РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ТРЕБОВАНИЙ К МЕТОДАМ ВЫДЕЛЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ[1]

Зоркальцев В. И.[2]
(*ФГБУН Лимнологический институт СО РАН, Иркутск*)
Полковская М. Н.[3]
(*ФГБОУ ВО Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, Иркутск*)

Рассматривается задача выбора метода выделения составляющих временного ряда. В качестве таких составляющих могут быть, например, тренд или периодические колебания (в частности, сезонные). Исследуемые методы выделения составляющих представляются в виде отображения исходного временного ряда в выделяемые составляющие. Формулируется система требований к этим отображениям, к которым относятся: непрерывность, идемпотентность, аддитивность и учет информативности наблюдений. Помимо этого, доказаны теоремы о том, что всем введенным требованиям удовлетворяет декомпозиция на составляющие временного ряда, использующая метод наименьших квадратов. В качестве примера рассмотрено выделение двух составляющих временного ряда (тренда и сезонной компоненты) из поквартальных и помесячных данных на основе аддитивной модели. При этом тренд задан полиномом от времени, а сезонные колебания – в виде суммы взвешенных по степеням времени строго периодических функций. Представленная аддитивная модель применима для анализа динамики запасов, производства, транспорта, потребления отдельных продуктов в различных районах и т.д. Для оценки динамики цен более уместно использовать мультипликативную модель, поскольку большую устойчивость имеют показатели, измеряемые в относительных, а не в балансовых величинах. В этом случае вместо рассмотренного в статье требования аддитивности необходимо ввести требование мультипликативности.

Ключевые слова: методы выделения составляющих временного ряда, аксиоматический подход к сравнительному анализу методов.

---

[1] *Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ №19-07-00322 и в рамках проекта РАН №0279-2019-0003.*

[2] *Валерий Иванович Зоркальцев, д.т.н., профессор* (zork@isem.irk.ru).

[3] *Марина Николаевна Полковская, к.т.н., доцент* (polk_mn@mail.ru).

1. Введение

В прикладных исследованиях нередко возникает задача выделения из располагаемого временного ряда отдельных его составляющих. В частности это может быть задача выделения тренда (общей тенденции изменения рассматриваемого ряда) или регулярных (например, сезонных) колебаний. Для решения зада декомпозиции временных рядов предложено большое количество оригинальных методов и их модификаций [1, 2, 5, 7, 9–11, 13–15], приводящих порой к существенно различающимся результатам. Необходимы исследования по сравнительному анализу методов, что требует выработки методологии такого анализа.

Для целей сравнительного анализа методов декомпозиции временного ряда в данной статье используется аксиоматический подход. Методы выделения составляющих рассматриваются как отображения исходных данных (исходный временной ряд) в выделяемые составляющие. Формулируется набор строго формализуемых требований к этим отображениям. На основе математических доказательств выявляется класс методов, удовлетворяющих введенным требованиям.

2. Выделение составляющих временного ряда методом наименьших квадратов

Задан вектор $x \in R^n$ с компонентами x_t, равными значениям наблюдаемого показателя в моменты времени $t = 1, \ldots, n$. Обозначим $z \in R^n$ – вектор, состоящий из суммы искомых составляющих данного временного ряда. Пусть $\varepsilon \in R^n$ – вектор, который в дополнение к искомому вектору z составляет исходный вектор x. То есть справедливо соотношение

(1) $x = z + \varepsilon$.

Обычно компоненты вектора ε рассматриваются как погрешности от выделения из исходного временного ряда x составляющих, образующих вектор z.

Часто составляющие временного ряда представляются в виде линейной комбинации некоторых стандартизированных временных рядов, определяемых как функции от времени t. Пусть g_{ti}, $i = 1, \ldots, m$, – значения таких функций в моменты времени $t = 1, \ldots, n$, m – количество рассматриваемых функций. Обозначим G матрицу размером $n \times m$ с элементами g_{ti}. Будем считать, что столбцы этой матрицы линейно независимы:

(2) $\mathrm{rank} G = m$.

Это условие, в том числе, означает, что число m не должно превышать числа n.

Обозначим $\alpha \in R^n$ – вектор искомых значений коэффициентов линейной комбинации. Считаем, что

(3) $z = G\alpha$.

Пусть $h \in R^n$ – заданный вектор положительных коэффициентов информативности наблюдений. Частным случаем является одинаковая информативность, когда $h_t = 1$, $t = 1, \ldots, n$. Соотношения экзогенно задаваемых значений компонент вектора h отражают степень ценности наблюдений в отдельные моменты времени. Они предназначены для соизмерения разномоментных наблюдений исходного ряда x. Диагональную матрицу, составленную из вектора h, обозначим

(4) $H = \mathrm{diag}\ h$.

Для определения значений векторов α, z, ε методом наименьших квадратов необходимо решить задачу минимизации квадратной функции

(5) $F(\varepsilon) = \varepsilon^{\mathrm{T}} H \varepsilon \to \min$,

при условиях (1), (3). В результате решения такой задачи имеем

(6) $\alpha = (G^{\mathrm{T}}HG)^{-1}G^{\mathrm{T}}Hx$,

(7) $z = Bx$,

где

(8) $B = G(G^{\mathrm{T}}HG)^{-1}G^{\mathrm{T}}H$.

3. Требования к методам выделения составляющих временных рядов

В самом общем виде используемый метод выделения составляющих временного ряда можно представить как некоторое отображение ϕ исходного ряда $x \in R^n$:

(9) $z = \phi(x)$.

Отображение ϕ можно назвать также процедурой вычисления, оператором или вектор-функцией, состоящей из функций $\phi_t(x)$, $t = 1, \ldots, n$. Сформулируем желаемые требования к этой вектор-функции.

1. Непрерывность. Все функции ϕ_t должны быть непрерывными: малые изменения исходных данных (компонент вектора x, например, из-за погрешности измерений) должны приводить к малым изменениям результатов (компонент вектора z).

2. Идемпотентность: для любого $x \in R^n$

(10) $\phi(\phi(x)) = \phi(x)$.

Если составляющую, выделенную методом, представленным оператором ϕ, рассматривать как исходный ряд, то попытка выделения их нее такую же составляющую тем же методом должна привести к исходному результату.

3. Аддитивность: для любых x^1, x^2 из R^n

(11) $\phi(x^1 + x^2) = \phi(x^1) + \phi(x^2)$.

Сумма одинаковых составляющих нескольких временных рядов должна быть равна такой же составляющей суммарного ряда.

Отметим, что из непрерывности и аддитивности оператора ϕ следует его линейность [8]. Следовательно, аддитивный и непрерывный оператор будет дифференцируемым. Для любых $x \in R^n$ существует матрица частных производных с элементами

(12) $\varphi_\tau^t(x) = \dfrac{\partial \phi_t(x)}{\partial x_\tau}$, $\tau = 1, \ldots, n$, $t = 1, \ldots, n$.

Частную производную φ_τ^t можно интерпретировать как количественную оценку влияния изменений компоненты x_τ исходного ряда на изменения составляющей z_t.

4. Учет информативности наблюдений: при любом $x \in R^n$

(13) $\dfrac{\varphi_\tau^t(x)}{h_\tau} = \dfrac{\varphi_t^\tau(x)}{h_t}$, $\tau = 1, \ldots, n$, $t = 1, \ldots, n$.

Согласно этому требованию отношение экзогенно заданных весов информативности наблюдений h_t и h_τ должно быть равно отношению влияния исходных данных момента t на составляющую момента τ к обратному влиянию исходных данных момента τ на составляющую момента t. Чем больше значение h_τ по сравнению с другими весами информативности, тем сильнее превалирует влияние данных момента t над влиянием данных других моментов времени.

4. Метод наименьших квадратов удовлетворяет всем введенным требованиям

Докажем, что метод наименьших квадратов, изложенный во втором разделе, удовлетворяет всем, введенным в предыдущем разделе, требованиям. Справедлива

Теорема 1. *Если выделяемая составляющая z определяется правилом* (7),

(14) $\phi(x) = Bx$,

где матрица B определяется выражением (8) *при некоторой заданной матрице G размера $n \times m$, удовлетворяющей условию* (2), *то отображение ϕ удовлетворяет требованиям непрерывности, идемпотентности, аддитивности и учета информативности наблюдений.*

Доказательство. Поскольку, согласно (14), оператор ϕ линейный, то он непрерывный, аддитивный и дифференцируемый. Причем для любого $x \in R^n$

(15) $\varphi_\tau^t(x) = b_{i\tau}$, $t = 1, \ldots, n$, $\tau = 1, \ldots, n$,

где $b_{i\tau}$ – элемент матрицы B.

Непосредственно из (8) следует, что матрица B идемпотентна:

(16) $BB = B$.

Осталось установить выполнение требования учета информативности наблюдений. В силу (15) требование учета информативности наблюдений (13) имеет вид

(17) $\dfrac{b_{t\tau}}{h_\tau} = \dfrac{b_{\tau t}}{h_t}$, $t = 1, \ldots, n$, $\tau = 1, \ldots, n$.

Это условие в матричной форме представляется в виде равенства

(18) $HB = B^{\mathrm{T}}H$.

Из выражения (8) матрицы B следует выполнение этого равенства:

$HB = HG(G^{\mathrm{T}}HG)^{-1}G^{\mathrm{T}}H = (G(G^{\mathrm{T}}HG)^{-1}G^{\mathrm{T}}H)^{\mathrm{T}}H = B^{\mathrm{T}}H.$

Теорема 1 доказана.

Справедливо утверждение, которое можно назвать обратным к теореме 1. Если отображение ϕ вектора R^n в вектор R^n удовлетворяет всем четырем введенным требованиям, то оно может быть представлено в виде процедуры выделения составляющих методом наименьших квадратов.

Теорема 2. *Если отображение ϕ является непрерывным и дифференцируемым, удовлетворяет требованиям идемпотентности, аддитивности и учета информативности наблюдений, то существует матрица факторов G размера $n \times m$, при некотором натуральном m, такая, что выделение составляющих оператором ϕ равносильно оценке этой составляющей на основе модели* (1), (3), (5).

Доказательство. Из непрерывности и аддитивности, как отмечалось, следует выполнение условия (14) для некоторой квадратной матрицы B размера n. Положим

(19) $G = BH^{-1}$.

Считаем, что для матрицы B выполняется требование идемпотентности (16) и требование учета информативности (18). Для доказательства теоремы необходимо установить, что при этих условиях оценки z отображение ϕ равносильно поиску решения задачи (1), (3), (5).

Вектор коэффициентов α, который должен получиться в результате решения задачи (1), (3), (5), является решением системы линейных уравнений

(20) $(G^{\mathrm{T}}HG)\alpha = G^{\mathrm{T}}Hx$.

Отметим, что определяемая условием (19) матрица G может иметь линейно зависимые векторы столбцы, поэтому не можем использовать обратную к $G^{\mathrm{T}}HG$ матрицу. Используя (19), и затем (16), (18), имеем

$$G^{\mathrm{T}}HG = (BH^{-1})^{\mathrm{T}}HBH^{-1} = (H^{-1}B^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}HBH^{-1} = BH^{-1}HBH^{-1} =$$
$$= BBH^{-1} = BH^{-1}.$$

Система уравнений (20) приобретает вид

$BH^{-1}\alpha = Bx.$

Отсюда в качестве решения системы (20) имеем вектор

(21) $\alpha = Hx$.

Подставляем это значение в (3) и используем (19), получаем

$z = G\alpha = BH^{-1}\alpha = BH^{-1}H\alpha = B\alpha,$

что и требовалось доказать.

Теорема 2 доказана.

Замечания. Доказанные теоремы относятся к процедуре выделения из исходного ряда одной составляющей, образующей вектор z. Во многих случаях требуется выделить именно одну составляющею временного ряда, например, тренд при анализе рядов годовых данных.

Приведенные здесь результаты являются развитием исследований Ловелла [12], касающихся методов выделения тренда из временного ряда. При этом Ловелл не использовал веса информативности, т.е. фактически рассматривал случай одинаковых весов информативности, когда $h_t = 1$ для всех $t = 1, \ldots, n$. В этом случае требование учета информативности наблюдений (13) приобретает вид

$$\varphi_{\tau}^{t}(x) = \varphi_{\tau}^{t}(x).$$

Ловелл назвал такое условие требованием «симметрии». При замене введенного выше требования «учета информативности наблюдений» на указанное условие «симметрии», удовлетворяющее всем вводимым требованиям, получится метод наименьших квадратов с одинаковыми весовыми коэффициентами.

Иногда проводят различие между «методом наименьшим квадратов» (оставляя этот термин методу наименьших квадратов с одинаковыми весами информативности) и «методом взвешенных наименьших квадратов». Представляется, что такое разделение имеет искусственный характер. И в методическом, и в вычислительном отношениях нет необходимости его проводить. Можно отметить, что, например, Гаусс такого различия не проводил и методом наименьших квадратов называл оба случая и одинаковых, и разных положительных весовых коэффициентов, что он особо подчеркивал в своих работах, посвященных методу наименьших квадратов [3].

Матрица G, определяемая правилом (19) при доказательстве теоремы 2, может иметь линейно зависимые векторы столбцы. Тогда выражение (21) для вектора α будет только одним из решений системы линейных уравнений (20).

5. Свойства процедуры выделения нескольких составляющих временного ряда методом наименьших квадратов

Вектор z может быть суммой нескольких составляющих. Рассмотрим случай, когда их две. Результаты для этого случая могут быть обобщены на произвольное количество выделяемых составляющих временного ряда. Итак, пусть

(22) $z = y + s$,

где y и s – векторы в R^n, представляющие две выделяемые из исходного ряда z составляющие.

Пример. В качестве двух составляющих временного ряда помесячных или поквартальных данных могут рассматриваться тренд и сезонные колебания. В [5] рассматривалась модель (1), (3), (5), (22), в которой тренд представлен выделяемой составляющей y, а сезонные колебания – составляющей s.

Тренд задается полиномом от времени

$$y_t = \sum_{i=0}^{p-1} c_i t^i$$

при некотором $p \geq 1$. Здесь c_i – искомые коэффициенты, составляющие первые p компонент вектора α:

$\alpha_i = c_{i-1}$, $i = 1, \ldots, p$.

Сезонные колебания заданы в виде суммы взвешенных по степеням времени строго периодических функций

$$s_t = \sum_{i=0}^{r} s_i(t) \cdot t^i \text{ , } t = 1, \ldots, n,$$

где $r \geq 0$ – заданное число. Строго периодические функции имеют вид

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} a_{ij} \cos\frac{2\pi jt}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} b_{ij} \sin\frac{2\pi jt}{K} \text{ .}$$

Здесь K – количество наблюдений рассматриваемого ряда в году. Если анализируются помесячные данные, то $K = 12$. Если рассматриваются поквартальные данные, то $K = 4$. Коэффициенты a_{ij}, b_{ij} входят в состав искомых коэффициентов α_i при $i > p$. Общее количество искомых коэффициентов a_{ij} и b_{ij} равно

$$q = (K - 1)(r + 1).$$

Для рассматриваемого примера у матрицы G первые p столбцов состоят из коэффициентов

$$g^{ti} = t^{i-1},\ t = 1, \ldots, n,\ i = 1, \ldots, p.$$

Коэффициенты в остальных столбцах матрицы G являются либо нулевыми, либо равными значениям

$$\left(\cos\frac{2\pi jt}{K}\right)t^i,\quad \left(\sin\frac{2\pi jt}{K}\right)t^i.$$

В [6] представлены результаты использования такой модели для анализа динамики топливопотребления в СССР и динамики температуры воздуха. Такая модель использовалась для целей краткосрочного прогнозирования потребления отдельных видов энергоресурсов. При этом применялись экспоненциальные веса информативности наблюдений

$$h_t = \exp(\lambda t).$$

где λ – параметр, вычисляемый в результате минимизации погрешности ретропрогнозов с использованием метода золотого сечения [6]. Величина $\exp(\lambda)$ интерпретируется как темп старения данных.

<u>Общий случай.</u> Далее будем считать, что первые p столбцов матрицы G состоят из векторов, линейная комбинация которых образует вектор y. Остальные

$$q = m - p$$

столбцов матрицы G состоят из векторов, линейная комбинация которых образует вектор s. Итак, вектор α можно рассматривать как конкатенацию векторов $\alpha^1 \in R^p$ и $\alpha^2 \in R^q$:

$$\alpha = \left|\frac{\alpha^1}{\alpha^2}\right|.$$

Пусть $\tilde{\alpha}^1$ и $\tilde{\alpha}^2$ – векторы в R^m, образованные из α путем замены в первом случае вектора α^2 на нулевой вектор и во втором случае – вектора α^1 на нулевой вектор:

$$\tilde{\alpha}^1 = \left|\frac{\alpha^1}{0}\right|, \quad \tilde{\alpha}^2 = \left|\frac{0}{\alpha^2}\right|.$$

Выражение (3) с учетом декомпозиции (22) и введенных здесь обозначений означает, что

(23) $y = G\tilde{\alpha}^1$, $s = G\tilde{\alpha}^2$.

Можно воспользоваться декомпозицией матрицы G. Обозначим G^1 и G^2 матрицы, составленные из первых p столбцов и последних q столбцов матрицы G. То есть

(24) $G = [G^1, G^2]$

Введем матрицы размером $n \times m$, получаемые путем обнуления последних q столбцов и первых p столбцов матрицы G:

(25) $\tilde{G}^1 = [G^1, 0]$, $\tilde{G}^2 = [0, G^2]$.

В силу (24)

(26) $\tilde{G}^1 + \tilde{G}^2 = G$.

Введем матрицы размера $n \times n$

$$B^1 = \tilde{G}^1(G^{\mathrm{T}}HG)^{-1}G^{\mathrm{T}}H,$$

$$B^2 = \tilde{G}^2(G^{\mathrm{T}}HG)^{-1}G^{\mathrm{T}}H.$$

Отметим что согласно (8), (24)

(27) $B^1 + B^2 = B$.

Из (7), (8), (22) следует, что

(28) $y = B^1x$, $s = B^2x$.

Итак, выделение обеих составляющих на базе метода наименьших квадратов сводится к использованию линейных преобразований исходных данных. Следовательно, процедуры выделения являются непрерывными, дифференцируемыми и аддитивными.

Если в качестве исходных данных будут использованы результаты выделения составляющих, то получим значения

$B^1(B^1x) = y$, $B^2(B^1x) = 0$, $B^1(B^2x) = 0$, $B^2(B^2x) = s$.

Первое и последнее из этих выражений означает, что процедуры выделения обеих составляющих y и s являются идемпотентными.

Из (17), (25) следует, что

$$\frac{b^1_{t\tau}}{h_\tau} - \frac{b^1_{\tau t}}{h_t} = \frac{b^2_{\tau t}}{h_t} - \frac{b^2_{t\tau}}{h_\tau}.$$

Здесь $b^1_{t\tau}$, $b^2_{t\tau}$ – элементы матриц B^1 и B^2, находящиеся в строке t и столбце τ. Правая, как и левая, часть этих равенств могут не быть равны нулю, поэтому для процедуры выделения обеих составляющих требование учета информативности наблюдений не выполняется.

Рассмотренные в разделе 5 свойства процедуры выделения одной составляющей временного ряда позволяют развить теоретические результаты раздела 4 на методы выделения нескольких составляющих. Рассмотрим случай двух составляющих, когда вектор их суммарных значений представляется в виде суммы (22) векторов y и s. Можно (но не обязательно) для наглядности под выделяемой составляющей y понимать тренд, под составляющей, представляемой вектором s, – сезонные колебания.

Процедуру выделения составляющей y будем представлять в виде отображения ϕ^1 вектора $x \in R^n$ в вектор $y \in R^n$. Процедуру выделения составляющей s будем представлять в виде отображения ϕ^2 вектора $x \in R^n$ в вектор $s \in R^n$. Процедуру выделения составляющей z будем обозначать $\bar{\phi}$:

$$y = \phi^1(x),\ \ s = \phi^2(x),\ \ z = \bar{\phi}\,(x).$$

Процедура $\bar{\phi}$ является суммой первых двух процедур: для любого $x \in R^n$

(29) $\bar{\phi} = \phi^1(x) + \phi^2(x)$.

Можно сформулировать следующие семь требований к указанным трем отображениям. Первые шесть из них являются тремя парами требований к отображениям ϕ^1 и ϕ^2. Выполнение каждой из этих пар требований означает, что это требование будет выполняться и для суммарного отображения $\bar{\phi}$. Последнее, седьмое требование формулируется только к отображению $\overline{\phi}$.

1. Отображение ϕ^1 должно быть непрерывным.
2. Отображение ϕ^2 должно быть непрерывным.
3. Отображение ϕ^1 должно удовлетворять условию идемпотентности (10).
4. Отображение ϕ^2 должно удовлетворять условию идемпотентности (10).
5. Отображение ϕ^1 должно удовлетворять условию аддитивности (11).
6. Отображение ϕ^2 должно удовлетворять условию аддитивности (11).
7. Для отображения $\overline{\phi}$ должно выполняться условие информативности наблюдений (13).

Доказанные выше теоремы 1, 2 можно обобщить в виде следующего утверждения.

Теорема 3. *Все приведенные семь требований к отображениям* ϕ^1, ϕ^2, $\overline{\phi}$ *, связанным условием* (29)*, выполняются в том и только в том случае, если существую матрицы факторов* G^1 *и* G^2 *размерами* $n \times p$ *и* $n \times q$ *при некоторых* p *и* q*, такие, что*

$$y = G^1\overline{\alpha}^1,\; s = G^2\overline{\alpha}^2,$$

где векторы $\overline{\alpha}^1 \in R^p$ *и* $\overline{\alpha}^2 \in R^q$ *составляют вектор*

$$\overline{\alpha} = \begin{vmatrix} \overline{\alpha}^1 \\ \overline{\alpha}^2 \end{vmatrix},$$

который является решением задачи (1), (3), (5), (22), (23) *с матрицей* G *размера* $n \times m$ *при* $m = p + q$*, образуемой путем конкатенации матриц* G^1 *и* G^2*.*

6. Заключение

Использованный здесь подход к исследованию и обоснованию методов выделения составляющих временных рядов может быть полезен и во многих других случаях. В частности, аксиоматический подход можно использовать при обосновании методов выделения составляющих временных рядов в моделях с мультипликативным взаимодействием составляющих.

В данной статье рассмотрена аддитивная модель взаимодействия составляющих, что отражают условия (1), (22). В некоторых случаях более уместно использование моделей с мультипликативными связями между составляющими. В этих моделях вместо выражений (1), (22) для исходного временного ряда используются зависимости

$$x_t = z_t\varepsilon_t,\ \ z_t = y_t s_t,\ \ t = 1, \ldots, n.$$

В [4] рассматривалась такая мультипликативная модель выделения составляющих временных рядов применительно к проблеме выделения из исходного временного ряда x_t тренда y_t, сезонных отклонений s_t и случайных отклонений ε_t. При этом приводились результаты использования конкретной мультипликативной модели выделения тренда и сезонных колебаний в динамике цен.

Для обоснования использования мультпликативных моделей потребуется изменить набор требований к методам выделения составляющих временного ряда. Так, вместо рассмотренного выше требования аддитивности необходимо ввести требование мультипликативности [4]. При формулировании требования учета информативности наблюдений для описания влияния данных одних моментов времени на выделяемую составляющую других моментов вместо частных производных необходимо использовать логарифмические частные производные, т.е. производные логарифма выделяемой составляющей от логарифма значения исходного ряда. Введение набора требований к мультипликативным моделям взаимодействия составляющих, так же как и к рассмотренным в данной статье аддитивным моделям, позволяет лучше понять свойства и особенности применения разных моделей декомпозиции временных рядов.

Литература

1. АНДЕРСОН Т. *Статистический анализ временных рядов*. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
2. БОКС ДЖ., ДЖЕНКИНС Г. *Анализ временных рядов: прогноз и управление*. – М.: Мир, 1974. – 406 с.

3. ГАУСС К.Ф. *Избранные геофизические сочинения*. – М.: Геоиздат, 1957. – Т. 1. – 152 с.
4. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И., ПОЛКОВСКАЯ М.Н. *Аддитивная и мультипликативная модели выявления тренда и сезонных колебаний: приложение мультипликативной модели к динамике цен на сельскохозяйственную продукцию* // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 86. – С. 98–115.
5. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения*. – Новосибирск: Наука, 1995. – 220 с.
6. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения*. – М.: Наука, 1980. – 220 с.
7. КЕНДЭЛ М. *Временные ряды*. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 191 с.
8. ЛЮСТЕРНИК Л.А., СОБОЛЕВ В.Н. *Элементы функционального анализа*. – М.: Наука, 1965. – 513 с.
9. ХЕННАН Э. *Многомерные временные ряды.* – М.: Мир, 1974. – 576 с.
10. ЧЕТЫРКИН Е.М. *Статистические методы прогнозирования*. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
11. DONG G., LIU H. et al. *Feature engineering for machine learning and data analytics* // Chapman & Hall/CRC Data Mining and Knowledge Discovery Series, 2018. – 400 p.
12. LOVELL M.C. *Seasonal adjustment of economic time series and multiple regression analysis* // J. of Amer. Statist. Assoc. – 1963. – Vol. 58. – P. 993–1010.
13. NIELSEN A. *Practical Time Series Analysis: Prediction with Statistics and Machine Learning*. – O’Reilly Media, Inc., 2019. – 482 p.
14. TSAY R.S., CHEN R. *Nonlinear time series analysis*. – John Wiley & Sons, 2019. – 512 p.
15. WEI W.W.S. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Metods*. – Pearson Education, 2018. – 614 p.

RESULTS OF THE ANALYSIS OF REQUIREMENTS FOR METHODS FOR ALLOCATING TIME SERIES COMPONENTS

Valeriy Zorkaltsev, Limnological Institute of SB RAS, Irkutsk, Doctor of Science, professor (zork@isem.irk.ru).
Marina Polkovskaya, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Cand. Sc., associate professor (polk_mn@mail.ru).

Abstract: The problem of method's choosing for selecting components of a time series is considered. Such components can be a trend or periodic fluctuations (in particular, seasonal). The studied methods for selecting components are presented as a mapping of the original time series to the selected components. The requirements for these maps have been formulated: continuity, idempotency, additivity, and consideration of the informative nature of observations. In addition, we prove theorems that all the requirements are met by the decomposition into components of a time series using the least squares method. The selection of two components of a time series (trend and seasonal components) from quarterly and monthly data based on an additive model has been considered. The trend is defined as a polynomial of time, and seasonal fluctuations are defined as the sum of strictly periodic functions weighted by degrees of time. The presented additive model is applicable for analyzing the dynamics of stocks, production, transport, consumption of individual products in different areas, etc. It is more appropriate to use a multiplicative model for price dynamics, since indicators measured in relative rather than balance values are more stable. In this case, instead of the additivity requirement discussed in the article, it is necessary to introduce the multiplicativity requirement.

Keywords: methods for identifying time series components, axiomatic approach to comparative analysis of methods.

УДК 519.246.8
ББК 22.17
DOI: 10.25728/ubs.2020.88.2

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.

Поступила в редакцию 24.07.2020.
Опубликована 30.11.2020.