

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

***Выпуск 96
Март 2022***

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2022

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 96

Москва – 2022

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П., Кульба В.В., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: член-корр. РАН Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. техн. наук Калимулина Э.Ю. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИПМ РАН), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), Галаев А.А. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук: Зоркальцев В.И. (ИСЭМ СО РАН), проф. Калашников А.О. (ИПУ РАН), проф. Калянов Г.Н. (ГУ ВШЭ), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ключков В.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук Коргин Н.А. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук: проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (МФТИ), д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р биол. наук проф. Михальский А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н. (ИПС РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Орлов А.И. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), проф. Райгородский А.М. (МГУ), проф. Савватеев А.В. (РЭШ), д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ), проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Арзамас – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – академик РАН Бычков И.В., д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., Сараев П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фуртат И.Б. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в интернете: ubs.mtas.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

Математическая теория управления

Спиряев В.А., Солодуша С.В.

Применение тестовых уравнений вольтерровского типа для идентификации входных сигналов..... 5

Анализ и синтез систем управления

Мухин А.В.

О существовании статических регуляторов по выходу 16

Краснов Д.В.

Синтез наблюдателя пониженного порядка для полноприводной электромеханической системы 31

Управление техническими системами и технологическими процессами

Гулюкина С.И.

Метод расширения пространства состояний для управления синхронным генератором 49

Управление подвижными объектами и навигация

Карпова И.П.

Об одном биоинспирированном подходе к ориентации роботов, или настоящий «муравьиный» алгоритм 69

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕСТОВЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРОВСКОГО ТИПА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ¹

Спиряев В. А.², Солодуша С. В.³
(ФГБУН Институт систем энергетики
им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск)

Рассмотрена проблема идентификации скалярного входного сигнала управляемого динамического объекта, описанного с помощью интегральной модели в виде полинома Вольтерра. Выделены специальные классы полиномиальных интегральных уравнений, ядра Вольтерра которых гарантируют выполнение неулучшаемых оценок решений нелинейных неравенств. Наряду с теоретическими утверждениями приведены результаты вычислительного эксперимента в задаче моделирования динамики теплоэнергетического объекта.

Ключевые слова: непараметрическая идентификация, нелинейные динамические системы, полиномиальные уравнения Вольтерра I рода.

1. Введение

Энергетические установки, как правило, относятся к сложным техническим системам. Исследование динамики их функционирования основывается в основном на формализации физической природы объекта, выполнении натурных экспериментов или на применении имитационных моделей [4]. Традиционно методология управления режимами объектов энергетики учитывает принципы иерархического моделирования, нижний уровень которого содержит автоматизированные системы управления.

Данная работа посвящена полиномиальным уравнениям

¹ Работа выполнена в рамках проекта государственного задания (№ FWEU-2021-0006) программы фундаментальных исследований РФ на 2021–2030 гг. с использованием ресурсов ЦКП «Высокотемпературный контур» (Минобрнаука России, проект №13.ЦКП.21.0038).

² Вадим Александрович Спиряев, ст. инж.-исследователь (eldin@mail.ru).

³ Светлана Витальевна Солодуша, д.т.н., доцент, зав. лаб. (solodusha@isem.irk.ru).

Вольтерра I рода

$$(1) \quad y(t) = \sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t K_n(t, s_1, \dots, s_n) \prod_{k=1}^n x(s_k) ds_k, \quad t \in [0, T],$$

возникающим в задаче поиска входных сигналов $x(t)$ нелинейных динамических систем типа «вход–выход» по заданным выходу $y(t)$ и переходным характеристикам $K_n(t, s_1, \dots, s_n)$ (ядрам Вольтерра, симметричным по переменным s_1, \dots, s_n). Данная задача деконволюции, сформулированная в виде (1) при $N = 1$ с ядром типа свертки, рассматривалась в монографии [3] при синтезе линейной системы автоматического управления энергетическими объектами. Аппарат интегро-степенных рядов Вольтерра [2] хорошо известен в теории автоматического управления [10, 12] и применяется для построения систем управления для объектов со слабо выраженной нелинейностью (например, полиномиальной) [5, 6, 14]. Несмотря на свою перспективность, применение (1) при $N > 1$ на практике пока ограничено. Анализ научно-технической литературы (см. библиографию в [15]) показал, что данной ситуации способствуют вводимые исследователями упрощения, в частности, искусственная линеаризация (1), что приводит к потере симметричности ядер Вольтерра [13] и, как следствие, к нарушению их физической интерпретации. Таким образом, специфика полиномиальных уравнений (1) при $N > 1$, связанных с задачей нахождения входных сигналов, является принципиально важной для эффективного применения на практике теории рядов Вольтерра. Цель данной статьи – рассмотреть принципиальный вопрос о применимости (1), который состоит в оценивании величины T (правого конца отрезка $[0, T]$) при моделировании нелинейной динамики.

2. Методология исследования (1) при $N > 1$

Методология исследования непрерывного решения (1), где $(K_1(t, s))'_t \in C_\Delta$, $\Delta = \{t, s : 0 \leq s \leq t \leq T\}$, $K_1(t, t) \neq 0$, $y'(t) \in C_{[0, T]}$, $y(0) = 0$, а $K_n(t, s_1, \dots, s_n)$ для $n > 1$ непрерывны по совокупности переменных и непрерывно дифференци-

руемы по t , базируются на мажорантных оценках специальных нелинейных интегральных неравенств

$$(2) \quad |x(t)| \leq F + \sum_{i=1}^N L_i \left(\int_0^t |x(s)| ds \right)^i + \\ + \sum_{i=1}^{N-1} i M_i |x(t)| \left(\int_0^t |x(s)| ds \right)^i, \quad t \in [0, T],$$

где

$$(3) \quad F = \max_{t \in [0, T]} |y'(t)|,$$

$$(4) \quad L_i = \max_{0 \leq s_1, \dots, s_i \leq t \leq T} |(K_i(t, s_1, \dots, s_i))'_t| \geq 0, \quad i = \overline{1, N},$$

$$(5) \quad M_i = \max_{0 \leq s_2, \dots, s_i \leq t \leq T} |K_i(t, t, s_2, \dots, s_i)| > 0, \quad i = \overline{2, N}.$$

Неравенство (2) играет для (1) при заданном $N > 1$ ту же роль, что и неравенство Гронуола–Беллмана для линейного уравнения Вольтерра I рода. Отметим, что (1) имеет точное решение лишь в частных случаях [1]. Кроме того, реализация этапа восстановления входных сигналов, обеспечивающих отклик реальной динамической системы, существенно опирается на верхние точные оценки правой границы T области существования решения (1) [8]. Поэтому в [9] для (1) введено при $N = 2$ специальное тестовое интегральное уравнение Вольтерра I рода, ядра Вольтерра

$$(6) \quad K_1(t, s_1) = k - L_1(t - s_1),$$

$$(7) \quad K_2(t, s_1, s_2) = \prod_{i=1}^2 \left(\sqrt{M_2} - \frac{L_2}{2\sqrt{M_2}}(t - s_i) \right)$$

в котором дополнительно к

$$\min_{t \in [0, T]} |K_1(t, t)| = k > 0$$

удовлетворяют заданным условиям (4), (5) для $i = 1, 2$ при $T < \frac{2M_2}{L_2}$. Конструктивный алгоритм построения многомерных функций, мажорирующих импульсно-переходные функции динамического объекта, может быть развит на случай $N > 2$.

3. Основной результат

Теорема 1. Пусть $M_3 > 0$, $L_3 \geq 0$, тогда для того, чтобы ядро Вольтерра $K_3(t, s_1, s_2, s_3)$ имело вид

$$(8) \quad K_3(t, s_1, s_2, s_3) = \prod_{i=1}^3 \left(\sqrt[3]{M_3} - \frac{L_3}{3M_3^{\frac{2}{3}}}(t - s_i) \right)$$

при $0 \leq s_1, s_2, s_3 \leq t \leq T$, $T < \frac{3M_3}{L_3}$, необходимо и достаточно, чтобы

$$(9) \quad M_3 = \max_{0 \leq s_1, s_2 \leq t \leq T} |K_3(t, t, s_1, s_2)|,$$

$$(10) \quad L_3 = \max_{0 \leq s_1, s_2, s_3 \leq t \leq T} |(K_3(t, s_1, s_2, s_3))'_t|.$$

Доказательство.

Достаточность. Пусть

$$(11) \quad K_3(t, s_1, s_2, s_3) = \prod_{i=1}^3 (\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_i)), \mathbf{k} > 0, \mathbf{L} \geq 0,$$

тогда

$$\begin{aligned} K_3(t, s_1, s_2, s_3) |_{s_1=t} &= K_3(t, t, s_2, s_3) = \\ &= \mathbf{k}(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_2))(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_3)), \end{aligned}$$

В силу (9) и (11)

$$(12) \quad \begin{aligned} M_3 &= \mathbf{k} \max_{0 \leq s_2, s_3 \leq t \leq T} |(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_2))(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_3))| = \\ &= \mathbf{k} \max_{0 \leq s_2 \leq t \leq T} |(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_2))| \max_{0 \leq s_3 \leq t \leq T} |(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_3))|, \end{aligned}$$

откуда при $t - s_2 = 0$, $t - s_3 = 0$, $T < \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{L}}$ справедливо $M_3 = \mathbf{k}^3$,

$$(13) \quad \mathbf{k} = \sqrt[3]{M_3}.$$

Дифференцируя (11) по t , получаем

$$(14) \quad \begin{aligned} (K_3(t, s_1, s_2, s_3))'_t &= -\mathbf{L}(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_2))(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_3)) - \\ &- \mathbf{L}(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_1))(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_3)) - \mathbf{L}(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_1))(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_2)), \end{aligned}$$

а в силу (10) с учетом (14), где $\mathbf{L} \geq 0$, а также симметричности (в силу инвариантности) (11) по s_1, s_2 и s_3 имеем

$$(15) \quad L_3 = 3\mathbf{L} \max_{0 \leq s_1, s_2, s_3 \leq t \leq T} |(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_1))(\mathbf{k} - \mathbf{L}(t - s_2))|.$$

Функция, входящая под знак максимума в (15), достигает своего наибольшего значения k^2 при $T < \frac{k}{L}$ и $t - s_i = 0$, $i = 1, 2$. Из (15) следует $L_3 = 3k^2L$, т.е.

$$L = \frac{L_3}{3M_3^{\frac{2}{3}}}.$$

Следовательно,

$$\frac{k}{L} = \frac{3M_3}{L_3}.$$

Таким образом, при $T < \frac{3M_3}{L_3}$ ядро $K_3(t, s_1, s_2, s_3)$ имеет вид (8).

Необходимость. Пусть справедливо (8), тогда выполнение (9) с учетом (12) очевидно. При этом (10) также выполняется, так как

$$\begin{aligned} & \max_{0 \leq s_1, s_2, s_3 \leq t \leq T < \frac{3M_3}{L_3}} |(K_3(t, s_1, s_2, s_3))'_t| = \\ & = \frac{L_3}{M_3^{\frac{2}{3}}} \max_{0 \leq s_1, s_2 \leq t \leq T < \frac{3M_3}{L_3}} \left| \prod_{i=1}^2 \left(\sqrt[3]{M_3} - \frac{L_3}{3M_3^{\frac{2}{3}}}(t - s_i) \right) \right|. \end{aligned}$$

Теорема доказана.

По аналогии с предыдущими случаями можно выписать вид N -мерного ядра.

Теорема 2. Пусть $M_N > 0$ и $L_N \geq 0$, тогда для того, чтобы ядро Вольтерра $K_N(t, s_1, \dots, s_N)$ имело вид

$$(16) \quad K_N(t, s_1, \dots, s_N) = \prod_{i=1}^N \left(M_N^{\frac{1}{N}} - \frac{L_N}{NM_N^{\frac{N-1}{N}}}(t - s_i) \right)$$

при $0 \leq s_1, \dots, s_N \leq t \leq T$, $T < \frac{NM_N}{L_N}$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\begin{aligned} M_N &= \max_{0 \leq s_2, \dots, s_N \leq t \leq T} |K_N(t, t, s_2, \dots, s_N)|, \\ L_N &= \max_{0 \leq s_1, \dots, s_N \leq t \leq T} |(K_N(t, s_1, \dots, s_N))'_t|. \end{aligned}$$

Доказательство этого факта основано на результатах [9]. Таким образом, тестовое интегральное уравнение (1) содержит ядро $K_1(t, s_1)$ вида (6) и ядра $K_n(t, s_1, \dots, s_n)$ вида (16) для $n = 2, \bar{N}$ при $0 \leq s_1, \dots, s_n \leq t \leq T$, где $T < \min \left\{ \frac{2M_2}{L_2}, \dots, \frac{nM_n}{L_n} \right\}$.

4. Приложение

Перейдем далее к практическому применению полученных в предыдущем пункте результатов для описания нелинейной динамики. Существенную роль среди элементов энергетических установок играют теплообменные аппараты, динамика которых отличается высоким быстродействием.

Рассмотрим в качестве имитационной динамической системы математическую модель переходного процесса в элементе теплообменного аппарата. Следуя [11], воспользуемся математической моделью динамики энтальпии $\Delta i(t)$ теплоносителя на выходе теплообменника при изменении расхода воды $\Delta D(t)$:

$$(17) \quad \Delta i(t) = \frac{Q_0 \lambda_1 \lambda_2}{D_0 (\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t \Delta D(\eta) \left(e^{-\lambda_1 \frac{\int_0^t (D(s)) ds}{\eta}} - e^{-\lambda_2 \frac{\int_0^t (D(s)) ds}{\eta}} \right) d\eta, \quad t \in [0, T].$$

При этом в (17) D_0 (кг/с) и Q_0 (кВт) – начальные значения расхода и теплоподвода, а λ_1 и λ_2 – корни характеристического уравнения некоторой системы двух дифференциальных уравнений первого порядка, Δ – приращение, например, $D(t) = D_0 + \Delta D(t)$.

Числовые характеристики, входящие в (17), принимались соответствующими реальному теплофизическому процессу на высокотемпературном контуре ИСЭМ СО РАН, в частности, $D_0 = 0,16$ кг/с, $Q_0 = 100$ кВт, $i_0 = 434$ кДж/кг. Модель (17) важна с методической точки зрения для исследования динамики сложных теплоэнергетических объектов в конце переходного процесса, что отмечено в статье [15].

Пусть в предположении стационарности (неизменности по времени t) динамической системы ядра Вольтерра (1) при $N = 2$

$$(18) \quad \Delta i_{mod}(t) = \int_0^t K_1(t - s_1) \Delta D(s_1) ds_1 + \\ + \int_0^t \int_0^t K_2(t - s_1, t - s_2) \Delta D(s_1) \Delta D(s_2) ds_1 ds_2, \quad t \in [0, T],$$

описывающие динамику $\Delta i(t)$ в (17), уже идентифицированы, например, с помощью методики, изложенной в [7]. Модель (18) отображает динамические свойства управляемого объекта (17). Вычисление входных сигналов $\Delta D(t)$ в [7], обеспечивающих требуемый отклик системы $\Delta i_{mod}(t)$ при известных $K_1(t - s_1)$, $K_2(t - s_1, t - s_2)$, выполнялось в предположении, что численное решение полиномиального уравнения (18) существует на всем исследуемом промежутке $[0, T]$.

Применим тестовое интегральное уравнение

$$(19) \quad \int_0^t (4116,815 + 137,317s) \Delta D(t - s) ds + \left(\int_0^t (-1593,257 + 53,756s) \Delta D(t - s) ds \right)^2 = \Delta i(t)$$

для оценки величины T – верхней границы области существования $\Delta D(t)$ в классе $C_{[0,T]}$. В (19) подынтегральные функции указаны для конкретных значений k , L_1 , M_2 , L_2 , полученных с помощью сеточных аналогов ядер из (18), восстановленных с шагом $h = 0,25$ (с) при помощи тестовых сигналов

$$\Delta D_\omega(t) = 0,04(e(t) - e(t - \omega)), \quad 0 \leq \omega \leq t \leq T,$$

где $e(t)$ – функция Хевисайда, $t \in [0, 30]$. На рис. 1, 2 иллюстрируется специфика ядер Вольтерра из (19) в сравнении с соответствующими сеточными аналогами K_1^h , K_2^h из (18) для $s_1 \geq s_2$ (с учетом симметричности K_2).

Рассмотрим далее численное решение квадратичного интегрального уравнения (19), в котором $\Delta D(t)$ обеспечивает заранее заданный отклик $\Delta i(t) = 117 - 117t$, $t \in [0, 5]$. Выбор нужного корня при этом определяется условием [7]

$$\Delta D_1^h \xrightarrow{h \rightarrow 0} \Delta D(0) = \frac{\Delta i'(0)}{K_1(0)}.$$

В таблице 1 приведены результаты численного решения (19) на равномерной сетке $t_i = ih$, $i = \overline{1, n}$, $nh = T$ методом правых прямоугольников. Здесь через I обозначена мнимая единица.

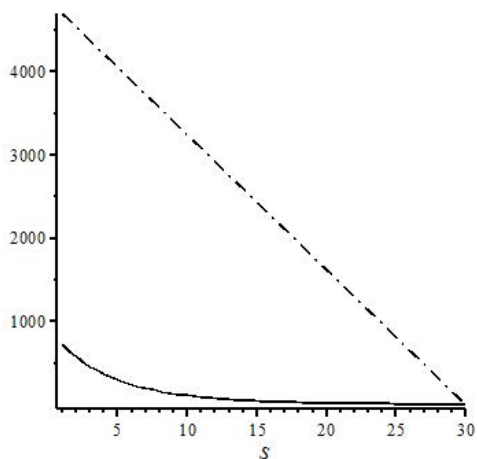


Рис. 1. Сопоставление разностного аналога $|K_1^h|$ (сплошная линия) и модуля функции (6) (пунктир с точкой)

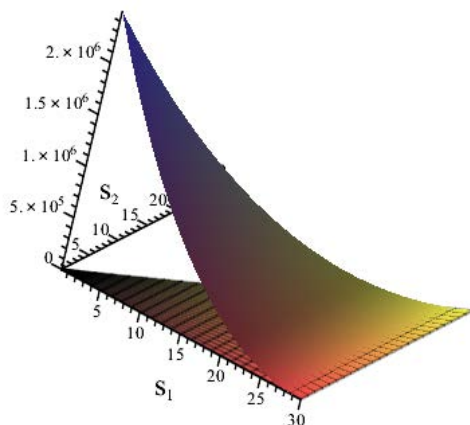


Рис. 2. Сопоставление разностного аналога K_2^h (сетчатая поверхность) и функции (7)

Таблица 1. Сеточное решение уравнения (19)

t_i	$h = 0,25$
1	-0,020671
2	0,004339
3	0,005657
4	0,011085
5	0,003393 – 0,013763I

Анализ результатов вычислительного эксперимента показывает, что область существования непрерывного решения находится в интервале $[0, T]$, $T < T^*$, где $T^* = 5$ (с).

5. Заключение

Таким образом, в данной статье выделена интегральная модель, ядра Вольтерра в которой удовлетворяют специальным мажорантным оценкам, связанным с исследованием области существования полиномиальных уравнений вольтерровского типа. Приведен пример практического использования предложенного подхода в задаче восстановления изменения расхода воды, обеспечивающего требуемое отклонение энтальпии на выходе элемента теплообменного аппарата.

Литература

1. АПАРЦИН А.С. *Полилинейные интегральные уравнения Вольтерра I рода: элементы теории и численные методы* // Известия Иркутского государственного университета. Математика. – 2007. – №1. – С. 13–41.
2. ВОЛЬТЕРРА В. *Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений*. – Москва: Наука, 1982. – 302 с.
3. ИВАНОВСКИЙ Р.И., ТАРАНОВ А.Г. *Синтез многомерных систем автоматического управления с применением ЭЦВМ*. – Москва: Наука, 1970. –172 с.

4. *Иерархия в больших системах энергетики. В 2-х т. // Труды симпозиума «Иерархия в больших системах энергетики», 1978 г., Иркутск, Сибирский энергетический институт СО АН СССР / Под ред. Ю.Н. Руденко. – Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1978. – 278 с.*
5. КИРПА А.В. *Синтез квазиоптимальных управлений по критерию обобщенной работы с использованием функциональных рядов Вольтерра: Дис. канд. техн. наук. – Тула, 2008. – 241 с.*
6. ЛОВЧАКОВ В.И., СУХИНИН Б.В., СУРКОВ В.В. *Нелинейные системы управления электроприводами и их аналитическое конструирование. – Тула: Тульский государственный университет, 1999. – 164 с.*
7. СОЛОДУША С.В. *К задаче моделирования динамики теплообменников квадратичными полиномами Вольтерра // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №1. – С. 105–114.*
8. СОЛОДУША С.В. *Приложение нелинейных уравнений Вольтерра I рода к задаче управления динамикой теплообмена // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №6. – С. 133–140.*
9. СОЛОДУША С.В., ГРАЖДАНЦЕВА Е.Ю. *Тестовое полиномиальное уравнение Вольтерра I рода в задаче идентификации входных сигналов // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2021. – Т. 27, №4. – С. 161–174.*
10. *Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – Москва: Наука, 1987. – 712 с.*
11. ТАИРОВ Э.А., ЗАПОВ В.В. *Интегральная модель нелинейной динамики парогенерирующего канала на основе аналитических решений // Вопросы атомной науки и техники. Физика ядерных реакторов. – 1991. – Вып. 3. – С. 14–20.*
12. *Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Теория нестационарных, нелинейных и самонастраивающихся систем автоматического регулирования / Под ред. В.В. Солодовникова. – Москва: Машиностроение, 1969. – Ч. II. – 368 с.*

13. BHATT D., SHARMA S.N. *Volterra model-based control for nonlinear systems via Carleman linearization // arXiv preprint arXiv:2101.00495. 2021. arxiv.org*
14. LOVCHAKOV V.I. *The method of analytical design of quasi-optimal control systems with polynomial nonlinearities // Automation and Remote Control. – 2007. – Vol. 68, No. 6. – P. 979–992.*
15. SOLODUSHA S.V., BULATOV M.V. *Integral Equations Related to Volterra Series and Inverse Problems: Elements of Theory and Applications in Heat Power Engineering // Mathematics. – 2021. – Vol. 9, №16. – P. 1905.*

APPLICATION OF VOLTERRA-TYPE TEST EQUATIONS TO IDENTIFY INPUT SIGNALS

Vadim Spiryaev, Melentiev Energy Systems Institute Siberian Branch of RAS, Irkutsk, senior engineer researcher (eldin@mail.ru).
Svetlana Solodusha, Melentiev Energy Systems Institute Siberian Branch of RAS, Irkutsk, Doctor of Science, assistant professor (solodusha@isem.irk.ru).

Abstract: The paper addresses the problem of identifying a scalar input signal of a controlled dynamic object described by the integral model in the form of a Volterra polynomial. Special classes of polynomial integral equations are distinguished, the Volterra kernels of which guarantee the fulfillment of unimprovable estimates for solutions to nonlinear inequalities. Alongside theoretical statements, the results of a computational experiment in the problem of modeling the dynamics of a heat-and-power object are presented.

Keywords: non-parametric identification, nonlinear dynamic system, polynomial Volterra equations.

УДК 517.9

ББК 22.162

DOI: 10.25728/ubs.2022.96.1

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

Поступила в редакцию 10.12.2021.

Дата опубликования 31.03.2022.

О СУЩЕСТВОВАНИИ СТАТИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ ПО ВЫХОДУ

Мухин А. В.¹

(Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород)

Рассмотрена задача о существовании статических регуляторов по выходу для линейных непрерывных стационарных управляемых и наблюдаемых объектов в общем случае и дано ее решение. Очевидным преимуществом управления статической обратной связью по выходу по сравнению с управлением по состоянию является то, что для ее реализации не требуется измерять все переменные состояния. Не менее значимое преимущество перед управлением в форме линейного динамического регулятора состоит в том, что размерности замкнутого и исходного объектов равны. Показано, что с помощью приведения матриц входа и выхода к блочно-однородному виду исходное билинейное неравенство относительно матрицы квадратичной функции Ляпунова и матрицы регулятора можно представить в виде единой блочной симметрической матрицы. Благодаря этому удастся сформулировать необходимые и достаточные условия существования статических регуляторов по выходу. В соответствии с представленной теоремой сделан вывод о том, что если матрицу объекта можно разбить на блоки таким образом, что хотя бы один из ее диагональных блоков является гурвицевым, то статический регулятор существует. Если это условие выполняется, то для существования статического регулятора по выходу необходимо и достаточно, чтобы существовал регулятор по состоянию для неустойчивого диагонального блока матрицы объекта. Полученные результаты дают четкие критерии, по которым можно делать выводы относительно возможности статической стабилизации заданного линейного объекта. Представлены примеры, на которых продемонстрировано применение полученных результатов.

Ключевые слова: статический регулятор по выходу, гурвицева матрица, теорема Ляпунова, лемма Шура.

1. Введение

Одним из наиболее востребованных способов стабилизации линейных объектов, по ряду вполне понятных причин, является статическая обратная связь по выходу. В общем случае синтез таких регуляторов сводится либо к решению билинейного матричного неравенства относительно двух переменных, либо

¹ Алексей Валерьевич Мухин, аспирант (muhin-aleksei@yandex.ru).

к поиску двух взаимно-обратных положительно определенных матриц, удовлетворяющих системе линейных матричных неравенств. В обоих случаях задача представляется невыпуклой. Решению этой задачи посвящено большое количество публикаций. Не претендуя на полноту, укажем лишь некоторую часть из них (например, [9–12, 14]). Предложено большое количество различных алгоритмов, которые в ряде случаев оказываются успешными и могут применяться для решения самых разных практических задач. В частности, в статье [1] предложен алгоритм поиска двух взаимнообратных матриц и доказана его сходимость. Обзорная работа [16], а также работы [12–14] содержат описание различных подходов и средств, применяемых для решения билинейных матричных неравенств. Отметим, что одной из первых обзорных работ, посвященных рассматриваемой тематике, является работа [17]. Более поздние результаты можно найти в [15]. Рассмотрены также различные частные случаи, для которых задача синтеза статических регуляторов по выходу может быть сведена к решению линейных матричных неравенств [6, 16]. Следует также указать работу [5], посвященную стабилизации неустойчивых объектов. Вместе с тем, насколько нам известно, в общем случае задача синтеза статических регуляторов по выходу является не решенной в смысле существования необходимых и достаточных условий, выражаемых в форме линейных матричных неравенств, таких как, например, для статического регулятора по состоянию. Кроме того, в общем случае не существует четких критериев относительно размерностей входа и выхода, по которым можно делать выводы о существовании статических регуляторов по выходу (см. например [8]). В качестве примера подобных критериев можно отметить ранговый критерий управляемости для существования регуляторов по состоянию.

В статье представлено решение задачи о существовании статических регуляторов по выходу. Показано, что если матрицу объекта можно представить в блочном виде с двумя диагональными квадратными блоками таким образом, что по крайней мере один из блоков будет гурвицевым, то для существования статического регулятора по выходу необходимо и достаточно,

чтобы существовал статический регулятор по состоянию для неустойчивого блока матрицы.

Статья организована следующим образом. Второй раздел содержит постановку задачи. В третьем разделе представлено решение задачи на основе теоремы о существовании статического регулятора по выходу. Здесь также вводится понятие блочно-однородных матриц входа и выхода, играющих важную роль для основных результатов работы. Четвертый раздел содержит применение полученных результатов для статической стабилизации нескольких линейных объектов. Завершает основную часть статьи заключение.

2. Формулировка задачи

Рассмотрим задачу стабилизации линейного управляемого и наблюдаемого стационарного объекта с помощью статического регулятора по выходу. Дан неустойчивый объект вида

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(0) = x_0, \\ y &= Cx, \end{aligned}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния объекта; $y \in R^p$ – измеряемый выход; $u \in R^m$ – вход; $A \in R^{n \times n}$ – матрица объекта; $B \in R^{n \times m}$ – матрица входа; $C \in R^{p \times n}$ – матрица выхода.

Для стабилизации (1) применим закон управления из класса статических обратных связей по выходу. Уравнение соответствующего регулятора имеет вид

$$(2) \quad u = Ky,$$

где $K \in R^{m \times p}$ – матрица регулятора.

Уравнение состояния замкнутой системы (1) с учетом (2) примет замкнутый вид

$$(3) \quad \dot{x} = Ax + BKCx.$$

Запишем матрицу замкнутой системы

$$(4) \quad A_c = A + BKC.$$

Без потери общности, ограничим размерность выхода p следующим образом:

$$(5) \quad m \leq p < n.$$

Введенные ограничения не являются принципиальными, а напротив, вполне естественными и в большинстве практических задач выполняются. Если все же $m > p$, то выкладки будут

аналогичными. Тогда задача заключается в том, чтобы определить необходимые и достаточные условия относительно размерностей входа m и выхода p , при которых существует статический регулятор по выходу, обеспечивающий асимптотическую устойчивость замкнутой системы с матрицей (4).

3. Решение задачи

Прежде чем переходить к решению задачи, приведем некоторые вспомогательные результаты, которые понадобятся в дальнейшем. Рассмотрим произвольную действительную матрицу линейного объекта

$$(6) \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Представим ее в блочном виде с квадратными диагональными блоками:

$$(7) \quad A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}.$$

Докажем лемму:

Лемма 1. Любую гурвицеву матрицу можно представить в блочном виде таким образом, что по крайней мере один из двух ее диагональных блоков будет гурвицевым, т.е.

$$(8) \quad \exists i \in \{1 \leq i \leq 2\} \rightarrow \lambda_{\max}(A_{ii} \in R^{k \times k}) < 0,$$

где $\lambda_{\max}(A_{ii}) = \max_{1 \leq j \leq k} \{ \operatorname{Re} \lambda_j(A_{ii}) \}$.

Доказательство. Пусть матрица A вида (7) гурвицева. Значит, в соответствии с теоремой Ляпунова существует такая матрица $Y = Y^T > 0$, что выполняется следующее неравенство:

$$(9) \quad \Psi = AY + YA^T = \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{12}^T & \Psi_{22} \end{pmatrix} < 0,$$

где $Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{pmatrix}$.

Блоки матрицы Ψ определяются следующим образом:

$$(10) \quad \Psi_{11} = A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T + A_{12}Y_{12}^T + Y_{12}A_{12}^T,$$

$$(11) \quad \Psi_{12} = A_{11}Y_{12} + A_{12}Y_{22} + Y_{11}A_{21}^T + Y_{12}A_{22}^T,$$

$$(12) \quad \Psi_{22} = A_{21}Y_{12} + Y_{12}^T A_{21}^T + A_{22}Y_{22} + Y_{22}A_{22}^T.$$

Предположим обратное: ни один из блоков матрицы A не является гурвицевым. Для разрешимости неравенства (9) необходимо, чтобы выполнялись следующие неравенства:

$$(13) A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T + A_{12}Y_{12}^T + Y_{12}A_{12}^T < 0,$$

$$(14) A_{21}Y_{12} + Y_{12}^T A_{21}^T + A_{22}Y_{22} + Y_{22}A_{22}^T < 0,$$

где $Y_{ii} > 0$.

Поскольку матрица Y_{12} входит в оба неравенства, то обеспечить разрешимость обоих неравенств одновременно невозможно. Если, например, разрешимо неравенство (13), то разрешимость (14) будет определяться только матрицей Y_{22} . Но так как A_{22} не гурвицева, то обеспечить разрешимость (14) только одной матрицей Y_{22} невозможно. Следовательно, хотя бы один из диагональных блоков гурвицевой матрицы A должен быть гурвицевым. Лемма доказана.

Отметим, что если в матрице A выполняется условие (8), то это не гарантирует того, что матрица гурвицева, т.е. обратное утверждение не верно.

Рассмотрим второй вспомогательный результат, который в дальнейшем будет играть ключевую роль. Введем в рассмотрение блочно-однородные матрицы входа и выхода. Именно, матрицы B и C являются блочно-однородными, если они удовлетворяют следующим условиям:

$$(15) B = \begin{pmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_m \\ 0_{(n-m) \times m} \end{pmatrix},$$

$$(16) C = (C_p \ 0_{p \times (n-p)}), \quad C = (0_{p \times (n-p)} \ C_p),$$

где B_m и C_p – квадратные матрицы полного ранга.

Благодаря такому представлению, произведение матриц BK в (4) можно представить в виде блочной матрицы, все блоки которой, за исключением одного, равного $K = B_m K C_p$, будут нулевыми. Понятно, что в общем случае матрицы входа и выхода являются произвольными и не являются блочно-однородными. Покажем, что с помощью линейных преобразований исходного объекта матрицы входа и выхода всегда могут быть получены в соответствии с (15) и (16). Для этого докажем следующую лемму:

Лемма 2. В пространстве состояния объекта с матрицей A всегда можно выбрать такой базис, в котором матрицы входа и выхода будут иметь блочно-однородный вид.

Доказательство. Будем считать, что относительно матриц входа и выхода возможны дванаиболее часто встречающихся на практике случая. В первом случае в управлении и измерении задействованы разные переменные состояния, т.е. $R^m \cap R^p = \emptyset$. Произведение матриц выхода и входа в таком случае всегда будет удовлетворять условию

$$(17) CB = 0_{p \times m}.$$

Это условие будет также выполняться, когда

$$(18) B = \begin{pmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_m \end{pmatrix} \text{ и } C = (C_p \ 0_{p \times (n-p)})$$

либо

$$(19) B = \begin{pmatrix} B_m \\ 0_{(n-m) \times m} \end{pmatrix} \text{ и } C = (0_{p \times (n-p)} \ C_p).$$

Во втором случае переменные, задействованные в управлении и измерении, частично или полностью совпадают. Произведение матриц выхода и входа в таком случае будет удовлетворять условию $CB \neq 0_{p \times m}$. Так как $p \geq m$, то произведение CB можно представить в виде следующей матрицы:

$$(20) CB = C_p \begin{pmatrix} B_m \\ 0_{r \times m} \end{pmatrix},$$

где $r = p - m$.

Это условие будет также выполняться, если

$$(21) B = \begin{pmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_m \end{pmatrix} \text{ и } C = (0_{p \times (n-p)} \ C_p),$$

а также если

$$(22) B = \begin{pmatrix} B_m \\ 0_{(n-m) \times m} \end{pmatrix} \text{ и } C = (C_p \ 0_{p \times (n-p)}).$$

Для определенности докажем условие леммы для первого случая, т.е. когда в управлении и измерении задействованы разные переменные состояния. Для второго случая доказательство будет аналогичным. Пусть размерность объекта является нечетным числом, т.е. $n = 2k + 1, k \in Z$, и пусть $p = k + 1$ и $m = n - p$. Положим, что в измерении задействованы переменные, например, с нечетными индексами, т.е. если вектор состояния

$x^T = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, то измеряемыми будут x_1, x_3, \dots, x_n . Выполним преобразование вектора x так, чтобы матрицы B и C удовлетворяли, например, (18). Для этого введем новый вектор состояния

$$(23) \quad x^T = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n).$$

Определим переменные вектора x через переменные x следующим образом:

$$(24) \quad x^T = (x_1, x_3, \dots, x_{2k+1}, \dots, x_n, x_2, x_4, \dots, x_{2l}, \dots, x_{n-1}).$$

Тогда матрицы B и C в новом базисе будут удовлетворять виду (18). Выбранному базису соответствует линейное преобразование матрицы объекта вида $A = PAP^T$. Матрица $P \in R^{n \times n} \{0,1\}$ обеспечивает перестановку строк в соответствии с новым вектором x . Причем для такой матрицы справедливо равенство $P^T = P^{-1}$. В результате получим матрицу A с переставленными строками и столбцами. Отметим, что так как матрицы A и A являются подобными, то их спектры совпадают. Запишем исходный объект в новом базисе:

$$(25) \quad \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0,$$

$$y = Cx,$$

$$\text{где } B = \begin{pmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_m \end{pmatrix}; \quad C = (C_p \quad 0_{p \times (n-p)}).$$

Таким образом, если в управлении и измерении используются разные переменные состояния, то всегда можно выбрать такой базис, в котором матрицы входа и выхода будут блочно-однородными. Для второго случая, когда $R^m \cap R^p \neq \emptyset$, также можно выбрать линейное преобразование матрицы объекта таким образом, что матрицы B и C в новом базисе будут блочно-однородными в соответствии с (21) или (22). Лемма доказана.

Отметим, что обратное преобразование к исходному базису всегда существует. Далее докажем теорему, представляющую основной результат статьи:

Теорема (о существовании статического регулятора по выходу). *Статический регулятор по выходу для неустойчивого объекта с матрицей A существует тогда и только тогда, когда ее можно представить в блочном виде таким образом,*

что хотя бы один из двух диагональных блоков этой матрицы будет гурвицевым.

Доказательство. Рассмотрим неустойчивую (не гурвицеву) матрицу A вида (7). Пусть один из блоков этой матрицы является гурвицевым. Для определенности будем считать, что таковым является блок $A_{22} \in R^{k \times k} (k < n)$. Будем считать, что в управлении и измерении задействованы частично одинаковые переменные, и потребуем, чтобы матрицы B и C удовлетворяли условиям

$$(26) B = \begin{pmatrix} B_m \\ 0_{(n-m) \times m} \end{pmatrix},$$

$$(27) C = (C_p \ 0_{p \times (n-p)}).$$

Получим произведение $BKC = \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Так как матрицы B_m и C_p невырожденные, то уравнение $K = B_m K C_p$ всегда разрешимо относительно K . Поэтому будем считать, что $K = K$. Сопоставим размерности блоков матрицы BKC с размерностью блоков матрицы A , подразумевая под ней $A = PAP^T$. Пусть $p = n - k$. В силу того, что $m \leq p$, то справедливо равенство $m + r = p$. Откуда имеем $n - m = k + r$. Получим следующую матрицу:

$$(28) BKC = \begin{pmatrix} K_0 & 0_{p \times k} \\ 0_{k \times p} & 0_{k \times k} \end{pmatrix},$$

где $K_0 = \begin{pmatrix} K \\ 0_{r \times p} \end{pmatrix} \in R^{p \times p}$.

Матрица замкнутой системы, с учетом (28), будет равна

$$(29) A_c = \begin{pmatrix} A_{11} + K_0 & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}.$$

Применим теорему Ляпунова об устойчивости для матрицы A_c и представим получившееся билинейное неравенство в виде блочной матрицы

$$(30) A_c Y + Y A_c^T = \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{12}^T & \Psi_{22} \end{pmatrix} < 0,$$

где $Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{pmatrix} > 0$.

Блоки матрицы Ψ определяются следующим образом:

$$(31) \Psi_{11} = A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T + A_{12}Y_{12}^T + Y_{12}A_{12}^T + K_0Y_{11} + Y_{11}K_0^T,$$

$$(32) \Psi_{12} = A_{11}Y_{12} + A_{12}Y_{22} + Y_{11}A_{21}^T + Y_{12}A_{22}^T + K_0Y_{12},$$

$$(33) \Psi_{22} = A_{21}Y_{12} + Y_{12}^T A_{21}^T + A_{22}Y_{22} + Y_{22}A_{22}^T,$$

где $Y_{ii} > 0$.

Для разрешимости (30) необходимо, чтобы выполнялись следующие неравенства:

$$(34) \Psi_{ii} < 0, \quad i = 1, 2.$$

Так как A_{22} гурвицева, то $\Psi_{22} < 0$ при любой Y_{12} . Положим, что $Y_{12} = 0_{p \times k}$. Неравенство $\Psi_{11} < 0$ в таком случае будет выполняться тогда и только тогда, когда матрица замкнутой системы $A_c^{11} = A_{11} + K_0$ является гурвицевой. Введем новую матрицу $B_{11} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix}$ и перепишем матрицу A_c^{11} в виде

$$(35) A_c^{11} = A_{11} + B_{11}K.$$

Откуда следует, что для выполнения неравенства $\Psi_{11} < 0$ необходимо и достаточно, чтобы для матрицы A_c существовал статический регулятор по состоянию. Известно (см. например, [3], стр. 265), что для этого должно выполняться ранговое условие вида

$$(36) \text{rank} \left(B_{11}A_{11}B_{11} \dots A_{11}^{p-1}B_{11} \right) = p.$$

Если (36) выполняется, то пара (A_{11}, B_{11}) управляема. Считаем, что пара (A_{11}, B_{11}) управляема, и получаем, что необходимые условия разрешимости неравенства (30) выполняются. Тогда, в соответствии с леммой Шура [3, стр. 253], для разрешимости последнего необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$$(37) \Psi_{11}[Y_{11}, K] < \Psi_{12}\Psi_{22}^{-1}\Psi_{12}^T[Y_{11}, Y_{22}].$$

Видим, что при заданной матрице Y_{11} разрешимость левой и правой частей (37) определяется матрицами K и $Y_{22} > 0$, которые можно варьировать независимо друг от друга. Значит, при некоторых матрицах $Y_{11} > 0$ и $Y_{22} > 0$ выбором матрицы регулятора K , расположенной только в левой части (37), можно получить такую матрицу $\Psi_{11}[K] < 0$, которая обеспечит разрешимость неравенства (37), а значит и исходного неравенства (30), что эквивалентно существованию статического регулятора по выходу. Пусть теперь ни один из двух блоков в исходной мат-

рице A не является гурвицевым, т.е. $k = 0$. В соответствии с леммой 1 хотя бы один блок в устойчивой матрице должен быть гурвицевым. В рассматриваемом случае, когда матрица A_c удовлетворяет виду (29), условие леммы выполняется за счет верхнего диагонального блока, который можно стабилизировать матрицей K_0 . Однако для стабилизации A_c одного устойчивого блока в данном случае недостаточно. Необходимо, чтобы блок A_{22} также был гурвицевым. Действительно, в соответствии с теоремой Гершгорина для блочных матриц [4, стр. 415], каждое собственное значение λ матрицы A_c принадлежит по крайней мере одной из областей

$$(38) \left\| (A_{11} + K_0 - \lambda I)^{-1} \right\|^{-1} \leq \|A_{ij}\|,$$

$$(39) \left\| (A_{22} - \lambda I)^{-1} \right\|^{-1} \leq \|A_{ij}\|,$$

где $i \neq j$.

Выбором матрицы K_0 можно обеспечить локализацию спектра матрицы $A_{11} + K_0$ в левой комплексной полуплоскости, так, что все области (38) будут расположены также в левой полуплоскости. Если при этом часть спектра матрицы A_{22} расположена в правой полуплоскости, т.е. $\lambda_{max}(A_{22}) > 0$, то изменяя только расположение спектра матрицы $A_{11} + K_0$ при заданных радиусах $\|A_{12}\|$ и $\|A_{21}\|$, обеспечить локализацию спектра всей матрицы A_c в левой комплексной полуплоскости в общем случае невозможно. Таким образом, нижний блок A_{22} в исходной матрице объекта должен быть гурвицевым. Так как $p = n - k$, то при $k = 0$ имеем $p = n$, т.е. статический регулятор по состоянию. Следовательно, если ни один из диагональных блоков в исходной матрице объекта не является гурвицевым, то стабилизация такой матрицы возможна только регулятором по состоянию. Теорема доказана. ■

Отметим, что размерности пространства измерения m для матриц A и A_{11} , вообще говоря, могут не совпадать. Поэтому размерность входа m в (36) должна соответствовать матрице A_{11} . Минимальное значение размерности выхода при этом равно размерности неустойчивого блока матрицы A . Это условие также можно записать в виде рангового соотношения

$$(40) \min\{\text{rank}(C)\} = n - k.$$

На основании теоремы сформулируем следствие:

Следствие. Если матрицу объекта можно представить в блочном виде таким образом, что хотя бы один из двух диагональных блоков этой матрицы будет гурвицевым, то для существования статического регулятора по выходу необходимо и достаточно, чтобы существовал статический регулятор по состоянию для неустойчивого блока матрицы объекта, варьируя который можно обеспечить устойчивость замкнутой системы.

4. Примеры

Рассмотрим три неустойчивых линейных объекта: электромагнитный подвес, ротор в электромагнитных подшипниках, а также двухзвенный перевернутый маятник. Применим полученные результаты для решения задачи статической стабилизации по выходу указанных объектов.

Матрица A , описывающая систему уравнений электромагнитного подвеса, имеет вид [2]

$$(41) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -7,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix},$$

где $A_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -7,5 \end{pmatrix}$.

Поскольку нижний блок A_{22} является гурвицевым, то максимальная размерность устойчивого диагонального блока $k = 2$. Следовательно, минимальная размерность выхода будет равна $p = n - k = 1$. Это означает, что при правильном выборе матриц входа и выхода замкнутый объект должен быть асимптотически устойчивым. Действительно, если задать матрицы B и C в виде

$$(42) B^T = (1 \ 0 \ 0),$$

$$(43) C = B^T,$$

то матрица замкнутой системы может быть гурвицевой. Представим ее в виде

$$(44) A_c = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -7,5 \end{pmatrix}.$$

При $k > 7,5$ получаем гурвицеву матрицу A_c . Если матрица B имеет отличный от (42) вид, то значение p будет другим. Если $B = (0 \ 0 \ 1)^T$, то задача решается при $p = 2$.

Рассмотрим второй объект, описывающий вращение вертикального жесткого ротора в электромагнитных подшипниках. Матрицу объекта можно представить в блочном виде [7]

$$(45) A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \in R^{12 \times 12}.$$

Нижний диагональный блок $A_{22} \in R^{4 \times 4}$ является отрицательно определенным и поэтому гурвицев. Значит, размерность неустойчивого диагонального блока A_{11} равна 8. Следовательно, минимальная размерность выхода должна быть равной $p = 8$. Значение входа, при котором пара (A_{11}, B_{11}) является управляемой, равно $m = 4$. Отметим, что для матрицы A это значение составляет $m = 1$. Применяв алгоритм поиска двух взаимобратных матриц [1] для решения матричного неравенства в форме (30), убеждаемся, что при выборе матриц входа и выхода в виде

$$(46) B = \begin{pmatrix} I_m \\ 0_{(n-m) \times m} \end{pmatrix},$$

$$(47) C = (I_p \ 0_{p \times (n-p)})$$

задача разрешима и замкнутый объект оказывается асимптотически устойчивым.

Рассмотрим последний объект – двухзвенный перевернутый маятник. Матрица объекта равна [3, стр. 49]

$$(48) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видно, что устойчивое подпространство для такой матрицы не существует, т.е. $k = 0$. Следовательно, $p = n = 4$. Это означает, что статическая стабилизация по выходу такого объекта невозможна. Для стабилизации такого объекта можно синтезировать статический регулятор только по состоянию.

5. Заключение

На основании полученных результатов можно заключить, что критерием существования статического регулятора по выходу для линейного управляемого и наблюдаемого объекта является существование устойчивого диагонального блока матрицы объекта. Если матрицу объекта удастся разбить на блоки таким образом, что хотя бы один из двух диагональных блоков является гурвицевым, что статический регулятор по выходу существует. Минимальная размерность выхода в этом случае будет равна размерности неустойчивого подпространства. Размерность входа определяется из рангового условия управляемости неустойчивого матричного блока. Приведенные результаты представляют новизну и позволяют существенно облегчить поиск статических регуляторов по выходу, так как дают четкие значения размерностей входа и выхода, при которых задача будет разрешимой.

Автор благодарит профессора кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Д.В. Баландина за обсуждение результатов, а также за ценные и полезные замечания.

Литература

1. БАЛАНДИН Д.В., КОГАН М.М. *Синтез регуляторов на основе решения линейных матричных неравенств и алгоритма поиска взаимно-обратных матриц* // Автоматика и телемеханика. – 2005. – №1. – С. 82–99.
2. БАЛАНДИН Д.В., БИРЮКОВ Р.С., КОГАН М.М., ФЕДЮКОВ А.А. *Оптимальная стабилизация тела в электромагнитном подвесе без изменения его положения*// Известия РАН. ТиСУ. – 2017. – №3. – С. 12–24.
3. БАЛАНДИН Д.В., КОГАН М.М. *Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств*. – М.: Физматлит, 2007. – 281 с.
4. ГАНТМАХЕР Ф.Р. *Теория матриц*. – М.: Наука, 1987.
5. ГРИШИН А.А., ЛЕНСКИЙ А.В., ОХОЦИМСКИЙ Д.Е., ПАНИН Д.А., ФОРМАЛЬСКИЙ А.М. *О синтезе управления*

- неустойчивым объектом. *Перевернутый маятник* // Известия РАН. ТИСУ. – 2002. – №5. – С. 14–24.
6. МУХИН А.В. *Синтез статических регуляторов на основе решения линейных матричных неравенств* // Управление большими системами. – 2021. – Вып. 92. – С. 38–42.
 7. МУХИН А.В. *Математическое моделирование процесса стабилизации жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках* // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2021. – №2. – С. 36–48.
 8. ШУМАФОВ М.М. *Стабилизация линейных систем управления. Проблема назначения полюсов. Обзор* // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. – 2019. – Т. 6(64), Вып. 4. – С.564–591.
 9. ASTOLFI A., COLANERI P. *Static output feedback stabilization of linear and nonlinear systems* // 39th Conf. on Decision and Control, Sydney, Australia, 2000.
 10. ASTOLFI A., COLANERI P. *An algebraic characterization for the static output feedback stabilization problem* // American Control Conference, Arlington, VA, 2001. –P. 1408–1413.
 11. CAO Y.-Y., LAM J., SUN Y.-X. *Static output feedback stabilization: an ILMI approach* // Automatica. – 1998. –Vol. 34. – P. 1641–1645.
 12. EL GHAOUI L., OUSTRY F., AITRAMI M. *A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1997. – Vol. 42. –P. 1171–1176.
 13. HASSIBI A., HOW J., BOYD S. *A path following method for solving BMI problems in control* // Proc. of American Control Conference. – 1999. –Vol. 2. –P. 1385–1389.
 14. HENRION D., LOEFBERG J., KOCVARA M., STINGL M. *Solving polynomial static output feedback problems with PENBMI* // Proc. Joint IEEE Conf. Decision Control and Europ. Control Conf., Sevilla, Spain, 2005.
 15. RÖBENACK K., VOSWINKEL R., FRANKE MIRCO, FRANKE MATTHIAS. *Stabilization by static output feedback: a quantifier elimination approach* // Proc. Int. Conf. Syst. Theory, Control, Computing (ICSTCC 2018), Sinaia, Romania, 2018.

16. SADABADI M. S., PEAUCELLE D. *From static output feedback to structured robust static output feedback: A survey* // Annual Reviews in Control. – 2016. –Vol. 42. –P. 11–26.
17. SYRMOS V.L., ABDALLAH C.T., DORATO P., GRIGORIADIS K. *Static Output Feedback. A Survey* // Automatica. – 1997. –Vol.33, №. 2. –P. 125–137.

ABOUT STATIC OUTPUT CONTROLLER EXISTING

Aleksey Mukhin, Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod, postgraduate student (myhin-aleksey@yandex.ru).

Abstract: The problem of the existence of static output controllers for linear time-invariant continuous-time controlled and observed plants in the general case is considered and its solution is given. The obvious advantage of static output feedback control over state control is that it does not require measuring all state variables to implement it. An equally significant advantage over the control in the form of a linear dynamic controller is that the dimensions of the closed-loop and initial plants are equal. It is shown that by reducing the input and output matrices to a block-homogeneous form, the initial bilinear inequality with respect to the matrix of the Lyapunov quadratic function and the controller matrix can be represented as a single block symmetric matrix. Thanks to this, it is possible to formulate the necessary and sufficient conditions for the existence of static output feedback. In accordance with the presented theorem, it is concluded that if the matrix of an object can be divided into blocks in such a way that at least one of its diagonal blocks was Hurwitz, then a static regulator exists. If this condition is met, then for the existence of a static output controller, it is necessary and sufficient that there is a state controller for an unstable diagonal block of the object matrix. The obtained results allow us to formulate criteria by which conclusions can be drawn regarding the possibility of static stabilization of a given linear object. Examples are presented, which demonstrate the application of the results obtained.

Keywords: static output feedback, Hurwitz's matrix, Lyapunov's theorem, Schur's lemma.

УДК 517.977

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2022.96.2

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии П.С. Щербаковым.*

Поступила в редакцию 28.11.2021.

Опубликована 31.03.2022.

СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЯ ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ПОЛНОПРИВОДНОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Краснов Д. В.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

В детерминированной постановке рассматривается задача наблюдения неизмеряемых переменных электромеханической системы, функционирующей в условиях параметрической неопределенности. Для случая, когда датчики расположены только на электрических исполнительных устройствах, формализованы условия, при которых задача наблюдения неизмеряемых переменных вектора состояния имеет решение без повышения динамического порядка замкнутой системы за счет рессорсов и идентификаторов неопределенных параметров. В качестве основы для построений принят подход к оцениванию действующих на объект внешних возмущений, который не нуждается в использовании динамических моделей внешних воздействий. В рамках данного подхода для рассматриваемой электромеханической системы обоснована структура редуцированного робастного наблюдателя состояния. В отличие от стандартного редуцированного наблюдателя Луенбергера, в котором не используются дифференциальные уравнения измеряемых переменных, в предлагаемом наблюдателе не используются дифференциальные уравнения, описывающие динамику неизмеряемых переменных состояния, которые при решении задачи наблюдения полагаются внешними ограниченными возмущениями. Разработана декомпозиционная процедура настройки параметров кусочно-линейных обратных связей в наблюдателе, которая обеспечивает стабилизацию с заданной точностью за заданное время ошибок наблюдения и их производных. Показано, что оценочными сигналами неизмеряемых переменных служат соответствующие переменные и управляющие воздействия наблюдателя.

Ключевые слова: электромеханическая система, робастность, редуцированный наблюдатель состояния, декомпозиция, кусочно-линейная обратная связь.

1. Введение

В практических приложениях востребованы методы управления нелинейными и многосвязными техническими объектами,

¹ Дмитрий Валентинович Краснов, научный сотрудник (dim93kr@mail.ru).

обеспечивающие выполнение различных рабочих сценариев без усложнения аппаратной оснастки. В частности, использование наблюдателей состояния и возмущений [1–7] в контуре управления электромеханическими объектами обеспечивает работоспособность и отказоустойчивость системы в условиях неполного комплекта измерительных устройств.

Задача наблюдения для электромеханических систем достаточно сложна даже в условиях полной параметрической определенности из-за нелинейности математической модели объекта наблюдения и наличия перекрестных связей. Для решения задачи наблюдения при параметрической неопределенности необходим совместный анализ поведения ошибок наблюдения и переменных состояния замкнутой системы, что приводит к громоздким построениям. Другой вариант – использование регрессоров и идентификаторов неопределенных параметров – приводит к дополнительному расширению динамического порядка замкнутой системы [8] и часто к недопустимо большим ошибкам и времени идентификации.

В данной работе рассматривается альтернативный подход к решению задачи наблюдения в условиях параметрической неопределенности для полноприводных электромеханических объектов, в которых датчики установлены только на приводах. Для оценивания неизмеряемых переменных состояния разработан метод построения и синтеза редуцированного наблюдателя состояния специального вида, в котором реализована идеология оценивания внешних ограниченных сигналов без использования их динамической модели [2–7]. А именно, наблюдатель строится как копия дифференциального уравнения модели объекта, на которую действует неизвестный сигнал. Если правая часть такого уравнения параметрически определена и зависит от известных переменных состояния, то можно получить оценку внешнего сигнала с помощью корректирующего воздействия наблюдателя, если получится обеспечить стабилизацию не только ошибки наблюдения, но и ее производной. С этой целью применяются так называемые «силовые» управляющие воздействия: линейные управления с большими коэффициентами [2, 3, 10] или разрывные управления с организацией скользящего режима

[6, 7, 13]. Если модель объекта управления удовлетворяют условиям, необходимым для оценивания внешнего сигнала в рамках данного подхода, то тогда корректирующее воздействие наблюдателя вместе с измеряемыми сигналами непосредственно используется для синтеза обратной связи и компенсации возмущения. Следует отметить, что методы оценивания без использования динамической модели оцениваемого сигнала не робастны к шумам в измерениях, поэтому задача рассматривается в детерминированной постановке.

В практических приложениях целесообразно использовать непрерывные, всюду ограниченные управляющие воздействия в виде кусочно-линейных функций [3–5, 14]. Их применение эффективно в задачах обеспечения инвариантности по отношению к параметрическим и внешним возмущения и обеспечивает сходимость оценочных сигналов к неизмеряемым сигналам с любой заданной точностью. Кроме того, ограниченные оценочные сигналы при их использовании в цепи обратной связи не порождают всплесков управляющих воздействий и переменных состояния (в отличие от линейных корректирующих воздействий с большими коэффициентами [10]).

В данной работе указанный выше метод применяется для оценивания неизмеряемых переменных вектора состояния полноприводного электромеханического объекта управления с бездатчиковым манипулятором. Такая ситуация возникает в случае, когда разработчики стремятся облегчить конструкцию механизма и снизить его стоимость. Другой вариант – когда объект функционирует в неблагоприятных условиях и из-за воздействия агрессивной среды, резких перепадов температур или вибрации положения обобщенных координат манипулятора и их скорости не могут быть качественно измерены [9].

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 дано описание рассматриваемого электромеханического объекта, цель и закон управления не конкретизируются, но предполагается, что для синтеза обратной связи используются все переменные состояния. В разделе 3 формализуются условия разрешимости задачи наблюдения неизмеряемых переменных состояния по измеряемым выходам без необходимости идентификации неопре-

деленных параметров. Представлена декомпозиционная процедура синтеза редуцированного робастного наблюдателя с кусочно-линейными управляющими воздействиями. Задача рассматривается в детерминированной постановке, предполагается достаточно высокое качество имеющихся измерений [9] и отсутствие шумов.

2. Описание модели объекта наблюдения и постановки задачи

В качестве объекта наблюдения рассматривается математическая модель полноприводной электромеханической системы, которая состоит из двух связанных подсистем [7, 12]

$$(1) \quad \dot{q}_1 = q_2, \quad \dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[K(\varphi - q_1) - C(q_1, q_2)q_2 + f(t)];$$

$$(2) \quad \dot{\varphi} = \omega, \quad \dot{\omega} = J^{-1}(\Psi \tau - D\omega - K(\varphi - q_1)), \quad \dot{\tau} = L^{-1}(u - R\tau - \Psi\omega),$$

где механическая подсистема (1) – это модель манипулятора с n жесткими звеньями, которые образуют кинематические пары 5-го класса и эластично соединены с валами редукторов, на которых установлены электрические исполнительные устройства (2) – двигатели постоянного тока (ДПТ). В системе (1)–(2) все векторы и матрицы имеют размерности n и $n \times n$ соответственно, а именно: векторы обобщенных координат q_1 и скоростей q_2 манипулятора, угловых положений φ и скоростей ω валов редукторов, токов якорных цепей ДПТ τ , напряжений питания якорных цепей ДПТ u (управления), неизвестных ограниченных обобщенных сил $f(t)$, трактуемых как внешние ограниченные возмущения; нелинейные матрицы инерции $H(q_1)$, $H^{-1}(q_1) > 0$, центробежных и кориолисовых сил $C(q_1, q_2)$, а также диагональные матрицы K , J , L , R , Ψ , D с положительными элементами – коэффициентами крутильной жесткости, приведенными моментами инерции на валу ДПТ, индуктивности и активных сопротивлений цепей якорей, магнитных потоков и вязкого демпфирования соответственно.

Элементы матриц K , J , Ψ и D известны и постоянны; матриц H , C , L и R – не известны, их значения могут изменяться в процессе работы в допустимых интервалах с известными гра-

ницами. Предполагается, что датчики расположены только на приводах, измеряются угловые положения валов редукторов $\varphi(t)$ и токи якорных цепей $\tau(t)$.

Ставится задача синтеза наблюдателя состояния для оценивания неизмеряемых переменных $q_1(t)$, $q_2(t)$, $\omega(t)$ в предположении, что известны диапазоны их изменения в процессе работы объекта:

$$(3) \quad |\omega_j(t)| \leq X_{1j}, |q_{1j}(t)| \leq X_{2j}, |q_{2j}(t)| \leq X_{3j}, t \geq 0, j = \overline{1, n}.$$

Ограничения (3) связаны с конструкцией манипулятора и конструктивными параметрами системы. Отметим, что разомкнутая система (1)–(2) устойчива, поэтому ее переменные останутся ограниченными при воздействии внешних ограниченных возмущений.

При решении поставленной задачи требуется обеспечить заданную точность оценивания, а именно,

$$(4) \quad \begin{aligned} |\omega_j(t) - \tilde{\omega}_j(t)| &\leq \delta_{1j}, |q_{1j}(t) - \tilde{q}_{1j}(t)| \leq \delta_{2j}, \\ |q_{2j}(t) - \tilde{q}_{2j}(t)| &\leq \delta_{3j}, t \geq T, j = \overline{1, n}, \end{aligned}$$

где $\tilde{\omega}_j(t)$, $\tilde{q}_{1j}(t)$, $\tilde{q}_{2j}(t)$ – обозначения оценок неизмеряемых переменных, которые будут получены с помощью наблюдателя состояния, $\delta_{ij} > 0$ – заданные точности оценивания. Время обеспечения заданной точности $T > 0$ зависит от параметров подсистемы (2), его оценка будет получена в ходе построений.

Система (1)–(2) является наблюдаемой относительно измеряемых выходов [7]. Но построить для нее полноразмерный наблюдатель состояния достаточно проблематично из-за ее существенной параметрической неопределенности.

Решение задачи наблюдения при параметрической неопределенности модели объекта управления является самостоятельной проблемой, которая до сих пор фундаментально не изучена. Причина заключается в том, что в рамках классического подхода наблюдатель состояния строится как копия модели объекта управления (1)–(2). Задача наблюдения сводится к стабилизации системы, записанной относительно ошибок наблюдения. Если на объект управления не действуют внешние возмущения,

но параметры модели объекта не определены, то в системе, записанной относительно ошибок наблюдения, появляются неопределенные составляющие (функции от переменных состояния объекта). С помощью управляющих воздействий наблюдателя их нельзя компенсировать и обеспечить инвариантную стабилизацию ошибок наблюдения.

В следующем разделе обосновывается возможность построения редуцированного наблюдателя состояния специального вида, разработана его структура и процедура синтеза. Научная новизна представленных результатов заключается также в том, что предлагаемый подход к оцениванию переменных состояния существенно нелинейного и параметрически неопределенного объекта не требует дополнительного решения задачи идентификации параметров неизвестных матриц H , C , L и R .

3. Декомпозиционный синтез редуцированного наблюдателя состояния

Стандартная концепция проектирования наблюдателя пониженного порядка состоит в том, что если нет необходимости в фильтрации измерений, то нет необходимости и в повторном оценивании измеряемых сигналов. Следовательно, для объекта наблюдения (1)–(2) размерности $5n$ с $2n$ выходами редуцированный наблюдатель будет иметь размерность $3n$, а при его построении в явном виде не используются дифференциальные уравнения, описывающие динамику выходных переменных [11].

Таким образом, при стандартном подходе к построению редуцированного наблюдателя нужно взять за основу дифференциальные уравнения, которые описывают поведение неизмеряемых переменных, а именно:

$$\dot{q}_1 = q_2,$$

$$\dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[K(\varphi - q_1) - C(q_1, q_2)q_2 + f(t)],$$

$$\dot{\omega} = J^{-1}(\Psi \tau - D\omega - K(\varphi - q_1)).$$

Но, как видим, второе из представленных уравнений нелинейно, содержит параметрические и внешние возмущения. Это сильно затруднит решение задачи наблюдения и приведет к зна-

чительным ошибкам оценивания без дополнительного использования динамических идентификаторов неизвестных параметров. Кроме того, в системе оценивания потребуются компенсировать воздействие внешних возмущений $f(t)$, что, в свою очередь, потребует составления их динамической модели и приведет к увеличению размерности и усложнению алгоритмов оценивания.

Чтобы избежать дополнительного повышения динамического порядка замкнутой системы, в данной работе за основу для построения редуцированного наблюдателя предлагается использовать модель с известными параметрами размерности $3l$ смешанного вида, которая включает дифференциальные уравнения измеряемых и неизмеряемых переменных, а именно:

$$(5) \quad \dot{\varphi} = \omega, \quad \dot{\omega} = J^{-1}(\Psi \tau - D\omega - K(\varphi - q_1)), \quad \dot{q}_1 = q_2.$$

Систему (5) можно охарактеризовать следующим образом: она линейная, все матрицы во втором уравнении диагональные с известными положительными элементами. На данную систему воздействуют «внешние» сигналы $\tau(t)$ и $q_2(t)$. При этом сигналы $\tau(t)$ измеряются и, следовательно, могут быть компенсированы. Неизмеряемые сигналы $q_2(t)$ в системе (5) трактуются как неопределенные ограниченные (3) входы. В этом смысле можно сказать, что система (5) имеет блочную структуру вход–выход, выходами являются измеряемые сигналы $\varphi(t)$.

Покажем, что система (5) при отсутствии «внешних» сигналов является наблюдаемой относительно выхода $\varphi(t)$. С этой целью составим для нее матрицу выхода C и матрицу системы A :

$$C = (I \quad O \quad O), \quad A = \begin{pmatrix} O & I & O \\ -J^{-1}K & -J^{-1}D & J^{-1}K \\ O & O & O \end{pmatrix},$$

где O и I – нулевая и единичная матрицы соответственно размерности n на n , а также матрицу наблюдаемости W для пары (C, A) :

$$W_{3n \times 3n} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & O & O \\ O & I & O \\ -J^{-1}K & -J^{-1}D & J^{-1}K \end{pmatrix}.$$

Как видим, матрица наблюдаемости полного ранга $\text{rank } W = 3n$, и разомкнутая система (5) полностью наблюдаема. «Входные» неизвестные сигналы $q_2(t)$ действуют на последнее уравнение системы (5) и не влияют на наблюдаемость ее переменных состояния $\omega(t)$ и $q_2(t)$ [5, 10].

В рамках решаемой проблемы требуется также получить оценки неизвестных входов $q_2(t)$, дифференциальные уравнения которых отброшены. Этот факт является причиной, по которой решение задачи наблюдения всех неизмеряемых переменных в рамках используемого подхода [2–7] возможно только с некоторой точностью (4).

На основе системы (5) построим наблюдатель с использованием измеряемых сигналов $\tau(t)$ и $\varphi(t)$ в следующем виде:

$$(6) \quad \dot{z}_1 = z_2 + v_1, \quad \dot{z}_2 = A_1\tau - A_2z_2 + A_3z_3 - A_3\varphi + v_2, \quad \dot{z}_3 = v_3,$$

где $z_i \in R^n$ – вектор состояния, $v_i \in R^n$ – вектор управляющих воздействий наблюдателя, $A_1 = J^{-1}\Psi$, $A_2 = J^{-1}D$, $A_3 = J^{-1}K$, $A_i = \text{diag}\{a_{ij}\}$, $a_{ij} > 0$, $i = \overline{1,3}$, здесь и далее $j = \overline{1,n}$.

Синтез наблюдателя заключается в выборе управляющих воздействий и их параметров, обеспечивающих стабилизацию ошибок наблюдения

$$(7) \quad \varepsilon_1 = \varphi - z_1, \quad \varepsilon_2 = \omega - z_2, \quad \varepsilon_3 = q_1 - z_3, \quad \varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{in})$$

и их производных

$$(8) \quad \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_1(\varepsilon_1), \quad \dot{\varepsilon}_2 = -A_2\varepsilon_2 + A_3\varepsilon_3 - v_2(\varepsilon_1), \quad \dot{\varepsilon}_3 = q_2 - v_3(\varepsilon_1).$$

Из выражений (4)–(8) следует, что оценки неизмеряемых переменных $\omega(t)$ и $q_1(t)$ дадут переменные наблюдателя $z_2(t) = \tilde{\omega}(t)$ и $z_3(t) = \tilde{q}_1(t)$. В рамках используемого подхода [2–7] оценки $q_2(t)$ дадут управляющие воздействия наблюдателя $v_3(t) = \tilde{q}_2(t)$.

Для стабилизации системы (8) и решения задачи (4) используем кусочно-линейные управляющие воздействия [3–5]:

$$(9) \quad \begin{aligned} v_{1j} &= m_{1j} \text{sat}(k_{1j} \varepsilon_{1j}) = \begin{cases} m_{1j} \text{sign}(\varepsilon_{1j}), & |\varepsilon_{1j}| > 1/k_{1j}, \\ m_{1j} k_{1j} \varepsilon_{1j}, & |\varepsilon_{1j}| \leq 1/k_{1j}; \end{cases} \\ v_{ij} &= m_{ij} \text{sat}(k_{ij} v_{i-1,j}) = \begin{cases} m_{ij} \text{sign}(v_{i-1,j}), & |v_{i-1,j}| > 1/k_{ij}, \\ m_{ij} k_{ij} v_{i-1,j}, & |v_{i-1,j}| \leq 1/k_{ij}, \quad i = 2, 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Управляющие воздействия (9) являются непрерывным негладким гибридом линейных и разрывных управлений и имеют по два настраиваемых параметра: $m_{ij} = \text{const} > 0$ – амплитуды, обеспечивающие заданное время стабилизации системы (8)–(9); $k_{ij} = \text{const} > 0$ – большие коэффициенты, обеспечивающие заданную точность стабилизации (4).

Укажем основные отличия в настройке наблюдателей с линейными и кусочно-линейными корректирующими воздействиями. При синтезе наблюдателя (6) представим виртуальную систему (8) в виде

$$\dot{\varepsilon} = A\varepsilon - v + \bar{f}, \quad \varepsilon, v \in R^{3n}, \quad \bar{f} = (O \quad O \quad q_2)^T,$$

сформируем для нее линейное управляющее воздействие

$$v = L(\varphi - Cz) = LC\varepsilon, \quad L \in R^{3n \times n}$$

и получим замкнутую систему

$$\dot{\varepsilon} = (A - LC)\varepsilon + \bar{f}.$$

Как было показано выше, в данной системе пара (C, A) наблюдаемая, следовательно, выбором матрицы L можно обеспечить устойчивость матрицы $A - LC$ и в силу (3) – стабилизацию ошибок наблюдения $\varepsilon(t)$ с любой заданной точностью. В рамках данного подхода общее движение $\varepsilon(t)$, как правило, не разделяется на разнотемповые составляющие, стабилизация производных ошибок наблюдения $\dot{\varepsilon}(t)$ не контролируется, а для получения оценок «внешнего возмущения» $q_2(t)$ потребуется дополнить наблюдатель (6) еще одной подсистемой, построенной на основе второго уравнения механической системы (1).

В наблюдателе (6) с помощью кусочно-линейных управляющих воздействий (9), которые имеют по два настраиваемых параметра, осуществляется разделение общего движения $\varepsilon(t)$

на разнотемповые составляющие. При этом контролируется точность стабилизации производных ошибок наблюдения $\dot{\varepsilon}(t)$. Настройка параметров выполняется так, чтобы последовательно обеспечить стабилизацию с заданной точностью векторных переменных

$$\varepsilon_1(t) \approx \bar{0}, \dot{\varepsilon}_1(t) \approx \bar{0} \Rightarrow v_1(t) \approx \varepsilon_2(t),$$

$$\varepsilon_2(t) \approx \bar{0}, \dot{\varepsilon}_2(t) \approx \bar{0} \Rightarrow v_2(t) \approx A_3 \varepsilon_3(t),$$

$$\varepsilon_3(t) \approx \bar{0}, \dot{\varepsilon}_3(t) \approx \bar{0} \Rightarrow v_3(t) \approx q_2(t),$$

что и обеспечивает решение поставленной задачи.

При ненулевых начальных условиях в системе (8) переходный процесс каждой из указанных векторных переменных длится некоторое время. Стабилизация каждой следующей переменной возможна только после стабилизации всех предыдущих переменных в указанном порядке, т.е. общее время переходного процесса следующей векторной переменной больше, чем предыдущей. Таким образом, общее время оценивания (т.е. время стабилизации всех указанных переменных), – это время переходного процесса $\dot{\varepsilon}_3(t) \approx \bar{0}$, которое можно представить в виде шести интервалов нарастающим итогом.

С учетом измерений $\varphi(t)$ в системах (6), (8) можно установить следующие начальные условия:

$$z_{1j}(0) = \varphi_j(0) \Rightarrow \varepsilon_{1j}(0) = 0,$$

$$(10) \quad z_{2j}(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{2j}(0) = \omega_j(0), \quad |\varepsilon_{2j}(0)| \leq X_{1j},$$

$$z_{3j}(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{3j}(0) = q_{1j}(0), \quad |\varepsilon_{3j}(0)| \leq X_{2j}.$$

Заметим, что с теоретической точки зрения начальные значения в наблюдателе можно установить произвольным образом. Но, как известно, чем ближе друг к другу начальные условия наблюдателя и объекта управления, тем быстрее будет сходимость переменных наблюдателя к соответствующим переменным состояния. Именно поэтому в первом выражении (10) для установки начальных значений предлагается использовать известную информацию. Тогда значения переменных $\varepsilon_1(t)$ изна-

чально равны нулю, а общее время оценивания будет включать не шесть, а пять интервалов нарастающим итогом.

В следующей лемме сформулированы достаточные условия, при выполнении которых поставленная задача оценивания имеет решение. В процессе конструктивного доказательства получены неравенства для последовательного выбора параметров управляющих воздействий (9), при которых обеспечивается заданная точность оценивания. Что касается времени оценивания, то оно, как будет показано, зависит от параметров объекта наблюдения, а именно, от элементов матрицы $A_2 = J^{-1}D$. По ходу доказательства будут получены его нижняя и верхняя оценки.

Лемма. *Если в системе (8)–(9) начальные значения (10) и неизвестные входы (3) ограничены известными константами, то тогда для любых $\delta_{ij} > 0$ существуют такие действительные числа $\bar{m}_{ij}, \bar{k}_{ij} > 0$, что при всех $m_{ij} \geq \bar{m}_{ij}, k_{ij} \geq \bar{k}_{ij}, i = \overline{1,3}$, будут выполнены следующие неравенства:*

$$(11) \quad \begin{aligned} |\varepsilon_{2j}(t)| = |\omega_j(t) - z_{2j}(t)| &\leq \delta_{1j}, \quad |\varepsilon_{2j}(t)| = |q_{1j}(t) - z_{3j}(t)| \leq \delta_{2j}, \\ |q_{2j}(t) - v_{3j}(t)| &\leq \delta_{3j}, \quad t \geq T > 0. \end{aligned}$$

Доказательство. Как было отмечено выше, в рамках используемого подхода к синтезу системы (8)–(9) реализуется принцип декомпозиции. Требуется последовательно обеспечить стабилизацию ошибок наблюдений и их производных на следующих временных интервалах:

$$0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < T.$$

Формализуем требуемое поведение переменных замкнутой системы (8)–(9) на указанных временных интервалах, обеспечивающее решение поставленной задачи (11):

$$(12) \quad |\varepsilon_{1j}(t)| \leq 1/k_{1j}, \quad t \geq 0;$$

$$(13) \quad |\varepsilon_{2j}(t) - v_{1j}(t)| = |\alpha_{1j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{1j}, \quad t \geq t_1;$$

$$(14) \quad |v_{1j}(t)| \leq 1/k_{2j} \Leftrightarrow |\varepsilon_{2j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{1j} + 1/k_{2j}, \quad t \geq t_2;$$

$$(15) \quad |a_{3j}\varepsilon_{3j}(t) - v_{2j}(t)| = |\alpha_{2j}(t)| \leq a_{3j}\bar{\alpha}_{2j}, \quad t \geq t_3;$$

$$(16) \quad |v_{2j}(t)| \leq 1/k_{3j} \Leftrightarrow |\varepsilon_{3j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{2j} + 1/(a_{31}k_{3j}), \quad t \geq t_4;$$

$$(17) \quad |q_{2j}(t) - v_{3j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{3j}, \quad t \geq T.$$

Выполнение неравенств (12), (14), (16), которые означают попадание аргументов в линейные зоны управляющих воздействий (9) за заданное время, обеспечивается выбором соответствующих амплитуд. Неравенства (13), (15), (17) и заданная точность оценивания (11) обеспечивается выбором больших коэффициентов управляющих воздействий (9). Равенство знаков управляемой переменной и управления в первом уравнение системы (8)–(9) $\text{sign}(\varepsilon_{1j}) = \text{sign}(v_{1j})$ выполняется при $0 \leq t$. Достаточные условия, обеспечивающие (12), имеют вид:

$$(18) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{1j} \dot{\varepsilon}_{1j} &= \varepsilon_{1j}(\varepsilon_{2i} - m_{1i} \text{sign}(\varepsilon_{1i})) \leq |\varepsilon_{1i}|(|\varepsilon_{2i}| - m_{1i}), \\ m_{1i} > |\varepsilon_{2i}| &\Rightarrow \varepsilon_{1j} \dot{\varepsilon}_{1j} < 0. \end{aligned}$$

В общем случае равенства $\text{sign}(\varepsilon_{ij}) = \text{sign}(v_{ij})$, $i = 2, 3$, на начальном этапе не обеспечиваются и управления (9) с учетом (13)–(17) можно представить в виде

$$(19) \quad \begin{aligned} v_{2j} &= \begin{cases} -m_{2j} \text{sign}(\varepsilon_{2j}), & t \in [0; t_1), \\ m_{2j} \text{sign}(\varepsilon_{2j}), & t \in [t_1; t_2), \\ m_{2j} k_{2j} (\varepsilon_{2j}(t) \pm \alpha_{1j}), & t \geq t_2; \end{cases} \\ v_{3j} &= \begin{cases} -m_{3j} \text{sign}(\varepsilon_{3j}), & t \in [0; t_3), \\ m_{3j} \text{sign}(\varepsilon_{3j}), & t \in [t_3; t_4), \\ m_{3j} k_{3j} a_{3j} (\varepsilon_{3j}(t) \pm \alpha_{2j}), & t \geq t_4. \end{cases} \end{aligned}$$

Из выражений (19) с учетом (10) следует оценка максимальных значений ошибок наблюдения

$$(20) \quad \begin{aligned} |\varepsilon_{3j}(t)| &\leq |\varepsilon_{3j}(t_3)| \leq X_{2j} + (X_{3j} + m_{3j})t_3 = E_{3j}, \quad t \geq 0, \\ |\varepsilon_{2j}(t)| &\leq |\varepsilon_{2j}(t_1)| \leq X_{1j} + (a_{3j}E_{3j} + m_{2j})/a_{2j} = E_{2j}. \end{aligned}$$

С учетом (18), (20) достаточные условия, обеспечивающие (14), (16), имеют вид:

$$m_{3j} \geq \frac{E_{3j}}{t_4 - t_3} + X_{3j} \Rightarrow \bar{m}_{3j} = \frac{X_{2j} + X_{3j}t_4}{t_4 - 2t_3};$$

$$(21) \quad m_{2j} \geq \frac{E_{2j}}{t_2 - t_1} + a_{3j}E_{3j} \Rightarrow \bar{m}_{2j} = \frac{X_{1j} + a_{3j}E_{3j}(t_2 - t_1 + 1/a_{2j})}{t_2 - t_1 - 1/a_{2j}};$$

$$\bar{m}_{1i} > X_{1j} + (a_{3j}E_{3j} + m_{2j})/a_{2j}.$$

Из (21) следуют ограничения $t_2 > t_1 + 1/a_{2j}$, $t_4 > 2t_3$, которые надо учитывать при назначении интервалов времени. При

$$(22) \quad t_1 \in [1/\min\{a_{2j}\}; \bar{t}]; \quad t_2 = 3t_1, \quad t_3 = 4t_1, \quad t_4 = 9t_1, \quad T = 10t_1,$$

$$t_1 = \bar{t} > 0; \quad t_2 = 2t_1 + \bar{a}, \quad t_3 = 3t_1 + \bar{a}, \quad t_4 = 7t_1 + 2\bar{a}, \quad T = 8t_1 + 2\bar{a}$$

имеем оценку времени решения задачи наблюдения

$$(23) \quad 10/\min\{a_{2j}\} \leq T \leq 10\bar{t}.$$

После фиксации t_1^* (22) выбор амплитуд, обеспечивающий (12), (14), (16), выполняется в следующем порядке:

- 1) $m_{3j}^* \geq \bar{m}_{3j}(t_1^*)$ (21);
- 2) $E_{3j}(m_{3j}^*, t_1^*)$ (20);
- 3) $m_{2j}^* \geq \bar{m}_{2j}(E_{3j}, t_1^*)$ (21);
- 4) $m_{1j}^* \geq \bar{m}_{1j}(m_{2j}^*, E_{3j})$ (21).

Для выбора $k_{ij} = \text{const} > 0$ (9), обеспечивающих (12), (14), (16) с заданной точностью (11), рассмотрим оценки решений замкнутой системы (8) в линейных зонах на интервалах $[0; t_1]$, $[t_2; t_3 = t_2 + t_1]$, $[t_4; T = t_4 + t_1]$ соответственно:

$$(24) \quad \left| \varepsilon_{1j}(t_1) \right| \leq \frac{E_{2j}}{m_{1j}k_{1j}} + \frac{m_{1j} - E_{2j}}{m_{1j}k_{1j}} \exp(-m_{1j}k_{1j}t_1),$$

$$\left| \varepsilon_{2j}(t) - v_{1j}(t) \right| \leq \bar{\alpha}_{1j}, \quad t \geq t_1 \Leftrightarrow (m_{1j} - E_{2j})e^{-m_{1j}k_{1j}t_1} \leq \bar{\alpha}_{1j};$$

$$\left| \varepsilon_{2j}(t_3) \right| \leq \bar{\alpha}_{1j} + \frac{m_{2j} - a_{3j}E_{3j}}{m_{2j}k_{2j}} \exp(-(m_{2j}k_{2j} + a_{2j})t_1) +$$

$$(25) \quad + a_{3j}E_{3j}/(m_{2j}k_{2j}) \leq \delta_{1j}, \quad \left| a_{3j}\varepsilon_{3j}(t) - v_{2j}(t) \right| \leq a_{3j}\bar{\alpha}_{2j}, \quad t \geq t_3 \Leftrightarrow$$

$$(m_{2j} - a_{3j}E_{3j}) \exp(-(m_{2j}k_{2j} + a_{2j})t_1) \leq a_{3j}\bar{\alpha}_{2j};$$

$$\begin{aligned}
 & |\varepsilon_3(T)| \leq \bar{\alpha}_{2j} + \frac{m_{3j} - X_{3j}}{m_{3j}k_{3j}a_{3j}} \exp(-(m_{3j}k_{3j}a_{3j})t_1) + \\
 (26) & + X_{3j}/(m_{3j}k_{3j}a_{3j}) \leq \delta_{2j}, \quad |q_{2j}(t) - v_{3j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{3j}, t \geq T \Leftrightarrow \\
 & (m_{3j} - X_{3j}) \exp(-(m_{3j}k_{3j}a_{3j})t_1) \leq \bar{\alpha}_{3j} \leq \delta_{3j}.
 \end{aligned}$$

Из (24)–(26) следует, что ошибки наблюдения сходятся в следующие окрестности нуля:

$$\begin{aligned}
 (27) \quad & |\varepsilon_{2j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{1j} + \frac{a_{3j}(E_{3j} + \bar{\alpha}_{2j})}{m_{2j}k_{2j}} \leq \delta_{1j}, \quad t \geq t_3, \\
 & |\varepsilon_3(t)| \leq \bar{\alpha}_{2j} + \frac{X_{3j} + \delta_{3j}}{m_{3j}k_{3j}a_{3j}} \leq \delta_{2j}, \quad t \geq T.
 \end{aligned}$$

Примем, например, $\bar{\alpha}_{ij} = \delta_{ij} / 2, i = 1, 2, \bar{\alpha}_{3j} = \delta_{3j}$. Тогда из (24)–(27) получим нижние границы для выбора больших коэффициентов (при уже выбранных амплитудах), обеспечивающие заданную точность оценивания (11):

$$\begin{aligned}
 (28) \quad & \bar{k}_{1j} = \frac{1}{m_{1j}^* t_1^*} \ln \frac{2(m_{1j}^* - E_{2j})}{\delta_{1j}}; \\
 & \bar{k}_{2j} = \frac{1}{m_{2j}^*} \max \left\{ \frac{2E_{3j} + \delta_{2j}}{\delta_{1j} / a_{3j}}, \frac{1}{t_1^*} \ln \frac{2(m_{2j}^* - a_{3j}E_{3j})}{a_{3j}\delta_{2j}} - a_{2j} \right\}; \\
 & \bar{k}_{3j} = \frac{1}{m_{3j}^* a_{3j}} \max \left\{ \frac{2(X_{3j} + \delta_{3j})}{\delta_{2j}}, \frac{1}{t_1^*} \ln \frac{m_{3j}^* - X_{3j}}{\delta_{3j}} \right\}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, существуют такие \bar{m}_{ij} (21) и \bar{k}_{ij} (28), что при всех $m_{ij} \geq \bar{m}_{ij}, k_{ij} \geq \bar{k}_{ij}, i = \overline{1,3}$, неравенства (11) будут выполнены. Лемма доказана.

Обратим внимание, что в представленной лемме доказывалось существование решения поставленной задачи с помощью анализа подсистем замкнутой системы на разных временных интервалах и достаточных условий устойчивости. При этом на всех этапах доказательства расчеты выполнялись для «наихудшего» случая. Конструктивность доказательства заключается

в том, что формализован алгоритм настройки и нижние оценки для выбора параметров управляющих воздействий (9) в виде (21), (28), но по указанной причине полученные оценки весьма консервативны. Попытка получить менее консервативные оценки расчетным путем без конкретизации начальных условий приведет к избыточным громоздким построениям. Эффективным способом для дополнительной «тонкой» настройки параметров наблюдателя является численное моделирование замкнутой системы с динамической обратной связью.

Следует отметить, что величина ошибки наблюдения

$$|\varepsilon_{1j}| \leq \frac{2E_{2j} + \delta_{1j}}{2m_{1j}^* k_{1j}^*}, t \geq t_1$$

не принципиальна в контексте поставленной задачи (4), так как переменные $\varphi(t)$ измеряются. В замкнутой системе базовый закон управления $u(q_1, q_2, \varphi, \omega, \tau)$ формируется и по измеряемым выходам, и по полученным оценкам $u(z_1, z_2, \varphi, \omega, \tau)$.

4. Заключение

Для электромеханического объекта с бездатчиковым манипулятором показана возможность оценивания неизмеряемых переменных вектора состояния с любой заданной точностью в условиях существенной параметрической неопределенности. Предложенный подход не требует идентификации неизвестных параметров и позволяет синтезировать наблюдатель независимо от используемого в замкнутой системе закона управления, так как на систему (5) и, следовательно, (6) управление напрямую не действует. Однако при синтезе обратной связи потребуются учитывать незатухающие ошибки наблюдения и их влияние на управляемые процессы. Поэтому при анализе замкнутой системы с динамической обратной связью и конкретным законом управления потребуются дополнительные исследования.

Представленные в данной работе пошаговые алгоритмы синтеза кусочно-линейных управляющих воздействий наблюдателя третьего порядка без ограничения общности можно распространить на наблюдатели большей размерности для соответ-

ствующих объектов управления. Формализация условий, при которых появляется возможность с помощью редуцированных наблюдателей специальной структуры получить оценки неизменяемых переменных состояния параметрически неопределенных объектов управления общего вида, составляет предмет будущих исследований автора.

Литература

1. АНДРИЕВСКИЙ Б.Р., ФУРТАТ И.Б. *Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 2. Приложения* // Автоматика и телемеханика. – 2020. – №10. – Р. 35–91.
2. АНТИПОВ А.С., КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Декомпозиционный синтез системы управления электромеханическими объектами в условиях неполной информации* // Прикладная математика и механика. – 2019. – Т. 83, вып. 4. – С. 530–548.
3. КОКУНЬКО Ю.Г., КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Два метода синтеза наблюдателей состояния и возмущений для беспилотного летательного аппарата* // Проблемы управления. – 2020. – №1. – С. 3–16.
4. КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности* // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 69. – С. 29–49.
5. КРАСНОВА С.А. *Оценивание внешних возмущений на основе виртуальных динамических моделей* // Управление большими системами. – 2018. – Вып. 76. – С. 6–25.
6. КРАСНОВА С.А., МЫСИК Н.С. *Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №10. – С. 104–116.
7. КРАСНОВА С.А., УТКИН В.А., УТКИН А.В. *Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности* // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – №6. – С. 41–54.

8. ADETOLA V., GUAY M. *Finite-time parameter estimation in adaptive control of nonlinear systems* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2008. – Vol. 53, No. 3. – P. 807–811.
9. BUSURIN V.I., WIN Y.N., ZHEGLOV M.A. *Effect of Linear Acceleration on the Characteristics of an Optoelectronic Ring Transducer of Angular Velocity and its Compensation* // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Vol. 55, No. 3. – P. 309–316.
10. KHALIL H.K., PRALY L. *High-gain observers in nonlinear feedback control* // Int. Journal Robust and Nonlinear Control. – 2014. – Vol. 24. – P. 993–1015.
11. LUENBERGER D.B. *Observers of multivariable systems* // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1966. – Vol. 11, No. 2. – P. 190–197.
12. SPONG M., HUTCHINSON S., VIDYASAGAR M. *Robot Modeling and Control*. – New York: Wiley, 2005. – 496 p.
13. SPURGEON S.K. *Sliding mode observers: a survey* // Int. Journal of Systems Science. – 2008. – Vol. 39, No. 8. – P. 751–764.
14. TEEL A.R. *A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1996. – No. 41. – P. 1256–1270.

SYNTHESIS OF A REDUCED ORDER OBSERVER FOR ALL-DRIVE ELECTROMECHANICAL SYSTEM

Dmitry Krasnov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, researcher (dim93kr@mail.ru).

Abstract: In a deterministic formulation, the problem of observing non-measurable variables of an electromechanical system operating under conditions of parametric uncertainty is considered. For the case when the sensors are located only on electrical actuators, the conditions are formalized under which the problem of observing the entire state vector has a solution without increasing the dynamic order of the closed-loop system due to regressors and identifiers of undefined parameters. As a basis for constructions, an approach to assessing external disturbances acting on an object is adopted, which does not need to use dynamic models of external influences. Within the framework of this approach, for the considered electromechanical system, the structure of a reduced robust state observer is substantiated. Unlike the standard reduced Luenberger observer, which does not use differential equations of measured variables, the proposed observer does not use differential equations

describing the dynamics of unmeasured state variables, which are assumed to be external bounded perturbations in solving the observation problem. A decomposition procedure for adjusting the parameters of piecewise linear feedbacks in an observer is developed, which provides stabilization with a given accuracy for a given time of observation errors and their derivatives. It is shown that the estimated signals of unmeasured variables are the corresponding variables and the control actions of the observer.

Keywords: electromechanical system, robustness, reduced state observer, decomposition, piecewise linear feedback.

УДК 62.50

ББК 32.817

DOI: 10.25728/ubs.2022.96.3

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной..*

Поступила в редакцию 12.11.2021.

Опубликована 31.03.2022.

МЕТОД РАСШИРЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ СИНХРОННЫМ ГЕНЕРАТОРОМ¹

Гулюкина С. И.²

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Рассматривается задача синтеза системы автоматического регулирования возбуждением (САРВ) по каналу стабилизации угловой частоты вращения ротора синхронного генератора. К особенностям САРВ следует отнести ограничения минимального и максимального возбуждения, скорость изменения возбуждения, форсировку возбуждения, демпфирование качаний и стабилизацию собственного и группового движения. Для решения поставленной задачи используется метод расширения пространства состояний за счет введения в цепь обратной связи фильтров первого порядка. При воздействии на систему внешних возмущений использование глубоких обратных связей на основе линейных функций с насыщением позволяет, с одной стороны, решить задачу слежения по выходным переменным с заданной точностью, а с другой стороны, обеспечить ограничения на фазовые переменные и управления. Для получения оценок неизвестных компонент вектора состояния системы и действующих на систему несогласованных внешних возмущений строится наблюдатель на скользящих режимах. Результаты численного моделирования в Matlab подтверждают высокую эффективность предложенного подхода к управлению синхронным генератором.

Ключевые слова: синхронный генератор, задача слежения, метод расширения пространства, ограничения на фазовые переменные и управление.

1. Введение

Задачи управления синхронными генераторами (СГ) представляются практически значимыми, и с момента появления СГ их решению в теории управления посвящено множество работ [11–13, 15–17, 20]. Интерес к этой проблематике не ослабевает и в настоящее время, что обуславливается возрастающими воз-

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-01-00363А).

² Светлана Игоревна Гулюкина, м.н.с. (gulyukina.s.i@mail.ru).

возможностями микропроцессорной реализации все более сложных и, следовательно, более качественных алгоритмов управления.

Среди множества известных результатов следует выделить работу [1], в которой излагаются качественно новый (синергетический) подход в общей теории управления, в частности, по управлению турбогенераторами с использованием укороченной модели СГ. В работе [11] предложен синтез алгоритмов управления СГ на скользящих режимах на основе полной модели СГ. Отметим, что известные алгоритмы громоздки и достаточно сложны в реализации, что в значительной степени ограничивает их практическое использование, либо применимы только в некоторых частных случаях. Так, например, линеаризация применима только в окрестности состояния равновесия, применение линейных методов управления может оказаться неэффективным при изменении состояния и, возможно, может отрицательно влиять на устойчивость системы [9, 10]. Логическим решением этой проблемы является использование методов нелинейного управления, которые остаются применимыми для любых рабочих условий, а не только для условий, близких к положениям равновесия.

В данной работе рассматривается задача обеспечения инвариантности выходной переменной синхронного генератора – частоты вращения ротора синхронного генератора по отношению к внешним несогласованным возмущениям с учетом ограничений на управление и фазовые переменные. Возмущения полагаются неизвестными, ограниченными по модулю функциями. Рассматриваемая модель является нелинейной.

Методы для нелинейных энергосистем, предлагаемые в литературе, можно разделить на две категории: методы, основанные на использовании нормальных форм [14, 16, 17, 21], и методы, основанные на функциях Ляпунова [8, 13, 19].

В основе предложенного в данной работе подхода лежит использование метода расширения пространства состояний (МРПС) за счет введения динамических фильтров первого порядка. В работе [2] предложено решение задачи слежения в условиях неопределенности и с учетом ограничений на фазо-

вые переменные и управления с использованием теории скользящих режимов.

В данной работе используются методы систем с глубокими обратными связями с использованием линейных функций с насыщением (sat-функций), что позволяет обеспечить заданные ограничения на компоненты вектора состояния и управляющие воздействия [2,3].

В разделе 2 описывается объект управления. В разделе 3 вводится модель объекта управления и дается постановка задачи. В разделе 4 разрабатывается метод расширения пространства состояний за счет введения интегральных звеньев для управления контуром возбуждения в синхронном генераторе (СГ). В разделе 5 строится наблюдатель вектора состояний и возмущений. В разделе 6 приводятся результаты моделирования в Matlab-Simulink.

2. Объект управления

Синхронный генератор (СГ) является основным устройством, используемым для выработки электроэнергии.

Как известно [18], выработка активной мощности обеспечивается синхронной частотой вращения ротора с помощью приводного двигателя (ПД), в то время как выработка реактивной мощности определяется током обмотки возбуждения [12]. В современных модификациях систем возбуждения СГ используются тиристорные преобразователи для управления током обмотки возбуждения [12]. Системы автоматического регулирования возбуждением (САРВ) выполняют две основные функции: во-первых, обеспечивают заданное напряжение на выходе СГ и, во-вторых, обеспечивают демпфирование качаний ротора и стабилизацию собственного и группового движения.

При установившемся токе возбуждения ЭДС СГ и напряжение сети уравнивается [4, 5]. При увеличении тока возбуждения реакция якоря размагничивающая, по отношению к сети СГ является емкостью и выдает в сеть реактивную мощность. При уменьшении тока возбуждения реакция якоря подмагничивающая, по отношению к сети СГ является индуктивно-

стью и потребляет из сети реактивную мощность. Практика показывает, что уровень частоты связан с балансом активной мощности, а уровень напряжения сети (на нагрузке) – с балансом реактивной мощности.

Поскольку канал управления по ОВ является более быстродействующим, чем канал управления частотой вращения турбины, помимо отклонения ЭДС СГ и амплитуды напряжения можно ввести в качестве цели управления также и поддержание синхронной частоты вращения. Именно задача поддержания синхронной частоты посредством САРВ является целью данной работы.

3. Математическая модель. Постановка задачи

В качестве математической модели СГ при работе на энергосеть неограниченной мощности без учета динамики демпферных обмоток примем систему уравнений вида (1) [1, 4, 6,11], описывающую переходные процессы в СГ. Первое уравнение системы (1) характеризует изменение угла нагрузки, т.е. угла между вектором ЭДС СГ и вектором напряжения генератора. Второе уравнение представляет собой уравнение баланса мощностей, последнее уравнение описывает динамику отклонения ЭДС СГ, в качестве управляющего воздействия принимается отклонение напряжения возбуждения СГ:

$$\dot{\delta}(t) = s;$$

$$(1) \quad \dot{s}(t) = u_0 - b_1 \sin \delta - (b_2 + b_3 \sin \delta)e - ce^2 - m_L(s, t);$$

$$\dot{e}(t) = -ke + b_4 s \sin \delta + ku_1,$$

Описание параметров модели (1) приведено в таблице 1.

Таблица 1. Параметры модели СГ и их значения

Параметр	Значение
δ	Изменение угла нагрузки, рад
$s = (\omega_0 - \omega_r) / \omega_0$	Скольжение ротора, о.е.
ω_0	Синхронная скорость, рад/с
ω_r	Угловая частота вращения ротора, рад/с

Таблица 1 (продолжение)

e	Напряжение возбудителя поля, о.е.
u_0	Стабилизирующее управление, пропорциональное механической мощности (частоте вращения) турбины
u_1	Отклонение напряжения возбуждения СГ, В
$m_L(s, t)$	Внешнее возмущение, отражающее влияние нагрузки
b_i, k	Конструктивные параметры модели ОУ

Ставится задача поддержания частоты вращения ротора СГ на уровне синхронной частоты с заданной точностью

$$(2) \quad |s| \leq \Delta_0 = \text{const} > 0.$$

Сделаем следующие предположения относительно системы (1):

- 1) для измерения доступны $\delta(0), s, e, u_0$;
- 2) параметры объекта управления полагаются известными положительными константами $b_i, k, c = \text{const} > 0, i = 1, \dots, 4$.
- 3) на переменные системы наложены ограничения:

$$(3) \quad e \in [0, E], |u_1| < U, E, U = \text{const} > 0.$$

Для удобства дальнейших рассуждений введем замену переменных вида

$$(4) \quad x_1 = \delta, x_2 = s, x_3 = -(b_2 + b_3 \sin(x_1))e - ce^2.$$

С учетом (4) система (1) примет вид

$$(5) \quad \dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3 + f_2 + \eta_2, \dot{x}_3 = bu_1 + f_3,$$

где $f_2 = u_0 + b_1 \sin(x_1), \eta_2 = -m_L(x_2, t), d = -(b_2 + b_3 \sin(x_1) + 2ce),$
 $f_3 = d(-ke + b_4 x_2 \sin(x_1)) - b_3 \cos(x_1) x_2 e, b = kd, b \neq 0.$

Далее будем полагать ограниченными функциями $|f_2| \leq F_2,$
 $|f_3| \leq F_3, |\eta_2| \leq N_2, F_2, F_3, N_2 = \text{const}.$

В системе (5) выполняются ограничения вида

$$(6) \quad |x_3| < X_3, |u_1| < U, X_3, U = \text{const} > 0.$$

Ставится задача синтеза динамической обратной связи, обеспечивающей инвариантность выходной переменной по отношению к внешним возмущениям с заданной точностью

$$(7) \quad |x_2(t)| \leq \Delta_0 = \text{const}, \forall t > T_0 > 0$$

с учетом ограничений (6).

4. Синтез обратной связи в рамках МРПС

Представим решение поставленной задачи в рамках метода расширения пространства состояний в условиях полной информации о компонентах вектора состояния и возмущениях.

Для дальнейшего изложения сформулируем следующий результат [3].

Лемма. Рассмотрим систему $\dot{x} = u + \eta(x, t)$, $x, \eta \in R$, где $x(t)$, $u(t)$, $\eta(x, t)$ – переменная состояния, управление и возмущение соответственно, $|\eta| \leq N = \text{const}$, $|\dot{\eta}| \leq \bar{N} = \text{const} \quad \forall t > T$.

Тогда существует такое управление $u = -M \text{sat}(s)$, $s = kx$, $M = \text{const} > 0$, $k = \text{const} > 0$, что для любых заданных Δ , $\bar{\Delta}$, $k = \text{const}$ за конечное время выполняются соотношения:

- 1) Условие попадания в линейную зону: $M > N$.
- 2) $|x(t)| \leq \Delta = \text{const}$,
- 3) $|\dot{x}(t)| \leq \bar{\Delta} = \text{const}$,
- 4) $|kx(t) - \eta(x, t)| \leq \bar{\Delta}_0$.

Доказательство. Время попадания в заданную область Δ состоит из двух слагаемых – времени попадания в линейную зону (t_1) и времени попадания из линейной зоны в заданную область Δ (t_0), т.е. $T = t_1 + t_0$.

1. Вне линейной зоны ($|s(0)| > M$) дифференциальное уравнение примет вид $\dot{s}/k = -M \text{sign}(s) + \eta(\cdot)$. Пусть $M = N + \Delta M$, $\Delta M = \text{const}$. Условия попадания в линейную зону определяются выбором функции Ляпунова в виде квадратичной формы $V = 0,5s^2$.

Производная функции Ляпунова имеет вид $\dot{V} = s\dot{s} = sk(-M \text{sign}(s) + \eta(t)) \leq -|ks|(M - N) = -|ks|\Delta M < 0$.

Для получения оценки времени попадания переменной s в линейную зону $|s| \leq M$ заметим, что полученная оценка производной функции Ляпунова мажорируется решением дифференциального уравнения вида $\dot{V} = -k|s|\Delta M = -k\Delta M \sqrt{2V}$, которое решается в явном виде: $V(t) = (-0,5\sqrt{2k\Delta M}t + V^{1/2}(0))^2$ с началь-

ным значением $V(0) = 0,5s^2(0)$ и конечным значением $V(t_1) = 0,5M^2$. Получаем оценку времени попадания в линейную зону: $V(t) = 0,5M^2 \Rightarrow t_1 = \frac{\sqrt{2V}^{1/2}(0) - M}{k\Delta M} = \frac{|s(0)| - M}{k\Delta M}$.

После попадания в линейную зону уравнение примет вид $\dot{x} = -kx + \eta(x, t)$, причем при $t = t_1$ $x(0) = M$.

2. Сходимость переменной состояния системы x в заданную окрестность нуля $|x(t)| \leq \Delta$ решается путем выбора кандидата функции Ляпунова в виде $V = 0,5x^2$.

Тогда условие $\dot{V} = x\dot{x} = x(-kx + \eta(x, t)) \leq |x|(-k|x| + N) < 0 \Rightarrow -k|x| + N < 0$ выполняется вне области $|x| \leq N/k = \Delta$, следовательно, за некоторое конечное время t_0 выполняется соотношение $|x| \leq \Delta$.

3. Получим оценку времени попадания в заданную окрестность нуля, построим следующую конструкцию. Дадим положительное приращение коэффициенту усиления $k_0 = k + \Delta k$, $\Delta k > 0$. Из того факта, что $\Delta = N/k > \Delta_0 = N/k_0$ и обозначив $\Delta_1 = \Delta - \Delta_0$, следует, что обеспечив неравенство $|x| < \Delta_0 + \Delta_1$ автоматически обеспечивается заданная точность $|x| < \Delta$. Из оценки решения системы

$$x(t) = |x(0)e^{-k_0 t}| + \left| \int_0^t e^{-k_0(t-\tau)} \eta(\tau) d\tau \right| \leq |x(0)|e^{-k_0 t} + N(1 - e^{-k_0 t}) / k_0$$

получаем оценку времени сходимости в область $|x| \leq \Delta$, где t_0 определяется так: $(M - \Delta_0)e^{-k_0 t} \leq \Delta_1 \Rightarrow t_0 \geq \frac{1}{k_0} \ln \left(\frac{M - \Delta_0}{\Delta_1} \right)$.

Следовательно, время попадания в заданную окрестность нуля исходной системы $T \geq \frac{|kx(0)| - M}{k\Delta M} + \frac{1}{k_0} \ln \left(\frac{M - \Delta_0}{\Delta_1} \right)$.

4. Для производной переменной x : $\ddot{x} = -k\dot{x} + \dot{\eta}(x, t)$, $x, \eta \in R$, получаемой в результате дифференцирования обеих частей уравнения, справедливы аналогичные рассуждения. Пусть задана окрестность $|\dot{x}| \leq \bar{\Delta} = \bar{N} / k$. Выберем параметр из неравенства

$\bar{k}_0 > k$ и обозначим $\bar{\Delta} = \bar{N}/k > \bar{\Delta}_0 = \bar{N}/k_0$. Тогда за конечное время выполняется соотношение $|\dot{x}| \leq \bar{\Delta}_0, t \geq \bar{t}_0$, где $\bar{t}_0 = \frac{1}{\Delta_0} \ln \left(\frac{|\dot{x}(0)| - \bar{\Delta}}{\Delta_0 - \bar{\Delta}} \right), |\dot{x}(0)| > \bar{\Delta}_0$.

5. Наконец, с учетом попадания системы в линейную зону справедлива оценка вида $|kx(t) - \eta(x, t)| \leq \bar{\Delta}_0, \forall t \geq \bar{t}_0$. Следовательно, можно получить оценку возмущения с заданной точностью: $kx(t) = \eta(t) + \delta(t), \delta(t) \leq \bar{\Delta}_0, \forall t \geq \bar{t}_0$. Отметим, что для случая постоянных возмущений решение системы $\ddot{x} = -k\dot{x} + \dot{\eta}, \dot{\eta} = 0$ имеет решение вида $\ddot{x} = \dot{x}(0)e^{-kt}$ и, следовательно, имеем асимптотически сходящуюся оценку возмущения $kx \rightarrow \eta, t \rightarrow \infty$.

Выбор значения параметра k из условия $k \geq \max\{N/\Delta_0, \bar{N}/\bar{\Delta}_0\}$ гарантирует выполнение условий леммы, сходимость переменной $x(t)$ и её производной $\dot{x}(t)$ в заданные области 1) $|x(t)| \leq \Delta_0$, 2) $|\dot{x}(t)| \leq \bar{\Delta}_0$, 3) $|kx(t) - \eta(x, t)| \leq \bar{\Delta}_0 \quad \forall t \geq \max\{t_0, \bar{t}_0\}$. Лемма доказана.

Для решения поставленной задачи стабилизации переменной x_2 с заданной точностью (7) разрабатывается приведенная ниже процедура.

Дополним систему (5) подсистемой фильтров с устойчивыми собственными движениями [7]:

$$(8) \quad \dot{z}_2 = -a_2 z_2 + v_2 + f_2 + \eta_2, \dot{z}_3 = -a_3 z_3 + v_3 + f_3, \quad z_i(0) = 0, \quad i = 2, 3,$$

где входные воздействия фильтров выбираются далее.

В предположении $v_i \leq M_i = \text{const}, i = 2, 3$, относительно переменных фильтров (8) справедливы следующие оценки:

$$(9) \quad |a_2 z_2| < M_2 + F_2 + N_2, \quad |\dot{z}_2| < 2(M_2 + F_2 + N_2), \\ |a_3 z_3| < F_3, \quad |\dot{z}_3| < 2F_3$$

для $\forall t > 0$.

Эти оценки следуют непосредственно из решения системы (8):

$$z_2(t) = e^{-a_2 t} \left[z_2(0) + \int_0^t e^{a_2 \tau} (v_2(\tau) + f_2 + \eta_2(x, t)) d\tau \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |z_2(t)| \leq \left| (z_2(0) - \frac{M_2 + F_2 + N_2}{a_2}) e^{-a_2 t} + \frac{M_2 + F_2 + N_2}{a_2} \right| < \frac{M_2 + F_2 + N_2}{a_2}$$

в силу $-\frac{2(M_2 + F_2 + N_2)}{a_{2i}} < z_2(0) - \frac{M_2 + F_2 + N_2}{a_2} < 0$.

Аналогичные рассуждения справедливы для компоненты z_3 .

Введем динамическую замену переменных с учетом (5), (8):

$$(10) \quad \tilde{x}_1 = x_1, \quad \tilde{x}_2 = x_2 - z_2, \quad \tilde{x}_3 = x_3 - z_3 + a_2 z_2$$

и запишем систему (2) с выбранной обратной связью

$$(11) \quad bu_1 = -a_3 z_3$$

относительно новых переменных (10):

$$(12) \quad \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 + z_2, \quad \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3 + z_3 - v_2, \quad \dot{\tilde{x}}_3 = a_2 \dot{z}_2 - v_3.$$

Положим корректирующее воздействие непрерывными функциями с насыщением

$$(13) \quad v_i = M_i \text{sat}(s_i), \quad s_i = g_i \tilde{x}_i, \quad i = 2, 3, \quad g_i = \text{const} > 0.$$

Здесь по определению $M_i \text{sat}(s_i) = \min(M_i, |s_i|) \text{sign}(s_i)$ [3].

Таким образом, для решения поставленной задачи (7) с учетом ограничений (6) необходимо выбрать коэффициенты усиления g_i , $i = 2, 3$, в (13), параметры фильтров a_i , $i = 2, 3$, и амплитуды функций с насыщением M_i , $i = 2, 3$. Предлагается трехэтапная процедура выбора перечисленных параметров.

Этап 1. Выбор коэффициентов усиления. Первый этап состоит в выборе коэффициентов усиления при функционировании уравнений системы (12) в линейной зоне.

В линейной зоне по всем sat-функциям уравнения (12) описывается уравнениями вида

$$(14) \quad \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 + z_2, \quad \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3 + z_3 - g_2 \tilde{x}_2, \quad \dot{\tilde{x}}_3 = a_2 \dot{z}_2 - g_3 \tilde{x}_3.$$

Согласно лемме с учетом оценок (9) применительно к системе (14) имеем оценки

$$(15) \quad \begin{aligned} |\tilde{x}_2| &\leq \frac{1}{g_2} (|\tilde{x}_3| + \frac{M_3 + F_3}{a_3}) = \Delta_2, \\ |\tilde{x}_3| &\leq \frac{1}{g_3} (2a_2(M_2 + F_2 + N_2)) = \Delta_3, \end{aligned}$$

где $\Delta_i, \bar{\Delta}_i = \text{const} > 0, i = 2, 3$, – произвольно заданные константы. Действительно, при фиксированных $M_i, a_i = \text{const}$ выбором коэффициентов $g_i > 0, i = 1, 3$, можно обеспечить заданную точность стабилизации переменных $|\tilde{x}_i| \leq \Delta_i, |\dot{\tilde{x}}_i| \leq \bar{\Delta}_i, i = 2, 3$, поскольку в асимптотике выполняются соотношения $g_i \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta_i \rightarrow 0, \bar{\Delta}_i \rightarrow 0, i = 2, 3$.

В соответствии с (15), (10) и (9) с учетом ограничений (6) для исходных переменных вектора состояния справедливы оценки

$$(16) \quad \begin{aligned} \tilde{x}_2 = x_2 - z_2 \leq \Delta_2 &\Rightarrow |x_2| \leq \frac{M_2 + F_2 + N_2}{a_2} + \Delta_2 \leq \Delta_0, \\ \tilde{x}_3 = x_3 - z_3 + a_2 z_2 \leq \Delta_3 &\Rightarrow |x_3| \leq \frac{F_3}{a_3} + (M_2 + F_2 + N_2) + \Delta_3 \leq X_3, \\ |bu_1| \leq M_3 + F_3 &\Rightarrow |u_1| \leq \frac{M_3 + F_3}{\min|b|} \leq U. \end{aligned}$$

Следовательно, задавая желаемые $\Delta_i = \text{const} > 0$ (при условии $\Delta_2 < \Delta_0$) при заданных постоянных времени фильтров $a_i = \text{const}$ и амплитуд функций с насыщением $M_i, i = 2, 3$, удастся выбрать коэффициенты усиления g_i так, что будет выполняться система (15).

Этап 2. Выбор амплитуд функций с насыщением. Выберем амплитуды sat-функций для того, чтобы обеспечить попадание вектора состояния системы (12) в линейную зону по всем sat-функциям $|s_i| < M_i \Rightarrow M_i \text{sat}(s_i) = s_i \Rightarrow |\tilde{x}_i| \leq \frac{M_i}{g_i}$.

Согласно лемме для обеспечения попадания в линейную зону по всем фиктивным управлениям выбор амплитуд фиктив-

ных управлений фильтров осуществляется выбором кандидата функций Ляпунова в виде $\tilde{x}_i \dot{\tilde{x}}_i < 0, i = 1, 2$ при $|\tilde{x}_i| > \frac{M_i}{g_i}$.

Шаг 1. Рассмотрим вторую подсистему (12) в предположении, что в третьей подсистеме выполнено соотношение $|\tilde{x}_3| \leq \Delta_3$, т.е. третья подсистема функционирует в линейной зоне.

Согласно лемме амплитуду M_2 определяет неравенство $M_2 > |z_3 + \Delta_3| \Rightarrow M_2 > \frac{M_3 + F_3}{a_3} + \Delta_3$.

Шаг 2. Рассмотрим третью подсистему (12), по аналогии с первым шагом $M_3 > |a_2 \dot{z}_2| \Rightarrow M_3 > 2a_2(M_2 + F_2 + N_2)$.

Таким образом, имеем неравенства, определяющие амплитуды функций с насыщением:

$$(17) \quad M_2 > \frac{M_3 + F_3}{a_3} + \Delta_3, \quad M_3 > 2a_2(M_2 + F_2 + N_2).$$

При этом, согласно лемме, следует, что увеличение запаса в неравенствах (17) сокращает время попадания в линейную зону по всем sat-функциям.

Этап 3. Выбор постоянных времени фильтров. Выберем временные параметры фильтров при движении переменных системы (12) в линейной зоне по всем sat-функциям.

При функционировании в линейной зоне с учетом (15) справедливы оценки $|v_i| = |g_i \tilde{x}_i| \leq g_i \Delta_i, i = 2, 3$, и после подстановки этих оценок в уравнения фильтров (8) получим условия на выбор постоянных времени фильтров:

$$(18) \quad \begin{aligned} \tilde{x}_2 = x_2 - z_2 \leq \Delta_2 &\Rightarrow |x_2| \leq \frac{g_2 \Delta_2 + F_2 + N_2}{a_2} + \Delta_2 \leq \Delta_0, \\ \tilde{x}_3 = x_3 - z_3 + a_2 z_2 \leq \Delta_3 &\Rightarrow \\ |x_3| \leq \frac{g_3 \Delta_3 + F_3}{a_3} + a_2(g_2 \Delta_2 + F_2 + N_2) + \Delta_3 &\leq X_3, \\ |bu_1| = g_3 \Delta_3 + F_3 &\Rightarrow |u_1| \leq \frac{g_3 \Delta_3 + F_3}{\min|b|} \leq U. \end{aligned}$$

Решая систему неравенств (18), получим неравенства, определяющие выбор постоянных времени фильтров:

$$(19) \quad a_2 \geq \frac{g_2 \Delta_2 + F_2 + N_2}{(\Delta_0 - \Delta_2)},$$

$$a_3 \geq \frac{g_3 \Delta_3 + F_3}{X_3 - a_2(g_2 \Delta_2 + F_2 + N_2 + \Delta_3)}.$$

Сделаем несколько замечаний относительно системы неравенств (19):

1. Существенно, что выбор постоянных фильтров согласно (19) не зависит от выбора амплитуд фиктивных управлений фильтров.

2. Запас в обеспечении неравенств задает скорость сходимости замкнутой системы (12) в заданную окрестность (7).

Таким образом, последовательность синтеза фильтров (8) состоит из трех шагов. На первом шаге находятся постоянные времени фильтров из соотношений (19). На втором шаге определяются амплитуды разрывных воздействий фильтров согласно соотношениям (17). На третьем шаге выбираются коэффициенты усиления при функционировании уравнений системы (12) в линейной зоне.

5. Синтез наблюдателя

Для синтеза обратной связи согласно (13) требуется информация о компонентах вектора \tilde{x}_2, \tilde{x}_3 и о сигналах $f_2 + \eta_2, f_3$ для построения фильтров (8).

В предположении, что в системе (5) для измерения доступны переменные x_2, x_3 , построим наблюдатель вида:

$$(20) \quad \dot{w}_1 = w_2, \dot{w}_2 = w_3 + v_2, \dot{w}_3 = b w_1 + v_3,$$

где v_i – корректирующие воздействия наблюдателя, определяемые далее.

Запишем систему дифференциальных уравнений с учетом (5) и (20) в невязках $\varepsilon_1 = x_1 - w_1, \varepsilon_2 = x_2 - w_2, \varepsilon_3 = x_3 - w_3$:

$$(21) \quad \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2, \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_3 + f_2 + \eta_2 - v_2, \dot{\varepsilon}_3 = f_3 - v_3.$$

Шаг 1. Выберем корректирующее воздействие v_3 сле-

дующим образом: $v_3 = L_3 \text{sign}(\varepsilon_3)$, $L_3 = \text{const} > 0$.

После подстановки, первое уравнение системы (21) примет вид $\dot{\varepsilon}_3 = f_3 - L_3 \text{sign}(\varepsilon_3)$. Выбор амплитуды $L_3 > 0$, обеспечивающей скользящий режим по прямой $\varepsilon_3 = 0$, определяется на основе второго метода Ляпунова: $V = 0,5\varepsilon_3^2$. Производная функции Ляпунова имеет вид: $\dot{V} = \varepsilon_3 \dot{\varepsilon}_3 \leq |\varepsilon_3|(F_3 - L_3) < 0$, откуда следует неравенство на выбор L_3 , из условия $L_3 > F_3$ возникает скользящий режим по прямой $\varepsilon_3 = 0$, т.е. $x_3 = w_3$. Следовательно $\dot{\varepsilon}_3 = 0$, откуда получим среднее значение разрывного сигнала $v_{3eq} = f_3$.

Шаг 2. Выбором корректирующего воздействия во второй подсистеме (21) в виде $v_2 = L_2 \text{sign}(\varepsilon_2)$, $L_2 = \text{const} > 0$ и при выполнении условия $L_2 > |\varepsilon_3| + F_2 + N_2$ обеспечивается скользящий режим по прямой $\varepsilon_2 = 0$. Откуда следует равенство наблюдаемой и реальной компоненты $x_2 = w_2$, среднее значение разрывного сигнала имеет вид: $v_{2eq} = \varepsilon_3 + f_2 + \eta_2$.

Отметим, что соответствующие эквивалентные значения корректирующих воздействий наблюдателя можно получить на выходе низкочастотного фильтра первого порядка $\mu_i \dot{\tau}_i = -\tau_i + v_i, \mu_i > 0, i = \overline{1,4}, v_{ieq} = \tau_i$.

Таким образом, решена задача получения оценок компонент вектора состояния системы (5) $x_i = w_i, i = 2, 3$, а значит, и компонент вектора состояния системы (13).

Замечание. Переменная x_1 обычно не доступна для измерения. Для получения ее оценки используют следующий подход [3]. Предполагается, что в начальный момент система (2) функционирует в установившемся режиме и при этом известно значение переменной $x_1(0)$. Тогда, значение переменной $x_1(t)$ определяется выражением $x_1(t) = x_1(0) + \int_0^t x_2(\tau) d\tau$. В случае выполнения соотношения $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0$ переменная $x_1(t)$ стремится к новому установившемуся значению $x_1(t) = x_{1s} = \text{const}$. Если в системе (20) положить начальные условия на переменную

$w_1(0) = x_1(0)$, то начальное значение первой координаты системы (21) будет равно нулю $\varepsilon_1(0) = 0$ и, следовательно, эта переменная будет сходиться к установившемуся значению $\varepsilon_1(t) = \int_0^t \varepsilon_2(\tau) d\tau = \varepsilon_{1s} = \text{const}$. Откуда восстанавливается новое установившееся значение переменной $x_{1s}(t) = \varepsilon_{1s}(t) + w_1(t)$.

6. Моделирование

Ниже представлены результаты моделирования системы управления возбуждением СГ.

Параметры модели: $u_0 = 10$; $b_1 = 2$; $b_2 = 10$; $b_3 = 0,8$; $b_4 = 3$; $c = 0,01$; $k = 10$.

Начальные условия: $\delta(0) = 10$; $s(0) = 20$; $e(0) = 20$.

Параметры регулятора и установки: $a_1 = 5000$; $a_2 = 1000$; $M_2 = 100$; $M_3 = 500$; $g_2 = 15$; $g_3 = 100$.

Параметры наблюдателя: $w_1(0) = \delta(0)$, $w_2(0) = 0$, $w_3(0) = 0$.

Заданная точность и ограничения: $\Delta_0 = 0,01$; $\Delta_2 = 0,005$; $\Delta_3 = 0,1$; $e \in [0; 30]$; $|u| \leq 400$.

На рис. 1–3 представлены графики компонент вектора состояния в зависимости от времени. На рис. 4 и рис. 5 представлены графики зависимости компонент фильтра от времени.

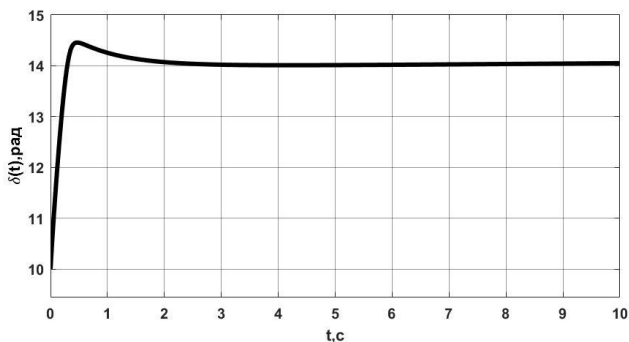


Рис. 1. График зависимости $\delta(t)$

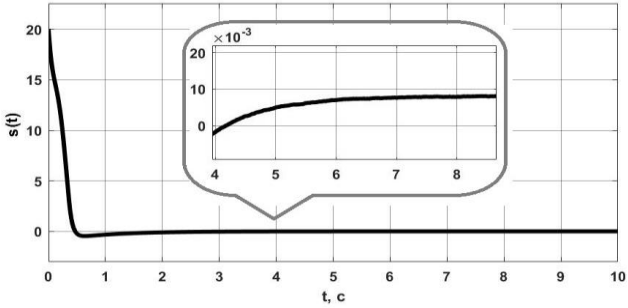


Рис. 2. График зависимости $s(t)$

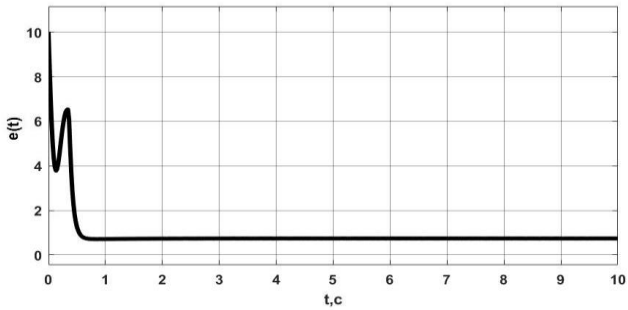


Рис. 3. График зависимости $e(t)$

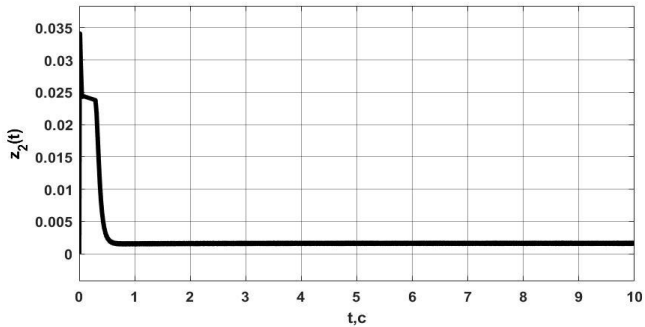


Рис. 4. График зависимости $z_2(t)$

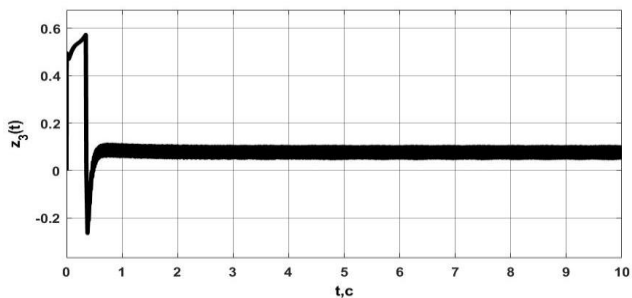


Рис. 5. График зависимости $z_3(t)$

На рис. 6–8 представлены графики ошибок наблюдения ε_2 , ε_3 и отклонение $x_{1s}(t)$ от $x_1(t)$.

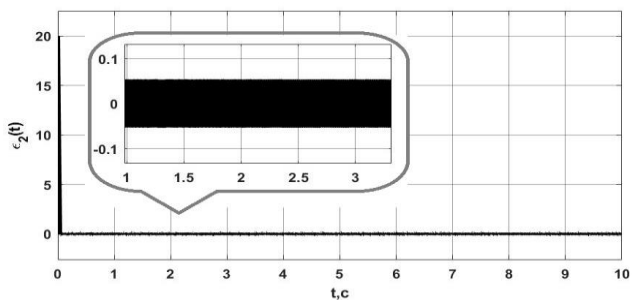


Рис. 6. График зависимости $\varepsilon_2(t)$

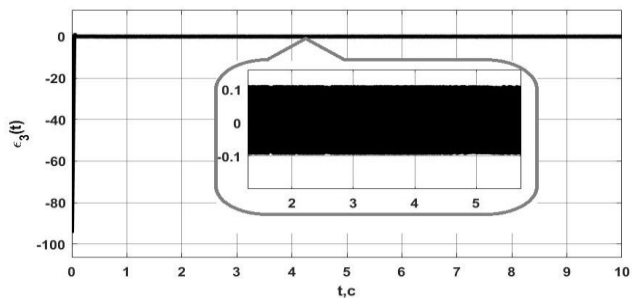


Рис. 7. График зависимости $\varepsilon_3(t)$

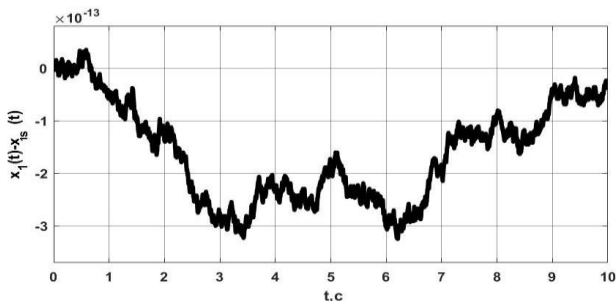


Рис. 8. График зависимости $x_1(t) - x_{1s}(t)$

7. Заключение

В данной работе предложен оригинальный метод синтеза управления для синхронного генератора с учетом проектных ограничений. Для решения поставленной задачи использовался метод расширения пространства состояний, разработана трех-этапная процедура выбора параметров динамических фильтров и корректирующих воздействий: коэффициентов усиления, амплитуд функций с насыщением и параметров времени фильтров. Задача поддержания частоты вращения ротора синхронного генератора на уровне синхронной частоты решена с заданной точностью. Информация о неизмеряемых компонентах вектора состояния и о возмущениях, действующих на систему, получена с помощью наблюдателей на скользящих режимах.

Литература

1. ВЕНИКОВ В.А. *Переходные электромеханические процессы в электрических системах*. – М.: Высшая школа, 1985. – 537 с.
2. ГУЛЮКИНА С.И., УТКИН В.А. *Задача слежения с учетом физических ограничений на фазовые переменные и управления* // Материалы 15-й Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого) (Москва, 2020). – М.: ИПУ РАН, 2020. –С. 141–145.

3. ГУЛЮКИНА С.И., УТКИН В.А. *Управление реактором с непрерывным перемешиванием в условиях неопределенности и с учетом ограничений на фазовые переменные и управления* // Проблемы управления. – 2021. – №5. – С. 48–59.
4. МЕЛЕШКИН Г.А., МЕРКУРЬЕВ Г.В. *Устойчивость энергосистем. Теория: Монография.* – СПб.: НОУ «Центр подготовки кадров энергетики», 2006. – 350с.
5. *Синхронные генераторы* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.litenergo.ru/catalog/energeticheskoe-oborudovanie/sinkhronnye-generatory/> (дата обращения: 26.07.2021).
6. *Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления* / Под ред. А.А. Колесникова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – Ч II.
7. УТКИН В.А. Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // Автоматика и телемеханика. – 2001. – №11. – С. 73–94.
8. GUO Y., HILL D.J., WANG Y. *Nonlinear decentralized control of large-scale power systems* // Automatica. – 2000. – Vol. 36, No. 9. – P. 1275–1289.
9. КАКИМОТО N., NAKANISHI A., ТОМИЯМА K. *Instability of interarea oscillation mode by autoparametric resonance* // IEEE Trans. Power Syst. – 2004. – Vol. 19, No. 4. – P. 1961–1970.
10. KOSTEREV D.N., TAYLOR C.W., MITTELSTADT W.A. *Model validation for the WSCC system outage* // IEEE Trans. Power Syst. – 1999. – Vol. 14, No. 3. – P. 967–979.
11. LOUKIANOV A.G., CANEDO J.M., FRIDMAN L.M., SOTOCOTA A. *High-Order Block Sliding-Mode Controller for a Synchronous Generator With an Exciter System* // IEEE Trans. on Industrial Electronics. –2011. –Vol. 58, No. 1. – P. 337–347.
12. LOUKIANOV A.G., RIVERA DOMINGUEZ J., CASTILLO-TOLEDO B. *Robust sliding mode regulation of nonlinear systems* // Automatica. – 2018. – Vol. 89. – P. 241–246.

13. LU Q., MEI W., HU F., WU F., NI Y., SHEN T. *Nonlinear decentralized disturbance attenuation excitation control via new recursive design for multimachine power systems* // IEEE Trans. Power Syst. – 2001. – Vol. 16, No. 4. – P. 729–736.
14. LU Q., SUN Y.Z., MEI S. *Nonlinear Control Systems and Power System Dynamics*. – Dordrecht, The Netherlands: Springer. – 2013.
15. MACHOWSKI J., ROBAK S., BIALEK J.W., BUMBY J.R., ABI-SAMRA N. *Decentralized stability-enhancing control of synchronous generator* // IEEE Trans. Power Syst. – 2000. – Vol. 15, No. 4. – P. 1336–1345.
16. MAHMUD M.A., POTA H.R., ALDEEN M., HOSSAIN M.J. *Partial feedback linearizing excitation controller for multimachine power systems to improve transient stability* // IEEE Trans. Power Syst. – 2014. – Vol. 29, No. 2. – P. 561–571.
17. SINGH A.K., PAL B.C. *Decentralized Nonlinear Control for Power Systems Using Normal Forms and Detailed Models* // IEEE Transactions on Power Systems. – 2018. – Vol. 33, No. 2. –P. 1160–1172.
18. UTKIN V.A., GULYUKINA S.I. *Synthesis of invariant systems of given accuracy on the basis of the theory of sliding modes* // Proc. Int. Russian Automation Conference (RusAutoCon). – 2021. –P. 956–963.
19. WANG Y., CHENG D., LI C., GE Y. *Dissipative Hamiltonian realization and energy-based L2-disturbance attenuation control of multimachine power systems* // IEEE Trans. Autom. Control. – 2003. – Vol. 48, No. 8. – P. 1428–1433.
20. YAN R., DONG Z.Y., SAHA T.K., MAJUMDER R. *A power system nonlinear adaptive decentralized controller design* // *Automatica*. –2010. – Vol. 46, No. 2. – P. 330–336.
21. YAO W., JIANG L., FANG J., WEN J., CHENG S. *Decentralized nonlinear optimal predictive excitation control for multimachine power systems* // Int. J. Elect. Power Energy Syst. – 2014. – Vol. 55. – P. 620–627.

DYNAMIC COMPENSATION METHOD FOR SYNCHRO- NOUS GENERATOR CONTROL

Svetlana Gulyukina, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, junior researcher (gulyukina.s.i@mail.ru).

Abstract: In this paper we consider the problem of synthesis of automatic excitation control system (AECS) on the channel of angular speed stabilization of the synchronous generator rotor stabilization. The features of AECS should include limitations of minimum and maximum excitation, excitation rate of change, excitation forcing, swing damping, and stabilization of own and group motion. To solve this problem, the method of expanding the state space by introducing first-order filters into the feedback circuit is used. When the system is subjected to external disturbances, the use of deep feedbacks based on linear functions with saturation makes it possible, on the one hand, to solve the problem of tracking the output variables with a given accuracy and, on the other hand, to provide restrictions on the phase variables and controls. To obtain estimates of the unknown components of the system state vector and the uncoordinated external perturbations acting on the system, an observer is constructed on sliding modes. The results of numerical simulation in Matlab confirm the high efficiency of the proposed approach to the synchronous generator control.

Keywords: synchronous oscillator, tracking problem, space expansion method, constraints on phase variables and control.

УДК 62-501.2

ББК 30

DOI: 10.25728/ubs.2022.96.4

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.А. Уткиным.*

Поступила в редакцию 13.11.2021.

Опубликована 31.03.2022.

ОБ ОДНОМ БИОИНСПИРИРОВАННОМ ПОДХОДЕ К ОРИЕНТАЦИИ РОБОТОВ, ИЛИ НАСТОЯЩИЙ «МУРАВЬИНЫЙ» АЛГОРИТМ

Карпова И. П.¹

(Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Москва)

*Описывается биоинспирированный механизм навигации мобильных роботов, подобный тому, который используют общественные насекомые. Модельным видом является *Formica rufa* – рыжий лесной муравей. Муравей-разведчик этого вида не только запоминает маршрут до пищи, но умеет передавать муравьям-фуражерам сведения о местонахождении пищи, и те самостоятельно могут до нее дойти и вернуться домой. Рассмотрены основные аспекты навигации муравьев, которые ориентируются по поляризации освещенного неба, данным одометрии и визуальным ориентирам. В основу предлагаемого метода положено запоминание пути по визуальным ориентирам с учетом показаний компаса и временной составляющей. Путь рассматривается как последовательность сцен, образуемых ориентирами. При этом важно, что маршруты как агента-разведчика, так и фуражера определяются как переходы от ориентира к ориентиру. Создана модель поведения агента (робота), которая оперирует исключительно относительными категориями, без привязки к абсолютным физическим величинам. Управление роботами реализовано с помощью конечных автоматов, образующих трехуровневую архитектуру. Приведены результаты имитационного моделирования для решения задачи фуражировки, подтверждающие работоспособность предложенного метода. Реализация метода проверена на реальных роботах. Показано, что благодаря специфическим архитектурным и техническим решениям возможен переход от имитационных моделей к управлению техническими объектами (роботами), минуя стадию физического моделирования. Метод не требует от робота больших вычислительных мощностей и развитых сенсорных возможностей и может также применяться в задачах разведки и патрулирования в групповой робототехнике.*

Ключевые слова: автономный мобильный робот, групповая робототехника, навигация муравьев, распознавание сцен, пространственно-временная ориентация, задачи фуражировки и патрулирования.

¹ Ирина Петровна Карпова, к.т.н., доцент (karpova_ip@mail.ru).

1. Введение

Ориентация в пространстве, способность к реализации эффективных поисковых стратегий, запоминание и дальнейшая обработка маршрута – все это относится к важнейшим базовым механизмам мобильной робототехники. Среди множества методов решения этих задач особое место занимают так называемые биологически инспирированные методы ориентации и навигации в целом. За основу берутся некоторые механизмы ориентации, присущие тем или иным животным, чаще всего – насекомым. И тогда появляются различного рода пчелиные алгоритмы, алгоритмы стаи волков, методы косяка рыб и, разумеется, «муравьиные» алгоритмы (ant colony optimization algorithms). Как методы поисковой оптимизации, эти модели вполне успешно решают широкий спектр задач. Проблема лишь в том, что обычно они имеют слабое отношение к реальным биологическим или поведенческим механизмам, наблюдаемым в животном мире. Тот же муравьиный алгоритм подразумевает, что муравей или его аналог оставляет некий феромонный след; на этом, собственно, и строятся все дальнейшие рассуждения [17]. Однако, во-первых, далеко не все муравьи метят дорогу феромонами. Во-вторых, даже при использовании феромонов должна осуществляться разведка, во время которой особи должны ориентироваться в пространстве [10]. Кроме того, механизмы ориентации насекомых, использующих зрительное восприятие и реализующих пространственные и временные оценки (если не рассуждения) оказываются гораздо глубже и важнее для развития методов навигации искусственных агентов – мобильных роботов.

В этой работе рассматривается метод ориентации и навигации роботов (аниматов), который имитирует навигационное поведение муравьев *Formica rufa* в ходе коллективной фуражировки. Решается задача моделирования поискового поведения, которая является базовым компонентом задач поиска, транспортировки, разведки, патрулирования и т.д.

Важно, что модельный объект (муравей) в данном случае рассматривается с внешней, феноменологической точки зрения, но биологическая, а точнее, этологическая основа играет реша-

ющую роль. Этот подход относится к направлению развития групповой робототехники, связанному с моделированием социального поведения [5].

Дадим некоторые пояснения по используемой терминологии. Объектом исследования является искусственный автономный агент, действующий в виртуальной или реальной среде и имитирующий поведение живого организма [37], поэтому в тексте чаще используется термин анимат. Если же речь идет о роботах, то это касается проведения натуральных экспериментов и возможностей дальнейшего применения метода для решения реальных задач.

Структура работы такова. В следующем разделе содержится краткий обзор биоинспирированных систем навигации роботов с указанием их отличий от рассматриваемого подхода. В разделе 3 описываются основные особенности механизмов ориентации муравьев, на которых базируется предлагаемый метод. Затем приводятся разработанные алгоритмы действий аниматов, имитирующих поведение разведчика и фуражира при решении задачи фуражировки. Раздел 5 содержит описание возможностей анимата и условий его функционирования, а также переход к относительным величинам для формирования модели поведения анимата (робота). Далее приводится собственно предлагаемый метод ориентации аниматов по визуальным ориентирам, в основе которого лежит распознавание сцен и выделение в них опорного ориентира. В разделе 7 описывается архитектура системы управления анимата. Далее приводятся результаты имитационного и натурального моделирования, описываются изменения, которые потребовалось вносить в управляющую программу при переходе от виртуальной модели к управлению реальным роботом. Также раздел 8 включает обсуждение полученных результатов и их сравнение с данными по модельному виду *Formica rufa*. Заключение содержит общие выводы по работе и описание возможных изменений, которые позволят перейти от задачи фуражировки к решению других схожих задач.

2. Краткий обзор природоподобных систем ориентации и навигации роботов

Многие исследователи в области автономных мобильных роботов (АМР) изучают принципы навигации муравьев для их использования в качестве основы при разработке методов навигации и ориентации АМР. Например, в работе [16] предлагается метод ориентации на основе искусственной нейронной сети, использующей визуальные ориентиры и реализующей систему интеграции пути, аналогичную той, которая есть у муравьев. Имитационное моделирование подтверждает, что подобная система позволяет искусственному агенту хорошо ориентироваться, и это поведение можно объяснить без предположения о существовании когнитивной карты как общего представления о поисковом пространстве.

Если же говорить об исследованиях, в которых навигационный механизм муравьев используется для организации перемещения автономных роботов, то одной из первых в этой области можно считать работу [22]. Там авторы описывают робота, оснащенного компасом, имеющего систему интеграции пути и использующего данные энкодеров. Специальный компас позволял роботу ориентироваться по поляризации солнечного света, аналогично муравью, и робот мог вернуться в точку отправления после прохождения маршрута, состоящего из нескольких отрезков.

В статье [20] описывается модель векторной навигации искусственных агентов на основе искусственной нейронной сети. Модель состоит из механизма интеграции путей, глобального обучения с модуляцией вознаграждения, случайного поиска и выбора действий. Механизм интеграции путей объединяет данные компаса и одометрии для вычисления векторного представления текущего местоположения агента в виде паттернов нейронной активности. В этой работе исследователи опираются на данные об активности нейронов центральной нервной системы муравьев, т.е. учитывают их морфологические особенности. Предложенный метод был проверен с помощью имитационного моделирования на задаче случайного блуждания и возвращения домой.

Вообще задача произвольного перемещения по полигону с возможностью возвращения домой (англ. homing) разработана достаточно подробно (например, [32, 40]). Уделяется большое внимание и решению задачи организации памяти (представлению маршрута в памяти). Например, в [31] предложен механизм хранения маршрута в виде дерева, позволяющий не учитывать метрические размеры отрезков, а только топологию расположения ориентиров.

Другой способ представления маршрута в памяти робота и правила его интерпретации для повторного прохождения по маршруту описаны в [9]. Предложенный механизм вычислительно прост, однако имеет ограничения в виде необходимости использования цвета ориентира как его уникального идентификатора и необходимости видеть хотя бы один ориентир из любой точки полигона. Вследствие этого полигон должен быть оснащен ориентирами разных цветов, а робот должен уметь их все различать. Это само по себе является технически достаточно сложной задачей и требует использования высокоточных сенсоров, что ограничивает применение этого метода. Аналогичным образом, в работе [13] предлагаемый метод требует наличия ориентиров с уникальными идентификаторами.

Цель данной работы – создать метод, позволяющий роботам ориентироваться на реальном полигоне без построения карты и использования средств глобальной навигации. Этот метод имитирует навигационное поведение муравьев и предполагает обмен данными о маршруте между роботами. Метод должен включать механизм запоминания и интерпретации описания маршрута, который позволит роботу ориентироваться на реальном полигоне в рамках решения различных задач. Модель поведения анимата (робота) должна оперировать исключительно относительными категориями, без привязки к абсолютным физическим величинам. Механизм должен быть вычислительно простым, а описание маршрута должно быть максимально компактным, чтобы роботы могли обмениваться им между собою по низкоскоростным каналам связи. Он не должен требовать однозначной идентификации объектов (ориентиров) и должен работать в условиях, когда на полигоне есть точки, из которых ориентиры не видны.

Для достижения этой цели необходимо изучить механизм ориентации муравьев *Formica rufa* и создать его модель (на поведенческом уровне, но как можно ближе к оригиналу).

3. Ориентация муравьев: основные аспекты

Многие животные, в том числе насекомые, используют для ориентации в пространстве комбинацию различных стратегий. Считается, что муравьи не строят карту местности [16], а для определения направления движения в основном используют солнечный свет (точнее, поляризацию освещенного неба) и визуальные ориентиры [23, 35]. Некоторые виды муравьев используют также феромонный след [36], но в данной работе этот аспект не затрагивается, так как имитация феромонов, во-первых, требует специально оборудованного полигона, а во-вторых, феромонная навигация не отвечает на основной вопрос – как ориентируются в пространстве животные и как может воспринимать мир робот.

Во многих работах, посвященных применению навигационных механизмов муравьев в робототехнике, модельным объектом является пустынный муравей – *desert ant* (например, [22]). Пустынные муравьи занимаются одиночной фуражировкой. Нас же интересует не только поиск еды (или ресурсов в общем случае) и возвращение особи домой (в гнездо), но и возможность передачи сведений о маршруте от одной особи к другой – пассивному фуражиру. Пассивный фуражир не занимается поиском еды, но может быть мобилизован для переноса еды активным фуражиром – разведчиком. Единственным видом, у которого к настоящему времени обнаружен такой вариант фуражировки, является *Formica rufa* – рыжий лесной муравей [28]. Муравьи-разведчики *Formica rufa* под действием голода периодически отправляются на поиски еды. Найдя еду и запомнив дорогу к ней, они возвращаются в гнездо и могут повести пассивных фуражиров за собой, чтобы перенести еду в гнездо. Но возможен также и другой вариант: разведчик передает фуражиру сведения о маршруте до еды, и тот самостоятельно идет за ней ([2] – натурные наблюдения, [30] – лабораторные опыты).

Последняя возможность имеет исключительно важное значение для применения навигационных механизмов муравьев в групповой робототехнике. Если муравей-разведчик ведет фуражиров за собой, то он может повести 2–3 особи [1], которые видят его непосредственно и могут следовать за ним, не теряя его из виду. Если же роботы-фуражиры будут следовать за лидером, то придется решать задачу передвижения группы роботов, используя, например, искусственный прием типа маяка на роботе-разведчике или имитируя контагиозное поведение. Но при передаче описания маршрута от разведчика фуражирам таких сложностей и серьезных ограничений нет: все фуражиры, находящиеся в зоне устойчивого приема сигнала, могут принять это описание (и обмениваться им), а дальше действовать самостоятельно. Передача данных между роботами может осуществляться по локальному каналу связи, например, через bluetooth или ИК-канал [10].

Для реализации подобного подхода предлагаемый метод должен описывать маршрут в краткой форме. В экспериментальных исследованиях [27, 30] было показано, что усложнение маршрута ведет к увеличению времени на его передачу от разведчика фуражиру, а также к увеличению количества неудач при прохождении маршрута фуражиром. Маршрут в этих опытах задавался последовательностью поворотов в лабиринте. Такая форма задания маршрута вполне допустима, так как в природе рыжие муравьи перемещаются по так называемым *дорогам* (рис. 1) – протоптанным муравьями тропам с ветвистой структурой, и их маршрут может быть представлен как последовательность поворотов.

Конечно, имитируя природоподобные механизмы на робототехнических устройствах, мы могли бы отказаться от жестких ограничений по объему памяти и скорости передачи данных. Но чем дальше мы будем отходить от первоисточника, тем меньше у нас будет прав ссылаться на работы биологов и относить наш подход к природоподобным технологиям. Более того, в этом исследовании во время проведения экспериментов выяснилось, что исключение некоторых элементов механизма ориентации муравьев или применение более простых технических решений приводят к неустойчивой работе метода. И только в случае реа-

лизации, максимально близкой к тому, что наблюдается у муравьев, метод работает устойчиво даже в сложных условиях – при малом или, наоборот, очень большом количестве ориентиров.

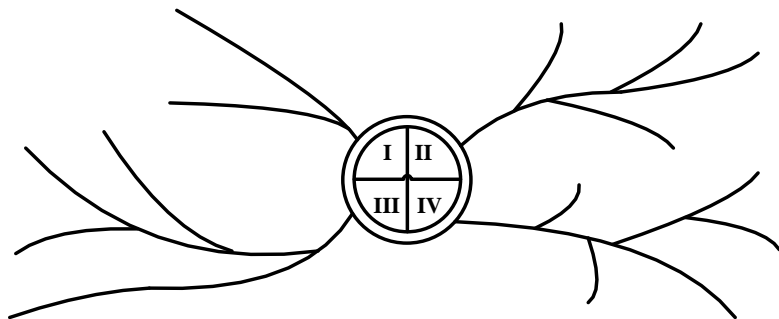


Рис. 1. Муравейник с четырьмя колоннами и дорогами, по А. Захарову [3]

Опишем основные аспекты навигационного поведения муравьев, опираясь на наблюдения за поведением муравьев в ходе перемещения на местности и фуражировки:

1. При перемещении на местности муравьи используют внутренний компас, включающий Солнце (поляризацию освещенного неба или рассеянного солнечного света), одометрическую информацию (шагомер) и систему интеграции пути (path integration) [16, 23]. Под одометрией (odometer information) здесь понимается использование данных о движении муравья для оценки его перемещения. А система интеграции пути во время движения постоянно обновляет вектор, который указывает фактическое направление обратно на муравейник (гнездо).

2. Компас и шагомер подвержены кумулятивным ошибкам [33], поэтому для навигации муравьи также используют визуальные ориентиры (камни, отдельные растения и другие ориентиры, которые выделяются на местности). Более того, для опытных фуражиров информация, предоставляемая визуальными ориентирами, доминирует над информацией от системы интеграции пути в случае их конфликта [24, 39].

3. Считается, что муравьи ведут себя так, как будто они запоминают образы сцен с ориентирами, видимых с определенных

точек обзора, и сохраняют эти образы в памяти. Затем при повторном приближении к ориентиру они сравнивают сохраненные «снимки» с текущими, пытаясь занять ту же самую позицию [34]. Судя по поведению муравья при запоминании сцены, он осматривает составляющие ее ориентиры, выбирает один (опорный), а затем обходит его справа или слева. Это предположение подтверждается тем, что при повторном прохождении этого маршрута муравей стремится обойти знакомый ориентир с той же стороны, даже если ориентир переместили левее или правее начального положения [38].

4. Вероятно, муравьи различают два типа ориентиров, которые можно назвать *локальными* и *путевыми*. Первые расположены вблизи гнезда и около постоянных кормовых участков, вторые – на пути к кормовому участку или обратно. Обнаружение путевого ориентира заставляет муравья поворачивать под нужным углом и продолжать движение. Также распознавание путевого ориентира подавляет влияние локального вектора движения, заданного предыдущим ориентиром [16]. Обнаружение локального ориентира запускает процедуру *систематического поиска*: муравей знает, что гнездо (или еда) находятся рядом, и начинает методично кружить вокруг этого места, пока не найдет искомое.

5. При обнаружении во время прохождения маршрута искомого объекта (еды или другого ресурса) пассивный фуражир прекращает движение по маршруту и идет в сторону объекта, чтобы взять его и перенести в гнездо. Таким образом, маршрут может оказаться пройденным не до конца, но это нормально, так как цель прохождения маршрута – обнаружение ресурса, а не повторение маршрута.

6. Правила, по которым муравей из множества ориентиров выбирает «опорный», в литературе не описаны. Но у рыжих лесных муравьев все поисковые участки около гнезда распределены между колоннами (кланами) этого гнезда (рис. 1), и муравей-разведчик в процессе поиска старается оставаться в пределах «своего» сектора, т.е. придерживается некоего общего направления поиска. Кроме того, резкие повороты в пути чаще приводят к неудачному поиску, что показано как для пустынных муравьев [15], так и для лесных [28]. Поэтому мы будем счи-

тать, что муравей выбирает ориентиры, расположенные прямо перед ним, а если их нет, то ориентиры правее или левее. В отсутствие ориентиров он идет прямо.

Очевидно, что правило выбора ориентира для конкретной технической системы можно менять и выбирать, например, поочередно левый и правый объекты. Главное, чтобы последователь использовал бы те же правила и совершал аналогичные разведчику действия при поиске потерянного ориентира.

Далее рассмотрим, как в целом должны действовать разведчики и фуражиры в процессе фуражировки. Под фуражировкой здесь понимается поиск на полигоне некоторого ресурса, местоположение которого изначально неизвестно, и перенос его на базу (по частям, т.е. порциями, с которыми может справиться один робот). Более подробно особенности фуражировки описаны в [10].

4. Настоящий муравьиный алгоритм

Начнем с объяснения подзаголовка данной статьи. В отечественной литературе за ранее упомянутым термином *«ant colony optimization algorithm»* при переводе на русский язык закрепился перевод «муравьиный алгоритм». Возможно, это связано с тем, что развитие этой группы методов началось с работы *«Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents»* [18]. Но для оптимизационных алгоритмов, учитывающий единственный эффект феромонного следа, такое название является слишком общим и не отражает сути данных методов. С другой стороны, представленные ниже алгоритмы более целостным образом имитируют поведение муравьев, которое разведчики и фуражиры демонстрируют во время фуражировки. Таким образом, эти алгоритмы с большим основанием можно называть муравьиными алгоритмами, чем те, которые принято так называть сейчас.

Итак, задача фуражировки разбивается на три этапа: найти искомый объект, перенести его «домой» (вернувшись в точку отправления) и при необходимости повторить этот путь. В процессе поиска пищи у муравьев рода *Формика* [2] разведчик запоминает свое положение относительно солнца, визуальные ориентиры, мимо которых он проходит, и примерное расстояние

до них. Это позволяет ему вернуться обратно в гнездо и передавать фуражирам сведения о маршруте так, чтобы они могли дойти до этой пищи [3]. Исходя из этого и опираясь на особенности навигации муравьев, **общий алгоритм** действий разведчика представляется таким (рис. 2):

1. Анимат-разведчик начинает путь от «дома». Если он не видит ни одного ориентира, он идет вперед, пока не увидит хотя бы один ориентир.

2. Если в процессе перемещения анимат видит искомый объект, он запоминает текущую сцену как элемент описания маршрута и идет к искомому объекту.

3. Из видимых ориентиров он выбирает опорный ориентир, направление его обхода (слева или справа) и запоминает его как элемент описания маршрута.

4. Анимат совершает обход опорного ориентира.

5. Если после завершения обхода опорного ориентира он видит хотя бы один новый ориентир, он переходит к п. 3. Если не видит ни одного, совершает поворот до тех пор, пока не увидит подходящий ориентир. (Он поворачивает налево, если обходил ориентир слева, и направо в противном случае).

6. После нахождения пищи анимат возвращается домой, используя данные компаса, и передает описание маршрута второму анимату (фуражиру).

Анимат-фуражир действует по похожему алгоритму (рис 3), но не ищет новый ориентир, а сопоставляет сцены из маршрута с тем, что видит вокруг себя. (На рис. 3 изменения по сравнению с алгоритмом действий разведчика выделены серым). При успешном сопоставлении сцен фуражир обходит опорный ориентир и переходит к следующей сцене. При неудаче запускает процедуру поиска опорного ориентира в текущей или следующей сцене, аналогично муравью, потерявшему ориентир. Если текущая сцена является последней, фуражир запускает процедуру систематического поиска.

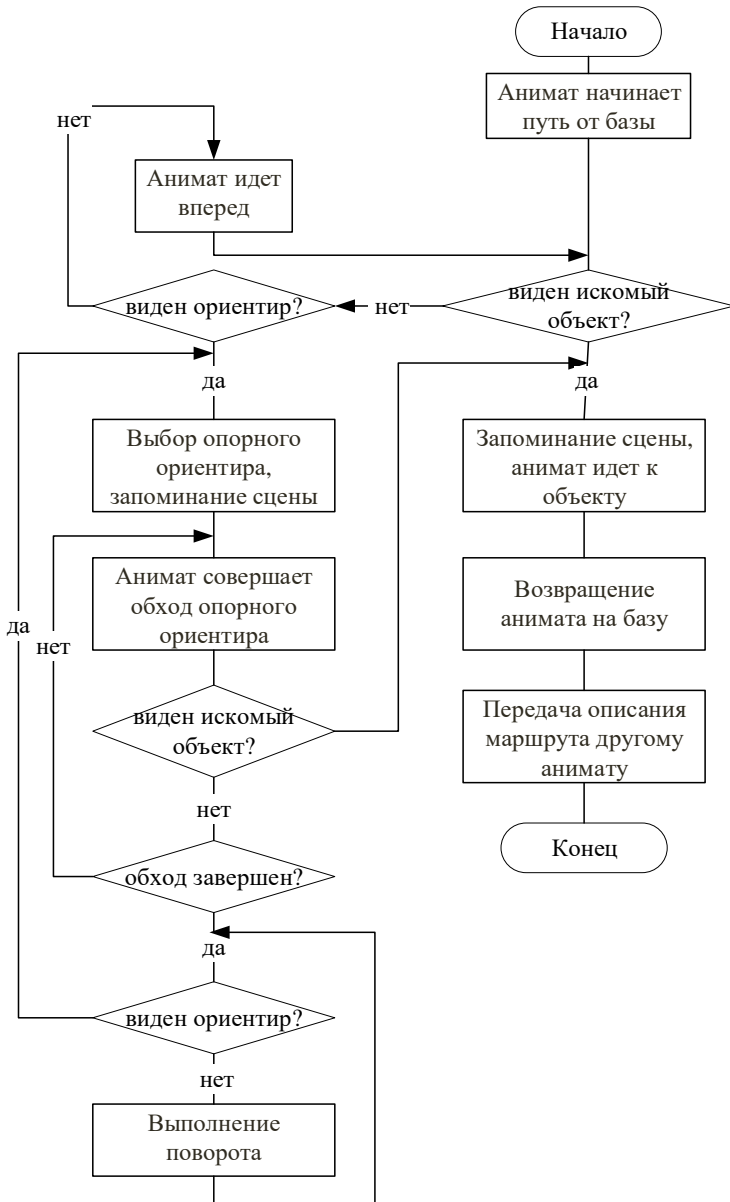


Рис. 2. Общй алгоритм действий анимата-разведчика

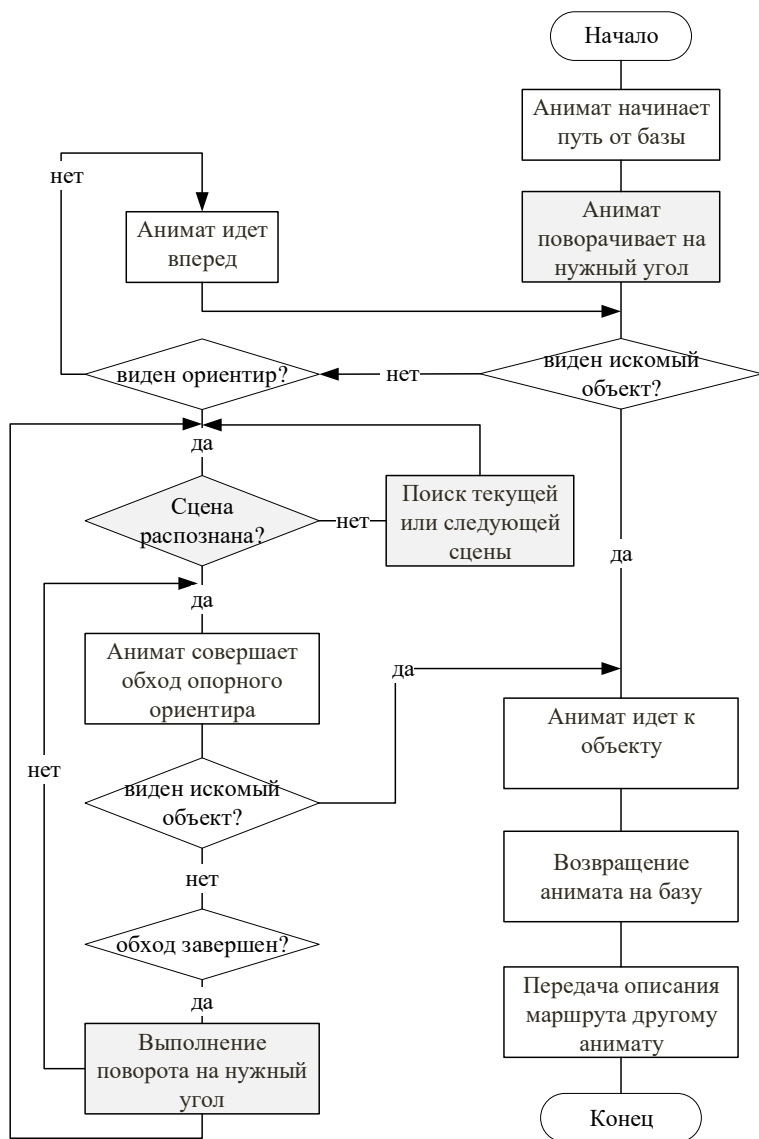


Рис. 3. Общий алгоритм действий анимата-фуражира

Сопоставление со следующей сценой анимат начинает выполнять, если поиск в текущей сцене неудачен и истекло не менее половины времени (числа тактов), которое анимат должен был провести на данном отрезке пути. При этом видимая сцена сопоставляется как с текущей, так и со следующей сценой маршрута. В качестве обоснования выбора именно половины длины отрезка как реперной точки использовались данные о поведении *Melophorus bagoti*. В отсутствие знакомых ориентиров они прибегают к интеграции пути и начинают двигаться в сторону, где предположительно находится гнездо, осматривая окружающую местность. Но поиск *M. bagoti* начинается не там, где должно находиться гнездо, а примерно на полпути между источником пищи и местом расположения гнезда [25]. Предполагается, что муравьи при этом ищут знакомые визуальные сигналы вдоль маршрута, а не само гнездо.

Таким образом, в данном методе не используется одометрическая информация. Вместо этого запоминается примерное время прохождения каждого отрезка пути. Но и эта информация используется только в том случае, если не видны знакомые ориентиры. Это возможно благодаря тому, что нет необходимости повторять маршрут с высокой точностью, и описание маршрута определяет визуальный коридор, а не узкую дорогу [14].

При поиске фуражир соблюдает общее направление движения на текущем отрезке пути в соответствии с данными компаса. Механизм реализации компаса в данном случае несущественен. В реальных условиях это может быть как информация, полученная извне, так и некий «внутренний» датчик, который имитирует компас насекомых (например, как в [19]). Заметим, что в данной работе для имитации компаса при моделировании использовалась информация от полигона, а реальный робот был оснащен электронным компасом с погрешностью $2-4^\circ$.

5. Мир анимата

Определим, как можно представить мир анимата и какими возможностями он должен обладать для реализации такого поведения. При этом необходимо учитывать, что создаваемая мо-

дель должна оперировать исключительно относительными категориями, без привязки к абсолютным физическим величинам.

На полигоне, по которому перемещаются аниматы, расположена «база», неподвижные объекты (**ориентир**ы) и некоторые целевые объекты («пища», которую нужно перенести на «базу»). Путь – это последовательность перемещений, приводящая анимата от одного целевого объекта к другому, при этом в качестве целевых объектов могут выступать «база» или «пища». Изначально аниматы находятся около «базы», что полностью соответствует ситуации у муравьев: и разведчики, и пассивные фуражиры начинают движение от гнезда.

Анимат может двигаться вперед и назад, поворачивать направо и налево, останавливаться. У него есть локатор, с помощью которого он «видит» окружающие объекты внутри некоторой области видимости. Этот локатор с функциональной точки зрения реализует «зрение» анимата. В проведенных исследованиях угол зрения варьировался в пределах от 60 до 120°. Влияние угла обзора на поведение анимата будет обсуждено ниже. Анимат распознает цвет объектов и умеет определять расстояние до них (приблизительно) и направление (относительно себя) (рис. 4).

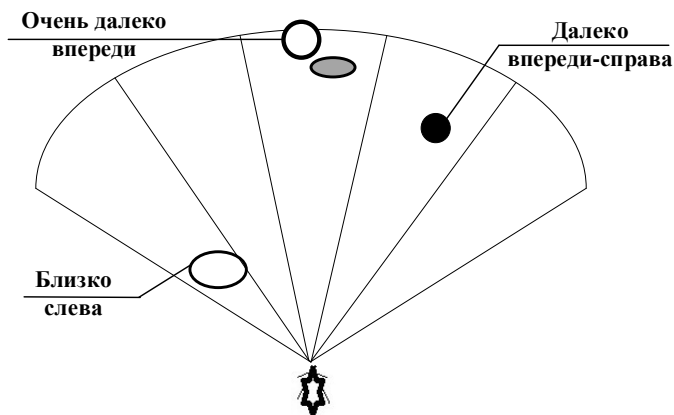


Рис. 4. Область видимости анимата, направление и расстояние

При этом мир анимата разбивается на клетки, размер которых определяется характерным линейным размером робота (модельным или реальным). Такие условные единицы являются удобными для описания поведения анимата, определения расстояний, скоростей и т.п., и позволяют абстрагироваться от реальных физических размеров.

Для работы с понятиями «расстояние» и «направление» были введены соответствующие порядковые шкалы. Таблица 1 содержит шкалу пересчета расстояний для радиуса видимости 20 условных единиц («клеток»), таблица 2 – шкалу пересчета направлений для области видимости в 120° (рис. 5). Естественно, конкретные диапазоны значений этих шкал могут быть заменены другими при необходимости, как и количество значений на шкале.

Таблица 1. Шкала расстояний

Расстояние (усл. ед.)	Название диапазона	Обозначение	Значение
0–2	Очень близко	NEAR	1
3–5	Близко	CLOSE	2
6–10	Недалеко	NOTCLOSE	3
11–15	Далеко	FAR	4
16–20	Очень далеко	VERYFAR	5

Таблица 2. Шкала направлений

Значение в градусах	Название диапазона	Обозначение	Значение
0–23	Справа	D_R	1
24–47	Впереди справа	D_FR	2
48–71	Впереди	D_F	3
72–95	Впереди слева	D_FL	4
96–119	Слева	D_L	5

Пусть в мире анимата существует множество Ω из N распознаваемых им объектов: $\Omega = \{x_n\}, n = 1, \dots, N$.

Под *ориентиром* будем понимать один или несколько объектов, образующих компактную группу, т.е. расположенных близко друг к другу (рис. б). Ориентир Q образуется объектами $\{x_n\}$, для которых:

$$(1) Q = \{x_i\} (\{x_i\} \in \Omega): \forall x_k \in Q \exists x_m: x_m \in Q, \rho(x_k, x_m) \leq \Delta.$$

Здесь ρ – расстояние между объектами (например, евклидово), а Δ – верхняя граница диапазона «очень близко». Если необходимо учитывать наблюдаемые линейные размеры объектов, то речь пойдет о минимальном расстоянии между объектами.

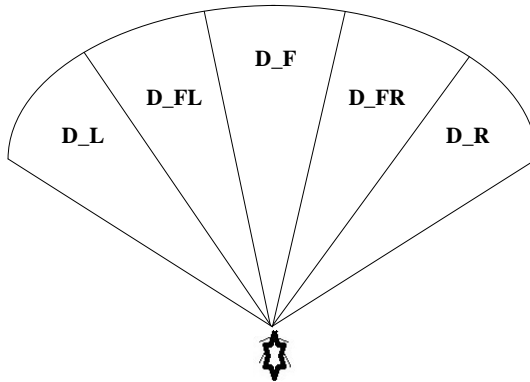


Рис. 5. Диапазоны направлений для области видимости 120°

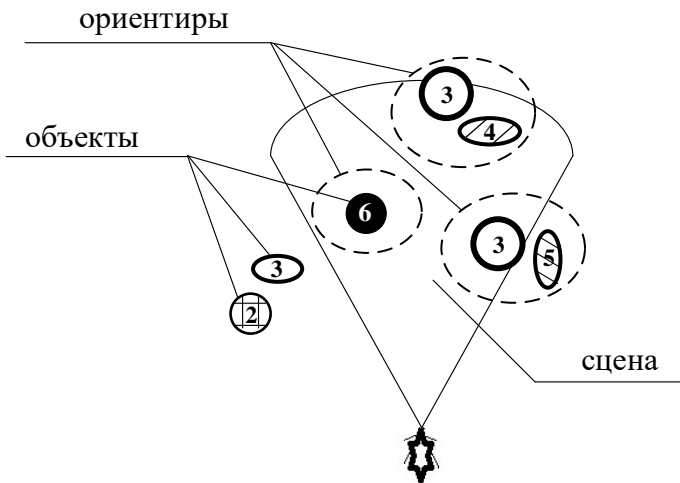


Рис. 6. Ориентиры, состоящие из объектов и образующие сцену

6. Описание метода ориентации

Принцип формирования описания пути основывается на том, что муравей-разведчик запоминает путь приблизительно и муравей-фуражир повторяет этот путь в общих чертах. Поэтому при формировании описания маршрута запоминаются сцены и ориентиры, которые анимат выбирает в качестве опорных, а также количество тактов, которые ему требуются для того, чтобы обойти этот ориентир и выбрать следующий. Таким образом в модель вводится понятие времени, которое привязано не столько к тактам (шагам анимата), сколько к изменению его состояния относительно окружающей среды (завершение одного отрезка пути и переход к следующему). Это согласуется, в частности, с идеями, изложенными в [29], что подсчет заметных визуальных изменений является основным механизмом восприятия времени.

Объекты и ориентир в целом имеют атрибуты, которые делятся на постоянные и переменные. К постоянным атрибутам можно отнести форму объектов, их линейные размеры, цвет, расстояние между объектами. Переменными являются положение объектов друг относительно друга с точки зрения анимата, расстояние от анимата до объекта и направление на него по компасу.

Для использования визуальных ориентиров в качестве своеобразных «маяков» при прохождении маршрута анимату необходимо уметь их отличать друг от друга. Наличие ориентиров с одинаковым набором постоянных атрибутов делает невозможным использование набора этих атрибутов для их идентификации. Поэтому, естественно, необходимо решать более общую задачу по распознаванию сцены [6, 11]. Сцена образуется набором видимых ориентиров и отношений между ними (на рис. 6 сцена состоит из трех ориентиров). Исходя из зрительных возможностей анимата, отношения между ориентирами могут быть такими: слева или справа, ближе или дальше. При этом возникает ряд проблем с распознаванием как сцен, так и ориентиров. Например, могут быть видны не все объекты, входящие в ориентир, при изменении ракурса одни объекты могут перекрывать другие и т.д.

Маршрут описывается как последовательность сцен $\Omega = \{S_j\}$, $j = 1, \dots, L_p$, где L_p – длина маршрута. Каждая сцена S_j состоит из множества ориентиров $\{O_i^j\}$, один из которых находится в фокусе внимания и является опорным (относительно него совершаются все действия). Каждый ориентир O_i^j , в свою очередь, состоит из множества наблюдаемых объектов с их характеристиками (контекстом) $V: O_i^j = \{V_k\}$:

$$V_k = \{Id, X, \{(dir_i, dist_i)\}, Compas, Timer\},$$

где Id – идентификатор объекта (например, цвет); X – признак опорного ориентира (равен направлению обхода); $\{(dir_i, dist_i)\}$ – множество пар, хранящих направление и расстояние до левой границы, центра объекта и правой границы соответственно; $Compas$ – значение датчика «компас»; $Timer$ – номера тактов в начале и в конце отрезка пути.

Отношения «слева» и «справа» зависят от выбранного курса и могут меняться во время движения, расстояние также изменяется. В связи с этим можно применить подход на основе одной из разновидностей псевдофизической логики (ПФЛ) – пространственной логики. Она включает, в частности, нечеткие бинарные пространственные отношения для направлений и отношения для взаимного расположения объектов [4]. Примером применения ПФЛ для построения динамической модели окружающего мира служит работа [7], в которой начало системы координат связано с роботом и введен набор правил определения отношений между объектами окружающей среды и роботом. Аналогичным образом введем правила, определяющие возможное изменение положения объектов при выполнении аниматом элементарных действий.

Все действия анимат совершает относительно опорного ориентира (ОО). И таких действий, вообще говоря, всего три: обойти ориентир слева, справа или двигаться к нему (если речь идет об искомом объекте). В любой ситуации анимат фактически выбирает точку, принадлежащую определенному объекту, входящему в ориентир. Если анимат обходит ОО слева, то такой точкой является левая граница крайнего левого объекта ОО; если обходит справа – то правая граница крайнего правого объекта. Для искомого объекта может быть выбрана, например, точка в центре объекта. Таким образом, после выбора необходимой

точки ОО анимату не требуется на каждом шаге сложным образом сопоставлять предыдущий вид этого ориентира с наблюдаемым, учитывать смещение отдельных частей ориентира или его частичный уход из поля зрения. Достаточно сравнивать текущее и предыдущее положение границы (или другой точки) выбранного объекта.

Обозначим точку, относительно которой анимат совершает движение, как $\alpha(Id, dir, dist)$. Здесь Id – это цвет точки (или, в общем случае, идентификатор объекта, которому она принадлежит); dir и $dist$ – соответственно направление на эту точку и расстояние от анимата до точки α в момент времени t . Направление и расстояние представлены здесь значениями порядковых шкал (таблица 1 и таблица 2). При движении анимата направление и расстояние могут меняться. И в следующий момент времени анимат должен определить, продолжает ли он видеть выбранную точку, и уточнить ее положение (dir и $dist$). Пусть $\alpha'(Id, dir', dist')$ – точка с таким же цветом (идентификатором), видимая в момент времени $(t + 1)$. Причем таких точек анимат может видеть несколько (к примеру, на рис. 6 анимат видит два объекта с $Id = 3$). Допустимость отображения $\alpha \rightarrow \alpha'$ определяется следующим образом:

$$(2) \quad \alpha \rightarrow \alpha': f_1(dir, act) = dir' \wedge f_2(dist, act) = dist',$$

где act – действие, которое производит анимат в момент времени t ; f_1, f_2 – отображения направления dir в dir' и расстояния $dist$ в $dist'$ в соответствии с действием act . Функцию отображения f_1 для направления можно реализовать с помощью матрицы переходов:

$$(3) \quad f_1: M(dir, act) = dir' \vee dir = dir'.$$

Таблица 3 содержит матрицу M переходов с возможными изменениями направления на точку α в зависимости от действий анимата. (D_NOT означает уход ориентира из поля зрения, его отсутствие). Например, если ориентир был впереди ($dir = 3$), а анимат поворачивает налево ($act = 1$), то ориентир может переместиться в положение справа-впереди или останется впереди, что в форме правила можно записать так:

*Если $dir = \langle \text{впереди} \rangle$ и $act = \langle \text{налево} \rangle$,
то $dir' = dir$ или $dir' = \langle \text{справа-впереди} \rangle$*

Таблица 3. М – матрица переходов для правил ПФЛ

	Назад (0)	Налево (1)	Вперед (2)	Направо (3)	Стоп (4)
Отсутствует (0)	D_NOT	D_NOT	D_NOT	D_NOT	D_NOT
Слева (1)	D_FL	D_FL	D_NOT	D_NOT	D_L
Слева- впереди (2)	D_F	D_F	D_L	D_L	D_FL
Впереди (3)	D_F	D_FR	D_F	D_FL	D_F
Справа- впереди (4)	D_F	D_R	D_R	D_F	D_FR
Справа (5)	D_FR	D_NOT	D_NOT	D_FR	D_R

С расстоянием все обстоит не так однозначно. Если для движения анимата вперед и назад возможные изменения расстояния до точки α очевидны, то с поворотами все сложнее. В модельном мире расстояние при поворотах не меняется, а для реального робота оно может увеличиться или уменьшиться. Это зависит от габаритов робота, от способа выполнения поворота (танковый поворот или обычный) и т.д. Но в любом случае это изменение должно быть монотонным, т.е. может изменяться за один шаг не более чем на 1: например, было «близко», стало «очень близко». Исходя из этого функция отображения для расстояния может быть определена следующим образом:

$$(4) f_2: |dist - dist'| \leq 1.$$

Конечно, такие правила сопоставления α и α' не гарантируют отсутствие ошибок. Зато они не требуют сложных вычислений и, что важнее, соответствуют приблизительному характеру сенсорики как робота, так и муравья.

Итак, при прохождении маршрута фуражир сопоставляет видимую сцену S^v и сцену S_i из описания маршрута (i – номер сцены в описании). Сцены сравниваются как наборы ориентиров с учетом размеров, направлений и отношений между ними. Если сцены S^v и S_i признаются похожими, то анимат разворачивается к опорному ориентиру так, чтобы видеть его с того же ракурса, что и разведчик при первом проходе. Добившись таким образом максимального соответствия сцен, он запускает процедуру обхода опорного ориентира.

В процессе сопоставления сцен приходится учитывать множество параметров, в том числе разные варианты несоответствия видимой сцены и запомненной. Неизвестно, как именно муравей воспринимает визуальные ориентиры, открытым остается множество вопросов. Если несколько объектов расположены близко друг к другу, воспринимает ли он их как один ориентир или различает по отдельности? Когда изменение ориентира приводит к тому, что муравей перестает его узнавать? Использует ли он в своей деятельности все одновременно видимые ориентиры или какую-то их часть? Возможно, это зависит, например, от сложности окружающего мира: в пустыне количество ориентиров исчезающе мало, а в лесу их слишком много. Но для практических целей оказалось, что достаточно учитывать опорный ориентир и его *контекст* – ориентиры слева и справа от опорного. Такой упрощенный подход может быть также обоснован сложностью среды, в которой способен функционировать анимат, исходя из его физических размеров и сенсорных способностей.

Была разработана система подсчета степени сходства для триплетов ориентиров: $\Theta = \{O_L, O_C, O_R\}$, где O_C – опорный ориентир, O_L, O_R – ориентиры слева и справа от опорного (если они есть). Выделение триплетов Θ^v в видимой сцене происходит так, как показано, например, на рис. 7: в первом триплете отсутствует ориентир слева от опорного (O_L), в последнем отсутствует ориентир справа от опорного (O_R). Таким образом, с триплетом Θ^m ($\Theta^m \in S^m$), который содержит опорный ориентир запомненной сцены и может содержать левый и правый ориентиры, будут сопоставляться такие триплеты Θ^v : $(\emptyset, 1, 2)$, $(1, 2, 3)$ и $(2, 3, \emptyset)$.

Для сравнения триплетов предлагается использовать ранжирование, основанное на линейной свертке критериев [12], которыми являются оценки степени сходства элементов триплетов по отдельным атрибутам. Каждый ориентир имеет множество атрибутов $\{P_i\}$ ($0 < i \leq N$, N – общее количество атрибутов); значения атрибутов дискретны. Все атрибуты можно разделить на постоянные $\{P^c_j\}$ и переменные $\{P^v_n\}$.

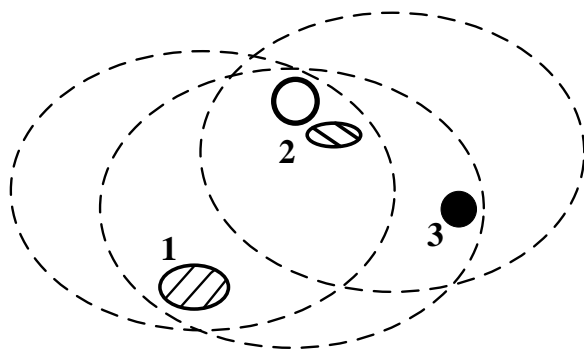


Рис. 7. Выделение фрагментов сцены (триплетов)

Степень близости (сходства) ориентиров можно рассматривать как величину, обратную расстоянию r между ними в некотором метрическом пространстве:

$$(5) \quad \delta = 1/r.$$

Обратим внимание на то, что в мире аниматов нулевых расстояний не бывает. Даже если объекты находятся рядом, они занимают разные клетки, и минимальное расстояние между ними равно 1. Аналогично, камера робота (или дальномер) не может вернуть нулевое расстояние до объекта.

Значения ряда атрибутов имеют естественный порядок (например, расстояние до ориентира). Но нас интересует более общий случай, когда все или часть атрибутов такого порядка не имеют (например, цвет). Тогда для оценки расстояния r можно каждый атрибут представить набором шкал и ввести метрическое пространство, включающее для каждого значения каждого атрибута свою биполярную шкалу, например, $(-1, 0, 1)$:

1 – данное значение параметра установлено для данного ориентира;

0 – значение этого параметра неизвестно для данного ориентира;

-1 – данное значение параметра не установлено для данного ориентира.

Степень сходства пары ориентиров O^v и O^m ($O^v \in \Theta^v$, $O^m \in \Theta^m$), занимающих одинаковое положение в триплете, может быть подсчитана следующим образом:

$$(6) \quad \delta_x(O^v, O^m) = \sum_{i=1}^N k_i G(\{p_j^i\}),$$

где k_i – коэффициент важности i -го атрибута (цвет, направление и т.д.); $G(\{p_j^i\})$ – функция, определяющая в соответствии с (5) степень близости значений по шкалам i -го атрибута ($1 \leq j \leq N_i$, N_i – количество значений i -го атрибута). Тогда общая степень сходства триплетов:

$$(7) \quad \delta(\theta^v, \theta^m) = \sum_{x=1}^3 C_x \delta_x(O_x^v, O_x^m),$$

где C_x – коэффициент важности ориентира (может быть разным для опорного ориентира, левого и правого); $\delta_x(O_x^v, O_x^m)$ – оценка степени сходства ориентиров (6).

Исследование метрики данного пространства признаков выходит за границы данной работы. Отметим лишь, что при моделировании неплохие результаты были получены с коэффициентами $k(\text{цвет}) = 0,5$, $k(\text{направление}) = 0,3$ и $k(\text{расстояние}) = 0,2$.

Сопоставлять ориентиры имеет смысл тогда, когда значения постоянных параметров позволяют предположить, что это один и тот же ориентир. Для этого вводится некоторая пороговая величина ε – граница, при достижении которой ориентир из S^v может быть сопоставлен ориентиру из S^m . Значение пороговой величины ε , при котором ориентиры из сцен S^v и S^r сопоставляются, было определено экспертным путем и уточнено в процессе моделирования ($\varepsilon = 0,5$).

Общие правила распознавания сцен следующие. Если существует триплет Θ^v : $\delta(\Theta^v, \Theta^m) > \varepsilon$ и Θ^v – единственный в текущей сцене, то сцена считается распознанной. Если таких триплетов несколько, то в качестве базового выбирается тот, у которого степень сходства выше. Если существуют $\delta(\Theta_1^v, \Theta^m) > \varepsilon$ и $\delta(\Theta_2^v, \Theta^m) > \varepsilon$ и $\delta(\Theta_2^v, \Theta^m) = \delta(\Theta_2^v, \Theta^m)$, то выбирается любой из них: это не имеет принципиального значения с учетом равной близости ориентиров маршруту и приближительности повторного прохождения пути.

7. Организация системы управления анимата

Управление поведением анимата осуществляется на основе конечных автоматов с выходом – автоматов Мили. Архитектура системы управления является трехуровневой. Это позволяет соблюдать дисциплину иерархического управления и явным образом определять уровень управления. Автоматы нижнего уровня реализуют базовые поведенческие процедуры, на выходе этих автоматов – элементарные команды, управляющие движением анимата, и некоторые служебные действия. Мета-автоматы отвечают за последовательности действий анимата: у этологов это принято называть фиксированными комплексами действий (ФКД). Выходом мета-автоматов является запуск автоматов нижнего уровня. Мета-мета-автомат управляет поведением в целом, его задача – запускать мета-автоматы. Такая архитектура позволяет относительно просто изменять поведение анимата без изменения его структуры, базовых возможностей и самой моделирующей программы. Таблица 4 содержит перечень всех созданных автоматов.

Таблица 4. Перечень управляющих автоматов

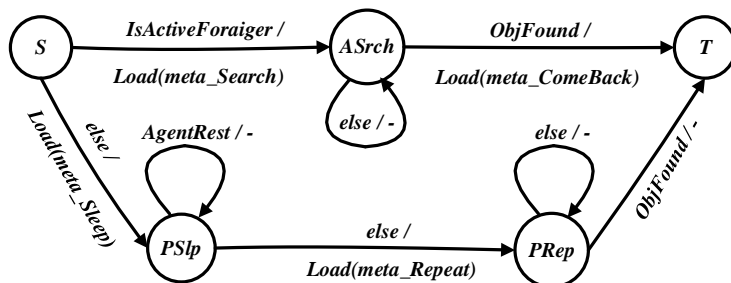
№	Имя автомата	Назначение
1.	meta_meta_fsm_Foraging	Мета-мета-автомат, реализующий фуражировку.
Мета-автоматы:		
2.	meta_fsm_Sleep	Мета-автомат, отвечающий за режим сна (отдыха).
3.	meta_fsm_Search	Обеспечивает поисковое поведение разведчика.
4.	meta_fsm_ComeBack	Имитирует возвращение разведчика на базу (в исходную точку).
5.	meta_fsm_RepeatPath	Реализует повторное прохождение пути фуражиром.
Автоматы:		
6.	fsm_FindBO	Поиск базового ориентира текущей или следующей сцены. Запускается фуражиром при потере опорного ориентира.

Таблица 5 (продолжение)

7.	fsm_NextScene	Переход к следующей сцене.
8.	fsm_Choose	Выбор следующего опорного ориентира.
9.	fsm_Forward	Движение вперед.
10.	fsm_Around	Поворот вокруг себя: запускается при прохождении последнего отрезка пути, если искомый объект не виден. (Имитация систематического поиска).
11.	fsm_Turn	Поворот налево или направо (в зависимости от направления обхода предыдущего ориентира). Запускается после завершения обхода ориентира.
12.	fsm_Acompas	Разворот по компасу: запускается в начале прохождения каждого отрезка пути.
13.	fsm_BypassLeft	Обход ориентира слева.
14.	fsm_BypassRight	Обход ориентира справа.
15.	fsm_MoveTo	Движение к ориентиру.

Привести структуру всех автоматов не представляется целесообразным, но некоторые примеры автоматов разных уровней приведены на рис. 8–10. Пометки у дуг имеют вид *Condition / Action*, где *Condition* – условие, при выполнении которого происходит переход автомата из одного состояния в другое, а *Action* – действие или действия, которые при этом осуществляются.

В ходе данного исследования предлагаемый метод ориентации аниматов применялся к решению задачи фуражировки. Поэтому поисковое поведение анимата-разведчика инициировалось безусловно (при запуске мета-мета-автомата, рис. 8), а инициация действий анимата-фуражира связана с получением им сведений о местоположении искомого ресурса и связанном с этим переходе из состояния «Отдых» (*AgentRest*) в состояние «Повтор пути» (*Repeat*).



Признаки и действия:

IsActiveForaiger – это разведчик
 ObjFound – искомый объект найден
 AgentRest – анимат «спит»
 Load(X) – загрузка автомата X

Мета-автоматы:

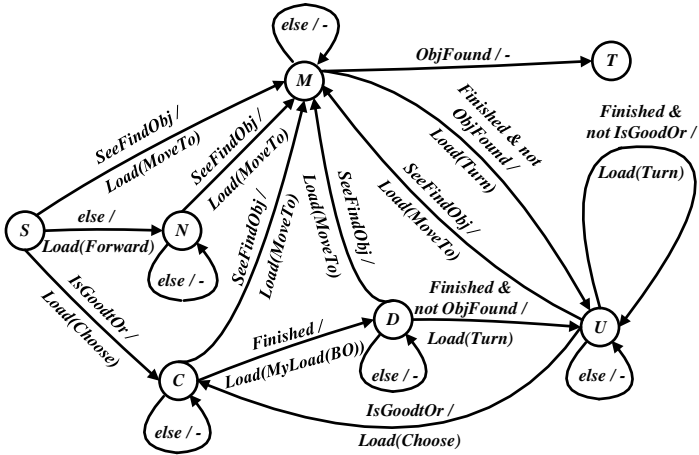
meta_Sleep – «сон» анимата-фуражира
 meta_Search – поиск объекта
 meta_Comeback – возвращение в «дом»
 meta_Repeat – повтор пути до объекта

Рис. 8. Мета-мета-автомат «Фуражировка»

Как видно из рис. 8, мета-мета-автомат проверяет тип и состояние анимата, и для разведчика выполняется сначала поисковое поведение, затем – возвращение домой с передачей фуражиру описания маршрута. А фуражир сначала находится в состоянии сна, а после получения описания маршрута повторяет его, и работа системы в целом завершается.

Автомат поиска «пищи» на рис. 9 фактически реализует алгоритм действий разведчика, описанный выше.

На рис. 10 приведен автомат поиска потерянного ориентира, который запускается после разворота фуражира по компасу в нужном направлении и только в том случае, если опорный ориентир текущей сцены не виден. Фуражир сначала идет вперед, пока не увидит искомый объект или опорный ориентир текущей сцены. Если же истекает не менее половины времени, которое было затрачено разведчиком на прохождение данного отрезка пути, то фуражир начинает проверять соответствие видимой сцены и текущей или следующей сцены в поисках опорного ориентира или искомого объекта.



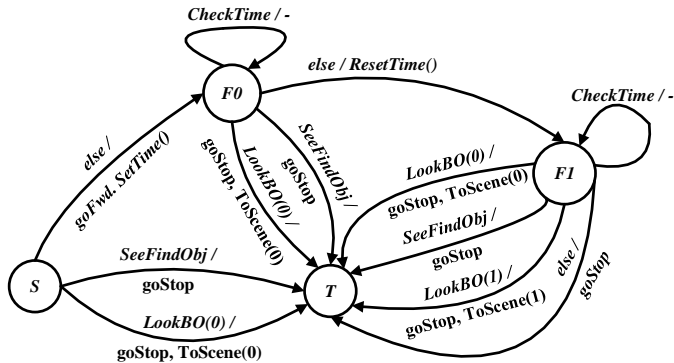
Признаки:

IsGoodOr – есть подходящий ориентир
 Finished – завершена работа автомата
 SeeFindObj – вижу искомый объект
 ObjFound – искомый объект найден
 BO – базовый ориентир

Автоматы:

Forward – движение вперед
 Turn – поворот
 Choose – выбор следующего ориентира
 MoveTo – движение к объекту
 Load(X) – загрузка автомата X
 MyLoad(BO) – загрузка автомата обхода BO

Рис. 9. Мета-автомат поиска «пищи» meta_fsm_Search



Действия:

goStop – остановиться
 goFwd – идти вперед
 SetTime – установить интервал времени
 ResetTime – начать отсчет интервала времени
 ToScene(0/1) – перейти к текущей(0) или следующей(1) сцене

Признаки:

SeeFindObj – вижу искомый объект
 CheckTime – интервал времени не закончился
 LookBO(0/1) – вижу базовый объект текущей(0) или следующей(1) сцены

Рис. 10. Автомат поиска потерянного ориентира fsm_FindBO

8. Результаты экспериментов

4.1. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Имитационное моделирование проводилось на упрощенной задаче фуражировки: не рассматривался этап возвращения разведчика в «дом» (при наличии компаса этот процесс является довольно простым). В ходе эксперимента сначала анимат-разведчик перемещался по полигону в поисках объекта заданного цвета («пищи»), не имея данных о его местоположении. После нахождения объекта сформированный маршрут передавался фуражиру, который его повторял. Эксперименты проводились в системе многоагентного моделирования Kvorum, созданной в НИЦ «Курчатовский институт» [8]. Полигон – область 100×100 клеток, время моделирования – 10 000 тактов для каждого эксперимента.

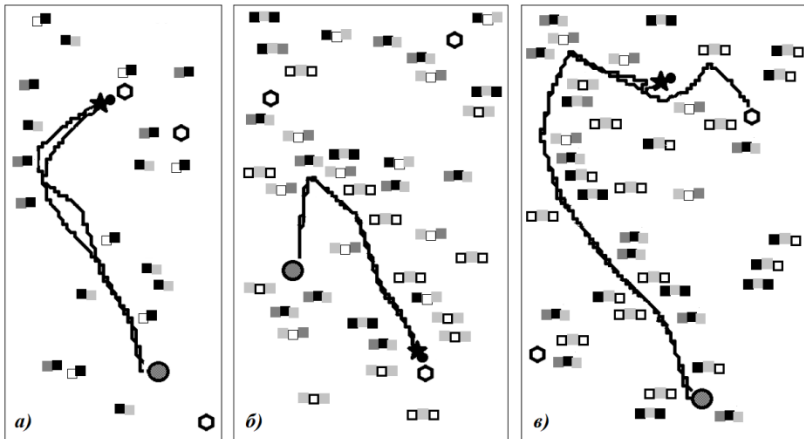


Рис. 11. Примеры маршрутов: а) маршрут средней длины без резких поворотов; б) маршрут средней длины с резким поворотом; в) длинный маршрут (последовательно не хватило времени для прохождения маршрута целиком)

Любой маршрут начинался от «дома» (круг на рис. 11), начальная ориентация аниматов – произвольная. Ориентиры генерировались случайным образом и включали 1, 2 или 3 объ-

екта, количество цветов – 6, количество ориентиров – 48, 60, 72 или 84. Целевой объект («пицца») – шестиугольник на рис. 11, количество целевых объектов – 5. Линии от «дома» к «пище» – это визуализация путей разведчика и фуражира. Иногда они идут параллельными путями (рис. 11а), но часто эти пути почти сливаются в одну линию (рис. 11б–в).

Талица 5 содержит статистику по экспериментам. В зависимости от количества тактов моделирования T , которые потребовались для прохождения маршрута, данные разделены на три примерно равные части: короткие (до 1000 тактов), средние (от 1000 до 2000) и длинные (более 2000 тактов). На всех маршрутах наблюдается незначительное увеличение времени (примерно на 100–200 тактов), которое требуется последователю для прохождения маршрута. Это обусловлено необходимостью разворотов для более точного сопоставления сцен.

Таблица 6. Результаты моделирования

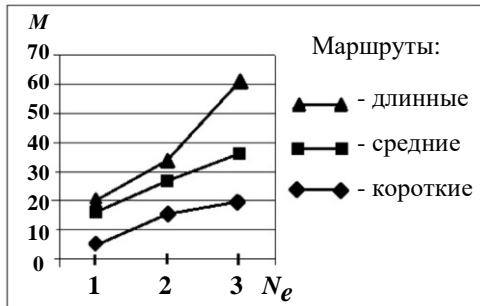
Маршруты	Количество неудач, % (абсолют. /относит.)	Причины неудач			$E_{\text{ср}}$, %
		нашел другой объект ближе / дальше	ничего не нашел	не хватило времени	
короткие	2,6 / 1,4	5 / 4	–	–	100
средние	16,3 / 9,4	14 / 19	7	–	70
длинные	27.8 / 12,7	24 / 20	9	13	43

Неудачным признается эксперимент, в котором последователь или вовсе не нашел искомый объект, или нашел не тот объект, до которого проложил маршрут разведчик. В среднем примерно в 50% случаев неудач последователь находил другой искомый объект раньше, чем проходил весь маршрут, и поэтому уходил с него: эти эксперименты являются *относительно* неудачными (данные выделены полужирным шрифтом).

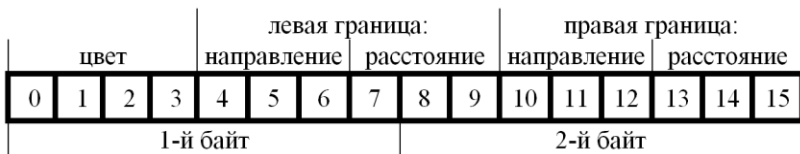
Значение $E_{\text{ср}}$ показывает, какой процент пути последователь прошел по маршруту, прежде чем сбиться с него. Для коротких маршрутов $E_{\text{ср}}$ равен 100%, и это соответствует одной из двух ситуаций: (1) в начальной позиции аниматы располагались так, что каждый из них видел свой искомый объект, и они сразу шли каждый к своему объекту; (2) идя параллельными путями, раз-

ведчик и фуражир на последнем отрезке видели разные целевые объекты, расположенные близко друг к другу, и шли каждый к своему объекту.

По результатам экспериментов была проведена оценка некоторых количественных показателей. На рис. 12–13 приведены зависимости объема памяти и времени прохождения маршрута от сложности ориентира и степени заполненности полигона ориентирами. M – это объем памяти (количество объектов), которые запоминает анимат в процессе поиска. N_e – количество объектов в одном ориентире (1, 2 или 3). Естественно, объем памяти почти линейно зависит от количества объектов, входящих в ориентир (рис. 12а), и растет при увеличении длины маршрута.



а)



б)

Рис. 12. а) зависимость объема памяти M от длины маршрута T и количества объектов N_e в ориентире (1, 2, 3); б) объем памяти для запоминания одного объекта

Оценим объем памяти, необходимый для запоминания маршрута. Сведения об одном объекте занимают 2 байта

(рис. 12б): идентификатор (цвет) – 4 бита, направление и расстояние (по 5 значений на шкалах) – по 3 бита каждое. Если принять, что в среднем одна сцена содержит 3 ориентира, а ориентир состоит из двух объектов, то на запоминание одной сцены анимату потребуется примерно 20 байт: для каждого ориентира нужно хранить направление обхода (1 байт), а для каждой сцены еще направление по компасу и количество тактов на отрезке (по 2 байта). В экспериментах длина маршрута $L_p = 2, \dots, 12$; таким образом, требуемый объем памяти – 40–240 байт.

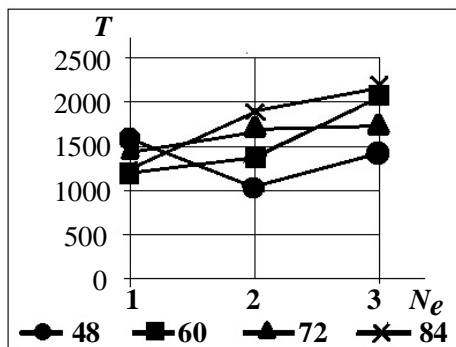


Рис. 13. Зависимость средней длины маршрута T от количества ориентиров на полигоне (48, 60, 72, 84) и количества объектов N_e в ориентире (1, 2, 3)

Среднее время T (точнее, среднее количество тактов) растет при увеличении количества ориентиров на полигоне (рис. 13): анимат тратит время на обход ориентиров. Также время поиска растет при увеличении количества объектов в ориентире: это объясняется тем, что ориентиры перекрывают искомые объекты. Исключением является ситуация с малым количеством ориентиров (48): здесь отсутствие видимых объектов заставляет анимата часто поворачивать в поисках ориентира. Таким образом, нехватка ориентиров, как и их переизбыток, приводят к увеличению времени поиска.

4.2. ЭКСПЕРИМЕНТЫ С РЕАЛЬНЫМИ РОБОТАМИ

Важным аспектом выполненных исследований стало проведение натуральных экспериментов. Отметим, что несмотря на большое разнообразие предложенных исследователями моделей в этой области, лишь немногие из них были реализованы на реальных роботах (например, [22, 32]) Отчасти это объясняется тем, что переход от имитационной модели к управлению физическим роботом обычно является очень трудоемким.

Стандартный процесс разработки подобного рода систем заключается в том, что от абстрактных моделей и алгоритмов сначала происходит переход к упрощенным имитационным моделям; затем строится модель для физического моделирования (например, используется система Gazebo, при этом строятся как модели робота, так и среды его обитания). В конце от «почти настоящей» модели типа Gazebo переходят к экспериментам уже на реальных робототехнических системах. Этот достаточно стандартный путь обычно усложняется тем, что построение физической модели – сам по себе очень трудоемкий процесс. Во-вторых, физическое моделирование работы системы занимает много времени. В системе Gazebo отношение модельного к физическому времени (RTF – Real Time Factor) для задач подобного класса сложности может опускаться до величин порядка 0,01–0,05 (около четырёх часов моделирования). В то же время в системе Kvoqum RTF достигал величины порядка 10.

В настоящем исследовании удалось избежать этапа физического моделирования, используя лишь систему поведенческого моделирования. Дело в том, что модель поведения анимата (робота) оперировала исключительно относительными категориями, без привязки к абсолютным физическим величинам типа времени, расстояния, угла поворота и т.п.

Эксперименты проводились на мобильных платформах – мини-роботах серии YARP. Мини-робот – это платформа с дифференциальным приводом, оснащенная дальномерами, электронным компасом, камерой, а в качестве бортового вычислителя используется Raspberry Pi 4. Экспериментальный комплекс представляет собой мобильную платформу, удаленный управляющий компьютер и полигон, на котором расположены ArUco-маркеры. Архитектура комплекса представлена на рис. 14.

Комплекс работает под управлением ROS (Robot Operating System). На бортовом вычислителе развернуты компоненты ROS, отвечающие за выполнение двигательных функций и обработку информации с камеры. Камера – основной источник данных о наблюдаемых роботом объектах, представленных на полигоне множеством ориентиров с нанесенными ArUco-маркерами. Вычислительных возможностей Raspberry Pi хватает для того, чтобы распознавать их в режиме реального времени.

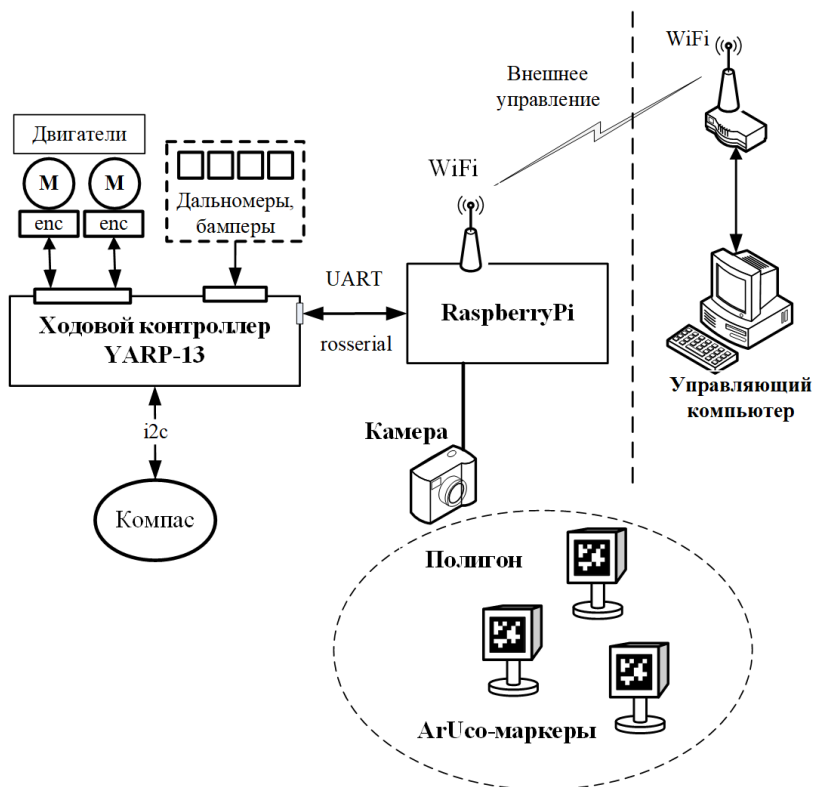


Рис. 14. Общая архитектура комплекса

ROS предоставляет возможность множеству работающих прикладных программ («узлы», или «node» в терминологии ROS) взаимодействовать друг с другом посредством унифици-

рованной системы сообщений. При этом с точки зрения прикладной программы отправка и прием сообщений выглядит как обращение к некоторому ресурсу – так называемому «топику» (topic). Это, в частности, позволяет абстрагировать прикладные программы от характера источника или приемника данных. Благодаря такому механизму основная прикладная программа работает либо со средой моделирования Kvorum, либо взаимодействует с реальным робототехническим устройством. На рис. 15 показана программная архитектура системы.

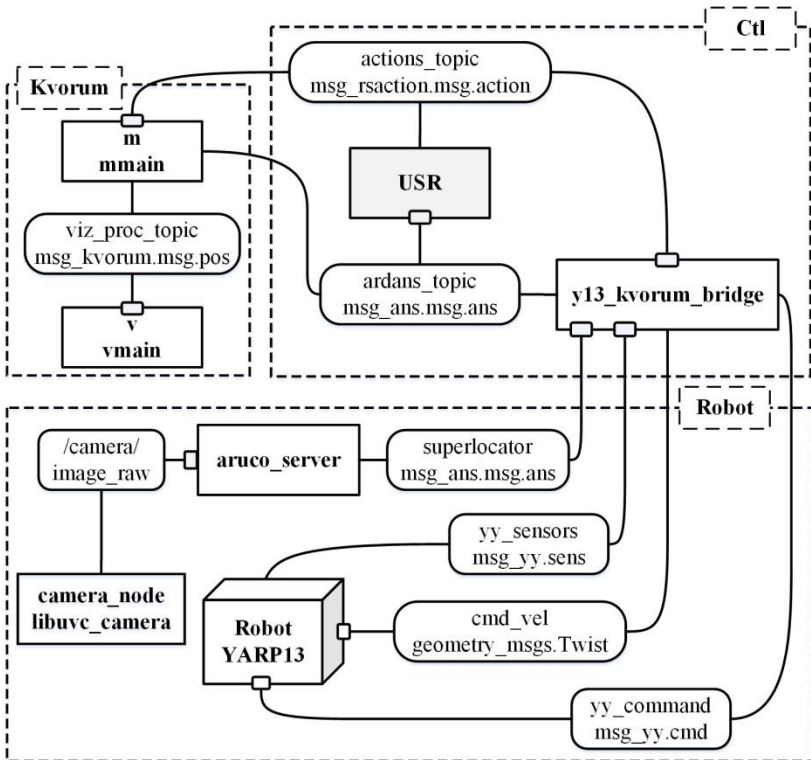


Рис. 15. Программная архитектура комплекса. Узел USR означает основное пользовательское приложение. Часть схемы («Robot») отображает структуру ПО, работающего на борту подвижной платформы. Часть «Ctrl» – ПО, развернутое на удаленном компьютере. Часть «Kvorum» – компоненты системы моделирования

На подвижной платформе развернуты узлы, обеспечивающие реализацию двигательных функций и формирование потока сенсорных данных, обслуживание видеокамеры (*camera_node*), а также обработку изображения, т.е. распознавание идентификатора и местоположения ArUco-маркеров (*aruco_server*). Узел *kvorum_bridge* осуществляет унификацию потока данных и управляющих команд с форматом, воспринимаемым системой моделирования. Основным источником данных управляющей программы является топик *ardans_topic*, а двигательные команды отправляются в топик *actions_topic*. Как видно из схемы, эти топики используются либо реальным роботом, либо системой *Kvorum*. Все это позволило сделать работу основной программы независимой от реализации робота – модельной или реальной (естественное следствие идеологии ROS).

Естественно, при переносе моделирующей программы на реального робота требуется некоторая предварительная настройка и написание специального модуля, обеспечивающего необходимый интерфейс. В данном случае настройка заключалась в калибровке камеры и установлении скоростей движения и поворота. Специальный интерфейсный модуль переводит данные камеры в формат, соответствующий формату суперлокатора, реализованного в системе *Kvorum*.

На начальной стадии проведения экспериментов с реальными роботами выяснилось, что угол разворотки камеры оказывает определенное влияние на реализацию метода. Допустим, робот выбрал опорный ориентир (рис. 16) и обходит его справа.

Для этого он сначала разворачивается таким образом, чтобы крайняя правая точка опорного ориентира располагалась примерно на границе между направлениями «вперед» и «вперед-слева». Далее робот движется вперед, и опорный ориентир смещается в левую часть зоны видимости, пока не пропадет из поля зрения робота. Но это происходит в тот момент, когда ArUco-маркер уходит из зоны видимости хотя бы частично, как показано на рис. 16.

Таким образом, ориентир фактически все еще остается перед роботом и обход не завершен, но робот его уже не видит. При разворотке, например, в 120° или более такой проблемы не возникает. Более того, если робот затем будет продолжать дви-

гаться вперед к следующему ориентиру, то он может столкнуться с предыдущим ориентиром и начнет обрабатывать процедуру объезда препятствия.

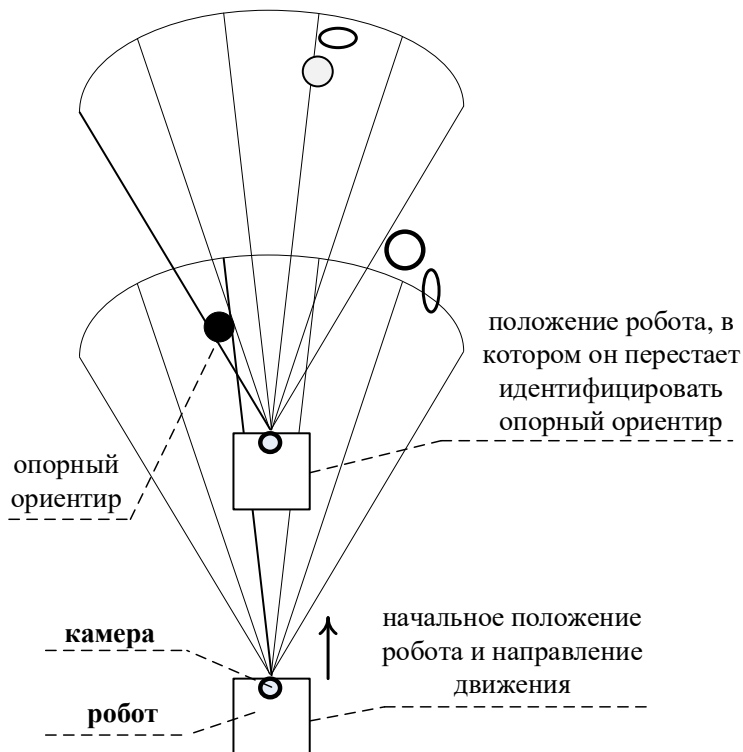


Рис. 16. Робот, совершающий обход опорного ориентира

Для того чтобы корректно выполнять обход ориентиров, в автоматы обхода был введен учет расстояния до опорного ориентира (ОО). Ранее автоматы обхода просто в течение T тактов подавали на анимата команду «вперед», чтобы анимат «прошел чуть дальше» и оставил ОО в стороне. Значение T было константой (10 тактов модельного времени). Теперь анимат (робот) запоминает текущее расстояние, на котором располагается опорный ориентир (точка a). В тот момент, когда робот перестает видеть точку a , это расстояние переводится в значение

на соответствующей шкале (например, «далеко» – это 4, см. таблицу 1), и T рассчитывается так:

$$(8) \quad T = dist \cdot Z,$$

где Z – параметр, который определяет, сколько примерно тактов должно пройти, чтобы робот (анимат) преодолел расстояние, соответствующее 1 в модельном мире. Естественно, значение параметра Z зависит от скорости робота и соотношения между размером «клетки» в модельном мире и расстояниями на реальном полигоне.

После введения этого уточнения в автоматы обхода ориентиров была повторно проведена серия экспериментов по имитационному моделированию для углов развертки в 60° , 90° и 120° . Они подтвердили, что модель осталась работоспособной, а уменьшение угла развертки приводит к заметному изменению характера траекторий, но не влечет за собой существенное снижение эффективности.

Очень важным результатом проведенных натуральных экспериментов является тот факт, что никаких дополнительных изменений в управляющую программу вносить не потребовалось. Таким образом, та же самая программа, на которой проводились имитационные эксперименты и сбор статистики, использовалась для управления роботом на реальном полигоне.

Натурные эксперименты проводились на разных полигонах, оборудованных ArUco-маркерами: в помещении, на асфальтированном участке и на газоне (рис. 17). Каждый эксперимент проводился на одном роботе. Сначала робот сначала помещался в некую условную точку, соответствующую «базе». Затем он как разведчик осуществлял поиск целевого объекта (ArUco-маркера с идентификатором 1), воспринимая другие маркеры как ориентиры и запоминая маршрут. После нахождения целевого объекта робот вручную переносился на исходную точку и повторял путь как фуражир.

Целями натуральных экспериментов были: 1) проверка возможности использования данного метода для ориентации реальных роботов; 2) сравнение результатов работы реальных роботов и имитационного моделирования. Расположение ArUco-маркеров на полигоне повторяло различные конфигурации расположения ориентиров на модельном полигоне. Обе цели были

достигнуты. При этом анимат и робот на одинаковых конфигурациях ориентиров на полигоне демонстрировали одинаковое поведение, но наблюдалось некоторое снижение процента успешных попыток у робота по сравнению с аниматом (до 90% относительно анимата на открытых полигонах и 95% в помещении). Это можно объяснить погрешностью реальных датчиков (на роботе) по сравнению с виртуальными (на анимате).



Рис. 17. Полигоны для натуральных экспериментов

В экспериментах участвовали роботы на трех платформах серии YARP – YARP-131, YARP-132 и YARP-133 (рис. 18).

Одинаковые по архитектуре системы управления, используемые платформы отличались конструктивно – по габаритам и скоростям движения. Несмотря на это, итоговые результаты их работы по запоминанию и обработке маршрутов были идентичными. Это – крайне важное обстоятельство, свидетельствующее

о независимости разработанной поведенческой модели от физической реализации.

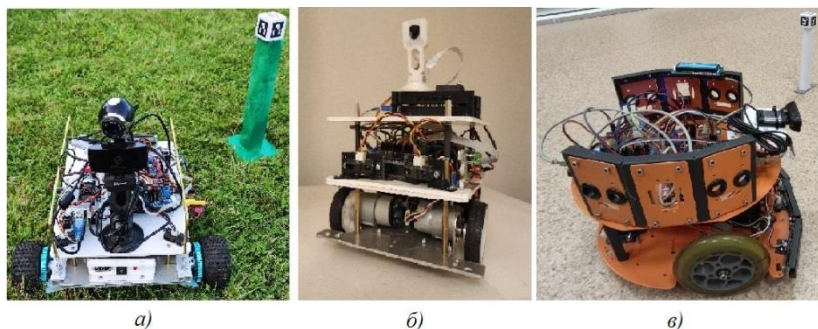


Рис. 18. Роботы: а) платформа YARP-131, б) платформа YARP-132, в) платформа YARP-133

Таким образом, можно сделать вывод о том, что предлагаемая модель является адекватной реальным условиям. Кроме того, эти результаты подтверждают, что архитектура системы Kvoqum и мобильных роботов серии YARP является достаточно удачным решением. За счет предварительной апробации разрабатываемых методов и моделей с помощью имитационного моделирования этот подход позволяет существенно ускорить, удешевить и упростить процесс разработки систем управления мобильными роботами для задач групповой робототехники.

4.3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При сравнении полученных результатов с аналогичными работами возникли определенные сложности. Во-первых, не удалось найти работ с похожей постановкой задачи: передача описания маршрута от одного робота другому как основной элемент коллективного решения задачи нигде не рассматривается. Во-вторых, условия проведения экспериментов (как имитационных, так и с реальными роботами) сильно отличаются, поэтому сравнение статистических показателей (там, где они приводятся), было бы некорректным. В-третьих, в большинстве работ по данной тематике основным показателем качества решения задачи ориентации и навигации является точность прохож-

дения маршрута [22]; в данном же исследовании точность не играет существенной роли. В-четвертых, в других работах реальные роботы оснащались панорамными камерами [13, 21–22, 40], а в нашем случае угол развертки камеры не превышал 80° . Поэтому сравнивать с аналогами можно только по качественным показателям.

По сравнению с работами, в которых предлагаемые методы исследовались только на уровне имитационного моделирования, предложенный здесь метод имеет явные преимущества, потому что его работоспособность проверена на различных робототехнических платформах и в реальных условиях. По отношению к тем работам [11, 18], в которых роботы действуют в реальной среде, данный метод несколько проигрывает, так как для него необходимы определенного типа ориентиры, которые он умеет распознавать. Переход к произвольным ориентирам повлечет усложнение процедуры распознавания, увеличение объема памяти для хранения описания маршрута и потребует увеличения пропускной способности каналов связи. Но принципиальных сложностей при этом возникнуть не должно. Если же говорить о методе в целом, то его несомненными достоинствами по сравнению с другими методами (например, [35]), являются невысокие требования к точности позиционирования; отсутствие требования уникальности идентификации ориентиров (в отличие от [13]); работа при наличии камеры с узким углом развертки.

Также было бы интересно провести сравнение эффективности навигации у полученного анимата и у модельного вида *Formica rufa*, но и здесь возникают некоторые проблемы. В натуральных наблюдениях подобная статистика не подсчитывается, так как это чрезвычайно трудоемкий процесс. Муравьи-разведчики чаще ведут фуражиров за собой, чем передают им сведения о местоположении пищи. В естественных условиях сложной задачей является выделение таких актов и наблюдение за фуражиром, который отправился на поиски пищи после контакта с разведчиком: это единичные наблюдения, а сравнивать показатели можно только при наличии статистически достоверных данных.

Если же говорить о лабораторных опытах, то условия их проведения существенно отличаются от тех, которые есть

в природе и которые моделировались в данной работе. Здесь – свободный поиск (рис. 19а), в лабораторных опытах с муравьями – набор дорожек, образующих структуру типа «дерево», с возможностью перемещаться только по дорожкам (рис. 19б). Поэтому сравнивать результаты по эффективности навигации было бы некорректно.

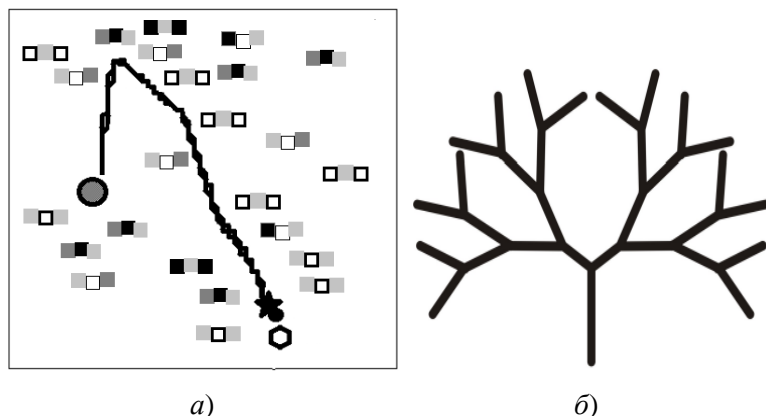


Рис. 19. Условия проведения экспериментов: а) вид полигона в системе Kvoqut; б) схема установки в опытах с муравьями

Но можно сопоставить эффективность на основе продолжительности пути анимата и муравья-разведчика по количеству сцен (развилки пути). В работе [27] количество развилки варьировалось от двух до шести. При этом утверждается, что эффективность подобного вида фуражировки у самих муравьев очень невелика. В случае двух развилки все активные разведчики и их группы (до 15 на колонию) были успешными, тогда как в случае шести развилки только один или два справились с задачей. В то же время результаты моделирования показали (таблица б), что предложенный метод с этой точки зрения является более эффективным, чем ориентация муравьев в лабораторных условиях.

Таблица 6. Успешность прохождения маршрута

Количество сцен в маршруте	Количество успешных экспериментов, %
1–3	91
4–6	75
7–9	60

Зато сравнение временных показателей демонстрирует обратную картину. Муравей-фуражир, которому разведчик передал сведения о дороге до пищи, не тратит время на обход дерева. Он сразу направляется на нужную развилку, и временные затраты снижаются примерно на порядок [27]. Анимат-фуражир фактически повторяет маршрут, которым прошел разведчик. Поэтому на маршруте фуражир проводит примерно столько же времени, сколько и разведчик.

9. Заключение

В данном исследовании механизм навигации муравьев рассматривался несколько упрощенно и с внешней, феноменологической точки зрения. Здесь не ставилась задача выявить причины возникновения именно такого способа ориентации или предложить имитационную модель, которая бы учитывала морфологические особенности муравьев. Тем более что у разных видов муравьев разная среда обитания и разная морфология, оказывающая существенное влияние на восприятие, в том числе зрительной информации – визуальных ориентиров.

Даже вопрос организации памяти здесь не рассматривался, в отличие, например, от работы [16]. Память о маршруте – это просто последовательность сцен, состоящих из запомненных ориентиров, и некоторой временной информацией. Но, тем не менее, полученные результаты дают основания полагать, что такое представление возможно, и позволяет решить поставленную задачу. Насколько ассоциативная или любая другая организация памяти повлияла бы на эффективность или объем данных – этот вопрос требует дальнейшего исследования.

В данной работе создан и реализован механизм, имитирующий поведение муравьев, которое они демонстрируют в ходе коллективной фуражировки, и показано, что это можно сделать

достаточно ограниченными средствами. Механизм не требует однозначной идентификации визуальных ориентиров и работает как в условиях перегруженности полигона ориентирами, так и при малом их количестве, когда на полигоне есть области, из которых ориентиры не видны.

Также данный метод можно применять в рамках решения других задач, например, задачи патрулирования. Под патрулированием понимается деятельность по обходу периметра или прохождению по району через регулярные промежутки времени в целях обеспечения безопасности [26]. В ситуации, когда патрулирование территории подразумевает прохождение по определенному маршруту (например, по периметру области наблюдения), задача может быть сведена к тому, что робот получает сведения о маршруте и проходит по нему с некоторой периодичностью. Само описание маршрута может быть получено разными способами. Самым очевидным является предварительное расположение ориентиров таким образом, чтобы разведчик прошел необходимым маршрутом и запомнил его, а затем передал другим роботам.

Метод апробирован на перемещении на плоскости, поэтому можно сказать, что средой возможного применения является земная поверхность. Вопросы распространения области применения на водную и воздушную среду не рассматривались, так как это потребует перехода от двумерного случая к трехмерному и изменения представления маршрута и управляющих автоматов.

Благодарности. Автор выражает благодарность сотрудникам лаборатории робототехники Научно-исследовательского центра «Курчатовский институт», на базе которого проводились натурные эксперименты, и в первую очередь, руководителю лаборатории В.Э. Карпову.

Литература

1. БОГАТЫРЕВА О.А., БОГАТЫРЕВ Н.Р. *Муравьи и роботы в мире, полном неопределенности: природа адаптивности группы* // Муравьи и защита леса. Материалы XIV Всерос-

- сийского мирмекологического симпозиума, Москва, 19-23 августа 2013 г. – М.: Товарищество научных изданий КМК, 2013. – С. 14–20.
2. ДЛУССКИЙ Г.М. *Муравьи рода Формика*. – М.: Наука, 1967. – 233 с.
 3. ЗАХАРОВ А.А., ДЛУССКИЙ Г.М., ГОРЮНОВ Д.Н. и др. *Мониторинг муравьев Формика*. М.: КМК, 2013. – 99 с.
 4. КАЛУЦКАЯ А.П., ТАРАСОВ В.Б. *Моделирование взаимодействия робота с внешней средой на основе пространственных логик и распространения ограничений* // Программные продукты и системы. – 2010. – №2. – С. 111–115.
 5. КАРПОВ В.Э., КАРПОВА И.П., КУЛИНИЧ А.А. *Социальные сообщества роботов*. – Серия «Науки об искусственном», №19. – УРСС, 2019. – 352 с.
 6. КАРПОВ В.Э. *Об одном механизме реконструкции схем* // VI Международная научно-практическая конференция «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте». Сб. науч. трудов. В 2-т. Т.1. – М.: Физматлит, 2011. – С. 407–415.
 7. КАРПОВ В.Э. *Частные механизмы лидерства и самосознания в групповой робототехнике* // XIII национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2012 (16-20 октября 2012 г., Белгород): Труды конференции. Белгород: Изд-во БГТУ. – 2012. – С. 275–283.
 8. КАРПОВ В.Э., РОВБО М.А., ОВСЯННИКОВА Е.Е. *Система моделирования поведения групп робототехнических агентов с элементами социальной организации Кворум* // Программные продукты и системы. – 2018. – Т. 31, №3. – С. 581–590.
 9. КАРПОВА И.П. *К вопросу о представлении маршрута мобильного робота на основе визуальных ориентиров* // Мехатроника. Автоматизация. Управление. – 2017. – Т.18, №2. – С. 81–89.
 10. МАЛЬШЕВ А.А., БУРГОВ Е.В. *К вопросу о параметрах биоинспирированных моделей поведения при моделировании групповой фуражировки* // Труды СПИИРАН. – 2020. – Вып. 19(1). – С. 79–103.

11. МОСКОВСКИЙ А.Д. *Метод распознавания сцен для задачи навигации мобильных роботов* // II Всероссийский научно-практический семинар «Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта (БТС-ИИ-2015)» (9 октября 2015г., г. Санкт-Петербург, Россия): Труды семинара. – СПб.: Политехника-сервис, 2015.
12. НОГИН В.Д. *Линейная свертка критериев в многокритериальной оптимизации* // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2014. – № 4. – С. 73–82.
13. AUGUSTINE M., ORTMEIER F., MAIR E., BURSCHKA D., STELZER A., SUPPA M. *Landmark-Tree map: A biologically inspired topological map for long-distance robot navigation* // IEEE Int. Conf. on Robotics and Biomimetics, ROBIO 2012 – Conference Digest. – P. 128–135.
14. BADDELEY B. et al. *A model of ant route navigation driven by scene familiarity* // PLoS Comput. Biol. – 2012. – Vol. 8, No.1.
15. COLLET M., COLLETT T.S. *The learning and maintenance of local vectors in desert ant navigation* // J. Exp. Biol. – 2009. – Vol. 212. – P. 895–900.
16. CRUSE H., WEHNER R. *No need for a cognitive map: Decentralized memory for insect navigation* // PLoS Comput. Biol. – 2011. – Vol. 7, No. 3.
17. DORIGO M., BLUM C. *Ant colony optimization theory: A survey* // Theor. Comput. Sci. – 2005. –Vol. 344. No.2–3. – P. 243–278.
18. DORIGO M., MANIEZZO V., COLORNI A. *Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents* // IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part B. – 1996. – Vol. 26, No.1. – P. 29–41.
19. DUPEYROUX J., VIOLLET S., SERRES J.R. *An ant-inspired celestial compass applied to autonomous outdoor robot navigation* // Rob. Auton. Syst. – 2019. – Vol. 117. – P. 40–56.
20. GOLDSCHMIDT D., MANOONPONG P., DASGUPTA S. *A neurocomputational model of goal-directed navigation in insect-inspired artificial agents* // Frontiers in Neurobotics. – 2017. – Vol. 11(APR). – P. 1–17.
21. KNIGHT J.C., SAKHAPOV D., DOMCSEK N., DEWAR A.D.M., GRAHAM P., NOWOTNY T., PHILIPPIDES A. *Insect-inspired visual navigation on-board an autonomous robot: Real-world*

- routes encoded in a single layer network* // Proc. of the 2019 Conf. on Artificial Life: How Can Artificial Life Help Solve Societal Challenges, ALIFE 2019, September. – P. 60–67.
22. LAMBRINOS D., MÖLLER R., LABHART T., PFEIFER R., WEHNER R. *A mobile robot employing insect strategies for navigation* // Rob. Auton. Syst. – 2000. – Vol. 30, No. 1. – P. 39–64.
 23. MÜLLER M., WEHNER R. *Path integration in desert ants, *Cataglyphis fortis** // Proc. of the National Academy of Sciences of the United States of America. – 1988. – P. 5287–5290.
 24. NARENDRA A. *Homing strategies of the Australian desert ant *Melophorus bagoti* I. Proportional path-integration takes the ant half-way home* // J. Exp. Biol. – 2007a. – Vol. 210, No. 10. – P. 1798–1803.
 25. NARENDRA A. *Homing strategies of the Australian desert ant *Melophorus bagoti* II. Interaction of the path integrator with visual cue information* // J. Exp. Biol. – 2007b. – Vol. 210, No. 10. – P. 1804–1812.
 26. PORTUGAL D., ROCHA R.P. *A survey on multi-robot patrolling algorithms* // IFIP Advances in Information and Communication Technology, 349 AICT, 2011. – P. 139–146.
 27. REZNIKOVA Z. *Experimental paradigms for studying cognition and communication in ants (Hymenoptera: Formicidae)* // Myrmecological News. – 2008. – Vol. 11. – P. 201–214.
 28. REZNIKOVA Z. *Spatial cognition in the context of foraging styles and information transfer in ants* // Anim. Cogn. – 2020. – Vol. 23, No. 6. – P. 1143–1159.
 29. ROSEBOOM W., FOUNTAS Z., NIKIFOROU K. et al. *Activity in perceptual classification networks as a basis for human subjective time perception* // Nat. Commun. – 2019. – Vol. 10, No. 1. – P. 1–10.
 30. RYABKO B., REZNIKOVA Z. *The Use of Ideas of Information Theory for Studying «Language» and Intelligence in Ants* // Entropy. – 2009. – No. 11. – P. 839–853.
 31. STELZER A., MAIR E., SUPPA M. *Trail-Map: A scalable landmark data structure for biologically inspired range-free navigation* // IEEE Int. Conf. Robot. Biomimetics, IEEE ROBOT 2014. – P. 2138–2145.

32. VARDY A. *Long-range visual homing* // IEEE Int. Conf. Robot. Biomimetics, ROBIO 2006. – P. 220–226.
33. VICKERSTAFF R.J., CHEUNG A. *Which coordinate system for modelling path integration?* // J. Theor. Biol. – 2010. – Vol. 263. – P. 242–261.
34. WEHNER R. *The architecture of the desert ant's navigational toolkit (Hymenoptera: Formicidae)* // Myrmecol News 12. – 2009. – P. 85–96.
35. WEHNER R., MICHEL B., ANTONSEN P. *Visual navigation in insects: Coupling of egocentric and geocentric information* // J. Exp. Biol. – 1996. – Vol. 199, No. 1. – P. 129–140.
36. WILSON E.O. *Chemical communication among workers of the fire ant *Solenopsis saevissima*. 1. The organization of mass foraging* // Anim. Behav. – 1962. – Vol. 10. – P. 134–147.
37. WILSON S.W. *Classifier Systems and the Animat Problem* // Mach. Learn. – 1987. – Vol. 2, No. 3. – P. 199–228.
38. WYSTRACH A., SCHWARZ S., SCHULTHEISS P. *Views, landmarks, and routes: How do desert ants negotiate an obstacle course?* // J. Comp. Physiol. A Neuroethol. Sensory, Neural, Behav. Physiol. – 2011. – Vol. 197, No. 2. – P. 167–179.
39. WYSTRACH A., GRAHAM P. *What can we learn from studies of insect navigation?* // Anim. Behav. – 2012. – Vol. 84, No. 1. – P. 13–20.
40. YU S.E., KIM D. *Image-based homing navigation with landmark arrangement matching* // Inf. Sci. (Ny). – 2011. – Vol. 181, No. 16. – P. 3427–3442.

A BIOINSPIRED APPROACH TO ROBOT ORIENTATION OR A REAL «ANT» ALGORITHM

Irina Karpova, National Research University Higher School of Economics, Moscow, assistant professor (karpova_ip@mail.ru).

*Abstract: The paper describes a bioinspired method of mobile robots navigation, similar to the navigation mechanism of social insects. The model species is the red forest ant *Formica rufa*. The scout red forest ant remembers the route to food and can transmit information about the food location to foraging ants. Foragers can on their own walk to the food and return home. These ants are guided by the skylight compass, odometry data and visual landmarks. The proposed method is based on*

memorizing the path by visual landmarks, compass data and time component. A path is defined as a sequence of scenes consisting of landmarks. The scout route and forager route are defined as transitions from one landmark to another. The created behavior model of an animate (robot) operates only with relative categories. The results of simulation modeling for solving the foraging problem are presented. The method has been tested on real robots. Due to specific architectural and technical solutions, the transition from simulation models to the management of technical objects (robots) is carried out without the stage of physical modeling. The method can also be used in reconnaissance and patrol tasks in group robotics.

Keywords: autonomous mobile robot, group robotics, ant navigation, scene recognition, space-time orientation, foraging and reconnaissance tasks.

УДК 004.896+007.52

ББК 32.816

DOI: 10.25728/ubs.2022.96.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.Г. Лебедевым.*

Поступила в редакцию 28.10.2021.

Опубликована 31.03.2022.