

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА – СТИЛТЬЕСА ПИКОВОГО ВОЗРАСТА ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА ПЕРЕДАЧА ПАКЕТОВ МОДЕЛИРУЕТСЯ СМО $PH|PH|1|R$ С ДИСЦИПЛИНОЙ FCFS

Матюшенко С. И.¹

(Российский университет дружбы народов, Москва)

Самуйлов К. Е.²

(Российский университет дружбы народов, Москва; Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, Москва)

На примере системы массового обслуживания $PH|PH|1|r$ получено преобразование Лапласа – Стильтеса пикового возраста информации (Peak Age of Information, PAoI) – метрики, используемой в системах сотовой связи пятого поколения (5G) для мониторинга и управления удаленными системами со стороны центра управления. Метрика является функцией времени между генерациями обновлений в источнике и задержкой при доставке их по сети и предполагает, что только своевременно полученные обновления могут отражать текущее состояние системы. При теоретическом анализе технических систем передачи информации приходится учитывать, что метрика возраста информации значительно отличается от задержки, оцениваемой в моменты времени, когда пакет достигает пункта назначения, в то время как новая метрика PAoI определена для произвольного момента времени, что существенно усложняет ее анализ. Для проверки корректности полученных аналитических выражений проведено их сравнение с частным случаем СМО $M|M|1|1$, а также с результатами имитационного моделирования СМО с распределением фазового типа.

Ключевые слова: возраст информации, пиковый возраст информации, распределение фазового типа.

1. Введение

Одним из важных сценариев использования приложений сверхнадежной связи с малой задержкой (Ultra-Reliable Low

¹ Сергей Иванович Матюшенко, к.ф.-м.н., доцент (matyushenko-si@rudn.ru).

² Константин Евгеньевич Самуйлов, д.т.н., зав. кафедрой; в.н.с. (samuylov-ke@rudn.ru).

Latency Service, URLLC) и массовой связи машинного типа (massive Machine Type Communications, mMTC) в беспроводных сетях связи пятого поколения (5G) является обмен информацией о состоянии удаленных систем между оконечными устройствами и центром управления и мониторинга, который обеспечивает контроль за удаленными процессами и повышает их безопасность за счет эффективного использования информации о них [7]. Задачи своевременной доставки информации в центр контроля и управления возникают при мониторинге окружающей среды для предотвращения лесных пожаров, загрязнения атмосферы, утечек радиации, в технических системах – в промышленном интернете вещей, в энергетическом и нефтегазовом секторах, в сфере автономного транспорта, в системах видеонаблюдения, в онлайн-социальных сетях [4]. В 2011 году для количественной оценки свежести доступной в центре управления и мониторинга информации о состоянии удаленной системы была предложена метрика Age of Information (Age of Information, AoI), представляющая собой функцию времени между генерациями обновлений на оконечном устройстве (отправитель) и задержкой при доставке их по сети до центра управления и мониторинга (получатель) [5]. Обзор работ, в которых анализ возраста информации предлагается проводить с использованием аппарата теории массового обслуживания, можно найти в [8]. Там отмечено, что большинство исследователей ограничиваются простыми моделями, например, с экспоненциальным распределением времени между моментами генерации обновлений на узле-отправителе (УО) и экспоненциальным распределением длительности обработки обновления в узле-получателе (УП) с обслуживанием очереди в порядке поступления обновлений (First Come First Served, FCFS) или в обратном порядке (Last Come First Served, LCFS). Однако классические модели систем массового обслуживания позволяют получить лишь грубую оценку метрики возраста информации, поскольку однопараметрические распределения не дают возможности учесть особенности протоколов современных систем диспетчерского управления и сбора данных, случайный множественный

доступ от нескольких удаленных узлов-отправителей, многошаговые маршруты передачи пакетов-обновлений.

В настоящей работе для оценки возраста информации и его максимального значения – так называемого «пикового возраста информации» (Peak Age of Information, PAoI), которое является более простым для анализа показателем, – используется распределение фазового типа, выбор числа и параметров фаз которого позволяет гибко моделировать сложные зависимости, возникающие в современных системах передачи данных поколения 5G. В работе для сценария доставки пакета-обновления в соседний узел в предположении об отсутствии задержки передачи между узлами сети показаны случайные интервалы времени, определяющие возраст информации, содержащейся в пакете-обновлении. Для случая, когда передача пакетов моделируется СМО $PH|PH|1|r$ с дисциплиной FCFS, получено в аналитическом виде преобразование Лапласа – Стильтьеса пикового возраста информации. Для проверки корректности полученных аналитических выражений проведено их сравнение с частным случаем СМО $M|M|1|1$, а также с результатами имитационного моделирования СМО с распределением фазового типа.

2. Математическая модель для анализа пикового возраста информации

Предположим, что передача информации из УО в УП моделируется посредством однолинейной СМО с накопителем емкости $1 \leq r \leq \infty$, см. рис. 1.

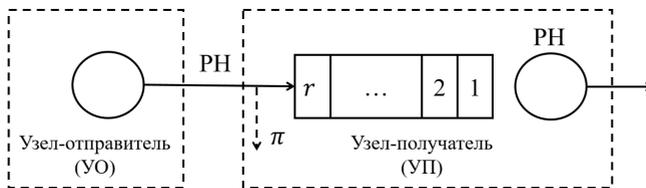


Рис. 1. СМО $PH|PH|1|r$

Возраст информации из пакета-обновления, полученного и обработанного узлом-получателем, представляет собой интервал времени от момента генерации этого пакета на узле-отправителе до момента окончания его обработки узлом-получателем. В терминах ТМО мы будем исследовать возраст информации, содержащейся в заявке, учитывая случайный интервал между соседними моментами генерации заявок в УО (так называемое «время генерации») и случайную длительность обслуживания заявки в УП.

Предположим, что поток заявок является рекуррентным с ФР $A(t)$ фазового типа

$$A(t) = 1 - \alpha^\top e^{\Lambda t} \mathbf{1}, \quad t > 0, \quad \alpha^\top \mathbf{1} = 1,$$

допускающей неприводимое PH -представление (α, Λ) порядка l .

Длительности обслуживания заявок имеют ФР $B(t)$ фазового типа

$$B(t) = 1 - \beta^\top e^{Mt} \mathbf{1}, \quad t > 0, \quad \beta^\top \mathbf{1} = 1,$$

допускающую неприводимое PH -представление (β, M) порядка m .

Рассмотрим СМО с потерями, т.е. заявка, поступающая в систему в момент времени, когда накопитель полностью занят, теряется и больше в систему не возвращается. Выбор заявки из накопителя на обслуживание производится в соответствии с дисциплиной FCFS.

Функционирование рассмотренной СМО можно описать марковским процессом $\{X(t), t \geq 0\}$ над пространством состояний

$$\mathcal{X} = \bigcup_{k=0}^{r+1} \mathcal{X}_k,$$

где $\mathcal{X}_0 = \{(i, 0), i = \overline{1, l}\}$, $\mathcal{X}_k = \{(i, k, j), i = \overline{1, l}, j = \overline{1, m}\}$, $k = \overline{1, r+1}$.

Здесь $X(t) = (i, 0)$ означает, что система пуста, а генерация заявки происходит на фазе i , и $X(t) = (i, k, j)$ означает, что

в системе k заявок, генерация новой заявки происходит на фазе i , а обслуживание заявки прибором – на фазе j .

Обозначим через

$$p(i, 0) = \lim_{t \rightarrow \infty} P \{X(t) = (i, 0)\},$$

$$p(i, k, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} P \{X(t) = (i, k, j)\}$$

предельные вероятности МП $X(t)$ и введем векторы

$$\mathbf{p}_0^\top = (p(1, 0), \dots, p(l, 0)),$$

$$\mathbf{p}_k^\top = (p(1, k, 1), \dots, p(1, k, m), \dots, p(l, k, 1), \dots, p(l, k, m)).$$

Заметим, что из неприводимости PH -представлений следует, что все состояния МП $X(t)$ сообщаются, процесс эргодичен, а, следовательно, предельные вероятности совпадают со стационарными, не зависят от начального распределения и определяются с помощью матричной прогрессии, описанной в [1] на стр. 221.

Далее рассмотрим стационарные вероятности

$$\pi_A^-(0), \quad \pi_A^-(k, j), \quad k = \overline{1, r+1}, \quad j = \overline{1, m},$$

состояний ЦМ, вложенной по моментам $(t - 0)$ непосредственно перед поступлением заявок в систему, и введем векторы

$$\pi_A^{-\top}(k) = (\pi_A^-(k, 1), \dots, \pi_A^-(k, m)).$$

В [1] на стр. 229 доказано, что введенные вероятности определяются в соответствии с соотношениями

$$\pi_A^-(0) = \frac{1}{\lambda} \mathbf{p}_0^\top \boldsymbol{\lambda},$$

$$\pi_A^{-\top}(k) = \frac{1}{\lambda} \mathbf{p}_k^\top (\boldsymbol{\lambda} \otimes \mathbf{I}), \quad k = \overline{1, r+1},$$

где $\boldsymbol{\lambda} = -\mathbf{\Lambda} \mathbf{1}$, $\lambda = -(\boldsymbol{\alpha}^\top \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{1})^{-1}$, \mathbf{I} – единичная матрица, знак \otimes означает кронекерово произведение матриц.

Пусть W – случайная величина (с.в.) пикового возраста информации из заявки (для краткости - пикового возраста заявки).

Согласно [6] пиковый возраст фиксированной заявки можно представить в виде суммы трех непересекающихся интервалов времени:

$$W = \hat{W}_1 + W_2 + W_3,$$

где \hat{W}_1 – суммарная длительность последовательных интервалов времени между соседними моментами генерации заявок, начиная от момента генерации фиксированной заявки и до момента первого присоединения к очереди заявки из числа следующих за фиксированной заявкой; W_2 – время ожидания начала обслуживания для заявки, присоединившейся к очереди вслед за фиксированной заявкой; W_3 – длительность обслуживания заявки, следующей в очереди за фиксированной заявкой.

В качестве иллюстрации введенных обозначений на рис. 2 представлена диаграмма формирования пикового возраста информации для фиксированной заявки с номером n для случая, когда в моменты $(t_{n+1} - 0)$ и $(t_{n+2} - 0)$ завершения генерации заявок $n + 1$ и $n + 2$ система оказалась полностью занятой.

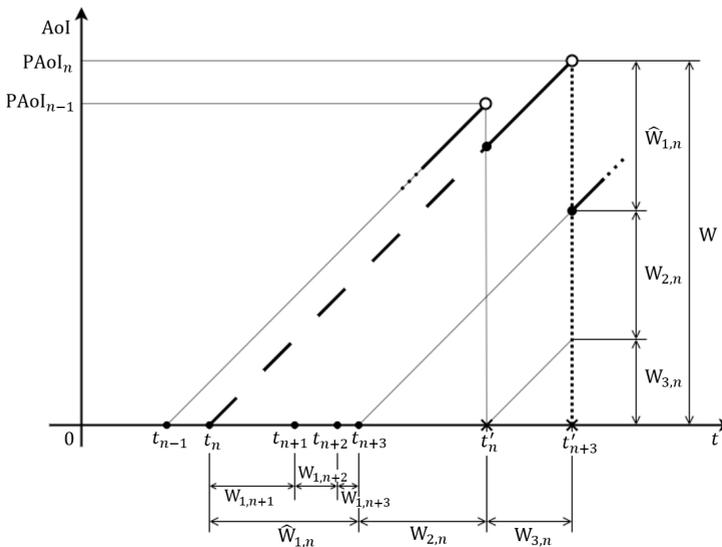


Рис. 2. Пример формирования пикового возраста информации для фиксированной заявки n

Заметим, что во многих указанных в обзоре [8] источниках интервал W на рис. 2 определяет пиковый возраст не для фиксированной заявки с номером n , а для фиксированной заявки с но-

мером $n+3$, следующей за заявкой n в очереди УП. Такой подход оправдан тем, что пиковый возраст фиксированной заявки определяется в момент непосредственно перед окончанием обслуживания в узле-получателе заявки, следующей в очереди за фиксированной заявкой. Приведенные ниже рассуждения и доказанные утверждения справедливы для обоих подходов к терминологии.

На рис. 2 используются следующие обозначения: t_n – момент поступления в систему (генерации) заявки n ; t'_n – момент выхода из системы (окончания обслуживания) заявки n ; $W_{j,n}$, $j = 1, 2, 3$, имеют тот же смысл, что и W_j , но для заявки n ; W_3 – длительность обслуживания заявки, следующей за фиксированной заявкой.

Как видно из рис. 2, в данном примере

$$\hat{W}_1 = W_{1,n+1} + W_{1,n+2} + W_{1,n+3},$$

так как заявки $n+1$ и $n+2$ теряются на выходе из УО, увеличивая пиковый возраст заявки n на время своей генерации. Под временем генерации заявки n понимаем интервал (t_{n-1}, t_n) , прошедший с момента генерации в УО предыдущей заявки $n-1$ до момента генерации в УО заявки n . Определим также с.в. W_1 – длительность интервала между соседними моментами генерации заявок в УО.

Лемма 1. $\hat{W}_1 = \frac{1}{1-\pi} W_1$, где π – вероятность потерь.

Доказательство. В системе с потерями заявка после генерации теряется с вероятностью π либо присоединяется к очереди с вероятностью $1-\pi$. В случае потери заявки, следующей за фиксированной заявкой, возраст информации, заключенной в фиксированной заявке, увеличивается на время генерации потерянной заявки. При этом цепочка потерь может быть сколь угодно длинной.

Формально это можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\hat{W}_1 &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)W_1 \cdot \pi^k (1-\pi) = W_1(1-\pi) \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)\pi^k = \\ &= W_1(1-\pi) \cdot \frac{d}{d\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \pi^k = W_1(1-\pi) \frac{d}{d\pi} \left(\frac{\pi}{1-\pi} \right) = \\ &= W_1(1-\pi) \frac{1}{(1-\pi)^2} = \frac{1}{1-\pi} W_1.\end{aligned}$$

Заметим, что в соответствии с [1], стр. 230, вероятность потерь определяется по формуле

$$\pi = \frac{1}{\lambda} \mathbf{P}_{r+1}^{\top} (\boldsymbol{\lambda} \otimes \mathbf{1}).$$

Обозначим через $w_i(s)$ преобразование Лапласа – Стильтеса (ПЛС) ФР с.в. W_i , $i = 1, 2, 3$.

В соответствии с [1] можно записать:

$$(1) \quad w_1(s) = 1 - s\boldsymbol{\alpha}^{\top} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{1},$$

$$(2) \quad w_3(s) = 1 - s\boldsymbol{\beta}^{\top} (s\mathbf{I} - \mathbf{M})^{-1} \mathbf{1},$$

$$(3) \quad w_2(s) = \frac{1}{1-\pi} \left[\pi_A^-(0) + \sum_{k=1}^r \pi_A^-(k) (s\mathbf{I} - \mathbf{M})^{-1} \boldsymbol{\mu} \beta^{k-1}(s) \right].$$

С выводом формул (1), (2) можно ознакомиться в [1] на стр. 104, а формулы (3) – в [1] на стр. 232. При этом

$$\boldsymbol{\mu} = -\mathbf{M}\mathbf{1},$$

$$\beta(s) = \boldsymbol{\beta}^{\top} (s\mathbf{I} - \mathbf{M})^{-1} \boldsymbol{\mu}, \quad [1], \text{ стр. 232.}$$

Учитывая независимость с.в. \hat{W}_1 , W_2 и W_3 , а также то, что ПЛС ФР с.в. $\frac{1}{1-\pi} W_1$ равно $w_1\left(\frac{s}{1-\pi}\right)$, приходим к следующему результату.

Теорема 1. ПЛС ФР с.в. W определяется соотношением

$$w(s) = w_1\left(\frac{s}{1-\pi}\right) w_2(s) w_3(s),$$

где $w_i(s)$ вычисляются по формулам (1)–(3).

3. Пример СМО $M|M|1|1$

Функционирование СМО описывается МП $X(t)$ над пространством состояний $\mathcal{X} = \{(0), (1), (2)\}$, при этом

$$\begin{aligned} \alpha^\top &= (1); & \Lambda &= (-\lambda); & \lambda &= (\lambda); \\ \beta^\top &= (1); & \mathbf{M} &= (-\mu); & \mu &= (\mu). \end{aligned}$$

$$(4) \quad p(0) = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^3} \triangleq p_0, \text{ где } \rho = \frac{\lambda}{\mu},$$

$$(5) \quad p(1) = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^3} \rho \triangleq p_1,$$

$$(6) \quad p(2) = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^3} \rho^2 \triangleq p_2,$$

$$(7) \quad \pi = p(2) = p_2.$$

$$w_1 \stackrel{(1)}{=} 1 - s \cdot 1 \cdot (s + \lambda)^{-1} \cdot 1 = 1 - \frac{s}{s + \lambda} = \frac{\lambda}{s + \lambda},$$

$$w_2 \stackrel{(3),(7)}{=} \frac{p_0}{1 - p_2} \cdot 1 + \frac{p_1}{1 - p_2} \cdot \frac{\mu}{\mu + s},$$

$$w_3 \stackrel{(2)}{=} 1 - s \cdot 1 \cdot (s + \mu)^{-1} \cdot 1 = \frac{\mu}{s + \mu}.$$

Таким образом, в соответствии с теоремой 1 получаем:

$$\begin{aligned} w(s) &= \frac{\lambda}{\lambda + \frac{s}{1-\pi}} \left[\frac{p_0}{1 - p_2} + \frac{p_1}{1 - p_2} \cdot \frac{\mu}{\mu + s} \right] \frac{\mu}{\mu + s} = \\ &= \frac{\lambda}{\frac{s + \lambda(1-p_2)}{1-p_2}} \left[\frac{p_0}{1 - p_2} + \frac{p_1}{1 - p_2} \cdot \frac{\mu}{\mu + s} \right] \frac{\mu}{\mu + s} = \\ &= \frac{\lambda}{s + \lambda(1 - p_2)} \left[p_0 + p_1 \frac{\mu}{\mu + s} \right] \frac{\mu}{\mu + s}, \end{aligned}$$

следовательно,

$$(8) \quad w(s) = \frac{\lambda}{s + \lambda(1 - p_2)} \left[p_0 \frac{\mu}{\mu + s} + p_1 \frac{\mu^2}{(\mu + s)^2} \right].$$

Найдем математическое ожидание $E(W)$ пикового возраста информации

$$\frac{dw(s)}{ds} = -\frac{\lambda}{(s + \lambda(1 - p_2))^2} \left[p_0 \frac{\mu}{\mu + s} + p_1 \frac{\mu^2}{(\mu + s)^2} \right] + \frac{\lambda}{s + \lambda(1 - p_2)} \left[-\frac{p_0 \mu}{(\mu + s)^2} - \frac{2p_1 \mu^2}{(\mu + s)^3} \right],$$

$$\frac{dw(0)}{ds} = -\frac{\lambda}{\lambda^2(1 - p_2)^2} \left[p_0 \frac{\mu}{\mu} + p_1 \frac{\mu^2}{\mu^2} \right] + \frac{\lambda}{\lambda(1 - p_2)} \left[-\frac{p_0 \mu}{\mu^2} - \frac{2p_1 \mu^2}{\mu^3} \right],$$

следовательно,

$$E(W) = -\frac{dw(0)}{ds} = \frac{1}{\lambda(1 - p_2)} + \frac{1}{1 - p_2} \cdot \frac{p_0 + 2p_1}{\mu}.$$

Таким образом,

$$(9) \quad E(W) = \frac{\mu + \lambda p_0 + 2\lambda p_1}{\lambda \mu (1 - p_2)}.$$

Подставим в (9) формулы (4), (5), (6):

$$E(W) = \frac{\mu + \lambda \frac{1-\rho}{1-\rho^3} + 2\lambda \frac{1-\rho}{1-\rho^3} \rho}{\lambda \mu \left(1 - \frac{1-\rho}{1-\rho^3} \rho^2 \right)} = \frac{\mu(1 + \rho + \rho^2) + \lambda + 2\lambda \rho}{\lambda \mu (1 + \rho)}.$$

И, наконец, подставляя $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, получим

$$E(W) = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu + 3\lambda^2}{\lambda\mu(\mu + \lambda)}, \text{ что совпадает с результатом, полученным в [6] на стр. 37 (формула (3.80)).}$$

Мы провели численное исследование среднего пикового возраста информации для СМО $M|M|1|1$ при растущих значениях λ и различных фиксированных значениях μ : $\mu_1 = 1, 0$, $\mu_2 = 2, 0$, $\mu_3 = 3, 0$. Результаты исследования представлены в таблице 1 и на рис. 3. Как видно из этого рисунка, с ростом λ средний пиковый возраст информации убывает. При этом он тем меньше, чем больше значение μ , что вполне естественно, так как с ростом λ и μ информация генерируется на УО чаще и обрабатывается на УП быстрее. С ростом нагрузки средний пиковый возраст информации стабилизируется. Это эффект ограниченного накопителя — система переходит в режим полной загрузки и в ней больше ничего не меняется.

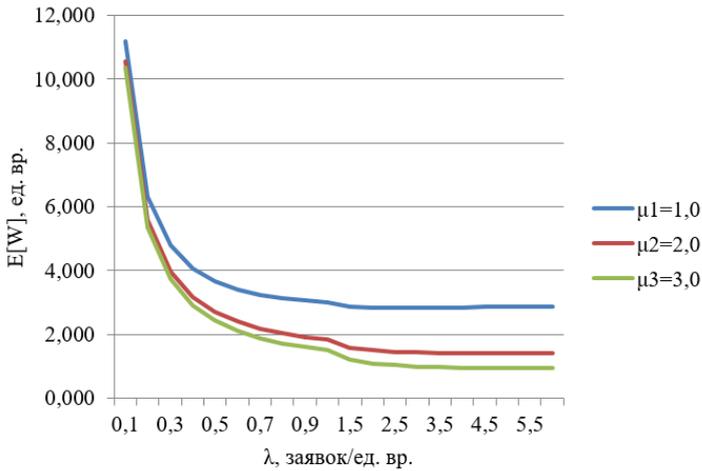


Рис. 3. Зависимость среднего пикового возраста информации от интенсивности входящего потока λ при фиксированных значениях интенсивности обслуживания μ

Таблица 1. Средний пиковый возраст информации

| λ | μ_1 -аналит. 1,0 | μ_1 -имитац. 1,0 | μ_2 2,0 | μ_3 3,0 |
|-----------|-------------------------|-------------------------|----------------|----------------|
| 0,1 | 11,182 | 11,219 | 10,548 | 10,355 |
| 0,2 | 6,333 | 6,352 | 5,591 | 5,375 |
| 0,3 | 4,795 | 4,807 | 3,964 | 3,727 |
| 0,4 | 4,071 | 4,085 | 3,167 | 2,912 |
| 0,5 | 3,667 | 3,678 | 2,700 | 2,429 |
| 0,6 | 3,417 | 3,420 | 2,397 | 2,111 |
| 0,7 | 3,252 | 3,258 | 2,188 | 1,888 |
| 0,8 | 3,139 | 3,138 | 2,036 | 1,724 |
| 0,9 | 3,058 | 3,060 | 1,921 | 1,598 |
| 1,0 | 3,000 | 3,002 | 1,833 | 1,500 |
| 1,5 | 2,867 | 2,869 | 1,595 | 1,222 |

4. Заключение

Полученное аналитическое выражение для преобразования Лапласа-Стилтьеса пикового возраста заявки в СМО $PH|PH|1|r$ позволяет найти начальные моменты пикового возраста информации, а также основные числовые характеристики этой метрики для системы передачи данных, состоящей из пары «УО – УП», что соответствует одношаговому маршруту. Заметим, что для современных сценариев использования приложений сверхнадежной связи с малой задержкой URLLC и массовой связи машинного типа mMTC в системах сотовой связи поколения 5G необходимо строить более сложные модели, позволяющие проводить анализ метрики возраста информации с учетом специфики процесса передачи данных в беспроводных каналах связи, когда поступающий поток может быть коррелированным [2], процесс обслуживания должен учитывать схему опроса систем диспетчеризации [3], дисциплина обслуживания может зависеть от состояния беспроводных каналов пользователей. Наконец, услуга может предоставляться на многошаговом маршруте в несколько этапов, например, как это часто бывает в сотовых беспроводных технологиях mMTC, произвольный доступ и последующая передача данных, при этом как генерация пакетов-обновлений, так и их обслуживание на каждом этапе описывается более сложными, чем экспоненциальное, распределениями. Такой анализ является задачей дальнейших исследований.

Литература

1. БОЧАРОВ П.П., ПЕЧИНКИН А.В. *Теория массового обслуживания*. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.
2. ВИШНЕВСКИЙ В.М., КЛИМЕНКО В.И., ЛАРИОНОВ А.А., МУХТАРОВ А.А., СОКОЛОВ А.М. *Исследование характеристик приоритетной мультисервисной системы MMAP/PH/M/N с использованием метода Монте-Карло* // Управление большими системами. – 2023. – №103. – С. 6–39.

3. ВИШНЕВСКИЙ В.М., СЕМЁНОВА О.В. *Системы поллинга: теория и применение в широкополосных беспроводных сетях*. – М.: Техносфера, 2007. – 312 с.
4. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А. *Модели совместной динамики мнений и действий в онлайн-овых социальных сетях. Ч. 1. Исходные данные и первичный анализ // Проблемы управления*. – 2023. – №2. – С. 37–53.
5. KAUL S., GRUTESER M., RAI V., KENNEY J. *Minimizing age of information in vehicular networks // Proc. of the 2011 8th Annual IEEE communications society conference on sensor, mesh and ad hoc communications and networks*. IEEE. – 2011. – P. 350–358.
6. KOSTA A., PAPPAS N., AGELAKIS V. *Age of Information: A New Concept, Metrics and Tools // Foundations and Trends in Networking*. – 2017. – Vol. 12, No. 3. – P. 162–259. – DOI: 10.1561/13000000060.
7. SULTAN A. *Ultra Reliable and Low Latency Communications / 3GPP*, 2023. – URL: <https://www.3gpp.org/technologies/urlcc-2022> (дата обращения: 18.10.2023).
8. ZHBANKOVA E., MANAEVA V., MARKOVA E., GAIDAMAКА YU. *The Age of Information in Wireless Cellular Systems: Gaps, Open Problems, and Research Challenges // Sensors*. – 2023. – Vol. 23, No. 19. – P. 8238. – DOI: 10.3390/s23198238.

LAPLACE – STIELTJES TRANSFORM OF THE PEAK AGE OF INFORMATION FOR THE CASE WHEN PACKET TRANSMISSION IS MODELED BY A $PH|PH|1|R$ QUEUEING SYSTEM WITH FCFS DISCIPLINE

Sergey Matyushenko, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Cand.Sc., assistant professor (matyushenko-si@rudn.ru).

Konstantin Samouylov, Peoples' Friendship University of Russia

(RUDN University), Moscow, Head of Department; Federal Research Center “Computer Science and Control” of the RAS, Moscow, principal scientist, Doctor of Science (samuylov-ke@rudn.ru).

Abstract: This work is devoted to the analysis of Peak Age of Information (PAoI) – the metric used in 5G mobile cellular communications for remote groups monitoring and management at the control center. Currently, in the operation of the queueing system $PH|PH|1|r$, the Laplace – Stieltjes transform of the PAoI has been obtained. The PAoI presents the time between the generation of updates at the source and the delay in their delivery across the network and assumes that only timely received updates can reflect the current state of the system. When analyzing technical information transmission systems, it should be taken into account that the PAoI metric is significantly different from the delay measured at the time instants when the packet reaches its destination. The new PAoI metric is defined for an alternative time, that complicates its analysis. To check the correctness of the analytical results, they were compared with special cases of the queueing system $M|M|1|1$, as well as with the results of a simulation analysis of the queueing system with distributed cases of phase type.

Keywords: AoI, age of information, peak age of information, PH-distribution.

УДК 519.872

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2023.106.11

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.В. Горбуновой.

Поступила в редакцию 22.11.2023.

Дата опубликования 30.11.2023.