26) \quad \frac{d^4\theta}{dt^4} = v - \frac{\Delta_4}{\hat{k}_4} v - \left(\frac{\hat{k}_1 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_1 \right) \frac{d^3\theta}{dt^3} - \left(\frac{\hat{k}_2 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_2 \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} - k_3^* \ddot{M}_c.$$

Запишем уравнение (26) в пространстве координат состояний:

$$\dot{x} = Ax + B \left[v - F^T \Theta \right] + E \ddot{M}_c;$$

$$x = \left[\theta \quad \dot{\theta} \quad \ddot{\theta} \quad \ddot{\theta} \right]^T;$$

$$(27) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Theta = \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -k_3^* \end{bmatrix};$$

$$F = \left[\frac{\Delta_4}{\hat{k}_4}, 0, 0, \frac{\hat{k}_2 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_2, \frac{\hat{k}_1 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_1 \right]^T.$$

В полученной модели двигателя постоянного тока (27) выполнена параметризация немоделируемой динамики в виде линейной регрессии $F^T\Theta$. Такая модель подходит для построения с её помощью адаптивной системы для компенсации немоделируемой динамики.

3.3. АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

Для построения адаптера, компенсирующего немоделируемую динамику, представим эталонную модель (20) в пространстве координат состояний:

$$(28) \quad \begin{aligned} \dot{x}_{эм} &= A_{эм}x_{эм} + B_{эм}r; \\ x_{эм} &= [\theta_{эм} \quad \dot{\theta}_{эм} \quad \ddot{\theta}_{эм} \quad \ddot{\theta}_{эм}]^T; \\ A_{эм} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4^{эм} & -a_3^{эм} & -a_2^{эм} & -a_1^{эм} \end{bmatrix} B_{эм} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ a_4^{эм} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Чтобы скомпенсировать действие немоделируемой динамики $F^T\Theta$, добавим в закон формирования преобразующей обратной связи (19) настраиваемую компенсирующую добавку (29), получив (30):

$$(29) \quad u_{ад} = \hat{F}^T\Theta,$$

$$(30) \quad \hat{r}_s = \frac{1}{\hat{k}_4} \left(v + \hat{k}_1 \frac{d^3\theta}{dt^3} + \hat{k}_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) + \hat{F}^T\Theta.$$

Тогда, с учетом выражения (30), объект управления может быть записан в виде (31). Здесь F с «^» – настраиваемые коэффициенты компенсирующей добавки, F – идеальные коэффициенты немоделируемой динамики:

$$(31) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B \left[v + k_4^* \tilde{F}^T\Theta \right] + E\ddot{M}_c, \\ \tilde{F} &= \hat{F} - \frac{F}{k_4^*} = \hat{F} - K. \end{aligned}$$

С учетом закона формирования псевдоуправления, уравнение в отклонениях между объектом управления (31) и эталонной моделью (28) записывается в виде

$$\dot{e}_{эм} = \tilde{A}e_{эм} + Bk_4^* \tilde{F}^T \Theta + E\ddot{M}_c,$$

$$(32) \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_P & -K_D & -K_{DD} & -K_{DDD} \end{bmatrix}.$$

В качестве алгоритма адаптации компенсирующей добавки будем использовать алгоритм (33), построенный по второму методу Ляпунова. Он отличается от известного базового алгоритма адаптации: 1) наличием σ -модификации, которая должна обеспечить робастность системы к возмущениям, вызванным моментом нагрузки; 2) использованием вместо значения коэффициента усиления объекта только его знака.

$$(33) \quad \dot{\hat{F}} = -\Gamma \operatorname{sgn}(k_4^*) (\Theta e_{эм}^T P B + \sigma_1 \hat{F}).$$

Здесь σ_1 – коэффициент σ -модификации, Γ – диагональная матрица.

Знак идеального коэффициента усиления электродвигателя $\operatorname{sgn}(k_4^*)$, необходимый для реализации закона адаптации (33), всегда является известным и положительным ввиду строгой положительности всех величин, через которые он вычисляется.

3.4. СВОЙСТВА ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДПТ

Сформулируем свойства замкнутой системы (32) при адаптивной компенсации немоделируемой динамики в виде следующей теоремы.

Теорема 1. Пусть управление для двигателя постоянного тока формируется законом (30), а адаптация компенсирующей добавки производится согласно закону (33), тогда замкнутая система управления (32) будет обладать следующими свойствами:

1. В пространстве T размерности $(\dim(e_{\text{эм}}) + \dim(\tilde{F}))$ траектории $\xi = \begin{bmatrix} e_{\text{эм}}^T & \tilde{F}^T \end{bmatrix}^T$ системы (32) экспоненциально сходятся к множеству (34) со скоростью быстрее чем κ :

$$(34) \quad D = \left\{ \xi: V(\xi) \leq \frac{1}{\kappa} \left[|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} \right] \right\},$$

$$\kappa = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}; \frac{|k_4^*| \cdot |\sigma_1|}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})} \right\};$$

где $\lambda_{\min}(\cdot)$ и $\lambda_{\max}(\cdot)$ – минимальное и максимальное собственное число соответствующей матрицы.

2. Траектории ξ системы (32) равномерно ограничены множеством (35) с предельной границей R :

$$(35) \quad B_R = \{ \xi: \|\xi\| \leq R \}.$$

Доказательство. Выберем кандидата в функции Ляпунова в виде

$$(36) \quad V(\xi) = \xi^T H \xi = e_{\text{эм}}^T P e_{\text{эм}} + |k_4^*| \tilde{F}^T \Gamma^{-1} \tilde{F},$$

$$H = \text{blockdiag} \left[P \quad |k_4^*| \Gamma^{-1} \right].$$

Здесь P – матрица, полученная решением уравнения Ляпунова

$$(37) \quad \tilde{A}^T P + P \tilde{A} = -Q,$$

Q – симметричная положительно определенная матрица. Производная кандидата в функции Ляпунова (36) с учетом уравнений системы (32) и уравнения адаптации компенсирующей добавки (33) записывается в виде

$$(38) \quad \begin{aligned} \dot{V}(\xi) &= e_{\text{эм}}^T \left(\tilde{A}^T P + P \tilde{A} \right) e_{\text{эм}} + 2e_{\text{эм}}^T P B k_4^* \tilde{F}^T \Theta + 2e_{\text{эм}}^T P E \ddot{M}_c + \\ &+ 2|k_4^*| \tilde{F}^T \Gamma_1 \left(-\Gamma_1^{-1} \text{sgn}(k_4^*) \left(\Theta e_{\text{эм}}^T P B + \sigma_1 \hat{F} \right) \right) = \\ &= -e_{\text{эм}}^T Q e_{\text{эм}} + 2e_{\text{эм}}^T P E \ddot{M}_c - 2k_4^* \sigma_1 \tilde{F}^T \hat{F} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e_{\text{эм}}\|^2 + \\ &+ 2 \|e_{\text{эм}}\| \lambda_{\max}(P) \underbrace{|k_3^*| \dot{M}_c^{\max}}_{\varepsilon} - 2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot \|\hat{F}\|. \end{aligned}$$

Дополним слагаемые правой части неравенства до полных квадратов и получим неравенства (39) и (40).

$$(39) \quad \begin{aligned} & -\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2 + 2\|e_{\text{эм}}\|\lambda_{\max}(P)\varepsilon \leq \\ & \leq \frac{1}{2} \left[-\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2 - \left(\sqrt{\lambda_{\min}(Q)}\|e_{\text{эм}}\| - \frac{2\lambda_{\max}(P)}{\sqrt{\lambda_{\min}(Q)}}\varepsilon \right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{4\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} \right] \leq \frac{-\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2}{2} + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)}; \end{aligned}$$

$$(40) \quad \begin{aligned} & -2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot \|\hat{F}\| = -2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot [\|\tilde{F}\| + \|K\|] \leq \\ & \leq -2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + 2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot \|K\| \leq \\ & \leq -|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2. \end{aligned}$$

Тогда верхняя граница производной функции Ляпунова имеет вид (41)

$$(41) \quad \begin{aligned} \dot{V}(\xi) & \leq \frac{-\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2}{2} + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} - |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + \\ & + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 \leq \frac{-\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\max}(P)}{2\lambda_{\max}(P)}\|e_{\text{эм}}\|^2 - \\ & - \frac{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 \leq \\ & \leq -\kappa V(\xi) + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)}. \end{aligned}$$

Проинтегрируем выражение (41) и получим

$$(42) \quad V(\xi) \leq e^{-\kappa t} V(\xi_0) + \frac{1}{\kappa} \left[|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} \right].$$

Из выражения (42) видно, что траекторий системы (32) экспоненциально сходятся к множеству (34) со скоростью быстрее чем κ , а значит, первая часть теоремы доказана.

Утверждение 1. Отрегулировать минимальную скорость сходимости траекторий системы (32) к множеству (34) возможно, выбирая матрицы \tilde{A} , Q , Γ и коэффициент σ -модификации.

Для доказательства второй части теоремы покажем, что производная (41) отрицательна вне множеств

$$(43) \quad S_{e_{эм}} = \left\{ e_{эм}: \|e_{эм}\| \leq \sqrt{\frac{4\lambda_{max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{min}^2(Q)} + \frac{2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2}{\lambda_{min}(Q)}} = C_1 \right\},$$

$$S_{\tilde{F}} = \left\{ \tilde{F}: \|\tilde{F}\| \leq \sqrt{\frac{2\lambda_{max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{min}(Q)|k_4^*| \cdot |\sigma_1|} + \|K\|^2} = C_2 \right\}.$$

Тогда в самом худшем случае производная (41) отрицательна вне компактного множества

$$(44) \quad B_r = \{\xi: \|\xi\| \leq r\}; r = \max\{C_1; C_2\}.$$

Также учтем, что функция (36) ограничена (45):

$$(45) \quad \lambda_{min}(H)\|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{max}(H)\|\xi\|^2.$$

Тогда можно ввести понятие минимальной и максимальной линии уровня функции (36):

$$(46) \quad \Omega_{min} = \{\xi \in \partial B_r: V(\xi) = c_{min}\},$$

$$\Omega_{max} = \{\xi \in T: V(\xi) = c_{max}\}.$$

Здесь, ∂B_r – граница множества (44). Минимальное значение функция Ляпунова приобретает именно в ∂B_r , так как внутри B_r производная (41) положительна, а снаружи – отрицательна. На основе определения линий уровня функции Ляпунова введем понятие кольца:

$$(47) \quad \Lambda = \{\xi: c_{min} \leq V(\xi) \leq c_{max}\}.$$

Утверждение 2. Так как в кольце (47) производная функции (36) отрицательна, а внутри Ω_{min} положительна, то 1) если траектории системы (32) начинаются в кольце (47), то они за конечное время входят в Ω_{min} ; 2) если траектории начинаются в Ω_{min} , то они его не покинут. Так как в Ω_{min} производная (41)

положительна, то показать ограниченность траекторий системы необходимо именно в нем.

Согласно ограниченности (45), $\forall \xi \in B_r$ верно неравенство (48): квадратичная форма (36) приобретает максимальное значение $\forall \xi \in B_r$ при максимальных ξ из B_r , которые в свою очередь достигаются в ∂B_r .

$$(48) V(\xi) \leq \lambda_{\max}(H) \|r\|^2.$$

Тогда по определению Ω_{\min} имеем

$$(49) c_{\min} = \lambda_{\max}(H) \|r\|^2.$$

Тогда из ограниченности (45) $\forall \xi \in \Omega_{\min}$ верно неравенство

$$(50) \lambda_{\min}(H) \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{\max}(H) \|r\|^2.$$

Из неравенств (50) имеем ограниченность траекторий системы (32) множеством (35) и оценку (51) предельной границы R , что и требовалось доказать во второй части теоремы:

$$(51) R = \|r\| \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(H)}{\lambda_{\min}(H)}}.$$

Утверждение 3. Уменьшить предельную границу R траекторий ξ , как видно из определения матрицы H , а также выражений (43) и (51), возможно, выбирая соответствующим образом коэффициент σ модификации, а также матрицы P и Γ^{-1} .

Таким образом, законом управления (30) и законом адаптации компенсирующей добавки (33) обеспечивается сходимость траекторий замкнутой системы (32) к множеству (34) и предельная ограниченность всех ошибок системы (32) при наличии немоделируемой динамики и действии момента нагрузки.

При этом, как видно из выражений (43) и (51), предельное значение ошибок увеличивается с увеличением значения коэффициента σ -модификации. Поэтому выбор значения этого коэффициента неизбежно приводит к компромиссу между качеством управления и робастностью по отношению к возмущениям (моменту нагрузки) [45, 47, 48].

4. Экспериментальная часть

Динамические характеристики двигателя постоянного тока с разработанной адаптивной системой управления были получены на его модели, параметры которой приведены в пп. 2.3. Моделирование проводилось в Matlab/Simulink на основе численного интегрирования методом Эйлера. Во всех экспериментах использовался постоянный шаг дискретизации $\tau_s = 10^{-6}$ с.

Коэффициенты $K_P, K_D, K_{DD}, K_{DDD}$ закона формирования псевдоуправления (23) были выбраны в соответствии с полиномом

$$(52) \quad (p + 275)^4 = 0.$$

Матрица P (53), необходимая для реализации закона адаптации (33), была рассчитана путем решения уравнения Ляпунова (37), в котором матрица Q была принята единичной:

$$(53) \quad P = \begin{pmatrix} 0,011 & -0,5 & -43 & 0,5 \\ -0,5 & 43 & -0,5 & -650082 \\ -43 & -0,5 & 650082 & -0,5 \\ 0,5 & -650082 & -0,5 & 4,916 \cdot 10^{10} \end{pmatrix}$$

Момент нагрузки моделировался с помощью командного генератора вида (4), при этом в каждый момент времени выполнялись ограничения

$$(54) \quad |M_c| \leq 0,08 \text{ Н} \cdot \text{м}; |\dot{M}_c| \leq 35,6 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}; |\ddot{M}_c| \leq 2,04 \cdot 10^4 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}.$$

Все координаты состояния двигателя постоянного тока (27), согласно допущению 2, в экспериментах считались доступными для прямого измерения. Помехи измерения не моделировались.

Все конкретные численные значения нестационарностей и момента нагрузки выбраны исключительно для примера, с целью продемонстрировать разницу в качестве управления разработанной системой и классической. При этом ограничений на верхние и нижние значения нестационарностей параметров двигателя и момента нагрузки разработанная адаптивная система управления не предполагает.

4.1. УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Целью данной группы экспериментов являлась проверка способности закона (30) вести управление электродвигателем с учетом ограничений. Суть экспериментов заключалась в разгоне двигателя до некоторой постоянной скорости вращения и приложении с помощью командного генератора (3)–(4) в установившемся режиме работы момента нагрузки (0,08 Н), который соответствовал току отсечки двигателя с последующим его снятием через 0,1 с. Под моментом, соответствующим току отсечки двигателя, здесь и далее понимается момент, для компенсации которого требуется ток, равный максимальному току двигателя (для MD25LHC – 1 А). При этом управляющее воздействие, формируемое разработанной системой по закону (30), как уже было сказано в пп. 3.1, ограничивалось с помощью нелинейности типа насыщение допустимым значением тока якоря. В этом эксперименте немоделируемая динамика отсутствовала.

На рис. 4 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по скорости вращения вала, полученные в этом эксперименте.

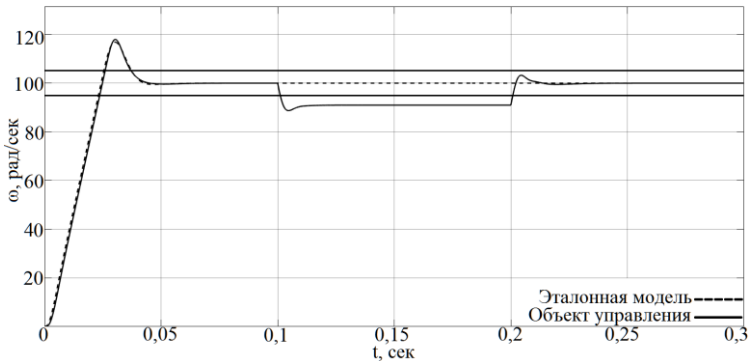


Рис. 4. Переходные процессы по скорости ДПТ

На рис. 5 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по току якоря в данном эксперименте.

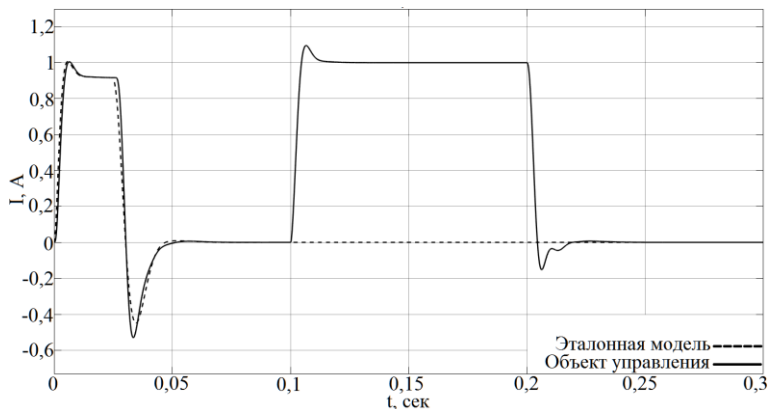


Рис. 5. Переходные процессы по току якоря

Из приведенных на рис. 4 и 5 переходных процессов следует, что закон управления (30) учитывает ограничение на максимальный ток якоря электродвигателя и при этом выполняет компенсацию действия момента нагрузки. Видно, что в переходном процессе скорость и ток электродвигателя с высокой точностью повторяют кривые тока и скорости эталонной модели, что соответствует выполнению поставленной цели управления (5).

4.2. КОМПЕНСАЦИЯ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

В этой группе экспериментов проводилась проверка способности разработанной системы управления компенсировать влияние немоделируемой динамики. В частности, для всех экспериментов из данного набора индуктивность и сопротивление электродвигателя были увеличены на 50%. Также момент инерции электродвигателя в данном эксперименте и увеличивался, и уменьшался в 2 раза относительно номинального значения.

На рис. 6 представлено сравнение эталонных переходных процессов двигателя по скорости с переходными процессами подчиненной и адаптивной системы управления для случая, когда момент инерции был уменьшен в 2 раза относительно номинального значения.

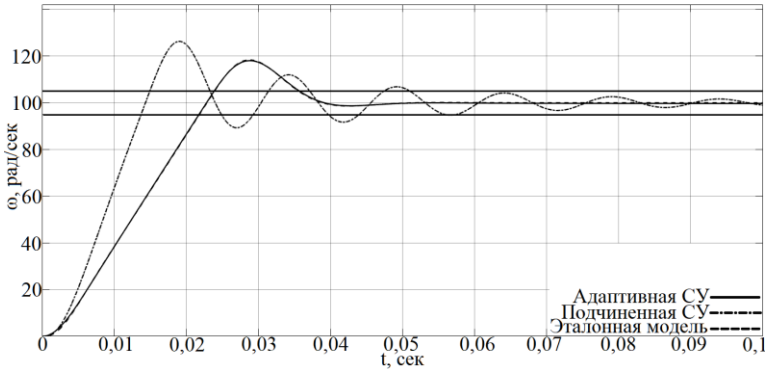


Рис. 6. Переходные процессы по скорости с уменьшенным в 2 раза моментом инерции

Матрица Γ , определяющая быстродействие закона адаптации для этого случая, была выбрана экспериментальным путем:

$$(55) \Gamma = \begin{pmatrix} 1,8 \cdot 10^{-25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18,2 \cdot 10^{-10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^{-36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^{-16} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \cdot 10^{-22} \end{pmatrix}.$$

Из представленных на рис. 6 переходных характеристик по скорости двигателя видно, что за счет компенсации действия немоделируемой динамики удалось устранить колебания в системе и обеспечить качество управления, задаваемое эталонной моделью (перерегулирование 16,8%, а время регулирования 0,0243 с – графики выходов эталонной модели и объекта под управлением разработанной системы совпали).

На рис. 7 представлено сравнение переходных процессов по напряжению u и току I якоря двигателя с адаптивной и подчиненной системами управления в этом эксперименте. Из рис. 7 следует, что разработанная адаптивная система управления позволила снизить колебательность и по току якоря,

и по напряжению питания двигателя постоянного тока по сравнению с классической схемой подчиненного управления.

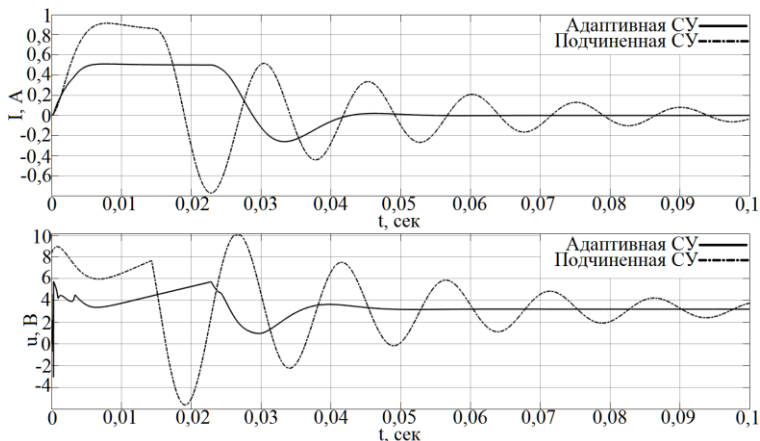


Рис. 7. Переходные процессы по напряжению и току якоря с уменьшенным в 2 раза моментом инерции

На рис. 8 представлено сравнение эталонных переходных процессов двигателя по скорости с переходными процессами подчиненной и адаптивной системами управления для случая, когда момент инерции был увеличен в 2 раза относительно номинального значения.

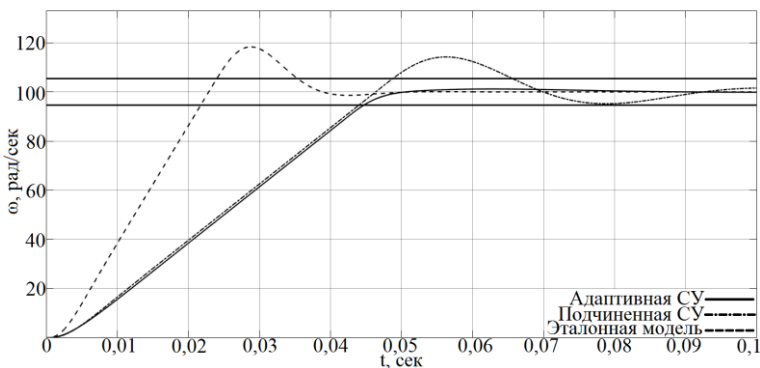


Рис. 8. Переходные процессы по скорости с увеличенным в 2 раза моментом инерции

В этом эксперименте матрица Γ была также подобрана экспериментально:

$$(56) \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^{-15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,6 \cdot 10^{-15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из представленных на рис. 8 переходных характеристик следует, что разработанная система скомпенсировала действие немоделируемой динамики и обеспечила желаемый апериодический характер переходного процесса ($t_{\text{рег}} = 0,05$ с) по скорости электродвигателя в случае увеличения момента инерции двигателя и наличия ограничения на ток якоря.

Проблема 1. Из рис. 8 видно, что во время переходного процесса существует некомпенсируемая ошибка между скоростью эталонной модели и скоростью двигателя. Наличие такой ошибки при большом числе переходных процессов (при выполнении условия постоянного возбуждения) и отсутствии σ -модификации может приводить к дрейфу параметров компенсирующей добавки. Это происходит из-за того, что в разработанной системе управления выполнен учет влияния ограничений на закон управления, но не на закон адаптации. Обсуждение пути решения этой проблемы представлено в пп. 5.

На рис. 9 представлено сравнение переходных процессов по напряжению u и току I якоря двигателя с адаптивной и подчиненной системой управления.

Из рис. 9 следует, что разработанная адаптивная система управления позволила снизить колебательность и по току якоря, и по напряжению питания двигателя постоянного тока по сравнению с классической схемой подчиненного управления. При этом ограничения и на ток, и на напряжение якоря были выдержаны.

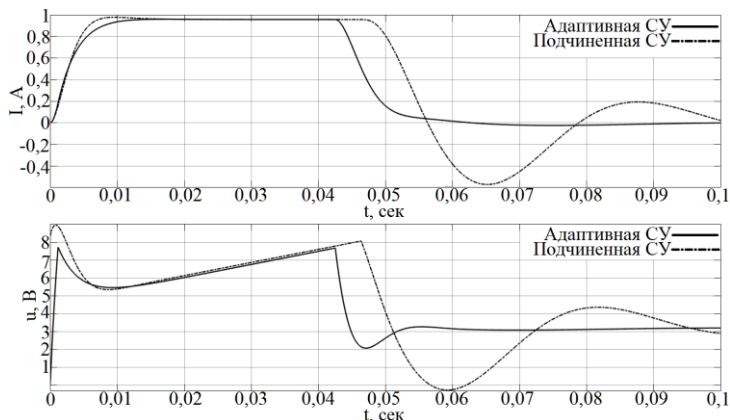


Рис. 9. Переходные процессы по напряжению и току якоря с увеличенным в 2 раза моментом инерции

4.3. РОБАСТНОСТЬ ПОЛУЧЕННОЙ СИСТЕМЫ

Целью этой группы экспериментов являлась проверка способности разработанной системы оставаться устойчивой в условиях действия возмущения, вызванного моментом нагрузки. В этом эксперименте немоделируемая динамика отсутствовала. Двигатель разгонялся до постоянной скорости вращения, а в установившемся режиме работы к его валу прикладывался момент нагрузки, равный половине момента, соответствующего току отсечки двигателя (0,04 Н) с последующим его снятием через 0,1 с.

При этом коэффициент σ -модификации был в первом случае принят равным нулю, а во втором $\sigma_1 = 10^{33}$. Матрица Γ в данном эксперименте была принята равной

$$(57) \Gamma = 10^{-10} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Сравнение переходных процессов электродвигателя по скорости для случаев $\sigma_1 = 0$ и $\sigma_1 = 10^{33}$ приведены на рис. 10.

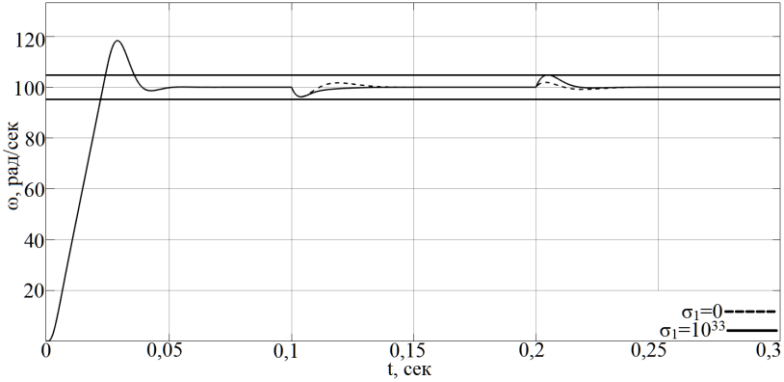


Рис. 10. Переходные процессы по скорости двигателя с σ -модификацией

На рис. 11 приведено сравнение переходных процессов двигателя по коэффициентам немоделируемой динамики \hat{F} с отсутствием σ -модификации и с $\sigma = 10^{33}$, а также сравнение интеграла от нормы вектора ошибок слежения $e_{ЭМ}$ в данном эксперименте.

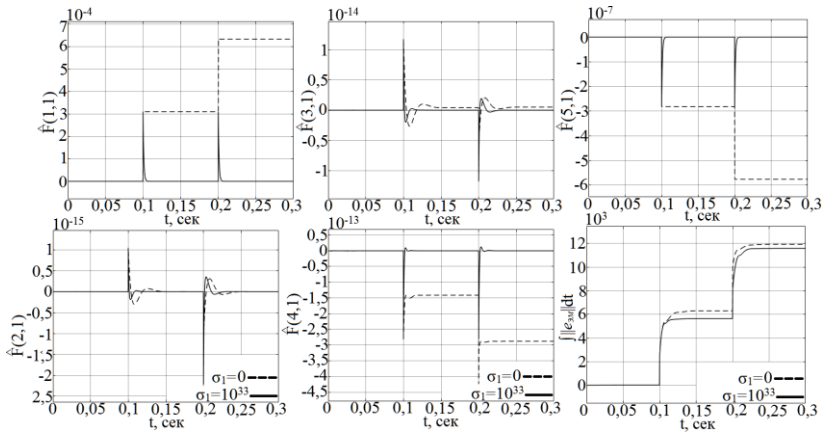


Рис. 11. Переходные процессы по коэффициентам немоделируемой динамики и интегралу нормы вектора ошибок

Из рис. 11 и графика интеграла нормы вектора ошибок слежения $e_{эм}$ можно заключить, что система управления с $\sigma_1 = 10^{33}$ обеспечивает более плавную компенсацию действия возмущения с меньшим значением интеграла нормы вектора ошибок $e_{эм}$.

По представленным переходным процессам по коэффициентам немоделируемой динамики сделан вывод, что при отсутствии σ -модификации коэффициенты немоделируемой динамики \hat{F} имеют тренд к неограниченному росту в моменты времени приложения и снятия момента нагрузки (при \dot{M}_c отличном от нуля). Такой неограниченный рост коэффициентов недопустим с точки зрения робастной устойчивости системы управления и при наличии немоделируемой динамики (неучтенных малых постоянных времени, например, T_μ) приведет к неустойчивости всей замкнутой системы управления электродвигателем [41, 45, 48].

При наличии же σ -модификации коэффициенты немоделируемой динамики сходятся к нулевым тогда, когда отсутствует действие возмущения (при \ddot{M}_c равном нулю), что соответствует выполнению требований робастной устойчивости замкнутой системы управления.

Таким образом, эксперименты, проведенные на модели ДПТ, демонстрируют способность разработанной системы 1) вести управление с учетом требуемых ограничений; 2) компенсировать влияние немоделируемой динамики на качество управления; 3) не допускать дрейфа настраиваемых коэффициентов в условиях действия возмущений.

5. Обсуждение результатов

В работе на основе использования метода решения обратной задачи динамики, а также второго метода Ляпунова был выполнен синтез адаптивной системы управления для компенсации влияния немоделируемой динамики. Полученные результаты подтвердили ее работоспособность. Однако существует ряд проблем, которые требуют дополнительного исследования.

Первой проблемой является принятое в работе допущение о том, что для прямого измерения доступны координата положения якоря θ , скорости вращения якоря ω , ускорения вращения якоря $\dot{\omega}$ и производной от ускорения $\ddot{\omega}$. На практике качественное вычисление производных от угла положения якоря θ , измеряемого с помощью энкодера, может быть затруднительным. Поэтому в дальнейших работах предполагается ослабить принятое допущение, дополнив разработанную систему алгоритмом оценки первых трех производных от угла положения якоря.

Второй проблемой, выявленной в пп. 4.2, является наличие некомпенсируемой ошибки между скоростью эталонной модели и скоростью двигателя. Эта ошибка вызвана учетом в системе ограничений на ток и напряжение якоря. Однако учет этих ограничений выполнен в законе управления, но не в законе адаптации. Из-за этого при отсутствии σ -модификации возможно возникновение дрейфа параметров компенсирующей добавки. Поэтому в дальнейших работах эта проблема будет решена путем компенсации ошибки между скоростью эталонной модели и скоростью двигателя в условиях, когда ток или напряжение якоря двигателя равны максимальному значению, с помощью настройки эталонной модели.

Общей проблемой большинства систем адаптивного управления, ограничивающих их практическую применимость, является наличие в алгоритме адаптации экспериментально подбираемой матрицы скоростей Γ . Адаптивная система управления, построенная в этой работе, также обладает недостатком, связанным с необходимостью практического подбора значений матрицы скоростей. Так, в экспериментах при увеличении момента инерции двигателя использовалась матрица скоростей (56), а при уменьшении – (57). На практике невозможно переключение между разными матрицами скоростей, так как даже направление изменения значений параметров объекта управления (увеличение или уменьшение) является неизвестным. Поэтому необходимо использование некоторой оптимальной – универсальной матрицы скоростей в алгоритме адаптации либо требуется её оперативное вычисление в процессе работы адап-

тивной системы. Поэтому целью дальнейших исследований является применение для задачи оценки и компенсации немоделируемой динамики электропривода постоянного тока в разработанной схеме квазиньютоновских методов оптимизации. Достоинствами этих методов, в противопоставлении использованной градиентной схеме, является возможность получения оценочного значения матрицы скоростей Γ на каждой итерации процесса адаптации. В частности, планируется построение контура адаптации на основе рекурсивного метода наименьших квадратов, который относится к квазиньютоновским методам и широко используется в теории идентификации и адаптивной фильтрации.

6. Заключение

В работе разработана адаптивная система управления двигателем постоянного тока, способная компенсировать влияние нестационарностей его параметров на качество управления. Эксперименты по применению такой системы продемонстрировали её способность выполнять компенсацию немоделируемой динамики и обеспечивать желаемое качество управления. Также экспериментально была подтверждена робастная устойчивость разработанной системы в условиях действия возмущений. По сравнению с классической подчиненной схемой управления, разработанная адаптивная система позволила обеспечить требуемое качество управления в условиях и увеличения, и уменьшения относительно номинальных значений момента инерции электродвигателя. В первом случае была устранена нежелательная колебательность системы, а во втором был обеспечен желаемый характер переходного процесса. При этом в обоих случаях были выдержаны ограничения на ток и напряжение якоря.

Литература

1. АБРАМОВИЧ И.И., БЕРЕЗИН В.Н., ЯУРЕ А.Г. *Грузоподъемные краны промышленных предприятий*. – М.: Машиностроение, 1989. – 360 с.
2. АЛЕКСАНДРОВ А.Г., ПАЛЕНОВ М.В. *Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов в технических системах* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №2. – С. 16–30.
3. БЕЛОВ М.П., НОВИКОВ А.Д. *Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов*. – М.: Академия, 2007. – 576 с.
4. БОБИКОВ А.И., БОЗВАНОВ А.О. *Нейросетевое управление угловым положением двигателя постоянного тока* // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2016. – №57. – С. 139–144.
5. БОБИКОВ А.И., СУРКОВ И.И. *Нейросетевое управление скоростью двигателя постоянного тока* // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2015. – №52. – С. 105–112.
6. БУРАКОВ М.В., ШИШЛАКОВ В.Ф. *Адаптивное управление двигателем постоянного тока* // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2016. – Т. 18, №4-3. – С. 542–574.
7. ВЛАСЬЕВСКИЙ С.В., КУЧУМОВ В.А., ЩЕРБАКОВ В.Г. *Сравнение энергетической эффективности тягового электропривода электровозов переменного тока на основе коллекторных и асинхронных двигателей* // Электротехника. – 2017. – №9. – С. 72–78.
8. ГИЛЕВ А.В. и др. *Повышение эффективности эксплуатации буровой техники на горных предприятиях. Монография*. – Красноярск: СФУ, 2013. – 370 с.
9. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А. *О сравнительной оценке эффективности нейросетевого и нечеткого настройщиков регулятора скорости при управлении электроприводом прокатной клетки* // Труды V Всероссийской научной кон-

- ференции «Информатика, управление и системный анализ». – Ростов-на-Дону: Мини-Тайп, 2018. – С. 430–439.
10. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А., СЕРОВ М.Ю. *Нечеткий настройщик регулятора скорости привода постоянного тока* // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019: [Электронный ресурс]. – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 987–991.
 11. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А., ЛАСТОЧКИН К.А. *Разработка адаптивной системы управления балансирующим роботом на основе второго метода Ляпунова с переменным шагом настройки* // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2020. – №5. – С. 312–320.
 12. ДЕМИДОВА Г.Л., КУЗИН А.Ю., ЛУКИЧЕВ Д.В. *Особенности применения нечетких регуляторов на примере управления скоростью вращения электродвигателя постоянного тока* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2016. – Т. 16, №5. – С. 872–878.
 13. ЕЛИСЕЕВ В.А., ШИНЯНСКИЙ А.В. (ред.). *Справочник по автоматизированному электроприводу*. – Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.
 14. ЕРЕМЕНКО Ю.И., ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А. *О разработке нейросетевого настройщика контура скорости электропривода прокатной клетки для снижения динамических нагрузок* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2017. – №9(194). – С.44–53.
 15. КАБАНОВ А.А. *Композиционный синтез нелинейных сингулярно возмущенных систем на основе метода линеаризации обратной связью* // Труды X Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO-2015). – М.: ИПУ РАН, 2015. – Т. 15. – С. 548–556.
 16. КИМ Д.П. *Теория автоматического управления. Том 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
 17. КЛЮЧЕВ В.И. *Теория электропривода*. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 704 с.

18. КОЖЕВНИКОВ А.В. *Совершенствование систем управления приводами прокатных станов для повышения энергоэффективности их работы* // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2012. – Т. 4, №1(42). – С. 11–16.
19. КОЛЕСНИКОВ А.А., МАРШАКОВ Д.В., АЙДИНЯН А.Р. *Комплексное применение синергетического подхода и нейросетевых структур к проблеме синтеза интеллектуальной системы управления электроприводом* // Вестник Донского государственного технического университета. – 2014. – Т. 14, №4(79). – С. 60–71.
20. КОЧЕТКОВ С.А., УТКИН В.А. *Вихревые алгоритмы в задаче управления двигателем постоянного тока* // Проблемы управления. – 2014. – №5. – С. 20–27.
21. НГУЕН К.Х., УТКИН В.А. *Задачи управления электродвигателем постоянного тока* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №5. – С. 102–118.
22. ПЕТРОВ В.А., ГЛУЩЕНКО А.И., ЕРЕМЕНКО Ю.И. *О разработке нейросетевого настройщика параметров ПИ-регулятора контура тока при управлении электроприводом прокатной клетки* // Труды IV Всероссийской научной конференции «Информатика, управление и системный анализ». – Т. I. – Тверь: ТГТУ, 2016. – С. 61–71.
23. ПОПОВ А.Н. *Синергетические законы управления электроприводом постоянного тока: стабилизация, позиционирование, слежение, энергосбережение* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2006. – Т. 61, №6. – С. 121–148.
24. ПОПОВ А.Н. *Синергетический синтез законов энергосберегающего управления электромеханическими системами* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2001. – Т. 23, №5. – С. 74–84.
25. ПШИХОПОВ В.Х., МЕДВЕДЕВ М.Ю., ШЕВЧЕНКО В.А. *Адаптивное управление с эталонной моделью приводом постоянного тока* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2015. – №2. – С. 6–13.

26. РАПОПОРТ Э.Я. *Системы подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока: конспект лекций.* – Куйбышев: КПТИ, 1985. – 56 с.
27. САФОНОВ Ю.М. *Электроприводы промышленных роботов.* – Москва, 1990. – 176 с.
28. ТЕРЕХОВ В.М., КЛЮЧЕВ В.И. *Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов.* – М.: Энергия, 1980. – 360 с.
29. ЧИЛИКИН М.Г. САНДЛЕР А.С. *Общий курс электропривода.* – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
30. ЮРЕВИЧ Е.И. *Основы робототехники.* – СПб.: БХВ-Петербург, 2018. – 368 с.
31. AMJAD J.H., HAMEED A.H., HAMEED M.R. *Robust adaptive speed control for DC motor using novel weighted E-modified MRAC* // Proc. of 2017 IEEE Int. Conf. on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI). – IEEE, 2017. – P. 313–319.
32. BAN Z., CRNOSIJA P. *Application of the MRAC with simplified discrete parameter adaptation algorithm for control of the DC electromotor drive* // IEEE Int. Conf. on Industrial Technology, 2003. – IEEE, 2003. – Vol. 1. – P. 506-511.
33. BRUNOVSKY P.A. *Classification of linear controllable systems* // Kybernetika. – 1970. – Vol. 6, No. 3. – P. 173–188.
34. CHAOUCH S., NAIT-SAID M.S. *Backstepping control design for position and speed tracking of DC motors* // Asian Journal of Information Technology. – 2006. – Vol.5, No. 12. – P. 1367–1372.
35. DAWSON D.M., CARROLL J.J., SCHNEIDER M. *Integrator backstepping control of a brush DC motor turning a robotic load* // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – 1994. – Vol. 2, No. 3. – P. 233–244.
36. EREMENKO Y., GLUSHCHENKO A., PETROV V. *Development of the method for joint operation of neural-network tuners for current and speed circuits* // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol. 6, No. 9. – P. 17–21.

37. FLORIAN-VILLA A.E., PATIÑO-MURILLO J.A. *Control design using state observation and model reference adaptive systems for a dc motor* // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1418, No. 1. – P. 1–7.
38. GLUSHCHENKO A.I., PETROV V.A., LASTOCHKIN K.A. *Development of Two-Wheeled Balancing Robot Optimal Control System based on Its Feedback Linearization* // Proc. of Int. Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon-2019). – IEEE, 2019. – P. 1–6.
39. HANS B., HONDERD G., VAN AMERONGEN J. *Model reference adaptive control of a direct-drive DC motor* // IEEE Control Systems Magazine. – 1989. – Vol. 9, No. 1. – P. 80–84.
40. HUGHES A., DRURY B. *Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications*. – Newnes, 2013. – 440 p.
41. IOANNOU P. A., SUN J. *Robust adaptive control*. – Courier Corporation, 2012. – 821 p.
42. IOANNOU P., FIDAN B. *Adaptive control tutorial*. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. – 387 p.
43. KARANDAEV A.S. *Improvement of automatic electric drives for rolling machinery* // Russian Internet Journal of Industrial Engineering. – 2016. – No. 1. – P. 3–15.
44. KHALIL H.K., GRIZZLE J.W. *Nonlinear systems*. – Upper Saddle River, NJ: Prentice hall, 1996. – 794 p.
45. LAVRETSKY E., WISE K.A. *Robust and adaptive control*. – Springer, London, 2013. – 449 p.
46. MALLICK S., MONDAL U. *Performance Study of different Model Reference Adaptive Control Techniques applied to a DC Motor for Speed Control* // 3rd Int. Conf. on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI-2019). – IEEE, 2019. – P. 770–774.
47. ORTEGA R., TANG Y. *Robustness of adaptive controllers – A survey* // Automatica. – 1989. – Vol. 25, No. 5. – P. 651–677.
48. PETERSON B., NARENDRA K. *Bounded error adaptive control* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1982. – Vol. 27, No. 6. – P. 1161–1168.

49. PREITL S., PRECUP R.E. *An extension of tuning relations after symmetrical optimum method for PI and PID controllers* // Automatica. – 1999. – Vol. 35, No. 10. – P. 1731–1736.
50. SASTRY S.S., ISIDORI A. *Adaptive control of linearizable systems* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34, No. 11. – P. 1123–1131.
51. UMESH K.B., RAKESH N. *Speed Control of DC Motor Using Fuzzy PID Controller* // Advance in Electronic and Electric Engineering. – 2013. – Vol. 3, No. 9. – P. 1209–1220.
52. UMLAND J.W., SAFIUDDIN M. *Magnitude and symmetric optimum criterion for the design of linear control systems: what is it and how does it compare with the others?* // IEEE Trans. on Industry Applications. – 1990. – Vol. 26, No. 3. – P. 489–497.

CONTROL QUALITY IMPROVEMENT OF DC MOTOR ON BASIS OF ITS LINEARIZATION AND COMPENSATION OF UNMODELED DYNAMICS

Anton Glushchenko, Sary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Sary Oskol, Cand.Sc., assistant professor (a.glushchenko@sf-misis.ru).

Vladislav Petrov, Sary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Sary Oskol, Cand.Sc., senior lecture (petrov.va@misis.ru).

Konstantin Lastochkin, Sary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Sary Oskol, Cand.Sc., student (lastconst@yandex.ru).

Abstract: The aim of this research is to develop an approach to DC motor control as an alternative to the conventional cascade control. Disadvantages of the mentioned classical method are shown, including inability to compensate effectively the influence of unknown dynamics and disturbances (load torque). The solution to these problems lies in the joint use of: 1) the feedback linearization method to separate the unknown dynamics from the control object description and 2) the second Lyapunov method to compensate it. A DC motor linearization based on the solution of the inverse dynamics problem is proposed in this research. It allows to consider limitations on physical signals of current and voltage of anchor circuit. A linear adapter with real-time adjusted parameters on the basis of formulas ob-

tained with the help of the Lyapunov second method is proposed to compensate the unmodeled drive dynamics. The formulas distinctive feature is that when they are used, it is necessary to know the control object gain sign only. The stability of the system with an adapter is proved using Uniform Ultimate Boundedness. Experimental verification of the proposed approach is conducted using the DC drive model with non-stationary parameters. As an example, it is shown that the adaptive system is able to compensate the plant non-stationarity, when the armature circuit parameters are changed by 1.5 times from their nominal values, the inertia moment is changed by two times from its nominal value, and the load torque is equaled to half of the value of the torque, which corresponds to the motor cutoff current. A discussion of the results and further research aims are shown at the end of the paper.

Keywords: DC motor, feedback linearization, Lyapunov second method, non-stationarity, compensation for unmodeled dynamics, control quality, limited control action signal.

УДК 681.5.013

ББК 32.965.09

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.3

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

Поступила в редакцию 29.03.2020.

Опубликована 31.07.2020.

АДДИТИВНАЯ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ МОДЕЛИ ВЫЯВЛЕНИЯ ТРЕНДА И СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ: ПРИЛОЖЕНИЕ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ К ДИНАМИКЕ ЦЕН НА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННУЮ ПРОДУКЦИЮ¹

Зоркальцев В. И.²

(ФГБУН Лимнологический институт СО РАН, Иркутск)

Полковская М. Н.³

*(ФГБОУ ВО Иркутский государственный аграрный
университет имени А.А. Ежевского, Иркутск)*

Рассматривается задача выделения составляющих временных рядов – тренда, периодических и случайных колебаний. Обсуждается проблема противоречивости двух требований к методам выделения составляющих – аддитивности и мультипликативности. Это приводит к необходимости развития и использования альтернативных классов методов декомпозиции временных рядов, у которых выделяемые составляющие взаимодействуют либо аддитивно, либо мультипликативно. Для задачи выделения тренда, сезонных и случайных колебаний помесечных экономических данных приводится описание аддитивной и мультипликативной моделей. В качестве приложения мультипликативной модели рассматривается задача анализа динамики цен на сельскохозяйственную продукцию. Обосновывается необходимость выделения из рядов помесечных цен тренда и сезонных составляющих в целях обеспечения более эффективного планирования сельскохозяйственного производства, уменьшения рисков, выбора оптимальных сроков хранения и реализации продукции с учетом действия случайных факторов при производстве и реализации продукции. Аргументируется целесообразность применения для анализа и прогнозирования цен мультипликативного варианта модели декомпозиции составляющих. Представлены результаты использования модели при анализе динамики цен на отдельные виды сельскохозяйственной продукции в Иркутской области.

Ключевые слова: тренд, сезонные колебания, составляющие временно-го ряда, динамика цен сельскохозяйственной продукции.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ № 19-07-00322 и в рамках проекта РАН № 0279-2019-0003.

² Валерий Иванович Зоркальцев, д.т.н., профессор (zork@isem.irk.ru).

³ Марина Николаевна Полковская, к.т.н., доцент (polk_mn@mail.ru).

1. Введение

Во многих областях прикладных исследований возникает необходимость выделения и прогнозирования составляющих временного ряда наблюдений какого-либо показателя [4, 10, 13, 15, 18]. Часто это представляется в виде задачи выделения из исходного временного ряда общей тенденции изменения показателя (тренда), периодических колебаний (сезонных, с годовой периодичностью, недельных, суточных) и случайных отклонений [1, 2, 8, 12, 14, 16, 20, 22]. Математическим моделям и методам выделения составляющих временных рядов посвящено большое количество работ. Многие предлагаемые модели декомпозиции временных рядов можно разделить на два класса по форме представления в них взаимодействия выделяемых составляющих.

Часто в используемых моделях используется аддитивная форма описания взаимодействия выделяемых составляющих. В этом случае все выделяемые составляющие имеют ту же размерность, что и исходный ряд. Например, если исходный ряд содержал ежемесячные объемы производства, выраженные в тоннах продукции, то при аддитивном взаимодействии составляющих данного ряда тренд, сезонные и случайные колебания будут также иметь размерность «тонны».

Иногда более уместно применение моделей с мультипликативным взаимодействием составляющих. Например, динамический ряд среднемесячных цен на какой-либо товар может быть представлен как произведение тренда, сезонных и случайных отклонений от тренда. В этом случае размерность исходного ряда (например, цена в рублях единицы товара) будет иметь только тренд. Сезонные и случайные отклонения будут безразмерными величинами, характеризующими относительные отклонения от тренда в силу действия сезонных и случайных факторов.

Уже из приведенных представлений о размерностях можно сделать вывод, что модели аддитивного и мультипликативного взаимодействия составляющих являются взаимоисключающими. В следующем разделе данной статьи этот факт получит объяснение в виде математически доказываемого утверждения

о противоречивости требований аддитивности и мультипликативности к методам выделения составляющих временных рядов.

Между мультипликативными и аддитивными моделями взаимодействия составляющих временных рядов существует логическая связь через операции логарифмирования и экспоненцирования. Операция логарифмирования приводит мультипликативную модель в аддитивную форму относительно логарифмов исходного ряда и логарифмов его составляющих. Аддитивная форма связи в результате экспоненцирования переходит в мультипликативную относительно экспонент исходного ряда и его составляющих. В данной статье приводятся две модели, предназначенные для выделения тренда, сезонных колебаний и случайных отклонений из обозначенных выше двух классов с аддитивной и мультипликативной формой взаимодействия составляющих, которые связаны между собой указанными операциями логарифмирования и экспоненцирования.

Особое внимание здесь будет уделено мультипликативной модели. В качестве примера приложения данной модели приведена задача выделения тренда и сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию, рассматриваемая в качестве научно-прикладной составляющей исследований. Анализ и прогнозирование трендов, сезонных колебаний, интенсивности случайных отклонений цен на различные виды сельскохозяйственной продукции могут быть полезны в качестве осведомляющей информации для планирования структуры сельскохозяйственного производства и выбора времени реализации продукции.

2. Противоречивость требований аддитивности и мультипликативности

Задан временной ряд x_t наблюдений какого-то параметра в моменты или периоды времени $t = 1, \dots, n$. Значения временного ряда в отдельные периоды времени являются компонентами вектора $x \in R^n$, где R^n – множество n -мерных векторов. Метод выделения какой-либо составляющей из исходного ряда предлагается рассматривать как некоторую вектор-функцию, отображающую вектор x в вектор $\phi(x)$ из R^n . Эту вектор-

функцию будем также называть оператором. Отдельную компоненту этого оператора будем обозначать $\varphi_t(x)$, $t = 1, \dots, n$. Естественно предполагать, что малые изменения исходных данных (например, из-за погрешности сбора и обработки исходной информации) будут давать малые изменения результатов расчета. Это означает, что должно выполняться следующее требование.

Непрерывность. Оператор ϕ должен быть непрерывным.

Нередко имеет место ситуация, когда сумма какой-то составляющей нескольких временных рядов должна дать такую же составляющую суммарного ряда. Например, тренды объемов производства какой-либо сельскохозяйственной продукции нескольких областей, краев и республик, входящих в один федеральный округ, должны при суммировании давать тренд изменения объемов производства этой продукции в данном федеральном округе. Такого типа пожелание выражает следующее требование.

Аддитивность.

$$\varphi(x^1 + x^2) = \varphi(x^1) + \varphi(x^2).$$

Из требований непрерывности и аддитивности вытекает один важный известный факт, существенно сужающий множество допустимых методов выделения составляющих временного ряда. Справедливо утверждение [9].

Теорема 1. Если оператор ϕ удовлетворяет требованиям непрерывности и аддитивности, то он линейный: при любом $x \in R^n$

$$(1) \quad \phi(x) = Ax,$$

где A – некоторая матрица размера $n \times n$.

Обозначим \otimes операцию покомпонентного перемножения векторов. Для векторов x и y из R^n вектор $z = x \otimes y$ находится в R^n и имеет компоненты $z_j = x_j y_j$, $j = 1, \dots, n$. Для многих областей приложения целесообразно выполнение следующего требования к методу выделения составляющих.

Мультипликативность: для временных рядов x^1 и x^2 из R^n

$$\phi(x^1 \otimes x^2) = \phi(x^1) \otimes \phi(x^2).$$

Пусть данные ряда x^1 содержат объемы использования какого-либо ресурса в производстве, например, количество трудовых ресурсов, либо объемы используемых основных или оборотных фондов, либо количество вовлеченных конкретных видов мощностей – тракторов, машин, комбайнов; ряд x^2 включает данные об эффективности использования этого ресурса (количество выпускаемой продукции на единицу ресурса – производительность труда, фондоотдача, количество продукции на единицу используемых мощностей). Тогда покомпонентное произведение x^1 и x^2 является динамикой объемов производства этого вида продукции. Вполне естественно ожидать, что тренд динамического ряда производства продукции представляется в виде покомпонентного произведения тренда динамики объемов анализируемого ресурса и покомпонентного произведения тренда динамика эффективности его использования.

Сформулированные три требования к методу выделения составляющих временного ряда находятся в противоречии. Им всем может удовлетворять только такой оператор ϕ , который не представляет интереса для экономических рядов.

Теорема 2. *Если ϕ – непрерывный оператор, удовлетворяющий требованиям аддитивности и мультипликативности, то любая из компонент выделенной составляющей $\phi_i(x)$, $t = 1, \dots, n$, либо тождественно равна нулю, либо всегда совпадает с одной из компонент вектора исходного ряда $x \in R^n$.*

Доказательство. Несложно установить, что если для какого-то $t \in \{1, \dots, n\}$ компонента $\phi_t(x)$ тождественно равна нулю, то для этой компоненты выполняются требования аддитивности и мультипликативности. Также непосредственной проверкой можно убедиться, что если компонента $\phi_t(x)$ тождественно равна компоненте x_τ при некотором $\tau \in \{1, \dots, n\}$, то данная составляющая вектор-функции ϕ будет также непрерывной, аддитивной и мультипликативной.

Осталось доказать справедливость обратного утверждения: если оператор удовлетворяет трем рассматриваемым требованиям, то его компонента $\phi_t(x)$ при любом $t \in \{1, \dots, n\}$ либо тождественный ноль, либо тождественно равна значению компо-

ненты x_τ при некотором фиксированном для данной компоненты номере $\tau \in \{1, \dots, n\}$.

Согласно теореме 1 из непрерывности и аддитивности следует, что существует квадратная матрица A , при которой выполняется (1). Пусть e^τ – орт в пространстве R^n , т.е. вектор, у которого все компоненты нулевые, кроме компоненты с номером τ . Причем $e^\tau = 1$ при любом $\tau \in \{1, \dots, n\}$. Следовательно

$$\phi_t(e^\tau) = a_{t\tau},$$

где $a_{t\tau}$ – элемент на пересечении строки t и столбца τ матрицы A . Используя равенство

$$e^\tau \otimes e^\tau = e^\tau,$$

из требования мультипликативности получаем

$$a_{t\tau} = \phi_t(e^\tau) = \phi_t(e^\tau \otimes e^\tau) = \phi_t(e^\tau) \cdot \phi_t(e^\tau) = a_{t\tau} \cdot a_{t\tau}.$$

Поэтому для любых $t \in \{1, \dots, n\}$, $\tau \in \{1, \dots, n\}$ либо $a_{t\tau} = 0$, либо $a_{t\tau} = 1$.

Так как при $t \neq \tau$ вектор $e^t \otimes e^\tau$ состоит из нулей, то для любого $j \in \{1, \dots, n\}$, $0 = \phi_j(e^t \otimes e^\tau) = a_{jt} a_{j\tau}$.

Следовательно, в каждой строке матрицы A может быть не больше одного отличного от нуля элемента. Теорема доказана.

Замечание. Исходным импульсом для доказанной теоремы послужила статья Ловелла [19]. Аналогичный теореме 2 результат применительно к задаче выделения тренда был приведен Ловеллом [19] не точно и, соответственно, содержал ошибку в доказательстве. В его теореме 2 [19, с. 944] утверждается, что если процедура выделения из временного ряда тренда непрерывна, аддитивна и сохраняет продуктивность (так им было названо введенное выше требование мультипликативности), то для $t \in \{1, \dots, n\}$ при любом $x \in R^n$ справедливо только одно из двух: либо $\phi_t(x) = 0$, либо $\phi_t(x) = x_t$. В доказанной нами теореме во втором случае $\phi_t(x) = x_\tau$ при некотором необязательном равном t номере τ из набора $\{1, \dots, n\}$.

3. Аддитивная модель выделения тренда и сезонных колебаний

Теорема 2 полезна для понимания необходимости выбора из двух взаимоисключающих типов моделей выделения составляющих временных рядов. Это модели, использующие аддитивную связь составляющих с моделью и мультипликативную связь этих составляющих. В данном разделе рассмотрим модель первого типа. Аддитивная модель использовалась в работах [5, 6, 7] для целей анализа динамики производства и потребления топлива. Модель предназначена для анализа и прогнозирования помесечных или поквартальных данных.

Исходный временной ряд x_t представляется как сумма трех составляющих:

$$(2) \quad x_t = y_t + s_t + \varepsilon_t ,$$

где y_t – компонента, описывающая тренд; s_t – компонента, описывающая регулярные, с периодом равным году, сезонные колебания; ε_t – остаточный член, который иногда интерпретируется как случайная составляющая. Тренд выражается в виде полинома некоторой степени m :

$$(3) \quad y_t = \sum_{i=0}^m \lambda_i t^i .$$

Здесь λ_i – искомые коэффициенты.

Сезонные колебания задаются в виде взвешенной по степеням времени суммы строго периодических функций

$$(4) \quad s_t = \sum_{i=0}^r S_i(t) \cdot t^i .$$

Здесь $S_i(t)$ – строго периодические функции с периодом, равным году:

$$(5) \quad S_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} \alpha_{ij} \cos \frac{2\pi j t}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} \beta_{ij} \sin \frac{2\pi j t}{K} ,$$

где K – количество наблюдений ряда x_t в году ($K = 4$ при квартальной статистике, $K = 12$ – при месячной). Коэффициенты α_{ij} , β_{ij} – искомые величины. Составляющие $S_i(t) t^i$ при $i \geq 1$ представляют возможные изменения формы и амплитуды сезонных

колебаний во времени. Если $r = 0$, то рассматриваются низменные по годам сезонные отклонения.

Для определения коэффициентов λ_i , α_{ij} , β_{ij} и значений ε_t используется метод наименьших квадратов. При условиях (2)–(5) решается задача

$$(6) \quad \sum_{t=1}^n h_t (\varepsilon_t^2) \rightarrow \min.$$

Здесь h_t – некоторые заданные положительные веса информативности наблюдений.

В изложенной модели все три составляющие (тренд, сезонные колебания и остаточный член) имеют ту же размерность, что и исходный ряд x_t . Веса информативности h_t являются заданными положительными числами. Они, в частном случае, могут быть одинаковыми. Возможно применение, например, экспоненциальных весов информативности, что резонно при использовании рассмотренной модели для целей краткосрочного прогнозирования. Отметим, что близкой к изложенной является модель выделения тренда и сезонных колебаний Геншоу [17].

4. Мультипликативная модель

Во многих случаях для экономических рядов более уместна модель, в которой составляющие временного ряда взаимодействуют в мультипликативной форме. В этом случае вместо (2) используется следующее выражение:

$$(7) \quad x_t = y_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n,$$

где y_t – тренд, имеющий ту же размерность, что и исходный ряд x_t ; s_t – сезонные отклонения от тренда; ε_t – случайные отклонения. Оба вида отклонений рассматриваются здесь как безразмерные величины.

Считаем, что в выражении (7) исходный ряд x_t состоит из положительных чисел. Такое условие обычно выполняется для экономических данных, в частности, для рядов цен на отдельные виды товаров. Положительными числами являются также тренд, сезонные и случайные отклонения. Тренд можно задать как экспоненту от полинома времени:

$$y_t = \exp\left(\sum_{i=0}^n \lambda_i t^i\right),$$

а сезонные отклонения – в виде экспоненты от взвешенной суммы периодических функций:

$$s_t = \exp\left(\sum_{i=0}^r S_i(t) \cdot t^i\right).$$

Здесь, как и в модели предыдущего раздела, периодические функции имеют вид

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} \alpha_{ij} \cos \frac{2\pi j t}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} \beta_{ij} \sin \frac{2\pi j t}{K}.$$

Коэффициенты λ_i в выражении тренда и коэффициенты α_{ij} , β_{ij} в выражениях сезонных колебаний определяются в результате решения задачи минимизации функции от логарифма случайных отклонений:

$$\sum_{t=1}^n h_t (\ln \varepsilon_t^2) \rightarrow \min,$$

где h_t – заданные положительные весовые коэффициенты.

Отметим, что в результате использования операции логарифмирования приведенная мультипликативная модель переходит в аддитивную модель, изложенную в предыдущем разделе:

$$\tilde{x}_t = \tilde{y}_t + \tilde{s}_t + \tilde{\varepsilon}_t, \quad t = 1, \dots, n,$$

где $\tilde{x}_t = \ln x_t$, $\tilde{y}_t = \ln y_t$, $\tilde{s}_t = \ln s_t$, $\tilde{\varepsilon}_t = \ln \varepsilon_t$, $t = 1, \dots, n$.

Таким образом, для реализации мультипликативной модели можно воспользоваться имеющейся реализацией аддитивной модели. Вычислив значения \tilde{y}_t , \tilde{s}_t , $\tilde{\varepsilon}_t$ путем экспоненцирования, можно перейти к требуемым значениям:

$$y_t = \exp(\tilde{y}_t), \quad s_t = \exp(\tilde{s}_t), \quad \varepsilon_t = \exp(\tilde{\varepsilon}_t), \quad t = 1, \dots, n.$$

Ниже приводятся примеры использования описанной мультипликативной модели с одинаковыми весами информативности для выявления и анализа тренда и сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию.

Следует подчеркнуть, что представленные здесь две альтернативные модели могут служить как целям выделения составляющих (тренда, сезонных отклонений, случайных колеба-

ний) динамики исследуемого ряда за прошлые периоды, так и целям прогнозирования отдельных составляющих (тренда, сезонных колебаний). В первом случае анализ базируется на выявленных составляющих за прошедшие периоды времени $t \in \{1, \dots, n\}$. Во втором случае рассматриваются рассчитываемые на базе модели значения тренда и сезонных колебаний в последующие периоды времени $t > n$.

Выбор из представленных двух моделей выделения и прогнозирования составляющих временных рядов зависит от области, предмета исследований. Для анализа динамики производства, транспорта, запасов, потребления отдельных продуктов в различных районах вполне уместна аддитивная модель. При ее использовании можно формировать для каждого периода и каждой составляющей (тренд, сезонные отклонения, случайные отклонения) балансовые таблицы по некоторым видам продукции в рассматриваемых районах и производить агрегирование для регионов, охватывающих несколько районов.

При анализе динамики изменения цен более уместным представляется использование мультипликативной модели выделения и прогнозирования составляющих временных рядов. В анализе изменения цен обычно используются относительные, безразмерные величины. Например, могут сопоставляться темпы роста цен на разные виды товаров. Интерес представляет вычисление среднего геометрического темпа роста цен на данную группу товаров за некоторый длительный период. В сезонных отклонениях большую устойчивость имеют показатели, измеряемые в относительных, а не в балансовых величинах цен. Также при выявлении и анализе случайных отклонений следует рассматривать их величины, соизмеренные с изменениями масштаба уровня цен, в том числе с учетом происходящей инфляции.

5. Оценка динамики цен на сельскохозяйственную продукцию

В данном разделе приведены результаты использования мультипликативной модели выделения составляющих на вре-

менных рядах среднемесячных цен за период 2003–2018 гг. для отдельных видов сельскохозяйственных товаров.

Рассмотрены цены на следующие четыре вида товаров: картофель, куры охлаждённые и мороженые, огурцы, яйца куриные. В качестве исходных данных взята статистическая информация, предоставляемая Территориальным органом государственной статистики по Иркутской области [11].

Представленные экспериментальные расчёты осуществлены в рамках активно проанализированной авторами идеи о необходимости министерству сельского хозяйства Иркутской области (как и аналогичными организациями других регионов Российской Федерации) осуществлять и периодически публиковать результаты исследований динамики цен на отдельные виды сельскохозяйственной продукции. Также исследования будут давать важную осведомляющую информацию для сельскохозяйственных товаропроизводителей в регионе, для поставщиков продукции из других регионов. Эти исследования могут способствовать повышению доходности сельскохозяйственного производства, уменьшению рисков, ценовой стабилизации на региональных рынках сельскохозяйственных товаров.

Оценка сезонных колебаний цен на разные виды товаров может быть полезна для оптимального распределения по периодам года объемов реализации продукции, определения требований к хранилищам сезонных запасов [21].

Ограничимся рассмотрением результатов по выделению тренда и сезонных отклонений по мультипликативной модели при неизменных во времени весах информативности, то есть при $h_t = 1, t = 1, \dots, n$.

Тренды изменения цен. В использованной модели рассматривается тренд в виде экспоненты от полинома первой степени во времени:

$$y_t = \exp(\lambda_0 + \lambda_1 t).$$

Этому тренду соответствует индекс среднемесячного темпа прироста цены равный экспоненте от коэффициента λ_1 :

$$p = \frac{\exp(\lambda_0 + \lambda_1(t+1))}{\exp(\lambda_0 + \lambda_1 t)}.$$

Среднегодовой темп роста соответствует среднемесячному, возведенному в двенадцатую степень:

$$\bar{p} = (p)^{12}.$$

В таблице 1 представлены результаты расчетов среднемесячных и среднегодовых темпов роста цен на рассматриваемые товары.

Таблица 1. Среднемесячные и среднегодовые темпы роста цен на сельскохозяйственную продукцию по данным за 2003–2018 гг.

Продукция	Темп роста	
	среднемесячный	среднегодовой
Картофель	1,0013	1,0157
Куры охлажденные и мороженные	1,0012	1,0145
Огурцы	1,0011	1,0133
Яйца куриные	1,0023	1,0280

Согласно данным таблицы, среднемесячный темп прироста цен на картофель составлял в среднем 0,13% в год, на кур – 0,12%, на огурцы – 0,11%, на яйца – 0,23%. При этом ежегодно цена на эти продукты в среднем увеличивался на 1,6; 1,5; 1,3 и 2,8% соответственно.

Сезонные колебания. Ограничимся рассмотрением только средних сезонных отклонений, т.е. полагаем значение параметра r равным нулю.

В тех случаях, когда есть основание считать, что у рассматриваемого показателя происходят изменения формы и амплитуды сезонных колебаний, есть смысл использовать значения $r > 0$.

Расчеты показали, что цены на картофель имеют большой разброс индекса сезонности – около 50% уровня тренда (рис. 1). Рост цены на картофель наблюдается в июне и июле, в этот период на рынке продают картофель преимущественно из Китая и Казахстана. Снижение цены происходит в период сбора урожая, в конце лета – осенью, затем стоимость постепенно повышается. Следует отметить, что оценка уровня сезонного повышения цен на картофель (и другую продукцию растениеводства) позволяет сельскохозяйственному товаропроизводителю оце-

нить целесообразность и объемы хранения произведенной продукции [3].

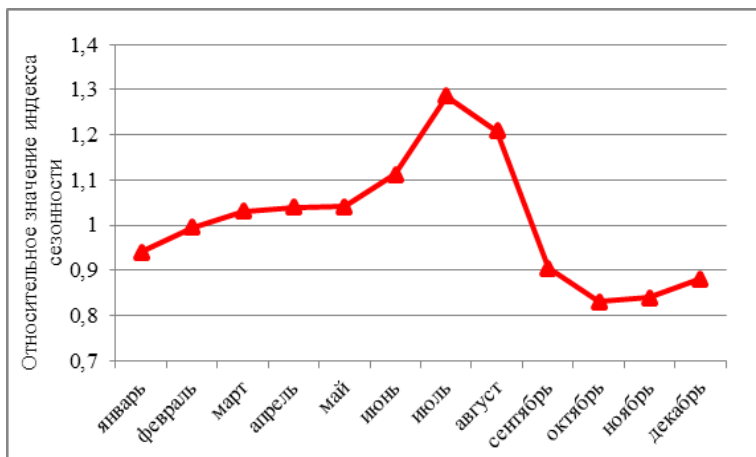


Рис. 1. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на картофель за 2003–2018 гг.

Цены на курицу снижаются с января по май, а возрастают с июня по декабрь (рис. 2). Такое поведение связано с доступностью куриного мяса, которым покупатели могут заменить свинину и говядину, имеющую более высокую цену, до наступления периода массового забоя скота (ноябрь, декабрь), когда цены на эту продукцию снижаются. В целом цена на курицу является стабильной. Максимальное сезонное отклонение этой цены от тренда не превышает 2%.

Среди цен на различные виды сельскохозяйственной продукции выделяются цены на огурцы, сезонные отклонения которых изменяются в границах 0,57–1,88 (рис. 3). В феврале цена на этот продукт повышается почти в 2 раза относительно средней цены за год. С марта по август цена снижается, что связано, в большей степени, с началом продаж огурцов, выращенных в соседних регионах и в Иркутской области (в защищенном, а затем и в открытом грунте). Начиная с сентября происходит сезонное повышение цены.

Снижение цены на яйца согласно индексам сезонности, приведенным на рис. 4, происходит с мая по июль, что можно связать с увеличением в теплый период яйценоскости кур, затем цена повышается.

При этом самые высокие цены на данный продукт имеют место с декабря по апрель, что можно объяснить повышенным спросом в праздничные дни (календарные и православные) и снижением яйценоскости кур.

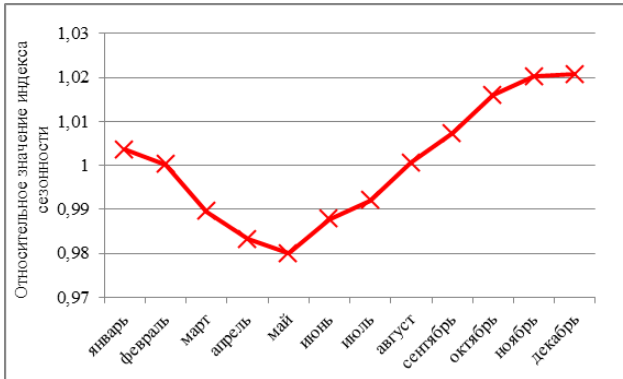


Рис. 2. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на кур охлажденных и морожененных за 2003–2018 гг.

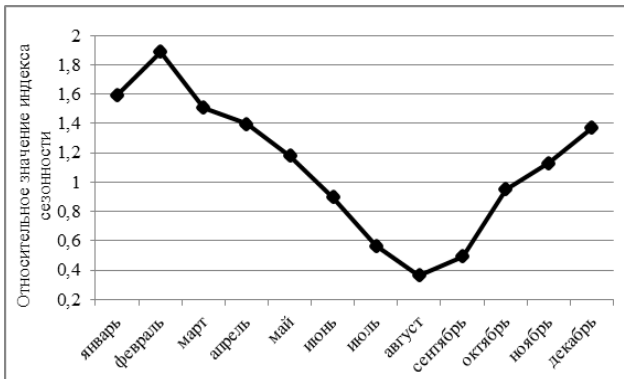


Рис. 3. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на огурцы за 2003–2018 гг.

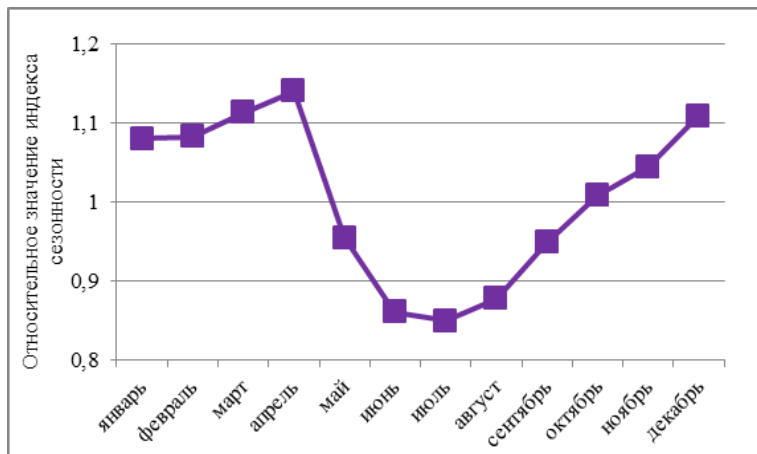


Рис. 4. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на яйцо куриное за 2003–2018 гг.

6. Заключение

Во многих прикладных задачах возникает необходимость декомпозиции располагаемого временного ряда на составляющие. В частности, при анализе ежемесячных или ежеквартальных экономических данных важно уметь выделять тренд и сезонную составляющую. Существует много методов выделения составляющих временных рядов. Для выбора метода важно рассмотреть предъявляемые к нему требования. В данной статье рассмотрены три важные для экономического анализа требования – непрерывность, аддитивность и мультипликативность.

Установлена противоречивость требований аддитивности и мультипликативности к методам выделения составляющих временных рядов. Это ведет к необходимости развития и использования двух альтернативных классов методов, либо удовлетворяющих требованию аддитивности, либо удовлетворяющих требованию мультипликативности.

Приведены конкретные примеры аддитивной и мультипликативной моделей выделения тренда и сезонной составляющей временных рядов. Мультипликативная модель проиллюстриро-

вана на примере выделения составляющих месячной динамики цен на сельскохозяйственную продукцию. Рассмотренная задача выявления тенденций, сезонных колебаний, интенсивности случайных отклонений цен на сельскохозяйственную продукцию может стать одной из составляющих в организации регулярных исследований конъюнктуры цен сельскохозяйственной продукции в России.

Литература

1. АНДЕРСОН Т. *Статистический анализ временных рядов*. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
2. БОКС ДЖ., ДЖЕНКИНС Г. *Анализ временных рядов: прогноз и управление*. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
3. БУЗИНА Т.С., ПОЛКОВСКАЯ М.Н. *Моделирование производства аграрной продукции с учетом сезонности цен // Экономика. Информатика*. – 2020. – №47(1). – С. 117–125.
4. ЗАКШЕВСКАЯ Е.В., ХВОСТОВА Е.С. *Овощной рынок: проблемы функционирования и их решение // Вестник Воронежского государственного аграрного университета*. – 2009. – №1(20). – С. 72–82.
5. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения*. – Новосибирск: Наука, 1995. – 220 с.
6. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения*. – М.: Наука, 1988. – 144 с.
7. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Многолетние вариации температур и их влияние на экономику и энергетику*. – Новосибирск: Гео, 2017. – 179 с.
8. КЕНДЭЛ М. *Временные ряды*. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 191 с.
9. ЛЮСТЕРНИК Л.А., СОБОЛЕВ В.Н. *Элементы функционального анализа*. – М.: Наука, 1965. – 513 с.
10. МАКСИМОВ А.А. *Сравнение моделей формирования стоимости куриных яиц на рынках субъектов ПФО // В сб.: Стратегия устойчивого развития регионов: новый взгляд*

- сборник научных трудов по материалам I Международной научно-практической конференции. – 2016. – С. 174–184.
11. *Средние потребительские цены на товары и платные услуги по Иркутской области.* – URL: <https://irkutskstat.gks.ru/folder/47122>.
 12. СУСЛОВ В.И., ИБРАГИМОВ Н.М., ТАЛЫШЕВА Л.П., ЦЫПЛАКОВ А.А. Эконометрия. – Новосибирск: СО РАН, 2005. – 744 с.
 13. ФЕТЮХИНА О.Н. *Структурно-функциональный анализ микромаркетинга производственных подсистем АПК // Экономический анализ: теория и практика.* – 2007. – №4(85). – С. 35–38.
 14. ХЕННАН Э. *Многомерные временные ряды.* – М.: Мир, 1974. – 576 с.
 15. ЧЕТЫРКИН Е.М. *Статистические методы прогнозирования.* – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
 16. FLOYD J. E. *Statistics for economists: a beginning.* – Toronto: University of Toronto, 2010. – 292 p.
 17. HENSHAW R.C. *Application of the general linear model to seasonal adjustment of economic time series // Econometrica.* – 1966. – Vol. 34. – P. 381–395.
 18. KINSEY J. *The big shift from a food supply to a food demand chain // Minnesota Agricultural Economist.* – 1999. – No. 698. – P. 1–7.
 19. LOVELL M.C. *Seasonal adjustment of economic time series and multiple regression analysis // J. of Amer. Statist. Assoc.* – 1963. – Vol. 58. – P. 993–1010.
 20. MA Z., XU R., DONG X. *World oil prices and agricultural commodity prices: The evidence from China // Agric. Econ. Czech.* – 2015. – No. 61. – P. 564–576.
 21. POLKOVSKAYA M.N. *Situation management of agricultural production based on the prediction of prices for agricultural products // Proc. of the VIth Int. Workshop “Critical Infrastructures: Contingency Management, Intelligent, Agent-Based, Cloud Computing and Cyber Security”.* – 2019. – P. 83–89.
 22. WANG Y.C. *The optimal capital structure in agricultural cooperatives under the revolving fund cycles // Agric. Econ. Czech.* – 2016. – No. 62. – P. 45–50.

MULTIPLICATIVE MODEL OF TREND DETECTION AND SEASONAL FLUCTUATIONS: APPLICATION TO THE DYNAMICS OF PRICES FOR AGRICULTURAL PRODUCTS

Valeriy Zorkaltsev, Limnological Institute of SB RAS, Irkutsk, Doctor of Science, professor (zork@isem.irk.ru).

Marina Polkovskaya, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Cand. Sc., associate professor (polk_mn@mail.ru).

Abstract: The problem of a trend detection, and periodic and random fluctuations analysis for time series is considered. The problem of the inconsistency of additivity and multiplicativity as two requirements to the methods of selecting components is discussed. This needs developing of alternative methods of time series decomposition with the distinguished components interacting either additively or multiplicatively. A description of additive and multiplicative models for trend detection, seasonal and random fluctuations analysis in the monthly economic data is given. The prices dynamics analysis for agricultural products is considered as an application of the multiplicative model. It justifies the necessity of isolating the trend and seasonal components from the series of monthly prices in order to ensure more efficient planning of agricultural production, reduce risks, and choose optimal storage and sale periods for products, taking into account the action of random factors in the production and sale of products. The expediency of applying the multiplicative version of the component decomposition model for analyzing and forecasting prices is argued. The results of using the model when analyzing the dynamics of prices for certain types of agricultural products in the Irkutsk region are presented.

Keywords: trend, seasonal fluctuations, components of the time series, dynamics of prices of agricultural products.

УДК 519.246.8: 338.12.017: 631

ББК 22.17

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.4

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной.*

Поступила в редакцию 27.03.2020.

Опубликована 31.07.2020.

ПЛАНИРОВАНИЕ РЕСУРСОВ ПРОИЗВОДСТВА НА ОСНОВЕ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ

Сочнев А. Н.¹

(ФГАОУ ВО Сибирский федеральный университет,
Красноярск)

В статье рассматривается вариант применения имитационных моделей на основе сетей Петри в качестве математической основы системы планирования ресурсов производства. Кратко обоснована актуальность задачи оптимального распределения ресурсов, а также ее значительная вариативность с точки зрения постановки и наличия различных ограничений. Разработана формализованная процедура формирования обратной (инверсной) сети Петри для класса сетей-процессов, а также формальные правила обратной имитации для исходной сети. Предложен механизм решения задачи планирования материальных потребностей производства на основе использования обратной (инверсной) сети Петри или обратной имитации. Рассмотрены вопросы использования некоторых традиционных методик оптимизации при реализации обратной имитации сети, в частности применения правил приоритета операций. Определены некоторые наиболее типичные постановки задачи оптимального распределения ресурсов, для которых предложенный в статье подход дает быстрое и достаточно точное решение для практического использования. Приведен пример решения задачи планирования потребностей в ресурсах для участка типичного среднесерийного машиностроительного предприятия и выявлены особенности практического использования предложенного подхода. Структура рассмотренной производственной системы является достаточно типичной для машиностроительного производства, что позволяет спрогнозировать положительный эффект от применения подхода и является основой для его тиражирования в подобных системах.

Ключевые слова: планирование производства, MRP-система, сеть Петри, обратная (инверсная) сеть Петри, обратная имитация.

1. Введение

Одной из типичных логистических концепций, сформировавшихся в последнее время, является концепция «планирования ресурсов» (requirements planning, RP), которую реализуют программные системы MRP (MRP II) (англ. Material

¹ Алексей Николаевич Сочнев, к.т.н., доцент (asochnev@sfu-kras.ru).

Requirements Planning – планирование потребности в материалах) [4]. Система планирования потребностей в материалах на входе принимает данные о заказах потребителей, а на выходе формирует заказы на материальные ресурсы для поставщиков. В основе MRP-системы лежат систематизированные расписания и аналитические зависимости потребления ресурсов от спроса на продукцию. В данной статье предлагается подход к решению базовой задачи MRP-системы на основе имитационных моделей, реализованных сетями Петри.

Сети Петри являются одним из базовых средств моделирования дискретных систем любой природы, в частности производственных [3, 6, 9]. Основной задачей, связанной с производством и решаемой имитационными экспериментами, является задача планирования производственного процесса. Формально при её решении требуется составить оптимальное по заданному критерию расписание работы производственной системы [3]. Накоплена обширная статистика по использованию сетей Петри для решения задач планирования производства [1, 5, 10].

Основная функция MRP-системы, связанная с определением количества исходного сырья или заготовок [3, 4], в терминологии сетей Петри трансформируется в задачу определения по начальному состоянию (маркировке) конечного состояния либо его достижимость. Основной идеей данной статьи является разработка методов изменения состояний сетевой модели производственного процесса, позволяющих определять потребности в ресурсах на основе имитационных экспериментов с той же моделью, которая используется и для планирования производства.

2. Методы определения потребностей в сырье

Определим основные подходы, используемые для практического решения задачи определения необходимого количества входных ингредиентов производства.

Первый, наиболее понятный подход состоит в использовании технологических соотношений, связывающих количество объектов производства до выполнения операций и после. Формализованный технологический процесс содержит информацию

о входимости отдельных деталей в сборки, о нормах расхода сырья, логистические зависимости и т.д. Недостатками указанного подхода являются: высокая трудоемкость расчетов для сложных разветвленных производственных процессов, неоднозначность результата при наличии многовариантных технологических операций, а также невозможность исследовать потребление ресурсов в динамике.

Второй подход предполагает использование для решения задачи имитационного эксперимента с применением математической модели процесса. Рассмотрим реализацию данного подхода на основе формализмов сетей Петри.

Поскольку решение задачи состоит в выявлении количественных зависимостей между количеством входных ингредиентов, то необходимо определить модельное соответствие входа и выхода процесса. В сетях Петри состояние модели определяется маркировкой ее позиций. Поэтому требуется в множестве позиций выделить подмножества, соответствующие входным и выходным векторам системы. Обозначим эти множества I и O соответственно.

Представим подход решения задачи в виде обобщенного алгоритма.

1. Определить множества позиций I и O .
2. Задать маркировку позиций множества I заведомо большой.
3. Определить в структуре модели элементы, останавливающие имитацию после достижения требуемых маркировок в позициях множества O .
4. Оценить изменение маркировок входных позиций за время имитации.

Основной недостаток сформулированного подхода состоит в том, что он дает граничные, а не реальные оценки расходов сырья по каждой позиции номенклатуры. Это связано с тем, что остановка сети производится при достижении конечной маркировки по всем пунктам номенклатуры изделий. Фактически, по большинству типов изделий формируется такая маркировка сети Петри, которая соответствует большому объему незавершенного производства, что не соответствует плановому заданию.

Следовательно, данный подход целесообразно использовать для определения потребностей в сырье для предельного, граничного режима функционирования производственной системы.

В современных производственных системах требования к скорости и точности определения потребностей в ресурсах постоянно растут, что актуализирует вопрос разработки более рациональных способов решения этой задачи.

3. Обратная сеть Петри и обратная имитация сети Петри

Наиболее перспективно, с точки зрения автора, решать задачу определения потребностей в материальных ресурсах с использованием имитационной модели процесса. Если имеется имитационная модель процессов, представленная сетью Петри, то вполне естественно, что она описывает процессы как есть, т.е. от входа системы к выходу, от заготовок до готовой продукции. Если необходимо рассчитать количество сырья с использованием структуры имеющейся модели, то требуется реализовать механизм изменения состояний (маркировок) в обратном порядке. Некоторые подходы к формированию обратных (инверсных) моделей систем предложены в работах [7, 8] и предлагаемые подход в целом является их продолжением.

Формирование сети Петри, обратной к исходной (инверсия сети).

Идея данного подхода состоит в прямом развороте всех структурных связей в исходной сети. Фактически, предлагается формировать обратную (инверсную) к исходной сеть Петри. Входные позиции становятся выходными и наоборот (рис. 1).



Рис. 1. Механизм создания обратной сети Петри

Формально описание сети выполняется переопределение матрицы инцидентий исходной сети Петри:

$$(1) \quad B^{*-} = -B^-, \quad B^{*+} = -B^+, \quad B^* = -B,$$

где B^{*-} , B^- – матрицы входных инцидентий обратной и исходной сети соответственно; B^{*+} , B^+ – матрицы выходных инцидентий обратной и исходной сети соответственно; B^* , B – матрицы инцидентий обратной и исходной сети соответственно.

Очевидно, что не для каждого класса сетей Петри можно выполнить такую трансформацию. В [8] описана ее реализация для ординарных сетей Петри. Этот вопрос требует дальнейшего исследования. Предлагаемый подход применен для подмножества сетей Петри, которые называются **сети-процессы** [6]. Этот класс сетей характеризуется простой (линейной) структурой, выделенными входными и выходными позициями. Также близкими по типу структурирования модели являются Workflow-сети или WF-сети [2].

Обратная имитация сети Петри.

Вторым вариантом реализации предлагаемого подхода может быть изменение только уравнения состояний при сохранении исходной структуры сетевой модели.

Условие срабатывания переходов:

$$(2) \quad x[k] \geq B^+ \cdot u[k].$$

Уравнение изменения состояний:

$$(3) \quad x[k+1] = x[k] - B^+ \cdot u[k] + B^- \cdot u[k],$$

где $x[k]$ – текущая маркировка сети; $x[k+1]$ – следующая маркировка сети; $u[k]$ – управляющий вектор сети.

Подобный вариант по сравнению с первым более удобен для визуализации, поскольку структура сети Петри никак не изменяется.

Динамические характеристики сети Петри определяются задержками срабатывания переходов. Если в исходной сети они заданы, то в обратной их можно убрать, если решается задача в статике, или оставить, если необходимо исследовать потребление ресурсов в динамике.

Обобщенный алгоритм решения задачи определения количества материальных ресурсов предлагается следующим.

1. Определяются позиции сети, моделирующие накопители готовой продукции, и позиции, отображающие заготовки и сырье.

2. Задается начальная маркировка этих позиций.

3. Формируется обратная сеть или выполняется обратная имитация исходной сети.

4. Анализируется конечная маркировка сети. Если в промежуточных позициях сети остается ненулевое количество маркеров, то выполняется шаг 5.

5. Интерпретация количества маркеров в сети и окончательное определение количества требуемых заготовок и сырья.

В целом, описанный подход, несмотря на очевидную простоту, имеет важные недостатки, выявленные в процессе применения.

1. Процесс прямой имитации сети Петри, как правило, имеет множество вариантов динамики. Это обусловлено свойством недетерминированности сети Петри, описанным в литературе [9], либо применением дополнительных решающих правил для выбора активируемых переходов [10].

2. Множества достижимых маркировок прямой и инверсной сети Петри не совпадают ни по количеству, ни по самим состояниям. Это приводит к необходимости интерпретации полученной конечной маркировки сети с целью определения результата решения.

Данные экспериментов с моделями нескольких производственных систем показали, что метод дает точность, достаточную для практического использования. Кроме того, анализ полученной маркировки всей сети Петри дает основания для оптимизации размеров партий изделий.

4. Пример решения задач планирования производства

Исследуется участок предприятия. Производятся детали двух типов. Имеются следующие операции производственного

процесса: рубка листового металла, резка, гибка, сварка и окраска. Определены параметры технологических операций: длительности выполнения операций и объемы партий. Детализированная структура технологических процессов для изделий представлена на рис. 2.

На входе система потребляет сырье (листовой металл) четырех сортов, на выходе формирует готовые изделия двух типов.

Формирование сетевой модели. Для представления имитационной модели используются временные сети Петри (рис. 3). На первой стадии исследования модель описывает структуру процессов производственной системы и не использует каких-либо методов оптимизации. В целом, сопоставление рис. 2 и 3 дает основания для интерпретации элементов модели, тем не менее более детально они описаны в таблице 1.

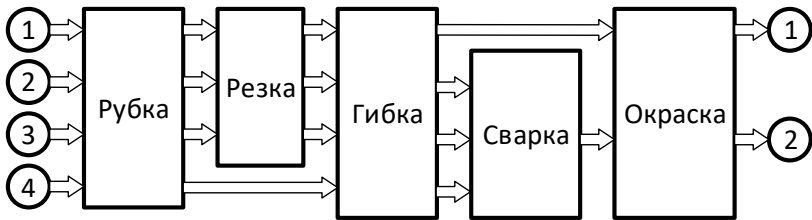


Рис. 2. Структура процессов производственной системы

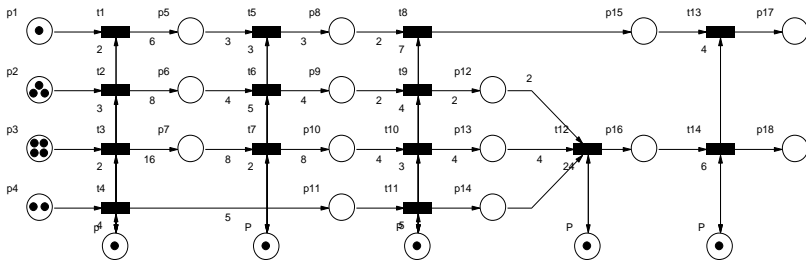


Рис. 3. Сеть Петри производственного процесса (СП)

Таблица 1. Функциональное назначение элементов модели

Позиции	
$p1...p4$	Сырье типа 1, 2, 3, 4 для изделий
$p5... p7$	Детали 1, 2, 3 после рубки
$p8... p11$	Детали 1, 2, 3, 4 после резки
$p12...p15$	Детали 2, 3, 4, 1 после гибки
$p16$	Детали 2, 3, 4 после сварки
$p17, p18$	Детали 1 и 234 после окраски
Переходы	
$t1...t4$	Операция рубки деталей 1, 2, 3, 4
$t5...t7$	Операция резки деталей 1, 2, 3
$t8...t11$	Операция гибки деталей 1, 2, 3, 4
$t12$	Сварка деталей 2, 3, 4
$t13, t14$	Окраска деталей 1 и 234

При использовании приведенной модели для решения задачи необходимо сформировать условие остановки сети после достижения заданного объема производства и счетчики ресурсов на входе в отдельных позициях. Счетчики формируются в позициях $p1...p4$. На рис. 4 определено условие остановки моделирования при достижении объема производства по двум типам изделий: 3 и 10 единиц соответственно. После достижения этих маркировок выходных позиций поступление в модель новых маркеров останавливается с помощью ингибиторных дуг на входе системы. Решением задачи является накопленная маркировка позиций $p1...p4$.

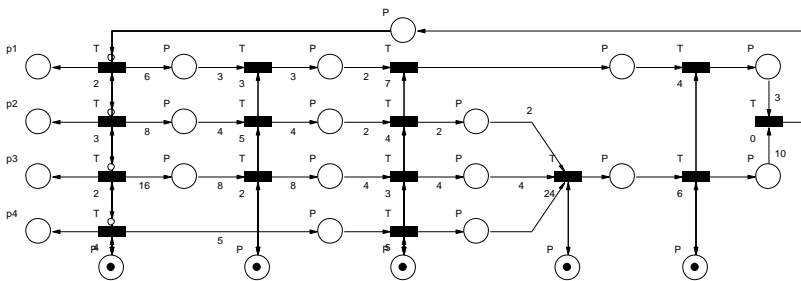


Рис. 4. Имитационная модель для оценки потребностей в ресурсах

Для иллюстрации применения предложенного подхода к решению задачи определения потребности системы в ресурсах выбирается первый описанный вариант, в соответствии с которым формируется обратная сеть. Имитация в этом случае реализуется как в обобщенной сети Петри.

В общем случае планирование производственного процесса должно проходить по следующей схеме:

$$x^*[n] \longrightarrow СП^* \longrightarrow x^*[0] \longrightarrow СП \longrightarrow x[n],$$

где $x^*[n]$ – желаемая конечная маркировка сети (план производства); $x^*[0]$ – начальная маркировка сети (количество сырья, заготовок); $x[n]$ – фактическая конечная маркировка сети (план производства); $СП^*$ – обратная (инверсная) сеть Петри; $СП$ – исходная сеть Петри.

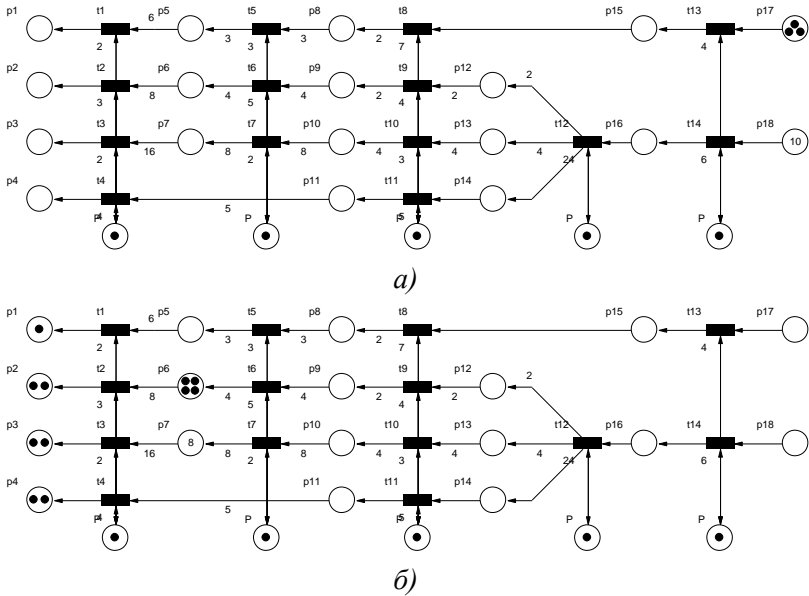


Рис. 5. Обратная сеть Петри

(а – начальная маркировка, б – конечная маркировка)

В сетях-процессах выделяется множество входных позиций и множество выходных позиций. Соответственно, маркировка

$x^*[n]$ присваивается выходным позициям, а $x^*[0]$ – входным позициям (рис. 5).

По итогам имитационного эксперимента маркировка входных позиций (p_1, p_2, p_3, p_4) определяет потребность производства во входных ресурсах.

В процессе имитации обратной сети Петри выявлена особенность, заключающаяся в том, что часть маркеров в конце имитационного эксперимента задерживается в промежуточных позициях сети. По указанной причине после имитации требуется оценить и проанализировать конечную маркировку. Далее на основе результатов анализа ответить на вопрос о необходимом количестве заготовок и сырья. В рассматриваемом примере видно, что в позиции p_6 в конце имитационного эксперимента осталось 4 маркера. Этот факт требует добавить к количеству входного сырья второго типа дополнительную единицу. Маркировка позиции p_2 увеличивается на единицу: $x[p_2] = x[p_2] + 1 = 2 + 1 = 3$.

Количественные соотношения определяются на основании описания операции представляемой соответствующим переходом (в данном случае t_2). В данном случае по кратности дуг видно, что из одной единицы сырья 2 получается 8 заготовок, соответственно, для того чтобы получить 4 заготовки, потребуется одна единица. Аналогичные рассуждения проводятся для третьего типа сырья и окончательно получаем маркировку позиций, представляющих количество сырья: $x[n] = (1\ 3\ 3\ 2)$.

5. Оптимизационные процедуры в сетевых моделях

Задача определения потребности в ресурсах для исследованных производственных систем наиболее часто возникает в следующей постановке. Как правило, известной величиной является дата и время, в которое необходимо обеспечить наличие на выходе системы заданных производственной программой изделий. Требуется определить количество требуемого для реализации сырья и прочих ресурсов, рассчитать эти потребности по времени процесса в динамике, а также, при необходимости, оптимизировать процесс по заданному критерию. Довольно ча-

сто такая (обратная) задача возникает при возникновении срочных внеплановых заказов, либо при обнаружении отклонений от планового выпуска части изделий номенклатуры, необходимых, например, для сборки. Кроме того, возможно и частные постановки подобной задачи, например, при необходимости отрегулировать процесс под уже имеющиеся ресурсы, например, наличие комплектующих или исполнителей. Таким образом, периодичность ее решения в общем случае является случайной величиной, зависящей от многих отмеченных факторов.

В качестве механизма оптимизации для обратных сетей предлагается применить наиболее простой и известный подход, состоящий в использовании приоритетов выполнения операций, представляемых переходами. Важная особенность состоит в том, что и сами приоритеты выбираются по обратному принципу. Логика их применения и связь с критериями оптимальности обратна описанной в литературе для сетевых моделей. Поясним эту мысль на примере.

Пример. Рассмотрим производственную систему, описанную выше. Первый вариант функционирования системы предполагает случайный выбор активируемых переходов. Он рассматривается исключительно для сравнения с более оптимальными вариантами. В приведенной модели процесса (рис. 6) каждый переход модели представлен как подсеть (рис. 7), что не меняет принципа ее функционирования, но позволяет иллюстрировать выбор переходов.

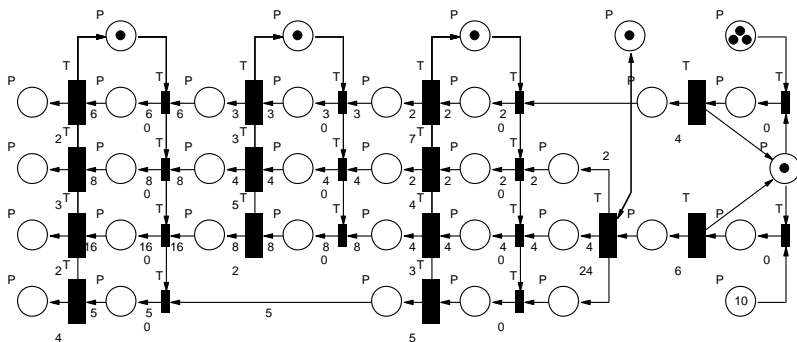


Рис. 6. Имитационная модель

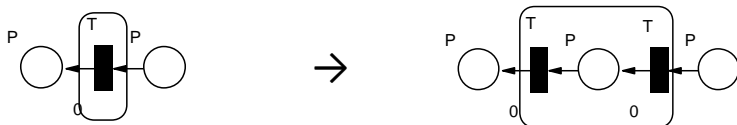


Рис. 7. Преобразование перехода в подсеть

На рис. 8 отображена диаграмма Гантта, отображающая полученный план процесса. При использовании описанного подхода обратной имитации целесообразно диаграмму Гантта формировать в обратном направлении, поскольку это наиболее соответствует идее предлагаемого метода.

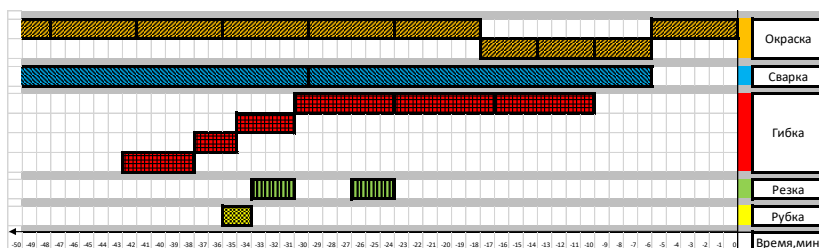


Рис. 8. График процесса (исходный вариант)

Для оптимизации процесса необходимо определить критерий оптимальности и механизм оптимизации. Для рассматриваемой задачи, как указано выше, целесообразно использовать частные критерии оптимальности. Например, критерий минимизации отклонений сроков выпуска изделий от плановых сроков. В качестве механизма оптимизации принимается система приоритетов для переходов сети.

Предположим, что для описанной системы с точки зрения структуры производственного процесса целесообразно сначала выпустить сборку из изделий 2, 3, 4, а позже запланировать выпуск изделия 1. В этом случае для изделия 1 назначается наивысший приоритет переходов, представляющих операции процесса, связанные с его производством (рис. 9). В итоге срок запуска его в производство становится ближе к сроку заверше-

ния (рис. 10), а в начале процесса освобождается время и ресурсы для производства изделий 2, 3 и 4.

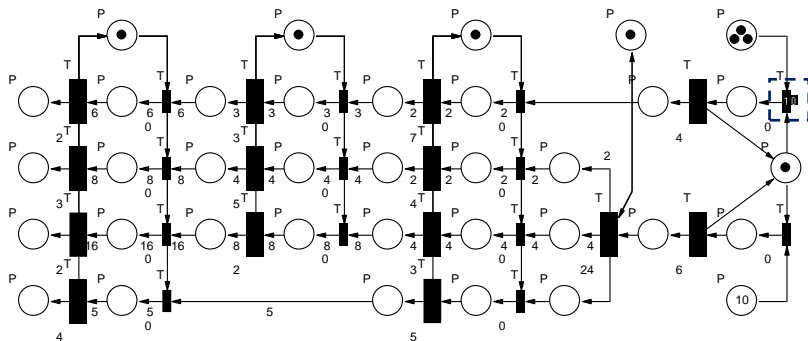


Рис. 9. Имитационная модель (с приоритетами)

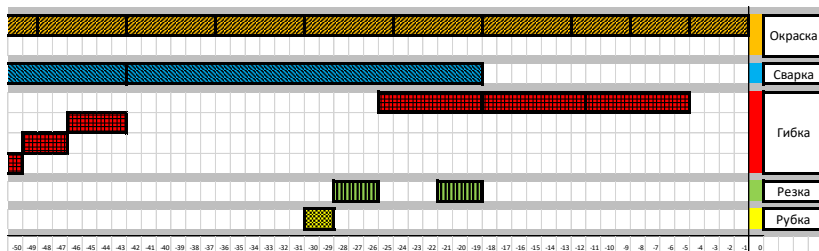


Рис. 10. График процесса (оптимальный вариант)

Также при необходимости можно выполнить оптимизацию и по более общим критериям, например, минимизировать длительность производственного цикла или максимизировать загрузку оборудования. Логика применения приоритетных правил описана в источниках [3, 10]. Однако, опыт показывает, что для практического применения обратной имитации более характерны частные задачи, связанные с оптимальным распределением ресурсов в динамике. Приведенный простой пример иллюстрирует один из подходов к решению подобной задачи.

6. Заключение

По итогам работы по теме статьи получены следующие основные научные и практические результаты.

1. Обоснована актуальность поиска эффективных и быстрых методов определения потребностей производства в ресурсах в рамках базовых функций MRP-систем

2. Определена целесообразность использования на различных этапах производственного планирования единой имитационной модели процесса и обоснован выбор сетей процессов для представления имитационной модели производства.

3. Сформулированы задачи, приводящие к обоснованному использованию обратной имитации сетей-процессов (сети Петри) и формализованы методы получения обратной сети Петри и обратной имитации сети Петри.

4. Приведены примеры решения задачи определения материальных ресурсов производства на основе обобщенной и (инверсной) обратной сети Петри. На основе результатов экспериментов выявлены и проанализированы некоторые особенности решения подобных задач сетями Петри.

5. Выполнен анализ возможностей оптимизации процессов на основе обратной имитации сети Петри.

Стоит заметить большой перечень проблем, которые могут сопровождать использование обратных сетей. В частности, можно выделить задачи достижимости, анализа тупиков, безопасности получаемой сети и другие. В данной статье они не рассмотрены, основное внимание уделено описанию содержания самого подхода и практических аспектов его реализации.

Литература

1. АМБАРЦУМЯН А.А. *Моделирование и синтез супервизорного управления на сетях Петри для рассредоточенных объектов. Механизм взаимодействия и базовый метод* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №8. – С. 151–169.

2. АРТАМОНОВ И.В. *Моделирование сервисно-ориентированной архитектуры с помощью сетей Петри* // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. – 2014. – №2. – С. 5–9.
3. ЕМЕЛЬЯНОВ В.В., ГОРНЕВ В.Ф., ОВСЯННИКОВ М.В. *Оперативное управление в ГПС*. – М.: Машиностроение, 1990. – 256 с.
4. ГАВРИЛОВ Д.А. *Управление производством на базе стандарта MRP II*. – М: Питер, 2008. – 416 с.
5. ЗЕЛЕНСКИЙ В.А., КОННОВ В.П., Щодро А.И. *Имитационное моделирование производственных процессов с помощью сетей Петри* // Вестник СГАУ. – 2012. – №7(38). – С. 137–142.
6. КОТОВ В.Е. *Сети Петри*. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
7. МАРКОВ А.В., ВОЕВОДА А.А. *Проверка достижимости сетей Петри при помощи инвертирования деревьев состояний для протокола передачи данных* // Томск.: Доклады ТУСУРа. – 2014. – №1(31). – С. 143–148.
8. МАРКОВ А.В. *Инверсия сетей Петри* // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – №4(74). – С. 97–121.
9. ПИТЕРСОН ДЖ. *Теория сетей Петри и моделирование систем*: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 263 с.
10. СОЧНЕВ А.Н. *Оперативное управление производственными системами на основе сетей Петри*: дис. канд. техн. наук: 05.13.01: Красноярск, 2005. – 153 с.

PRODUCTION RESOURCES PLANNING BASED ON NET MODELS

Alexey Sochnev, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, assistant professor (asochnev@sfu-kras.ru).

Abstract: The application of simulation models based on Petri nets for resource planning systems is considered. A formalized procedure for the formation of an inverse Petri net for a class of net-processes (Workflow nets) has been developed. Formal rules for inverse simulation are presented in this paper. A mechanism of material needs planning has been proposed. It's based on an inverse Petri net and inverse simulation. The issues of using some traditional optimization techniques in the implementation of reverse network simulation, in particular, the application of

*Управление техническими системами
и технологическими процессами*

the rules of the priority of operations are considered. Some of the most typical formulations of the problem of optimal resource allocation have been determined, for which the approach proposed in the article provides a fast and fairly accurate solution for practical use. An example of solving the problem of planning resource requirements for a site of a typical medium-series machine-building enterprise is given and the features of the practical use of the proposed approach are revealed. The structure of the considered production system is quite typical for machine-building production, which makes it possible to predict the positive effect of the approach and is the basis for its replication in such systems.

Keywords: production planning, MRP system, Petri net, inverse (inverse) Petri net, inverse imitation.

УДК 519.7

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

Поступила в редакцию 06.04.2020.

Опубликована 31.07.2020.