УСЛОВИЕ ПРИБЫЛЬНОСТИ В МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА

Бурков В. Н.[1], Буркова И. В.[2], Щепкин А. В.[3]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Рассматривается модель межотраслевого баланса Леонтьева, в которой каждая отрасль поставляет свою продукцию другим отраслям и, соответственно, приобретает у них продукцию. В случае, когда заданы прибыль отраслей и затраты на выпуск продукции, модель, двойственная к модели Леонтьева, позволяет рассчитать равновесные цены. В работе предполагается, что цену на продукцию и затраты на производство устанавливают сами отрасли. Для установленных отраслями цен возникает задача исследования их влияния на сохранение межотраслевого баланса. Если считать, что отрасли – это монополисты, которые пользуясь своим монопольным положением стремятся увеличить свою прибыль за счет увеличения цены на свою продукцию, то возникает задача определения условий прибыльности, т.е. определения такого множества цен на продукцию отраслей, при которых все отрасли получают прибыль. Предполагая, что влиять на цены монополиста государство не может, предлагаются меры воздействия на монополистов со стороны государства путем введения ограничений на их рентабельность или же при помощи противозатратного налогового механизма. Оценивается эффективность этих мер. Для предложенных мер воздействия на монополистов определены условия сохранения межотраслевого баланса и условия прибыльности.

Ключевые слова: затраты, цены, прибыль, рентабельность, межотраслевой баланс, противозатратный механизм.

1. Введение

В работе [8] группой авторов во главе с В.В. Леонтьевом при исследовании структуры американской экономики была предложена модель межотраслевого баланса по схеме «затраты – выпуск». Анализ модели «затраты – выпуск» направлен на поиск связи уровня производства в каждой отрасли народного хозяйства с уровнями производства в других отраслях. Основ-

---

[1] *Владимир Николаевич Бурков, д.т.н., профессор* (*vlab17@bk.ru*).
[2] *Ирина Владимировна Буркова, д.т.н., доцент* (*irbur27@gmail.com*).
[3] *Александр Васильевич Щепкин, д.т.н., профессор* (*av_shch@mail.ru*).

ным объектом анализа модели межотраслевого баланса является матрица, элементы которой представляют собой «технические коэффициенты», позволяющие в простейшей линейной форме представить зависимость между затратами и выпусками различных отраслей народного хозяйства. Учитывая, что продукция, выпускаемая разными отраслями, имеет разные измерения, при анализе модели межотраслевого баланса часто рассматривается лишь стоимостной баланс. Но при этом не уточняется, в каких ценах анализируется межотраслевой баланс. Очевидно, что если учитывается себестоимость производства, будет получен один результат, если же учитываются цены реализации продукции, то результат может быть иной. Кроме того, учет цены реализации продукции дает возможность анализировать и возможность получения прибыли в отрасли. А если отрасль рассматривается как монополист, то возникает задача определения условий, обеспечивающих прибыльность в модели Леонтьева и влияния на монополиста с целью ограничения его цен реализации. Отметим здесь, что исследования, связанные с применением модели Леонтьева, проводятся и за рубежом [11–13]

2. Модель Леонтьева

В модели рассматриваются n отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Обозначим через x_i – валовой выпуск продукции отрасли i. Продукция i-й отрасли потребляется в самой отрасли и во всех других отраслях экономики, часть продукции потребляется вне сферы материального производства и называется конечным продуктом. Обозначим через x_{ij} величину продукта, произведенного в i-й отрасли и потребляемого в j-й отрасли, а y_i – величину конечного продукта i-й отрасли. В этом случае соотношение и производства и потребления продукции i-й отрасли может быть записано в виде

(1) $x_i = x_{i1} + x_{i2} + x_{in} + y_i$, i=1, 2,…, n.

Таким образом, для всех отраслей экономики региона получаем систему уравнений

$$(2)\quad \begin{cases} x_1 = x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} + y_1, \\ x_2 = x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2n} + y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nn} + y_n. \end{cases}$$

Построенная система линейных уравнений носит название системы балансовых уравнений [8], так как определяет объемы произведенной и потребляемой продукции по отраслям.

Величина $a_{ij} = x_{ij}/x_j$ в [8] получила название «технический коэффициент». Значение a_{ij} определяет долю продукции i-й отрасли, которая потребляется в j-й отрасли. Учитывая, что $x_{ij} = a_{ij}x_j$, систему межотраслевого баланса (1) можно представить в виде системы линейных уравнений

$$(3)\quad \begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1, \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n + y_n. \end{cases}$$

Ведем следующие обозначения:

$$(4)\quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix},\ Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \ldots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Здесь A – матрица прямых затрат, или технологическая матрица; X – вектор валового выпуска по отраслям; Y – вектор конечного продукта.

Рассмотрим матричное уравнение (5), соответствующее системе (3):

$$(5)\quad X = AX + Y.$$

Уравнение (5) носит название модели межотраслевого баланса Леонтьева. Из этого уравнения получаем

$$(6)\quad X = (E - A)^{-1} Y.$$

А это означает, что по заданным величинам конечного продукта Y и технологической матрице A можно определить необходимый выпуск продукции X. Отметим здесь, что в предисловии к [7] академик С.С. Шаталин пишет, что В.В. Леонтьев отмечал, что все соответствующие расчеты делаются в натуральных (физических) показателях. Очень важно не считать сразу в деньгах. На основе расчетов расхода материальных ресурсов и трудовых затрат на конкретное изделие или объект в натуре анализируются и сравниваются предполагаемые результаты в денежном выражении.

Матрица $B = (E - A)^{-1}$ называется матрицей полных затрат, так как каждый ее элемент b_{ij} – величина валового выпуска i-й отрасли, необходимого для обеспечения выпуска единицы конечного продукта j-й отрасли.

Если существует такой вектор X, что $X > AX$, то матрица A называется продуктивной. А это означает, что модель Леонтьева имеет решение.

Существует несколько критериев продуктивности [5, 10]. В дальнейшем предполагается, что матрица A продуктивна.

3. Условие прибыльности в модели Леонтьева

Перепишем (3) в виде

$$(7)\quad \begin{cases} (1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \ldots - a_{1n}x_n = y_1, \\ -a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - a_{21}x_2 - \ldots - a_{2n}x_n = y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - a_{n3}x_3 - \ldots + (1-a_{nn})x_n = y_n. \end{cases}$$

Как отмечалось выше соотношения (2), (3) и (5) выписаны в натуральных (физических) показателях. Предположим теперь, что каждую отрасль представляет один производитель-монополист (агент) и товар i-й отрасли продается i-м производителем по цене c_i, $i = 1, \ldots, n$. Соответственно, количество товара, который продает i-й агент, равно $x_i(1 - a_{ii})$, $i = 1, \ldots, n$. Отсюда следует, что доход Q_i i-го агента равен $Q_i = c_ix_i(1 - a_{ii})$, $i = 1, \ldots, n$. Будем считать, что производственные затраты i-го агента на выпуск товара в количестве x_i определяются как k_ix_i, а его затраты, связанные с приобретением комплектующих, сырья и материалов других отраслей, определяются как

(8) $$\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} c_j x_{ji} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji} x_i = x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji} .$$

Таким образом, общие затраты z_i i-го агента на выпуск товара в количестве x_i определяются как

(9) $$z_i = k_i x_i + x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji} ,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Прибыль P_i i-го агента в этом случае будет равна

(10) $$P_i = Q_i - z_i = \left(c_i - k_i - \sum_{j=1}^{n} c_j a_{ji} \right) x_i ,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Естественно предполагать, что агенты заинтересованы выпускать продукцию, когда их производство не приносит убытки:

(11) $$c_i - k_i - \sum_{j=1}^{n} c_j a_{ji} \geq 0 ,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

или рентабельность

(12) $$\rho_i = \frac{c_i}{k_i + \sum_{j=1}^{n} c_j a_{ji}} - 1 \geq 0 ,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Агенты работают безубыточно, если $\rho_i \geq 0$. При этом (11) можно записать как

(13) $$\begin{cases} c_1 = a_{11}c_1 + a_{21}c_2 + \ldots + a_{n1}c_n + k_1, \\ c_2 = a_{12}c_1 + a_{22}c_2 + \ldots + a_{n2}c_n + k_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_n = a_{1n}c_1 + a_{2n}c_2 + \ldots + a_{nn}c_n + k_n. \end{cases}$$

Введем обозначения

(14) $$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \ldots. \\ c_n \end{pmatrix},\ K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \ldots. \\ k_n \end{pmatrix}.$$

Используя эти обозначения, получим матричное уравнение (15), соответствующее системе (13):

(15) $$C = A^{\mathrm{T}} C + K .$$

Фактически здесь получена балансовая модель, двойственная к модели Леонтьева, которая получила название «модель равновесных цен» [10]. Во многих случаях при рассмотрении модели равновесных цен в K включаются прибыль и налоги. Для того чтобы уравнение (7) имело неотрицательное решение, матрица A^{T} также должна быть продуктивна. Из одного из критериев продуктивности [10] следует, что неотрицательная квадратная матрица продуктивна тогда и только тогда, когда ее число Фробениуса меньше единицы. А так как собственные числа у матриц A и A^{T} совпадают [2], то совпадают и числа Фробениуса матриц A и A^{T}, что и означает, что A^{T} также продуктивна.

Балансовая модель (15), двойственная к модели Леонтьева, рассматривается в [1, 6, 10] как модель, предназначенная для определения равновесных цен отраслей на выпускаемую продукцию. При этом считается, что k_i, $i = 1, ..., n$, заданы и в них входит часть добавленной стоимости, которая идет на выплату зарплаты, а также прибыль и налоги. То есть прибыль просто задается, но при этом не учитывается тот факт, что отрасли-монополисты стремятся увеличить свою прибыль.

Для $n = 2$ из (11) следует $c_1 - k_1 - c_1a_{11} - c_2a_{21} > 0$ и $c_2 - k_2 - c_1a_{12} - c_2a_{22} > 0$, или

$$(16)\quad \begin{cases} c_1 > \dfrac{a_{21}}{1-a_{11}}c_2 + \dfrac{k_1}{1-a_{11}}, \\ c_2 > \dfrac{a_{12}}{1-a_{22}}c_1 + \dfrac{k_2}{1-a_{22}}. \end{cases}$$

Множество цен агентов, которые обеспечивают им получение прибыли, будем называть областью прибыльности. На рис. 1 область прибыльности заштрихована мелкой клеткой.

Из этого рисунка видно, что для получения прибыли у первого агента цена должна быть не меньше, чем

$$(17)\quad c_1 = \frac{a_{21}k_2 + (1-a_{22})k_1}{(1-a_{22})(1-a_{11}) - a_{12}a_{21}}.$$

Соответственно, у второго агента цена должна быть не меньше, чем

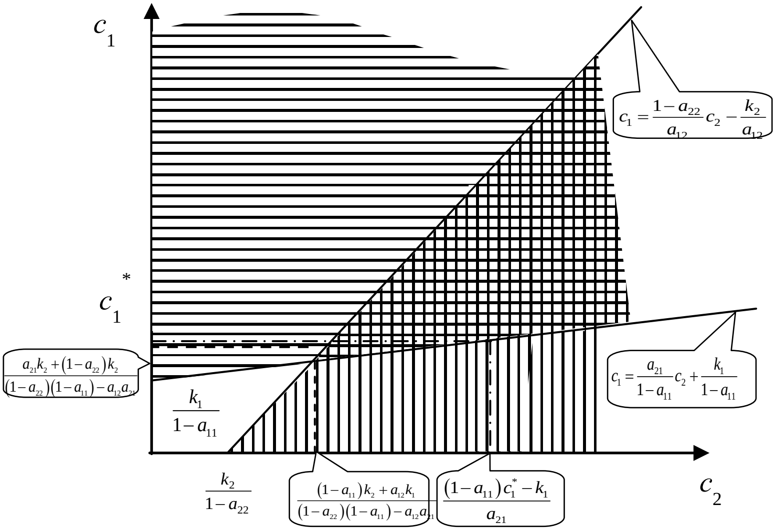

Рис. 1. Область прибыльности

(18) $c_2 = \dfrac{(1-a_{11})k_2 + a_{12}k_1}{(1-a_{22})(1-a_{11}) - a_{12}a_{21}}$.

Очевидно, что при фиксированной цене первого агента, например, $c_1 = c_1^*$, увеличение цены второго агента c_2 ведет к увеличению прибыли второго агента. Но из рис. 1 видно, что если

(19) $c_2 > \dfrac{(1-a_{11})c_1^* - k_1}{a_{21}}$,

то первому агенту становится невыгодно выпускать продукцию по цене c_1^*. И это подталкивает его на увеличение цены. Таким образом, из (10) видно, что формируются своеобразные «качели»: увеличение цены одним агентом и, соответственно, увеличение его прибыли приводит к уменьшению прибыли остальных агентов, что подталкивает их увеличивать свои цены. Здесь следует отметить, что такие «качели» действительно могут вызвать рост цен, когда агенты продают свою продукцию друг другу. В то же время нетрудно видеть, что рост цен может привести к тому, что конечный продукт не найдет своего потребителя и взаимные закупки агентов потеряют смысл. Для каждого агента определим лимитную цену L_i, $i = 1, ..., n$, при которой весь конечный продукт реализуется. На рис. 2, для двух агентов с лимитными ценами L_1 и L_2 видно, как может измениться область прибыльности. В то же время отметим, если лимитная цена первого агента равна L^*_1, то ему не выгодно будет увеличивать свою цену до максимального значения, так как при этом второе неравенство (8) для $c_1 = L^*_1$ и $c_2 = L_2$ не выполняется. Подобная ситуация представлена на рис. 2, где легко видеть, что для получения прибыли первый агент вынужден реализовывать свою продукцию ниже лимитной цены.

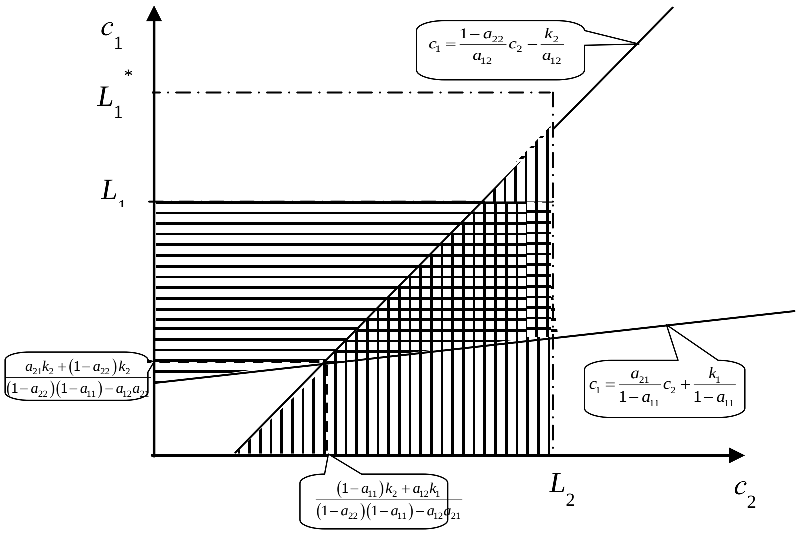

Рис. 2. Область прибыльности при введении лимитных цен

В дальнейшем рассматривается случай, когда в k_i, $i = 1, ..., n$, прибыль и налоги не входят, обозначим через μ ставку налога на прибыль. Тогда чистая прибыль от единицы выпущенной продукции (прибыль за вычетом налога на прибыль) i-го агента будет определяться как

(20) $$p_i = (1-\mu)\left(c_i - k_i - \sum_{j=1}^{n} c_j a_{ji}\right), \ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Очевидно, что при этом у агентов остается заинтересованность завышать цены на свою продукцию.

4. Ограничение на рентабельность в модели Леонтьева

Для противодействия росту цен может быть использовано ограничение на рентабельность. Легко видеть, что рентабельность i-го агента определяется как

$$\rho_i = \frac{Q_i}{z_i} - 1 = \frac{c_i x_i\left(1-a_{ii}\right)}{\left(k_i + \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}\right) x_i} - 1 = \frac{c_i\left(1-a_{ii}\right)}{k_i + \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}} - 1,\ i = 1, 2, \ldots, n. \tag{21}$$

Будем считать, что для всех агентов задано ограничение на рентабельность $\rho_i \leq \theta$. Тогда

$$\frac{c_i\left(1-a_{ii}\right)}{k_i + \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}} - 1 \leq \theta,\ i = 1, 2, \ldots, n. \tag{22}$$

Появление дополнительных ограничений на цену приводит к сокращению множества цен, обеспечивающих получение агентами прибыли. Действительно, для $n = 2$ из (22) можем записать

$$\begin{cases} c_1 \leq \dfrac{1+\theta}{1-a_{11}} a_{21} c_2 + \dfrac{1+\theta}{1-a_{11}} k_1, \\ c_1 \geq \dfrac{1-a_{22}}{\left(1+\theta\right) a_{12}} c_2 - \dfrac{k_2}{a_{12}}. \end{cases} \tag{23}$$

На рис. 3 изображена область прибыльности при фиксированных значениях k_1 и k_2 и ограничении на максимальную рентабельность агентов (штриховка крупной клеткой).

Сравнивая рис. 2 и рис. 3 легко видеть, что область прибыльности при введении ограничения на максимальную рентабельность агентов сократилась.

Перепишем (21) в виде

(24) $c_i = \frac{1+\rho_i}{1-a_{ii}} k_i + \frac{1+\rho_i}{1-a_{ii}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} c_j a_{ji}$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

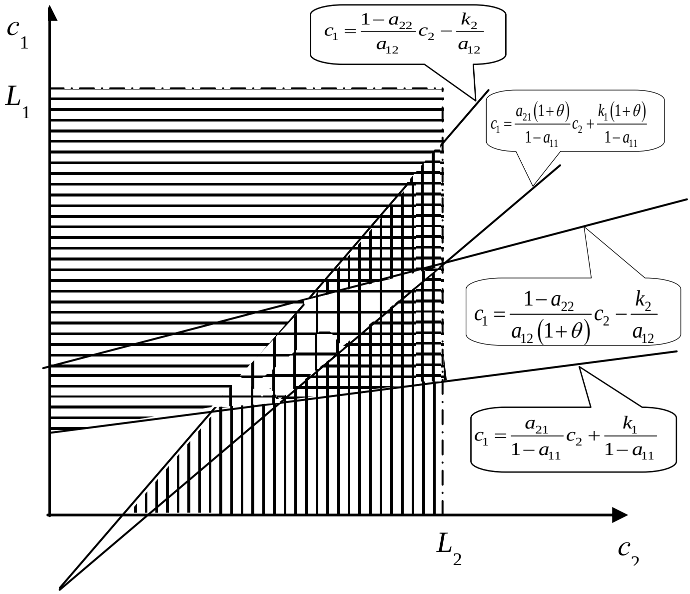

Рис. 3. Область прибыльности при введении ограничения на максимальную рентабельность

Учитывая, что $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} c_j a_{ji} = \sum_{j=1}^{n} c_j a_{ji} - c_i a_{ii}$, то для максимальной рентабельности θ из (24) легко получить

(25) $c_i = \frac{1+\theta}{1+a_{ii}\theta} \sum_{j=1}^{n} c_j a_{ji} + \frac{1+\theta}{1+a_{ii}\theta} k_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Обозначим матрицу

$$(26)\quad E' = \begin{pmatrix} \frac{1+\theta}{1+\theta a_{11}} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1+\theta}{1+\theta a_{22}} a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1+\theta}{1+\theta a_{nn}} a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Теперь можем записать матричное уравнение

$$(27)\quad C = E'A^{\mathrm{T}}C + E'K .$$

Для того чтобы это матричное уравнение имело неотрицательное решение, матрица $E'A^{\mathrm{T}}$ должна быть продуктивной.

Для $n = 2$ имеем

$$(28)\quad \begin{cases} \frac{1-a_{11}}{1+\theta} c_1 - c_2 a_{21} = k_1, \\ -c_1 a_{12} + \frac{1-a_{22}}{1+\theta} c_2 = k_2. \end{cases}$$

Решение этой системы имеет вид

$$(29)\quad \begin{cases} c_1 = \frac{(1-a_{22})k_1 + a_{21}(1+\theta)k_2}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}(1+\theta)^2}(1+\theta), \\ c_2 = \frac{a_{12}(1+\theta)k_1 + (1-a_{11})k_2}{(1-a_{22})(1-a_{11}) - a_{21}a_{12}(1+\theta)^2}(1+\theta). \end{cases}$$

В данном случае требование продуктивности накладывает дополнительные ограничения. Действительно, из (29) следует, что система (28) имеет неотрицательные решения, когда справедливо неравенство

$$(30)\quad \theta < \sqrt{\frac{(1-a_{11})(1-a_{22})}{a_{12}a_{21}}} - 1.$$

Это неравенство означает, что задавать произвольно максимальную рентабельность нельзя и для обеспечения продуктивности матрицы $E'A^{\mathrm{T}}$ значение θ должно быть рассчитано с учетом значений «технических коэффициентов».

Чистая прибыль агентов равна

$$
(31)\quad \begin{cases} p_1 = (1-\mu)\theta(1-a_{11})\dfrac{(1-a_{22})k_1 + a_{21}(1+\theta)k_2}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - (1+\theta)^2 a_{12}a_{21}} x_1, \\ p_2 = (1-\mu)\theta(1-a_{22})\dfrac{a_{12}k_1 + (1-a_{11})k_2}{(1-a_{22})(1-a_{11}) - a_{21}a_{12}(1+\theta)^2} x_2. \end{cases}
$$

Вышеприведенные рассуждения и, соответственно, множество цен, обеспечивающее получение прибыли при введении ограничения на рентабельность осуществлялись при предположении, что коэффициенты затрат агентов не менялись. В то же время из (27) и, соответственно, из (29) следует, что при увеличении коэффициентов затрат $\{k_i\}$ увеличиваются компоненты вектора K', а при неизменной матрице $E'A^{\mathrm{T}}$ это приводит к увеличению компонентов вектора C.

В свою очередь, из (31) видно, что чем выше коэффициенты затрат k_1 и k_2, тем выше чистая прибыль агентов. Таким образом, оставаясь в рамках ограничений на рентабельность, у агентов для увеличения своей прибыли появляется заинтересованность увеличивать цену на продукцию и искусственно «накручивать» затраты на ее выпуск.

5. Применение механизма противозатратности в модели Леонтьева

Исследование противозатратных механизмов [3, 4, 9] показало, что с целью формирования заинтересованности у агентов снижать цену выпускаемой продукции можно использовать механизм увеличения ставки налогообложения при увеличении цены.

В рассматриваемой модели для достижения этой цели определим переменную ставку налога на прибыль $\hat{\mu}_i$ в соответствии с процедурой

$$(32)\quad \hat{\mu}_i = \mu_0 \frac{v\left[c_i\left(1-a_{ii}\right)-k_i-\sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}\right]}{L_i\left(1-a_{ii}\right)-k_i-\sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}},$$

где μ_0 – фиксированная ставка налога, v – настроечный коэффициент. Фактически здесь переменная ставка налога $\hat{\mu}_i$ – это произведение фиксированной ставки налога и отношения дохода i-го агента от выпуска единицы продукции к возможному доходу при реализации продукции по лимитной цене.

В этом случае чистую прибыль агента (20) можно переписать в виде

$$(33)\quad p_i = c_i\left(1-a_{ii}\right)-k_i-\sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji} - \frac{\mu_0 v\left(c_i\left(1-a_{ii}\right)-k_i-\sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}\right)^2}{L_i\left(1-a_{ii}\right)-k_i-\sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}},$$

$i = 1, 2, \ldots, n$.

Оптимальное значение цены, обеспечивающей получение максимальной чистой прибыли, можно найти из условия $\partial p_i/\partial c_i = 0$. Решая соответствующие уравнения, получаем

$$(34)\quad c_i = \frac{1}{2\mu_0 v}\left[L_i + \frac{2\mu_0 v - 1}{1-a_{ii}}\left(k_i + \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}\right)\right],\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Чистая прибыль i-го агента при этой цене определяется как

$$(35)\quad p_i = \frac{1}{4\mu_0 v}\left[\left(1-a_{ii}\right)L_i - \left(k_i + \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j a_{ji}\right)\right],\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Из (35) видно, что увеличение собственных затрат i-го агента (коэффициента k_i) приводит к уменьшению его чистой прибыли.

Введение переменной ставки налога на прибыль приводит к дополнительным ограничениям на цены, которые изменяют множество цен, обеспечивающих получение агентам прибыли. Действительно, для чистой прибыли (33) к неравенству (11) добавляется неравенство

$$(36)\quad c_i \le \frac{1}{\mu_0 v}\left(L_i + \frac{\mu_0 v - 1}{1 - a_{ii}} k_i\right) + \frac{\mu_0 v - 1}{\mu_0 v(1 - a_{ii})}\sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n} c_j a_{ji}\ , \ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Для $n = 2$ из условия (11) имеем

$$(37)\quad \begin{cases} c_1 \ge c_2 \dfrac{a_{21}}{1 - a_{11}} + \dfrac{k_1}{1 - a_{11}}, \\ c_1 \le c_2 \dfrac{1 - a_{22}}{a_{12}} - \dfrac{k_2}{a_{12}}. \end{cases}$$

Соответственно, из (36) следует

$$(38)\quad \begin{cases} c_1 \le \dfrac{1}{\mu_0 v}\left(L_i + \dfrac{\mu_0 v - 1}{1 - a_{ii}} k_i\right) + \dfrac{\mu_0 v - 1}{\mu_0 v(1 - a_{ii})} a_{21} c_2, \\ c_1 \ge \dfrac{1 - a_{11}}{(\mu_0 v - 1) a_{12}} \mu_0 v c_2 - \dfrac{1}{a_{12}}\left(\dfrac{1 - a_{11}}{\mu_0 v - 1} L_2 - k_2\right). \end{cases}$$

Несложно показать, что можно подобрать такие значения μ_0 и v, которые обеспечивают противозатратность и не сокращают область прибыльности, которая представлена на рис. 2,

Обозначим матрицы

$$(39)\quad E'' = \begin{pmatrix} \dfrac{2\mu_0 v - 1}{2\mu_0 v - a_{11}} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \dfrac{2\mu_0 v - 1}{2\mu_0 v - a_{22}} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \dfrac{2\mu_0 v - 1}{2\mu_0 v - a_{nn}} \end{pmatrix},\ H = \begin{pmatrix} \dfrac{(1 - a_{11})L_1 + (2\mu_0 v - 1)k_1}{2\mu_0 v - a_{11}} \\ \dfrac{(1 - a_{22})L_2 + (2\mu_0 v - 1)k_2}{2\mu_0 v - a_{22}} \\ \ldots \\ \dfrac{(1 - a_{nn})L_n + (2\mu_0 v - 1)k_n}{2\mu_0 v - a_{nn}} \end{pmatrix}.$$

Тогда (34) можно переписать в виде матричного уравнения

$$(40)\quad C = E'' A^{\mathrm{T}} C + H\ .$$

Для того чтобы это матричное уравнение имело неотрицательное решение, матрица $E''A^{\mathrm{T}}$ должна быть продуктивной.

Систему уравнений (34) для $n = 2$ можно записать в виде

$$(41)\quad \begin{cases} c_1 - \dfrac{v+1}{1-a_{11}} c_2 a_{21} = \dfrac{k_1}{2(1-a_{11})}, \\ c_2 - \dfrac{v+1}{1-a_{22}} c_1 a_{12} = \dfrac{k_2}{2(1-a_{22})}. \end{cases}$$

Решение этой системы имеет вид

$$(42)\quad \begin{cases} c_1 = \left[\left(L_1 + \dfrac{2\mu_0 v - 1}{1-a_{11}} k_1\right) + \dfrac{a_{21}(2\mu_0 v - 1)}{2\mu_0 v(1-a_{11})}\left(L_2 + \dfrac{2\mu_0 v - 1}{1-a_{22}} k_2\right)\right] V, \\ c_2 = \left[\left(L_2 + \dfrac{2\mu_0 v - 1}{1-a_{22}} k_2\right) + \dfrac{a_{12}(2\mu_0 v - 1)}{2\mu_0 v(1-a_{22})}\left(L_1 + \dfrac{2\mu_0 v - 1}{1-a_{11}} k_1\right)\right] V. \end{cases}$$

Здесь $V = \dfrac{2\mu_0 v(1-a_{11})(1-a_{22})}{4(\mu_0 v)^2 (1-a_{11})(1-a_{22}) - (2\mu_0 v - 1)^2 a_{12} a_{21}}$.

Отсюда видно, что для обеспечения продуктивности должно выполняться условие $4(\mu_0 v)^2(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - (2\mu_0 v - 1)^2 a_{12} a_{21} > 0$. Так как матрица A продуктивна, то для обеспечения продуктивности при применении пртивозатратного налогового механизма достаточно выбрать $v > 0$.

6. Заключение

Анализ модели межотраслевого баланса Леонтьева с учетом действий агентов-монополистов, направленных на увеличение прибыли, показал, что в первую очередь необходимо получить условия, обеспечивающие прибыльность модели Леонтьева. Фактически это означает определение множества цен, устанавливаемых агентами на свою продукцию, при которых они получают прибыль, – область прибыльности. Показано, что стремление к увеличению прибыли одним агентом приводит к увеличению цены, что влечет уменьшение прибыли остальных агентов. А это, в свою очередь, подталкивает их увеличивать свои цены. Введение ограничения на рентабельность агентов приводит к тому, что область прибыльности сокращается. Однако в этом случае для увеличения своей прибыли агенты увеличивают свои цены и свои затраты на выпуск продукции. Замена ограничения на рентабельность на переменную ставку налога позволяет изменить эту тенденцию и при этом проявляется эффект противозатратности – агенты не заинтересованы увеличивать цены и затраты на выпуск продукции.

Литература

1. АЛЛЕН Р. *Математическая экономия* – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 668 с.
2. БЕЛЛМАН Р. *Введение в теорию матриц* – М.: Изд-во Мир, 1969. – 368 с.
3. БУРКОВ В.Н., ДАНЕВ Б., ЕНАЛЕЕВ А.К. и др. *Большие системы: моделирование организационных механизмов*. – М.: Наука, 1989. – 246 с.
4. БУРКОВ В.Н., КАШЕНКОВ А.Р. *Противозатратные механизмы управления научными исследованиями и разработками* // В кн. «Совершенствование организационно-экономического механизма управления деятельностью научно-исследовательских и проектно-конструкторских учреждений». – М.: МДНТП, 1988. – С. 45.
5. *Высшая математика для экономистов: учебник для студентов, обучающихся по экономическим специальностям* / Под. ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 479 с.
6. ГЕЙЛ Д. *Теория линейных экономических моделей* – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 418 с.
7. ЛЕОНТЬЕВ В. *Экономическое эссе. теории, исследования, факты и политика*. – М.: Политиздат, 1990. – 415 с.
8. ЛЕОНТЬЕВ В., ЧЕНЕРИ Х.В., КЛАРК П.Г. и др. *Исследование структуры американской экономики. теоретический и эмпирический анализ по схеме затраты – выпуск*. – М.: Государственное статистическое издательство, 1958. – 641 с.
9. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2012. – 604 с.

10. СОЛОДОВНИКОВ А.С., БАБАЙЦЕВ В.А., БРАИЛОВ А.В., ШАНДРА И.Г. *Математика в экономике* / Учебник. Ч. 1. Линейная алгебра, Аналитическая геометрия и линейное программирование. – М.: Финансы и статистика, 2013. – 384 с.
11. DIETZENBACHER E., LAHR M.L. *Wassily Leontief and input-output economics*. – Cambridge University Press, 2004. – 396 p.
12. TANAKA F.J.M. *Applications of Leontief's Input-Output Analysis in Our Economy* // Faculty of Economics Journal University of Nagasaki. – 2011. – Vol. 45, No. 1. – P. 29–96.
13. YONG L.C. *The control of Leontief model on industry manufacturing process* // Advanced Materials Research. – 2011. – Vol. 187. – P. 287–290.

PROFITABILITY CONDITION IN THE LEONTIEF MODEL

Vladimir Burkov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (vlab17@bk.ru).
Irina Burkova, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, assistant professor (irbur27@gmail.com).
Alexander Shchepkin, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (av_shch@mail.ru).

Abstract: We consider a model input-output model of Leontief, in which each industry supplies its products to other industries and, accordingly, purchases products from them. In the case where the profit of the industries and the costs of output are given, the model dual to the model of Leontief allows us to calculate the equilibrium prices. The paper assumes that the price of products and production costs are set by the industries themselves. For the prices set by the industries, the task is to study their impact on the preservation of the interindustry balance. If we assume that industries are monopolists who, taking advantage of their monopoly position, seek to increase their profits by increasing the price of their products, then the problem arises of determining the conditions of profitability, that is, determining such a set of prices for the products of industries in which all industries make a profit. Assuming that the state cannot influence the prices of the monopolist, measures are proposed to influence the monopolists by the state by imposing restrictions on their profitability or by using cost-saving mechanism. The effectiveness of these measures is evaluated. For the proposed measures to influence monopolies, the conditions for maintaining the interindustry balance and the conditions for profitability are determined.

Keywords: costs, prices, profit, profitability, interindustry balance, cost-saving mechanism.

УДК 519.7
ББК 22.18
DOI: 10.25728/ubs.2021.91.3

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Ф.И. Ерешко.

Поступила в редакцию 04.03.2021.
Опубликована 31.05.2021.