

## АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В УПРАВЛЕНИИ

Нгуен Хак Тунг<sup>1</sup>, Власов С. М.<sup>2</sup>  
(Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

*Рассматривается задача компенсации мультисинусоидальных возмущений для линейных многоканальных систем с запаздыванием в управлении. Проблема компенсации внешних возмущающих воздействий для линейных многоканальных объектов с запаздыванием на входе является важной и актуальной. Предложено решение данной проблемы в задачах управления динамическими объектами и в ряде других. Предлагаемый метод основан на принципе не прямой адаптации, где необходима идентификация параметров возмущения. На первом этапе описана схема выделения возмущения, которое представлено как синусоидальный сигнал с неизвестной частотой, амплитудой и фазой. На втором этапе решена задача идентификации частот синусоидального и мультисинусоидального сигналов. На последнем этапе разработан алгоритм стабилизации объекта, осуществлённый с помощью принципа компенсации. В данной работе представлена новая схема компенсации внешних возмущений для линейных многоканальных объектов с запаздыванием на входе. Предложен новый алгоритм идентификации частот мультисинусоидального сигнала. Выполнен анализ возможностей предложенного метода оценивания с использованием компьютерного моделирования в среде MATLAB Simulink. Разработанный метод может быть эффективно применен для широкого класса прикладных задач, связанных с управлением роботами, манипуляторами различного назначения.*

Ключевые слова: адаптивное управление, многоканальные системы, идентификация, мультисинусоидальный сигнал, запаздывание.

### 1. Введение

В данной работе предложен новый алгоритм компенсации параметрически неопределенных гармонических возмущений, действующих в многоканальных системах с запаздываниями в каналах управления.

Компенсация внешнего неизвестного возмущения – одна из основных и актуальных проблем теории автоматического управления. Исследование возмущенных систем с запаздыванием в канале управления очень важно для широкого практического

---

<sup>1</sup> Хак Тунг Нгуен, аспирант ([nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com](mailto:nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com)).

<sup>2</sup> Сергей Михайлович Власов, к.т.н. ([smvlasov@itmo.ru](mailto:smvlasov@itmo.ru)).

применения и реализации таких систем в различных областях. Большое количество работ посвящено управлению под неизвестным возмущающим воздействием [7, 8, 14, 15, 16, 23]. Однако, несмотря на разнообразие методов решения и моделей объектов, проблема компенсации гармонических возмущений в нелинейном объекте с запаздыванием в канале управления не рассматривалась.

На реальную техническую установку воздействуют различные физические факторы окружающей среды. Один из таких факторов – временная задержка, которая неизбежно появляется из-за процессов разной природы в большинстве практических приложений. Например, если заводы управляются удаленно через Интернет, то данные передаются не мгновенно, а с задержкой, которая, в том числе, зависит от качества связи. При этом некоторые вопросы, связанные с задержкой информации, остаются открытыми и требуют дальнейших исследований. Пренебрежение этими явлениями может привести к снижению качества поведения системы или даже вызвать автоколебания с последующей потерей устойчивости. Именно поэтому проектирование методов с учетом задержек является актуальной и востребованной задачей.

В теории автоматического управления задача контроля системы с запаздыванием также важна и актуальна и давно привлекает внимание исследователей [6, 9, 11, 17]. Выделение объектов с запаздыванием в отдельный класс обусловлено сложностью их изучения по сравнению с объектами, которые не содержат временную задержку. Характерная особенность систем управления объектами с запаздыванием – зависимость состояния управляемого процесса от его истории. Пренебрежение влиянием запаздывания приводит к ухудшению качества регулирования.

В настоящее время разработано большое количество алгоритмов компенсации внешнего возмущающего воздействия с запаздыванием. Использование идентификационного подхода для компенсации мультигармонических возмущений реализовано для линейных [4, 20] и нелинейных [21] систем. В работе [22] представлен алгоритм управления линейным многоканальным объектом по выходу. К недостаткам идентификационного подхода относится необходимость в использовании априорных дан-

ных, связанных с минимальной разностью между частотами соседних гармоник и нижней границей частот внешнего возмущения. В случае возникновения в мультигармоническом возмущении неучтенной динамики алгоритмы управления идентификацией не гарантируют устойчивость замкнутой системы.

В компенсации внешнего возмущающего воздействия с запаздыванием может применяться метод прямого адаптивного управления [10, 13, 19], основанный на принципе внутренней модели. К недостаткам такого рода подходов можно отнести бесконечность получаемых законов управления, в результате чего применение на практике таких регуляторов может оказаться затруднительным.

В настоящей работе рассмотрена задача стабилизации линейных многоканальных объектов в условиях неизмеряемых векторов состояния, внешних синусоидальных возмущений и известного постоянного запаздывания. Параметры объекта и нижние границы частоты возмущения считаются известными, а все параметры синусоидальных возмущений (амплитуда, частота и фаза) неизвестны. Решение задачи состоит из следующих этапов: предлагается наблюдатель возмущений; выполняется идентификация частот возмущений каждого канала; происходит стабилизация состояния объекта к нулю с помощью принципа компенсации.

Предложена новая схема компенсации возмущений для многоканальных систем, которая улучшает качество стабилизации объединенного выходного сигнала замкнутой системы. Описан метод улучшения качества оценивания частот мультисинусоидального сигнала и обеспечена экспоненциальная сходимости к нулю ошибок оценивания. В отличие от известных существующих подходов, данный метод применим к объектам, модель которых может иметь произвольную относительную степень. Данный алгоритм является робастным по отношению к нерегулярной составляющей, присутствующей в возмущении.

## **2. Постановка задачи**

Рассмотрим класс линейных устойчивых возмущенных объектов управления вида

$$(1) \dot{x}(t) = Ax(t) + BU_{\tau}(t) + B\delta(t),$$

$$(2) y(t) = Cx(t),$$

где  $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  – неизмеряемый вектор состояния,  $x(0) = \vec{0}$ ,  $U_{\tau} = [u_1(t - \tau) \dots u_q(t - \tau)]^T \in \mathbb{R}^q$  – вектор управления с запаздываниями,  $y(t) = [y_1(t) \dots y_q(t)]$  – измеряемый вектор выхода,  $\delta(t) = [\delta_1(t) \dots \delta_q(t)]^T \in \mathbb{R}^{q \times 1}$  – вектор неизмеряемого ограниченного внешнего возмущения,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times q}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ,  $\tau$  – известное постоянное запаздывание,  $q$  – количество системных выходов.

В качестве возмущений  $\delta_1(t), \dots, \delta_q(t)$  рассмотрим сигналы

$$\begin{cases} \delta_1(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1), \\ \vdots \\ \delta_q(t) = A_q \sin(\omega_q t + \varphi_q), \end{cases}$$

представленные соответственно в виде синусоид с неизвестными амплитудами  $A_i, \dots, A_q$ , частотами  $\omega_1, \dots, \omega_q$  и фазовыми сдвигами  $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ .

Требуется синтезировать закон управления  $U(t)$ , обеспечивающий стабилизацию нормы вектора выхода в замкнутой системе

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t)\| = 0$$

с учетом следующих допущений:

**Допущение 1.** Параметры  $A, B, C$  известны.

**Допущение 2.** Тройка матриц  $(A, B, C)$  полностью управляема и наблюдаема.

**Допущение 3.** Нижняя граница частот  $\omega_0$  известна:  $\omega_i \geq \omega_0$ ,  $i = 1, \dots, q$ .

### 3. Выделение сигнала возмущения

Так как вектор состояния  $x$  недоступен для прямых измерений, опишем объект управления (1), (2) в виде соотношения вход–выход:

$$(3) y = W(s)[U_{\tau} + \delta],$$

где  $W(s) = \frac{\beta_{ij}(s)}{\alpha(s)}$  – передаточная функция системы, где  $s = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования,  $\alpha(s)$  и  $\beta_{ij}$  – полиномы порядка  $n$

и  $\gamma$  соответственно с известными постоянными коэффициентами, такие что

$$\beta_{ij}(s) = b_{ij}s^\gamma + b_{\gamma-1ij}s^{\gamma-1} + \dots + b_{1ij}s + b_{0ij}, i = \overline{1, q}, j = \overline{1, q},$$

$$\alpha(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0,$$

где  $\gamma$  – степень числителя передаточной функции системы

$$\frac{\beta_{ij}(s)}{\alpha(s)} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_{11}(s)}{\alpha(s)} & \dots & \frac{\beta_{1q}(s)}{\alpha(s)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\beta_{q1}(s)}{\alpha(s)} & \dots & \frac{\beta_{qq}(s)}{\alpha(s)} \end{bmatrix}.$$

Перепишем систему (3) в виде

$$y = \left[ \frac{\beta_{i1}(s)}{\alpha(s)} [u_1(t - \tau) + \delta_1] \quad + \dots + \quad \frac{\beta_{iq}(s)}{\alpha(s)} [u_q(t - \tau) + \delta_q] \right].$$

Рассматриваемый объект управления является устойчивым.

Применим фильтры следующего вида

$$\bar{y} = \left[ \frac{\beta_{i1}(s)}{\alpha(s)} [u_1(t - \tau)] \quad + \dots + \quad \frac{\beta_{iq}(s)}{\alpha(s)} [u_q(t - \tau)] \right].$$

Тогда фильтрованные значения вектора внешних возмущений можно представить в следующей форме:

$$\tilde{y} = \bar{\delta} = y - \bar{y},$$

или

$$(4) \quad \bar{\delta} = W(s)[\delta],$$

где сигналы  $\bar{\delta}$  измеряются.

Перепишем уравнение (4) в виде

$$\bar{\delta}(s) = \begin{bmatrix} \frac{\beta_{11}(s)}{\alpha(s)} \delta_1 & + \dots + & \frac{\beta_{1q}(s)}{\alpha(s)} \delta_q \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\beta_{q1}(s)}{\alpha(s)} \delta_1 & + \dots + & \frac{\beta_{qq}(s)}{\alpha(s)} \delta_q \end{bmatrix}.$$

В некоторых случаях для удобства используем эквивалентное представление возмущающего сигнала:

$$\begin{cases} \bar{\delta}_1(t) = \bar{A}_{11} \sin(\omega_1 t + \bar{\varphi}_{11}) + \dots + \bar{A}_{1q} \sin(\omega_q t + \bar{\varphi}_{1q}), \\ \vdots \\ \bar{\delta}_q(t) = \bar{A}_{q1} \sin(\omega_1 t + \bar{\varphi}_{q1}) + \dots + \bar{A}_{qq} \sin(\omega_q t + \bar{\varphi}_{qq}). \end{cases}$$

#### 4. Синтез наблюдателей возмущения

Каждая составляющая  $\bar{\delta}_i$  возмущения может быть смоделирована как выход линейных генераторов [12]

$$(5) \quad \bar{\delta}_i = h_i^T \xi_i,$$

$$(6) \quad \dot{\xi}_i = \Gamma_i \xi_i,$$

где  $\xi_i \in \mathbb{R}^{q_i}$  – матрицы состояния генераторов с начальными значениями  $\xi_i(0)$ ,  $\Gamma_i$  – матрица постоянных коэффициентов,  $h_i$  – векторы соответствующей размерности. Матрицы  $\Gamma_i$  неизвестны, но известны размеры генераторов  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, q$ .

##### 4.1. Идентификация частот возмущений

Рассмотрим метод оценки частот несмещенных гармонических и мультигармонических сигналов с постоянными параметрами.

Заметим, что в матрице  $\bar{\delta}_i(t)$  каждым сигналом возмущения является сумма всех синусоидальных сигналов от каждого канала системы с одинаковыми частотами. Тогда задача заключается в идентификации частот мультисинусоидального сигнала. Наблюдатели для возмущающих сигналов  $\bar{\delta}_i$  могут быть синтезированы для каждой из подсистем отдельно и имеют одинаковый вид. В этой связи рассмотрим только первую подсистему  $\bar{\delta}_1$ .

Сигнал возмущения  $\bar{\delta}_1$  перепишем в виде

$$(7) \quad \bar{\delta}_1 = \sum_{i=1}^q \bar{A}_i \sin(\omega_i t + \bar{\varphi}_i).$$

Генератор сигналов вида (7) опишем дифференциальным уравнением

$$(8) \quad (p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_2^2) \dots (p^2 + \omega_q^2) \bar{\delta}_1(t) = 0,$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования,  $i = 1, \dots, q$ .

С учетом выражения (8) получим

$$p^{2q} \bar{\delta}_1(t) + \theta_1 p^{2q-1} \bar{\delta}_1(t) + \dots + \theta_{q-1} p^2 \bar{\delta}_1(t) + \theta_q \bar{\delta}_1(t) = 0,$$

где

$$\begin{cases} \theta_1 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \dots + \omega_q^2, \\ \theta_2 = \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_1^2 \omega_3^2 + \dots + \omega_{q-1}^2 \omega_q^2, \\ \dots \\ \theta_q = \omega_1^2 \omega_2^2 \dots \omega_q^2. \end{cases}$$

Сигнал  $\bar{\delta}_1(t)$  представим как выход линейного генератора конечной размерности [12]:

$$\bar{\delta}_1(t) = h_1^T \xi_1(t),$$

$$\dot{\xi}_1(t) = \Gamma_1 \xi_1(t),$$

где  $\xi_1 \in \mathbb{R}^q$  – матрицы состояния генераторов с начальными значениями  $\xi_1(0)$ ,  $\Gamma_1$  – матрица постоянных коэффициентов,  $h_1$  – векторы соответствующей размерности. Матрицы  $\Gamma_i$  неизвестны, но известны размеры генераторов:

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\theta_q & 0 & -\theta_{q-1} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$h_1 = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0].$$

Рассмотрим сигнал (7) при  $q = 1$ :

$$(9) \quad \bar{\delta}_1(t) = \bar{A}_1 \sin(\omega_1 t + \bar{\varphi}_1).$$

Сигнал (9) представим в виде [1]

$$(10) \quad \bar{\delta}_1(t - 2d) + \bar{\delta}_1(t) = 2\cos(\omega_1 d) \bar{\delta}_1(t - d),$$

где  $d > 0$  – оператор запаздывания.

Рассмотрим сигнал (7) при  $q \in \mathbb{N}$  гармоник:

$$(11) \quad \bar{\delta}_1(t) = \sum_{i=1}^q \bar{A}_{1q} \sin(\omega_i t + \bar{\varphi}_{1q})$$

и дискретный аналог сигнала (11)

$$\bar{\delta}_1[k] = \sum_{i=1}^q \bar{A}_{1q} \sin(\omega_i kT + \bar{\varphi}_{1q}),$$

где  $T > 0$  – период дискретизации сигнала,  $t = kT, k = 0, 1, \dots$

Получим аналогичный результат для непрерывного сигнала (11). Для этого применим оператор запаздывания  $d$ , как и в (10), к измеряемому сигналу (11). Сигналы с кратным  $d$  запаздыванием, в силу ассоциативного закона, могут быть записаны с использованием оператора запаздывания (11) как

$$(12) \quad \begin{cases} \bar{\delta}_1(t - d) = \Omega \bar{\delta}_1(t), \\ \bar{\delta}_1(t - 2d) = \Omega^2 \bar{\delta}_1(t), \\ \vdots \\ \bar{\delta}_1(t - qd) = \Omega^q \bar{\delta}_1(t); \end{cases}$$

где  $\Omega$  – оператор запаздывания:

$$[\Omega(\cdot)] = \begin{cases} 0, & t < d, \\ (\cdot), & (t - d), t \geq d. \end{cases}$$

С учетом (12), перепишем уравнение (10) в виде

$$(13) (\Omega^2 - 2 \cos \omega_1 d \Omega + 1) \bar{\delta}_1(t) = 0.$$

**Утверждение.** Для сигнала, представленного как сумма  $q$  гармоник, справедливо выражение

$$(14) (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_q + 1) \bar{\delta}_1(t) = 0,$$

где  $c_i = \cos \omega_i d, i = 1, \dots, q$ .

**Доказательство.** Для доказательства утверждения используем метод математической индукции.

При  $q = 1$  выражение (14) выполняется согласно (13).

Предположим, что уравнение (14) решается при  $q = k$ , тогда

$$(15) (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \bar{\delta}_1^k(t) = 0.$$

Следовательно, необходимо доказать, что уравнение (14) может быть решено при  $n = k + 1$ , тогда получим:

$$(16) (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = \\ = (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \bar{\delta}_1^k(t) + \\ + (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \beta_{k+1}(t).$$

Из уравнений (15) и (16) имеем

$$(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = \\ = (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \beta_{k+1}(t),$$

где  $\beta_{k+1} = \bar{A}_{k+1} \sin(\omega_{k+1} t + \bar{\varphi}_{k+1})$ .

Заметим, что сигнал  $\beta_{k+1}$  можно рассматривать в соответствии с одной синусоидой (9), тогда

$$(17) (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \beta_{k+1} = 0.$$

Применим оператор  $(\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \beta_{k+1}$  к (16) и получим

$$(18) (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = \\ = (\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_k + 1) \\ \cdot (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \beta_{k+1}.$$

С учетом выражений (17) и (18) получим

$$(\Omega^2 - 2\Omega c_1 + 1) \dots (\Omega^2 - 2\Omega c_{k+1} + 1) \bar{\delta}_1^{k+1}(t) = 0.$$

Утверждение доказано.

На основе уравнения (14) построим регрессионную модель для сигнала с  $q$  количеством гармоник:

$$(19) \mathcal{E}(t) = \chi^T(t) \varpi,$$

где  $\mathcal{E} \in \mathbb{R}^1$  – зависимая функция,  $\chi = [\chi_1 \quad \chi_2 \quad \dots \quad \chi_q]^T \in \mathbb{R}^q$  –

регрессор,  $\varpi = [\varpi_1 \ \varpi_2 \ \dots \ \varpi_q]^T \in \mathbb{R}^q$  – вектор неизвестных параметров.

Или более конкретно:

$$(\Omega^2 + 1)^q \bar{\delta}_1(t) = \chi_1 \varpi_1(t) + \chi_2 \varpi_2(t) + \dots + \chi_q \varpi_q(t).$$

Компоненты уравнения (19):

–  $\Xi(t)$  с использованием биннома Ньютона:

$$\Xi(t) = (\Omega^2 + 1)^q \bar{\delta}_1(t);$$

– вектор неизвестных параметров  $\varpi_i$  связан с  $c_i$  формулами

Виета:

$$\begin{cases} \varpi_1 = c_1 + c_2 + \dots + c_q, \\ \varpi_2 = -c_1 c_2 - c_1 c_3 - \dots - c_{q-1} c_q, \\ \vdots \\ \varpi_q = (-1)^{q+1} c_1 c_2 \dots c_q; \end{cases}$$

– регрессор  $\chi_i(t)$ :

$$\begin{cases} \chi_1(t) = 2\Omega(\Omega^2 + 1)^{q-1} \bar{\delta}_1(t), \\ \chi_2(t) = 2^2 \Omega^2 (\Omega^2 + 1)^{q-2} \bar{\delta}_1(t), \\ \vdots \\ \chi_q(t) = 2^q \Omega^q \bar{\delta}_1(t). \end{cases}$$

#### 4.2. Алгоритм оценивания параметров модели (19)

Для оценивания параметров вектора  $\varpi$  модели (19) используется метод динамического расширения регрессора (DREM) [5].

Применим блок запаздывания  $v_i, i = 1, \dots, q - 1$ , для известных элементов регрессионной модели (19):

$$\Xi(t - v_i) = \chi^T(t - v_i) \varpi.$$

Обозначим

$$(20) \vartheta_e = \eta_e \varpi,$$

где  $\vartheta_e = [\Xi(t) \ \Xi(t - v_1) \ \dots \ \Xi(t - v_{q-1})]^T$ ,

$$\eta_e = [\chi_i^T(t) \ \chi_i^T(t - v_1) \ \dots \ \chi_i^T(t - v_{q-1})].$$

Умножив (20) на  $\text{adj}(\eta_e(t))$ , получим

$$(20) \vartheta(t) = \Delta(t) \varpi,$$

где  $\Delta(t) = \det(\eta_e(t)) \in \mathbb{R}^1, \vartheta(t) = \text{adj}(\eta_e) \vartheta_e(t) \in \mathbb{R}^q$ .

Запишем уравнение (21) покомпонентно:

$$\vartheta_i(t) = \Delta(t) \varpi_i, i = \overline{1, q}.$$

Представим алгоритм оценивания параметров  $\varpi_i$  в виде

$$\hat{\varpi}_i(t) = -\kappa_i \Delta(t) (\vartheta_i(t) - \Delta(t) \hat{\varpi}_i),$$

где  $\kappa_i$  – настраиваемый параметр,  $i = 1, \dots, q$ .

Чтобы получить оценку за конечное время, заменяем ошибку оценки  $\widehat{\omega}_i(t)$  по определению на  $\varpi_i - \widehat{\omega}_i(t)$ :

$$(22) \quad \varpi_i - \widehat{\omega}_i(t) = \varpi_i E(t) - \widehat{\omega}_i(0)E(t),$$

где  $\dot{E}(t) = -\kappa_i \Delta^2(t)E(t)$ ,  $E(0) = 1$  или  $E(t) = e^{-\kappa_i \int_0^t \kappa^2(s) ds}$ .

Выразим явно значение параметра  $\varpi_i$  из соотношения (22):

$$\widehat{\omega}_i^{ft}(t) = \frac{\widehat{\omega}_i(t) - E(t)\widehat{\omega}_i(0)}{1 - E(t)}.$$

#### 4.3. Алгоритм оценивания частот

Для оценки частоты применим функцию  $\arccos(\cdot)$ , основанную на параметре  $\hat{c}_i^{ft}(t)$ :

$$\widehat{\omega}_i^{ft}(t) = \frac{1}{a} \arccos(\hat{c}_i^{ft}(t)), \quad i = \overline{1, q}.$$

Заметим, что матрица  $\Gamma_1$  зависит от частот мультигармонического сигнала  $\bar{\delta}_1(t)$ .

Тогда оценка матрицы  $\hat{\Gamma}_1$  имеет вид

$$\hat{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\hat{\theta}_q & 0 & -\hat{\theta}_{q-1} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{cases} \hat{\theta}_1 = \widehat{\omega}_1^2 + \widehat{\omega}_2^2 + \dots + \widehat{\omega}_q^2, \\ \hat{\theta}_2 = \widehat{\omega}_1^2 \widehat{\omega}_2^2 + \widehat{\omega}_1^2 \widehat{\omega}_3^2 + \dots + \widehat{\omega}_{q-1}^2 \widehat{\omega}_q^2, \\ \vdots \\ \hat{\theta}_q = \widehat{\omega}_1^2 \widehat{\omega}_2^2 \dots \widehat{\omega}_q^2. \end{cases}$$

Аналогично найдем  $\hat{\Gamma}_i$ ,  $i = 1, \dots, q$ , для остальных каналов.

#### 4.4. Идентификация амплитуд и фаз возмущений

Следующим шагом является синтез наблюдателя возмущающего воздействия  $\bar{\delta}_i(t)$  и предиктора для получения упреждающей оценки  $\bar{\delta}_i(t + \tau)$ .

Наблюдатели для возмущающих сигналов  $\bar{\delta}_i$  могут быть синтезированы для каждой из подсистем отдельно и имеют одинаковый вид. В этой связи рассмотрим только первую подсистему  $\bar{\delta}_1$ .

Оценку внешнего возмущения  $\bar{\delta}_1(t)$  построим следующим

образом:

$$\hat{\delta}_1(t) = \sum_{i=1}^q \hat{A}_{1i} \sin(\omega_i t + \hat{\varphi}_{1i}),$$

где  $\hat{A}_{1i}, \hat{\varphi}_{1i}$  – соответствующие оценки параметров возмущения  $\bar{A}_{1i}, \bar{\varphi}_{1i}$ .

Таким образом, для получения оценок  $\bar{\delta}_1(t)$  требуется предварительно получить оценки параметров  $\bar{A}_{1i}, \bar{\varphi}_{1i}$ .

С учетом полученных ранее оценок частоты имеем

$$\hat{\delta}_1(t) = \sum_{i=1}^q \bar{A}_{1i} \sin(\hat{\omega}_i t + \bar{\varphi}_{1i}),$$

Рассмотрим исходный сигнал:

$$\bar{\delta}_1 = \sum_{i=1}^p \bar{A}_{1i} \sin(\omega_i t + \bar{\varphi}_{1i}),$$

$$\hat{\delta}_1 = \sum_{i=1}^p \bar{A}_{1i} \sin(\omega_i t + \bar{\varphi}_{1i}) = \sum_{i=1}^p \bar{A}_{1i} \sin(\hat{\omega}_i(t)t + \hat{\omega}_i(t)t + \bar{\varphi}_{1i}),$$

$$(23) \quad \hat{\delta}_1 = \sum_{i=1}^p \bar{A}_{1i} \sin(\hat{\omega}_i(t)t + \bar{\varphi}_{1i}) = \bar{\delta}_1(t).$$

Из выражения (23) имеем

$$(24) \quad \bar{\delta}_1 = \sum_{i=1}^p (\bar{A}_{1i} \sin(\hat{\omega}_i(t)t) \cos \bar{\varphi}_{1i} + \bar{A}_{1i} \sin \bar{\varphi}_{1i} \cos(\hat{\omega}_i(t)t)).$$

На основе полученного выражения (24), получим регрессионную модель

$$(25) \quad \varrho(t) = \rho^T(t)\eta,$$

где  $\varrho(t) \in \mathbb{R}$  – функция, измерения которой доступны,  $\rho(t) \in \mathbb{R}^{2p}$  – регрессор,  $\eta \in \mathbb{R}^{2p}$  – вектор неизвестных параметров, которые определяются следующими выражениями:

$$\varrho(t) = \bar{\delta}_1, \rho(t) = \begin{bmatrix} \sin(\hat{\omega}_1(t)t) \\ \cos(\hat{\omega}_1(t)t) \\ \sin(\hat{\omega}_2(t)t) \\ \cos(\hat{\omega}_2(t)t) \\ \dots \\ \sin(\hat{\omega}_p(t)t) \\ \cos(\hat{\omega}_p(t)t) \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} \cos \bar{\varphi}_{11} \\ \bar{A}_{11} \sin \bar{\varphi}_{11} \\ \bar{A}_{12} \cos \bar{\varphi}_{12} \\ \bar{A}_{12} \sin \bar{\varphi}_{12} \\ \dots \\ \bar{A}_{1p} \cos \bar{\varphi}_{1p} \\ \bar{A}_{1p} \sin \bar{\varphi}_{1p} \end{bmatrix}.$$

Для оценивания неизвестных параметров модели (25), используется метод DREM к (25) аналогично подходу, описанному в подразделе 4.1. В результате получим  $2p$  независимых линейных регрессионных моделей первого порядка, неизвестными параметрами которых являются компоненты постоянного вектора  $\eta$  исходной регрессионной модели (25).

Тогда получаем оценки амплитуд и фаз из следующего вида:

$$\hat{A}_i = \sqrt{[\hat{\eta}_{2i-1}(t)]^2 + [\hat{\eta}_{2i}(t)]^2},$$

$$\hat{\varphi}_i = \begin{cases} \arccos \frac{\hat{\eta}_{2i-1}(t)}{\hat{A}_i(t)}, & \hat{A}_i(t) > 0, \\ 0, & \hat{A}_i(t) = 0; \end{cases}$$

где  $\hat{\eta}_i(t)$  – оценки неизвестных параметров  $\eta_j$  из модели (25),  $i = 1, \dots, p$ .

Аналогично найдем  $\hat{A}_{2q}, \dots, \hat{A}_{pq}$  и  $\hat{\varphi}_{2q}, \dots, \hat{\varphi}_{pq}$  для остальных каналов.

## 5. Синтез закона управления

Структуру настраиваемого регулятора определим в соответствии с принципом непосредственной компенсации:

$$(26) U(t) = -\hat{\delta}(t + \tau) = \frac{-1}{W(s)} \hat{\delta}(t).$$

Перепишем закон управления (26) в виде

$$U(t) = -\frac{1}{W(s)} \hat{\delta}(t) = -\frac{1}{W(s)} \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1(t + \tau) \\ \vdots \\ \hat{\delta}_q(t + \tau) \end{bmatrix},$$

где  $\hat{\delta}_i(t + \tau)$ ,  $i = 1, \dots, p$ , вычисляются согласно (5), (6) следующим образом:

$$(27) \hat{\delta}_i(t) = H^T e^{\Gamma t} \hat{\xi}_i(0).$$

Отметим, что параметр вектора  $\hat{\xi}_i(0)$  зависит от частот, амплитуд и фаз сигнала  $\bar{\delta}_i(t)$ .

Из уравнения (62) имеем

$$\hat{\delta}_i(t + \tau) = H^T e^{\Gamma t} e^{\Gamma \tau} \hat{\xi}_i(0),$$

где  $\hat{\Gamma}_i$  определяются на основе оценок частот и  $\hat{\xi}_i(0)$  определяются на основе оценок частот, амплитуд и фаз.

## 6. Математическое моделирование

Приведем результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность предложенного алгоритма оценивания частоты несмещенного гармонического сигнала с постоянными параметрами. Моделирование выполнено с помощью программной среды MATLAB Simulink.

Рассмотрим объект управления второго порядка с двумя входными и двумя выходными каналами

$$y = W(s)[U_\tau + \delta],$$

где

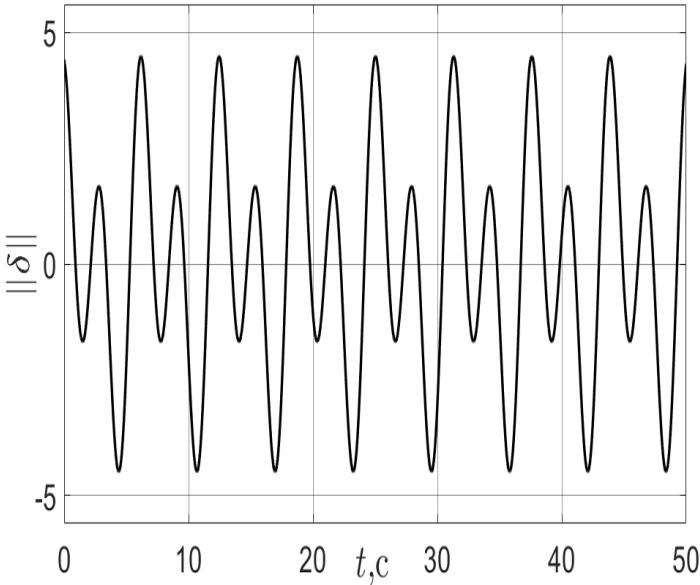
$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{3s^2 + 5s + 10}{s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 3s + 7}{s^2 + 2s + 1} \\ \frac{2s^2 + 2s + 1}{s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 5s + 3}{s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix}, \tau = 1 \text{ с.}$$

Пусть возмущающее воздействие имеет вид:

$$\delta = [2 \sin(t + 1) \quad 3 \sin(2t + 2)]^T.$$

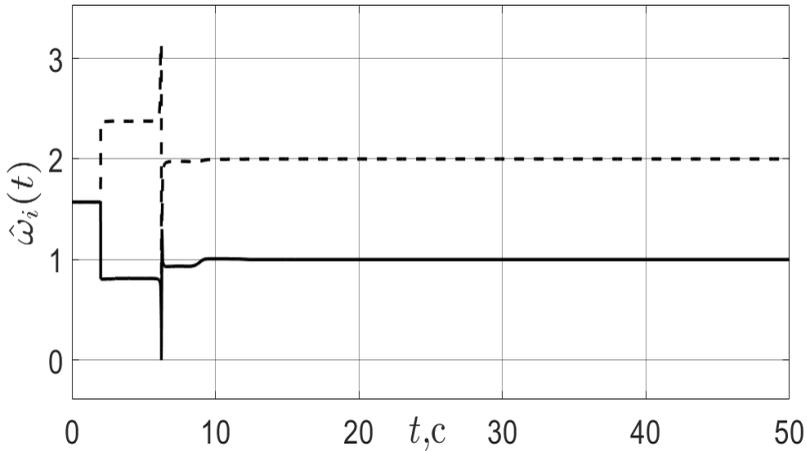
Параметр запаздывания для параметризации сигнала возмущения:  $d = 0,1 \text{ с.}$

Параметры алгоритма DREM:  $\nu = 0,05, \kappa_i = 1.$



a)

Рис. 1а. Временные диаграммы возмущений  $\delta(t)$ ;

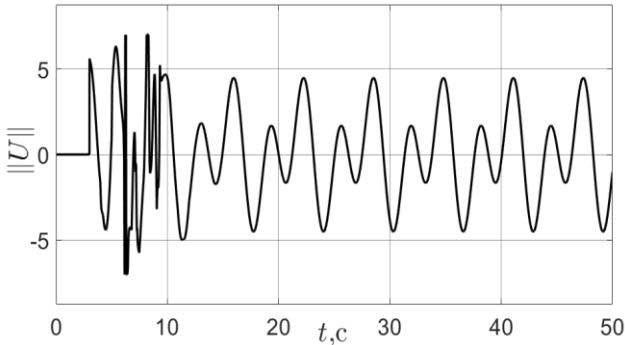


б)

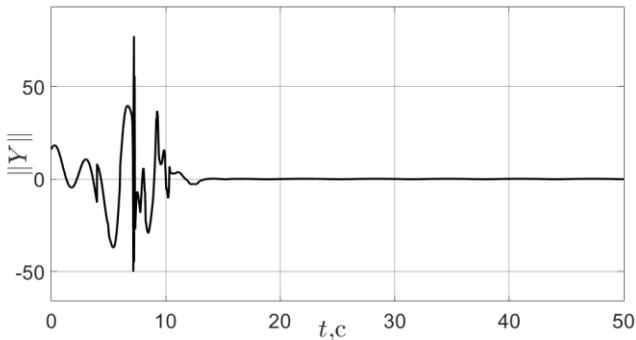
Рис. 1б. оценки частот  $\hat{\omega}_1(t), \hat{\omega}_2(t)$ ;

В результате моделирования сформирована временная диаграмма функции возмущения  $\delta(t)$  (рис. 1а); переходные процессы для оценки частот  $\hat{\omega}_1(t) = 1, \hat{\omega}_2(t) = 2$  (рис. 1б) и для сигнала управления  $U(t)$  (рис. 2а). На рис. 2б продемонстрировано, что все компоненты вектора выхода системы асимптотически стремятся к нулю.

Графики переходных процессов демонстрируют ограниченность всех сигналов в системе (рис. 1, 2). Алгоритм управления (26) позволяет сохранить устойчивость в многоканальных системах с входным запаздыванием в условиях внешних возмущений.



а)



б)

Рис. 2. а) сигнала управления  $U(t)$ ; б) переходные процессы для выхода  $y(t)$

## 7. Заключение

Предложена новая схема компенсации внешних возмущающих воздействий в многоканальных системах с входным запаздыванием в условиях внешних возмущений. Схема обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и сходимость регулируемых переменных  $y$  к нулю. Предложен новый подход к идентификации частот мультисинусоидального сигнала. Показана экспоненциальная сходимость оценивания частот мультисинусоидального сигнала к истинным значениям. Подход может быть

расширен в случае выбора объекта с неизвестными параметрами и запаздыванием, что возможно в качестве направления дальнейших исследований.

### Литература

1. НГУЕН Х.Т., ВЛАСОВ С.М., ПЫРКИН А.А., ПОВКОВ И.В. *Новый алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала с постоянными параметрами* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2022. – Т. 22, №1. – С. 18–24. – DOI: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-18-24.
2. НИКИФОРОВ В.О. *Адаптивное и робастное управление с компенсацией внешних возмущений*. – СПб.: Наука, 2003. – 282 с.
3. НИКИФОРОВ В.О. *Наблюдатели внешних возмущений. 1. Объекты с известными параметрами* // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №10. – С. 13-23.
4. ПЫРКИН А.А. *Компенсация полигармонического возмущения, действующего на состояние и выход линейного объекта с запаздыванием в канале управления* // Автоматика и телемеханика. – 2015. – №12. – С. 43–64.
5. ARANOVSKIY S., BOBTSOV A., ORTEGA R., PYRKIN A. *Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2017. – Vol. 62, No. 7. – P. 3546–3550.
6. ANDERSON R., SPONG M. *Bilateral control of teleoperators with time delay* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34(5). – P. 494–501. – DOI: 10.1109/9.24201.
7. BOBTSOV A, KREMLEV A. *Adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency* // IFAC Proc. Volumes. 16th IFAC World Congress. – 2005. – Vol. 38(1). – P. 131–136. – DOI: <https://doi.org/10.3182/20050703-6-C1902.00022>.
8. BOBTSOV A. *Compensation of Harmonic Disturbance for Nonlinear Plant with Parametric and Functional Uncertainty* // IFAC Proc. – 2011. – Vol. 44. – P. 1528–1533. – DOI: <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.02324>.

9. BRESCH-PIETRI D, KRSTI M. *Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters* // Automatica. – 2009. – Vol. 45(9). – P. 2074–2081. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.04.027>.
10. FRANCIS D.A. *The internal model principle for linear multivariable regulators* // Appl. Math. Opt. – 1975. – Vol.2. – P.170–194.
11. MANITIU A., OLBROT A. *Finite spectrum assignment problem for systems with delays* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1979. – Vol. 24(4). – P. 541–552. – DOI: 10.1109/TAC.1979.1102124.
12. NIKIFOROV V.O. *Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model* // Intern. Journal of Control. – 1997. – Vol. 68, No. 2. – P. 277–286.
13. NIKIFOROV V.O. *Adaptive compensation of external disturbances* // Control of Complex systems: Preprint 125 / Eds.: A.L. Fradkov, A.A. Stotsky. – St.Petersburg: IPME, 1995. – P. 34–40.
14. NIKIFOROV V. *Adaptive Servo compensation of Input Disturbances* // IFAC Proc. Volumes. IFAC 13th World Congress, San Francisco, USA, 30 June – 5 July, 1996. – Vol. 29(1). – P. 5114–5119. – DOI: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58492-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58492-X).
15. NIKIFOROV V. *Adaptive Non-linear Tracking with Complete Compensation of Unknown Disturbances* // European Journal of Control. – 1998. – Vol. 4(2). – P. 132–139. – DOI: [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(98)70107-4).
16. NIKIFOROV V.O. *Adaptive nonlinear servocompensation of unknown external disturbances* // IFAC Proc. Volumes. – 1999. – Vol. 2. – P. 4506–4511.
17. KRSTIC M, SMYSHLYAEV A. *Backstepping boundary control for first-order hyperbolic PDEs and application to systems with actuator and sensor delays* // Systems Control Letters. – 2008. – Vol. 57(9). – P. 750–758. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2008.02.005>.
18. OLBROT A. *Stabilizability, detectability, and spectrum assignment for linear autonomous systems with general time delays* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1978. – Vol. 23(5). – P. 887–890. – DOI: 10.1109/TAC.1978.1101879.

19. JOHNSO C.D. *Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems* // IEEE Trans. on Automatic Control. 1971. – Vol. 16, No. 6. – P. 635–644.
20. PYRKIN A.A. et al. *Output Control Approach for Delayed Linear Systems with Adaptive Rejection of Multiharmonic Disturbance* // IFAC World Congress, Cape Town, South Africa. – 2014. – Vol. 19. – P. 12110–12115.
21. PYRKIN A.A. et al. *Compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with delay in control* // IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, Bologna, Italy. – 2010. – Vol. 8. – P. 481–486.
22. PYRKIN A.A. et al. *Output Adaptive Controller for a Class of MIMO Systems with Input Delay and Multisinusoidal Disturbance* // 1st IFAC Conf. on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, Saint Petersburg. – 2015. – P. 902–909.
23. WANG J. et al. *Output Adaptive Controller for a Class of MIMO Systems with Input Delay and Multisinusoidal Disturbance* // IFAC-PapersOnLine. – 2015. – Vol. 48. – P. 892–899. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2015.09.304.

## ADAPTIVE DISTURBANCE COMPENSATION FOR MIMO SYSTEM WITH CONTROL DELAY

**Khac T. Nguyen**, PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg (nguyenkhactunghvchq1994@gmail.com).

**Sergey Vlasov**, PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg (smvlasov@itmo.ru).

*Abstract: The paper considers the problem of compensation of multisinusoidal disturbances for linear MIMO system with delay in control. The problem of compensation of external disturbances for linear multichannel objects with delay at the input is important and relevant. A solution to this problem is proposed in problems of control of dynamic objects and in a number of others. The proposed method is based on the principle of indirect adaptation, where it is necessary to identify the perturbation parameters. At the first stage, a scheme for extracting a perturbation is described, which is represented as a sinusoidal signal with an unknown frequency, amplitude, and phase. At the second stage, the problem of identifying the frequencies of sinusoidal and multisinusoidal signals is solved. At the last stage, an object stabilization algorithm was developed, implemented using feedback. This paper presents a*

*new scheme for compensating external disturbances for linear multichannel plants with input delay. A new algorithm for identifying the frequencies of a multisinusoidal signal is proposed. The analysis of the possibilities of the proposed estimation method using computer simulation in the MATLAB Simulink environment is carried out. The developed method can be effectively applied to a wide class of applied tasks related to the control of robots, manipulators for various purposes.*

**Keywords:** adaptive control, MIMO systems, identification, multisinusoidal signal, delay.

УДК 681.51

ББК 32.965

DOI: 10.25728/ubs.2022.100.3

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

*Поступила в редакцию 11.10.2022.*

*Опубликована 30.11.2022.*