

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

***Выпуск 95
Январь 2022***

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2022

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 95

Москва – 2022

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П., Кульба В.В., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: член-корр. РАН Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. техн. наук Калимулина Э.Ю. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИПМ РАН), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), Галаев А.А. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук: Зоркальцев В.И. (ИСЭМ СО РАН), проф. Калашников А.О. (ИПУ РАН), проф. Калянов Г.Н. (ГУ ВШЭ), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук Коргин Н.А. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук: проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (МФТИ), д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р биол. наук проф. Михальский А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н. (ИПС РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Орлов А.И. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), проф. Райгородский А.М. (МГУ), проф. Савватеев А.В. (РЭШ), д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ), проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Арзамас – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – академик РАН Бычков И.В., д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., Сараев П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фуртат И.Б. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в интернете: ubs.mtas.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

Математическая теория управления

Глущенко А.И., Ласточкин К.А., Петров В.А. <i>Процедура идентификации кусочно-постоянных параметров с улучшенной сходимостью.....</i>	6
---	---

Управление в социально-экономических системах

Лайко А.Э. <i>Модель оптимизации структуры развивающейся организационной системы</i>	33
--	----

Управление в медико-биологических и экологических системах

Гришин Е.М. <i>Оценочные методы в протеомике</i>	47
--	----

Управление техническими системами и технологическими процессами

Фомин А.В., Глущенко А.И., Полещенко Д.А., Зорин И.С. <i>Идентификация маркировки стальных заготовок в СПЦ-1 АО «Оскольский электрометаллургический комбинат им. А.А. Угарова» на основе нейросетевого подхода</i>	62
--	----

Жуков П.И., Глущенко А.И., Фомин А.В. <i>Сравнение модели конечных разностей и машинного обучения для задачи прогнозирования температуры заготовки, нагреваемой в проходной печи</i>	79
--	----

Управление подвижными объектами и навигация

Кокунько Ю.Г.

Построение дифференциатора задающих воздействий для системы управления мобильным роботом

101

Ткаченко А.А.

Проектирование системы управления на основе МРС для стабилизации двухколесного робота-балансира

119

Программы и системы моделирования объектов, средств и систем управления

Блинова О.В.

Поиск оптимальных точек расположения сетевых устройств для беспроводных сетей с учетом траекторий движения абонентов и распространения сигнала

136

ПРОЦЕДУРА ИДЕНТИФИКАЦИИ КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫХ ПАРАМЕТРОВ С УЛУЧШЕННОЙ СХОДИМОСТЬЮ¹

Глущенко А. И.², Ласточкин К. А.³
(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Петров В. А.⁴
(Старооскольский технологический институт
им. А.А. Угарова (филиал) ФГАОУ ВО НИТУ «МИСиС»,
Старый Оскол)

Работа посвящена повышению качества решения задачи идентификации неизвестных кусочно-постоянных параметров классического линейного регрессионного уравнения. Для решения этой задачи в работе предлагается новая процедура обработки регрессионного уравнения, основанная на использовании в известном подходе интегрального динамического расширения и смешивания (I-DREM) интервального интегрального фильтра с экспоненциальным списыванием и сбросом. Как доказано в работе, предложенный фильтр, в отличие от известных в литературе, при использовании в процедуре I-DREM позволяет генерировать регрессионное уравнение со скалярным регрессором и регулируемым уровнем возмущения, вызванным скачкообразным изменением неизвестных параметров. Основным результатом работы является процедура обработки линейного регрессионного уравнения с векторным регрессором, которая позволяет построить закон оценки, гарантирующий при выполнении условия конечного возбуждения регрессора ограниченность ошибки идентификации кусочно-постоянных параметров регулируемым значением. Все вышеупомянутые свойства в работе доказаны аналитически и/или продемонстрированы в рамках численного эксперимента.

Ключевые слова: кусочно-постоянные параметры, идентификация, конечное возбуждение, интервальная фильтрация, сходимость.

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке фонда Президента РФ (проект МД-1787.2022.4).

² Антон Игоревич Глущенко, д.т.н., в.н.с. (aiglush@ipu.ru).

³ Константин Андреевич Ласточкин, инженер (lastconst@ipu.ru).

⁴ Владислав Анатольевич Петров, к.т.н., доцент (petrov.va@misis.ru).

1. Введение

Многие реальные объекты управления описываются моделями с кусочно-постоянными параметрами [6, 8]. Причинами изменения параметров в таких моделях обычно являются: 1) мгновенное изменение физических параметров или свойств объекта управления (захват роликами прокатного стана или рабочим органом манипулятора/крана заготовки, заполнение ковша экскаватора грунтом и т.д.); 2) переход нелинейного объекта управления в область пространства состояний с особой точкой, отличной от точки линеаризации (переход перевернутого маятника из верхней в нижнюю полуплоскость, изменение угла атаки самолета в модели Wing-Rock [4] и т.д.). Объекты управления с кусочно-постоянными параметрами широко распространены в авиации и промышленности, поэтому задача управления такими объектами является актуальной. Поскольку кусочно-постоянные параметры обычно являются неизвестными в каждый момент времени, то синтез систем управления для таких объектов должен осуществляться с привлечением методов теории идентификации для получения адекватного математического описания объекта и адаптивного управления для качественного решения задачи управления в режиме онлайн.

Классические методы [10, 11] теории идентификации, а именно градиентный закон оценки и различные вариации рекурсивного метода наименьших квадратов, позволяют [10, 13] с экспоненциальной скоростью оценивать истинные значения неизвестных кусочно-постоянных параметров при выполнении условия постоянного возбуждения и достаточно малой частоте изменения параметров. Однако данные законы не позволяют [10] гарантировать сходимости оценок к истинным значениям при невыполнении условия постоянного возбуждения, а качество оценок кусочно-постоянных параметров в этом случае может быть неприемлемым.

С другой стороны, современные методы теории идентификации [12], обеспечивающие улучшенное качество формируемых оценок и/или сходимости оценок к истинным значениям при ослабленных требованиях к возбуждению регрессора, осно-

ваны на динамической/алгоритмической фильтрации регрессионного уравнения – процедурах DRE [9, 12], MRE [7, 12], DREM [2, 12], I-DREM [5] и Concurrent Learning [3]. При применении таких подходов для идентификации кусочно-постоянных параметров качество получаемых оценок, как было показано в [1], может быть неудовлетворительным вследствие суперпозиционного смешивания используемыми динамическими/алгоритмическими фильтрами информации о регрессиях с различными значениями кусочно-постоянных параметров.

Поэтому целью настоящей работы является разработка контура оценки с улучшенным качеством идентификации кусочно-постоянных неизвестных параметров. Для этого предлагается в рамках известного подхода интегрального динамического расширения и смешивания (I-DREM) использовать интервальный интегральный фильтр с экспоненциальным списыванием и сбросом, что позволит минимизировать суперпозиционное смешивание информации о регрессиях с различными значениями кусочно-постоянных параметров и повысить качество получаемых оценок.

Настоящая работа представляет собой обобщение результатов, полученных в [1], с более строгим формальным доказательством основных свойств предлагаемой процедуры идентификации кусочно-постоянных неизвестных параметров.

2. Постановка задачи

Рассмотрим линейное регрессионное уравнение ($\Theta \in R^n$, $\varphi \in R^n$, $y \in R$):

$$(1) \quad y(t) = \Theta^T(t)\varphi(t).$$

Будем предполагать, что для регрессора $\varphi(t)$ на отрезке $[t_r^+; t_e^-]$ выполнено условие конечного возбуждения $\varphi(t) \in FE$:

$$(2) \quad \int_{t_r^+}^{t_e^-} \varphi(\tau)\varphi^T(\tau)d\tau \geq \alpha I,$$

а неизвестные параметры Θ описываются следующим образом:

$$(3) \quad \Theta(t) = \Theta_i, \quad \forall \{t, i\} : t \in [t_i; t_{i+1}), \quad i \leq i_{\max} < \text{floor}\left(\frac{t_e}{T_\Theta}\right), \quad t_i = iT_\Theta,$$

$$\|\Theta_i - \Theta_{i-1}\| = \|\Delta_\Theta\| \leq \Delta_\Theta^{\max},$$

где α – степень возбуждения регрессора; $t_i < t_e$ – неизвестные моменты времени изменения значений вектора Θ ; Θ_i – значение параметров Θ на интервале $[t_i; t_{i+1})$; Δ_Θ^{\max} – величина максимального изменения Θ в момент времени t_i ; T_Θ – неизвестный параметр, определяющий длительность интервала времени между моментами времени t_i и t_{i+1} .

Таким образом, неизвестные параметры в (1) описываются кусочно-постоянной функцией на интервале конечного возбуждения $[t_r^+; t_e]$, но постоянны за его пределами начиная с некоторого момента времени $t_{i_{\max}} \in [t_r^+; t_e]$. Для идентификации таких параметров рационально принять допущение о непрерывности конечного возбуждения регрессора.

Допущение 1. Если регрессор $\varphi(t) \in \text{FE}$ на интервале $[t_r^+; t_e]$, то $\forall t \in [t_r^+; t_e] \exists T_s > 0, T_s \rightarrow 0$ такое, что $\varphi(t) \in \text{FE}$ и на отрезках $[t; t + T_s] \subset [t_r^+; t_e]$.

Допущение 1 верно, в частности, если регрессор $\varphi(t)$ непрерывен, его элементы на всем интервале $[t_r^+; t_e]$ линейно-независимы и поэлементно интегрально не вырождены на отрезках $[t; t + T_s] \subset [t_r^+; t_e]$, что обычно выполняется на практике.

Определим ошибки идентификации кусочно-постоянных параметров (3) следующим образом:

$$(4) \quad \tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta_i,$$

$$\tilde{\Theta}_i = \hat{\Theta}(t_i + T_\Theta) - \Theta_i,$$

где $\hat{\Theta}$ – вектор оценок неизвестных параметров, $\hat{\Theta}(t_i + T_\Theta)$ – последняя оценка $\hat{\Theta}$ из интервала $[t_i; t_{i+1})$.

Пояснение введенных в этом разделе обозначений приведено на рис. 1.

Таким образом, ошибка $\tilde{\Theta}$ существует $\forall t \in [t_i; t_{i+1})$, а $\tilde{\Theta}_i$ вычисляется только в моменты времени $t_i + T_\Theta$.

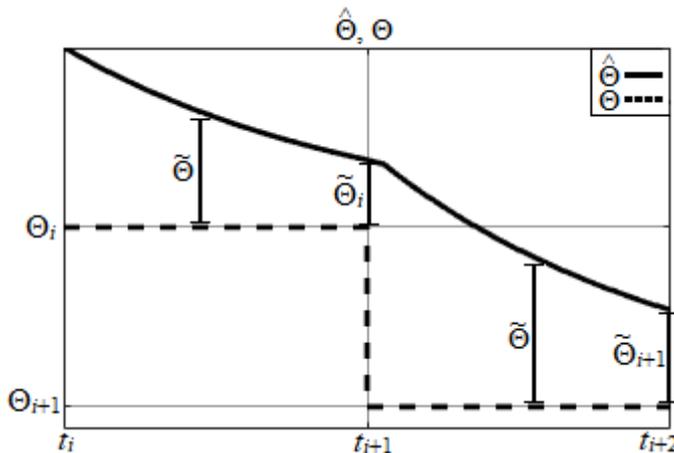


Рис. 1. Графическое пояснение введенных обозначений

Требуется построить закон формирования оценок $\hat{\Theta}$ кусочно-постоянных параметров Θ , обеспечивающий при $\varphi(t) \in FE$ для ошибки (4) выполнение следующего требования:

$$(5) \quad \|\tilde{\Theta}_i\| \leq R,$$

где верхняя оценка R должна иметь возможность априорного выбора или уменьшения путем выбора варьируемых параметров закона идентификации.

3. Основной результат

Для достижения сформулированной цели (5) модифицируем недавно разработанный подход, показавший свою эффективность при решении задач идентификации постоянных параметров. А именно процедуру динамического расширения и смешивания, дополненную интегральным фильтром с экспоненциальным списыванием [1, 5]. Пропустим уравнение регрессии (1)

через интегральный интервальный фильтр с экспоненциальным списыванием:

$$(6) \quad y_f^T(t) = \int_{t_k}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} y(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau = \int_{t_k}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \Theta^T(\tau) \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau,$$

$$y_f(t_k) = 0_n,$$

где $t_k = T \cdot \text{floor}(t/T)$ – моменты времени начала нового интервала фильтрации, $0 < T < t_e - t_r^+$ – ширина окна фильтрации, $\beta > 0$ – фактор памяти.

От соотношений варьируемого параметра фильтра T , определяющего длительность интервала фильтрации $[t_k; t_{k+1})$, и неизвестного параметра T_Θ , определяющего частоту изменения неизвестных параметров Θ_i , зависит чувствительность фильтра (6) к вариациям параметров регрессии Θ и его способность формировать невозмущенные регрессионные уравнения. На рис. 2 приведено графическое пояснение взаимосвязи параметров T и T_Θ .

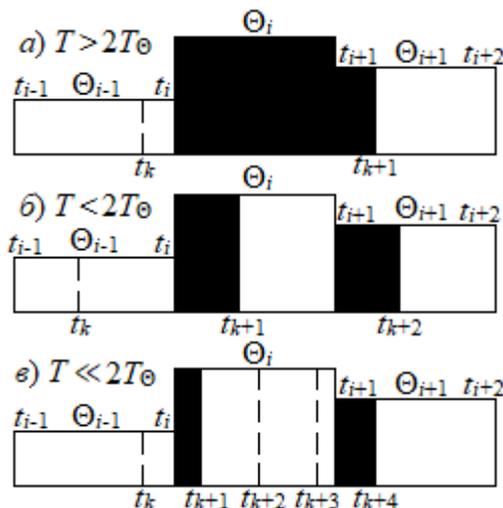


Рис. 2. Графическое пояснение взаимосвязи параметров T и T_Θ

Здесь черным цветом выделены интервалы времени, на которых фильтрация (6) осуществляет суперпозиционное смешивание

вание регрессий с различными параметрами и формирует расширенные регрессионные уравнения с возмущениями.

Из графического пояснения следует, что обеспечение возможности своевременного детектирования фильтром (6) изменений параметров регрессии (1) обеспечивается выбором величины $T < 2T_\Theta$ или $T \ll 2T_\Theta$. Также графическое пояснение позволяет выделить две возможные ситуации на интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1})$ с точки зрения принадлежности ему момента времени t_i . В случае, когда $t_i \notin [t_k; t_{k+1}) \forall i$, после фильтрации (6) $\forall t \in [t_k; t_{k+1})$ имеем невозмущенное расширенное регрессионное уравнение вида

$$y_f(t) = \varphi_f(t)\Theta(t);$$

$$(7) \quad \varphi_f(t_k) = 0_{n \times n}; y_f(t_k) = 0_n,$$

$$\varphi_f^T(t) = \int_{t_k}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau)\varphi^T(\tau)d\tau; y_f^T(t) = \int_{t_k}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} y(\tau)\varphi^T(\tau)d\tau.$$

Случай, когда $t_i \in [t_k; t_{k+1})$, опишем в утверждении 1.

Утверждение 1. Если $t_i \in [t_k; t_{k+1})$, то в результате фильтрации (6) $\forall t \in [t_k; t_{k+1})$ имеем расширенное возмущенное регрессионное уравнение вида:

$$y_f(t) = (\varphi_{f1}(t) + \varphi_{f2}(t))\Theta_{i-1} + \varphi_{f2}(t)\Delta_\Theta =$$

$$(8) \quad = \varphi_f(t)\Theta_{i-1} + \varphi_{f2}(t)\Delta_\Theta = \varphi_f(t)\Theta_i - \varphi_{f1}(t_i)\Delta_\Theta$$

$$\varphi_{f1}^T(t_i) = \int_{t_k}^{t_i} e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau)\varphi^T(\tau)d\tau; \varphi_{f2}^T(t) = \int_{t_i}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau)\varphi^T(\tau)d\tau,$$

где φ_{f1} – неизмеримый регрессор, оценка сверху которого пропорционально зависит от $(t_i - t_k)$, φ_{f2} – неизмеримый регрессор, оценка сверху которого пропорционально зависит от $(t_{k+1} - t_i)$ и экспоненциально от β .

Доказательство.

Для доказательства утверждения 1 распишем функцию y_f в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 y_f^T(t) &= \int_{t_k}^{t_i} e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} y(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau + \int_{t_i}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} y(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau = \\
 &= \Theta_{i-1}^T \int_{t_k}^{t_i} e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau + \Theta_i^T \int_{t_i}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau = \\
 (9) \quad &= \Theta_{i-1}^T \int_{t_k}^{t_i} e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau + \left(\Delta_\Theta^T + \Theta_{i-1}^T \right) \int_{t_i}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau = \\
 &= \left(\Theta_i^T - \Delta_\Theta^T \right) \int_{t_k}^{t_i} e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau + \Theta_i^T \int_{t_i}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} y(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau.
 \end{aligned}$$

Вводя в (9) соответствующие обозначения, имеем выражение (8). Для нахождения оценок сверху на φ_{f1} и φ_{f2} сначала получим оценку на подынтегральный экспоненциально затухающий множитель в определениях φ_{f1} , φ_{f2} :

$$\begin{aligned}
 (10) \quad \forall t \in [t_k; t_i): \exp(-\beta(t - t_k)) &\leq \exp\left(-\int_0^t \beta d\tau_1\right) \leq 1; \\
 \forall t \in [t_i; t_{k+1}): \exp(-\beta T) &\leq \exp\left(-\int_0^t \beta d\tau_1\right) \leq \exp(-\beta(t_i - t_k)).
 \end{aligned}$$

Учитывая (10) и пользуясь теоремой о среднем, имеем оценки на φ_{f1} и φ_{f2} :

$$\begin{aligned}
 \varphi_{f1}^T(t_i) &= \int_{t_k}^{t_i} e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \leq \int_{t_k}^{t_i} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \leq \delta_k(t_i - t_k), \\
 (11) \quad \varphi_{f2}^T(t) &= \int_{t_i}^t e^{-\int_0^\tau \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \leq e^{-\beta(t_i - t_k)} \delta_k(t_{k+1} - t_i),
 \end{aligned}$$

$$\delta_k = \text{ess sup}_{t_k \leq t \leq t_{k+1}} \lambda_{\max} \left(\varphi(\tau) \varphi^T(\tau) \right).$$

Откуда следует зависимость φ_{f1} от $(t_i - t_k)$, а φ_{f2} — от $(t_{k+1} - t_i)$ и β , что завершает доказательство утверждения. ■

Поскольку в (8) φ_{f1} , φ_{f2} неизмеримы, а вектор разниц Δ_Θ известен, то выражения $-\varphi_{f1}\Delta_\Theta$, $\varphi_{f2}\Delta_\Theta$ трактуются как возмущающие воздействия. В этой связи необходимо отметить, что далее всегда считается $\varphi_{f1} \neq 0$, а случай, когда $t_i = t_k$ и, следовательно, $\varphi_{f1} = 0$, не рассматривается, поскольку маловероятен в практических задачах. Согласно выражению (11), возмущение $-\varphi_{f1}\Delta_\Theta$ может быть уменьшено при уменьшении $(t_i - t_k)$, а возмущение $\varphi_{f1}\Delta_\Theta$ – при уменьшении $(t_{k+1} - t_i)$ или при увеличении β .

Кроме возможности формирования с помощью (6) расширенного регрессионного уравнения с регулируемым уровнем возмущения, вызванным скачкообразным изменением параметров регрессии, фильтрация (6), в отличие от известных в литературе фильтров DRE [9] или MRE [7], на этапе расширения регрессора (6) на интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1})$ позволяет получать незатухающий регрессор φ_f , для которого оказывается справедливым следующее утверждение.

Утверждение 2. Если $\varphi(t) \in \text{FE}$ на интервале $[t_r^+; t_e]$ и выполняется допущение 1, то для $\varphi_f(t)$ верно:

- 1) $\forall t \in [t_r^+; t_e] \varphi_f(t) \geq 0_{n \times n}$;
- 2) $\exists T_{0k} \in [t_k; t_{k+1}), \forall t \in [T_{0k}; t_{k+1}) 0_{n \times n} < \varphi_f(T_{0k}) \leq \varphi_f(t) \leq \varphi_{f.UB}$.

Доказательство:

Согласно (7), $\text{sign} \left(\exp \left(-\int_0^t \beta d\tau_1 \right) \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) \right) \geq 0_{n \times n}$, а следо-

вательно, $\dot{\varphi}_f \geq 0_{n \times n}$ и $\varphi_f \geq 0_{n \times n} \forall t \in [t_r^+; t_e]$.

Для доказательства второй части утверждения запишем оценку на подынтегральный экспоненциально затухающий множитель в определении регрессора $\varphi_f(t)$:

$$(12) \quad \forall t \in [t_k; t_{k+1}): \exp(-\beta T) \leq \exp \left(-\int_0^t \beta d\tau_1 \right) \leq 1.$$

Так как $\varphi(t) \in \text{FE}$ на отрезке $[t_r^+; t_e]$, то, поскольку интервал $[t_k; t_{k+1}) \subset [t_r^+; t_e]$, в соответствии с допущением 1 также имеем:

$$(13) \int_{t_k}^{t_{k+1}} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \geq \alpha_k I,$$

где α_k – степень возбуждения $\varphi(t)$ на отрезке $[t_k; t_{k+1})$.

Принимая во внимание оценки (12), (13) и используя теорему о среднем, имеем оценку на значение $\varphi_f(t_{k+1})$:

$$(14) \varphi_f(t_{k+1}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\int_0^{\tau} \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \geq e^{-\beta T} \alpha_k I.$$

Так как $\varphi_f(t) \geq 0_{n \times n} \forall t \in [t_k; t_{k+1})$ и $\varphi_f(t_{k+1}) \geq \exp(-\beta T) \alpha_k I$, то $\exists T_{0k} \in [t_k; t_{k+1})$ такой, что $\varphi_f(T_{0k}) = \exp(-\beta T) \alpha_k I$ и $\forall t \in [T_{0k}; t_{k+1})$ верно:

$$(15) \varphi_f(t) \geq \varphi_f(T_{0k}) > 0_{n \times n}.$$

Пользуясь теоремой о среднем и определением δ_k в (11), имеем оценку сверху на регрессор φ_f :

$$(16) \varphi_f(t) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\int_0^{\tau} \beta d\tau_1} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \leq \delta_k \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\int_0^{\tau} \beta d\tau_1} I d\tau \leq \frac{\delta_k}{\beta} I = \varphi_{f,UB}.$$

Объединение выражений (15) и (16) позволяет завершить доказательство утверждения. ■

Замечание 1. В рамках утверждения 2 был введен некоторый момент времени T_{0k} , который призван обозначить момент времени, после которого регрессор φ_f является положительно-определенной матрицей. Из (14) ясно, что в непрерывном времени для положительно-полуопределенной матрицы φ_f при выполнении условия (2) таких моментов времени можно найти бесконечное множество. А поэтому далее, говоря, что $t_i \in [t_k; t_{k+1})$, будем считать, что $t_i \in (T_{0k}; t_{k+1})$, а ситуацию $t_i \in t_k; T_{0k}]$ без потери справедливости рассуждений отнесем к маловероятному на практике случаю, когда $t_i = t_k$.

Следуя процедуре DREM [2], умножим уравнение (6) на матрицу $\text{adj}\{\varphi_f(t)\}$, союзную регрессору $\varphi_f(t)$. Тогда с учетом (7) и утверждения 1 имеем уравнения вида

$$(17) Y := \text{adj}\{\varphi_f(t)\} y_f(t),$$

где $Y \in R^n$ – регрессионная измеримая функция.

Учитывая выражения (7) и (8), а также используя алгебраическое равенство $\text{adj}\{\varphi_f(t)\}\varphi_f(t) = \det\{\varphi_f(t)\}I$, из (17) имеем регрессионное уравнение вида

$$\Upsilon = \begin{cases} \Omega\Theta & \text{если } t_i \notin [t_k; t_{k+1}), \\ \Omega\Theta_{i-1} + d_2 = \Omega\Theta_i + d_1 = \Omega\Theta + d_1 & \text{если } t_i \in [t_k; t_{k+1}); \end{cases}$$

$$(18) \quad d_2 = \text{adj}\{\varphi_f(t)\}\varphi_{f_2}(t)\Delta_\Theta, \quad d_1 = -\text{adj}\{\varphi_f(t)\}\varphi_{f_1}(t)\Delta_\Theta,$$

$$\Omega = \det\{\varphi_f(t)\},$$

где $\Omega \in R$ – регрессор, $d_1 \in R^n$, $d_2 \in R^n$ – неизмеримые возмущения.

На основании выводов, сделанных в утверждениях 1 и 2, можно получить следующие важные выводы относительно регрессора Ω и возмущений d_1 , d_2 .

Следствие 1. Если $\varphi(t) \in \text{FE}$ на интервале $[t_r^+; t_e]$ и выполняется допущение 1, то для Ω верно:

- 1) $\forall t \in [t_r^+; t_e] \quad \Omega(t) \geq 0$;
- 2) $\exists T_{0k} \in [t_k; t_{k+1}), \forall t \in [T_{0k}; t_{k+1}) \quad 0 < \Omega(T_{0k}) \leq \Omega(t) \leq \Omega_{UB}$.

Доказательство.

Первая часть следствия 1 справедлива, поскольку $\varphi_f(t)$, в соответствии с утверждением 2, является положительной полуопределенной матрицей, определитель которой, по определению является положительной полуопределенной функцией. Вторая часть следствия 2 доказывается непосредственным взятием определителя неравенств (15) и (16) с учетом равенства $\det\{cI_{n \times n}\} = c^n \forall c$:

$$(19) \quad \forall t \in [T_{0k}; t_{k+1}) \quad \Omega(t) \geq \det\{\varphi_f(T_{0k})\} = (e^{-\beta T} \alpha_k)^n = \Omega(T_{0k}) > 0,$$

$$(20) \quad \forall t \in [T_{0k}; t_{k+1}) \quad \Omega(t) \leq \det\{\varphi_{f,UB}\} = \left(\frac{\delta_k}{\beta}\right)^n = \Omega_{UB},$$

что и требовалось доказать. ■

Следствие 2. Возмущения d_1 и d_2 являются ограниченными и могут быть уменьшены увеличением β .

Доказательство.

Применив равенство $\text{adj}\{A + B\} = \text{adj}\{A\} + \text{adj}\{B\} \quad \forall A, B$ в определениях d_1 и d_2 , получаем

$$\begin{aligned}
 d_2 &= \left(\text{adj}\{\varphi_{f_1}(t_i)\} \varphi_{f_2}(t) + \text{adj}\{\varphi_{f_2}(t)\} \varphi_{f_2}(t) \right) \Delta_{\Theta} = \\
 &= \left(\text{adj}\{\varphi_{f_1}(t_i)\} \varphi_{f_2}(t) + \det\{\varphi_{f_2}(t)\} I \right) \Delta_{\Theta}, \\
 (21) \quad d_1 &= - \left(\text{adj}\{\varphi_{f_1}(t)\} \varphi_{f_1}(t) + \text{adj}\{\varphi_{f_2}(t)\} \varphi_{f_1}(t) \right) \Delta_{\Theta} = \\
 &= - \left(\det\{\varphi_{f_1}(t)\} I + \text{adj}\{\varphi_{f_2}(t)\} \varphi_{f_1}(t) \right) \Delta_{\Theta}.
 \end{aligned}$$

Из (21), используя оценки сверху (11) и равенство $\text{adj}\{cI_{n \times n}\} = c \cdot \text{adj}\{I_{n \times n}\} \quad \forall c$, получаем

$$\begin{aligned}
 (22) \quad \|d_2\| &\leq \left((t_i - t_k)(t_{k+1} - t_i) \delta_k^2 e^{-\beta(t_k - t_i)} + \left(e^{-\beta(t_k - t_i)} \delta_k (t_{k+1} - t_i) \right)^n \right) \Delta_{\Theta}^{\max}, \\
 \|d_1\| &\leq \left(\left(\delta_k (t_i - t_k) \right)^n + (t_i - t_k)(t_{k+1} - t_i) \delta_k^2 e^{-\beta(t_k - t_i)} \right) \Delta_{\Theta}^{\max}.
 \end{aligned}$$

Откуда и следует возможность уменьшения d_1 и d_2 с помощью β , что и требовалось доказать.

На основании выражения (18) определим закон формирования оценок в следующем виде:

$$(23) \quad \dot{\hat{\Theta}} = -\gamma \cdot \Omega \left(\Omega \hat{\Theta} - \Upsilon \right), \quad \gamma = \begin{cases} 0 & \text{если } \Omega \leq \kappa, \\ \frac{\gamma_0}{\Omega^2} & \text{иначе;} \end{cases}$$

где γ – коэффициент усиления, $\gamma_0 > 0$ – параметр закона оценки, $\kappa \in \left(0; \min_k \left(\Omega(T_{0k}) \right) \right)$ – параметр нелинейного оператора в определении γ .

Замечание 2. Деление на величину Ω^2 , реализуемое в контуре (23), является безопасной операцией, поскольку при $\varphi(t) \in \text{FE}$ регрессор $\Omega > 0 \quad \forall t \in [T_{0k}; t_{k+1})$. Процедура деления на Ω^2 позволяет обеспечивать заданную предельную величину параметрической ошибки $\tilde{\Theta}$ на интервалах $[T_{0k}; t_{k+1})$.

Сформулированные утверждения и следствия из них позволяют доказать следующие свойства контура идентификации (23).

Свойство 1. Если $\varphi(t) \in \text{FE}$, выполняется допущение 1, и $t_i \notin [t_k; t_{k+1})$, то $\lim_{\substack{\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k}) \rightarrow \infty \\ \beta \rightarrow \infty}} \left(\left\| \tilde{\Theta}(t_{k+1}) \right\| \right) = 0$.

Доказательство.

Введем в рассмотрение квадратичную форму $V = \frac{1}{2} \tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta}$ и вычислим ее производную в силу (18) и (23):

$$(24) \quad \dot{V} = -\gamma \cdot \Omega^2 \tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta}.$$

Производная (24) $\forall t \in [T_{0k}; t_{k+1})$ в силу второго пункта следствия 1 и определения γ в (23) примет вид

$$(25) \quad \dot{V} = -\gamma_0 \tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} = -\gamma_0 \left\| \tilde{\Theta} \right\|^2.$$

Решение дифференциального уравнения (25) на интервале $[T_{0k}; t_{k+1})$ имеет вид

$$(26) \quad \left\| \tilde{\Theta}(t_{k+1}) \right\| \leq \sqrt{2} e^{-0,5\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k})} \left\| \tilde{\Theta}(T_{0k}) \right\|.$$

Поскольку $\gamma = 0$ до момента времени T_{0k} в силу выбора κ в соответствии с (23), то $\tilde{\Theta}(T_{0k}) = \tilde{\Theta}(t_k)$, а уравнение (26) приобретает вид

$$(27) \quad \left\| \tilde{\Theta}(t_{k+1}) \right\| \leq \sqrt{2} e^{-0,5\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k})} \left\| \tilde{\Theta}(t_k) \right\|,$$

откуда следует справедливость свойства 1. ■

Свойство 2. Если $\varphi(t) \in \text{FE}$, выполняется допущение 1, и $t_i \in [t_k; t_{k+1})$, то верны предельные неравенства:

$$(28) \quad \lim_{\substack{\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k}) \rightarrow \infty \\ \beta \rightarrow \infty}} \left(\left\| \hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_i \right\| \right) = \sqrt{2} \left(\delta_k(t_i - t_k) \right)^n \Delta_{\Theta}^{\max} \kappa^{-1},$$

$$\lim_{\substack{\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k}) \rightarrow \infty \\ \beta \rightarrow \infty}} \left(\left\| \hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_{i-1} \right\| \right) = 0.$$

Доказательство

Чтобы доказать свойство, введем функции:

$$(29) \quad \begin{aligned} V_1 &= -\frac{1}{2} \left(\hat{\Theta} - \Theta_i \right)^T \left(\hat{\Theta} - \Theta_i \right), \\ V_2 &= -\frac{1}{2} \left(\hat{\Theta} - \Theta_{i-1} \right)^T \left(\hat{\Theta} - \Theta_{i-1} \right). \end{aligned}$$

Определим $\forall t \in [T_{0k}; t_{k+1})$ в силу (18), (23), второго пункта следствия 1 и определения γ производные функций (29):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\gamma \cdot \Omega^2 (\hat{\Theta} - \Theta_i)^T (\hat{\Theta} - \Theta_i) + \gamma \cdot \Omega (\hat{\Theta} - \Theta_i)^T d_1 \leq \\ (30) \quad &\leq -\gamma_0 \cdot (\hat{\Theta} - \Theta_i)^T (\hat{\Theta} - \Theta_i) + \gamma_0 \cdot \frac{1}{\kappa} (\hat{\Theta} - \Theta_i)^T d_1, \\ \dot{V}_2 &\leq -\gamma_0 \cdot (\hat{\Theta} - \Theta_{i-1})^T (\hat{\Theta} - \Theta_{i-1}) + \gamma_0 \cdot \frac{1}{\kappa} (\hat{\Theta} - \Theta_{i-1})^T d_2. \end{aligned}$$

Оценка сверху на производные (30) в силу выражения (19) $\forall t \in [T_{0k}; t_{k+1})$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\gamma_0 \|\hat{\Theta} - \Theta_{i-1}\|^2 + \gamma_0 \frac{1}{\kappa} \|d_1\| \|\hat{\Theta} - \Theta_{i-1}\| \leq \\ (31) \quad &\leq -\frac{1}{2} \gamma_0 \|\hat{\Theta} - \Theta_{i-1}\|^2 + \frac{1}{2} \gamma_0 \frac{\|d_1\|^2}{\kappa^2}, \\ \dot{V}_2 &\leq -\frac{1}{2} \gamma_0 \|\hat{\Theta} - \Theta_{i-1}\|^2 + \frac{1}{2} \gamma_0 \frac{\|d_2\|^2}{\kappa^2}, \end{aligned}$$

где в правых частях выражения (30) было использовано неравенство $-a^2 + ab \leq -\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$.

Решение дифференциальных неравенств (31) $\forall t \in [T_{0k}; t_{k+1})$ приобретают вид:

$$\begin{aligned} (32) \quad &\|\hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_i\| \leq \sqrt{2} e^{-0,25\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k})} \|\hat{\Theta}(T_{0k}) - \Theta_i\| + \frac{\sqrt{2}\|d_1\|}{\kappa}, \\ &\|\hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_{i-1}\| \leq \sqrt{2} e^{-0,25\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k})} \|\hat{\Theta}(T_{0k}) - \Theta_{i-1}\| + \frac{\sqrt{2}\|d_2\|}{\kappa}. \end{aligned}$$

Используя те же аргументы, что и при переходе от (26) к (27), из (32) получаем

$$\begin{aligned} (33) \quad &\|\hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_i\| \leq \sqrt{2} e^{-0,25\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k})} \|\hat{\Theta}(t_k) - \Theta_i\| + \frac{\sqrt{2}\|d_1\|}{\kappa}, \\ &\|\hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_{i-1}\| \leq \sqrt{2} e^{-0,25\gamma_0(t_{k+1}-T_{0k})} \|\hat{\Theta}(t_k) - \Theta_{i-1}\| + \frac{\sqrt{2}\|d_2\|}{\kappa}. \end{aligned}$$

Откуда, учитывая оценки сверху (22) на d_1 и d_2 , следует справедливость свойства 2. ■

Замечание 3. Необходимо отметить, что при выборе $\beta \rightarrow \infty$, момент времени смены параметров t_i на интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1})$ попадает в «область нечувствительности» фильтра (6) к новым данным, а следовательно $\varphi_{f2} \rightarrow 0$, $d_2 \rightarrow 0$,

а на всем интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1})$ осуществляется идентификация вектора старых параметров Θ_{i-1} , и именно поэтому ошибка $\hat{\Theta}(t_{k+1}) - \Theta_{i-1}$ сходится к нулю.

Из уравнений (33), на основании определения в (2) оценок сверху на d_1 и d_2 , можно сделать следующий вывод: чем ближе момент времени t_i к малой окрестности t_k (или t_{k+1}), тем меньше величина возмущения d_1 (d_2) (из (22) при $t_i \rightarrow t_{k+1}$ функция $d_2 \rightarrow 0$, а при $t_i \rightarrow t_k$ — функция $d_1 \rightarrow 0$). Другими словами, при $t_i \rightarrow t_{k+1}$ и применении закона (23) можно считать, что на отрезке $[t_k; t_{k+1})$ осуществляется идентификация вектора старых параметров Θ_{i-1} в условиях пренебрежимо малого возмущения d_2 , а при $t_i \rightarrow t_k$ на отрезке $[t_k; t_{k+1})$ осуществляется идентификация вектора новых параметров Θ_i в условиях ограниченного возмущения d_1 . Приблизить t_i к малой окрестности t_k (или t_{k+1}) представляется возможным, выбирая параметр T .

Свойство 3. Если $\varphi(t) \in FE$, выполняется допущение 1, $t_i \in [t_k; t_{k+1})$ и $\exists [t_{k+1}; t_{k+2})$ такой, что $t_{i+1} \notin [t_{k+1}; t_{k+2})$, то $\exists [T_{0(k+1)}; t_{k+2})$ такой, что $\lim_{\gamma_0(t_{k+2} - T_{0(k+1)}) \rightarrow \infty} (\|\tilde{\Theta}(t_{k+2})\|) = 0$.

Доказательство.

По доказанному в свойствах 1 и 2 имеем оценки на параметрическую ошибку в моменты времени t_{k+1} и t_{k+2} :

$$(34) \quad \|\tilde{\Theta}(t_{k+1})\| \leq \sqrt{2} e^{-0,25\gamma_0(t_{k+1} - T_{0k})} \|\tilde{\Theta}(t_k)\| + \frac{\sqrt{2}\|d_1\|}{\kappa},$$

$$(35) \quad \|\tilde{\Theta}(t_{k+2})\| \leq \sqrt{2} e^{-0,5\gamma_0(t_{k+2} - T_{0(k+1)})} \|\tilde{\Theta}(t_{k+1})\|.$$

Подставив (34) в (35), имеем:

$$(36) \quad \|\tilde{\Theta}(t_{k+2})\| \leq 2e^{-0,5\gamma_0(t_{k+2} - T_{0(k+1)}) - 0,25\gamma_0(t_{k+1} - T_{0k})} \|\tilde{\Theta}(t_k)\| + 2e^{-0,5\gamma_0(t_{k+2} - T_{0(k+1)})} \frac{\|d_1\|}{\kappa},$$

откуда следует справедливость свойства 3. ■

Согласно свойствам 1–3, закон (23) обеспечивает экспоненциальную ограниченность ошибки идентификации любого i -го постоянного неизвестного параметра Θ_i кусочно-постоянной функции Θ если $t_i \notin [t_k; t_{k+1})$ или если существует следующий

интервал фильтрации $t_{i+1} \in [t_{k+1}; t_{k+2})$. Свойства 1 и 3 позволяют рассмотреть поведение ошибки оценки параметра Θ_i не на интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1})$, а на всем интервале $[t_i; t_{i+1})$ существования параметра Θ_i .

Теорема 1. Пусть выполняется условие конечного возбуждения регрессора $\varphi(t) \in \text{FE}$ и допущение 1, параметр T фильтра (6) выбран так, что $T < 2T_\Theta$ или $T \ll 2T_\Theta$, а для формирования вектора оценок $\hat{\Theta}$ используется контур (23), тогда параметрическая ошибка $\tilde{\Theta}_i$ ограничена в соответствии с (5), а ее оценка сверху R может быть уменьшена увеличением $\gamma_0 T_3$, $\gamma_0 T_1$, β и имеет вид

$$(37) \quad R = a^{i_{\max}+1} e^{-(i_{\max}+1)\gamma_0 T_3} \left\| \tilde{\Theta}(t_r^+) \right\| + \left(\frac{a^{i_{\max}} e^{-\gamma_0 i_{\max} T_3} - 1}{a e^{-\gamma_0 T_3} - 1} \right) a e^{-\gamma_0 T_3} \Delta_\Theta^{\max} + \\ + \left(\frac{a^{i_{\max}+1} e^{-(i_{\max}+1)\gamma_0 T_3} - 1}{a e^{-\gamma_0 T_3} - 1} \right) b,$$

где a, b определены при доказательстве.

Доказательство.

Из сопоставления графического пояснения рис. 2 и свойств 1 и 3 контура идентификации (23) следует, что параметрическая ошибка (5) будет минимальной, если $T \ll 2T_\Theta$ (в этом случае на отрезке $[t_i; t_{i+1})$ максимизируется число интервалов фильтрации $[t_k; t_{k+1})$, на которых параметрическая ошибка экспоненциально убывает по свойству 1 контура идентификации (23)). Поэтому оценку сверху на параметрическую ошибку будем искать в случае, когда $T < 2T_\Theta$. В этом случае на отрезке $[t_i; t_{i+1})$ существует всего один интервал $[t_{k+1}; t_{i+1})$, на котором параметрическая ошибка убывает по свойству 1.

Поскольку при $T < 2T_\Theta$ $t_i \in [t_k; t_{k+1})$, и существует интервал времени $[t_{k+1}; t_{i+1})$ такой, что $t_{i+1} \notin [t_{k+1}; t_{k+2})$, то согласно свойству 3 можем записать:

$$(38) \quad \left\| \tilde{\Theta}(t_{i+1}) \right\| \leq 2e^{-0,5\gamma_0(t_{i+1}-T_{0(k+1)})-0,25\gamma_0(t_i-T_{0k})} \left\| \tilde{\Theta}(t_i) \right\| + \\ + 2e^{-0,5\gamma_0(t_{i+1}-T_{0(k+1)})} \frac{\|d_i\|}{\kappa}.$$

Введем для выражения (38) следующую оценку сверху:

$$\|\tilde{\Theta}(t_{i+1})\| \leq ae^{-\gamma_0 T_3} \|\tilde{\Theta}(t_i)\| + b,$$

$$(39) T_1 = \min_{1 \leq i+1 \leq i_{\max}} \left[0,5(t_{i+1} - T_{0(k+1)}) \right]; T_2 = \min_{0 \leq i \leq i_{\max}} \left[0,25(t_i - T_{0k}) \right],$$

$$T_3 = T_1 + T_2; a = 2; b = ae^{-\gamma_0 T_1} \frac{\|d_1\|}{\kappa}.$$

Учитывая тот факт, что

$$(40) \tilde{\Theta}(t_{i+1}) = \hat{\Theta}(t_i + T_\Theta) - \Theta_i = \tilde{\Theta}_i,$$

$$\tilde{\Theta}(t_i) = \hat{\Theta}(t_i) - \Theta_i,$$

можем переписать выражение (39) в виде

$$(41) \|\hat{\Theta}(t_i + T_\Theta) - \Theta_i\| \leq ae^{-\gamma_0 T_3} \|\hat{\Theta}(t_i) - \Theta_i\| + b.$$

Пользуясь равенством

$$(42) \hat{\Theta}(t_i) - \Theta_i = \hat{\Theta}(t_{i-1} + T_\Theta) - \Theta_{i-1} + \Theta_{i-1} - \Theta_i =$$

$$= \hat{\Theta}(t_{i-1} + T_\Theta) - \Theta_{i-1} - \Delta_\Theta,$$

применим формулу (41) рекуррентно i_{\max} раз, воспользовавшись при этом формулой суммы геометрической прогрессии:

$$(43) \|\tilde{\Theta}_i\| \leq ae^{-\gamma_0 T_3} \|\hat{\Theta}(t_{i-1} + T_\Theta) - \Theta_{i-1} + \Theta_{i-1} - \Theta_i\| + b \leq$$

$$\leq a^2 e^{-2\gamma_0 T_3} \|\hat{\Theta}(t_{i-2} + T_\Theta) - \Theta_{i-1}\| + ae^{-\gamma_0 T_3} \Delta_\Theta^{\max} + b(1 + ae^{-\gamma_0 T_3}) \leq$$

$$\leq a^3 e^{-3\gamma_0 T_3} \|\hat{\Theta}(t_{i-3} + T_\Theta) - \Theta_{i-2}\| + (1 + ae^{-\gamma_0 T_3}) ae^{-\gamma_0 T_3} \Delta_\Theta^{\max} +$$

$$+ b(1 + ae^{-\gamma_0 T_3} + a^2 e^{-2\gamma_0 T_3}) \leq a^{i_{\max}+1} e^{-(i_{\max}+1)\gamma_0 T_3} \|\tilde{\Theta}(t_r^+)\| +$$

$$+ \left(\frac{a^{i_{\max}} e^{-\gamma_0 i_{\max} T_3} - 1}{ae^{-\gamma_0 T_3} - 1} \right) ae^{-\gamma_0 T_3} \Delta_\Theta^{\max} + \left(\frac{a^{i_{\max}+1} e^{-(i_{\max}+1)\gamma_0 T_3} - 1}{ae^{-\gamma_0 T_3} - 1} \right) b.$$

Откуда непосредственно следует выражение (37). В силу выполнения предельных равенств:

$$(44) \lim_{\gamma_0 T_3 \rightarrow \infty} e^{-\gamma_0 T_3} = 0, \lim_{\gamma_0 T_1 \rightarrow \infty} b = 0,$$

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} b = ae^{-\gamma_0 T_1} \sqrt{2} (\delta_k (t_i - t_k))^n \Delta_\Theta^{\max} \kappa^{-1},$$

оценка сверху R может быть уменьшена с помощью увеличения $\gamma_0 T_3$, $\gamma_0 T_1$, β , что завершает доказательство теоремы. ■

Таким образом, обработка (6) и (17) матричного линейного регрессионного уравнения (1) позволяет построить закон оцен-

ки (23), гарантирующий при выполнении условия конечного возбуждения регрессора ограниченность (5) ошибки идентификации кусочно-постоянных параметров регулируемым значением.

4. Численный эксперимент

4.1. ВАЛИДАЦИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВЫВОДОВ

В численном эксперименте регрессор $\varphi(t)$ и вектор неизвестных параметров Θ зададим следующим образом:

$$(45) \quad \varphi(t) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-t} \end{bmatrix}^T; \quad t_e \equiv 1, \quad T_\Theta = 0,5; \quad (t_i, \Theta_i) = \begin{cases} t_0 = 0; \Theta_0^T = [-2 & 1], \\ t_1 = 0,5; \Theta_1^T = [-4 & 2]. \end{cases}$$

Параметры фильтра (6) и закона (23) установим так:

$$(46) \quad T = 0,45; \beta = 200; \gamma_0 = 100; \kappa = 10^{-12}.$$

Нетрудно убедиться, что для выбранного регрессора $\varphi(t)$ на интервале выполняется как условие конечного возбуждения, так и допущение 1.

На рис. 3 изображены переходные процессы по $\Omega(t)$ и $Y(t)$.

Приведенные на рис. 3 переходные процессы по $\Omega(t)$ подтверждают существование при $\varphi(t) \in \text{FE}$ на каждом интервале фильтрации $[t_k; t_{k+1})$ момента времени T_{0k} такого, что $\forall t \in [T_{0k}; t_k) \quad \Omega(t) > \Omega(T_{0k}) > 0$ и демонстрируют выполнение условия $\kappa < \min_k (\Omega(T_{0k}))$, что подтверждает выводы следствия 2 и свидетельствует о верном выборе параметра κ .

Переходные процессы по $Y(t)$ подтверждают справедливость записи (18) и следствия 2: действительно, при $\varphi(t) \in \text{FE}$ с помощью (6) и (17) формируются возмущенные скалярные регрессионные уравнения с ограниченными в соответствии с (22) возмущениями.

На рис. 4 представлено сравнение параметров Θ и их оценок, полученных с помощью (23).

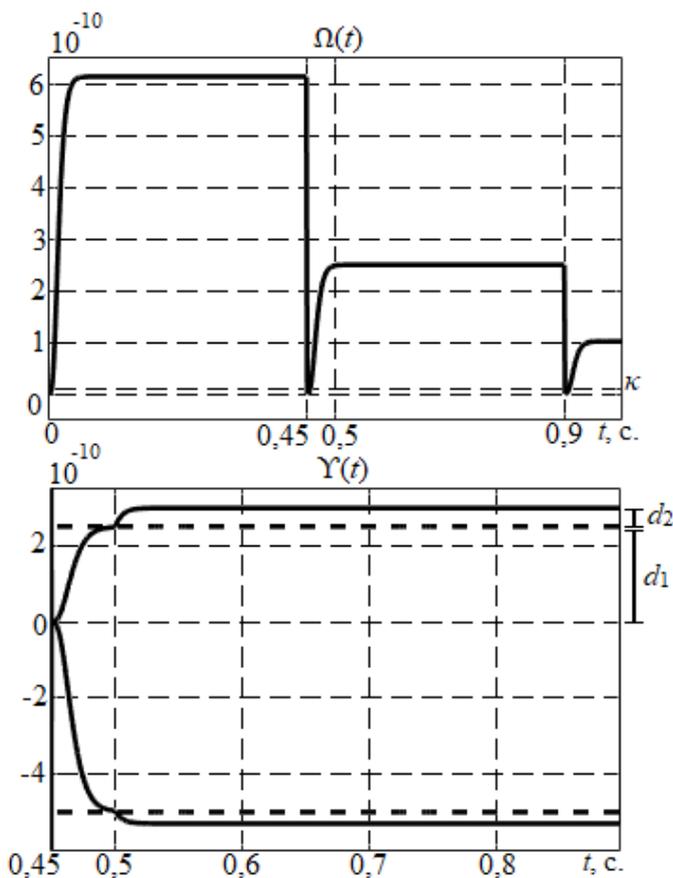


Рис. 3. Регрессор $\Omega(t)$ и функция $Y(t)$

Переходные процессы по $\hat{\Theta}$ валидируют свойства контура оценки (23): на интервалах фильтрации $[0; 0,45)$ и $[0,9; 0,135)$ ошибка экспоненциально ограничена, а на интервале $[0,45; 0,9)$ – ограничена, что определяется свойствами 1–3.

Проверим теоретически доказанную в свойстве 2 возможность уменьшения на интервале $[0,45; 0,9)$ предельной ошибки идентификации с помощью увеличения β . Для этого промоделируем разработанную систему при зафиксированных в соответствии с (46) значениях T , γ_0 , κ и различных β .

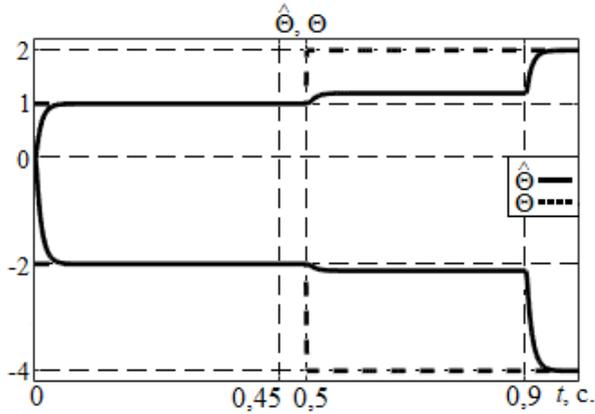


Рис. 4. Сравнение параметров Θ и их оценок $\hat{\Theta}$

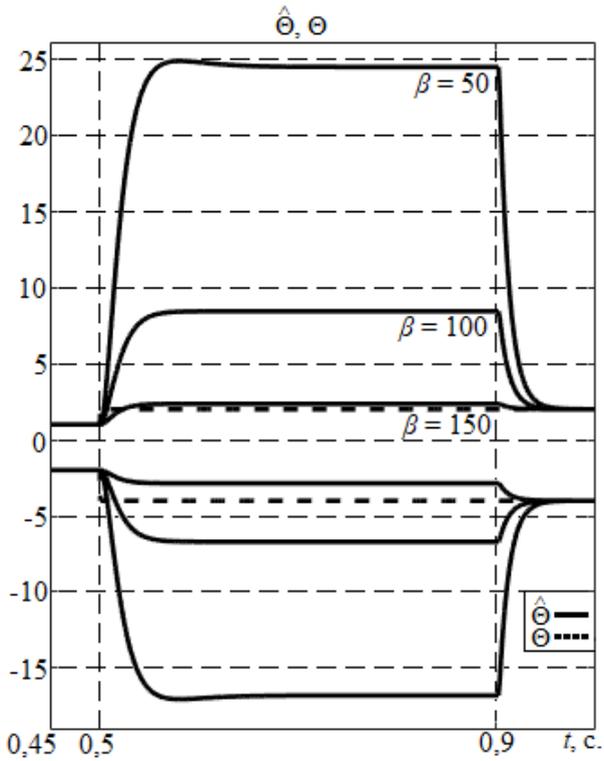


Рис. 5. Оценки $\hat{\Theta}$, полученные при различных β

Представленное на рис. 5 семейство переходных процессов подтверждает возможность регулирования предельной ошибки идентификации на интервале $[0,45; 0,9)$ с помощью увеличения β .

Также выполним моделирование закона (23) при различных значениях параметра T и зафиксированных в соответствии с (46) значениях γ_0, κ, β .

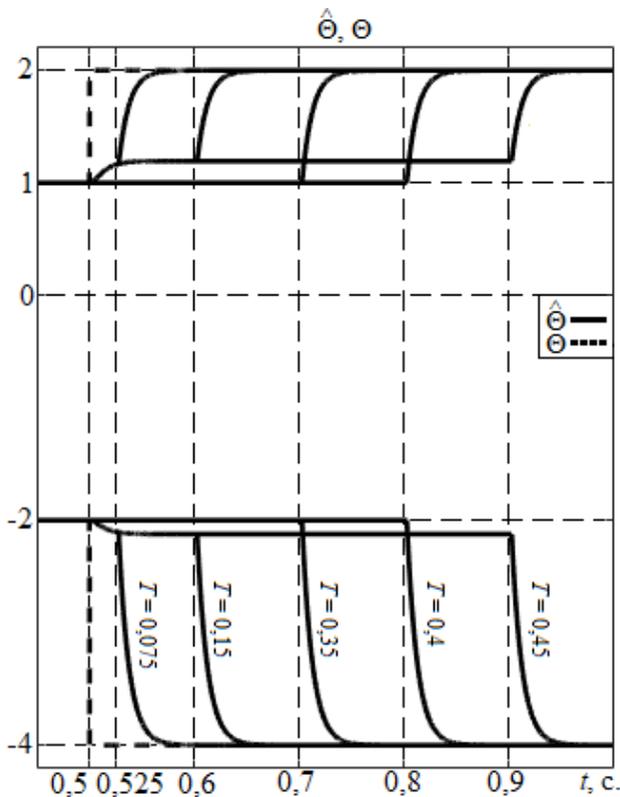


Рис. 6. Оценки $\hat{\Theta}$, полученные при различных T

Результаты данного эксперимента, с одной стороны, мотивируют выбор $T \rightarrow 0$, что обеспечивает экспоненциальную ограниченность ошибки идентификации на большем числе интервалов фильтрации, а с другой стороны, подтверждают воз-

возможность уменьшения ошибки идентификации приближением с помощью варьирования величины T момента времени t_i к t_k или t_{k+1} .

Наконец, промоделируем разработанную систему идентификации при $T = 0,075$, различных значениях параметра γ_0 и зафиксированных в соответствии с (46) значениях κ, β .

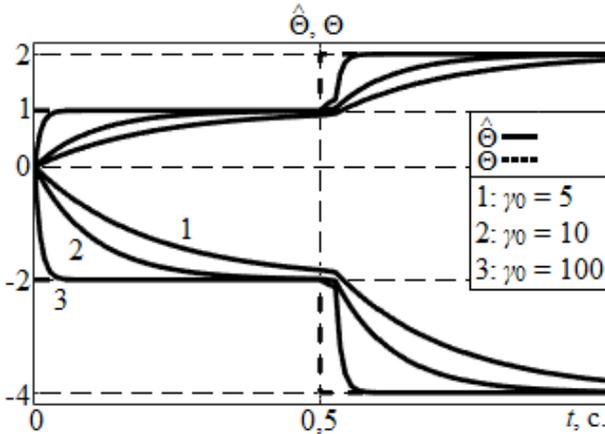


Рис. 7. Оценки $\hat{\Theta}$, полученные при различных γ_0

Результаты данного эксперимента подтверждают отмеченную в свойствах и теореме возможность регулирования с помощью γ_0 предельной ошибки идентификации неизвестных параметров.

Таким образом, все полученные в работе теоретические результаты получили подтверждение в рамках численных экспериментов, а закон идентификации (23) действительно может быть использован для повышения качества идентификации неизвестных кусочно-постоянных параметров при условии выполнения требования конечного возбуждения регрессора.

4.2. СРАВНЕНИЕ С ИЗВЕСТНЫМИ ЗАКОНАМИ ОЦЕНКИ

Сравним разработанный закон оценки (23) с классическим градиентным законом оценки:

$$(47) \quad \dot{\hat{\Theta}}_{GD} = -\Gamma \varphi (\hat{\Theta}^T \varphi - y)^T, \quad \Gamma = 10^3 \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1,5 \end{bmatrix},$$

где Γ – матрица коэффициентов усиления.

Переходные процессы по оценкам (47) представлены на рис. 8.

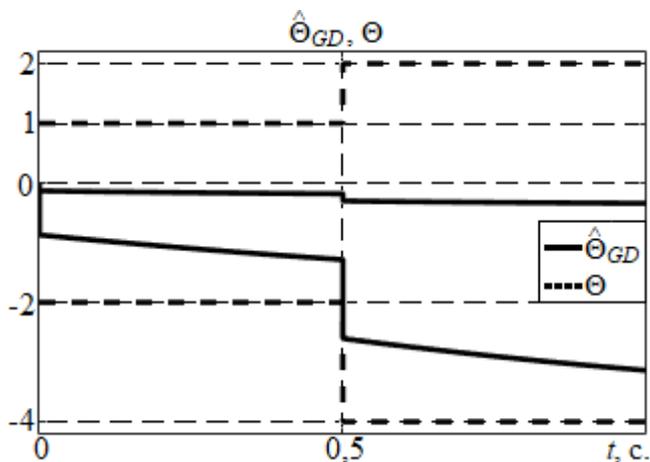


Рис. 8. Сравнение параметров Θ и их оценок $\hat{\Theta}_{GD}$

Сравнение рис. 4 и рис. 8 показывает, что разработанный контур оценки (23) по сравнению со стандартным градиентным законом идентификации обеспечивает интервальную экспоненциальную ограниченность ошибок оценки и в целом более высокое качество оценки неизвестных параметров.

Также сравним эффективность предложенной фильтрации (6) по сравнению с известной фильтрацией Крейссельмейера:

$$y_f(t) = \varphi_f(t)\Theta + d,$$

$$(48) \quad \dot{y}_f(t) = -ly_f(t) + \varphi(t)y^T(t), \quad y_f(0) = 0,$$

$$\dot{\varphi}_f(t) = -l\varphi_f(t) + \varphi(t)\varphi^T(t), \quad \varphi_f(0) = 0,$$

где d – возмущение, вызванное, по аналогии с d_1 и d_2 , нарушением принципа линейности в первом уравнении фильтра при изменении параметров регрессии (1).

Осуществим (17) скаляризацию уравнений регрессии (48) и применим закон идентификации (23) при различных значениях параметра l и значениях параметров γ_0, κ , совпадающих с приведенными в (46).

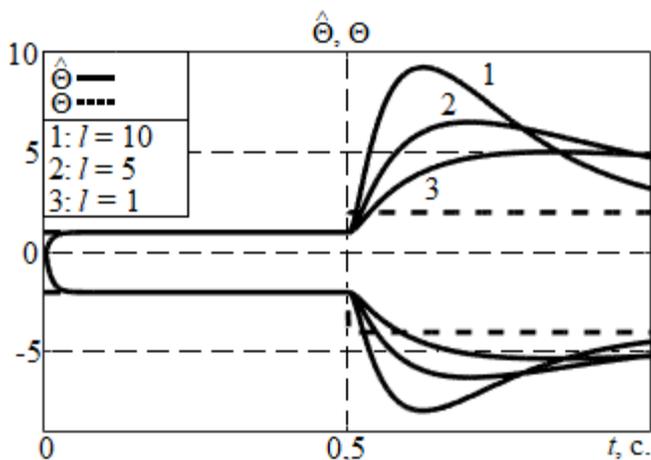


Рис. 9. Оценки $\hat{\Theta}$, полученные при различных l

Сравнение результатов эксперимента с результатами, представленными на рис. 5 и рис. 6, демонстрируют преимущества предложенного интегрального фильтра с экспоненциальным списыванием и сбросом (6) по сравнению с фильтром Крейссельмейера (48) в задаче идентификации кусочно-постоянных параметров. Предложенная фильтрация со сбросом (6), в отличие от фильтрации Крейссельмейера, позволяет устранить негативное влияние скачкообразного изменения параметров на качество формируемых оценок не асимптотически, а за конечное время, определяемое длиной интервала фильтрации T . В целом, варьирование двух параметров β и T фильтра (6) представляет более широкие возможности для улучшения качества оценок кусочно-постоянных параметров.

5. Заключение

В работе предложена процедура обработки линейного регрессионного уравнения, позволяющая построить закон оценки при выполнении условия конечного возбуждения регрессора, который гарантирует на интервале конечного возбуждения ограниченность регулируемым значением ошибки идентификации кусочно-постоянных неизвестных параметров.

Предложенная процедура может быть применена для построения адаптивных систем управления различными объектами с кусочно-постоянными неизвестными параметрами. Для этого необходимо известными методами свести задачу адаптивного управления к задаче оценки параметров регрессии (1).

Литература

1. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А., ЛАСТОЧКИН К.А. *Проблема применения процедуры DREM в задаче идентификации интервально заданных параметров* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2021. – Т. 21. – №4. – С. 449–456.
2. ARANOVSKIY S., BOBTSOV A., ORTEGA R., PYRKIN A. *Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2016. – Vol. 62, No. 7. – P. 3546–3550.
3. CHOWDHARY G., MUHLEGG M., JOHNSON E. *Exponential parameter and tracking error convergence guarantees for adaptive controllers without persistency of excitation* // Int. Journal of Control. – 2014. – Vol. 87, No. 8. – P. 1583–1603.
4. ELZEBDA J., NAYFEH A., MOOK D. *Development of an Analytical Model of Wing Rock for Slender Delta Wings* // Journal of Aircraft. – 1989. – Vol. 26, No. 8. – P. 737–743.
5. GLUSHCHENKO A.I., PETROV V.A., LASTOCHKIN K.A. *I-DREM: relaxing the square integrability condition* // Automation and Remote Control. – 2021. – Vol. 82, No. 7. – P. 1233–1247.

6. KERSTING S. *Adaptive Identification and Control of Uncertain Systems with Switching*: dis. – University Munchen, 2018. – P. 1–224.
7. KREISSELMEIER G. *Adaptive observers with exponential rate of convergence* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1977. – Vol. 22, No. 1. – P. 2–8.
8. LIBERZON D. *Switching in systems and control*. – Springer Science & Business Media, 2003. – 248 p.
9. LION P.M. *Rapid identification of linear and nonlinear systems* // AIAA Journal. – 1967. – Vol. 5, No. 10. – P. 1835–1842.
10. LJUNG L. *System identification: theory for user*. – New Jersey: Prentice Hall, 1987. – 315 p.
11. NARENDRA K.S., ANNASWAMY A.M. *Stable adaptive systems*. – Courier Corporation, 2012. – 509 p.
12. ORTEGA R., NIKIFOROV V., GERASIMOV D. *On modified parameter estimators for identification and adaptive control: a unified framework and some new schemes* // IFAC Annual Reviews in Control. – 2020. – Vol. 50. – P. 278–293.
13. RAGAZZON M.R.P., GRAVDAHL J.T., PETTERSEN K.Y. *Exponential convergence bounds in least squares estimation: Identification of viscoelastic properties in atomic force microscopy* // IEEE Conf. on Control Technology and Applications. – 2017. – P. 687–694.

PROCEDURE OF IDENTIFICATION OF PIECEWISE-CONSTANT UNKNOWN PARAMETERS WITH IMPROVED CONVERGENCE

Anton Glushchenko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, D.Sc., leading research scientist (aiglush@ipu.ru).

Konstantin Lastochkin, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, engineer (lastconst@ipu.ru).

Vladislav Petrov, Stary Oskol Technological Institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Stary Oskol, Cand.Sc., assistant professor (petrov.va@misis.ru).

Abstract: The research is aimed at improvement of the solution quality of the unknown piecewise-constant parameters identification problem for the classical linear regression equation. To solve this problem, a new procedure to process such equation, which is based on the known method of integral dynamic extension and mixing (I-DREM) but with the interval-based integral filter with exponential forgetting and resetting, is proposed. As proved in the paper, when the I-DREM procedure is applied, the proposed filter, unlike known from the literature, allows one to generate the regression equation with a scalar regressor and adjustable level of disturbance, which is caused by the step-like change of the unknown parameters. The main result of the study is a procedure to process a linear regression equation with a vector regressor, which allows one to derive an adaptation law. If the condition of the regressor finite excitation is met, then such a law guarantees that the identification error of the piecewise-constant parameters is bounded by an adjustable value. All of the aforementioned properties are proved analytically and/or demonstrated via the numerical experiments.

Keywords: piecewise-constant parameters, identification, finite excitation, interval-based filtration, convergence.

УДК 681.5.015

ББК 32.965.09

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.1

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

Поступила в редакцию 13.11.2021.

Опубликована 31.01.2022.

МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Лайко А. Э.¹

(ФГАОУ ВО Волгоградский государственный
университет, Волгоград)

Исследованы задачи поиска оптимального управления в расширенных теоретико-игровых моделях «Центр – Агенты» и «Центр – менеджер – Агенты», заключающиеся в анализе качества управления при увеличении числа элементов, оценке предельной нагрузки на субъект управления, выявлении необходимости добавления промежуточного звена и определении выгоды его наличия для органа управления верхнего уровня. Введено понятие критерия эффективности управления и зафиксированы его изменения в рамках увеличения элементного состава организационной структуры. С целью определения целесообразности введения промежуточного управляющего субъекта рассмотрены конкретные примеры обобщенных математических моделей организационных систем, представлены их численные решения, найдены зависимости оптимальных параметров управления от числа работников организации.

Ключевые слова: организационная система, управление, оптимизация структуры.

1. Введение

В моделях управления организационной системы (далее ОС), представленных в работах [6, 15], менее подробно рассматривается зависимость эффективности управления от затрат субъекта управления. Эффективность управления считается максимальной, а предметом исследования является структура управленческой иерархии, минимизирующая ее затраты.

В настоящей работе приведены конкретные задачи, в рамках которых выявлено снижение эффективности управления со стороны высшего управляющего органа в связи с появлением децентрализации.

Переход ОС на новую стадию развития предполагает увеличение числа элементов ее структуры [13]. Однако при количественном росте числа сотрудников раннее выбранная структура становится неоптимальной и влечет за собой снижение эффек-

¹ Анна Эдуардовна Лайко, студент бакалавриата (pmib-181_751387@volsu.ru).

тивности организации и наступление кризиса её развития [1]. Исследование процессов развития ОС средствами математического моделирования является актуальной задачей [3, 5, 7, 11, 18].

В настоящей работе рассмотрены задачи поиска оптимального управления в расширении теоретико-игровых моделей «Центр – Агенты» и «Центр – менеджер – Агенты», состоящего во введении зависимости результата действия агентов от величины и эффективности управления, зависящей, в свою очередь, от нагрузки на субъект управления.

Основным аппаратом моделирования выступает теория игр, демонстрирующая взаимодействие между Центром и Агентом [8, 9, 10, 21]. Также в рамках игровой модели вводится механизм стимулирования [7, 12, 17, 19], задающий зависимость размера вознаграждения агента, получаемого от центра, от выбранных им действий. Множество допустимых вознаграждений ограничивается тарифно-квалификационными требованиями к оплате труда.

Целью исследования является обоснование необходимости внедрения промежуточного управляющего субъекта, деятельность которого направлена на повышение эффективности управление центра, в рамках перестроения иерархической структуры управления в условиях роста числа ее работников [4, 2, 13, 16, 20].

2. Модель организационной системы

Рассмотрим следующее расширение двухуровневой модели ОС «Центр – Агенты» [6, 7, 15]. Доход Центра: $H(z) = \lambda z$, где z – продукт ОС, λ – цена единицы продукта. Результат деятельности ОС, состоящей из n агентов, является функцией их действий y :

$z = \sum_{i=1}^n y_i \cdot \beta_i$, где $0 \leq \beta_i \leq 1$ – функциональный параметр, отражающий результативность управления i -м агентом, $\beta_i = \beta_i(w)$. Далее будем считать агентов одинаковыми, тогда $y_i = y_j = y$,

$\beta_i = \beta_j = \beta$, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$. В результате получим: $z = \sum_{i=1}^n z_i = n\tilde{z}$,

$$\tilde{z} = \beta \cdot y.$$

Целевые функции участников (Центра и агента) представляют собой следующее: для агента это разность между стимулированием и затратами $f_i(y) = \sigma_i(y) - c_i(y)$, а для центра – разность между доходом и затратами центра на стимулирование, выплачиваемое агентам:

$$F(z) = H(z) - \sum_i \sigma_i(y).$$

Функцию затрат агента $c(y)$ будем считать известной.

Механизмом стимулирования будем называть правило принятия Центром решений по стимулированию агентов. Механизм стимулирования включает в себя систему стимулирования, которая полностью определяется функцией стимулирования [6, 12, 19]. Она в свою очередь определяется центром и является вознаграждением за действие агента.

Множество допустимых вознаграждений может быть ограничено как экзогенно, например, на законодательном уровне (минимальный размер оплаты труда), так и эндогенно, т.е. выбором другой системы оплаты труда.

Наиболее эффективной для Центра считается компенсаторная система оплаты при благожелательности агента, т.е. при наличии нескольких оптимальных стратегий агент выберет ту, которая даст максимальную прибыль центру, и тогда его прибыль будет равна 0, а прибыль центра максимальна. Существуют и другие системы оплаты труда: скачкообразные, пропорциональные, основанные на перераспределении дохода и их всевозможные комбинации [6, 12, 17, 19].

Пусть w – действие Центра по управлению каждым из агентов, a – коэффициент, характеризующий технологию управления. С учетом содержательного смысла функции $\beta(w, a)$ сформулируем ее свойства: $\beta(w, a)$ – монотонно возрастающая функция; $\beta(0, a) = 0$, $\lim_{w \rightarrow \infty} \beta(w, a) = 1$. Далее будем считать, что

$$\beta(w, a) = \frac{aw}{1 + aw}.$$

Будем предполагать, что функция затрат Центра на управление имеет вид $s(w) = \phi(w) = W\alpha$, $W = wn$, α – показатель нестационарности

бильности внешней среды ($0 \leq \alpha \leq 1$ – среда стабильна, $\alpha > 0$ – нестабильна). Далее везде в расчетах считаем, что $a = 1$ и $\alpha = 1$. Исследование зависимости оптимальной иерархии управления от этих параметров проведено в работе [6].

Будем считать, что в ОС существует нормативное значение $\beta_{\text{норм}} \in [0, 1]$ (например, $\beta_{\text{норм}} = 0,8$). В силу свойств $\beta(w, a)$ существует обратная функция $w_{\text{норм}}(\beta_{\text{норм}})$. Тогда $W_{\text{норм}} = n w_{\text{норм}}$ – совокупные нормативные затраты на управление агентами. При

$$\beta_{\text{норм}} = 0,8 \text{ получим } w_{\text{норм}} = \frac{\beta_{\text{норм}}}{1 - \beta_{\text{норм}}} = 4.$$

Будем предполагать, что существуют предельные затраты Центра на управление $S_{\text{пред}} = W_{\text{пред}}^\alpha$, $W_{\text{пред}} = w \tilde{n}$ (\tilde{n} – предельное число подчиненных). До достижения этой величины качество управления не падает.

Тогда падение эффективности управления после превышения предельной нагрузки описывается формулой

$$\beta(W_{\text{пред}}, n) = \frac{a W_{\text{пред}} / n}{1 + a W_{\text{пред}} / n}, \quad n \geq \tilde{n}.$$

В силу неравенства $W_{\text{норм}} \leq W_{\text{пред}}$ Центр вынужден нанимать менеджеров. На рис. 1 представлены зависимости управления агентами W и эффективности управления β от численности агентов соответственно.

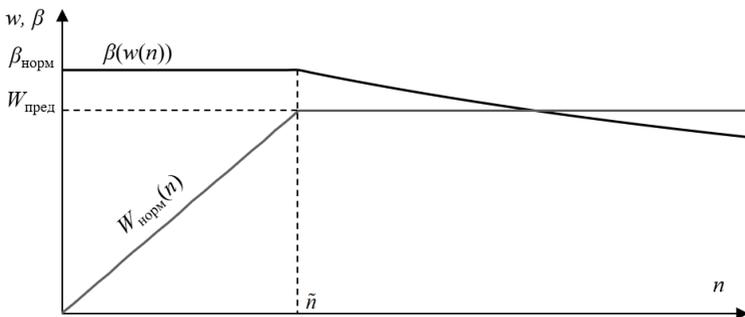


Рис. 1. График зависимости эффективности управления от числа агентов

С целью приближения данной модели к реальности введем в нее механизм стимулирования. Основным аппаратом моделирования задачи стимулирования в теории управления является теория игр.

Механизмом стимулирования называется правило принятия центром решений относительно стимулирования агента [6, 12].

Далее стимулирование будет происходить по компенсаторной системе, т.е. $f_{ia} = \sigma_a(z_i) - c(z_i)$, где $\sigma_a = \begin{cases} c(z) + \delta, & y = x, \\ 0, & y \neq x; \end{cases}$

y – количество продукции, произведенной агентом, x – установленное центром количество производимого товара, $c(z)$ – личные затраты агента. Далее считаем личные затраты агента квадратичными относительно произведенного товара.

3. Примеры

3.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ЦЕНТРА ОТ УПРАВЛЕНИЯ АГЕНТАМИ

Исследуем влияние управления агентами на целевую функцию Центра. И найдем оптимальное управления агентами при компенсаторной системе стимулирования [2, 15, 17,]. Задача (1) имеет следующий вид:

$$F(\sigma, z) = H(z) - \sum_{i=1}^n \sigma_i(z) - C(n) =$$

$$(1) \quad \begin{cases} \lambda n y \frac{\omega_{\text{норм}}}{1 + \omega_{\text{норм}}} - n \frac{y^2}{2r_a} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max, & n \leq \tilde{n}, \\ \frac{W_{\text{пред}}}{n} \\ \lambda n y \frac{n}{1 + \frac{W_{\text{пред}}}{n}} - n \frac{y^2}{2r_a} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

Для наглядности сгруппируем слагаемые и покажем, что это квадратное уравнение относительно управления агентами (y).

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} -n \frac{y^2}{2r_a} + \lambda n y \frac{\omega_{\text{норм}}}{1 + \omega_{\text{норм}}} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max, \quad n \leq \tilde{n}, \\ -n \frac{y^2}{2r_a} + \lambda n y \frac{\frac{W_{\text{пред}}}{n}}{1 + \frac{W_{\text{пред}}}{n}} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max, \quad n \geq \tilde{n}. \end{array} \right.$$

Чтобы не прибегать к дифференцированию данной системы, можно просто воспользоваться формулой для нахождения вершины параболы, тогда получим следующее:

$$(3) \quad y^* = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda n \frac{\omega_{\text{норм}}}{1 + \omega_{\text{норм}}}}{2 \frac{n}{2r_a}}, \quad n \leq \tilde{n} \\ \frac{\frac{W_{\text{пред}}}{n}}{2 \frac{n}{2r_a}}, \quad n \geq \tilde{n} \end{array} \right.$$

После приведения подобных слагаемых получим

$$(4) \quad y^* = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda \omega_{\text{норм}} r_a}{1 + \omega_{\text{норм}}}, \quad n \leq \tilde{n} \\ \frac{\lambda W_{\text{пред}} r_a}{W_{\text{пред}} + n}, \quad n \geq \tilde{n} \end{array} \right.$$

Стоит уточнить, что можно воспользоваться соотношением $W_{\text{пред}} = n\omega_{\text{норм}}$, которое вытекает из непрерывности кусочно-заданной функции в точке разрыва, и еще упростить данную систему.

На рис. 2 представлена зависимость оптимального управления агентами от их числа и показано, что при докритическом числе сотрудников, оптимальное управление ими не зависит

от их численности. При превышении критического числа оптимальное управление обратно пропорционально их численности, т.е. убывает по гиперболе.

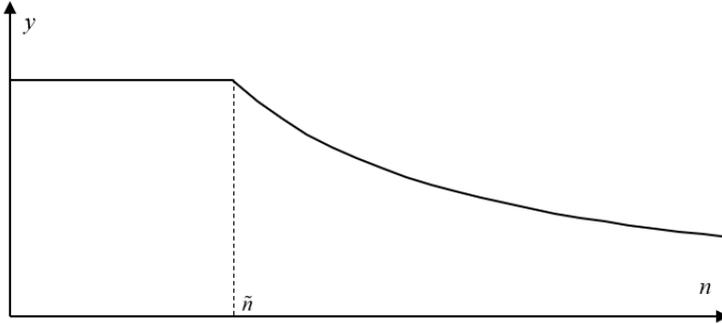


Рис. 2. Зависимость оптимального управления агентами от их числа

После подстановки оптимального управления в целевую функцию и группировки слагаемых получим следующее

$$(5) \quad F^* = \begin{cases} n \left(\frac{\lambda^2 \omega_{\text{норм}}^2 r_a}{2(1 + \omega_{\text{норм}}^2)} - K \right) - C_0, & n \leq \tilde{n}, \\ n \left(\frac{\lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a}{2(n + W_{\text{пред}})^2} - K \right) - C_0, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

На рис. 3 показано, что при компенсаторной системе оплаты труда прибыль центра будет симметрична относительно управления агентами. То есть отклонение в любую сторону будет одинаково снижать прибыль.

Вывод: в результате решения были получены стратегии управления при допредельном количестве агентов и превышающем предельное число.

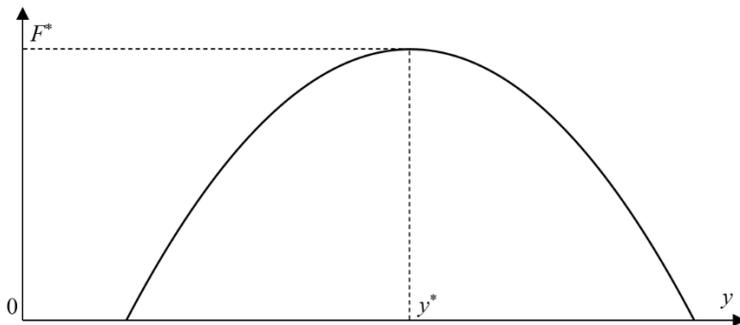


Рис. 3. Зависимость прибыли центра от управления агентами.

3.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ЦЕНТРА ОТ ЧИСЛА АГЕНТОВ

Теперь найдем оптимальное число агентов при оптимальном управлении. Для этого подставим в целевую функцию управление, найденное ранее, и решим задачу (6):

$$(6) \quad F = \begin{cases} n \left(\frac{\lambda^2 \omega_{\text{норм}}^2 r_a}{2(1 + \omega_{\text{норм}}^2)} - K \right) - C_0 \rightarrow \max, & n \leq \tilde{n}, \\ n \left(\frac{\lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a}{2(n + W_{\text{пред}})^2} - K \right) - C_0 \rightarrow \max, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

Случай допредельного количества агентов не интересен ввиду его линейности относительно числа агентов. Оптимальным числом для него будет 0 или предельное число агентов. Будем рассматривать случай превышения нормативной нагрузки на центр.

$$(7) \quad F_2 = n \left(\frac{\lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a}{2(n + W_{\text{пред}})^2} - K \right) - C_0 \rightarrow \max, \quad n \geq \tilde{n}.$$

Для нахождения максимума найдем нули производной целевой функции центра. Для этого необходимо будет решить следующую задачу.

$$(8) \quad \lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a (n + W_{\text{пред}}) - K(2(n + W_{\text{пред}}))^3 - 2n(\lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a) = 0.$$

В результате получаем кубическое уравнение (8). В условии реалистичности модели (все параметры положительны) у данного уравнения будет только один вещественный корень, так как кубический дискриминант отрицателен. Поэтому возможны следующие варианты поведения целевой функции:

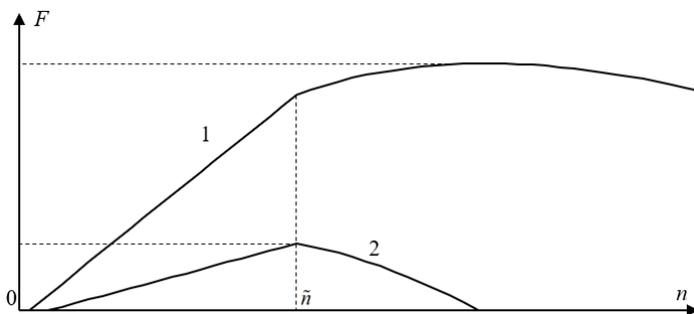


Рис. 4. Зависимость прибыли центра от количества агентов

На рис. 4 случай 1 соответствует тому, что корень кубического уравнения больше предельного числа сотрудников, т.е. для максимизации прибыли необходимо снизить качество продукции, путем увеличения числа сотрудников. Случай 2 соответствует тому, что корень уравнения меньше предельного числа, т.е. для максимизации прибыли необходимо иметь предельное число сотрудников и максимальное качество управления ими.

Вывод: таким образом, оптимальна двухуровневая структура организационной системы «Центр – Агенты» в рамках нашей модели имеет предельный размер.

3.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ЦЕНТРА В СИСТЕМЕ «ЦЕНТРЫ – МЕНЕДЖЕР – АГЕНТЫ» ОТ ДЕЙСТВИЙ МЕНЕДЖЕРА И АГЕНТОВ

Пусть Центр может определить квалификации менеджера и агентов, контролировать действие менеджера, а менеджер – контролировать действия агентов. В силу этого предположения

Центр назначает оптимальный объем работы для менеджера и для агентов. Получаем следующую задачу (8) оптимизации:

$$(9) \quad F = \lambda n \frac{\omega}{1 + \omega} y - n \frac{y^2}{2r_a} - \frac{\omega^2}{2r_m} - K(n + 1) \rightarrow \max_{y, \omega}.$$

Для решения данной задачи найдем нули градиента:

$$\nabla F = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial F}{\partial \omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda n \frac{\omega}{1 + \omega} - n \frac{y}{r_a} \\ \frac{\lambda n y}{(1 + \omega)^2} - \frac{\omega}{r_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение данной системы уравнение будет иметь следующий вид:

$$(10) \quad y^* = \lambda \frac{\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} - 1}{\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n}} r_a,$$

$$(11) \quad \omega^* = \sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} - 1.$$

Подставим решение (9), (10) в целевую функцию центра (8) и получим значения максимальной прибыли центра (11):

$$(12) \quad F^*(y^*, \omega^*) = (\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} - 1)^2 \left(\frac{\lambda^2 n r_a}{2 \left(\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} \right)^2} - \frac{1}{2r_m} \right) - K(n + 1).$$

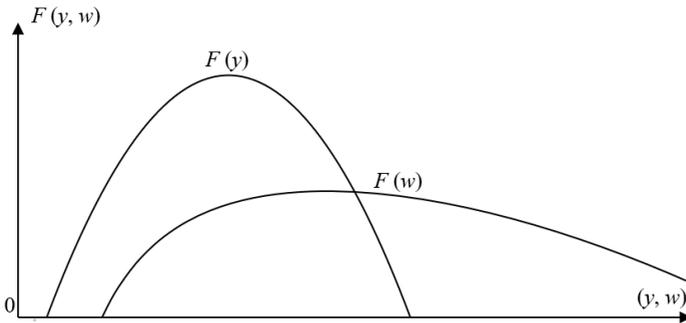


Рис. 5. Зависимость целевой функции от управления персоналом

На рис. 5 представлено поведение целевой функции (8) от управления каждым из параметров в отдельности. Видно, что зависимость от управления агентами аналогична рис. 3. А вот управление менеджером имеет несимметричный вид и позволяет регулировать качество работы агентов и их число.

Некоторые численные решения задачи (8) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Зависимость прибыли от управления агентами и менеджером

№	λ	K	r_a	r_m	n	y^*	w^*	F^*
1	10	10	1	1	25	9,26	12,57	733,56
2	10	20	1	1	15	9,13	10,45	250,12
3	10	20	2	1	25	18,83	16,10	1566,55
4	10	20	2	2	25	19,07	20,54	1647,79
5	20	50	2	2	22	38,78	31,78	7443,78

На рис. 6 представлена зависимость прибыли центра от управления персоналом (агенты и менеджер).

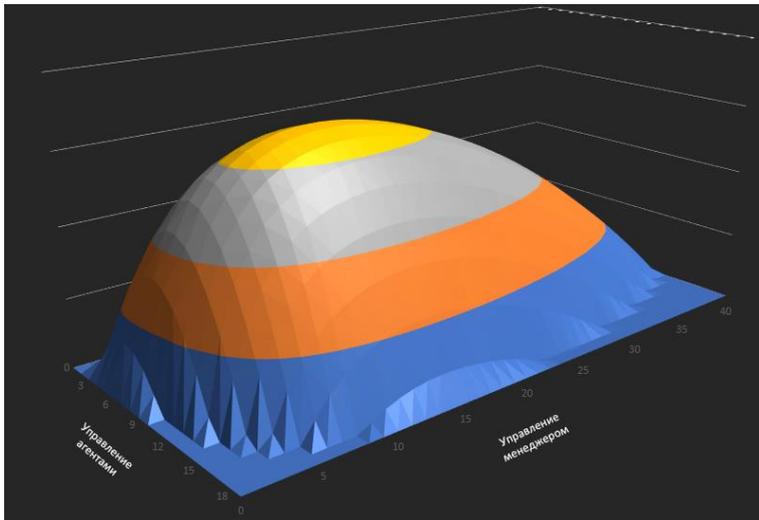


Рис. 6. Поведение целевой функции центра от управления агентами и менеджером

Видно, что есть четкая зона максимальной прибыли (желтый цвет). Вне данной зоны можно заметить быстрый спад от неоптимального управления агентами или недостаточным управлением менеджером и плавный спад при излишнем управлении менеджером. Также стоит заметить, что при определенных конфигурациях, когда управления недостаточно или оно избыточно, работа производства вовсе нецелесообразна из-за отсутствия всякой прибыли.

Вывод: в результате исследования трехуровневой ОС, добавление менеджеров не увеличивает прибыль напрямую. Однако позволяет снизить нагрузку центра и, как следствие, увеличить предельное число сотрудников.

4. Заключение

Введение в данную модель информационной неопределенности на организационное перестроение, снижение информационной неопределенности, модели изменяющейся внешней среды, а также использование результатов оптимизации более сложных моделей стимулирования и организационных иерархий [2, 4] позволит построить оптимальные траектории развития ОС, а также построить математические модели описанных в [1] кризисов их развития.

Литература

1. АДIZES И. *Управление жизненным циклом корпорации.* – М.: Питер 2007.
2. БУРКОВ В.Н., ЛАНДА Б.Д., ЛОВЕЦКИЙ С.Е., ТЕЙМАН А.И., ЧЕРНЫШЕВ В.Н. *Сетевые модели и задачи управления.* – М.: Советское радио, 1967.
3. БУРКОВ В.Н. *Основы математической теории активных систем.* – М.: НАУКА, 1977.
4. БУРКОВ В.Н., КОНДРАТЬЕВ В.В. *Механизмы функционирования организационных систем.* – М.: Наука, 1981.
5. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Теория активных систем: состояние и перспективы.* – М.: СИНТЕГ, 1999.

6. ВОРОНИН А.А., ГУБКО М.В., МИШИН С.П., НОВИКОВ Д.А. *Математические модели организации: Учебное пособие.* – М.: Наука, 1976.
7. ВОРОНИН А.А., МИШИН С.П. *Оптимальные иерархические структуры.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
8. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Введение в теорию исследования операций.* – М.: Наука, 1971.
9. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Игры с противоположными интересами.* – М.: Наука, 1976.
10. ГУБКО М.В., НОВИКОВ Д.А. *Теория игр в управлении организационными системами.* – М.: Синтег, 2002.
11. ГУБКО М.В. *Математические модели оптимизации иерархически структур.* – М.: ЛЕНАНД, 2006.
12. КОЧИЕВА Т.Б., НОВИКОВ Д.А. *Базовые системы стимулирования.* – М.: ИПУ РАН, 2000.
13. МИНЦБЕРГ Г. *Структура в кулаке: создание эффективной организации / Пер. с англ под ред. Ю.Н. КАПУТУРЕВСКОГО.* – СПб.: Питер, 2004.
14. МИШИН С.П. *Оптимальные иерархии управления в экономических системах.* – М.: ПМСОФТ, 2004.
15. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами.* – М.: МПСИ, 2005.
16. НОВИКОВ Д.А. *Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем.* – М.: Фонд «Проблемы управления», 1999.
17. НОВИКОВ Д.А. *Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах.* – М.: ИПУ РАН, 1998.
18. НОВИКОВ Д.А. *Управление проектами: организационные механизмы (вводный курс).* – М.: ПМСОФТ, 2007.
19. НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах.* – М.: Апостроф, 2000
20. ОВСИЕВИЧ Б.И. *Модели формирования организационных структур.* – Л.: Наука, 1979.
21. ОРЛОВСКИЙ С.А. *Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации.* – М.: Наука, 1981.

MODEL OF STRUCTURE OPTIMIZATION DEVELOPING ORGANIZATIONAL SYSTEM

Anna Layko, Volgograd State University, Volgograd, bachelor student (pmib-181_751387@volsu.ru).

Abstract: The problems of finding optimal control in the extended game-theoretic models "Center-Agents" and "Center-Manager-Agents" are investigated, which consist in analyzing the quality of control with an increase in the number of elements, assessing the maximum load on the subject of control, identifying the need to add an intermediate link and determining the benefits its availability for the top-level. The concept of a criterion for the effectiveness of management has been introduced and its changes have been recorded in connection with an increase in the elemental composition of the organizational structure. In order to determine the feasibility of introducing an intermediate managing subject, specific examples of generalized mathematical models of organizational systems are considered, their numerical solutions are presented, the dependences of the optimal control parameters on the number of employees of the organization are found.

Keywords: organizational system, management, structure optimization.

УДК 519

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.2

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Р.М. Нижегородцевым.*

*Поступила в редакцию 14.11.2021.
Опубликована 31.01.2022.*

ОЦЕНОЧНЫЕ МЕТОДЫ В ПРОТЕОМИКЕ¹

Гришин Е. М.²

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Современные математические методы исследования белка, такие как database search и de novo, имеют свои недостатки. При помощи database search невозможно определить белок, который отсутствует в базах данных. Методы de novo позволяют идентифицировать новые белки, но при этом являются очень ресурсоемкими (требуется использование суперкомпьютера). В рамках данного проекта был разработан комплексный подход приближенного анализа исследуемого белка, проводимый на персональном компьютере. Задача качественного и количественного определения исходной последовательности (белка) состоит из трех подзадач. Первая – устранение шумов и выделение пиков по данным масс-спектрометрии. Был разработан алгоритм, сочетающий метод скользящего среднего и технологию вычислительной фотографии HDR. Вторая подзадача – идентификация пиков. Она была сведена к задаче о рюкзаке и решена при помощи метода ветвей и границ. Последняя подзадача – восстановление исходной последовательности по набору фрагментов (пики и их интенсивности). Данная подзадача была решена при помощи построения овоичных деревьев и поиска пути максимальной длины. Все вычисления проводились на ПК с применением технологии параллельных вычислений CUDA.

Ключевые слова: протеомика, задача о рюкзаке, метод ветвей и границ, параллельные вычисления.

1. Введение

В настоящее время бурно развиваются методы геномики и протеомики. Эти науки достаточно молодые (появились в конце XX века) и используют комбинацию современных компьютерных технологий и методы исследования и идентификации вещества, прежде всего масс-спектрометрические с высоким разрешением. Протеомика (от слов протеин и геномика) – наука, занимающаяся анализом аминокислотных последовательностей в белках [15]. Наиболее часто встречается анализ при помощи

¹ Работа выполнена при частичной поддержке фонда Базис, грант №20-2-9-12-1.

² Егор Максимович Гришин, инженер (grishin.em16@physics.msu.ru).

масс-спектрометрии (в том числе тандемной) с последующей обработкой.

Существуют два подхода к исследованию белков: протеомика «снизу–вверх» [2] и протеомика «сверху–вниз» [10]. В первом методе все интересующие исследователя белки объединяются в сложную смесь пептидов, которая затем анализируется, чтобы определить, какие белки присутствовали в образце. В подходе «сверху–вниз» из образца выделяются интересующие белки, которые уже независимо друг от друга исследуются. Данная работа посвящена второму подходу и анализу одного белка.

В протеомике для качественного и количественного анализа в основном применяются два метода анализа данных, полученных при помощи масс-спектрометрии. Первый из них – поиск по базам данных. Основной идеей является нахождение спектра, наиболее похожего на полученный, в одной из соответствующих баз. После чего производится сравнение спектров, снятого масс-спектрометром, теоретического и найденного в базе данных. Очевидным недостатком такого подхода является неполнота баз данных. Если ранее не был идентифицирован некоторый спектр, то при помощи поиска по базам данных его определить не удастся. Однако подобный инструмент анализа применим как к протеомике «снизу–вверх», так и «сверху–вниз».

Чтобы избавиться от этого недостатка, были разработаны методы *de novo* [5], заключающиеся в анализе входных данных без использования референсных значений. В отличие от поиска по базам данных им не требуется дополнительная информация для идентификации аминокислотой последовательности. Они позволяют достаточно точно определить исследуемый образец при помощи активно развивающихся математических методов. Однако для их применения нужно использовать суперкомпьютер, что не всегда возможно и требует продолжительного времени вычислений.

Согласно публикации в журнале *Science* [6] данная задача является одной из 125 важнейших современных научных проблем. В данной работе предложены оценочные методы для ана-

лиза белков на персональном компьютере. Они не дают точное решение, но позволяют получить представления об образце и выстроить при необходимости дальнейшие исследования более рационально.

1.1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Анализ белковых структур является актуальной темой уже долгое время. Одним из первых методов, который был применен, является деградация по Эдману [4]. Было предложено поочередно отщеплять концевые аминокислотные остатки. Имея множество всех возможных подпоследовательностей, можно восстановить исходную структуру. Для идентификации *n*-концевых остатков использовалась хроматография. Все операции проводились вручную с использованием дорогостоящих реактивов. Помимо этого было невозможно исследовать длинные последовательности.

С распространением персональных компьютеров и адаптации масс-спектропии были разработаны методы database search [16] и de novo. В настоящее время чаще используется подход database search, в котором полученный спектр сравнивается со спектрами уже известных белков, так как подходы de novo более чувствительны к шумам и ошибкам в масс-спектрах. Алгоритмы поиска по базам данных состоят из нескольких шагов. Первоначально необходимо экспериментально получить спектр исследуемого белка при помощи масс-спектрометрии. Далее производится обработка полученного спектра. На последнем шаге происходит идентификация исследуемых. В дополнение может производиться сравнение теоретического спектра и экспериментального. При сравнении оценивается вероятность совпадения исследуемого и теоретически полученного белков.

В [8] подробно разбираются в преимущества и недостатки современных подходов de novo. Часто применяется метод overlap layout consensus [13]. Среди всех последовательности аминокислот одинаковой длины производится поиск пересечений и на основе этого строится полная последовательность пептидов. Основной идеей является построение графа де Брюина возмож-

ных перестановок на основе данных масс-спектрометрии. Пики спектрограммы соответствуют вершинам графа, а расстояния между пиками соответствуют ребрам. В [12] предложен алгоритм поиска Евклидова пути в подобном графе, который и является искомой последовательность. Однако размеры построенных графов велики, и для поиска приходится использовать суперкомпьютеры. В [14] проведен подробный анализ использования графов для сборки белковых последовательностей, построенных по спектрам, а также представлены основные задачи, решение которых необходимо для более эффективного применения подхода *de novo*.

Методы масс-спектрометрии активно развиваются, что позволяет получить более четкие спектры с меньшим количеством шумов, что важно для таких чувствительных методов как *de novo*. Новые разработанные алгоритмы также позволяют сократить время обработки данных и более качественно идентифицировать неизвестные образцы. В [11] сделан обзор последних достижений в области подходов *de novo*.

В данной работе предложен метод для оценочного анализа белков, состоящий из трех шагов. Прежде всего надо обработать спектр и устранить шумы. Для этого был разработан алгоритм с применением метода скользящего среднего (его схожее применение можно найти в [1]) и технологии вычислительной фотографии HDR [7]. Это позволяет на основе нескольких спектров для исследуемого белка накопить больше информации и точнее ее предобработать, избавившись от шумов и неточностей. Данная часть алгоритма выполняется при помощи параллельных вычислений с использованием ресурсов видеокарты – GPU-вычисления.

Далее необходимо определить, каким аминокислотам соответствует каждый локальный пик. Эта задача сведена к задаче о рюкзаке, которая была решена методом ветвей и границ при помощи параллельных вычислений. В [3] приведена реализация метода ветвей и границ с применением параллельных вычислений на GPU.

Последний шаг – восстановление исходной последовательности. Для этого был использован, предложенный в [9]. В его

основе лежит построение двоичных деревьев для различных начальных элементов. По пересечению фрагментов белка, входящих в построенные графы, осуществляется поиск оптимального пути в них, что и является искомой последовательностью. Построение двоичных деревьев и поиск пути в них так же выполнялся параллельно.

2. Методы в протеомике

Задача протеомики формируется следующим образом. Белок кодируется последовательностью аминокислот. Аминокислоты, в свою очередь, являются триплетами нуклеотидов. Нуклеотиды – неделимые элементы, существует четыре разновидности которых (А, Т, G, С). При исследовании одновременно анализируется большое количество копий одного и того же белка. Каждая копия разрезается случайным образом на фрагменты (аминокислоты остаются неделимыми). Все полученные фрагменты (от всех копий) одновременно анализируются в масс-спектрометре. В результате получается спектр интенсивностей некоторых неопределенных фрагментов, которые называются ридами. Характеристики всех аминокислот и некоторых пептидов (недлинная последовательность аминокислот) известны и их можно идентифицировать по спектру без дополнительных вычислений. Оставшиеся пики необходимо обработать и определить набор аминокислот и пептидов, которым они соответствуют.

Данную задачу можно переформулировать. Пусть задан алфавит из четырех букв (А, Т, G, С). Словом будет являться последовательность слогов, состоящих из трех букв (аминокислоты). Известны количественные характеристики неопределенных фрагментов слов (некоторые известны). Изначальное количество копий исследуемого слова точно неизвестно. Каждому слогу соответствует некоторый весовой коэффициент. Если имеется несколько неизвестных фрагментов с одинаковой весовой характеристикой (сумма весовых коэффициентов составляющих слогов), то с большой долей вероятности можно утверждать, что все такие фрагменты одинаковы. Хотя могут встре-

чаться фрагменты с равными весовыми характеристиками, но вероятность такого события мала, поэтому принято такое допущение. После идентификации всех фрагментов (составляющих их слогов) необходимо восстановить слово, длина и весовая характеристика которого лежит на некотором заданном интервале. В копиях слова и фрагментах могут быть ошибки, которые необходимо исправлять.

2.1. ОБРАБОТКА СПЕКТРА

Первоначально необходимо обработать «сырой» спектр, полученный при помощи масс-спектрометрии. Необходимо удалить шумы, которые могли появиться из-за примесей, и выделить пики, которые будут использованы для дальнейшего анализа.

Для повышения точности были использованы несколько спектров (полученные при повторных экспериментах). Сначала в каждом спектре выделялись пики. Для этого был использован метод скользящего среднего. Для каждой выбранной точки и ее соседей вычислялось среднее с учетом весовых коэффициентов. Далее из значения в выбранной (центральной) точке вычиталось значения взвешенного среднего. Если получалось отрицательное значение, то оно приравнивалось к нулю. Это позволяет увеличить значение максимумов и избавиться от фонового тренда. Было проведено исследование по эффективности выделения пиков от величины используемого интервала. Оказалось, что наиболее подходящим является использование пяти соседних значений помимо центрального.

После того как выделены необходимые пики на каждом отдельном спектре, эти наборы данных требуется объединить. Это необходимо, потому что чем выше точность идентификации пиков, тем более точно можно определить исходную последовательность белков. В силу технической погрешности пики смещаются относительно их истинного положения. Чтобы уменьшить эту погрешность, был применен аналог технологии вычислительной фотографии HDR для набора спектров. Это позволяет не только более точно установить положение пиков, но и дополнительно уменьшить воздействие шумов на итоговый ре-

зультат. Результирующее значение на основе преобработанных спектров получается следующим образом. На каждом спектре выделяются локальные максимумы (пики). Для каждого локального максимума выбранного спектра осуществляется поиск локальных максимумов на остальных спектрах на заданном интервале. Если локальные максимумы найдены, то их положение и их количество заносится в память. Если локальные максимумы не найдены, то принимаем данное значение за ошибочное. Далее, зная количество локальных максимумов и их положение на спектрах, необходимо определить координату точки, расположенную к ним ближе остальных по сумме расстояний. Варьируя радиус окрестности локального максимума, можно настраивать алгоритм для разных задач с учетом точности эксперимента.

2.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПИКОВ

Теперь, когда по набору спектров устранены шумы и погрешности, а пики однозначно выделены, последние нужно идентифицировать. Все белки состоят из аминокислот, которые, в свою очередь, являются триплетами нуклеотидов (А, С, G, Т). Аминокислоты (характеристики всех известны) образуют пептиды, характеристики некоторых из них известны. Положение пиков соответствуют массам фрагментов белка. По интенсивностям пиков можно определить количество данного фрагмента в исследуемом образце. Одному пику могут соответствовать разные фрагменты (с очень близкими массами), но в угоду скорости работы алгоритма это очень маловероятное событие не учитывается.

Расстояние между двумя пиками на масс-спектре задает разницу масс двух фрагментов. Если эта разность равна массе некоторого фрагмента, присутствующего в спектре, известного пептида или аминокислоты, то можно с большой долей вероятности утверждать, что тяжелый фрагмент (и соответствующий пик) состоит из более легких фрагментов. Таким образом, задачу идентификации пиков можно свести к известной задаче о рюкзаке.

В переформулированной задаче пики поочередно являются как рюкзаками, так и предметами. Алгоритм начинает свою работу с самого тяжелого фрагмента, представленного в спектре. Этот фрагмент является рюкзаком. Остальные же более легкие фрагменты (пики которых присутствуют в спектрограмме) являются предметами. При этом количество предметов ограничено (определяется по интенсивности пиков). Далее для таких входных данных ищутся несколько наиболее точных решений при помощи метода ветвей и границ. Аналогичные процедуры повторяются для всех пиков (фрагментов).

Самые легкие фрагменты состоят из отдельных аминокислот, поэтому их можно идентифицировать достаточно точно (так как массовые характеристики коротких пептидов и всех аминокислот известны с высокой точностью). Тогда, двигаясь в обратном направлении (от легких фрагментов к тяжелым) можно идентифицировать все пики спектра (определить их аминокислотный состав).

При решении методом ветвей и границ запоминаются все допустимые решения. В конце, когда наборы возможных решений для всех пиков известны, необходимо получить общее решение с учетом общего количества всех фрагментов. Для этого решается задача о рюкзаке повторно. На этот раз для каждого пика надо выбрать ровно одно решение, которое учитывает как массовые характеристики фрагментов, так и их общее количество в исходном масс-спектре. Причем общее количество всех различных фрагментов по отдельности, входящих в состав каждого пика, должно быть как можно ближе к количеству таких фрагментов, представленных в изначальном спектре.

2.3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Наконец, зная составляющие каждого из пиков и их количество (интенсивности), можно восстановить исходную последовательность. При получении масс-спектра множество копий исходного слова (белка) произвольно разрезается на некоторые фрагменты. Фрагменты разных копий слова могут быть пересекающимися. Может случиться так, что на одном спектре будут присутствовать определенные пики, а на другом (при повторном

анализе этого же белка) эти пики будут отсутствовать. Для того чтобы этого избежать, проводится несколько повторных экспериментов. Благодаря этому можно понизить ошибку и накопить больше информации об исходном белке (аналогично методу рядов).

Основой решения данной задачи является построение двоичных деревьев. Идеи, представленные в [9], были несколько упрощены, чтобы процесс вычисления занимал меньше время. Чтобы восстановить исходную последовательность, строятся двоичные деревья пересечений фрагментов. При этом в качестве начальной вершины выбираются наиболее длинные фрагменты, полученные на предыдущем шаге. Так как спектры при повторных экспериментах могут различаться, то поиск подходящих фрагментов осуществляется для набора фрагментов, соответствующих только одному спектру.

Совпадение пересечений фрагментов не должно быть абсолютным: суффикс и префикс двух фрагментов могут иметь небольшие различия, количество совпадений было выбрано на уровне 85%, что позволяет сочетать сравнительно высокую скорость работы и точность решений. В каждом двоичном дереве ищутся пути максимальной длины (от листьев в центр), с длинами и весовыми характеристиками, лежащими на интервалах, определенных для исследуемого слова изначально. Последовательности, полученные в результате поиска наилучшего пути, объединяются в исходную последовательность аналогично предыдущему шагу при помощи решения задачи о рюкзаке.

3. Результаты

Таким образом, общая задача была разбита на три основные подзадачи: обработка спектров, идентификация пиков и восстановление исходной последовательности. Все задачи решаются последовательно, выходные данные одной задачи являются входными данными для следующей.

В первой подзадаче параллельно выполнялся пересчет значений в каждой точке по методу скользящего среднего с весовыми коэффициентами и объединение полученных данных

с нескольких масс-спектров. На рис. 1 представлен пример работы алгоритма на тестовом примере. Даны семь наборов входных данных (полученных при повторных экспериментах), один из которых (синий, седьмой) является преднамеренно ошибочным. В средней части данного рисунка представлены наборы данных без шумового. Видно, что положение пиков и их интенсивности различаются. В верхней части рисунка голубыми точками обозначены идентифицированные пики, при этом шумовые данные были исключены из рассмотрения алгоритмом, и соответствующие пики не были идентифицированы за истинные. Несмотря на большие шумы и неточности в одном из спектров, пики идентифицированы абсолютно точно с учетом фоновый тренда. Для каждой центральной точки каждого спектра вычисления проводились параллельно при помощи графического процессора.

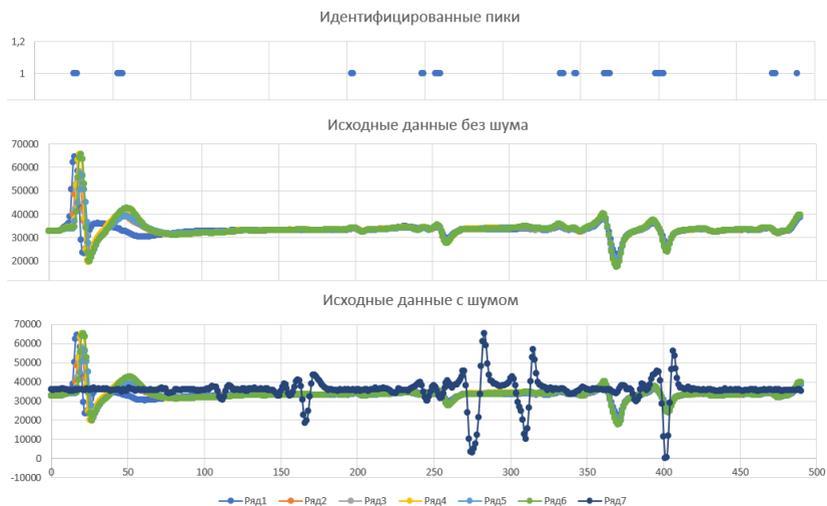


Рис. 1. Идентифицированные пики

На рис. 2 схематически показана формулировка задачи идентификации пиков в виде задачи о рюкзаке. Наиболее тяжелый пик из рассматриваемых выше соответствует рюкзаку, а более легкие – предметам. Так, в рюкзак вместимости 21

необходимо положить предметы (кирпичи с весом 9 в количестве не более 10 и книги с весом 3 в количестве не более 5) с суммарной массой, наиболее близкой к вместимости рюкзака. В дереве решений при достижении определенного количества вершин поиск оптимального решения по ветвям графа может происходить параллельно и независимо, что сокращает время работы алгоритма. Задача о рюкзаке была решена при помощи метода ветвей и границ на графическом процессоре.

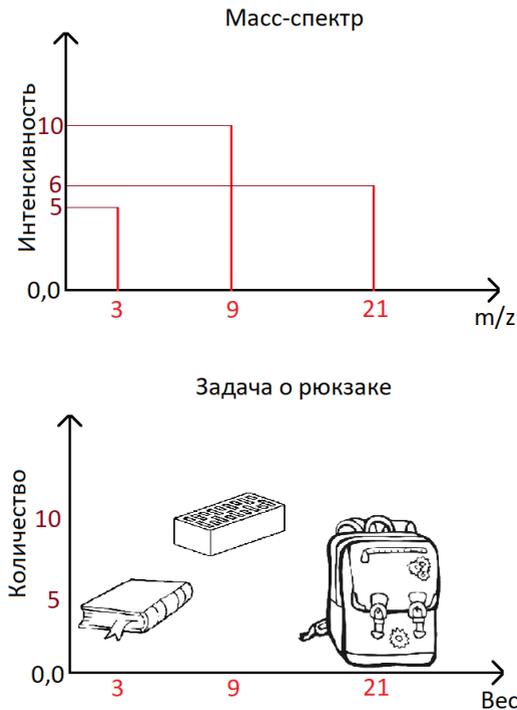


Рис. 2. Сведение решаемой проблемы к задаче о рюкзаке

На рис. 3 схематично показано построение двоичного дерева. Пусть есть фрагмент ТАТСГ (выделено желтым). Среди других фрагментов ищутся совпадения суффиксов и префиксов (зеленые буквы). Так как совпадение не обязательно должно

быть полным (регулируется исследователем), то могут быть допущены противоречия (красные буквы).

В построенном дереве можно найти путь максимальной длины GCTTCTATCG(C/T)FAGTA (выделено голубым). При этом допущена неточность, так как по данному дереву невозможно определить значение одной из букв. Далее аналогичным образом восстанавливается исходная последовательность. Для различных начальных фрагментов построение таких деревьев и поиск пути в них проводился параллельно.

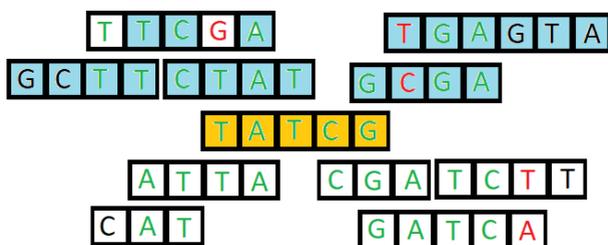


Рис. 3. Пример двоичного дерева

4. Заключение

Все вычисления проводились на персональном компьютере с процессором Intel Core i9-10980HK и видеокартой Nvidia RTX 2080 Max-Q. Алгоритмы были имплементированы на языке C++ с использованием технологии параллельного программирования CUDA. Количество пиков на масс-спектрах достигало миллионов, до 10 масс-спектров было получено (проведено повторных экспериментов) для исследуемого образца. Время работы предложенного комплексного подхода достигало нескольких часов работы. Наиболее ресурсоемкими задачами были решение задачи о рюкзаке (идентификация пиков – до 30% общего времени работы) и построение двоичных деревьев с поиском пути в них (восстановление исходной последовательности – до 70% общего времени). Предложенный подход позволяет значительно сокра-

тить время для приближенного анализа исследуемого белка с последующим применением более точных и время затратных методов при необходимости.

Литература

1. DARMAWAN R.A.S., SUTOMO A.S., LEGOWO B. *Determination of optimal window in spectrum analysis process with moving average method gravity data measurement* // Journal of Physics: Conf. Series. – 2019. – Vol. 1153. – P. 1–6.
2. DI SILVESTRE D., BRAMBILLA F., AGNETTI G., MAURI P. *Bottom-Up Proteomics* // In: Agnetti G., Lindsey M., Foster D. (eds) Manual of Cardiovascular Proteomics. – Springer, 2016.
3. DIDIER E.B., LALAMI M.E. *GPU Implementation of the Branch and Bound method for knapsack problems* // IEEE 26th Int. Parallel and Distributed Processing Symposium Workshops & PhD Forum. – 2012. – P. 1763–1771.
4. EDMAN P. *Method for determination of the amino acid sequence in peptides* // Acta Chemica Scandinavica. – 1950. – Vol. 4. – P. 283–293.
5. HUBBARD S.J., JONES A.R. *Proteome Bioinformatics* // Springer, New-York, 2010. – P. 397.
6. KENNEDY D., NORMAN C., SIEGFRIED T. *125 Science Questions: What Don't We Know?* // Science. – 2005. – Vol. 309, No. 5731. – P. 75–102.
7. MANN S., PICARD R.W. *On being 'undigital' with digital cameras: extending dynamic range by combining differently exposed pictures* // Proc. of IS&T 48th Annual Conference Society for Imaging Science and Technology Annual Conference. – 1995. – P. 422–428.
8. MUTH T., RENARD B.Y. *Evaluating de novo sequencing in proteomics: already an accurate alternative to database-driven peptide identification?* // Briefings in Bioinformatics. – 2018. – Vol. 19, Iss. 5. – P. 954–970.
9. NARZISI G., MISHRA B. *Scoring-and-unfolding trimmed tree assembler: concepts, constructs and comparisons* // Bioinformatics. – 2011. – Vol. 27, No. 2. – P. 153–160.

10. PAMREDDY A., AGENDER R.P. *Top-down proteomics: applications, recent developments and perspectives* // Journal of Applied Bioanalysis. – 2016. – Vol. 2, Iss. 2. – P. 52–75.
11. PAN X., KORTEMME T. *Recent advances in de novo protein design: Principles, methods, and applications* // Journal of Biological Chemistry. – 2021. – Vol. 19, Iss. 296. – P. 1–16.
12. PEVZNER P.A., HAIXU T., WATERMAN M.S. *An Eulerian path approach to DNA fragment assembly* // Proc. of the National Academy of Sciences of the United States of America. – 2001. – Vol. 98, Iss. 17. – P. 9748–9753.
13. RIZZI R., BERETTA S., PATTERSON M., PIROLA Y., PREVITALI M., VEDOVA G.D., BONIZZONI P. *Overlap graphs and de Bruijn graphs: data structures for de novo genome assembly in the big data era* // Quantitative Biology. – 2019. – Vol. 7. – P. 278–292.
14. SUTTON G., WHITE O., ADAMS M., KERLAVAGE A. *TIGR assembler: A new tool for assembling large shotgun sequencing projects* // Genome Sci Technol. – 1995. – Vol. 1. – P. 9–19.
15. WU Q., GORSHKOV M.V., PAŠA-TOLIĆ L. *Towards increasing the performance of FTICR-MS with signal detection at frequency multiples: Signal theory and numerical study* // Int. Journal of Mass Spectrometry. – 2021. – Vol. 469. – P. 116669.
16. XU H., FREITAS A.F. *A high mass accuracy sensitive probability based scoring algorithm for database searching of tandem mass spectrometry data* // BMC Bioinformatics. – 2007. – Vol. 8. – P. 133.

APPROXIMATE APPROACH IN PROTEOMICS

Egor Grishin, engineer, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow (grishin.em16@physics.msu.ru).

Abstract: Modern mathematical methods for protein analysis, such as database search and de novo methods, have their own drawbacks. It is not possible to identify proteins that are not included in databases using database search. The de novo methods allow us to identify new proteins but they are very computationally demanding (requiring the use of a supercomputer). In this project a complex approach of approximate protein analysis conducted on a personal computer was developed. A problem of qualitative and quantitative determination of initial sequence (protein)

consists of three subproblems. The first one is noise cancellation and peak identification using mass spectrometry data. An algorithm combining a sliding average method and computational photography HDR technology was developed. The second subproblem is peak identification. It was reduced to a knapsack problem and solved using the branch and bound method. The last subproblem is initial sequence reconstruction using a set of fragments (peaks and their intensities). This subproblem was solved by constructing double trees and searching for a path of maximum length. All calculations were performed on a PC using CUDA parallel computing technology.

Keywords: proteomics, the knapsack problem, the branch and bound method, parallel computing.

УДК 519.85

ББК 22.176

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.3

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной.*

Поступила в редакцию 09.11.2021.

Опубликована 31.01.2022.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАРКИРОВКИ СТАЛЬНЫХ ЗАГОТОВОК В СПЦ-1 АО «ОСКОЛЬСКИЙ ЭЛЕКТРОМЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ ИМ. А.А. УГАРОВА» НА ОСНОВЕ НЕЙРОСЕТЕВОГО ПОДХОДА

Фомин А. В.¹

(АО «ОЭМК им. А.А. Угарова», Старый Оскол)

Глуценко А. И.²

(ФГБУН Институт проблем управления

им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Полещенко Д. А.³, Зорин И. С.⁴

*(Старооскольский технологический институт
им А.А. Угарова (филиал) ФГАОУ ВО «Национальный
исследовательский технологический университет
«МИСиС», Старый Оскол)*

Работа посвящена решению задачи идентификации стальной заготовки перед ее посадом в методическую печь в прокатном цехе металлургического комбината. Задачей является разработка автоматизированной системы, позволяющей снять с оператора поста управления посадом задачу ручной идентификации каждой поступающей на участок заготовки. В работе рассмотрены такие подходы к решению поставленной задачи, как нанесение на заготовку дополнительной маркировки с целью дальнейшего автоматического чтения и разработка системы чтения существующих клейм на основе нейросетевого подхода. Проведен эксперимент по нанесению маркировки лазерами различной мощности на «серый» и «светлый» металл, оценена читаемость полученных кодов. В результате сделан вывод о возможности применения лазерной маркировки только на зачищенном прокате. Поэтому предложен подход к построению нейросетевой системы идентификации существующего клейма, разработана реализующая его система. Она была успешно внедрена в производство и позволила добиться примерно 90% точности распознавания, что способствовало снижению нагрузки на оператора

¹ Андрей Вячеславович Фомин, ведущий инженер-программист, к.т.н. (verner444@yandex.ru).

² Антон Игоревич Глуценко, в.н.с., д.т.н., доцент (strondutt@mail.ru).

³ Дмитрий Александрович Полещенко, к.т.н., доцент (po-dima@yandex.ru).

⁴ Иван Сегреевич Зорин, аспирант (ivan-12244@yandex.ru).

и уменьшению вероятности «смешивания» различных марок стали в печи нагрева.

Ключевые слова: лазерные маркеры, клеймение, нейронные сети, машинное зрение, распознавание маркировки.

1. Введение

Слежение за материалом на всех этапах производства является одной из важнейших и, во многих случаях, нетривиальной задачей. Предприятия, выпускающие широкий диапазон продукции и имеющие сложную внутреннюю логистику, включающую склады, многопоточные линии обработки, уделяют данному вопросу особое внимание [1]. Одновременно растут требования со стороны потребителя, заключающиеся в желании иметь информацию обо всём процессе производства конкретного изделия, начиная от этапов подготовки производства до финальных стадий обработки. Ярким примером подобной ситуации является металлургическое производство, где одним из требований заказчика является прослеживание производства материала от выплавки и разливки до операций отделки готового проката. Одновременно надежная система слежения за материалом снижает риск логистических ошибок и полезна технологическому персоналу предприятий. Подобные задачи актуальны на Оскольском электрометаллургическом комбинате им. А.А. Угарова (ОЭМК) в связи с ростом требований потребителей и цифровой трансформацией Industry 4.0.

В рамках металлургического производства первичная маркировка материала начинается на этапах разливки или отливки, когда расплавленный металл затвердевает. На данном этапе на еще горячий металл маркировка во многих случаях наносится клеймовочными машинами методом выбивания клейма с номером плавки и номером изделия (заготовки). Ввиду высоких температур поверхности слитка (порядка 1100°C), дальнейшего окисления и высокой производительности участков разливки, нанесение клейма другим методом (крепление бирки роботом манипулятором, например) предполагает высокую техническую сложность и стоимость готового решения. Нанесен-

ный методом горячего клеймения номер плавки и заготовки содержит минимум технологической информации, а нанесение методом горячего клеймения 2D-кодов не представляется возможным. Клеймо в виде набора цифр в большинстве случаев является нечитаемым для штатных средств машинного зрения и требует отдельных уникальных алгоритмов распознавания [3, 4]. Одной из технологических операций в сортопрокатном цехе №1 (СПЦ-1) является загрузка данных заготовок в печь для нагрева перед прокатом (рис. 1). Загрузкой управляет оператор поста посадки металла в печи. Заготовка поступает со склада по рольгангу, далее подается до подвижного упора на место идентификации. После остановки заготовки упор опускается, и оператор видит заготовку у себя на экране монитора, сверяет клеймо на заготовке с номером актуальной плавки на посадке, который фигурирует в доступной ему системе АСУТП, выбирает конкретную заготовку из плавки, далее транспортирует заготовку в автоматическом режиме до печей. При посадке заготовок нестандартных длин в задачу оператора входит ручное позиционирование заготовки перед печью для точного посада на шагающие балки печи.

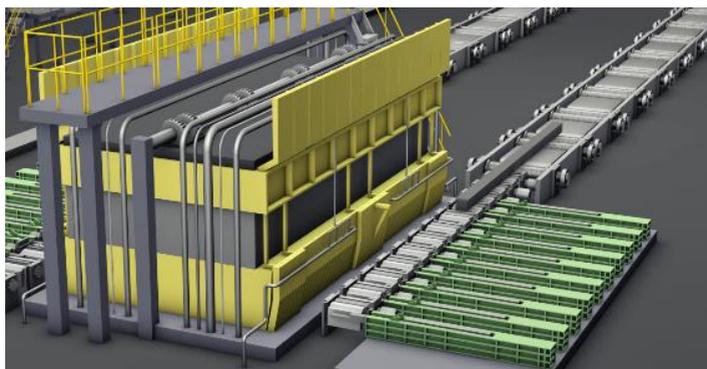


Рис. 1. Загрузка заготовок в печь

После участков разливки (отливки) готовые охлажденные изделия поступают на промежуточные склады, где сортируются в соответствии с дальнейшим маршрутом обработки [2]. Так как

металл уже охлажден и темпы работы склада ниже, чем участков разлива, появляется потенциальная возможность нанесения дополнительной машиночитаемой маркировки [2], содержащей большой объем технологической информации, без снижения темпов производства. Широкое распространение получили штрих-коды (BAR-код) и различные 2D-коды (QR, Datamatrix и др.). Основным преимуществом 2D-кодов является значительный объем информации (до 3 Кбайт), которую они могут содержать, в сравнении со штрих-кодами при равном размере кода. Также 2D-коды более помехоустойчивы: QR-код сохраняет возможность чтения при повреждении до 30% площади кода (в зависимости от уровня шифрования), Aztec-код может читаться при повреждении до 95% кода. Подобные решения нашли широкое применение во многих отраслях промышленности, особенно в пищевой отрасли, где коды наносят на пластик, картон, стекло и другой легкообрабатываемый материал. Также они применяются в машиностроении и автомобилестроении в задаче маркировки готовых изделий.

Другим возможным решением является разработка системы, позволяющей читать уже нанесенное клеймовочными машинами клеймо без нанесения дополнительной маркировки. В данной работе рассмотрено применение обоих методов.

2. Нанесение кодов лазерными маркираторами

Нанесение дополнительной маркировки возможно с помощью применения различного оборудования. Широкое распространение получили каплеструйные маркираторы, лазерные маркираторы, системы печати и нанесения бирок и стикеров. Однако решения с бирками и стикерами имеют высокую стоимость, так как подразумевают установку роботоманипуляторов, непосредственно крепящих бирку на металл. Каплеструйные маркираторы прихотливы в обслуживании (засорение сопел) и влекут собой дополнительные траты на расходные материалы ввиду применения специальных красок. Поэтому в качестве оборудования для нанесения дополнительной маркировки было предложено опробовать лазерные маркираторы.

Стоимость подобных решений значительно меньше роботизированных систем, а также их преимуществом является высокая надежность при отсутствии затрат на расходные материалы.

Эксперимент по нанесению дополнительной маркировки проведен на пробах прокатанного металла [5]. Ввиду того, что поверхность стальных проб зачищена и окалины практически не содержит, для экспериментов по оценке влияния окалины на качество нанесения маркировки данные образцы не подходили. Появление окалины было обеспечено проведением термообработки заготовок в муфельных печах. Заготовки были разделены на три группы со следующими режимами термообработки:

1. Первая группа – нагрев до 700°C и охлаждение в воде. Условная закалка позволила получить значительный по толщине слой окалины. Далее в статье данные заготовки именуется «Заготовки с окалиной».

2. Вторая группа – двукратный нагрев до 700°C и охлаждение вместе с печью. Данная термообработка позволила получить незначительный слой окалины, близкий по толщине к непрерывно литым заготовкам. Далее в статье данные заготовки именуется «Заготовки условно чистые».

3. Третья группа – одна заготовка без термообработки для экспериментов по нанесению кода лазером на зачищенную поверхность. Данные эксперименты представляют интерес при тиражировании решения для маркировки обточенного и зачищенного проката.

Была произведена серия экспериментов по маркировке заготовок-проб в разных режимах мощности и времени нанесения кодов лазерными маркираторами. На заготовку наносились поочередно QR-код и штрих-код (рис. 2–8), содержащие номер плавки и номер заготовки.

Отдельно был проведен эксперимент на зачищенной заготовке, идентичной готовому прокату (рис. 8). Было нанесено четыре QR-кода со следующими характеристиками:

- А. Верхний QR-код – 20 с нанесения, 30 Вт мощности.
- Б. Левый QR-код – 10 с нанесения, 50 Вт мощности.
- В. Правый QR-код – 20 с нанесения, 50 Вт мощности.
- Г. Нижний QR-код – 10 с нанесения, 50 Вт мощности.

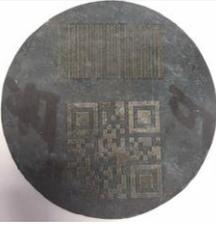
		
<p><i>Рис. 2. Заготовка с окалиной. Лазер мощностью 30 Вт. Время – 20 с</i></p>	<p><i>Рис. 3. Заготовка с окалиной. Лазер мощностью 50 Вт. Время – 20 с</i></p>	<p><i>Рис. 4. Заготовка с окалиной. Лазер мощностью 50 Вт. Время увеличено до 40 с</i></p>
		
<p><i>Рис. 5. Заготовка с малым количеством окалины. Лазер мощностью 50 Вт. Время – 20 с</i></p>	<p><i>Рис. 6. Заготовка с малым количеством окалины. Лазер мощностью 50 Вт. Время – 40 с</i></p>	<p><i>Рис. 7. Заготовка условно чистая. Лазер мощностью 50 Вт. Время нанесения увеличено до 2 минут</i></p>



Рис. 8. Результат эксперимента №7

Для оценки качества нанесения и возможности чтения полученных кодов с повреждениями в условиях прокатного цеха в качестве системы машинного зрения использовались датчики COGNEX серии DATAMAN.

Результат эксперимента по прочтению нанесенных кодов:

1. Условно успешно прочитан QR-код эксперимента №5 (50 Вт, «условно чистая заготовка», время нанесения – 20 с). Однако при повторении эксперимента успешное чтение произошло в 8 из 10 случаев.

2. Условно успешно прочитан штрих-код эксперимента №4 (50 Вт, «Заготовка с окалиной», время нанесения – 20 с). Однако успех эксперимента является скорее случайным, так как на месте нанесения штрих-кода отсутствовала окалина.

3. Успешно прочтены все QR-коды зачищенной заготовки, включая «светлый» QR-код, нанесенный в течение 10 секунд.

Остальные коды прочесть не удалось. Проведение экспериментов по нанесению маркировки лазером с дальнейшим распознаванием позволяет сделать следующие выводы.

1. Метод пригоден для нанесения маркировки на «светлый» металл – обточенный прокат или зачищенную поверхность. Код сохраняет читаемость после длительного хранения.

2. Главной причиной, препятствующей качественному нанесению и чтению кодов на литую заготовку, является наличие окалины на поверхности металла. Нанесение на окалину даёт разный по цвету QR-код, что делает невозможным его прочтение современными промышленными системами машинного зрения без переработки алгоритмов их работы. Также высока вероятность потери кода в случае, если окалина по тем или иным причинам отколется от заготовки.

3. Разработка нейросетевой системы идентификации заготовок

Для разработки и реализации собственной системы чтения существующего клейма с заготовок, а также набора статистики в виде фотографий торцов заготовок с нанесенными клеймами,

на посту посадка металла в печь была установлена высокоскоростная IP-камера.

Заготовка движется со склада по рольгангу на место идентификации, останавливается перед упором, после чего упор опускается. За упором чуть выше рольганга расположена установленная камера, которая делает снимок после опускания упора в нижнее положение. Обработка изображений с камеры велась на рабочей станции, имеющей в своем составе видеокарту NVidia с ядрами CUDA.

Получение результата детектирования клейма можно укрупненно разбить на три этапа:

1. Определение момента прихода заготовки в точку для выполнения снимка.

2. Выполнение снимка торца заготовки и распознавание нанесенных элементов с формированием результата распознавания (код клейма).

3. Передача результата распознавания в АСУП и визуализация его на SCADA оператора с выдачей рекомендации дальнейших действий.

Первоначально в системе предполагалось для детектирования наличия неподвижной заготовки перед камерой производить анализ видеоряда, приходящего с камеры. В процессе такого анализа был замечен следующий эффект. Приходящая заготовка отражает свет от лампы освещения и засвечивает изображение на камере, создавая мощный световой импульс. Именно на данный импульс, диагностируемый с помощью эмпирически определенного порога световой интенсивности, ориентировалась ранняя версия детектора. Однако при интеграции ПО детектора в АСУТП цеха и первичных пуско-наладочных работах оказалось, что данный подход работает с задержками, иногда приводящими к пропуску заготовок. Детектирование наличия заготовки далее осуществлялось путем анализа сигналов с датчиков наличия заготовки и состояния упора. Совокупность данных сигналов используется для запуска системы распознавания: при наличии заготовки на рольганге и при опущенном упоре (дискретный сигнал нижнего положения) программой-детектором производится снимок торца заготовки (рис. 9)

с последующим распознаванием снимка с целью выделения кода клейма.



Рис.9. Примеры кодов с полученных изображений

Из рис. 9 следует, что в каждом случае требуется распознавать по девять цифр. Они могут быть нанесены клеймовочной машиной или краской человеком. Возможна ситуация, когда, например, пять цифр написаны краской, а оставшиеся четыре выбиты машиной. Заготовка может быть кантована различным образом, что приводит к повороту кода на 180 градусов.

Таким образом, разрабатываемый детектор клейма должен решать пять задач: 1–2) определять ориентацию картинки с клеймом (отдельно по машинописному клейму и клейму краской – любое из них может быть перевернуто); 3) распознать машинописное клеймо; 4) распознать клеймо краской; 5) логически обрабатывать полученные результаты при наличии одновременно машинописного и нанесенного краской клейм, собирая их в единый девятизначный номер заготовки.

В настоящее время наиболее эффективным методом решения задачи распознавания объектов на изображениях являются глубокие сверточные нейронные сети [6, 13, 17]. Для их обучения в первую очередь необходимо сформировать обучающую выборку. Для этого в течение нескольких месяцев установленная на посту управления посадом металла камера использовалась в следующем режиме. В момент квитиования («опознавания») заготовки оператором с камеры делался снимок и сохранялся на рабочей станции. Таких снимков было сделано более 60 000. Далее те из них, которые содержали читаемое машино-

писное клеймо (около 60 000), были размечены вручную – явно было определено где и какие цифры расположены. По цифрам, нанесенным краской, объем выборки составил порядка 4500 изображений.

Развитие детекторов объектов на изображениях получило в сетях, основанных на глубокой структуре R-CNN, Fast R-CNN, Faster R-CNN [8, 9, 14, 15, 19]. Исследование компромиссов скорости/точности современных детекторов объектов [7, 11] показало, что Faster – RCNN [16] является моделью с самой высокой точностью обнаружения среди всех исследованных моделей.

Далее для каждой из четырех выделенных задач были проведены множественные эксперименты по обучению и тестированию нейронных сетей класса Faster-RCNN [16] с различными основаниями Inception v2 и Resnet-50, Resnet-101, Inception-Resnetv2 (рис. 11) [10, 12, 18, 20]. На рис. 10 приведены результаты для задачи распознавания машинописного клейма.

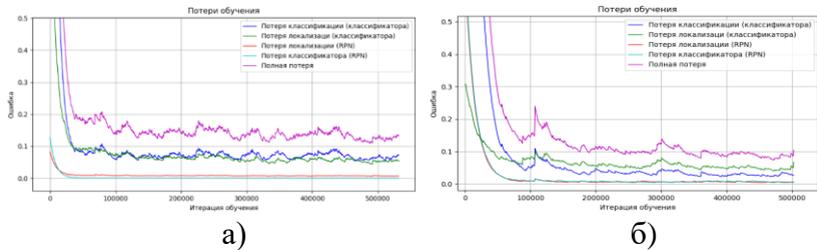


Рис. 10. Графики обучения сетей: а) Faster-RCNN Inception v2; б) Faster-RCNN Resnet-50

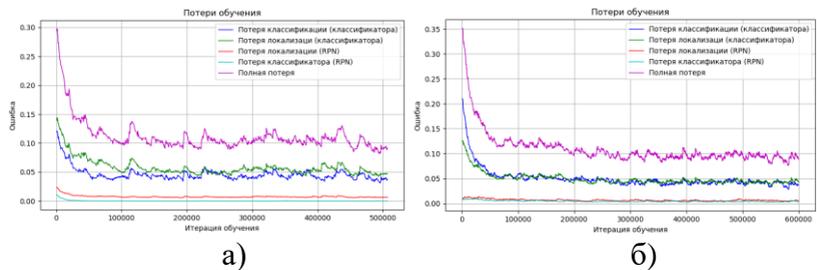


Рис. 11. Графики обучения сети: а) Faster-RCNN Resnet-101; б) Faster-RCNN Inception-Resnetv2

В результате были выбраны Faster-RCNN сети на базе Inception-Resnetv2, предобученные на базе Microsoft COCO. Таким образом, «Нейросетевой детектор клейма» включает в себя четыре нейронных сети. Кроме них он включает логику формирования конечного результата в виде кода распознанного клейма литой заготовки.

В результате экспериментов были получены:

– две нейронных сети класса `faster_rcnn` с предобученным основанием `inception_resnet_v2`, натренированные на детектирование цифр, нанесенных краской, с разной чувствительностью. Сеть с большей чувствительностью используется для определения положения цифр краски на торце заготовки (они могут быть перевернуты) и принятия решения о повороте фотографии на 180° (цифры должны читаться обычным способом – не перевернуты). Далее картинка подается на вторую сеть данного класса с меньшей чувствительностью, которая используется для детектирования цифр, нанесенных краской. Меньшая чувствительность в данном случае повышает робастность сети и нечувствительность к различным «фантомным» эффектам, приводящим к ложному детектированию реально несуществующих цифр.

– одна сеть класса `faster_rcnn` с предобученным основанием `inception_v2` для определения положения машинописных цифр на торце заготовки (они могут быть перевернуты) и принятия решения о повороте фотографии на 180° (машинописные цифры должны читаться обычным способом – не перевернуты). Далее картинка подается на четвертую нейронную сеть, используемую для распознавания.

– одна сеть класса `faster_rcnn` с предобученным основанием `inception_resnet_v2`, натренированная на детектирование цифр, нанесенных машинописным способом.

Для выполнения задачи проекта по распознаванию клейма написана специальная программа на языке Python. Она принимает сигнал с видеокамеры, обрабатывает его и выдает в контроллер S7-400 системы слежения за металлом распознанный «Нейросетевым детектором клейма» девятизначный цифровой код (рис. 12). Также она сохраняет результаты распознавания в отдельной локальной папке в виде, приведенном на рис. 13.

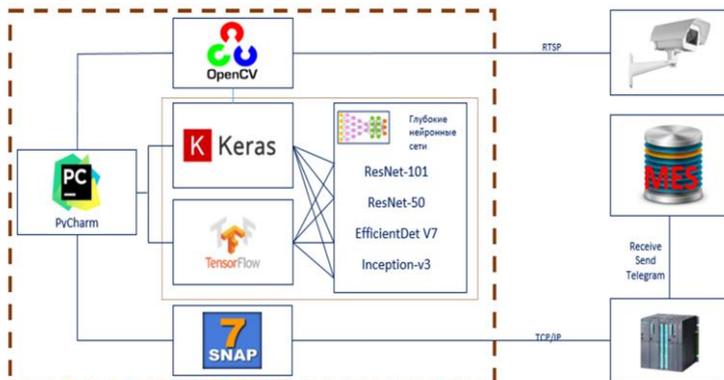


Рис. 12. Схема интеллектуальной системы контроля
клеяма заготовки

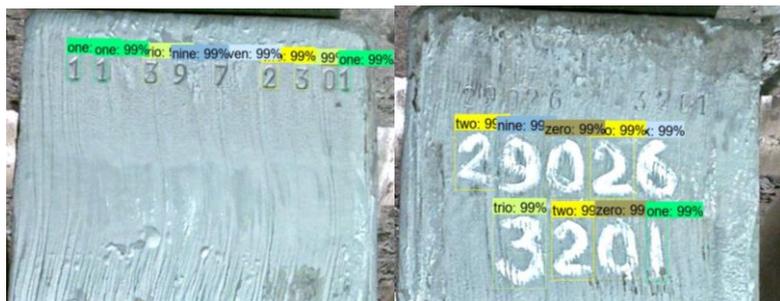


Рис. 13. Результат распознавания

Результат работы системы выводится на систему визуализации оператору и представлен на рис. 14. Время выработки решения системой от момента захвата кадра с камеры до его вывода в систему визуализации – около двух секунд.

На рис. 14 показаны сообщения на системе визуализации, зависящие от результата распознавания и сравнения с актуальной плавкой на посадке.



Рис. 14. Визуализация работы системы на посту оператора в SCADA WinCC

1. Сообщение «ОК»: клеймо успешно прочитано, совпало с номером плавки на посадке, произведен автоматический выбор номера заготовки (в примере – №402)

2. Сообщение «Другая плавка»: клеймо успешно прочитано, но номер плавки не совпал с номером плавки, актуальной на посадке.

3. Сообщение «Смотри сам»: система не смогла прочитать клеймо или прочтение проведено с низкой вероятностью/достоверностью.

4. Сообщение «Заготовка из следующей плавки»: клеймо успешно прочитано и номер плавки совпал с номером следующей плавки в графике посадки.

4. Выводы

Для решения задачи повышения прослеживаемости металла в рамках металлургического производства было рассмотрено два подхода.

Попытка решения задачи идентификации номера заготовки за счёт нанесения дополнительного клейма лазерными маркера-

торами не привела к успеху из-за наличия окалина на заготовках.

Разработанная и внедренная в производство система детектирования клейма литой заготовки на основе нейронных сетей смогла с удовлетворяющей производством точностью (порядка 90%) обеспечивать распознавание в автоматическом режиме. За счет этого удалось снизить нагрузку на оператора, значительно повысить уровень слежения за материалом на участке. Проведенные исследования позволили обоснованно выбрать вид нейронных сетей, их структуру, метод обучения.

Применяя технику Transfer learning для переобучения на статистику о новых клеймах, подобную систему можно тиражировать на участки, работающие с бирками, номерами и т.д.

Литература

1. ЛЕОНИ М. *Автоматическая идентификация - основа развития индустрии 4.0* // Фотоника. – 2018. – Т. 12, №7(75). – С. 652–660.
2. КОЛЕСНИКОВ А.Г., ЯКОВЛЕВ Р.А., МАЛЬЦЕВ А.А. *Технологическое оборудование прокатного производства*. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 158 с.
3. ПОЛЕЩЕНКО Д.А., ЗОРИН И.С. *Нейросетевая идентификация клейма заготовок СПЦ-1 АО «ОЭМК»* // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2020. – №6. – С. 32–39.
4. ТИЛИНГ Л., ЗЕЕГЕРТ С. *Система распознавания клейм на поверхности заготовок* // Черные металлы. – 2013. – №1. – С. 43–46.
5. ФОМИН А.В., ГЛУЩЕНКО А.И., ПОЛЕЩЕНКО Д.А. *Применение лазерных маркеров для решения задачи нанесения дополнительной маркировки на стальную заготовку* // Металлург. – 2020. – №1. – С. 46–50.
6. ШОЛЛЕ Ф. *Глубокое обучение на Python. Серия «Библиотека программиста»* – СПб.: Питер, 2018. – 400 с.

7. DAI J., LI Y., HE K., SUN J. *R-fcn: Object detection via region-based fully convolutional networks* // Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). – 2016. – P. 379–387.
8. FUJII R., HACHIUMA R., SAITO H. *RGB-D Image Inpainting Using Generative Adversarial Network with a Late Fusion Approach* // Computer Vision and Pattern Recognition. – arXiv:2110.07413. – 2021.
9. GIRSHICK R. *Fast R-CNN* // Proc. IEEE Int. Conf. on Computer Vision. – 2015. – P. 1440–1448.
10. HE K., ZHANG X., REN S. *Deep Residual Learning for Image Recognition* // arXiv:1512.03385. – 2015.
11. HUANG J., RATHOD V., SUN C., ZHU M et al. *Speed/accuracy trade-offs for modern convolutional object detectors* // Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2017.
12. LEE C., XIE S., GALLAGHER P.W, ZHANG Z., TU Z. *Deeply-supervised nets* // abs/1409.5185. – 2014.
13. LIANG M., HU X. *Recurrent convolutional neural network for object recognition* // Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2015. – P. 3367–3375.
14. LIU W., ANGUELOV D., ERHAN D., SZEGEDY C. et al. *Ssd: Single shot multibox detector* // European Conf. on Computer Vision (ECCV). – Springer, 2016. – P. 21–37.
15. REDMON J., DIVVALA S., GIRSHICK R., FARHADI A. *You Only Look Once: Unified, Real-Time Object Detection* // ArXiv150602640 Cs. – Jun. 2015.
16. REN S., HE K., GIRSHICK R., SUN J. *Faster R-CNN: Towards real-time object detection with region proposal networks* // Proc. of the Int. Conf. on Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). – 2015 – P. 91–99.
17. RONNEBERGER O., FISCHER P., BROXT T. *U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation* // arXiv:1505.04597v1 [cs.CV]. – 18 May 2015. – URL: <https://arxiv.org/abs/1505.04597>.
18. SZEGEDY C., IOFFE S., VANHOUCKE V. *Inception-v4, Inception-ResNet and the Impact of Residual Connections on Learning* // arXiv:1602.07261. – 2016.

19. SIETZEN S., LECHNER M., BOROWSKI J., HASANI R., WALDNER M. *Interactive Analysis of CNN Robustness* // Computer Vision and Pattern Recognition; Artificial Intelligence (cs.AI); Human-Computer Interaction (cs.HC). – 2021. – arXiv:2110.07667.
20. SZEGEDY C., VANHOUCKE V., IO S., SHLENS J., WOJNA Z. *Rethinking the inception architecture for computer vision* // abs/1512.00567. – 2015.

IDENTIFICATION OF STEEL BILLETS MARKING AT ROLLING SHOP NO. 1 OF JSC "A.A. UGAROV OSKOL ELECTROMETALLURGICAL PLANT" USING NEURAL NETWORKS

Andrey Fomin, Oskol electrometallurgical plant n.a. A.A. Ugarov, Stary Oskol, Cand.Sc., lead software engineer (verner444@yandex.ru).

Anton Glushchenko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, Doctor of Science, docent (strondutt@mail.ru).

Dmitry Poleshchenko, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST "MISIS", Stary Oskol, Candidate of Science, docent (po-dima@yandex.ru).

Ivan Zorin, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST "MISIS", Stary Oskol, postgraduate student (ivan-12244@yandex.ru).

Abstract: The report is about the solution of a steel billet identification problem before its loading into the methodical furnace of a rolling shop of a metallurgical plant. The task is to develop an automated system that allows one to relieve the loading control station operator from the task of manual identification of each billet. The article considers such approaches to solve the problem in question as application of additional markings to the billets for the purpose of further automatic identification, and development of a system for recognition of the existing markings, which is based on the neural networks. An experiment on marking of the "gray" and "light" billets is conducted with the help of the laser markers of different power. The readability of the obtained codes is evaluated. The conclusion is made that laser marking can be applied only on clean rolling metal (without oxide scale). Therefore, the method is proposed to develop a neural network-based system for identification of the existing marking and implement it. The system is successfully introduced into production and allows one to achieve approximately 90% recognition

accuracy, which reduced the operator's workload and the probability of steel grades "mixing" inside the heating furnace.

Keywords: laser markers, marking, neural networks, computer vision, mark recognition.

УДК 004.032.26 + 346.544.44

ББК 16.63

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.4

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Г.А. Угольником.*

Поступила в редакцию 20.10.2021.

Опубликована 31.01.2022.

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛИ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЗАГОТОВКИ, НАГРЕВАЕМОЙ В ПРОХОДНОЙ ПЕЧИ¹

Жуков П. И.²

*(Старооскольский технологический институт
им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ «МИСИС», Старый Оскол)*

Глуценко А. И.³

*(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

Фомин А. В.⁴

*(АО Оскольский электрометаллургический комбинат
им. А.А. Угарова, Старый Оскол)*

В рамках всего цикла переделов, применяемых в черной металлургии, присутствует множество энергоемких технологических объектов, энергоэффективное управление которыми осложнено факторами нестационарности тех процессов, которые в них протекают. Одним из таких объектов является проходная пламенная печь, которую используют в режимах простого нагрева, гомогенизации, отжига и других. Если бы для нее была известна температура поверхности заготовок на выходе из печи в то время, пока они еще находятся в ней, то возможно было бы регулировать некоторые параметры нагрева, оставаясь в рамках технологических инструкций, чтобы минимизировать расход сжигаемого топлива. Поэтому в рамках данной работы авторы проводят сравнение двух моделей, способных прогнозировать температуру поверхности заготовки после режима простого нагрева в такой печи: модель на основе численного дифференцирования уравнения нестационарной теплопроводности и древовидную модель, полученную методом машинного обучения на основе технологических данных, снимаемых АСУ ТП с нижнего уровня автоматизации печи. Предполагается, что подобные модели могут стать основной для «цифрового двойника» объекта, который в дальнейшем может быть использован в системах Advanced Process Control (APC). В результате сравнения было установлено, что ошибка модели, обученной на технологических данных, в среднем на 7,4 градуса Цельсия ниже, чем у конечно-разностной модели.

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке фонда Президента РФ (проект МД-1787.2022.4).

² Пётр Игоревич Жуков, аспирант (Zhikov.petr86@yandex.ru).

³ Антон Игоревич Глуценко, д.т.н., доцент (aiglush@ipu.ru).

⁴ Андрей Вячеславович Фомин, к.т.н., доцент (verner444@yandex.ru).

Предполагается, что полученный результат является следствием преимущества естественной более глубокой адаптации к объекту у первой модели.

Ключевые слова: цифровой двойник, деревья решений, сеточная модель, нестационарная теплопроводность, машинное обучение.

1. Введение

Современные тенденции внедрения на промышленных предприятиях наукоемких технологий связаны с общей концепцией цифровизации производства. Цифровизация отдельных элементов производства подразумевает интегрирование информационных потоков, физических объектов и их внутренних и внешних взаимосвязей в некоторое подобие единой системы [13, 18].

Одними из таких концепций являются «цифровой двойник» или «цифровая тень», которые могут быть применены к технологическим объектам или процессам. Создание «цифровых двойников» целых технологических агрегатов является процессом поэтапным и начинается с моделирования элементарных подпроцессов, протекающих в том или ином технологическом объекте. Наиболее актуальной на сегодняшний день целью создания таких «цифровых» отражений являются попытки оптимизации потребления ресурсов, в том числе и энергоресурсов.

Проблема энергоэффективности отдельных технологических объектов актуальна для многих областей промышленности. В рамках постоянно растущих требований к качеству конечного продукта энергоэффективность процессов снижается. Данный факт актуален в том числе и для металлургии [7, 8], которая является одним из ключевых потребителей энергоресурсов.

В рамках металлургического производства различного рода печи являются одним из наиболее энергоемких технологических объектов, для которых актуален вопрос повышения энергоэффективности без снижения качества реализуемого технологического процесса. Предполагается, что подобного эффекта можно будет достичь, применив концепции цифровизации, включая «цифровых двойников».

Все вышеизложенное справедливо и для «Оскольского электрометаллургического комбината им. А.А. Угарова», в составе которого находится «Сортопрокатный цех №1», выпускающий

горячекатаную сталь. Данный цех представляет особый интерес ввиду того, что прокат является одним из основных этапов, наиболее сильно влияющих на качество конечного продукта. В цехе используют пламенные шестизонные печи для нагрева заготовок перед прокатом. Топливом для печей является смесь природного газа и воздуха.

Для решения задачи повышения энергоэффективности можно промоделировать сам процесс нагрева и попытаться спрогнозировать результат (т.е. температуру нагреваемого объекта на выходе печи). На основе полученных данных можно будет решить обратную задачу оптимизации и найти более оптимальные кривые расхода топлива. Таким образом, задача сводится к прогнозированию температуры заготовки после её нагрева (т.е. к моменту, когда она попадет в прокатный стан) еще до того, как она покинет печь. Ранее в [21] авторы уже рассматривали данную проблему и описывали несколько способов моделирования процесса нагрева, в том числе и способ на основе методов машинного обучения и анализа данных. Предложенный подход позиционировался как альтернативный по отношению к ставшим уже классическими математическим моделям на основании численного решения дифференциальных уравнений.

В данной работе предлагается сравнение двух моделей: 1) сеточной модели, решающей двумерную задачу нестационарной теплопроводности с граничными условиями III-го рода; 2) древовидной модели из работы [21], полученной на основе анализа данных из АСУ ТП печей нагрева. Целью обеих моделей является прогнозирование значения температуры заготовки на стане после её нагрева еще до того, как сам процесс нагрева завершится, при этом учитывается время, которое заготовка движется от печи до пирометра, установленного в первой клети прокатного стана.

Предполагается, что сравнение позволит проиллюстрировать сильные и слабые стороны подходов и более точно определить границы их применимости. В дальнейшем модель с более высокими показателями будет использоваться как база для решения упомянутой выше обратной задачи.

2. Построение конечно-разностной модели нестационарного нагрева

Один из классических способов промоделировать процесс нагрева заготовки в печи – это решить прямую задачу нестационарной теплопроводности с заданными граничными условиями в пространстве определенной размерности. В данном случае решить задачу означает найти решение относительно дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности, которое для прямоугольного объекта в двумерном случае имеет вид

$$(1) \quad \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho * c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Здесь T – температура заготовки, К; λ – коэффициент теплопроводности заготовки, Вт/(м*К), ρ – плотность заготовки, кг/м³; c – коэффициент теплоемкости заготовки, Дж/(кг*К); x и y описывают двумерное пространство, в котором необходимо промоделировать температурное поле, например, прямоугольное сечение заготовки. Случай (1) хорошо подходит под технологический процесс сортопрокатного цеха №1, где нагреваются и затем прокатываются заготовки прямоугольного сечения $0,3 \times 0,36$ м.

При этом решение такого рода задачи возможно только с заранее определенными граничными условиями. В пламенных печах наблюдается конвективно-радиационный теплоперенос, где часть тепла заготовка получает за счет излучения нагретой футеровки, часть – посредством теплообмена с нагретой воздушной средой. В таких условиях актуальны следующие граничные условия:

$$(2) \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \kappa(T - T_{\text{среды}}) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_{\text{среды}}^4).$$

Здесь T и λ имеют тот же смысл, что и в уравнении (1), ε – коэффициент черноты поверхности заготовки; κ – коэффициент теплообмена с окружающей средой, Вт/м²*К; σ – постоянная Стеффана – Больцмана; $T_{\text{среды}}$ – температура нагревающей среды; n – это внешняя нормаль к поверхности, которая определяет

направления движения теплового потока. Для упрощения расчетов обычно предполагают, что тепловые потоки двигаются вдоль нормалей к поверхности нагреваемого объекта.

Таким образом, начальные и граничные условия, определяющие прямоугольное сечение заготовки, слева и справа на границах которой происходит индуктивно-конвективный теплоперенос, имеют вид

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} t = 0: \quad T = T_0, 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H, \\ x = 0: \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa_1 (T_{\text{слева}} - T_{\text{Об}}) + \varepsilon \sigma (T_{\text{слева}}^4 - T_{\text{Об}}^4), \\ x = L: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, t > 0, \\ y = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, t > 0, \\ y = H: \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa_2 (T_{\text{справа}} - T_{\text{Об}}) + \varepsilon \sigma (T_{\text{справа}}^4 - T_{\text{Об}}^4). \end{array} \right.$$

Здесь L и H – это длина и ширина сечения заготовки, м; $T_{\text{Об}}$ – температура нагреваемого объекта, К; $T_{\text{слева}}$ – температура нагревающего поля слева, К; $T_{\text{справа}}$ – температура поля справа, К; κ_1 – коэффициент теплообмена с нагревающей средой слева; κ_2 – коэффициент теплообмена с нагревающей средой справа.

Вышеизложенная задача в постановке с граничными условиями третьего рода может оказаться аналитически неразрешимой. В таких случаях прибегают к численному дифференцированию, а точнее, к построению конечно-разностной схемы для решения конкретной задачи. Подобного рода схемы используют дискретизацию непрерывного температурного поля внутри заготовки на заранее определенной сетке. Замена непрерывных частных производных на их сеточные аналоги производится путем перехода к конечным разностям посредством определения предела производной в точке. Данные методы изложены в [15, 16]. Дискретизация в контексте двумерной задачи по пространству возможна при помощи метода покоординатного расщепления. Суть данного подхода заключается в том, что строятся две локально одномерные разностные схемы для каждой из координат. При расчете

схем тепловой дискретный поток вычисляется вдоль оси Ox на $(n + 0,5)$ -м временном слое, а вдоль Oy – на целом $(n + 1)$ -м временном слое.

В результате применения локально одномерных схем были получены следующие системы уравнений для осей Ox (4) и Oy (5):

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda} T_{\text{Слева}} = \left(1 + \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda}\right) T_0^n - T_1^n, \\ \frac{l_x^2}{k\tau} T_x^{n+0,5} = -T_{x-1}^n + \left(2 + \frac{l_x^2}{k\tau}\right) T_x^n - T_{x+1}^n, \\ \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda} T_{\text{Слева}} = -T_{N-1}^n + \left(1 + \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda}\right) T_N^n; \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{\kappa_2 l_y}{\lambda} T_{\text{Справа}} = \left(1 + \frac{\kappa_2 l_y}{\lambda}\right) T_0^{n+0,5} - T_1^{n+0,5}, \\ \frac{l_y^2}{k\tau} T_y^{n+1} = -T_{y-1}^{n+0,5} + \left(2 + \frac{l_y^2}{k\tau}\right) T_y^{n+0,5} - T_{y+1}^{n+0,5}, \\ \frac{\kappa_2 l_x}{\lambda} T_{\text{Справа}} = -T_{N-1}^{n+0,5} + \left(1 + \frac{\kappa_2 l_x}{\lambda}\right) T_N^{n+0,5}. \end{cases}$$

Здесь l_x и l_y – это дискретные шаги по сетке в направлении оси Ox и Oy соответственно; T_y и T_x – температуры в соответствующих локально одномерных схемах. Результирующей температурой в точке является T^{n+1} . Общая температура модели может быть найдена путем арифметического среднего по всем точкам. Параметр k – это коэффициент теплопроводности, $\text{м}^2/\text{с}$.

$$(6) \quad a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}.$$

Полученные системы уравнений (4) и (5) являются трехточечными и решаются итеративным методом. Конечное решение имеет вид

$$(7) \quad \begin{cases} T_x^{n+0,5} = \alpha_x * T_{x+1}^{n+0,5} + \beta_x, \\ T_y^{n+1} = \alpha_y * T_{y+1}^{n+1} + \beta_y. \end{cases}$$

Итеративные коэффициенты α и β вычисляются для граничных условий по оси Ox (8) и Oy (9):

$$(8) \quad \begin{cases} \alpha_1^x = \frac{2 \cdot \tau \cdot \lambda}{2 \cdot \tau \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c \cdot l_x^2}, \\ \beta_1^x = \frac{\rho \cdot c \cdot l_x^2 \cdot T_1}{2 \cdot \tau \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c \cdot l_x^2}; \end{cases}$$

$$(9) \quad \begin{cases} \alpha_1^y = \frac{2 \cdot a \cdot \tau}{l_y^2 + 2 + a + \tau}, \\ \beta_1^y = \frac{l_y^2 \cdot T_{y=1}}{l_y^2 + 2 \cdot a \cdot \tau} + \frac{2 \cdot a \cdot \tau \cdot l_y \cdot q_1}{\lambda(l_y^2 + 2 \cdot \tau \cdot a)}. \end{cases}$$

В остальных точках сетки, кроме краевых, коэффициенты α и β вычисляются по уравнениям системы (10) для Ox и (11) – для Oy :

$$(10) \quad \begin{cases} \alpha^x = \frac{\lambda}{l_x^2} / \frac{2\lambda}{l_x^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_x^2} \cdot \alpha_{i-1}, \\ \beta^x = \frac{\frac{\lambda}{l_x^2} \cdot \beta_{i-1} - \left(\frac{\rho \cdot c \cdot T_x^{n-1}}{\tau} \right)}{\frac{2\lambda}{l_x^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_x^2} \cdot \alpha_{i-1}}; \end{cases}$$

$$(11) \quad \begin{cases} \alpha^y = \frac{\lambda}{l_y^2} / \frac{2\lambda}{l_y^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_y^2} \cdot \alpha_{j-1}, \\ \beta^y = \frac{\frac{\lambda}{l_y^2} \cdot \beta_{j-1} - \left(\frac{\rho^* c \cdot T_y^{n-1}}{\tau} \right)}{\frac{2\lambda}{l_y^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_y^2} \cdot \alpha_{j-1}}. \end{cases}$$

Опираясь на вышеизложенное, возможно программно реализовать сеточную модель, однако без процедур адаптации она окажется крайне неточной и чрезмерно усредненной.

3. Адаптация модели нестационарной теплопроводности

Основная трудность построения модели нестационарного теплообмена с использованием дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности заключается в том, что некоторые параметры модели нужно рассматривать в динамике от температуры.

$$(12) \quad \begin{cases} \lambda = f_{\lambda}(T), \\ c = f_c(T), \\ \kappa = f_{\kappa}(T), \\ \rho = f_{\rho}(T). \end{cases}$$

Таким образом, основная сложность построения сеточной модели нестационарной теплопроводности заключается в определении конечного вида правых частей системы (12). Согласно контексту предметной области, в печи нагрева проходят термическую обработку стальные заготовки, которые обладают различными химико-физическими свойствами, называемыми общим термином «марка стали». Ключевая проблема поиска оптимальных правых частей системы (12) заключается в том, чтобы найденные функции наиболее точно описывали реальное поведение определенных параметров стали при нагреве в контексте заданной марки. На сегодняшний день не существует единых теоретических формул, которые можно было бы подставить в правые части системы (12) и получить готовое решение. Часть подходов основаны на аппроксимации данных натурального эксперимента, другая часть – на ранее установленных эмпирических зависимостях. Как например уравнение (13), подробно описанное в [6].

$$(13) \quad c(T) = c_0 + a_1 \left(\frac{T}{1000} \right)^n + a_2 e^{-a_3(T-T_0)}.$$

Оно справедливо только для углеродистых сталей, где c_0 , a_1 , a_2 , T_0 являются эмпирическими коэффициентами, зависящими от марки стали.

В результате анализа доступных подходов и методов, в частности, опираясь на идеи, изложенные в работе [19], правые части системы для λ , ρ и c было решено восстановить путем аппроксимации табличных дискретных наблюдений, содержащихся в инженерных справочниках [1, 5] при помощи регрессионных уравнений следующего вида:

$$(14) f(T) = \beta_0 + \left(\sum_{i=1}^n \beta_i T^i \right) + \varepsilon.$$

Исследовалась марка «Сталь 20», для которой была найдено регрессионное уравнение, описывающее зависимость теплоемкости от температуры в виде кусочно-заданной функции:

$$(15) \begin{cases} T < 700: & c(T) = 476.5 + 0,25T + 7,1 \cdot 10^{-5}T^2 + 6,5 \cdot 10^{-7}T^3, \\ T = 700: & c(T) = 1432, \\ T > 700: & c(T) = 13372 - 35,8T + 7,3 \cdot 10^{-2}T^2 - 1,01 \cdot 10^{-5}T^3. \end{cases}$$

Собственно, аппроксимация данной функцией исходных данных представлена на рис. 1. Отдельные регрессионные уравнения в составе кусочно-заданной функции имеют показатели качества $R^2 = 0,9991$ для $T < 700$ °C и $R^2 = 0,9024$ для $T > 700$ °C.

Аппроксимация теплоемкости 'Сталь 20'

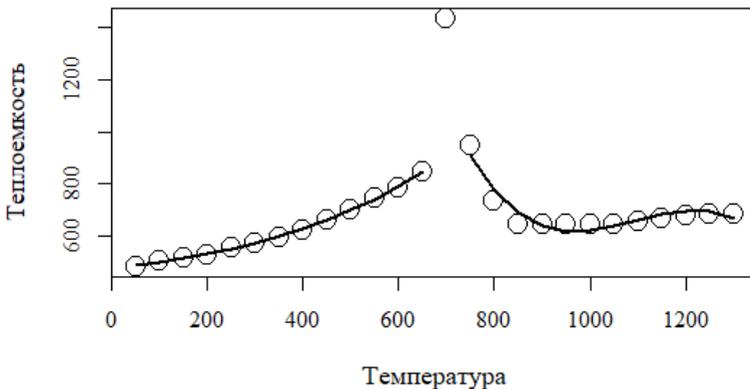


Рис. 1. Аппроксимация табличных значений теплоемкости найденной функцией (пустые круги – табличные значения; линия – аппроксимация регрессионным уравнением)

Также была получена функция, описывающая динамику изменения плотности «Сталь 20» от температуры:

$$(16) \rho(T) = 7862 - 0,25T - 3,2 \cdot 10^{-4} T^2 + 4,2 \cdot 10^{-7} T^3 - 1,6 \cdot 10^{-13} T^5.$$

Точность модели по критерию $R^2 = 0,9682$, аппроксимация табличных значений плотности найденным уравнением представлена на графике (рис. 2).

Аппроксимация плотности 'Сталь 20'

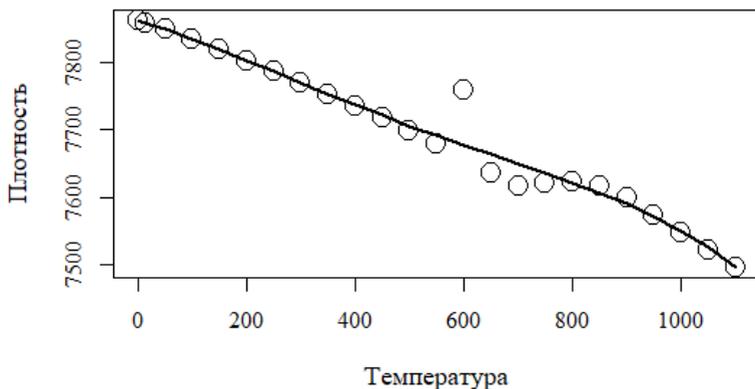


Рис. 2. Аппроксимация табличных значений плотности найденной функцией

Регрессионная функция для описания зависимости теплопроводности «Сталь 20» от температуры была получена в виде (17) с качеством модели $R^2 = 0,9962$:

$$(17) \lambda(T) = 90,1 - 0,14T + 8,3 \cdot 10^{-5} T^2 - 5,03 \cdot 10^{-9} T^3.$$

Для нахождения коэффициента теплообмена было предположено, что в дискретный момент времени t система стационарна, как и все её параметры. Тогда коэффициент теплообмена можно вычислить при помощи уравнения из работы [14] в виде

$$(18) \kappa(T) = \frac{Nu * \lambda^{air}(T)}{l}.$$

Здесь l – определяющий размер или высота вертикальной поверхности теплообмена, м; λ^{air} – это коэффициент теплопроводности воздушной нагревающей среды, Вт/(м*К). Наибольшую сложность в расчетах представляет критерий Нуссельта, который описывается критериальной функцией [17]:

$$(19) Nu = f(Re, Pr, Gr, \dots),$$

где Re – критерий Рейнольдса, Pr – критерий Прандтля, Gr – критерий Грасгофа. Каждый из критериев имеет свои известные формулы для расчета. В результате предполагаем, что в момент времени t в печи присутствует турбулентный поток воздуха, тогда (19) примет вид

$$(20) Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} * Pr^{0,43} * \left(\frac{Pr}{Pr_{sb}} \right)^{0,25}.$$

При расчете критерия Прандтля (Pr) используются функции от температуры для теплопроводности и плотности воздуха, которые хорошо известны. Pr_{sb} – это критерий Прандтля, посчитанный относительно параметров заготовки (на границе заготовки), а не воздуха.

Поскольку сравнение моделей предполагалось делать на выборке с реального технологического объекта для марки «Сталь 20», то правые части системы (12) было решено описывать уравнениями (15)–(18).

Для описания процесса нагрева в проходной печи, состоящей из шести зон, расположенных попарно (I-я и II-я, III-я и IV-я, V-я и VI-я зоны), потребовалось три связанные друг с другом сеточные модели, выполняющиеся последовательно. Поскольку модель, основанная на данных, прогнозирует температуру не сразу после выхода из печи, а на стане после того как заготовка какое-то время движется до пирометра, установленного в первой клетке стана, то для адекватности сравнения было решено прогнозировать именно температуру заготовки в момент ее прихода на стан. Для этого был промоделирован период остывания. Таким образом, потребовалось четыре выполняющиеся последовательно модели, где прогноз предыдущей модели выступает начальным условием преследующей.

В результате была получена сеточная модель, реализованная на языке программирования C# с использованием средств Visual Studio Community Edition.

4. Модель на основе технологических данных

В качестве альтернативны для сравнения рассматривается модель на основе данных, полученных из АСУ ТП печей нагрева. Ранее в работах [4] и [21] подробно разбиралась данная модель и пути её получения.

Для чистоты эксперимента было решено повторно обучить упомянутую модель на основе технологических данных. Для этого из системы слежения за металлом (части АСУ ТП управления печью) были получены данные по 21 018 заготовкам различных углеродистых марок стали приблизительно за 60 дней работы системы. Также были взяты данные из архивов сигналов нижнего уровня АСУ ТП печи нагрева за этот же временной промежуток. В результате был получен пространственный набор данных из 11 независимых переменных, которые в явном или неявном виде используются в конечно-разностной модели: 1) температуры левой части печи для каждой пары зон; 2) температуры правой части печи для каждой пары зон; 3) время нахождения заготовки в каждой паре зон; 4) время движения заготовки от печи до пирометра; 5) вес заготовки. В качестве целевой переменной выступала температура поверхности заготовки, снятая пирометром в стане.

В результате подготовительных работ был получен массив данных размерностью 21 018 на 12, из которого были удалены 15 заготовок марки Сталь 20, которые будут использоваться для сравнения моделей далее. Затем была произведена чистка строк, содержащих пустые значения, в результате которой осталось 20 954 заготовки. Исходные данные были разбиты на обучающее и тестовое подмножества (рис. 3).

Основным инструментом обучения модели выступила технология экстремального градиентного бустинга (она же XGBoost) [10], суть которой заключается в поэтапном итератив-

ном уменьшении ошибки выхода конкретной модели путем построения нисходящей решающей композиции из подобных (в качественной структуре) моделей.

**Диаграмма подвыборок
из 20954 строк данных по заготовка**

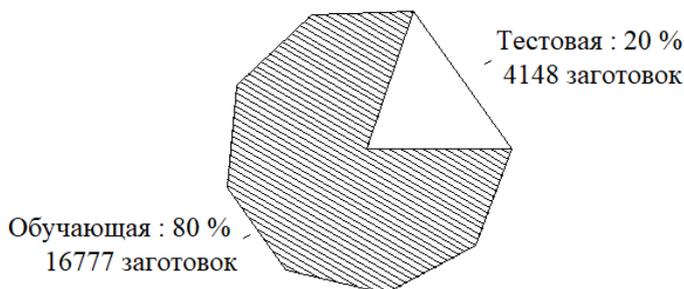


Рис 3. Диаграмма разбиения исходного набора данных на обучающую и тестовое подмножества

В данном случае модель представляет собой структуру вида «Случайный лес», где в основе структуры используются не классические мульти-аддитивные деревья (MART) [11], а аддитивные деревья с Dropout функцией (DART) [20], которые реализуют одноименную технологию. Логика работы Dropout, применительно к деревьям решений, схожа с подобной технологией, применяющейся при обучении нейронных сетей. За одним исключением: деревья выпадают из цикла градиентного бустинга насовсем с последующей компенсацией весов остальных деревьев.

В качестве программного инструмента реализации использовалась одноименная библиотека XGBoost для языка R.4.0.5. Параметризация модели (таблица 1), а также предварительная обработка данных выполнена в среде RStudio средствами языка программирования R.4.0.5.

Таблица 1. Параметризация DART-модели

Параметр	Значение
Максимальная глубина одного дерева в структуре типа «лес»	6
Метод создания деревьев	“Approx” [9]
Шаг обучения	0,3
Частота срабатывания метода Dropout (доля деревьев, которые будут отсеяны)	0,1
Коэффициент регуляризации L_2	1,0
Количество деревьев в одном «лесу»	50
Количество раундов обучения	50
Процент данных, которые доступны модели при обучении	100%

5. Сравнение моделей

Для сравнения точности отдельных моделей, из данных АСУ ТП печей нагрева были выбраны 15 заготовок марки «Сталь 20» (таблица 2).

Таблица 2. Данные по 11 входным параметрам для сравнения моделей

Температурно-временная карта							
t_1, c	$T_1, T_2, ^\circ C$	t_2, c	$T_3, T_4, ^\circ C$	t_3, c	$T_5, T_6, ^\circ C$	$m, кг$	t_4, c
18053	996	7200	975	6541	1186	4970	225
18053	996	7200	975	6727	1186	4980	159
18448	996	6949	975	6855	1185	4930	138
7387	992	4655	965	4002	1183	9760	140
7348	992	4709	966	4034	1182	9680	180
7377	992	4671	965	3886	1183	9680	161
7353	991	4916	966	3820	1181	9800	197
7405	991	4904	966	3905	1180	9780	153
7388	991	4904	966	3820	1181	9790	220
14533	990	7866	977	10635	1181	4990	148
14531	990	7866	977	10565	1181	5000	158
14135	989	8184	977	10295	1182	4990	156
14136	989	8184	977	10366	1182	4990	145
9554	991	5908	972	12702	1190	4970	133
9554	991	5908	972	12798	1190	4910	157

В таблице 2 параметры t_1 – t_3 отвечают за время, проведенное заготовкой в первой, второй и третьей паре зон; параметры T_1 , T_3 , T_5 отвечают за температуры с левой стороны печи в данных зонах, а T_2 , T_4 , T_6 – с правой стороны, что соответствует параметрам $T_{\text{слева}}$ и $T_{\text{справа}}$ из системы уравнений (3); параметр t_4 отвечает за время, которое заготовка проходит от печи до пирометра, а m – за массу заготовки.

Данные о времени, которое эти заготовки провели в пути от печи до пирометра, были рассчитаны на основании имеющихся временных меток в данных. Выбирались только те заготовки, которые добрались до пирометра в стане менее чем за 400 секунд, так как превышение этого значения означало бы отклонение от нормального технологического режима работы. Набор данных, представленный в таблице 2, не был задействован при обучении модели на данных или при её тестировании.

Чтобы сравнить между собой полученные модели, необходимо выбрать критерий качества. В данном случае сравниваются результаты, полученные на одном и том же наборе данных, поэтому можно воспользоваться критерием абсолютной средней ошибки (MAE):

$$(21) \text{MAE} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h |e_i|.$$

Здесь h – это дистанция прогнозирования, e_i – ошибка прогноза на i -м шаге. Или можно использовать абсолютную среднюю процентную ошибку (MAPE):

$$(22) \text{MAPE} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \frac{|e_i|}{y_i}.$$

Использование оценки на основании среднеквадратичных отклонений (MSE), например, корень из среднеквадратичных ошибок (RMSE), здесь менее информативен, так как из-за квадратичного преобразования не позволяет ответить на вопрос «насколько одна модель лучше, чем другая?» (в градусах Цельсия).

Воспользовавшись метриками (21) и (22), были получены выходы двух моделей при однообразии входных данных, взятых из таблицы 2.

Моделью машинного обучения для упрощения будем называть DART-модель по её главной составляющей. Выходы моделей, включая эталонные значения, на основании которых предполагается вести сравнение, приводятся к таблице 3.

Результаты самого сравнения приводятся в таблице 4. Как можно заметить из результатов на одних и тех же входах, модель, построенная на данных, в среднем ошибается на 7,4 градуса Цельсия меньше, чем конечно-разностная модель.

Чтобы судить об адекватности данного сравнения, необходимо доказать, что полученные прогнозы моделей являются значениями из одной генеральной совокупности, для чего необходимо доказать предположение об отсутствии статистически значимых различий между реальными данными и результатами прогноза моделью. Для этого необходимо сравнить дисперсии двух выборок, например, критерием Фишера.

Таблица 3. Выходы моделей в сравнении с эталоном

Эталонные значения, °С	Выход DART-модель, °С	Выход сеточной модели, °С
1012	1001	1008
1038	1016	1043
1018	1030	1055
1030	1038	1049
1038	1038	1026
1035	1035	1037
1024	1031	1017
1034	1035	1041
1029	1028	1005
1035	1021	1045
1011	1014	1039
1004	1014	1041
1041	1025	1047
1016	1033	1062
1037	1018	1048

Таблица 4. Результаты сравнения

	DART-модель	Сеточная модель
MAE, °С	9,57	16,9
MAPE, %	0,0093	0,0162

В данном случае размерность выборки мала для того, чтобы опираться на P -значение, однако можно предположить, что две дисперсии равны друг другу, если их отношение дает единицу и 95%-й доверительный интервал F -теста покрывает собой это значение. Формально данное заключение имеет вид

$$(23) l_{95} \leq \left\{ \frac{D(Y)}{D(\hat{Y})} = 1 \right\} \leq u_{95}.$$

Здесь Y – это эталонные значения температур, \hat{Y} – прогнозы модели, l_{95} и u_{95} – это верхнее и нижнее значение доверительного интервала. Для того чтобы применить критерий Фишера, необходимо обеспечить допущение о нормальности остатков. Был применен формальный тест Шапиро – Уилка [12] к остаткам моделей. Его результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5. Результаты формального теста Шапиро – Уилка

	$W(Y)$	P -value
Эталон	0,90095	0,1
Выход DART-модели	0,92747	0,25
Выход сеточной модели	0,90564	0,11

Для всех выборок рассчитанное P -значение превышает критический показатель 0,05, а значит, можно судить о нормальности распределения.

В результате анализа были получены следующие интервальные оценки (таблица 6), на основе которых можно заключить, что для обеих моделей происходит перекрытие отношения доверительными интервалами согласно (23).

Таблица 6. Результаты теста на равенство дисперсий

	l_{95}	u_{95}
DART-модель	0,3956223	3,5099546
Сеточная модель	0,1730184	1,5350168

Полученный выше результат можно интерпретировать в пользу адекватности сравнения моделей. Прогноз и эталонные

значения являются выборками из одной генеральной совокупности, а, следовательно, отклонения от эталона можно расценить как критерий качества моделей.

6. Заключение

В результате исследования и сравнения двух моделей было установлено, что модель на данных показывает лучшее качество прогноза, ошибаясь в абсолютных значениях на 7,4 градуса Цельсия меньше, чем модель конечных разностей.

Такой результат может быть объяснен за счет сильного влияния адаптации на конечную точность конечно-разностной модели. Сеточная модель требует более сильной привязки к объекту, тогда как модель, построенная на данных с конкретного объекта, по умолчанию является адаптированной по отношению к нему из-за сохранения контекста (данные получены с конкретного объекта конкретного предприятия).

Таким образом, можно выделить существенный недостаток классической математической модели, который заключается в потребности формализовывать контекст нагрева в конкретной печи, в частности выраженный нахождением оптимальных формул правой части системы (12). Авторы считают вышесказанное недостатком из-за того факта, что не всегда возможно получить с реального действующего производства все необходимые данные для проведения адаптации конечно-разностной модели. В то же время подобная процедура не требуется для модели, обученной на технологических данных.

При этом как у сеточной модели, так и у модели на данных имеется ряд недостатков, наиболее критичным из которых является потребность в самих данных. Модель машинного обучения не может быть применена в ситуациях, когда отсутствует достаточное количество информации с объекта или она слишком сильно зашумлена и не может быть очищена без нарушения внутренней структуры данных.

По мнению авторов, вклад данной работы заключается в обоснованном подтверждении предположения о том, что применительно к решению выбранной задачи модель на основе данных является более перспективной, так как процесс адаптации

протекает непосредственно в процессе ее построения, не требуя ничего, кроме уже имеющихся данных. Идея моделирование физических процессов, протекающих в технологических объектах, в виде «черного ящика» не нова, однако данная работа показывает, что такой подход применительно к задаче описания процесса нестационарного нагрева оказывается как минимум не хуже «классического» подхода [2, 3], предлагаемого исследователями в этой области.

Литература

1. БАБИЧЕВ А.П. и др. *Физические величины: справочник* / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат. – 1991. – 1232 с.
2. БИРЮКОВ А.Б. и др. *Математическое моделирование процессов тепловой обработки металла в печах с учетом окислительнообразования* // *Сталь*. – 2016. – №8. – С. 85–90.
3. БИРЮКОВ А.Б., ВОЛОШИН А.И., ОЛЕШКЕВИЧ Т.Г. *Математическое моделирование процесса тепловой обработки металла в печах* // *Сталь*. – 2016. – №1. – С. 71–75.
4. ЖУКОВ П.И., ГЛУЩЕНКО А.И., ФОМИН А.В. *Модель для прогнозирования температуры заготовки по ретроспекции ее нагрева на основе бустинга структуры* // *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии*. – 2020. – Т. 18, №4. – С. 11–27.
5. КАЗАНЦЕВ Е.И. *Электрические промышленные печи: Справочное руководство для расчетов и проектирования: Учебное пособие*. – М.: Металлургия, 1975. – 370 с.
6. ПОПОВ Е.В., ДРУЖИНИН Г.М. *Влияние теплофизических свойств стали на нагрев заготовок в печах* // *Известия высших учебных заведений. Черная металлургия*. – 2015. – Т. 55, №1. – С. 52–55.
7. BAXODIROVNA A.N. *The features of methods of calculation of the cost at the industrial enterprises of ferrous metallurgy* // *Int. Journal of Research in Social Sciences*. – 2017. – Vol.7, No. 3. – P. 327–335.

8. BOGOVIZ A.V., LOBOVA S.V., RAGULINA Y.V., ALEKSEEV A.N. *Russia's energy efficiency policies in the industry sector: Critical perspectives* // Int. Journal of Energy Economics and Policy. – 2018. – Vol. 8, No. 6. – P. 48–58.
9. CHEN R.C., CARAKA R.E., ARNITA N.E.G. *An end to end of scalable tree boosting system* // Sylwan. – 2020. – Vol. 165, No. 1. – P. 1–11.
10. CHEN T., GUESTRIN C. *Xgboost: A scalable tree boosting system* // Proc of the 22nd ACM SIGKDD Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. – 2016. – P. 785–794.
11. FRIEDMAN J.H., MEULMAN J.J. *Multiple additive regression trees with application in epidemiology* // Statistics in medicine. – 2003. – Vol. 22, No. 9. – P. 1365–1381.
12. HANUSZ Z., TARASINSKA J., ZIELINSKI W. *Shapiro-Wilk test with known mean* // REVSTAT-Statistical Journal. – 2016. – Vol. 14, No. 1. – P. 89–100.
13. KOCH V., KUGE S., GEISSBAUER R., SCHRAUF S. *Industry 4.0: Opportunities and challenges of the industrial internet* // Strategy & PwC. – 2014. – P. 5–50.
14. LIENHARD I. V., JOHN H. *A heat transfer textbook*. – Phlogiston Press, Cambridge, 2008. – 739 p.
15. MICKENS R.E. *Nonstandard Finite Difference Models of Differential Equations*. – Singapore: World Scientific, 1994. – P. 264.
16. ÖZİŞİK M.N., ORLANDE H.R., COLACO M.J., COTTA R.M. *Finite Difference Methods in Heat Transfer*. – USA, CRC Press, 2017. – 600 p.
17. RAJENDRA K. *Heat and Mass Transfer*. – Springer Singapore, 2020. – P. 1147.
18. SANFELICE R.G. *Analysis and Design of Cyber-Physical Systems. A Hybrid Control Systems Approach* // Cyber-Physical Systems: From Theory to Practice, CRC Press: Boca Raton. – FL, USA, 2016 – P. 1–29.
19. STANKUS S.V., SAVCHENKO I.V.E., BAGINSKII A.V., VERBA O.I., PROKOP'EV A.M., KHAIRULIN R.A. *Thermal conductivity and thermal diffusivity coefficients of 12Kh18N10T stainless steel in a wide temperature range* // High Temperature. – 2008. – Vol. 46, No. 5 – P.731–733.

20. VINAYAK R.K., GILAD-BACHRACH R. *Dart: Dropouts meet multiple additive regression trees* // Artificial Intelligence and Statistics. – 2015. – P. 489–497.
21. ZHUKOV P., FOMIN A., GLUSHCHENKO A. *Development of Relationship Between Steel Billet Temperature and Data on Its Heating History for Continuous Furnace of Rolling-Mill Shop* // IEEE 2nd Int. Conf. on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA–2020). – 2020. – P. 483–488.

COMPARISON OF FINITE DIFFERENCE AND DATA-BASED MODELS APPLICATION TO SOLVE PROBLEM OF STEEL BILLETS TEMPERATURE PREDICTION

Petr Zhukov, STI NUST “MISIS”, Stary Oskol, postgraduate student (Zhukov.petr86@yandex.ru).

Anton Glushchenko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Sciences, docent (strondutt@mail.ru).

Andrey Fomin, Oskol Electrometallurgical Plant (OEMK) named after A.A. Ugarov, Candidate of Technical Sciences, lead software engineer (verner444@yandex.ru)

Abstract: Within the whole cycle of technological conversion processes, which are widespread in the ferrous metallurgy, there are many energy-intensive technological units, energy-efficient control of which is a complicated task due to the non-stationarity of technological processes within them. One of such units is a continuous flame furnace, which is used for simple heating, homogenization, annealing and other operations. If the surface temperature of the billets at the furnace outlet could be known in advance (while they are still inside the furnace), it would be possible to adjust certain heating parameters, while staying within the technological instructions, in order to minimize the consumption of the combustible fuel. Therefore, in this paper we compare two models to predict the temperature of the billet surface after a simple heating in such a furnace: a model based on numerical differentiation of transient heat conduction equation and a tree-like one, which is obtained by machine learning and based on the technological data from the lower level of the furnace automation. It is supposed that such models can become the basis for a "digital twin" of the unit, which can be further used in Advanced Process Control (APC) systems. As a result of comparison, it is obtained that the error of the data-based model is 7.4 degrees Celsius lower on average comparing to the finite-difference one. It is assumed that this result is a consequence of the advantage of the first model "natural adaptation" to the technological unit.

Keywords: digital twin, decision trees, grid model, transient heat conduction, machine learning.

УДК 536.3 + 519.6

ББК 22.193

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

Поступила в редакцию 22.10.2021.

Опубликована 31.01.2022.

ПОСТРОЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАТОРА ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ

Кокунько Ю. Г.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

В рамках каскадного подхода к синтезу наблюдателей состояния динамических объектов при воздействии внешних неконтролируемых возмущений предложен метод восстановления производных любого нужного порядка детерминированной функции времени по ее текущим значениям, который не требует знания аналитического вида функции и численного дифференцирования. В предположении, что функция является кусочно-гладкой и ее производные ограничены известными константами, вводится виртуальная динамическая модель канонического вида с неизвестным входом, которая порождает на выходе данную функцию. На основе этой модели, порядок которой зависит от порядка производных, подлежащих восстановлению, строится динамический дифференциатор в виде наблюдателя состояния с кусочно-линейными корректирующими воздействиями. В данной работе указанные построения продемонстрированы на примере системы управления колесным роботом. Для синтеза обратной связи применяется нелинейный закон управления, стабилизирующий движение платформы вдоль допустимой криволинейной траектории. Для реализации обратной связи в задаче путевой стабилизации требуется текущая информация о переменных состояния модели объекта управления, задающих воздействиях и их производных первого и второго порядка. В предположении, что переменные состояния доступны для измерений, для оценивания производных задающих воздействий построены дифференциаторы третьего порядка.

Ключевые слова: колесный робот, задача путевой стабилизации, динамический дифференциатор, инвариантность, декомпозиция.

1. Введение

На современных складах и производствах активно используются мобильные роботы и беспилотные транспортные средства. Для реализации высокоточных алгоритмов автоматического управления, обеспечивающих движение объекта управления вдоль заданного пути, требуется информация не только о коор-

¹ Юлия Георгиевна Кокунько, м.н.с. (juliakokunko@gmail.com).

динатах целевой точки, но и о ее производных старшего порядка, т.е. необходимо аналитическое описание заданной траектории как функции времени. Однако полное аналитическое описание сложной траектории является достаточно трудоемким процессом, требующим привлечения теории графов, сплайновой интерполяции и других методов [1, 3, 10]. В предположении, что задающие воздействия поступают в систему управления в реальном времени из автономного источника в виде детерминированных сигналов, ставится задача восстановления их производных требуемого порядка с помощью вычислительных алгоритмов, реализуемых на бортовом компьютере. В качестве альтернативы реальному дифференцированию сигналов в данной работе предложен метод синтеза динамического дифференциатора, который строится в виде наблюдателя состояния виртуальной канонической модели с неизвестным входом, выходом которой полагается задающий сигнал.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 описывается модель объекта управления, функционирующего в условиях внешних возмущений, которые действуют в пространстве управления и полагаются неизвестными, ограниченными функциями времени. В разделе 3 в рамках блочного подхода разработан закон комбинированного управления с линейной стабилизирующей составляющей, обеспечивающий отслеживание с заданной точностью выходными переменными заданных сигналов и ε -инвариантность по отношению к ограниченным возмущениям. В разделе 4 представлен синтез динамического дифференциатора, дающего оценки производных первого и второго порядка целевого сигнала.

2. Описание модели объекта управления

При решении задачи слежения основной целью системы автоматического управления является выведение объекта на целевую кривую и обеспечение его движения по этой кривой. Отклонение объекта от кривой обычно реализуется как отклонение объекта от некоторой точки на кривой, называемой целевой. В первоначальном (и простейшем) варианте в качестве целевой

выбирается ближайшая точка кривой. При этом линейная скорость движения робота, которая служит частью управления в постановке данной задачи, а именно, в задаче путевой стабилизации, полагается произвольной функцией времени, состояния или времени и состояния [1]. В данной работе проблема управления скоростью не рассматривается, скорость полагается постоянной положительной величиной.

В качестве объекта управления рассматривается беспилотная трехколесная платформа, которая движется без проскальзывания, два задних колеса являются ведущими, переднее колесо является поворотным. Кинематические соотношения для платформы в неподвижной системе декартовых координат xOy без учета динамики привода переднего колеса имеют следующий вид [7–9]

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= V \cos \theta, \\ (1) \quad \dot{Y}_c &= V \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= Vu, \end{aligned}$$

где $X_c(t)$, $Y_c(t)$ – координаты базовой точки C , расположенной в середине задней оси платформы; $V(t) > 0$ – скалярная линейная скорость базовой точки; θ – угол между осью x и центральной линией платформы, которая совпадает с направлением вектора скорости (ориентация платформы относительно неподвижной системы координат); u – мгновенное значение кривизны линии движения базовой точки, которое трактуется как скалярное управляющее воздействие, связанное однозначно с углом поворота переднего колеса δ :

$$(2) \quad u = \operatorname{tg} \phi / l, |u| \leq \bar{u},$$

где l – расстояние между задней осью и передним колесом, ϕ – угол поворота переднего колеса (см. рис. 1), который, как предполагается, меняется мгновенно.

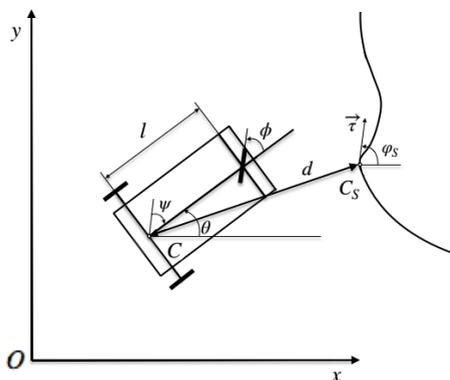


Рис. 1. Положение колесного робота относительно предписанной траектории

3. Синтез базового закона управления

Для системы (1)–(2) рассматривается задача путевой стабилизации. Требуется синтезировать закон управления в форме обратной связи, обеспечивающий вывод базовой точки на целевую (допустимую) траекторию и ее движение вдоль заданной кривой.

В данной работе для синтеза базового закона управления используется подход, в рамках которого вводятся путевые координаты [7–9]: s – значение натурального параметра (длина дуги) для точки заданной кривой, ближайшей к роботу, которую будем называть целевой точкой $C_s(X_s, Y_s)$; d – расстояние от базовой точки платформы C до заданной траектории движения (расстояние со знаком плюс, если базовая точка находится слева от кривой при движении в положительном направлении, и со знаком минус, если справа); ψ – угол между центральной линией платформы и касательным вектором к заданной кривой в целевой точке (угловое отклонение), $-\pi/2 < \psi < \pi/2$.

Относительно путевых координат математическая модель движения объекта управления (1)–(2) принимает вид [7–9]:

$$\begin{aligned} \dot{d} &= V \sin \psi, \\ (3) \quad \dot{\psi} &= Vu - \frac{Vk \cos \psi}{1 - kd}, \\ \dot{s} &= \frac{V \cos \psi}{1 - kd}, \end{aligned}$$

где $k := k(s)$ – кривизна заданной кривой в целевой точке. Предполагается, что $kd \neq 1$, функция $k(s)$ является кусочно-непрерывной и ограниченной $|k| < \bar{u}$.

Для синтеза линеаризующей обратной связи пространство путевых координат системы (3) расширяется путем ввода независимой переменной $\xi(t)$ и ее динамической модели: $\dot{\xi} = V(t) \cos \psi > 0$. Таким образом, заменив дифференцирование по времени в системе (3) дифференцированием по ξ , получается искомая система:

$$\begin{aligned} (4) \quad s' &= \frac{\cos \psi}{(1 - kd)\mu(s, d, \psi)}, \\ d' &= \frac{\sin \psi}{\mu(s, d, \psi)}, \\ \psi' &= -\frac{k \cos \psi}{(1 - kd)\mu(s, d, \psi)} + \frac{u}{\mu(s, d, \psi)}. \end{aligned}$$

В качестве регулируемых переменных принимаются линейное и угловое отклонения от заданной кривой:

$$(5) \quad x_1 = d, \quad x_2 = \operatorname{tg} \psi.$$

Продифференцировав обе части второго уравнения, получим второе уравнение для канонического представления

$$x_2' = \frac{u}{\cos^3 \psi} - \frac{k}{\cos^2 \psi (1 - kd)}.$$

Преобразовав данное равенство с учетом тождества

$$\frac{1}{\cos^2 \psi} = 1 + \operatorname{tg}^2 \psi,$$

получаем запись системы (4) относительно отклонений (5) в квазиканоническом виде:

$$\begin{aligned}
 x_1' &= x_2, \\
 (6) \quad x_2' &= -\frac{(1+x_2^2)k}{1-kx_1} + (1+x_2^2)^{3/2}u, \\
 s' &= \frac{1}{1-kx_1}.
 \end{aligned}$$

Особенность системы (6) состоит в том, что правые части дифференциальных уравнений относительно канонических переменных x_1, x_2 не зависят явно от s и переменная s не является стабилизируемой. В терминах системы (6) формируется комбинированное управление с линейной стабилизирующей составляющей в виде $\sigma(x) = c_1x_1 + c_2x_2, c_{1,2} > 0$:

$$(7) \quad u = -\frac{\sigma(x)}{(1+x_2^2)^{3/2}} + \frac{k}{\sqrt{1+x_2^2}(1-kx_1)} = \sigma(d, \operatorname{tg} \psi) \cos^3 \psi + \frac{k \cos \psi}{1-kd}.$$

Это обеспечивает асимптотическую устойчивость виртуальной системы (6), (7):

$$x_1' = x_2, x_2' = -c_1x_1 - c_2x_2$$

и решение задачи путевой стабилизации.

Для реализации закона управления (7) требуется вычислять в реальном времени кривизну заданной траектории в целевой точке k , отклонение d от целевого пути и угловое отклонение ψ . Для этого надо знать текущие положение $X_C(t), Y_C(t)$, и ориентацию робота $\theta(t)$, а также задающее воздействие $g(t)$ и его производные первого и второго порядка $\dot{g}(t), \ddot{g}(t)$. Задающее воздействие является двумерным вектором, элементами которого являются текущие координаты целевой точки $C_S(X_S(t), Y_S(t))$ в неподвижной системе координат xOy .

В предположении, что измерениям доступны только переменные $X_C(t), Y_C(t), \theta(t), X_S(t), Y_S(t)$, ставится задача восстановления производных задающих сигналов по их текущим значениям.

4. Синтез динамического дифференциатора

В данном разделе представлен основной результат, разработанный метод излагается применительно к задаче восстано-

ления первой и второй производных первого элемента $g_1(t) = X_S(t)$ вектора задающих воздействий. Для второго элемента $Y_S(t)$ следует использовать аналогичные построения.

Пусть в режиме реального времени из внешнего автономного источника в систему управления поступает незашумленный детерминированный сигнал $g_1(t) = X_S(t)$, который полагается непрерывной, кусочно-дифференцируемой функцией времени, аналитический вид которой не известен. Ставится задача восстановления текущих значений первой и второй производной данного сигнала в предположении, что функции $g_1^{(i)}(t) = \overline{g_{i+1}}(t)$, $i = \overline{1, 3}$, являются кусочно-непрерывными и ограничены известными константами:

$$(8) \quad |g_i(t)| \leq G_i, i = \overline{2, 4}, t \geq 0.$$

Для формализации задачи в рассмотрение вводится виртуальная динамическая модель третьего порядка, представленная в канонической форме

$$(9) \quad \dot{g}_1 = g_2, \dot{g}_2 = g_3, \dot{g}_3 = g_4(t).$$

Входом системы (9) является неизвестный ограниченный сигнал $g_4(t) = \ddot{\overline{g_1}}(t)$, который трактуется как внешнее возмущение. Выходом является измеряемый сигнал $g_1(t)$.

Для упрощения проблемы оценивания переменных $g_2(t)$, $g_3(t)$ для системы (8) предлагается использовать нестандартный наблюдатель (дифференциатор) без собственных движений в виде

$$(10) \quad \dot{z}_1 = v_1, \dot{z}_2 = v_2, \dot{z}_3 = v_3,$$

где z_i – переменные состояния, v_i – управляющие воздействия дифференциатора. Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации ошибок наблюдения $\varepsilon_i = g_i - z_i$, $i = \overline{1, 3}$, в системе

$$(11) \quad \dot{\varepsilon}_1 = g_2 - v_1, \dot{\varepsilon}_2 = g_3 - v_2, \dot{\varepsilon}_3 = g_4 - v_3,$$

где переменные $g_i(t)$, $i = \overline{2, 4}$, трактуются как внешние ограниченные возмущения. Учитывая, что значение $g_1(0)$ известно, мы можем установить в дифференциаторе (10) следующие начальные условия:

$$z_1(0) = g_1(0) \Rightarrow \varepsilon_1(0) = 0, \quad z_i(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_i(0) = g_i(0) \Rightarrow$$

$$|\varepsilon_1(0)| \leq \delta, |\varepsilon_i(0)| \leq 2G_i, 2G_i \gg \delta, i = 2, 3.$$

Для обеспечения инвариантности по отношению к внешним возмущениям предлагается использовать процедуру каскадного синтеза кусочно-линейных управляющих воздействий:

$$(12) \quad v_1 = p_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1) = \begin{cases} p_1 \text{sign} \varepsilon_1, & |\varepsilon_1| > 1/l_1, \\ p_1 l_1 \varepsilon_1, & |\varepsilon_1| \leq 1/l_1; \end{cases}$$

$$v_i = p_i \text{sat}(l_i (v_{i-1} - z_i)) = \begin{cases} p_i \text{sign}(v_{i-1} - z_i), & |v_{i-1} - z_i| > 1/l_i, \\ p_i l_i (v_{i-1} - z_i), & |v_{i-1} - z_i| \leq 1/l_i, \quad i = 2, 3. \end{cases}$$

Линейные функции с насыщением являются гибридом линейной и разрывной обратной связи и приносят в замкнутую систему преимущества обоих методов, но свободны от их недостатков и рекомендуются для практической реализации [2, 4–6, 11]. Каждое корректирующее воздействие (12) имеет по два настраиваемых параметра: $p_i > 0$ – амплитуду, от выбора которой зависит скорость оценивания, и $l_i > 0$ – большой коэффициент, от выбора которого зависит точность оценивания.

В силу уравнений (11) сигналы, формирующие корректирующие воздействия v_i , $i = 2, 3$ (12), и замкнутую систему (11), (12) можно представить в виде

$$(13) \quad v_{i-1} - z_i = g_i - \dot{\varepsilon}_{i-1} - z_i = \varepsilon_i - \dot{\varepsilon}_{i-1}, i = 2, 3,$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = g_2 - p_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1), \dot{\varepsilon}_2 = g_3 - p_2 \text{sat}(l_2 (\varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_1)), i = 2, 3.$$

Как видим, для решения задачи наблюдения нужно обеспечить стабилизацию не только ошибок наблюдения в системе (10), но и их производных [12] путем выбора настраиваемых параметров p, l . Доказано следующее утверждение.

Лемма. Если в системе (11), (13) условия (8) и (12) выполняются, то тогда для любых сколь угодно малых $\delta, T > 0$ найдутся такие положительные действительные числа p_i^*, l_i^* , что $\forall p_i, l_i : p_i > p_i^*, l_i > l_i^*, i = \overline{1, 3}$, выполняются неравенства

$$(14) \quad |\varepsilon_i(t)| = |z_i(t) - g_i(t)| \leq \delta, \quad i = \overline{1, 3}, t \geq T.$$

Доказательство. Разделим заданный интервал времени $[0; T]$ на 4 отрезка с помощью точек $0 = t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4 = T$

и формализуем во времени желаемое поведение ошибок наблюдения и их производных, обеспечивающих выполнение (14):

$$(15) \quad \begin{aligned} &|\varepsilon_1(t)| \leq \delta, t \geq t_0, |\dot{\varepsilon}_1(t)| \leq \Delta_{11}, t \geq t_1, \Delta_{11} < \delta, \\ &|\ddot{\varepsilon}_1(t)| \leq \Delta_{12}, t \geq t_2, \Delta_{12} < \delta; \\ &|\varepsilon_2(t)| \leq \delta, t \geq t_2, |\dot{\varepsilon}_2(t)| \leq \Delta_{21}, t \geq t_3, \Delta_2 < \delta; \\ &|\varepsilon_3(t)| \leq \delta, t \geq t_4. \end{aligned}$$

С учетом (13) конкретизируем неравенства для ошибок наблюдения (15) в предположении, что на предыдущих интервалах указанные соотношения были выполнены:

$$(16) \quad \begin{aligned} &|\varepsilon_1(t)| \leq 1/l_1 \leq \delta, t \geq t_0; \\ &|v_{i-1}(t) - z_i(t)| = |\varepsilon_i(t) - \dot{\varepsilon}_{i-1}(t)| \leq 1/l_i \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow |\varepsilon_i(t)| \leq 1/l_i + \Delta_{i-1,1} \leq \delta, t \geq t_{2i-2}, i = 2, 3. \end{aligned}$$

Сходимость аргументов управляющих воздействий в линейные зоны (16) обеспечивается выбором амплитуд $p_i > 0$, а размеры линейных зон и выполнение остальных, вспомогательных неравенств (15) – выбором больших коэффициентов $l_i > 0, i = 1, 3$.

В первом уравнении системы (13) равенство знаков управляемой и управляющей переменной $\text{sign } v_1(t) = \text{sign } \varepsilon_1(t), t \geq 0$ справедливы по построению и $|\varepsilon_1(0)| \leq \delta$ (11). Нижнюю оценку для выбора амплитуды, обеспечивающую выполнение первого неравенства (15), найдем из достаточных условий сходимости в линейную зону:

$$(17) \quad \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 (g_2 - p_1 \text{sign } \varepsilon_1) \leq |\varepsilon_1| (G_2 - p_1) < 0 \Rightarrow p_1 > G_2.$$

В остальных уравнениях системы (13) совпадение знаков

$$(18) \quad \text{sign } v_i(t) = \text{sign } \varepsilon_i(t), i = 2, 3$$

может не иметь места при $0 \leq t \leq t_{2(i-1)-1}$. На указанных интервалах эти уравнения в общем случае представимы в виде $\dot{\varepsilon}_i = g_{i+1} + p_i \text{sign } \varepsilon_i, i = 2, 3$. Эти системы неустойчивые, значения $\varepsilon_i(t)$ растут по модулю на интервале $[0; t_{2(i-1)-1}]$:

$$(19) \quad |\varepsilon_i(t)| \leq |\varepsilon_i(t_{2(i-1)-1})| \leq 2G_i + (G_{i+1} + p_i)t_{2(i-1)-1}, t \geq 0.$$

При $t > t_{2(i-1)-1}$ выполнение (18) гарантируется вне окрестности $|\varepsilon_i| \leq \Delta_{i-1,1} < \delta$, $i = 2, 3$, соответственно и на интервалах $t \in (t_{2(i-1)-1}; t_{2(i-1)}]$ два последних уравнения системы (13) принимают вид

$$(20) \quad \dot{\varepsilon}_i = g_{i+1} - p_i \operatorname{sign} \varepsilon_i, \quad i = 2, 3.$$

Выбором p_i , $i = 2, 3$, нужно обеспечить сходимость ошибок наблюдения в области (16) за время $t_{2(i-1)} - t_{2(i-1)-1}$. В силу (19)–(20) получим

$$p_i \geq \frac{|\varepsilon_i(t_{2(i-1)-1})|}{t_{2(i-1)} - t_{2(i-1)-1}} + G_{i+1} > \frac{|\varepsilon_i(t_{2(i-1)-1})| - \delta}{t_{2(i-1)} - t_{2(i-1)-1}} + G_{i+1},$$

откуда имеем

$$(21) \quad p_i \geq \frac{2G_i + (G_{i+1} + p_i)t_{2(i-1)-1}}{t_{2(i-1)} - t_{2(i-1)-1}} + G_{i+1} \Rightarrow$$

$$p_i = \frac{2G_i + G_{i+1}t_{2(i-1)}}{t_{2(i-1)} - 2t_{2(i-1)-1}}, \quad 2t_{2(i-1)-1} < t_{2(i-1)}, \quad i = 2, 3.$$

Зададим минимальный интервал времени, например, так

$$(22) \quad \Delta t = t_1 = t_3 - t_2 = t_{2(i-1)} - 2t_{2(i-1)-1} > 0, \quad i = 2, 3,$$

$$(23) \quad t_4 = 9\Delta t \leq T \Rightarrow 0 < \Delta t \leq T/9.$$

С учетом (17), (21)–(23) имеем нижние оценки для выбора амплитуд, обеспечивающих сходимость аргументов корректирующих воздействий в линейные зоны (16) за заданное время:

$$(24) \quad p_1^* = G_2,$$

$$p_2^* = \frac{2G_2 + 3G_3\Delta t}{\Delta t} = \frac{18G_2}{T} + 3G_3,$$

$$p_3^* = \frac{2G_3 + 9G_4\Delta t}{\Delta t} = \frac{18G_3}{T} + 9G_4.$$

Для настройки больших коэффициентов рассмотрим уравнения системы (13) в линейных зонах, куда они попадают в указанные интервалы времени:

$$(25) \quad \dot{\varepsilon}_1 = g_2 - p_1 l_1 \varepsilon_1, \quad |\varepsilon_1| \leq 1/l_1, \quad t \geq 0,$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = g_3 - p_2 l_2 (\varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_1), \quad |\varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_1| \leq 1/l_2, \quad t \geq t_2,$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = g_4 - p_3 l_3 (\varepsilon_3 - \dot{\varepsilon}_2), \quad |\varepsilon_3 - \dot{\varepsilon}_2| \leq 1/l_3, \quad t \geq t_4.$$

Из достаточных условий сходимости $\varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i < 0$ найдем нижние оценки для выбора $l_i > 0$, $i = \overline{1,3}$, обеспечивающих заданную точность оценивания (14), а также установим точность, которую надо обеспечить при стабилизации первых производных ошибок оценивания (15), разделив заданную величину δ на две части, например, пополам:

$$\begin{aligned}
 |\varepsilon_1(t)| \leq \delta (t \geq 0) &\Rightarrow l_1 > \frac{G_2}{p_1 \delta}; \\
 (26) \quad |\varepsilon_2(t)| \leq \frac{G_3}{\frac{p_2 l_2}{\delta/2}} + \underbrace{|\dot{\varepsilon}_1|}_{\delta/2} \leq \delta (t \geq t_{2i}) &\Rightarrow l_2 > \frac{2G_3}{p_2 \delta}, |\dot{\varepsilon}_1| \leq \Delta_{11} = \frac{\delta}{2}, \\
 |\varepsilon_3(t)| \leq \frac{G_4}{\frac{p_3 l_3}{\delta/2}} + \underbrace{|\dot{\varepsilon}_2|}_{\delta/2} \leq \delta (t \geq t_4) &\Rightarrow l_3 > \frac{2G_4}{p_3 \delta}, |\dot{\varepsilon}_2| \leq \Delta_{21} = \frac{\delta}{2}.
 \end{aligned}$$

Выбором l_i , $i = 1, 2$, нужно также обеспечить сходимость первых производных ошибок наблюдения $\dot{\varepsilon}_i(t)$ в установленные области (26) за время $t_{2i-1} - t_{2i-2} = \Delta t$ (15) из начальных условий $|\dot{\varepsilon}_i(t_{2i-2})| = G_{i+1} + p_i$ (25). С этой целью оценим на указанных интервалах решения вспомогательной системы

$$(27) \quad \ddot{\varepsilon}_1 = g_3 - p_1 l_1 \dot{\varepsilon}_1; \quad \ddot{\varepsilon}_2 = g_4 - p_2 l_2 (\dot{\varepsilon}_2 - \ddot{\varepsilon}_1)$$

и установим точность, которую надо обеспечить при стабилизации $\ddot{\varepsilon}_1$:

$$\begin{aligned}
 |\dot{\varepsilon}_1(t)| &\leq \underbrace{(G_2 + p_1)e^{-p_1 l_1 \Delta t}}_{\delta/4} + \underbrace{\frac{G_3}{p_1 l_1}}_{\delta/4} \leq \Delta_{1,1} = \frac{\delta}{2} (t \geq t_1) \\
 (28) \quad \Rightarrow l_1 &\geq \frac{1}{p_1} \max \left\{ \frac{4G_3}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{4(G_2 + p_1)}{\delta} \right\}; \\
 |\dot{\varepsilon}_2(t)| &\leq \underbrace{(G_3 + p_2)e^{-p_2 l_2 \Delta t}}_{\delta/8} + \frac{G_4}{\frac{p_2 l_2}{\delta/8}} + \underbrace{|\ddot{\varepsilon}_1|}_{\delta/4} \leq \Delta_{21} = \frac{\delta}{2} (t \geq t_3) \Rightarrow \\
 \Rightarrow l_2 &\geq \frac{1}{p_2} \max \left\{ \frac{8G_4}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{8(G_3 + p_2)}{\delta} \right\}, |\ddot{\varepsilon}_1| \leq \Delta_{12} = \frac{\delta}{4}.
 \end{aligned}$$

И, наконец, выбором l_1 нужно также обеспечить сходимость $\ddot{\epsilon}_i(t)$ в установленную область (28) за время $t_2 - t_1 = 2\Delta t$ (15), (22) из начальных условий $|\ddot{\epsilon}_i(t_1)| = G_3 + p_1$ (27). С этой целью оценим на указанных интервалах решения вспомогательной системы $\ddot{\epsilon}_1 = g_4 - p_1 l_1 \dot{\epsilon}_1$:

$$(29) \quad |\ddot{\epsilon}_1(t)| \leq \underbrace{(G_3 + p_1)}_{\delta/8} e^{-p_1 l_1 2\Delta t} + \frac{G_4}{4} \leq \frac{\delta}{4} (t \geq t_2) \Rightarrow$$

$$l_1 > \frac{1}{p_1} \max \left\{ \frac{8G_4}{\delta}; \frac{1}{2\Delta t} \ln \frac{8(G_3 + p_1)}{\delta} \right\}.$$

Неравенства для выбора больших коэффициентов (26), (28), (29), полученные из оценок решений на разных интервалах, должны выполняться одновременно. Таким образом, с учетом уже выбранных амплитуд (24) получим итоговые нижние оценки, при которых все неравенства (15) будут выполнены:

$$l_1^* = \frac{1}{p_1} \max \left\{ \frac{G_2}{\delta}; \frac{4G_3}{\delta}; \frac{8G_4}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{4(G_2 + p_1)}{\delta}; \frac{1}{2\Delta t} \ln \frac{8(G_3 + p_1)}{\delta} \right\},$$

$$l_2^* = \frac{1}{p_2} \max \left\{ \frac{2G_3}{\delta}; \frac{8G_4}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{8(G_3 + p_2)}{\delta} \right\}, \quad l_3^* = \frac{2G_4}{p_3 \delta}.$$

Лемма доказана.

5. Моделирование

Моделирование разработанных алгоритмов проводилось в среде MATLAB Simulink. В начале обособленно был протестирован разработанный динамический дифференциатор на предмет восстановления производных задающего воздействия до 3 порядка включительно по сигналам без перенастройки параметров.

Для реализации закона управления (7) берутся такие данные, как вектор состояния, а именно координаты опорной точки C платформы, угол θ между центральной линией платформы и осью Ox .

Для расчета управляющего воздействия также была разработана программа для минимизации функций для вычисления отклонения точки C от целевой кривой и параметра заданной кривой.

Для численного моделирования движения колесного робота в качестве примера рассматривалось движение по окружности радиусом равным 4:

$$(30) \quad X_C(\tau) = 4 \sin(\tau/4), Y_C(\tau) = 4 \cos(\tau/4),$$

где τ – параметр заданной траектории.

Для наихудшего расчетного случая были приняты следующие параметры корректирующих воздействий (12):

$$p_1 = 4, p_2 = 3, p_3 = 2; l_1 = 12, l_2 = 12, l_3 = 12,$$

при которых проводилось оценивание производных целевого сигнала.

На рис. 2–4 показаны графики задающих воздействий, производных задающих воздействий до второго порядка включительно и их оценки.

Как видно из рис. 2–4, динамический дифференциатор задающих воздействий работает корректно без перенастройки параметров. Оценочные сигналы сходятся к истинным за 0,7 с, ошибки в установившемся режиме пренебрежимо малы.

При синтезе базового закона управления (7) были приняты параметры $f_1 = f_2 = -60$, $c_1 = f_1 * f_2$, $c_1 = -f_1 - f_2$;

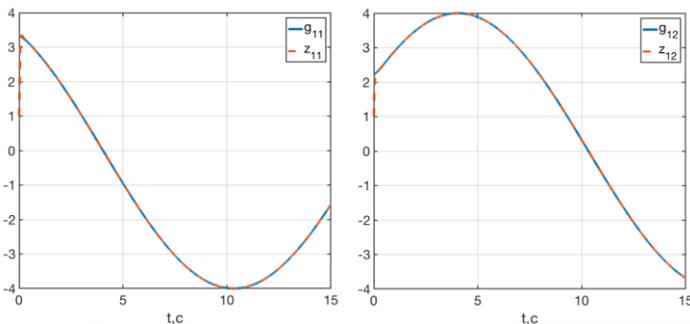


Рис. 2. Графики задающих воздействий $g_{1i}(t)$ и их оценок $z_{1i}(t)$ [м] для траектории (30), $i = 1, 2$

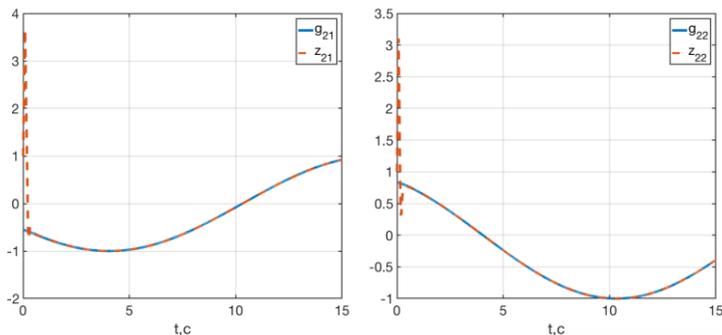


Рис. 3. Графики задающих воздействий $g_{2i}(t)$ и их оценок $z_{2i}(t)$ [м] для траектории (30), $i = 1, 2$

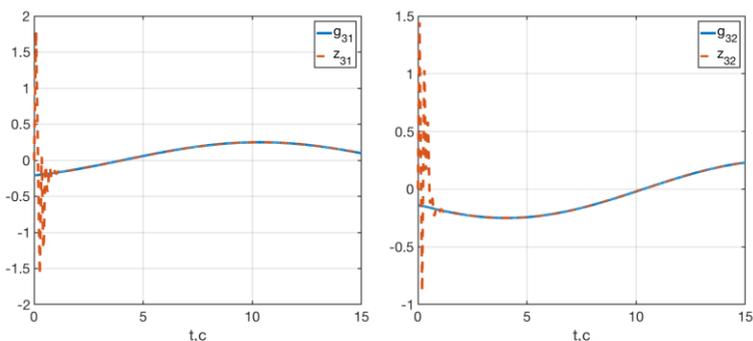


Рис. 4. Графики задающих воздействий $g_{3i}(t)$ и их оценок $z_{3i}(t)$ [м] для траектории (30), $i = 1, 2$

На рис. 5–6 показаны графики ошибок слежения $e_{li}(t) = x_{li}(t) - g_i(t)$ [м], $i = \overline{1, 3}$ (в предположении, что все задающие воздействия и их производные известны, а также с использованием динамического дифференциатора соответственно). На рис. 7 показан процесс сходимости центра масс к заданной пространственной траектории без использования дифференциатора и с его использованием.

Как видно из рис. 5–7, изображающая точка сходится к заданной траектории и далее движется вдоль нее, ошибка слежения в установившемся режиме составляет 7×10^{-10} [м].

Таким образом, результаты моделирования подтверждают эффективность разработанных алгоритмов в условиях неполной информации. Предложенный динамический дифференциатор производных задающих воздействий позволит расширить область применения известных методов синтеза динамической обратной связи для решения задач слежения и упростит процесс планирования режимов движения.

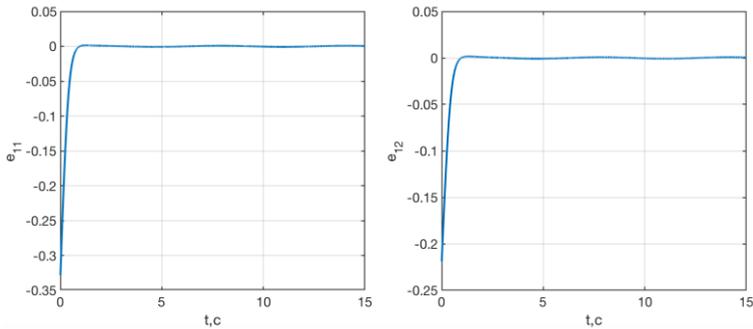


Рис. 5. Графики ошибок слежения $e_{1i}(t)$ [м], $i = 1, 2$, без использования дифференциатора

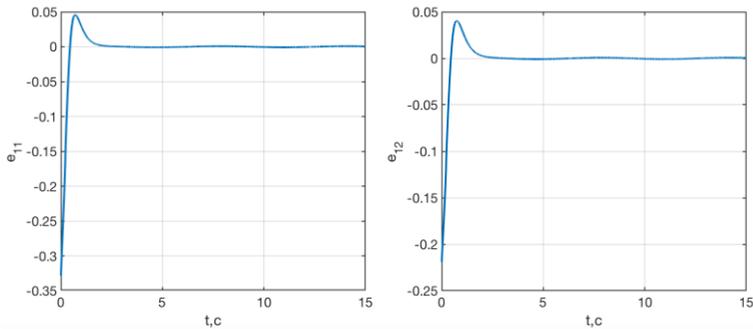


Рис. 6. Графики ошибок слежения $e_{1i}(t)$ [м], $i = 1, 2$ с дифференциатором

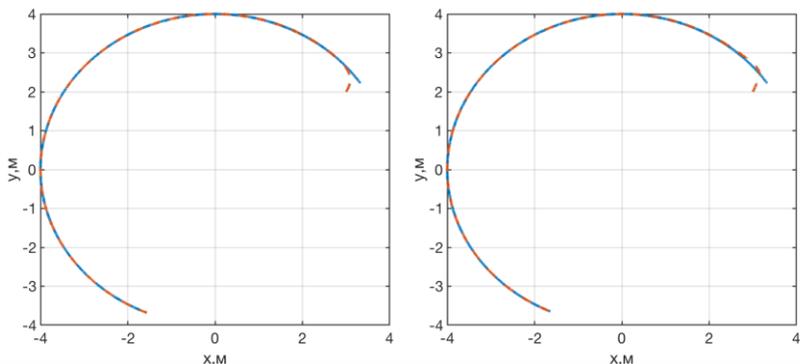


Рис. 7. Процесс сходимости центра масс к заданной пространственной траектории (30) без использования дифференциатора и с использованием дифференциатора

6. Заключение

Основной результат работы – метод построения и процедура настройки динамического дифференциатора задающих воздействий, который позволит расширить область применения известных методов проектирования динамических обратных связей для решения задач следования по траектории и упростит процесс планирования режима движения. Результаты численного моделирования подтвердили его эффективность.

Литература

1. ГИЛИМЬЯНОВ Р.Ф., РАПОПОРТ Л.Б. *Метод деформации пути в задачах планирования движения роботов при наличии препятствий* // Проблемы управления. – 2012. – №1. – С. 70–76.
2. КОКУНЬКО Ю.Г., КРАСНОВА С.А. *Оценивание производных задающих воздействий в системе управления БПЛА* // Труды 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2020, Москва). – М.: ИПУ РАН, 2020. – С. 725–736.

3. КОЧЕТКОВ С.А., УТКИН В.А. *Метод декомпозиции в задачах управления мобильными роботами* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №10. – С. 86–103.
4. КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности* // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 69. – С. 29–49.
5. КРАСНОВА С.А., УТКИН А.В. *Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений* // Проблемы управления. – 2015. – №5. – С. 27–36.
6. КРАСНОВА С.А., МЫСИК Н.С. *Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №10. – С. 104–116.
7. ПЕСТЕРЕВ А.В. *Синтез стабилизирующего управления в задаче следования колесного робота вдоль заданной кривой* // Автоматика и телемеханика. – 2012. – №7. – С. 25–39.
8. ПЕСТЕРЕВ А.В., РАПОПОРТ Л.Б. *Каноническое представление задачи путевой стабилизации для колесных роботов* // Автоматика и телемеханика. – 2013. – №5. – С. 80–101.
9. ПЕСТЕРЕВ А.В., РАПОПОРТ Л.Б., ТКАЧЕВ С.Б. *Каноническое представление нестационарной задачи путевой стабилизации* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2015. – №4. – С. 160–176.
10. ТКАЧЕВ С.Б., КРИЩЕНКО А.П., КАНАТНИКОВ А.Н. *Автоматическая генерация сложных пространственных траекторий БПЛА и синтез управлений* // Математика и математическое моделирование. Электрон. журн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2015. – №01. – С. 1–17.
11. УТКИН А.В., УТКИН В.А. *Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамике* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 9. – С. 45–64. (Англ.: Utkin V.A., Utkin A.V. Problem of tracking in linear systems with parametric uncertainties under unstable zero dynamics // Automation and Remote Control. – 2014. – Vol. 75, Iss.9. – P. 1577–1592).

12. УТКИН В.А., КРАСНОВА С.А. *Повышение точности оцениваемых сигналов в наблюдателях состояния и возмущений // Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва). – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 468–471.*

DESIGNING A DIFFERENTIATOR FOR A CONTROL SYSTEM FOR A MOBILE ROBOT

Julia Kokunko, junior researcher, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, (juliakokunko@gmail.com).

Abstract: In the framework of the cascade approach to state observers design for dynamic objects under the influence of external uncontrollable disturbances, a method for or reconstructing the derivatives of any desired order of a deterministic time function from its current values, which does not require knowledge of the analytical form of the function and numerical differentiation, is proposed. Assuming that the function is piecewise smooth and its derivatives are bounded by known constants, a virtual dynamic model of canonical form with an unknown input is introduced. On the basis of this model, whose order depends on the order of the derivatives to be recovered, a dynamic differentiator is constructed in the form of a state observer with piecewise linear corrective actions. In this paper, the above designs are demonstrated on the example of a control system for a wheeled robot. An nonlinear control law that stabilizes the motion of the platform along an admissible curvilinear trajectory is used to synthesize the feedback. The current information about the state variables of the control plant model, the setting influences and their first- and second-order derivatives is required to implement the feedback in the problem of track stabilization.

Keywords: wheeled robot, path following stabilization, dynamic differentiator, invariance, decomposition.

УДК 62.50

ББК 32.817

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.6

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.А. Уткиным.

Поступила в редакцию 21.10.2021.

Опубликована 31.01.2022.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ MPC ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ДВУХКОЛЕСНОГО РОБОТА-БАЛАНСИРА

Ткаченко А. А.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В. А. Трапезникова РАН, Москва)

Целью данной работы является решение задачи проектирования системы управления на основе Model Predictive Control (MPC) для линейной Multiple Input Multiple Output (MIMO)-системы двухколесного робота-балансира. В наши дни данные роботы стали популярными проектами многих крупных компаний. В их числе одна из самых известных компаний, занимающаяся разработкой человекоподобных роботов, – Boston Dynamics. Но идея создания подобного типа роботов не обошла стороной и инженеров-любителей со всего мира, которые стали разрабатывать двухколесных балансирующих роботов для использования в качестве офисных помощников, средств передвижения и просто ради академического интереса. В работе рассмотрен процесс построения математической модели механической системы робота, а также выполнена линеаризация полученной модели. Представлены основные принципы построения системы управления на основе MPC для линейных систем без внешних возмущений, а также с использованием наблюдателя для оценки состояний модели при влиянии аддитивных белых гауссовских шумов. Приведен пример реализации данного алгоритма управления в среде Matlab Simulink для случая MIMO-системы, в качестве которой выступает модель двухколесного робота.

Ключевые слова: модель управления с прогнозированием, система управления, робот-балансира, математическая модель.

1. Введение

Управление с прогнозированием (MPC) – это усовершенствованный метод управления процессами, который используется при соблюдении набора ограничений. С инженерной точки зрения, MPC-метод проектирования систем управления является привлекательным по нескольким причинам. Во-первых, данный метод позволяет накладывать и обрабатывать как «мягкие» ограничения, так и более «жесткие» для многомерных систем

¹ Андрей Александрович Ткаченко, математик (tkachenko_aa10@mail.ru).

управления. Это особенно необходимо на промышленных объектах, где неизбежно присутствуют различного рода ограничения для технологических процессов.

Во-вторых, с развитием и увеличением вычислительных способностей как ЭВМ, так и различных микроконтроллеров появилась возможность выполнять оптимизацию процессов в режиме реального времени.

Третьим аспектом привлекательности MPC является сравнительная простота проектирования структуры системы управления при решении сложных производственных задач.

MPC-метод схож с классическим синтезом системы управления на основе линейно-квадратичного регулятора (LQR). Ключевое различие между MPC и LQR заключается в том, что управление с прогнозированием решает задачу оптимизации в пределах скользящего временного горизонта, в то время как линейно-квадратичный метод использует для решения той же задачи фиксированное временное окно.

Целью работы является синтез системы управления для двухколесного робота-балансира, а также моделирование поведения робота в среде Matlab Simulink для дальнейшего тестирования алгоритма управления на реальной физической модели.

2. Математическая модель робота

Для описания динамики движения робота-балансира в пространстве необходимо вывести математическую модель. В качестве обобщенных координат возьмем координату положения центра колеса x и угол отклонения робота от вертикали φ . Выражения, которые связывают их с декартовыми координатами центра масс «тела» робота (x_{cm}, y_{cm}) и центра масс колес (x, y) , имеют следующий вид:

$$(1) \quad \begin{aligned} x &= x^{(0)} + r\theta, \\ y &= r, \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} x_{cm} &= x + l \sin \varphi, \\ y_{cm} &= y + l \cos \varphi, \end{aligned}$$

где $x^{(0)}$ – значение координаты x в начальный момент времени; r – радиус колеса, l – длина отрезка WB , θ – угол поворота колес.

На данном этапе предполагается, что робот способен совершать два типа движения: поступательное вдоль оси x и вращательное вокруг оси колеса.

Применяя второй закон Ньютона для поступательного и вращательного движения [1] к «телу» робота, получим уравнения

$$(3) \quad \begin{aligned} m_b \ddot{x}_{cm} &= 2N_x, \\ m_b \ddot{y}_{cm} &= 2N_y - m_b g, \\ J_b \ddot{\varphi} &= 2N_y l \sin \varphi - 2N_x l \cos \varphi - 2M, \end{aligned}$$

где m_b – масса «тела»; J_b – момент инерции «тела» относительно центра масс колеса; N_x , N_y – реакции связей, действующих между колесом и «телом» в проекции на оси координат; M – момент, создаваемый вращением вала мотора.

Принимая во внимания (2), получим

$$(4) \quad \begin{aligned} m_b (\ddot{x} + \ddot{\varphi} l \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 l \sin \varphi) &= 2N_x, \\ m_b (-\ddot{\varphi} l \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 l \cos \varphi) &= 2N_y - m_b g, \\ J_b \ddot{\varphi} &= 2N_y l \sin \varphi - 2N_x l \cos \varphi - 2M. \end{aligned}$$

Теперь сделаем аналогичные действия для колеса робота.

Имеем

$$(5) \quad \begin{aligned} m_w \ddot{x} &= F_{fr} - N_x, \\ J_w \ddot{\theta} &= M - F_{fr} r, \end{aligned}$$

где m_w – масса одного колеса; J_w – моменты инерции колеса; N_x , N_y – реакции связей, действующих между колесом и «телом» в проекции на оси координат; M – момент, создаваемый вращением вала мотора; F_{fr} – сила трения, действующая на колеса.

Далее, производя поэтапное выражение необходимых компонент и поочередно подставляя их в соответствующие выражения, получим систему, являющуюся математической моделью рассматриваемого робота.

Полагая, что при малых значениях φ имеют место равенства

(6) $\sin \varphi \approx \varphi, \quad \cos \varphi \approx 1, \quad \dot{\varphi} \approx 0,$

запишем систему следующим образом:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{-\frac{(m_b l)^2 g \varphi}{J_b + m_b l^2} + \left(\frac{2}{r} + \frac{2m_b l}{J_b + m_b l^2}\right) M}{m_b + 2\left(\frac{1}{r^2} J_w + m_w\right) - \frac{(m_b l)^2}{J_b + m_b l^2}}, \\ \ddot{\varphi} = \frac{m_b g l \varphi - \left(\frac{2m_b l}{m_b r + 2\left(\frac{1}{r} J_w + m_w r\right)} + 2\right) M}{J_b + m_b l^2 - \frac{(m_b l)^2}{m_b + 2\left(\frac{1}{r^2} J_w + m_w\right)}}. \end{array} \right.$$

Введем вектор состояний

(8) $\bar{x} = [x \quad \dot{x} \quad \varphi \quad \dot{\varphi}]^T.$

Теперь, используя ряд обозначений для более компактной записи, получим систему в матричной форме:

$$(9) \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_2 \\ 0 \\ -C_4 \end{bmatrix} M.$$

3. Уточнение модели

Полученную математическую модель можно уточнить, поскольку управляющее воздействие, в качестве которого выступает момент M , создаваемый вращением вала мотора, имеет зависимость от напряжения, подаваемого на двигатели [2].

Для данного робота могут быть использованы разные типы силовых установок. Далее будет рассмотрен вариант уточнения математической модели при использовании в качестве такой установки двигателей постоянного тока с редуктором.

Основными элементами двигателя постоянного тока являются статор и ротор. Статор – неподвижная часть двигателя, на которой располагаются постоянные магниты или электромагниты с обмотками. Ротор же – это та часть двигателя, которая приводится во вращение. Ротор может состоять из большого количества катушек, на которые подается питание, в зависимости от угла поворота ротора относительно статора.

Схему электрической цепи двигателя постоянного тока можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 1.

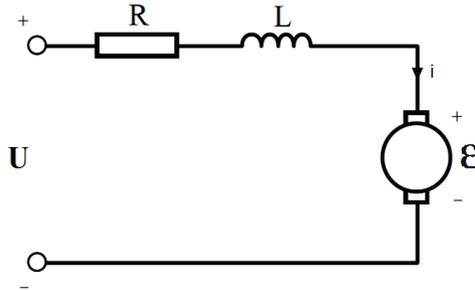


Рис. 1. Схема электрической цепи DC двигателя

В этой схеме U – напряжение источника тока, R , L – сопротивление и индуктивность обмоток ротора соответственно, ε – обратная ЭДС индукции, возникающая в обмотке ротора.

Используя второй закон Кирхгофа, получим следующее выражение

$$(10) \quad U = RI + L \frac{\partial I}{\partial t} + \varepsilon,$$

где I – сила тока в обмотках.

Обратная ЭДС индукции связана с угловой скоростью тела робота и угловой скоростью колес следующим образом:

$$(11) \quad \varepsilon = k_e (\dot{\theta} - \dot{\varphi}),$$

где величина k_e – конструкторивная постоянная двигателя.

Крутящий момент M_r , создаваемый ротором двигателя, пропорционален силе тока I в обмотках:

$$(12) \quad M_r = k_m I,$$

где k_m также является конструктивной постоянной двигателя.

Поскольку используется редуктор, то связь между моментом M , порожденным внешним валом двигателя, и моментом M_r ротора внутри будет иметь вид

$$(13) M = N_G M_r,$$

где N_G – передаточное отношение.

Принимая во внимание факт, что внешняя механическая система изменяет свое состояние во много раз медленнее, чем электрическая система внутри двигателя, можно пренебречь переходным процессом для силы тока. Таким образом, искомая зависимость имеет следующий вид:

$$(14) M = \frac{N_G k_m k_e}{R} \dot{\varphi} - \frac{N_G k_m k_e}{rR} \dot{x} + \frac{N_G k_m}{R} U,$$

Подставляя выражение для M в систему и вводя также ряд обозначений, получим

$$(15) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -C_2\alpha & -C_1 & C_2r\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & C_4\alpha & C_3 & -C_4r\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_2\beta \\ 0 \\ -C_4\beta \end{bmatrix} U.$$

Таким образом, получена линейная модель системы робота с мотор-редуктором постоянного тока.

4. MPC для системы робота

Далее будет приводиться описание построения системы управления на основе MPC непосредственно для выведенной ранее математической модели робота с соответствующими матрицами. При использовании модели пространства состояний текущая информация, необходимая для прогнозирования, представлена переменной состояния в текущий момент времени.

3.1. ФОРМИРОВАНИЕ РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ

Принцип построения системы управления на основе MPC базируется на формировании новой расширенной модели исходной системы [3].

Пусть имеется система дискретного времени с m -мерным входом u , выходом y размера q и n -мерным вектором состояний x_m :

$$(16) \quad x_m[k+1] = A_m x_m[k] + B_m u[k],$$

$$(17) \quad y[k] = C_m x_m[k].$$

Вычтем из (16) предыдущее состояние системы:

$$(18) \quad x_m[k+1] - x_m[k] = A(x_m[k] - x_m[k-1]) + B_m(u[k] - u[k-1]).$$

Введя обозначения для разностей

$$(19) \quad \Delta x_m[k+1] = x_m[k+1] - x_m[k],$$

$$\Delta u[k] = u[k] - u[k-1],$$

перепишем исходное уравнение пространства состояний следующим образом:

$$(20) \quad \Delta x_m[k+1] = A_m \Delta x_m[k] + B_m \Delta u[k].$$

Свяжем выходной сигнал $y[k]$ с вектором состояний $\Delta x_m[k]$:

$$(21) \quad y[k+1] - y[k] = C_m \Delta x_m[k+1] = C_m A_m \Delta x_m[k] + C_m B_m \Delta u[k].$$

Теперь определим новый вектор состояний

$$(22) \quad x[k] = \begin{bmatrix} \Delta x_m[k] \\ y[k] \end{bmatrix}.$$

Таким образом, общий вид расширенной системы примет вид

$$(23) \quad \begin{bmatrix} \Delta x_m[k+1] \\ y[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & o_m^T \\ C_m A_m & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m[k] \\ y[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u[k],$$

$$y[k] = \begin{bmatrix} o_m & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m[k] \\ y[k] \end{bmatrix},$$

где $I_{q \times q}$ – единичная матрица размерности $q \times q$, а o_m – нулевая матрица размерности $q \times n$.

Перепишем систему в более удобном и привычном виде:

$$(24) \quad x[k+1] = Ax[k] + B\Delta u[k],$$

$$y[k] = Cx[k],$$

где A , B , C – матрицы, соответствующие новой расширенной системе.

Принимая во внимание то, что в нашем случае матрицы дискретного аналога системы (15) таковы, что

$$(25) \quad A_m = \begin{bmatrix} 1 & 0,0212 & 0,0007 & 0,0031 \\ 0 & 0,1695 & 0,0637 & 0,0339 \\ 0 & 0,4193 & 1,1833 & 0,0896 \\ 0 & 4,8881 & 3,5254 & 0,9878 \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0,0183 \\ 0,1928 \\ -0,0973 \\ -1,1348 \end{bmatrix},$$

$$C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

искомые матрицы A , B , C , соответствующие расширенной модели, имеют вид

$$(26) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0,0212 & 0,0007 & 0,0031 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1695 & 0,0637 & 0,0339 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4193 & 1,1833 & 0,0896 & 0 & 0 \\ 0 & 4,8881 & 3,5254 & 0,9878 & 0 & 0 \\ 1 & 0,0212 & 0,0007 & 0,0031 & 1 & 0 \\ 0 & 0,4193 & 1,1833 & 0,0896 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0183 \\ 0,1928 \\ -0,0973 \\ -1,1348 \\ 0,0183 \\ -0,0973 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3.2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

После формулировки расширенной модели следующим шагом в проектировании системы прогнозирующего управления является расчет будущего выхода системы. Этот процесс описывается в окне оптимизации. Далее будет подробно рассмотрена оптимизация, выполняемая в этом окне. Будем полагать, что текущий момент k_i , а N_p – длина оптимизационного окна (горизонт прогнозирования), определяющая количество будущих состояний.

Пусть вектор состояний $x[k_i]$ полностью известен из измерений. Прогнозируемую траекторию управления можно представить следующим образом:

$$(27) \quad \Delta u[k_i], \Delta u[k_i + 1], \dots, \Delta u[k_i + N_c - 1],$$

где N_c – горизонт управления, определяющий количество параметров, используемых для построения траектории управления.

Набор значений

$$(28) \quad x[k_i + 1 | k_i], x[k_i + 2 | k_i], \dots, x[k_i + N_p | k_i]$$

определяет прогнозируемые состояния системы с использованием информации о текущем состоянии $x[k_i]$.

Важно отметить, что $N_c \leq N_p$.

На основе расширенной модели выражения для вычисления набора будущих состояний системы имеют вид

$$(29) \quad \begin{aligned} x[k_i + 1 | k_i] &= Ax[k_i] + B\Delta u[k_i], \\ x[k_i + 2 | k_i] &= A^2x[k_i] + AB\Delta u[k_i] + B\Delta u[k_i + 1], \\ &\vdots \\ x[k_i + N_p | k_i] &= A^{N_p}x[k_i] + A^{N_p-1}B\Delta u[k_i] + \\ &\quad + \dots + A^{N_p-N_c}B\Delta u[k_i + N_c - 1]. \end{aligned}$$

С помощью набора (25) можно спрогнозировать выходы для системы:

$$(30) \quad \begin{aligned} y[k_i + 1 | k_i] &= CAx[k_i] + CB\Delta u[k_i], \\ y[k_i + 2 | k_i] &= CA^2x[k_i] + CAB\Delta u[k_i] + CB\Delta u[k_i + 1], \\ &\vdots \\ y[k_i + N_p | k_i] &= CA^{N_p}x[k_i] + CA^{N_p-1}B\Delta u[k_i] + \\ &\quad + \dots + CA^{N_p-N_c}B\Delta u[k_i + N_c - 1]. \end{aligned}$$

Определим векторы

$$(31) \quad Y = \begin{bmatrix} y[k_i + 1 | k_i] & y[k_i + 2 | k_i] & \dots & y[k_i + N_p | k_i] \end{bmatrix}^T$$

и

$$(32) \quad \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u[k_i]^T & \Delta u[k_i + 1]^T & \dots & \Delta u[k_i + N_c - 1]^T \end{bmatrix}^T,$$

где N_p и N_c – размерности Y и ΔU соответственно.

Таким образом, имеем

$$(33) \quad Y = Fx[k_i] + \Phi\Delta U,$$

где

$$(34) F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}.$$

Оптимальный вектор управления в оптимизационном окне задается следующим образом [4]:

$$(35) \Delta U = (\Phi^T \Phi + R)^{-1} (\Phi^T R_s r[k_i] - \Phi^T Fx[k_i]),$$

где R – диагональная матрица, содержащая весовой параметр r_w и определяемая как $R = r_w I$, где матрица I , как и $\Phi^T \Phi$, имеет размерность $mN_c \times mN_c$, $\Phi^T F$ имеет размерность $mN_c \times n$, а $\Phi^T R_s$ соответствует последним q столбцам $\Phi^T F$. Матрица R_s определяется как $R_s = [I_{q \times q} \ I_{q \times q} \ \dots \ I_{q \times q}]^T$ и имеет размер $1 \times N_p$. Желаемый сигнал уставки имеет вид: $r[k_i] = [r_1[k_i] \ r_2[k_i] \ \dots \ r_q[k_i]]^T$.

Так как принцип управления со скользящим горизонтом подразумевает использование только первого элемента вектора ΔU в момент времени k_i в качестве управляющего воздействия, то получим

$$(36) \Delta u[k_i] = [I_m \ o_m \ \dots \ o_m] (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \times \\ \times (\Phi^T R_s r[k_i] - \Phi^T Fx[k_i]) = K_y r[k_i] - K_{mpc} x[k_i].$$

Для проектирования системы управления воспользуемся полученными ранее выкладками. Положим $N_c = 10$, $N_p = 20$, значение уставки на всем временном отрезке равно $r = [1 \ 0]^T$, т.е. наша цель – добиться нулевого отклонения тела робота от вертикали и сместить его на 1 м. Вектор состояний исходной системы, а также вектор состояний расширенной модели примем в начальный момент нулевыми. Определим оптимальное решение ΔU при $r_w = 0,5$.

Для начала получим значения коэффициентов обратной связи K_y и K_{mpc} :

$$(37) K_y = [I_m \ o_m \ \dots \ o_m] (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T R_s = [-0,6831 \ 0,0222], \\ K_{mpc} = [I_m \ o_m \ \dots \ o_m] (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T F = \\ = [-8,4162 \ -9,6840 \ -12,8237 \ -1,9801 \ -0,6831 \ 0,0222].$$

Тогда значения $\Delta u[k_i]$ оптимального управления могут быть определены исходя из выражения (36).

Из приведенных на рис. 2 графиков следует, что выходной сигнал y достигает и принимает значение заданной величины параметра уставки, т.е. угол отклонения робота от вертикали $\varphi = 0$, а положения центра масс $x = 1$.

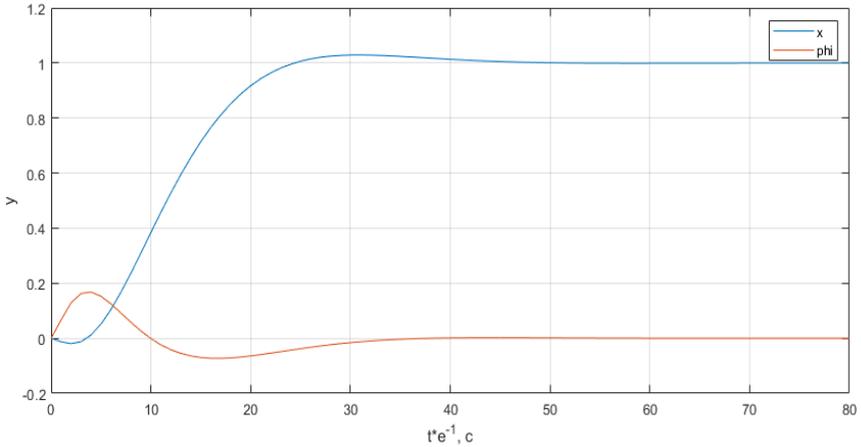


Рис. 2. Изменение значений выходного сигнала y

Теперь рассмотрим случай, когда в системе присутствуют шумы:

$$(38) \quad \begin{aligned} x_m[k+1] &= A_m x_m[k] + B_m u[k] + d[k], \\ y[k] &= C_m x_m[k] + \varepsilon[k]. \end{aligned}$$

Предполагается, что на вход объекта управления подается гауссовский белый шум d с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $Q_d = 10^{-3}$, который суммируется с управляющим воздействием u . Измерение выходного сигнала объекта также содержит аддитивный белый шум ε с нормальным распределением, нулевым математическим ожиданием и дисперсией $R_\varepsilon = 10^{-4}$. Для того чтобы оценить вектор состояния динамической системы, используя ряд зашумленных измерений, необходимо спроектировать наблюдатель. Наблюдатель на основе

фильтра Калмана задается с использованием матриц расширенной системы и значений дисперсий шумов Q_d и R_e . Результаты моделирования процесса стабилизации робота в среде Matlab Simulink отражены на графике (рис. 3), на котором отображено изменение выхода системы y при значении весового параметра $r_w = 0,5$.

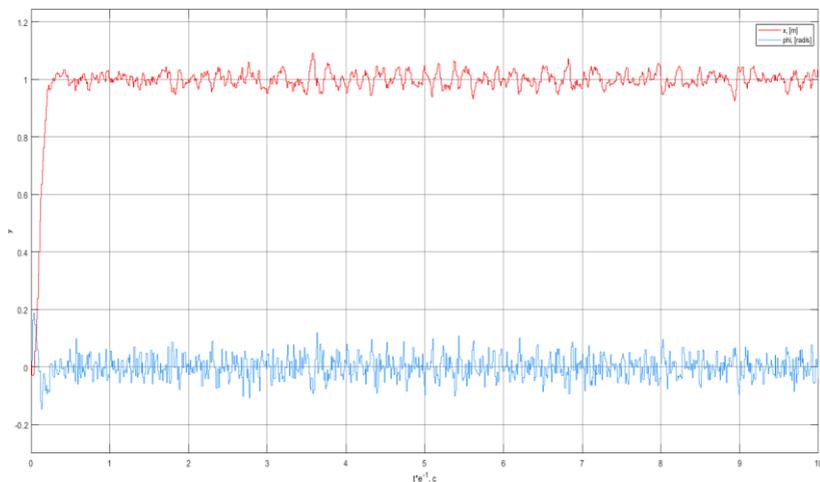


Рис. 3. Изменение выходного сигнала y

5. Имитационное моделирование

Для визуализации проведенных расчетов выполним имитационное моделирование. Для этого воспользуемся дополнительным пакетом Simscape Multibody для Matlab Simulink. Эта среда моделирования для трехмерных механических систем, таких как роботы, подвески транспортных средств, строительного оборудования и т.д. Многосоставные системы моделируются при помощи блоков, описывающих тела, суставы, связи, ограничения, силы и датчики. Simscape Multibody позволяет формулировать и решать уравнения движения для всей механической системы. С помощью гибкой настройки модели можно импортировать полные сборки из систем автоматизированного проектирования, включая все инертные свойства объектов: все

массы, инерции, соединения, ограничения и трехмерную геометрию. Также пакет позволяет генерировать 3D-анимацию для демонстрации динамики системы.

Для начала необходимо создать 3D-модель робота. При построении модели будем учитывать все параметры системы робота.

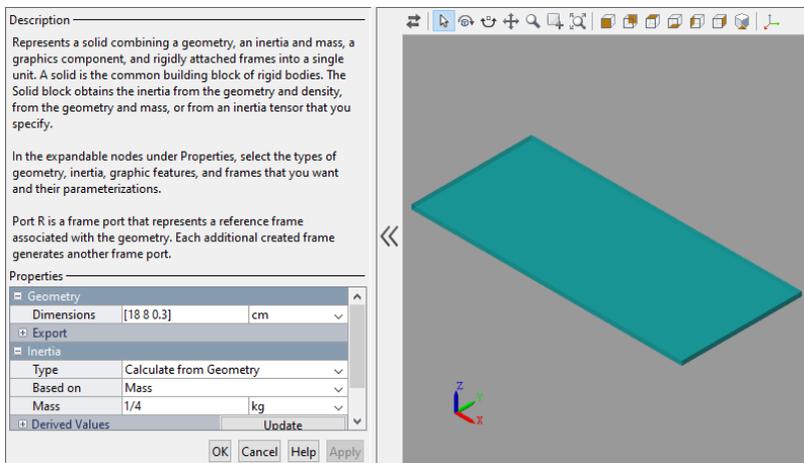


Рис. 4. Окно создания пластины основания

В параметрах окна настроек необходимо также указать массу каждой пластины (рис. 4.).

После создания всех трех частей основания нужно определить их взаимное расположение относительно друг друга. Это возможно сделать при помощи блока Rigid Transform, который позволяет однозначно определить положение объектов в пространстве, перемещать, а также вращать заготовки.

Креплениями, соединяющими платформы, будут служить четыре расположенных по углам стржня. Их можно создать при помощи блоков Cylindrical Solid. Укажем параметры каждого из стержней в блоке настроек, задав их размеры, а также массы. В итоге, вновь воспользовавшись Rigid Transform для расстановки всех элементов модели по местам, получим «тело» робота, как показано на рис. 5.

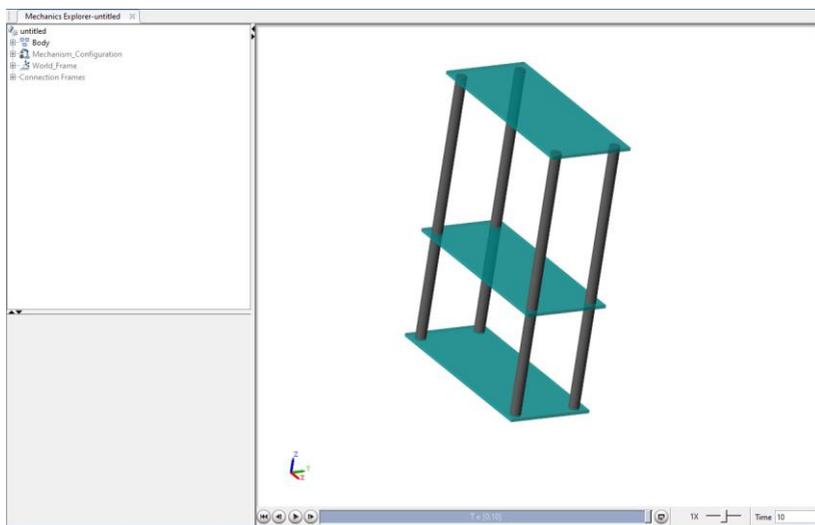


Рис. 5. Основание робота

Когда основание готово, приступим к созданию колесной базы робота. Для этого с помощью Cylindrical Solid создадим два колеса с заданными параметрами, задаем зависимость расположения колес друг относительно друга, а затем объединяем с основанием. В итоге получим 3D-модель робота с заданными инертными свойствами. Результат представлен на рис. 6.

Для того чтобы добавить полученной системе две степени свободы, обеспечивающие вращение тела вокруг оси, проходящей через центр колесной базы, и поступательного движения, воспользуемся блоками Prismatic Joint и Revolute Joint. Блок-схема модели представлена на рис. 7.

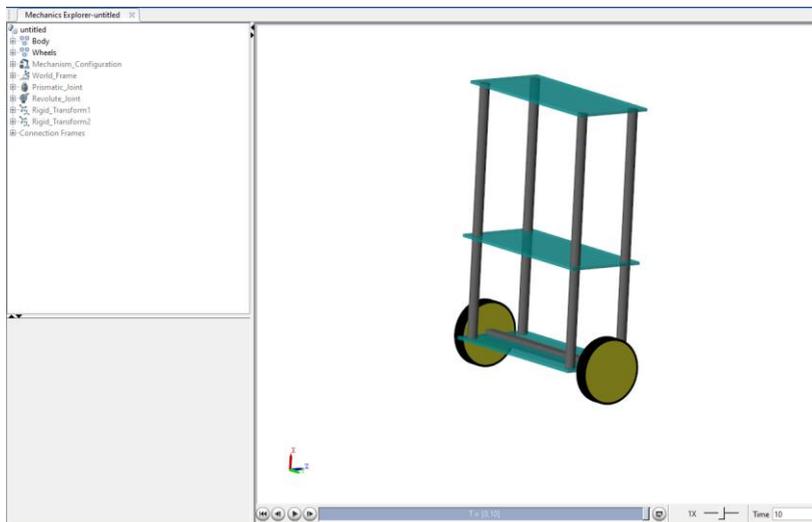


Рис. 6. 3D-модель робота-балансира

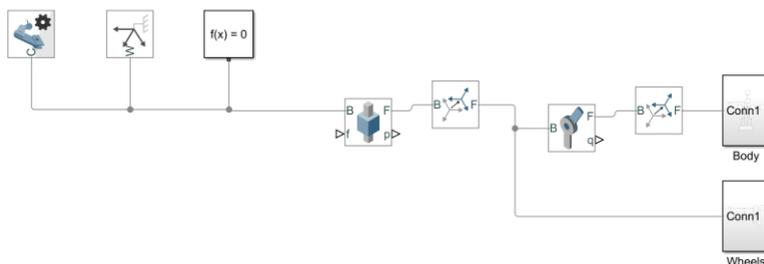


Рис. 7. Блок-схема для 3D-модели робота

6. Заключение

В данной работе была выведена и уточнена математическая модель, описывающая динамику движения двухколесного робота-балансира. Затем был реализован синтез оптимального управления для стабилизации робота на основе Model Predictive Control (MPC) при влиянии аддитивных белых гауссовских шумов.

Важной особенностью данной работы, подчеркивающей ее актуальность, является возможность применения данного метода управления с использованием MPC к небольшим роботам-помощникам.

Литература

1. ДРОНГ В.И., ДУБИНИН В.В., ИЛЬИН М.М. и др. *Курс теоретической механики: Учебник для вузов* / Под общ. ред. КОЛЕСНИКОВА К.С. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 736 с.
2. ИРОДОВ И.Е. *Электромагнетизм. Основные законы*. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 319 с.
3. LIUPING WANG *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. – Springer-Verlag London Limited, 2009. – 403 p.
4. RIDONG ZHANG, ANKE XUE, FURONG GAO *Model Predictive Control. Approaches Based on the Extended State Space Model and Extended Non-minimal State Space Model*. – Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2019. – 143 p.

DESIGN OF MPC-BASED CONTROL SYSTEM FOR STABILIZING A TWO-WHEELED SELF-BALANCING ROBOT

Andrew Tkachenko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, student (tkachenko_aa10@mail.ru)

Abstract: The purpose of this work is solving the problem of designing a control system based on Model Predictive Control (MPC) for a linear Multiple Input Multiple Output (MIMO) system of a two-wheeled self-balancing robot. These robots have become popular projects of many companies nowadays. One of the most famous companies engaged in the development of humanoid robots Boston Dynamics among them. Nevertheless, the idea of creating such type of robots did not pass by amateur engineers from all over the world, who began develop two-wheeled self-balancing robot for use as office assistants, vehicles and just for academic interest. The paper considers the process of constructing a mathematical model of the robot's mechanical system and linearization of the resulting model is performed. The basic principles of constructing an MPC-based control system for linear systems without external disturbances, as well as using an observer to evaluate the states

of the model under the influence of additive white Gaussian noise are presented. Examples of implementation in the Matlab/Simulink environment for the case of a MIMO system, which is a model of a two-wheeled robot, are given.

Keywords: model predictive control, control system, self-balancing robot, mathematical model.

УДК 519.71

ББК 22.182

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.7

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.Г. Лебедевым.*

Поступила в редакцию 10.11.2021.

Опубликована 31.01.2022.

ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ ТОЧЕК РАСПОЛОЖЕНИЯ СЕТЕВЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ С УЧЕТОМ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ АБОНЕНТОВ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИГНАЛА

Блинова О. В.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Использование беспроводных сетей в качестве временного решения для обеспечения связью участников ряда работ или мероприятий затруднено сложностью и дороговизной проектирования подобных сетей. Но отсутствие связи в экстремальных условиях может привести к гибели людей даже при наличии других ресурсов для обеспечения безопасности. Существуют сетевые устройства и оборудование, позволяющие обеспечить беспроводную связь даже в самых труднодоступных районах, но для их эффективного использования нужен анализ целесообразности их расположения в конкретных местах и возможность оценить работоспособность сети в целом. Существующие средства автоматизированного проектирования ориентированы на создание сетей внутри помещений и не имеют достаточных средств для проектирования сетей в условиях дефицита сетевого оборудования. Рассмотренная в работе система разработана для упрощения и ускорения проектирования беспроводных сетей на открытой местности со сложным рельефом. Решается проблема обеспечения связью абонентов, передвигающихся по заданным маршрутам, при ограниченном наборе сетевого оборудования путем поиска оптимальных мест его расположения и анализа обеспечиваемого уровня связи для каждой заданной точки маршрута. Используется алгоритм на основе градиентного спуска и две фазы поиска оптимального расположения устройств. Результаты моделирования отображаются графически на трехмерном рельефе, а также в табличной форме, совместимой с табличными процессорами для дальнейшей обработки. Создан модуль оцифровки рельефа на основе топографических карт или схем.

Ключевые слова: сети беспроводной связи, сети связи с неполным покрытием, связь на сложном рельефе, сети связи быстрого развертывания, расположение сетевых устройств.

1. Введение

Проектирование на местности систем с использованием беспроводной передачи сигналов – это сложная и ресурсоемкая за-

¹ Ольга Викторовна Блинова, н.с. (blinova_olga_v@mail.ru).

дача, при решении которой необходимо учесть множество факторов и условий. Существуют готовые решения для проектирования беспроводных сетей, но они охватывают ограниченный круг задач, в первую очередь проектирование беспроводных сетей в офисных помещениях. Примерами подобных моделей являются [10, 11, 14]. Обзор таких программных решений есть в [8, 9]. Ключевыми требованиями большинства целевых систем для данных программных продуктов является обеспечение полного покрытия территории и обеспечение устойчивой связи.

Существует большой круг задач по проектированию и исследованию сетей с неполным покрытием. Это могут быть временные сети, резервные сети в случае поломки основной сети или с целью балансировки нагрузки, сети быстрого развертывания, системы с сильно ограниченным бюджетом и низкими требованиями к качеству связи. Для их проектирования требуется простой и универсальный инструмент, позволяющий оценить работоспособность возможных решений и найти хорошие решения для конкретных условий. [1, 3]. Проектирование таких сетей может быть связано с большим количеством дополнительных условий и ограничений, таких как проходимость местности, погодные условия, наличие или отсутствие источников электропитания, большой разброс по численности и плотности абонентов.

При проектировании таких сетей хорошим решением является использование комплектов сетевого оборудования или источников электропитания, адаптированных для использования в конкретных условиях. Они могут располагаться в спасательных пунктах, выдаваться в аренду туристическим, спортивным и исследовательским группам, группам, находиться в резерве в отелях и кемпингах на случай возникновения чрезвычайной ситуации. Наличие таких комплектов позволяет свести задачу проектирования сети к задаче расстановке оборудования на местности.

В такой постановке задача схожа с задачей расстановки базовых станций. Существует достаточно большое количество работ, посвященных этой проблеме. В [6] был применен генетический алгоритм для поиска мест расположения базовых станций. Есть работы с учетом особенностей рельефа местности [5, 13, 15] и с учетом маршрутов движения абонентов [4, 11, 12]. Большинство указанных моделей рассчитано на стационарное размещение

базовых станций для организации сети и предполагает более глубокое исследование местности или трафика, так как именно эти критерии рассматриваются как основные. Сети быстрого развертывания в первую очередь представлены моделями сетей, организованных с помощью беспилотных летательных аппаратов, и тогда меньше внимания уделяется рельефу местности и больше – координациями между устройствами. Рассматриваемые задачи весьма специфичны, так как рассчитаны на небольшое число абонентов и сильную ограниченность ресурсов для проектирования.

При поиске расположения сетевых устройств необходимо учитывать особенности рельефа и типичные маршруты движения абонентов (например, тропы, дороги и т.п.).

Разработана система, применяющая метод градиентного спуска для поиска оптимальных координат расположения сетевых устройств на рельефе с учетом маршрутов движения абонентов и использующая в качестве целевой функции показатель, характеризующий доступность сети для них [2, 8]. В его основе лежит вероятность доступа абонента к каждому сетевому устройству с учетом расстояния, но итоговое значение целевой функции не несет конкретного физического смысла, так как полученные вероятности и суммарное значение умножаются на весовые коэффициенты, позволяющие учесть условия и требования конкретной задачи. В [2] была предложена система, решающая поставленную задачу с использованием имитационного моделирования и генетических алгоритмов. В таком решении был обнаружен ряд недостатков. Принято решение изменить подход к поиску оптимальных мест расположения сетевых устройств.

2. Анализ опыта разработки системы для поиска оптимальных мест расположения сетевых устройств

В [2] описана система, разработанная для решения описанного класса задач. При ее тестировании и использовании был выявлен ряд серьезных недостатков. Применение целевой функции к постоянно перемещающимся узлам связи привело к отсутствию конечного решения. Использованный метод может быть успешно применен для позиционирования подвижных сетевых устройств,

но не позволяет найти конкретные координаты для статического размещения, только некоторую область. В связи с этим было принято решение отказаться от динамического моделирования движения абонентов и задать маршруты статически в виде списка ключевых точек с заданными координатами и весовыми коэффициентами.

При таком задании маршрута нет необходимости в использовании имитационного моделирования и генетических алгоритмов, при которых получаемое решение сильно зависело от производительности устройства, на котором производилось моделирование, и от эмпирически подбираемых параметров (вероятностей мутаций, кроссинговера и т.д.). Было принято решение об использовании алгоритма градиентного спуска, позволяющего быстро получить оптимальное решение. Одним из недостатков этого алгоритма является возможность попадания в локальные минимумы. Для минимизации влияния этого недостатка на конечное решение было принято применение метода градиентного спуска к множеству конфигураций с различным исходным размещением сетевых устройств (размещаются случайным образом).

Наличие нескольких различных вариантов размещения оборудования также позволяет рассмотреть альтернативные варианты, уступающие по значению целевой функции, но, возможно, более целесообразные с учетом сложности размещения, временных затрат, необходимых для доставки сетевого оборудования на точки, и других параметров.

3. Модуль построения рельефа на основе карты или схемы

Ранее разработанная система тестировалась только на математически смоделированных рельефах и не имела возможностей для привязки к реальной местности. Для устранения этого недостатка был разработан модуль построения 3D-рельефа на основе изображения. В качестве исходного материала может выступать топографическая карта с цветовой дифференциацией высот или схема, на которой различными цветами будут обозначены высотные характеристики местности, влияющие на распространение сигнала.

Например, на топографическую карту можно добавить различные объекты, влияющие на распространение сигнала: дома, стены и другие препятствия. Или, если в случае чрезвычайного происшествия был существенно изменен рельеф местности, изменения можно нанести на карту в любом графическом редакторе. При этом необходимо либо использовать соответствующие легенде цвета или любой другой цвет, который необходимо добавить в легенду.

Существует ряд программных продуктов, реализующий построение цифрового рельефа местности на основе карт, такие как ZWCAD, ArcGIS, ArcView и др. Готовые программные решения не имеют единого стандартного формата, в большинстве своем защищены лицензионными ограничениями, требуют длительного времени для качественной обработки изображения, опыта работы и больших вычислительных мощностей.

Разработанный модуль прост в применении и совместим с любыми графическими форматами. Интерфейс построения трехмерного рельефа на основе изображения представлен на рис. 1.

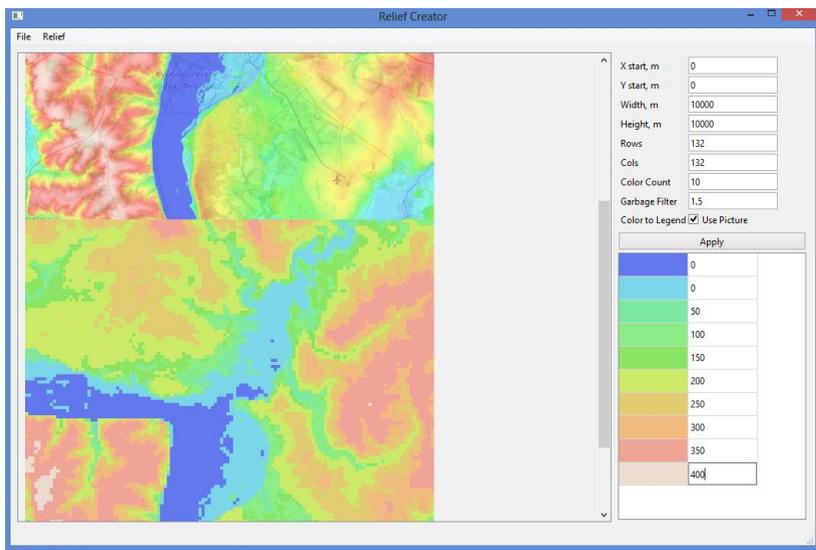
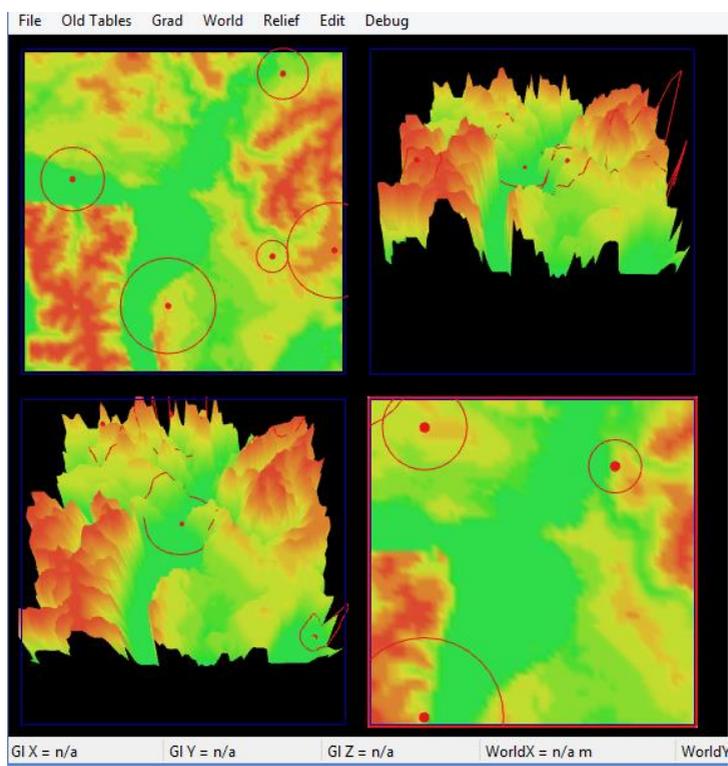


Рис. 1. Работа модуля построения рельефа

В верхней части рисунка можно видеть исходное изображение (топографическая карта), справа – параметры оцифровки и легенда. Цвета легенды задаются путем выделения областей на рисунке, или можно загрузить созданную ранее легенду. Это может быть полезно в случае использования стандартных карт для решения разных задач. Изображение разбивается на прямоугольные участки согласно заданному количеству строк и столбцов, цвет каждого участка усредняется, после чего высота всего участка приравнивается к высоте, заданной для наиболее близкого к полученному цвету из легенды.

На основе полученной карты высот генерируется трехмерный рельеф. Пример такого рельефа можно видеть на рис. 2.



*Рис. 2. Расположение сетевых устройств и маршрутов
на сгенерированном рельефе*

Полученный рельеф возможно сохранить и использовать многократно. Стоит отметить что на рельеф в настоящий момент невозможно добавить объекты, частично затрудняющие прохождение сигнала. Проблемой могут оказаться линии разметки при высокой степени детализации рельефа, например, линия или надпись на карте может быть распознана как возвышенность или впадина в зависимости от легенды.

4. Постановка задачи и задание исходных данных для моделирования

Задача формулируется следующим образом: задана некоторая прямоугольная территория, обладающая сложным рельефом. На территории задано множество точек, в которых необходимо обеспечить связью абонентов. Точки объединены в маршруты. Каждой точке маршрута задан весовой коэффициент, характеризующий вероятность нахождения абонента или приоритет обеспечения связи в заданной точке. Сумма коэффициентов всех точек маршрута не должна превышать единицы. Маршрут может состоять из одной точки. задается количество и радиус действия сетевых устройств, обеспечивающих связь абонентам на маршруте. Необходимо найти такие координаты размещения сетевых устройств на местности, чтобы обеспечить максимальный уровень обеспечения точек маршрута связью. О расчете целевой функции сказано ниже.

Для задания рельефа местности используется описанный выше модуль.

После создания рельефа необходимо задать базовые параметры моделирования. В начале работы сетевые устройства размещаются на рельефе случайным образом. Работа алгоритма градиентного спуска может приводить к локальным, а не глобальным минимумам. В связи с этим рекомендуется создавать несколько конфигураций с разными вариантами случайных расстановок сетевых устройств – это приведет к большей эффективности работы алгоритма и разнообразию предлагаемых решений.

Пользователю предлагается выбрать количество конфигураций и задать параметры сетевых устройств (радиус действия). Далее на сформированных конфигурациях необходимо задать

маршруты движения абонентов в виде списка точек, в которых необходимо обеспечить связь. Кроме того, необходимо задать параметры моделирования и целевой функции или использовать значения по умолчанию (рис. 3).

Созданную и подготовленную к моделированию модель можно сохранить в конфигурационном файле формата json. В ней сохраняется ссылка на файл рельефа, характеристики сетевых устройств (кроме координат), маршруты движения абонентов, все заданные настройки.

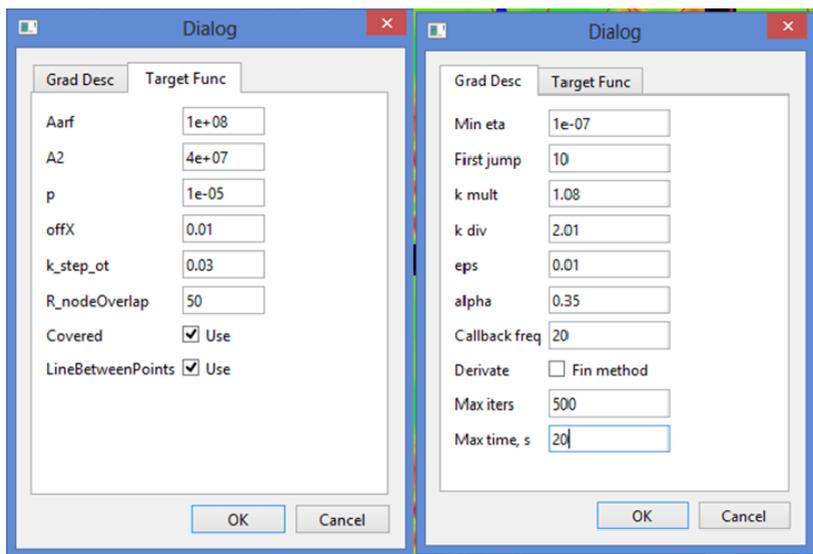


Рис. 3. Меню настройки параметров целевой функции и градиентного спуска

5. Расчет целевой функции

Расчет значения целевой функции состоит из нескольких этапов. На первом этапе уровень доступа каждой точки к сетевому устройству без учета рельефа рассчитывается следующим образом:

$$(1) \quad p_{ij} = e^{-d/2R_i^2}, \quad d = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2,$$

где x_j, y_j, z_j – координаты точки маршрута, x_i, y_i, z_i – координаты сетевого устройства.

Далее осуществляется проверка отсутствия препятствий рельефа на пути распространения сигнала. Для этого строится трехмерный отрезок, соединяющий размещенные на рельефе точку маршрута и сетевое устройство. Отрезок разбивается на интервалы, привязанные по длине к степени дискретизации рельефа. На границах интервалов проверяется возможность распространения сигнала (отрезок не должен погружаться в рельеф).

В случае наличия препятствия значение уровня доступа для данной точки и сетевого устройства приравнивается к нулю. Проверка осуществляется для всех точек маршрута для каждого сетевого устройства. Значение целевой функции получается путем суммирования всех полученных значений уровня доступа от каждого сетевого устройства к каждому узлу.

Использование суммирования уровней доступа для каждой точки маршрута от всех сетевых устройств является достаточно неоднозначным решением. Такой выбор сделан в связи с тем, что система не имеет возможности учесть все параметры реального мира, влияющие на распространение сигнала, поскольку разработано как средство быстрого и примерного проектирования и как помощь работающим на местности экспертам. Если рассматривать вместо условного уровня доступа вероятность доступа точки к сети, одно близко расположенное сетевое устройство может обеспечить расчетную 100% вероятность и связь с другими устройствами не будет учтена, а по факту на местности может оказаться уровень доступа намного меньше 100% и связь от других сетевых устройств будет важна. Но необходимо дополнительное исследование об эффективности использования разных целевых функций.

На вход алгоритму градиентного спуска подается целевая функция, ограничения (координаты не должны выходить за пределы рассматриваемой области, задаются ограничения на максимальное количество итераций и максимальное время поиска решения для одной конфигурации), линейный список исходных координат сетевых устройств.

Работа алгоритма градиентного спуска реализована с помощью свободно распространяемой библиотеки `tf_gd_lib`. Согласно

алгоритму на каждом шаге определяется вектор перемещения сетевого устройства с целью максимизации целевой функции. Уровень доступа для каждого абонента от каждого сетевого устройства суммируется, это позволяет учесть возможность подключения к каждому из устройств и сгладить влияние неучтенных факторов, но может привести к размещению всех сетевых устройств в одной и той же точке, что чаще всего противоречит здравому смыслу. Для компенсации этого эффекта включается дополнительный компонент, названный функцией отталкивания. Он рассчитывается следующим образом:

$$(2) \quad b_{ij} = x \cdot e^{-0,004 \cdot l_{ij}} \cdot \left(\frac{100}{1+0,25l_{ij}} \right),$$

где l_{ij} – расстояние между двумя сетевыми устройствами, x – задаваемый пользователем в настройках коэффициент. Формула расчета функции отталкивания подобрана экспериментально, физического смысла коэффициенты не имеют. Значение функции отталкивания рассчитывается между всеми сетевыми устройствами. Итоговое перемещение устройства на каждом шаге моделирования – это сложение вектора, рассчитанного оптимизационным алгоритмом, с векторами отталкивания от всех других сетевых устройств. Стоит отметить, что использование функции отталкивания усложняет и замедляет работу оптимизационного алгоритма. На точность итогового решения это влияние не оказывает, но уменьшается количество конфигураций, в которых удается достичь решения в указанных ограничениях по времени и количеству итераций.

6. Работа двух фаз оптимизационного алгоритма по поиску координат размещения сетевых устройств

После того как заданы рельеф, маршруты абонентов, характеристики сетевых устройств и параметры моделирования запускается первая фаза моделирования. Если в результате поиска решения точка маршрута обеспечена связью, это отображается графически изменением ее цвета. Таким образом, первичную оценку эффективности найденного решения можно провести моментально в процессе моделирования.

Сетевые устройства обозначаются окружностями соответствующего радиуса с точкой в центре. При изображении радиуса не учитывается распространение сигнала, поэтому графически точка маршрута может оказаться внутри радиуса действия сетевого устройства, но не быть обеспечена связью. Помимо целевой функции в результате запуска первой фазы моделирования составляется таблица узлов и маршрутов, которые обслуживает каждое сетевое устройство. Это необходимо для проведения второй фазы моделирования и помогает провести оценку результатов.

После завершения первой фазы можно провести вторую дополнительную фазу моделирования. Ее алгоритм аналогичен работе первой фазы за исключением того, что при расчете целевой функции для каждого сетевого устройства учитываются значения только для тех точек маршрутов, которые обслуживаются конкретной точкой доступа. Это позволяет расположить устройство лучше с учетом требований конкретных точек.

Полученные в процессе моделирования результаты можно предварительно оценить благодаря цветовой маркировке обеспеченных связью точек на маршрутах, подробная информация формируется в виде таблиц, содержащих информацию как обо всех конфигурациях и модели в целом, так и подробно о каждой

В них содержатся найденные координаты сетевых устройств, значения обеспечиваемого уровня связи для каждой точки и значения целевой функции для конфигурации. Данные из таблиц легко можно экспортировать в табличный процессор для последующей обработки. После каждой фазы моделирования конфигурации сортируются по значению целевой функции.

7. Выводы

Представленная система проектирования беспроводных сетей является переработкой ранее разработанной системы. Изменен способ задания исходных данных: не учитывается скорость движения абонентов и изменение их положения с течением времени. Использован другой метод поиска оптимальных точек расположения сетевых устройств. Предложенное решение позволяет получить конкретное решение более чем в 50% конфигураций

Программы и системы моделирования объектов, средств и систем управления

при правильной настройке параметров моделирования (в первую очередь достаточного количества времени на обработку и числа итераций).

К недостаткам системы можно отнести требовательность к аппаратным ресурсам, связанную с большим количеством вычислительных операций на каждом шаге моделирования, особенно с учетом анализа распространения сигнала через рельеф. Необходимо рассмотрение возможности использования других алгоритмов для расчета возможности распространения сигнала. Также важно отметить, что настоящий способ расчета привязан к детализации рельефа, а, значит, одна и та же задача может получить разные решения в зависимости от выбранной пользователем детализации. Неочевидно, какая степень детализации может быть рекомендована. Качество полученного рельефа будет сильно зависеть от качества исходной карты.

Целесообразность использования функции отталкивания и ее сложения с целевой функцией вызывает сомнения, так как может приводить к нестабильности работы алгоритма градиентного спуска и невозможности нахождения оптимального решения. Необходимы дополнительные исследования и тестирование других способов расчета целевой функции. Сейчас в системе могут использоваться только ненаправленные сетевые устройства, необходима доработка системы с целью добавления возможности использовать направленные антенны. Нет возможности использования подвижных сетевых устройств.

Переход к статическому рассмотрению задачи привел к невозможности рассмотреть реально обеспечиваемый уровень связи с учетом скорости движения абонентов по часам работы, которая была предусмотрена в предыдущем решении. Но при статичном размещении сетевых устройств и невозможности их перемещения в процессе движения абонентов учет изменения их положения во времени не приведет к улучшению качества найденного решения. Для получения подробных сведений об обеспечении связью абонентов в разных точках маршрутов необходимо делать анализ уже найденных решений, эта возможность находится в разработке.

8. Заключение

Разработанная система позволяет решать широкий круг задач по проектированию или исследованию беспроводных сетей связи с неполным покрытием сети и с сильно ограниченным временем или бюджетом для проектирования. Возможность использовать весовые коэффициенты при расчете значений целевой функции повышает гибкость системы. Система обладает простым и понятным интерфейсом, результаты моделирования могут быть сохранены и легко экспортированы. Система не имеет аналогов на рынке.

Полученный программный продукт может быть применен для быстрого проектирования временных сетей связи для обеспечения связью абонентов при чрезвычайных ситуациях, при проведении спортивных и научно-исследовательских мероприятий. Целесообразно переработать данную систему для возможности предоставления по сети как сервис и создание базы данных готовых решений, интеграция с конкретным оборудованием или его комплектами. Перспективной областью применения системы может быть модернизация продукта для проектирования систем охраны и видеонаблюдения для решения задачи расположения камер или охранных датчиков для контроля ключевых участков, например, дорог или входов.

Система требует дальнейшего развития и разработки, но уже применима для решения конкретных практических задач на местности.

Литература

1. БЛИНОВА О.В., ВАСЬКОВСКИЙ С.В., ВОРОНЦОВ Ю.А., ФАРХАДОВ М.П. *Информационная система с подвижными узлами связи // Датчики и системы.* – 2015. – №12(198). – С. 24–28.
2. БЛИНОВА О.В., ВАСЬКОВСКИЙ С.В., РЫКОВ Я.В. *Проектирование сетей связи быстрого развертывания с использованием программного приложения анализа конфигурации сети // Управление большими системами.* – 2021. – Вып. 90. – С. 121–138.

*Программы и системы моделирования объектов,
средств и систем управления*

3. БЛИНОВА О.В., ВАСЬКОВСКИЙ С.В., ФАРХАДОВ М.П. *Взаимосвязь подвижных абонентов и стационарных узлов связи при известных характеристиках движения // Датчики и системы. – 2017. – №3. – С. 3–8.*
4. ВИШНЕВСКИЙ В.М., КРИШНАМУРТИ А., КОЗЫРЕВ Д.В., ЛАРИОНОВ А.А., ИВАНОВ Р.Е. *Методы исследования и проектирования широкополосных беспроводных сетей вдоль протяженных транспортных магистралей // Т-Comm. – 2015. – №5. – С. 9–12.*
5. ГОЛУБИНЦЕВ А.В., СМИРНОВ К.А. *Структура автоматизированной системы частотно-территориального планирования сетей транкинговой радиосвязи специального назначения // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2011. – №2. – С.16–18*
6. МУХАДЖИНОВ Р.Р. *Применение генетического алгоритма к решению задачи «Размещение станций систем мобильной связи» // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – №1. – С. 53–56.*
7. ANDRUSENKO J., KASCH W.T., WARD J.R. *Wireless network modeling and simulation tools for designers and developers // IEEE Communications Magazine. – 2009. – Vol. 47, No. 3. – P. 120–127.*
8. BLINOVA O.V. *On how to model and investigate the interaction of mobile network nodes with a limited number of mobile access points // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1864. – P. 1–8.*
9. BUDIMIR D., SHELKOVNIKOV B.N. *CAD for broadband wireless access design // Proc. 5th Int Conf. on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service. TELSIKS-2001. – (Cat. No. 01EX517). – 2001. – Vol. 2. – P. 525–528.*
10. DALMASSO I. et al. *WiMAX networks for emergency management based on UAVs // IEEE First AESS European Conf. on Satellite Telecommunications (ESTEL-2012). – IEEE, 2012. – P. 1–6.*
11. GHADDAR M., HANNIKAINEN M., HAMALAINEN T.D., VANHATUPA T. *Genetic algorithm to optimize node placement and configuration for WLAN planning // 4th IEEE Int. Symposium on Wireless Communication Systems. – 2007. – P. 612–616.*

12. HAN B., LIU L., OMIECINSKI E. NEAT: *Road Network Aware Trajectory Clustering*, // IEEE 32nd Int. Conf. on Distributed Computing Systems. – 2012. – P. 142–151.
13. JINDAL J., SINGH P. *Various strategies for 4g cellular tower placement: A review* // Int. J. Elec&Elecn.Eng&Telcomm. – 2017. – P. 24–28.
14. KALIKA L. et al. *Node placement method within a wireless network, such as a wireless local area network*: Patent USA 7539495. – 2009.
15. KARULKAR S.A., OH J.Y. *Optimal Placement of Base Station for Cellular Network Expansion* // Information Systems. – 2016. – Vol. 17, No. 2. – P. 215–220.

SEARCH FOR OPTIMAL LOCATIONS OF NETWORK DEVICES FOR WIRELESS NETWORKS, TAKING INTO ACCOUNT THE TRAJECTORIES OF THE ABONENTS AND SIGNAL PROPAGATION

Olga Blinova, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, research associate (blinova_olga_v@mail.ru).

Abstract: The use of wireless networks as a temporary solution for providing communication to participants of a number of works or events is complicated by the complexity and high cost of designing such networks. But the lack of communication in extreme conditions can lead to the death of people even if other resources are available to ensure security. There are network devices and equipment that allow providing wireless communication even in the most inaccessible areas, but for their effective use, an analysis of the feasibility of their location in specific places and the ability to assess the performance of the network as a whole is needed. The existing computer-aided design tools are focused on creating indoor networks and do not have sufficient funds for designing networks in conditions of a shortage of network equipment. The system discussed in the report is designed to simplify and accelerate the design of wireless networks in open areas with complex terrain. The problem of providing communication to subscribers traveling along specified routes with a limited set of network equipment is solved by searching for optimal locations and analyzing the provided communication level for each specified route point. An algorithm based on gradient descent and two phases of searching for the optimal location of devices are used. The simulation results are displayed graphically on a three-dimensional relief, as well as in a tabular form compatible with tabular processors for further processing. A module for digitizing terrain based on topographic maps or diagrams has been created.

*Программы и системы моделирования объектов,
средств и систем управления*

Keywords: wireless communication networks, communication networks with incomplete coverage, communication on complex terrain, rapid deployment communication networks, location of network devices.

УДК 004.7 + 004.9

ББК 32.972.5

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.8

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.М. Вишневым.*

Поступила в редакцию 15.11.2021.

Опубликована 31.01.2022.