БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

Корепанов В. О.[1], Чхартишвили А.Г. [2]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*)
Шумов В. В.[3]
(*Международный научно-исследовательский институт проблем управления, Москва*)

Представлены три подхода к описанию боевых действий и результаты их моделирования: теоретико-игровые модели оптимального распределения сил и средств сторон по направлениям и эшелонам (задачам) в тактических моделях встречного боя, наступления и обороны; расширение моделей динамики боевых действий Осипова – Ланчестера; имитационные модели боя подразделений. В качестве показателя эффективности боевых действий предложено использовать вероятностную функцию победы одной из сторон, зависящую от их численностей и боевого превосходства одной из сторон. Теоретико-игровые модели «наступление–оборона» (встречный бой) решаются в два этапа. На первом этапе по одному из трех критериев (прорыв слабейшего пункта, прорыв хотя бы одного пункта, средневзвешенная вероятность прорыва с учетом ценности пунктов) находятся оптимальные распределения сил и средств сторон по пунктам (по фронту) и значения игры. На втором этапе по двум критериям находятся оптимальные распределения сил и средств между тактическими задачами (эшелонами) в предположении, что при решении ближайшей задачи стороны руководствуются критерием прорыва слабейшего пункта обороны. Также приведена формулировка задачи маскировки с использованием подхода рефлексивных игр. В последнем разделе предложен алгоритм с дискретным временем для моделирования боя подразделений. Предложено учитывать характеристики места боя, динамику положения боевых единиц сторон, типы единиц (от которых зависит средняя скорость единиц, дальность обнаружения и эффективного поражения), БЛА, угол обстрела, влияние маскировки. Для проверки предложенного алгоритма построена имитационная модель встречного боя, с помощью которой получены зависимости победы одной стороны от параметра решительности. Обсуждаются перспективы подходов.

Ключевые слова: боевые действия, модели наступления-обороны, распределение сил и средств, теория игр, динамика боевых действий, имитационная модель, функция победы, бой подразделений, маскировка, рефлексивные игры.

---

[1] *Всеволод Олегович Корепанов, к.т.н., с.н.с.* (vkorepanov@ipu.ru).
[2] *Александр Гедеванович Чхартишвили, д.ф.-м.н., г.н.с.* (sandro_ch@mail.ru).
[3] *Владислав Вячеславович Шумов, д.т.н., профессор* (v.v.shumov@yandex.ru).

1. Введение

Под боевыми действиями понимаются организованные действия частей, соединений, объединений при выполнении поставленных боевых (оперативных) задач. Боевые действия сухопутных войск ведутся в форме общевойсковых боев подразделений (частей и соединений), операций и сражений армий (фронтов) [1].

Модели боевых действий можно классифицировать по разным основаниям.

Первое основание – метод моделирования. Различаются теоретико-игровые, вероятностные, оптимизационные, имитационные и др. (подробная классификация представлена в [13]).

Второе основание – элементы замысла[1] командира (командующего), для обоснования которых предназначены модели:

– модели для обоснования направлений (районов) сосредоточения основных усилий (направлений главного и других ударов);

– модели для обоснования оперативного построения группировки войск (боевого порядка), т.е. распределения сил и средств по задачам;

– модели для обоснования форм и способов выполнения поставленной задачи (способов ведения операции) – какие группировки, где, в какой последовательности и как разгромить, порядок огневого поражения и меры по обману противника.

Третье основание – фазы управления боевыми действиями: модели подготовки и модели ведения боевых действий.

Четвертое основание – масштаб боевых действий: модели тактического, оперативного и оперативно-стратегического уровней.

Пятое основание – виды боевых действий: модели наступления и обороны, модели встречного боя и др.

Модели боевых действий обычно опираются на результаты моделирования на операционном уровне (исследование образцов

---

[1] *Замысел операции* (*боя*) *– главная идея способа выполнения группировками войск* (*сил*) *поставленных боевых задач; основа решения на операцию* (*бой*).

вооружения и военной техники и оценка их боевых возможностей, описание действий на поле боя отдельных единиц и т.д.).

Объектом настоящего исследования являются боевые действия общевойсковых подразделений, частей, соединений и объединений. Примеры и основные результаты представлены для тактического уровня. Предмет исследования – базовые модели боевых действий, т.е. модели, предназначенные для обоснования элементов замысла командира (командующего).

Основоположником моделирования боевых и военных действий по праву считается Михаил Павлович Осипов. В статье «Влияние численности сражающихся сторон на их потери» [15] М.П. Осипов обосновал и нашел решение модели динамики боя (ныне известная как модель Ф. Ланчестера), а также сформулировал принципы моделирования (неразрывная связь военной статистики, военного искусства и математического моделирования; предпочтительность аналитических моделей, основанных на тактических принципах и физических законах, в сравнении со статистическими; свидетельством «правильности» моделей является соответствие результатов моделирования принципам военного искусства и др.). Им же определены основные факторы, подлежащие учету в моделях боя: искусство полководца; моральное настроение войск; качество оружия, воспитание, организация и обучение войска; местность, укрепления и образ действий.

Структурно работа организована так.

Во втором разделе представлены решения теоретико-игровых задач поиска оптимальных решений на распределение сил и средств сторон по направлениям и эшелонам в тактических моделях встречного боя, наступления и обороны. Обосновано применение рефлексивных игр для моделирования мер маскировки.

В третьем разделе рассмотрены модели динамики боевых действий и расширение модели Осипова – Ланчестера, в которой потери определяются отношением сил и средств сторон.

Четвертый раздел посвящен имитационному моделированию боя подразделений. В нем выполнена постановка задачи на моделирование и рассмотрена простейшая компьютерная модель встречного боя.

2. Теоретико-игровые модели боевых действий

Теоретико-игровые модели боевых действий, в частности, исследовали Е. Борель (игра полковника Блотто), Ю.Б. Гермейер (модель «нападение–защита», [6]), Д.А. Новиков (иерархические модели боя [13]) и др. В настоящее время модели боя входят в учебные курсы теории игр и исследования операций [1, 4].

2.1. ФУНКЦИЯ ПОБЕДЫ В БОЮ, СРАЖЕНИИ, ОПЕРАЦИИ

Функция победы устанавливает зависимость между выделенными сторонами ресурсами на объект (пункт, в район) и исходом боя на этом объекте.

Первыми использовали функцию победы (в неявном виде) при решении теоретико-игровых задач О. Гросс и Ю.Б. Гермейер. В модели «нападение–защита» О. Гросс определил функцию выигрыша нападающего в виде [4]

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{n} k_i \max[x_i - y_i, 0], \tag{1}$$

где k_i – коэффициент важности пункта i для сторон (нападение и защита); x_i (y_i) – количество ресурса, выделенного нападением (защитой) на i-й пункт, n – число пунктов защиты. Единицы ресурса сторон полагаются одинаково эффективными.

В силу стохастической природы боя выражение $\max[x_i - y_i, 0]$ можно трактовать как математическое ожидание числа единиц нападения, прорвавшихся на пункте i, с ограничением: если ресурс нападения на этом пункте меньше ресурса защиты, то прорыва нет. Тогда вероятность прорыва единицы нападения на пункте i равна

$$\pi_i(x_i, y_i) = \max\left[\frac{x_i - y_i}{x_i}, 0\right].$$

Отсюда получаем (1) как сумму математических ожиданий числа прорвавшихся единиц с учётом важности пунктов. Функцией победы будем считать вероятность прорыва защиты нападением.

Предположим только, что функция победы зависит от вероятности прорыва. Введем естественные предположения: во-первых, при равенстве сил сторон на пункте ($x_i = y_i$, $\pi_i(x_i, y_i) = 0$) значение функции победы равно 0,5; во-вторых, при $x_i > 0$, $y_i = 0$ (отсутствие защиты), $\pi_i(x_i, y_i) = 1$ – значение функции победы равно 1. Рассмотрим простейший, линейный по $\pi_i (x_i, y_i)$, случай вида функции победы: $p_x (x_i, y_i) = 1/2 + \pi_i(x_i, y_i)/2$. Тогда функция победы О. Гросса имеет вид

$$(2)\qquad p_i(x_i, y_i) = \frac{2x_i - y_i}{2x_i},\ \ 2x_i \geq y_i\,.$$

Ю.Б. Гермейер использовал следующую целевую функцию (ожидаемую сумму прорвавшихся единиц нападения по всем пунктам) [6]:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{n} \max[x_i - \mu_i y_i, 0]\,,$$

где μ_i – количество средств нападения, которое может уничтожить одна единица средств защиты на пункте i. Поскольку в бою поражение противнику наносят обе стороны, то параметр μ_i можно трактовать как параметр боевого превосходства единицы защиты над единицей нападения.

Рассуждая аналогично, получим следующую функцию победы Ю.Б. Гермейера [24]:

$$(3)\qquad p_x(x_i, y_i) = \frac{2\beta_i x_i - y_i}{2\beta_i x_i},\ \ 2\beta_i x_i \geq y_i,\ \ \beta_i = 1/\mu_i\,.$$

Отмечаются следующие недостатки моделей (2) и (3): во-первых, они являются функцией на основе разности сил сторон, тогда как в оперативно-тактических расчетах обычно используют функции на основе отношения сил, во-вторых, модели (и целевые функции) не учитывают того факта, что единицы в бою делятся на три группы: ведущие бой, пораженные и отказавшиеся от участия в бою (например, в силу высоких потерь).

В работах [22, 23] обосновано использование при моделировании военных, боевых и специальных действий функции (вероятности победы первой стороны на пункте i):

$$(4)\qquad p_x(x_i,y_i)=\frac{(\beta_i x_i)^m}{(\beta_i x_i)^m+(y_i)^m}=\frac{(q_i)^m}{(q_i)^m+1},\ \ q_i=\frac{\beta_i x_i}{y_i}>0,$$

где $\beta_i > 0$ – параметр боевого (морального и технологического) превосходства первой стороны над второй на пункте i; q_i – отношение сил сторон на пункте; m – параметр масштаба.

Под боевой единицей здесь и далее понимается личный состав подразделений, частей и соединений (включая отдельных бойцов, членов боевых экипажей, командиров и личный состав боевых и обеспечивающих подразделений). Такое определение боевой единицы, во-первых, отражает тот факт, что бой – это главным образом деятельность[1], он характеризуется такими чертами, как решительность, активность, выносливость, творчество командиров и бойцов (всякий бой есть психологический акт, заканчивающийся отказом от него одной из сторон [7]), во-вторых, отвечает требованиям военной науки и военной статистики (первейший и важнейший показатель сторон в бою, операции – численный состав войск), в-третьих, позволяет учесть как моральные факторы войск, так и тактико-технические характеристики вооружения и военной техники.

Использование функции победы в форме вероятности объясняется следующими причинами. Во-первых, законы обнаружения и поражения целей имеют вероятностный характер. Во-вторых, из военной статистики известно, что чем выше отношение сил сторон (а следовательно, и вероятность победы), тем меньшие потери несет более сильная сторона и тем быстрее она решает поставленную задачу.

Если сделать замену переменной, то получим распределение Парето:

$$(5)\qquad p_x(z)=\frac{q^m}{q^m+1}=\frac{z^m-1}{z^m}=1-z^{-m},\ \ z^m=q^m+1,\ z\ge 1,$$

обладающее свойством самоподобия (распределение значений, превышающих величину $z_0 \ge 1$, также является распределением

[1] *Деятельность – целенаправленная активность человека.*

Парето). Содержательно это означает, что боевые действия батальона, полка могут быть описаны тем же распределением, что и боевые действия дивизии, в составе которой они действуют. Математическому свойству самоподобия соответствует важнейший принцип военного искусства, требующий учета одних и тех же факторов, определяющих успех любого боя, сражения и операции [17].

На достаточно большом объеме данных статистики оценены значения параметра масштаба (таблица 1).

Таблица 1. Значения параметра масштаба функции победы

Значение параметра масштаба	m = 0,5	m = 1	m = 2	m = 3
Характеристика	Боевые действия с нерегулярными формированиями, специальные действия	Боевые действия на тактическом уровне	Боевые действия на оперативном уровне	Военные действия на стратегическом уровне

Далее, второй параметр модели (2.4) – параметр β боевого превосходства[1] – можно оценить аналитически [23]:

$$\text{(6)} \qquad \beta = \alpha\rho, \qquad \alpha = \frac{\lambda_x}{\lambda_y}, \quad \rho = \sqrt[4]{\rho_s\rho_v\rho_p\rho_m}\ ,$$

где α – параметр морального превосходства первой стороны над второй, ρ – параметр технологического превосходства[2].

Параметр α морального превосходства оценивается процентами потерь (λ_x и λ_y), при достижении которых стороны все еще способны вести боевые действия. Этот параметр имеет решающее значение на исход боя. По М. Осипову, «победа зависит не от продолжительности боя, а главным образом от понесенных сторонами потерь; поэтому вернее будет считать, что бой длится до тех пор, пока потери одной из сторон не достигнут некоторого определенного %. Таким % в среднем можно считать 20%...» [15].

---

[1] *Индекс i опущен.*

[2] *В шкале отношений допустимым средним является среднее геометрическое.*

В настоящее время уровень боеспособности оценивается по четырем степеням [1]: боеспособные (имеют не менее 75% боеспособных орг. структур); ограниченно боеспособные (50 – 75%); частично боеспособные (30 – 50%); небоеспособные (менее 30% боеспособных орг. структур). Следовательно, в первом приближении[1], можно считать, что боевые формирования должны быть способными вести боевые действия до тех пор, пока потери не достигнут 50–70%.

Компоненты параметра ρ вытекают из определения боя (бой представляет собой совокупность согласованных по цели, месту и времени ударов, огня и маневра войск для уничтожения (разгрома) противника, отражения его ударов и выполнения других задач); ρ_s (ρ_v, ρ_p, ρ_m) – превосходство первой стороны над второй в согласованности действий (соответственно, в разведке, огневых возможностях и маневренности). Согласованность действий зависит, во-первых, от опыта командира и слаженности действий подчиненных, во-вторых, от ожидаемого времени с момента обнаружения цели до ее поражения. Частные коэффициенты ρ_v, ρ_p и ρ_m вычисляются как отношения количественных характеристик боевых единиц сторон с учетом противодействия противника. Например, дальности эффективного поражения противника следует вычислять с учетом имеющихся у него средств индивидуальной и коллективной защиты; дальности обнаружения – с учетом возможностей по маскировке (задымлению) и т.д. В общем случае параметр ρ (а следовательно, и параметр β боевого превосходства) зависит как от возможностей сил и средств сторон, так и от характеристик местности, на которой ведутся боевые действия.

Имея функцию победы и методику оценки ее значений для различных типов местности и типовых организационных структур сторон боя, можно ставить и решать теоретико-игровые задачи в интересах поиска оптимальных решений по распределению сил сторон по направлениям и задачам.

---

[1] *Если заменить долю боеспособных организационных структур на долю боеспособных боевых единиц.*

2.2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВСТРЕЧНОГО БОЯ, НАСТУПЛЕНИЯ И ОБОРОНЫ

Пусть имеется n пунктов (районов, участков, полос) с номерами $i = 1, \ldots, n$. Обозначим R_x и R_y – количества боевых средств у наступающих (первая сторона) и обороняющихся[1] (вторая сторона). Ресурсы R_x и R_y полагаются бесконечно делимыми, что позволит учесть действия своих, приданных и поддерживающих единиц, когда их усилия попеременно направлены на различные пункты и задачи.

Первая сторона состоит из боевых единиц, предназначенных для решения ближайшей (прорыва обороны противника) и последующей (отражения контратаки резервов противника, занятия рубежа или объекта в глубине обороны) задачи. Ее вектор средств:

$$x = (x_1, \ldots, x_n, u) \in X = \left\{ x \mid \sum_{i=1}^{n} x_i + u = R_x \right\}, \;\; r_x = R_x - u, \tag{7}$$

где $x_i \geq 0$ – количество средств решения ближайшей задачи (первого эшелона), действующих на пункте i; r_x – суммарное количество средств решения ближайшей задачи; $u > 0$ – количество средств решения последующей задачи (второго эшелона).

Вторая сторона состоит из войск первого эшелона и резерва (или второго эшелона). Задача первого эшелона заключается в недопущении прорыва пунктов обороны, задача резерва (второго эшелона) – в нанесении контрудара в случае прорыва обороны или удержании второй линии обороны. Ее вектор средств:

$$y = (y_1, \ldots, y_n, w) \in Y = \left\{ y \mid \sum_{i=1}^{n} y_i + w = R_y \right\}, \;\; r_y = R_y - w, \tag{8}$$

где $y_i \geq 0$ – количество средств первого эшелона, имеющих задачу обороны пункта i; r_y – суммарное количество средств решения первой задачи (удержания пунктов обороны); $w > 0$ – количество средств резерва, предназначенных для нанесения контрудара в случае прорыва пункта i (вторая задача).

---

[1] *Во встречном бою обе стороны являются наступающими.*

Решения теоретико-игровых задач ниже представлены только для тактического уровня (параметр масштаба функции победы $m = 1$).

Положим, что стороны обладают общим знанием, принимают решения одновременно и независимо. Тогда мы имеем антагонистическую игру (выигрыш первой стороны есть проигрыш второй) и для поиска оптимальных решений следует найти равновесие Нэша.

Сначала рассмотрим оптимальные распределения сил сторон по направлениям (между пунктами, объектами, районами).

2.3. РЕШЕНИЯ ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ СИЛ И СРЕДСТВ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ

Задача обоснования направлений главного и других ударов и направлений сосредоточения основных усилий может быть решена исходя из различных критериев.

Критерий «прорыв слабейшего пункта». Данному критерию соответствует целевая функция первой стороны:

$$(9)\qquad f(x,y) = \max_{i=1,\dots,n} \frac{\beta_i x_i}{\beta_i x_i + y_i}$$

и ограничения, наложенные на ресурсы сторон:

$$(10)\qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = r_x,\quad \sum_{i=1}^{n} y_i = r_y\,.$$

Доказано [24], что оптимальная стратегия обороняющихся (распределение ресурса по пунктам обороны) равна

$$(11)\qquad y_i^0 = \frac{\beta_i}{B} r_y,\quad B = \sum_{j=1}^{n} \beta_j\,,\ i = 1, \dots, n,$$

а наступающие используют смешанную стратегию, распределяя весь ресурс на один из пунктов с вероятностями

$$(12)\qquad \pi_i^0 = \frac{\beta_i}{B}\,,\ i = 1, \dots, n.$$

При этом значение игры при прорыве пунктов обороны равно

$$(13)\qquad v_1 = \frac{r_x B}{r_x B + r_y}\,.$$

Критерий «прорыв хотя бы одного пункта». Данному критерию соответствует целевая функция первой стороны:

(14) $$G(x,y)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-p_x(x_i,y_i))=1-\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{\beta_i x_i+y_i}\right)$$

с ограничениями (10).

Доказано [24], что оптимальные стратегии сторон и значение игры равны:

(15) $$x_i^0=\frac{\beta_i r_x}{S(\beta_i r_x+r_y)},\quad S=\sum_{k=1}^{n}\frac{\beta_k}{\beta_k r_x+r_y},\ i=1,\ \ldots,\ n,$$

(16) $$y_i^0=\frac{\beta_i r_y}{S(\beta_i r_x+r_y)},\ i=1,\ \ldots,\ n,$$

(17) $$v_2=1-\prod_{i=1}^{n}\frac{r_y}{\beta_i r_x+r_y}.$$

Критерий «средневзвешенная вероятность прорыва». Пусть пункты характеризуются ценностями $V_i > 0$, $i = 1, \ldots, n$, тогда целевые функции сторон будут иметь вид:

(18) $$f_x(x,y)=\sum_{i=1}^{n}V_i\,\frac{\beta_i x_i}{\beta_i x_i+y_i},\quad f_y(x^0,y^0)=\sum_{i=1}^{n}V_i\,\frac{r_y}{\beta_i r_x+r_y}$$

с ограничениями (10).

Доказано [13], что оптимальные стратегии сторон и значения игры равны:

(19) $$x_i^0=\frac{V_i\beta_i r_x}{S_2(\beta_i r_x+r_y)^2},\quad S_2=\sum_{k=1}^{n}\frac{V_k\beta_k}{(\beta_k r_x+r_y)^2},\ i=1,\ \ldots,\ n,$$

(20) $$y_i^0=\frac{V_i\beta_i r_y}{S_2(\beta_i r_x+r_y)^2},\ i=1,\ \ldots,\ n,$$

(21) $$f_x(x^0,y^0)=\sum_{i=1}^{n}V_i\,\frac{\beta_i r_x}{\beta_i r_x+r_y},\quad f_y(x^0,y^0)=\sum_{i=1}^{n}V_i\,\frac{r_y}{\beta_i r_x+r_y}.$$

Заметим, что по первому критерию (прорыв слабейшего пункта) для поиска оптимальных решений сторон не требуется знание численности противника. Достаточно знать ожидаемую типовую структуру подразделений противника, степень оборудования позиций и характеристики местности, от которых зависят значения параметров превосходства на пунктах.

Пример 1. Пусть $r_x = 200$, $r_y = 100$, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0{,}5$, $\beta_3 = 0{,}5$, $V_1 = V_2 = V_3 = 1/3$, $n = 3$. Оптимальные решения сторон и значения игры по трем критериям прорыва пунктов обороны представлены в таблице 2.

Таблица 2. Решения сторон по трем критериям

Показатели	Прорыв слабейшего пункта обороны	Прорыв хотя бы одного пункта обороны	Средневзвешенная вероятность прорыва
Оптимальная стратегия первой стороны	Вероятности выбора пункта для удара всеми силами: 0,5; 0,25; 0,25	Распределение единиц по пунктам: 80; 60; 60	Распределение единиц по пунктам: 61,5; 69,2; 69,2
Оптимальная стратегия второй стороны	Распределение единиц по пунктам: 50; 25; 25	Распределение единиц по пунктам: 40; 30; 30	Распределение единиц по пунктам: 30,8; 34,6; 34,6
Значение игры	0,8	0,92	0,56; 0,44

Из результатов расчетов видно, что наступающим невыгодно использование последнего критерия.

Если известна ожидаемая численность противника, то сторонам целесообразно руководствоваться вторым критерием (при котором у первой стороны максимальное значение игры), иначе – первым.

Зная решения по распределению сил сторон между пунктами, можно найти оптимальное распределение ресурса между ближайшей и последующей задачами, т.е. обосновать боевой порядок сторон.

2.4. РЕШЕНИЯ ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ СИЛ И СРЕДСТВ ПО ЗАДАЧАМ

Критерий первой стороны в модели «наступление–оборона» (в модели встречного боя) можно сформулировать так: максимизация вероятности прорыва пунктов обороны (ближайшая задача) и захвата объекта в глубине обороны (разгрома резервов противника – последующая задача).

Если обе стороны при решении ближайшей задачи руководствуются критерием прорыва слабейшего пункта обороны, то мы имеем на тактическом уровне ($m = 1$) следующую целевую функцию первой стороны:

$$F(u,w) = \frac{B(R_x - u)}{B(R_x - u) + (R_y - w)} \times \frac{\delta u}{\delta u + w}, \tag{22}$$

$$0 < u < R_x,\ 0 < w < R_y,$$

где δ – параметр боевого превосходства первой стороны при решении ею последующей задачи. Первый сомножитель отражает решение ближайшей задачи, второй – последующей.

Доказано [24], что сторонам целесообразно использовать чистые стратегии:

$$u^0 = R_x D,\ w^0 = R_y D,\ D = \frac{R_y + BR_x}{2R_y + (B+\delta)R_x}. \tag{23}$$

Содержательно значение параметра D есть доля войск, выделенных во второй эшелон (резерв). Эта доля существенно зависит от значения параметра δ и в меньшей степени – от значения параметра B и отношения ресурсов сторон.

Найденные зависимости распределения боевых единиц обороняющейся стороны по задачам (эшелонам) соответствуют взглядам военных специалистов США на подготовку и ведение оборонительных действий. В частности, когда обороняющиеся не уступают наступающим в мобильности и при поспешно занимаемой обороне организуется мобильная оборона, при которой значительная часть сил и средств (до двух третьих) выделяется во второй эшелон (резерв) с целью разгрома вклинившегося противника в ходе контратак. Позиционная оборона основывается на прочном удержании в течение определенного времени заранее подготовленных в инженерном отношении оборонительных позиций, максимальном использовании огневых средств, расположении главных сил и средств в основном районе обороны соединения.

В наступательных операциях важнейшей проблемой является прорыв хорошо подготовленной обороны, когда противник может разместить основные силы первого эшелона на основной или вспомогательной позициях (см. [17]). Тогда у первой стороны ближайшей задачей будет прорыв первой позиции обороны, а последующей – второй позиции. В данной задаче первой стороне целесообразно использовать критерий гарантированного результата и целевую функцию вида

$$(24)\quad F(u,w)=\min\left(\frac{B(R_x-u)}{B(R_x-u)+R_y-w};\frac{\delta u}{\delta u+w}\right)$$

(наступающие оценивают вероятность прорыва слабейшего пункта обороны и вероятность выполнения последующей задачи и принимают в качестве критерия минимальное значение, подлежащее максимизации) с ограничениями

$$0\le u\le R_x,\ \ 0\le w\le R_y,\ \ B>\delta.$$

Соответственно, цель второй стороны может быть оценена критерием $1-F(u, w)$.

Доказано [24], что в антагонистической игре с целевой функцией (24) оптимальное количество сил и средств, выделяемое наступающими для решения последующей задачи, равно:

$$(25)\quad u^0=\frac{B}{B+\delta}R_x.$$

Доля сил и средств, выделяемых наступающими на решение последующей задачи, определяется значениями параметра B боевого превосходства наступающих при прорыве пунктов обороны и параметра δ боевого превосходства наступающих в глубине обороны противника (при отражении его контратаки). Соответственно, оптимальное количество сил и средств, выделяемых для решения ближайшей задачи, равно R_x-u^0.

Оптимальная смешанная стратегия обороняющихся заключается в следующем. Обороняющиеся с вероятностью $\frac{\delta}{B+\delta}$ распределяют все силы и средства на второй линии обороны, а с вероятностью $\frac{B}{B+\delta}$ – на первой. При этом оптимальное значение игры равно

$$(26)\quad v=\frac{\delta BR_x}{\delta BR_x+(B+\delta)R_y}.$$

Найденные решения на содержательном уровне соответствуют планированию и результатам операций [17].

Таким образом, нами рассмотрены модели, предназначенные для обоснования направлений главного и других ударов (направлений сосредоточения основных усилий) и боевого порядка.

Перспективными направлениями исследований являются, во-первых, решение неантагонистических задач, когда стороны руководствуются несовпадающими критериями, во-вторых, решение задач маскировки и введения противника в заблуждение.

2.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ МАСКИРОВКИ

Маскировка – это комплекс мероприятий, направленных на скрытие от противника войск и объектов и на введение его в заблуждение [12].

По предмету маскировки можно выделить следующие задачи моделирования:

– воздействия на моральное состояние своих войск и войск противника;

– скрытие численности своих сил и средств, объектов или показ несуществующих (имитация и демонстративные действия);

– воздействия, направленные на изменение значений параметров технологического превосходства на объектах обороны;

– введение противника в заблуждение относительно намерений командования (каким критерием при распределении единиц по объектам обороны стороны руководствуются).

Для моделирования маскировки представляется обоснованным использовать рефлексивные игры (см. [14]). В терминах рефлексивных игр с двумя игроками результатом маскировки является наличие у противника искаженных представлений о важных параметрах ситуации. Рассмотрим формальную модель.

Пусть целевые функции двух сторон конфликта $f(\theta, x, y)$ и $g(\theta, x, y)$ (наступающих и обороняющихся соответственно) зависят от стратегий сторон $x \in X$ и $y \in Y$, а также значения характеризующего ситуацию параметра θ (в типичных случаях множества X и Y являются векторами). Тогда результатом успешной маскировки является появление у другой стороны конфликта искаженного представления $\tilde{\theta}$, не совпадающего с реальным, т.е. $\tilde{\theta} \neq \theta$.

Для определенности предположим, что операции по маскировке проводит сторона наступления. Если маскировка была успешной, то сторона обороны субъективно играет в игру с целевыми функциями $f(\tilde{\theta}, x, y)$ и $g(\tilde{\theta}, x, y)$. Рассмотрим случай, когда эта игра имеет единственное решение (пару равновесных стратегий), которое обозначим через $(x^*(\tilde{\theta}), y^*(\tilde{\theta}))$. Тогда сторона наступления, проводя операции по маскировке, может рассчитывать на следующее значение своей целевой функции:

$$\max_{x \in X} f(\theta, x, y^*(\tilde{\theta})).$$

Обозначим через Θ множество всех значений параметра $\tilde{\theta}$, которые могут быть реализованы как результат маскировочных операций. Тогда для принятия решения о выборе оптимальных операций по маскировке требуется решить следующую задачу оптимизации:

$$\max_{x \in X} f(\theta, x, y^*(\tilde{\theta})) \underset{\tilde{\theta} \in \Theta}{\longrightarrow} \max.$$

Пример решения одной из задач маскировки представлен в работе [11].

3. Модели динамики боевых действий

Первая модель динамики боевых действий разработана М.П. Осиповым в 1915 г. В своей работе М.П. Осипов, используя результаты сражений за XIX – начало XX века, нашел зависимость хода и результатов сражений от начальной численности сторон. Причем им исследованы как однородные, так и разнородные группировки. Обзор моделей динамики боевых действий можно найти в работах [13, 27, 28, 29]. Уроки из опыта моделирования боевых действий изложены в работе С. Бондера «Исследование армейских операций – исторические перспективы и извлеченные уроки» [25] и информационном меморандуме [26].

3.1. МОДЕЛЬ ОСИПОВА – ЛАНЧЕСТЕРА

Уравнения Осипова – Ланчестера можно записать в виде [28]

(27) $\frac{dx}{dt} = -a_y y^p x^q$, $\frac{dy}{dt} = -a_x x^p y^q$,

где x (y) – численности войск первой (второй) стороны в момент времени t; a_x (a_y) – эффективность огня первой (второй) стороны (число поражаемых целей противника в единицу времени)[1]; p и q – параметры степени.

В начальный момент времени заданы численности сторон: $x(0) = x_0$ и $y(0) = y_0$. В дискретной форме модель имеет вид:

(28) $x(t+\Delta t) = x(t) - \Delta t \frac{dx}{dt}$, $y(t+\Delta t) = y(t) - \Delta t \frac{dy}{dt}$.

Выделяются следующие разновидности модели Осипова – Ланчестера (27). Если $p = q = 1$ (в общем случае, $p - q = 0$), то это линейная модель боя с условием равенства сил:

(29) $a_x[x_0 - x(t)] = a_y[y_0 - y(t)]$.

Если $p = 1$, $q = 0$ (в общем случае, $p - q = 1$), то это квадратичная модель боя с условием равенства сил:

(30) $a_x[(x_0)^2 - (x(t))^2] = a_y[(y_0)^2 - (y(t))^2]$.

Наконец, если $p = 0$, $q = 1$ (в общем случае, $q - p = 1$), то это логарифмическая модель боя.

Также выделяются асимметричные модели, в которых стороны имеют разные возможности по разведке, способам ведения огня, пополнению резервов и т.д. (см. [13, 29]).

К. фон Клаузевиц отмечал, что военное дело просто и вполне доступно здравому уму человека, но воевать сложно. Модель М. П. Осипова [15]

(31) $\frac{dx}{dt} = -a_y y$, $\frac{dy}{dt} = -a_x x$

отличается обоснованностью, убедительностью и простотой. Но для реалистического планирования и прогнозирования боя приходится усложнять модель, учитывать действия разнородных группировок, одновременные и последовательные сражения в разных районах, способы маневра и т.д.

---

[1] *Параметры a_x и a_y могут трактоваться как тактические параметры, характеризующие поражение противника.*

Отметим недостаток модели (31). В ней полагается, что ход и исход боя (и связанные с ним потери сторон) целиком определяется поражающими (огневыми) возможностями сторон. Для учета таких характеристик боя, как согласованность, маневр и т.д. М.П. Осипову приходится выходить за рамки модели, объясняя, например, победу Наполеона в Аустерлицком сражении, в котором противник имел численное превосходство.

3.2. РАСШИРЕНИЕ МОДЕЛИ М.П. ОСИПОВА

Из военной статистики известно, что успех боя (сражения, операции) главным образом зависит от отношения сил сторон. В таблице 3 показаны суммарные данные (сгруппированные по годам) по начальным численностям сторон в стратегических операциях, а также доли безвозвратных потерь советских войск от начальных численностей[1] (данные взяты из [5]). Положено, что значение параметра боевого превосходства во всех операциях $\beta = 1$.

Таблица 3. Отношение сил и потери советских войск в стратегических операциях Великой Отечественной войны

Год	Численность советских войск	Численность немецких войск	Численное превосходство немецких войск, s_i	Доля безвозвратных потерь советских войск от начальных численностей, d_i
1941	7 973 648	9 121 260	1,144	34,9%
1942	5 044 068	4 095 800	0,812	24,7%
1943	9 282 906	6 491 300	0,699	10,0%
1944	9 245 827	7 022 000	0,759	8,9%
1945	8 908 161	4 070 000	0,457	4,2%

В таблице 4 показаны коэффициенты корреляции между численным превосходством (в степенях, отражающих масштаб действий) и долей безвозвратных потерь.

[1] *Стратегические операции, переходящие на другой год отнесены к году, в котором их продолжительность больше. Например, Сталинградская стратегическая наступательная операция (19 ноября 1942 г. – 2 февраля 1943 г.) отнесена к 1942 году.*

Таблица 4. Коэффициенты корреляции между численным превосходством немецких войск (в четырех степенях) и долей безвозвратных потерь советских войск

Степень	d_i	$(d_i)^2$	$(d_i)^3$	$(d_i)^4$
К-т корреляции	0,92	0,92	0,91	0,89

Из таблицы можно сделать вывод, что стратегические операции протекали в форме сражений фронтовых объединений (степень $m = 3$), армий и корпусов ($m = 2$), а на вспомогательных направлениях – в форме боев дивизий и полков ($m = 1$), что и обусловило те или иные потери сторон.

Вместе с тем, отдельные стратегические операции характеризуются следующими особенностями:

– численное превосходство одной из сторон почти всегда приводит к победе;

– слабая зависимость потерь и результатов операций (глубина и темп наступления или отхода) от отношения сил.

Приведем некоторые примеры:

– стратегическая оборонительная операция в Белоруссии (22 июня – 9 июля 1941 г.): $s_i = 1{,}22$, $d_i = 0{,}51$;

– Московская стратегическая наступательная операция (17 ноября – 2 декабря 1941 г.): $s_i = 0{,}75$, $d_i = 0{,}13$;

– Киевская стратегическая наступательная операция (3–13 ноября 1943 г.): $s_i = 1{,}21$, $d_i = 0{,}02$.

Существенные различия в потерях (относительно средних) можно объяснить следующими причинами: во-первых, статистика оперирует начальными численностями сторон и не всегда учитывает пополнения в ходе операций, во-вторых, велика роль особенностей театра военных действий, «военного счастья», когда результаты действий не совпадают с возможностями войск.

Данные военной статистики (см. таблицы 3 и 4 в предположении, что параметр боевого превосходства равен 1) дают основания записать уравнения динамики боя (сражения, операции) в виде

$$(32)\qquad \frac{dx}{dt} = -k_x\left(\frac{y}{\beta x}\right)^{\mu_y},\quad \frac{dy}{dt} = -k_y\left(\frac{\beta x}{y}\right)^{\mu_x},$$

где β – параметр боевого превосходства первой стороны над второй, μ_x и μ_y –параметры формы поражения; k_x и k_y – коэффициенты размерности (отражают, как общее превосходство переводится в нанесение потерь противнику).

Иными словами, темп потерь определяется отношением сил сторон (см. выражение (4)). Поражение противнику может наноситься средствами тактического (находящихся в распоряжении командира дивизии и ниже), оперативного и стратегического уровней. Тогда параметр формы поражения (нижний индекс опущен) вычисляется по формуле:

$$\mu = \frac{z_1 + 2z_2 + 3z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \tag{33}$$

где z_1 (z_2, z_3) – ожидаемые потери противника (или их доли) за счет средств поражения тактического (оперативного, стратегического) уровня; $m = 1, 2, 3$ – значения параметра масштаба.

Для нахождения условия равенства сил разделим первое уравнение (32) на второе и после преобразований получим

$$k_y \beta^{\nu} (x^{\nu+1} - x_0^{\nu+1}) = k_x (y^{\nu+1} - y_0^{\nu+1}), \tag{34}$$

где $\nu = \mu_x + \mu_y$.

Если коэффициенты совпадают $k_x = k_y$, то условие равенства сил примет вид

$$y_0 = \beta^{\nu/(\nu+1)} x_0 . \tag{35}$$

Для сравнения, в квадратичной модели боя М.П. Осипова условие равенства сил имеет вид

$$y_0 = \gamma^{1/2} x_0 , \ \gamma = \frac{a_x}{a_y} , \tag{36}$$

где γ – превосходство первой стороны в огневых возможностях и разведке.

Пусть $\mu = \mu_x = \mu_y$, $x_0 = 1000$ и $y_0 = 2000$. Тогда для равенства сил в квадратичной модели требуется обеспечить $\gamma = 4$, а в модели на основе отношения сил – $\beta \approx 2{,}83$ при $\mu = 1$, $\beta \approx 2{,}38$ при $\mu = 2$ и $\beta \approx 2{,}24$ при $\mu = 3$.

Заметим, что если у сторон одинаковые возможности по маневренности и согласованности действий, тогда с учетом выражения (6) получим $\beta = \sqrt{\gamma}$. М.П. Осипов при построении модели использовал данные крупнейших сражений XIX – начала XX веков, т.е. рассматривал стратегический уровень ($m = 3$). В нашей модели на основе отношения сил параметр боевого превосходства ($\beta \approx 2{,}24$) незначительно превосходит значение параметра превосходства в разведке и поражении ($\sqrt{4} = 2$).

Рассмотренная модель динамики является простейшей и имеет нормативный характер (отвечает на вопрос «как должно быть?»). Для решения задач управления боем, обоснования форм и способов выполнения поставленных боевых задач ее необходимо масштабировать (дискретное время, разнородные и разномасштабные действия) и верифицировать на примере ряда стратегических операций Великой Отечественной войны, боевых действий современных войн, учений и командно-штабных тренировок.

Для анализа динамики действий подразделений (батальонные и ротные тактические группы и т.д.) модели Осипова – Ланчестера (модели динамики средних) малоприменимы. Вместо них целесообразно использовать имитационные модели боя.

4. Имитационные модели боя подразделений

В настоящем разделе выполнена постановка задачи на моделирование боя подразделений и рассмотрена компьютерная реализация простейшей модели встречного боя.

4.1. ЗАКОНЫ ПОРАЖЕНИЯ И ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

Под законом поражения объекта (цели) понимается зависимость вероятности поражения цели от нанесенного ей ущерба или факторов, его определяющих [8].

При выполнении огневых задач по поражению цели задачами стрельбы подразделений артиллерии могут быть: уничтожение, разрушение, подавление и изнурение [16]. ***Уничтожение*** цели заключается в нанесении ей таких потерь (повреждений), при которых она полностью теряет свою боеспособность. ***Разрушение*** цели заключается в приведении ее в непригодное для дальнейшего использования состояние. ***Подавление*** цели заключается в нанесении ей потерь (повреждений) и в создании таких условий, при которых она временно лишается боеспособности, ограничивается (воспрещается) ее маневр или нарушается управление. ***Изнурение*** заключается в морально-психологическом воздействии на живую силу противника ведением беспокоящего огня ограниченным количеством орудий и боеприпасов в течение установленного времени.

В зависимости от величины ущерба, нанесенного составным объектам, достигаются различные степени поражения. Обычно для качественно различимых степеней поражения объектов устанавливаются следующие значения ущербов:

до 0,2 – изнурение;

0,2 – 0,3 – подавление;

0,3 – 0,5 – среднее поражение (сильное подавление);

0,5 – 0,6 (0,6 – 0,9) – сильное поражение (разрушение) целей, не содержащих (содержащих) средства ядерного нападения;

более 0,7 (0,9) – уничтожение целей, не содержащих (содержащих) средства ядерного нападения.

Исходя из определения закона поражения цели, рассмотрим зависимости поражения объектов от: а) числа попаданий в них и б) дальности до этих объектов.

Под показателем системы стрельбы обычно понимается математическое ожидание числа попаданий в цель или вероятность получения некоторого числа попаданий [9].

По А.Н. Колмогорову вероятность поражения цели в точности при r-м попадании подчиняется степенному закону и равна

$$(37) \quad P(A\,|\,r) = 1 - e^{-\alpha r}, \ \alpha = -\ln\left(1 - \frac{1}{\omega}\right),$$

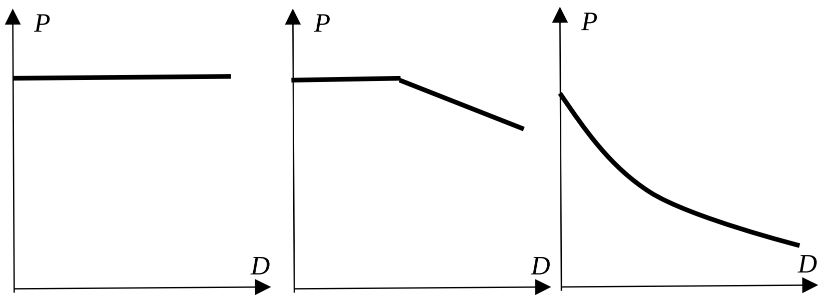
где A – событие поражения цели; α – параметр, ω – среднее число попаданий в цель, необходимое для ее поражения. Если имеется взаимная независимость попаданий в цель, то вероятность поражения цели равна [9]

$$(37) \quad P(A) = 1 - \prod_i \left(1 - \frac{p_i}{\omega}\right),$$

где p_i – вероятность попадания в цель при i-м выстреле. Иными словами, вероятность поражения цели $P(A)$ равна той вероятности, которая получилась бы, если бы поражение заведомо достигалось уже при первом попадании, но с заменой вероятностей p_i на p_i / ω.

Учитывая принципы стабилизации и управления полетом боеприпаса, можно выделить типовые зависимости вероятности поражения целей от дальности до них (рис. 1).

Отсутствие зависимости вероятности поражения целей от дальности до них характерно для дорогих высокоточных боеприпасов (управляемый снаряд «Краснополь», ОТРК «Искандер» и др.). Зависимость в форме полуконстанты характерна, например, для стрельбы артиллерии с закрытых огневых позиций (см. [16, 19]). Для стрельбы артиллерии прямой наводкой и стрельбы из стрелкового оружия [19, 20] характерна зависимость в форме экспоненты.



1) константа, 2) полуконстанта, 3) экспонента

Рис. 1. Типовые зависимости вероятности поражения целей от дальности до них

Прежде чем поразить цель, она должна быть обнаружена. Возможности по обнаружению целей зависят от используемых физических полей, наличия препятствий естественного или искусственного характера, используемых средств маскировки и противодействия и т.д.

При поиске цели наблюдателями решаются следующие задачи [18]: обнаружение (выделение объекта из фона), опознавание (определение основных характеристик объекта), идентификация (определение типа цели и ее принадлежности). Вероятность обнаружения цели может быть снижена за счет применения типовых методов маскировки: сокрытия, деформации или имитации.

Для примера рассмотрим рекомендации по комплексной маскировке пехотинца [18]. Его маскировка сводится к трем диапазонам волн: оптическому, ближнему инфракрасному и тепловому.

Меры маскировки в оптическом диапазоне (лицевая маска, маскировочные рукавицы, чехлы на оружие и бронешлем) позволяют уменьшить дальность обнаружения в 2–3 и более раз. В тепловом диапазоне также можно добиться существенного снижения дальности обнаружения за счет использования перчаток, лицевой маски, свободной плотной одежды (плащ-накидки), каски, бронежилета и т.д.

Для защиты бронетехники и других объектов от средств воздушного нападения могут использоваться аэрозольные завесы, комбинированные аэрозольно-дипольные помехи, маскировочные радиопоглощающие комплекты.

Для оценки возможностей по обнаружению целей в моделях боя могут использоваться следующие зависимости вероятности обнаружения целей в зависимости от дальности до них:

– равномерный закон (вероятность обнаружения принимается близкой к единице на некотором интервале дальности до цели и равной нулю за границами интервала);

– степенной закон, целесообразно использовать при малом количестве естественных или искусственных помех [10];

– показательный закон, используется при наличии неопределенностей о возможностях противника по маскировке, на пересеченной и закрытой местности, при наличии ограничений на время обнаружения цели и т.д.

Далее рассмотрим постановку задачи на разработку имитационной модели наступательного, оборонительного (встречного) боя подразделений (ротных тактических групп).

4.2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ НА МОДЕЛИРОВАНИЕ

Пусть имеется поле боя прямоугольной формы и разграничительные линии сторон (рис. 2).

Разграничительные линии наносятся на глубину боевой задачи (на предельную дальность стрельбы штатных и приданных (поддерживающих) средств, в тыл – на глубину построения боевого порядка. Также учитываются разграничительные линии с соседями. Возможны два варианта: боевым единицам или запрещается выходить за разграничительные линии, или, в случае выхода за них, назначается штраф (снижается эффективность достижения поставленной задачи и т.д.). Учет рельефа местности на электронной карте обычно выполняется с помощью регулярной сетки (квадраты, прямоугольники, треугольники) или триангуляционной сети, что, в частности, позволяет оперативно рассчитывать зоны видимости. Также по карте определяется проходимость местности (для техники только по дорогам или везде) и другие ее характеристики.

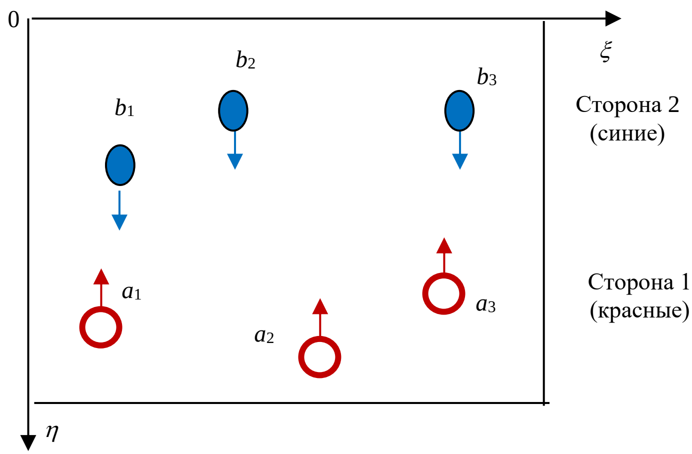


Рис. 2. Поле боя и боевые единицы сторон

В распоряжении сторон имеются боевые единицы a_i, $i = 1, \ldots, R_a$ и b_j, $j = 1, \ldots, R_b$. Каждая единица принадлежит некоторому типу k (пехотинец, БТР, ПТУР, танк и т.д.), $k = 1, \ldots, K$, где K – количество типов единиц. Факт принадлежности некоторой единицы к определенному типу может быть учтен с помощью векторов $x = (x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_{Ra})$ и $y = (y_1, \ldots, y_j, \ldots, y_{Rb})$, где x_i и y_j –

номера типов боевых единиц. Для каждого типа k заданы численности экипажа (расчета) боевой единицы первой N_k^a и второй N_k^b стороны, $k = 1, \ldots, K$. Обычно единицы первого типа ($k = 1$) полагаются самыми массовыми и малоэффективными, например, пехотинец с автоматической винтовкой (автоматом) и ручными гранатами. С увеличением номера типа ценность боевой единицы растет. Для упрощения компьютерной реализации модели можно положить, что величины a_i и b_j имеют значения численностей их экипажей.

У первой (второй) стороны имеется M_x (M_y) групп, действующих относительно самостоятельно: каждой из групп назначается место в боевом порядке (например, танки должны действовать, не отрываясь от пехоты) и основное направление (маршрут) движения. Вместе с тем, группам дается возможность отклоняться от поставленной задачи для решения внезапно возникающих задач. Факт принадлежности единицы к s-й группе будем обозначать a_{is} и b_{js}.

Заданы начальные координаты единиц (в момент времени $t = 0$): $(\xi_i^a(0),\ \eta_i^a(0))$, $i = 1, \ldots, R_a$ и $(\xi_j^b(0),\ \eta_j^b(0))$, $j = 1, \ldots, R_b$, причем расстояние между единицей i первой стороны и единицей j второй равно

$$l_{ij}(t) = \sqrt{(\xi_i^a(t) - \xi_j^b(t))^2 + (\eta_i^a(t) - \eta_j^b(t))^2}\ . \quad (38)$$

Боевые единицы сторон (по типам) имеют следующие характеристики (могут меняться в зависимости от особенностей рельефа, растительности и других особенностей местности):

– v_k (w_k) – средняя скорость боевого перемещения единицы типа k первой (второй) стороны, км/час;

– G (H) – матрица дальностей обнаружения противника боевыми единицами первой (второй) стороны с вероятностью 0,9, км;

– C (D) – матрица дальностей эффективного поражения противника боевыми единицами первой (второй) стороны с вероятностью 0,9, км.

Для учета особенностей оборонительного боя указанные характеристики должны учитывать степень подготовки обороны (при заранее подготовленной обороне поразить обороняющихся сложнее) и, возможно, зависеть от времени, чтобы учесть в динамике подготовку обороны.

Матрицы дальностей квадратные размера K, например, $C = (c_{ij})$, где c_{ij} – дальность поражения единицы противника j-го типа единицей первой стороны типа i. Отметим, что вместо дальностей значениями матриц могут быть величины параметров показательного закона. Дальности обнаружения целей ограничены значением d_Δ – максимально возможная дальность обнаружения, зависящая от рельефа местности и растительного покрова.

Дополнительно сторонами могут использоваться разведчики (беспилотные летательные аппараты – БЛА), эффективность которых задана долями π_x и π_y обнаруживаемых единиц противника на каждом шаге боя. Доли со временем не меняются.

Предположим, что время дискретно и меняется с шагом Δt (например, 1 минута или 10 минут), $t_{i+1} = t_i + \Delta t$, $t_0 = 0$. Положим, что перемещение единицы за время Δt может выполняться в любом направлении (с учетом ограничений на выход с поля боя). Возможные направления дискретны, т.е. равны:

$$(39) \quad \Delta\alpha\tau, \quad \tau = 0,\ldots,K_\tau, \quad \Delta\alpha = \frac{2\pi}{K_\tau}.$$

После перемещения[1] в выбранном направлении единица готовится к стрельбе в этом направлении. В общем случае эффективность поражения одиночной цели (как подвижной, так и движущейся) зависит от угла ее обстрела (в лоб, сбоку, с тыла), см. рис. 3.

На рисунке пунктирная линия есть линия стрельбы боевых единиц сторон, а линии со стрелками – направления их перемещения и готовности к стрельбе.

[1] *Обороняющиеся единицы могут находиться на месте.*

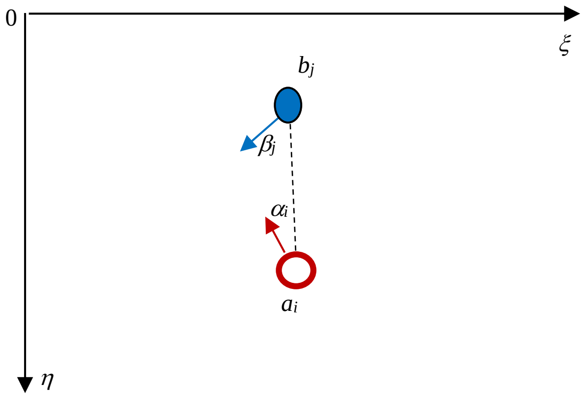


Рис. 3. Углы стрельбы и поражения боевых единиц

Вероятность поражения противника минимальна при стрельбе по нему в лоб. Если угол поражения (угол между линией стрельбы и направлением перемещения) увеличивается, то вероятность поражения снижается. С достаточной для тактической модели точностью можно ограничиться линейной зависимостью вероятностей поражения от угла:

$$p_{ij}(\beta_j) = 1 - (1 - p_{ij})\frac{\pi - s_k\beta_j}{\pi}, \tag{40}$$

$$q_{ji}(\alpha_i) = 1 - (1 - q_{ji})\frac{\pi - s_k\alpha_i}{\pi}, \tag{41}$$

где p_{ij} (q_{ji}) – вероятность поражения i-й единицей цели j (j-й единицей цели i) при стрельбе в лоб (см. матрицы P и Q); α_i (β_j) – угол поражения цели i (цели j); $0 \le s_k \le 1$ – параметр поражения цели k-го типа. При $s_k = 0$ вероятность поражения цели не зависит от угла поражения, при $s_k = 1$ стрельба с тыла ($\alpha_i = \pi$, $\beta_j = \pi$) обеспечивает гарантированное поражение цели.

Основными способами маскировки боевых единиц являются скрытие и имитация (включая демонстративные действия). Положим, что помимо индивидуальных средств маскировки подразделение имеет возможность выделить средства для скрытия единиц некоторых групп и имитации единиц других групп.

Скрытие (имитация) единиц учитывается, во-первых, снижением (увеличением) дальностей обнаружения противником (см. матрицы G и H) и, во-вторых, изменением вероятностей π_x и π_y обнаруживаемых единиц с помощью БЛА.

Основными видами маневра в бою являются: охват, обход, отход и смена позиций. Положим, что группам (отделениям) указывается только направление (маршрут) дальнейшего наступления (перемещения). В каком порядке перемещаться на поле боя (походном, предбоевом или боевом, см. рис. 4), решает командир подразделения, исходя из оценки обстановки и данных разведки. Перемещение в походном порядке выполняется с увеличенной скоростью. Если группа разнородна, то ее скорость в походном порядке берется максимальной[1] из всех входящих в ее состав единиц (например, пехотинцы перемещаются на БМП или десантом на танке). При этом для каждой группы указывается, на какой единице перемещается вся группа. В предбоевом и боевом порядке скорость перемещения группы берется минимальной из всех входящих в ее состав единиц.

Перемещение в предбоевом и походном порядках выполняется вдоль направления (маршрута) дальнейшего наступления. Перемещение в боевом порядке выполняется в линию. Линия может быть под углом $\pi/2$ к направлению перемещения или уступом.

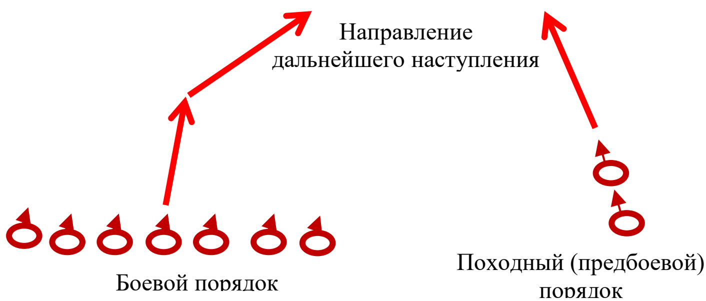


Рис. 4. Перемещение боевых единиц

---

[1] *Если группа – это взвод или рота, то скорость определяется как минимальное значение из максимальных скоростей отделений (танков).*

Возможны две задачи моделирования встречного боя.

Первая задача. Заданы начальные положения групп и состав каждой из них. Требуется найти оптимальные действия сторон.

Вторая задача. Задан состав подразделения (боевые единицы по типам). Требуется сформировать оптимальный состав групп.

В обеих задачах в начальный момент боя группы расположены в походном порядке на определенном расстоянии между ними по фронту в начале (конце) поля боя. Далее будем рассматривать только первую задачу. Для каждой группы указано место каждой единицы в группе и расстояние между единицами ρ_x и ρ_y.

На начальном шаге боя ($t_0 = 0$) командиры подразделений оценивают по данным разведки положение противника и назначают своим группам направления (маршруты) перемещения. В общем случае группы могут быть разведывательно-боевыми (с задачей своевременно обнаружить противника и вынудить его развернуться в боевой порядок) и боевыми.

За шаг боя Δt группы сторон или перемещаются, или остаются на месте, или разворачиваются в боевой (предбоевой, походный) порядок. После перемещения выполняется стрельба по противнику.

Целевые функции первой и второй стороны:

$$W_x(t) = \alpha_x \sum_{i \in I(t)} \sum_{j \in J(t)} p_{xij}(l_{ij}) \pi_{xij}(l_{ij}) R_x(i, j) + \quad (42)$$

$$+(1-\alpha_x) \sum_{j \in J(t)} \sum_{i \in I(t)} p_{yji}(l_{ij}) \pi_{yji}(l_{ij}) R_y(j, i),$$

$$W_y(t) = \alpha_y \sum_{j \in J(t)} \sum_{i \in I(t)} p_{yji}(l_{ij}) \pi_{yji}(l_{ij}) R_y(j, i) + \quad (43)$$

$$+(1-\alpha_y) \sum_{i \in I(t)} \sum_{j \in J(t)} p_{xij}(l_{ij}) \pi_{xij}(l_{ij}) R_x(i, j),$$

где $0 < \alpha_x$ (α_y) < 1 – параметр решительности первой (второй) стороны; p_{xij} (p_{yji}) – вероятность обнаружения j-й единицы противника i-й единицей первой стороны (i-й единицы противника j-й единицей второй стороны); π_{xij} (π_{yji}) – вероятность поражения j-й единицы противника i-й единицей первой стороны (i-й единицы противника j-й единицей второй стороны); $I(t)$ и $J(t)$ – множества непораженных боевых единиц сторон на шаге t; $R_x(i, j)$ и

$R_y(j, i)$ – правила выбора цели для поражения. Вероятности обнаружения единиц противника рассчитываются с учетом возможностей средств воздушной разведки (вероятности π_x и π_y) и значений матриц G и H. С помощью датчика случайных чисел по вероятностям π_x и π_y на каждом шаге определяются конкретные цели противника, которые достоверно обнаружены.

Боевая единица на каждом шаге выполняет стрельбу по следующему правилу:

1) стрельбу начинает первая по порядку боевая единица при условии, что хотя бы одна цель противника обнаружена с вероятностью не ниже критической (например, $P_{kr} > 0,4$);

2) среди обнаруженных целей выбирается цель с максимальной вероятностью обнаружения и ее поражения. Если таких целей несколько, то выбирается ближайшая;

3) факт поражения цели (реализуется с использованием датчика случайных чисел, соответствующие значения величин a_i и b_j принимаются равными нулю) сразу становится известным обоим сторонам. В последующем по пораженным целям стрельба не ведется.

Бой прекращается, если на шаге t потери одной из сторон достигли определенного предела. Эта сторона признается проигравшей. Если у обоих сторон на шаге t потери достигли заданного предела, то признается ничья.

Условие прекращения боя первой и второй стороны:

$$\frac{\sum_{i \in I(t)} a_i}{\sum_{i \in I(0)} a_i} \geq \varepsilon_x, \quad \frac{\sum_{j \in J(t)} b_j}{\sum_{j \in J(0)} b_j} \geq \varepsilon_y, \tag{44}$$

где ε_x и ε_y – доли потерь, выдерживаемые первой и второй стороной.

4.3. ПРОСТЕЙШАЯ ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ВСТРЕЧНОГО БОЯ

По М.П. Осипову свидетельством правильности моделей боя является соответствие результатов моделирования принципам ведения боевых действий.

Для проверки алгоритма разработана простейшая имитационная модель встречного боя (рис. 5, 6).

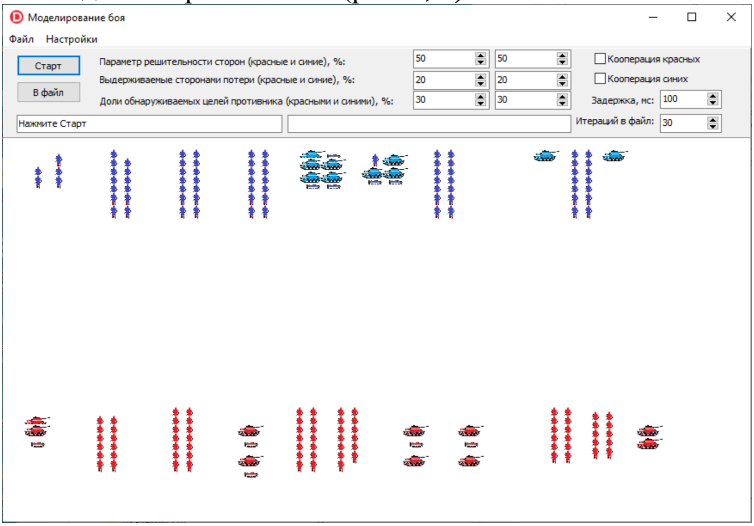


Рис. 5. Начальное положение единиц на поле боя

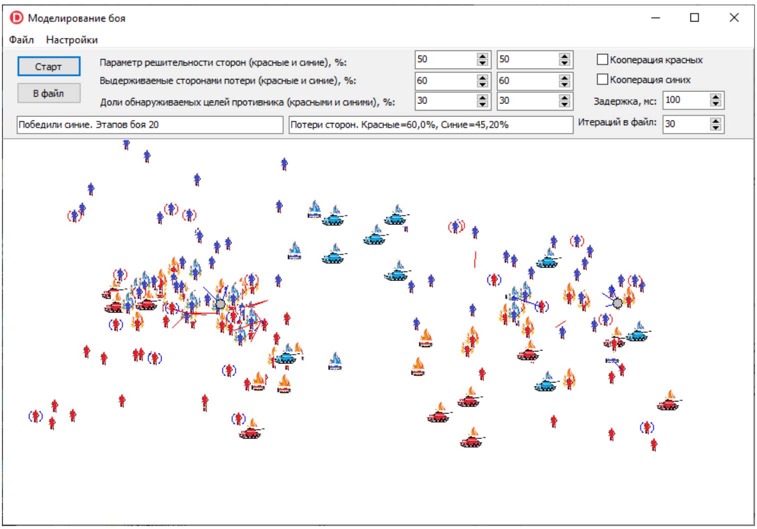


Рис. 6. Результат боя

Начальное положение единиц на поле боя, их тактические характеристики (по трем типам) и количество задаются пользователем.

В программе также задаются:

– параметры решительности сторон;

– выдерживаемые сторонами проценты потерь;

– доли обнаруживаемых целей противника с помощью БЛА на каждом шаге боя.

Возможен как отдельный розыгрыш боя, так и серия боев (итераций) с сохранением результатов по каждому бою в серии.

Отдельные единицы в группы не объединяются. Каждая единица выбирает точку следующего перемещения с учетом параметра решительности (при малом значении параметра перемещение происходит в точку, где меньше вероятность поражения единицы противником; при большом – в точку с максимальной вероятностью поражения противника).

При равном количестве боевых единиц (90 единиц у каждой стороны) с одинаковыми возможностями по трем типам (пехотинцы, танки и ПТУР), 60% выдерживаемых потерь и 30% обнаружений целей противника с помощью БЛА каждой стороной выполнены серии по 30 боев в каждой итерации.

Зависимость исхода боев от параметра решительности первой стороны (красных) показана на рис. 7.

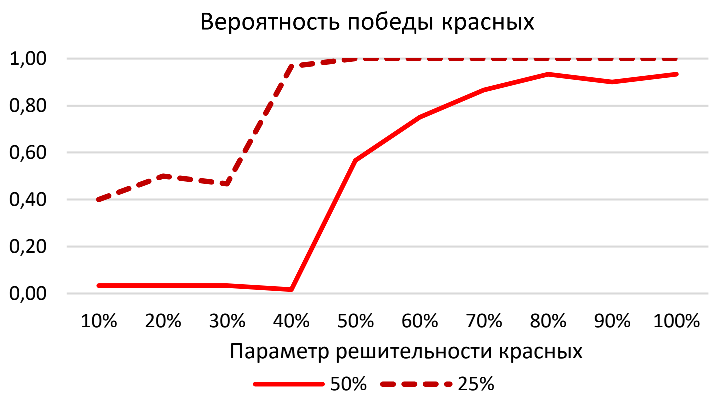


Рис. 7. Зависимость вероятности победы красных от решительности их единиц

На рисунке сплошная линия – вероятность победы красных при решительности синих 50%, пунктирная линия – при 25% решительности синих.

Таким образом, результаты моделирования подтверждают важнейший принцип общевойскового боя – высокая активность, решительность и непрерывность ведения боя.

5. Перспективы

Базовые модели боевых действий предназначены для обоснования элементов замысла командира (командующего). Элементы замысла командира (командующего) и соответствующие им модели показаны в таблице 5.

Таблица 5. Элементы замысла и базовые модели

Элементы замысла	Базовые модели
Направления (районы) сосредоточения основных усилий (направления главного и других ударов)	Теоретико-игровые модели боевых действий
Оперативное построение группировки войск (боевой порядок)	
Формы и способы выполнения поставленной задачи – какие группировки, где, в какой последовательности и как разгромить, порядок огневого поражения и меры по обману противника	Модели Осипова – Ланчестера, имитационные модели, рефлексивные модели

Полученные результаты позволяют сформулировать следующие перспективные направления развития базовых моделей боевых действий.

Во-первых, решение теоретико-игровых задач нахождения оптимальных распределений сил и средств по направлениям и задачам (элементам боевого порядка) с различными целевыми функциями сторон (антагонистические и неантагонистические задачи) на тактическом, оперативном и оперативно-стратегическом уровнях.

Во-вторых, решение рефлексивных задач управления маскировкой.

В-третьих, разработка имитационных моделей боя подразделений (ротных и батальонных тактических групп), оценка возможности их расширения до боя полка (бригады).

В-четвертых, разработка дискретных моделей динамики боя разнородных группировок сил и средств.

В-пятых, интеграция моделей боевых и специальных действий.

Литература

1. *Боевая способность.* – URL: https://encyclopedia.mil.ru/encyclopedia/dictionary/details.htm?id=3465@morfDictionary (дата обращения: 10.08.2022).
2. *Боевые действия.* –URL: https://encyclopedia.mil.ru/encyclopedia/dictionary/details.htm?id=3555@morfDictionary (дата обращения: 10.08.2022).
3. ВАСИН А.А., КРАСНОЩЕКОВ П.С., МОРОЗОВ В.В. *Исследование операций* : учебное пособие. – М.: Академия, 2008. – 464 с.
4. ВАСИН А.А., МОРОЗОВ В.В. *Теория игр и модели математической экономики* : учебное пособие. – М.: Макс-Пресс, 2005. – 272 с.
5. *Великая Отечественная война 1941–1945 гг. Кампании и стратегические операции в цифрах*. В 2 томах. – М.: Объединенная редакция МВД России, 2010. Том I. – 608 с.; Том II. – 784 с.
6. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Введение в теорию исследования операций*. – М.: Наука, 1971. – 384 с.
7. ГОЛОВИН Н.Н. *Исследование боя. Исследование деятельности и свойств человека как бойца*. Книга 2. Статьи и письма. – М.: ВАГШ, 1995. – 303 с.
8. *Закон поражения объекта (цели).* – URL: https://encyclopedia.mil.ru/encyclopedia/dictionary/details.htm?id=13098@morfDictionary (дата обращения: 10.08.2022).
9. КОЛМОГОРОВ А.Н. *Число попаданий при нескольких выстрелах и общие принципы оценки эффективности системы стрельбы* // Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. – 1945. – Т. 12. – С. 7–25.
10. КОРЕПАНОВ В.О., НОВИКОВ Д.А. *Задача о диффузной бомбе* // Проблемы управления. – 2011. – №5. – С. 66–73.

11. КОРЕПАНОВ В.О., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г., ШУМОВ В.В. *Теоретико-игровые и рефлексивные модели боевых действий* // Компьютерные исследования и моделирование. – 2022. – Т. 14, №1. – С. 179–203.
12. КОРОЛЁВ А.Ю., КОРОЛЁВА А.А., ЯКОВЛЕВ А.Д. *Маскировка вооружения, техники и объектов*. – СПб: Университет ИТМО, 2015. – 155 с.
13. НОВИКОВ Д.А. *Иерархические модели военных действий* // Управление большими системами. – 2012. – Вып.37. – С. 25–62.
14. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексия и управление: математические модели*. – М.: Изд-во физ.-мат. литры, 2012. – 412 с.
15. ОСИПОВ М.П. *Влияние численности сражающихся сторон на их потери* // Военный сборник. – 1915. – №6. – С. 59–74; №7. – С. 25–36; №8. – С. 31–40; №9. – С. 25–37.
16. *Правила стрельбы и управления огнем артиллерии. Дивизион, батарея, взвод, орудие* (ПСиУО-96). – Ч. 1. – М.: Воениздат, 1996.
17. *Речь Г.К. Жукова на военно-научной конференции, декабрь 1945 г.* // Военная мысль. – 1985. – Спец. выпуск (февраль). – С. 3, 17–33.
18. СМИРНОВ В.П., КАЛАШНИКОВА Н.М., СМОЛИН С.И. *Маскировка подвижных наземных объектов в современных условиях*. – М.: РадиоСофт, 2015. – 80 с.
19. *Таблицы стрельбы 122-мм гаубицы Д-30*. ТС № 145. 4-е изд. – М.: Воениздат, 1984. – 224 с.
20. *Таблицы стрельбы по наземным целям из стрелкового оружия калибров 5,45 и 7,62 мм*. 2-е изд., доп. – М.: Воениздат, 1977. – 262 с.
21. ШУМОВ В.В. *Иерархия моделей боевых действий и пограничных конфликтов* // Управление большими системами. – 2019. – Вып. 79. – С. 86–111.
22. ШУМОВ В.В. *Исследование функции победы в бою* (*сражении, операции*) // Проблемы управления. – 2020. – №6. – С. 19–30.
23. ШУМОВ В.В., КОРЕПАНОВ В.О. *Математические модели боевых и военных действий* // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – Т. 12, №1. – С. 217–242.

24. ШУМОВ В.В., КОРЕПАНОВ В.О. *Исследование теоретико-игровых моделей боевых действий* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2021. – Т. 13, Вып. 2. – С. 80–117.
25. BONDER S. *Army operations research – historical perspectives and lessons learned* // Operation Research. – 2002. – Vol. 50, No. 1. – P. 25–34.
26. FREDLAKE C.P., WANG K. *EINSTein Goes to War a Primer on Ground Combat Models*. – CNA, 2008. – 72 p.
27. KRESS M. *Lanchester Models for Irregular Warfare* // Mathematics, MDPI. – 2020. – Vol. 8(5). – P. 1–14.
28. LUCAS T.W., TURKES T. *Fitting Lanchester Equations to the Battles of Kursk and Ardennes* // Naval Research Logistics. – 2004. – Vol. 51. – P. 95–116.
29. MACKAY N. *Lanchester combat models* // Department of Mathematics, University of York. – 2005. – 8 p.

BASIC COMBAT MODELS

Vsevolod Korepanov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Senior Researcher, PhD (vkorepanov @ipu.ru).
Alexander Chkhartishvili, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Chief Researcher, Doctor of Sciences (sandro_ch@mail.ru).
Vladislav Shumov, International Research Institute for Advanced Systems, Moscow, Doctor of Sciences, Professor (v.v.shumov@yandex.ru).

Abstract: The paper presents three approaches to the description of combat operations and the modeling results: game-theoretic models of the optimal distribution of forces and means of the parties in directions and echelons (tasks) in tactical models of oncoming combat offensive and defense; expansion of the Osipov-Lanchester models of the dynamics of combat operations; simulation models of combat units. As an indicator of the effectiveness of combat operations, it is proposed to use the probability function of the victory of one of the parties, depending on their numbers and the combat superiority of one of the parties. Game-theoretic models of "offensive-defense" (oncoming combat) are solved in two stages. At the first stage, according to one of the three criteria (breakthrough of the weakest point, breakthrough of at least one point, weighted average probability of a breakthrough taking into account the value of the points), the optimal distribution of the forces and means of the parties by points (along the front) and the value of the game are found. At the second stage, *according to two criteria, the optimal distribution of forces and means between tactical tasks (echelons) is found under the assumption that when solving the immediate task, the parties are guided by the criterion of breaking through the weakest point of defense. The formulation of the masking problem using the approach of reflexive games is also given. The last section proposes a discrete-time algorithm for simulating units combat. It is proposed to take into account the characteristics of the battlefield, the dynamics of the position of combat units of the parties, the types of units (which determine the average speed of units, the range of detection and effective defeat), UAVs, the angle of fire, the effect of camouflage. To test the proposed algorithm, a simulation model of an oncoming battle was built, with the help of which the dependencies of the victory of one side on the decisiveness parameter were obtained. The perspectives of the approaches are discussed.*

Keywords: combat operations, offensive-defense models, distribution of forces and resources, game theory, dynamics of combat operations, simulation model, victory function, units combat, camouflage, reflexive games.

УДК 519.8
ББК 22.18
DOI: 10.25728/ubs.2023.103.2

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 08.09.2022.
Опубликована 31.05.2023.