ОБОБЩЕННАЯ МНОЖЕСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ИНФОРМИРОВАННОСТИ[1]

Федянин Д. Н.[2]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, ФГАОУВО НИУ Высшая школа экономики, Москва*)
Чхартишвили А. Г.[3]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Предложена новая модель описания информированности агентов, обобщающая известные модели рефлексии в следующем смысле: предлагаемая модель обобщенных множественных структур информированности (ОМСИ) допускает различное количество участников в представлениях агентов о ситуации С помощью ОМСИ как обобщения множественных структур информированности (обобщающих в свою очередь точечные структуры информированности) можно описывать ситуации, когда агенты не знают точного состояния системы и вынуждены принимать решения в условиях неопределенности. Такого рода структуры используются для построения информационного управления и могут быть использованы для управления динамикой мнений в социальных сетях и повышения безопасности в транспортных системах даже в тех случаях, когда агентам неизвестно общее количество агентов в системе, что очень распространено в реальной жизни, но редко учитывается в теории игр и эпистемической логике. В статье дано формальное описание вероятностной и интервальной ОМСИ, рассмотрены случаи их трансформации в результате наблюдения выбора действий агентами и в результате получения ими сообщения.Предложены формальные определения информационного равновесия для обоих типов ОМСИ, причем информационное равновесие для вероятностной ОМСИ сфомулированно таким образом, что позволяет находить равновесия Байеса – Нэша.

Ключевые слова: принятие решений в условиях неопределенности, сложная взаимная информированность, рефлексия, информационное равновесие, информационные процессы.

---

[1] *Часть статьи подготовлена при поддержке РНФ «Логико-когнитивные модели рассуждений: принципы демаркации нормативного и дескриптивного» No 23-18-00695.*
[2] *Денис Николаевич Федянин, н.с.* (*ИПУ РАН*), *стажер-исследователь* (*ВШЭ*) (*dfedyanin@inbox.ru*).
[3] *Александр Гедеванович Чхартишвили, д.ф.-м.н., г.н.с.* (*sandro_ch@mail.ru*).

1. Введение

Научные направления, в которых строятся модели поведения рациональных субъектов (людей, организаций, программных агентов и т.п.), существенное внимание уделяют моделированию их информированности. Одним из таких направлений является теория игр, в частности – теория игр с неполной информированностью [4, 7–10, 12, 13], теория эпистемических игр [11, 14], теория рефлексивных игр [1–6]. В этих моделях, как правило, предполагается, что множество участников игры (далее будем называть их агентами) заранее им всем известно, однако их информированность о параметрах ситуации принятия решения (о «состоянии природы») и о представлениях оппонентов может быть разной.

В данной статье в качестве модели информированности агентов предлагается обобщенная множественная структура информированности (ОМСИ). Она является обобщением множественной структуры информированности (введенной в [4], см. также [6, 9, 10]) на случай, когда состав участников ситуации является предметом неопределенности.

Во втором разделе статьи приводится определение ОМСИ в двух вариантах – интервальной и вероятностной. В третьем разделе дается определение информационного равновесия для этих случаев. В четвертом разделе описана трансформация структуры информированности как в результате наблюдения выбора действий агентами, так и в результате получения ими сообщения. В пятом разделе приведен иллюстративный пример построения и трансформации структуры информированности.

2. Определение обобщенной множественной структуры информированности

Мы рассматриваем ситуацию интерактивного принятия решений, в которой присутствует неопределенность. Это означает, что агенты не обладают полной информацией о ней. Поэтому каждый агент может считать возможными, вообще говоря, несколько различных вариантов ситуации. Каждый из вариантов, которые далее будем называть *возможными мирами* (иногда просто *мирами*), характеризуется *состоянием природы* и составом агентов. Ровно один из возможных миров является *реальным миром*. Что касается агентов, то среди них есть как *реальные* – входящие в реальный мир, так и *фантомные* – существующие только в сознании других агентов.

Опишем эту модель формально для двух случаев: интервальной и вероятностной (см., например, [4]) информированности. Для этого введем следующие множества и отображения:

Θ – множество возможных состояний природы;

$A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ – множество агентов;

$\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$ – множество возможных миров;

$\omega^* \in \Omega$ – реальный мир;

$\theta(\omega)$ – функция, ставящая в соответствие возможному миру характеризующее его состояние природы: $\omega \in \Omega$, $\theta(\omega) \in \Theta$;

$\xi(\omega)$ – функция, ставящая в соответствие возможному миру множество присутствующих в нем агентов: $\omega \in \Omega$, $\xi(\omega) \subseteq A$;

$\mu(a)$ – функция, ставящая в соответствие каждому агенту множество миров, которые он считает возможными: $a \in A$, $\mu(a) \subseteq \Omega$.

Агент $a \in A$ является реальным, если $a \in \xi(\omega^*)$; в противном случае он является фантомным.

Будем считать, по аналогии с [6], что выполнены следующее условия.

Условие 1 (идентичности агента). $\forall a \in A$, $\forall \omega \in \eta(a)$ имеет место $a \in \xi(\omega)$ т.е. каждый агент входит во все миры, которые он считает возможными.

Далее, для каждого мира ω следующим образом определим множество миров и агентов $J(\omega)$, связанных с миром ω.

Мир ω' *связан* с миром ω^1, т.е. $\omega' \in J(\omega^1)$, если существуют конечные последовательности миров $\omega^2, \ldots, \omega^k$ и агентов $a^1, \ldots, a^k$ такие, что

$$a^i \in \xi(\omega^i),\ i = 1,\ldots,k;\ \omega^j \in \eta(a^{j-1}),\ j = 2,\ldots,k;\ \omega' \in \eta(a^k).$$

Агент $a \in A$ связан с миром ω', если он входит в мир, связанный с миром ω', т.е. $a \in \xi(\omega)$, $\omega \in J(\omega')$. Понятие миров и агентов, связанных с данным миром, позволяет определить второе условие.

Условие 2 (связности миров). $a \in J(\omega^*)$, $\omega \in J(\omega^*)$, для любого мира $\omega \in \Omega$ и любого агента $a \in A$, т.е. каждый мир и каждый агент связан с реальным миром.

Рассмотрим пример. Пусть есть всего два возможных мира: в одном из них идет дождь, в другом – нет. Также есть два агента, которые точно знают, идет дождь или нет (если дождь идет, то они знают, что он идет, а если нет, то знают, что не идет). Тогда условие связности не выполняется, так как нет такой цепочки из агентов и миров, которая связывала бы возможный мир, где идет дождь, с возможным миром, где дождь не идет.

На практике это приводит к тому, что если дождь идет, то ни один из агентов не будет считать возможным мир, где дождь не идет. Также если дождь не идет, агенты не будут рассматривать вариант, что дождь идет.

Рассмотрим теперь другой пример. Пусть также есть всего два возможных мира: в одном из них идет дождь, в другом – нет. Однако теперь только один агент знает, идет дождь или нет, а второй не знает (например, находится в помещении). В этом случае условие связности выполняется, так как есть второй агент, который считает возможными оба мира.

С практической точки зрения это означает, что теперь если не идет дождь, то первый агент в общем случае не может игнорировать возможный мир, где дождь идет. Причина этого в том, что второй агент принимает решения в ситуации неопределенности и первому агенту может быть важно, как будет реагировать второй агент на то, что дождь идет, даже тогда, когда первый агент точно знает, что дождь не идет. Так, например, второй агент может взять с собой зонтик, хотя дождя нет, а первый хотел бы это предсказать.

Определение 1. Назовем интервальной обобщенной множественной структурой информированности (интервальной ОМСИ) кортеж

(1) $I_{\text{int}} = \left\{\Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a)\right\}$,

для которого выполнены условия идентичности агента и связности миров.

Замечание. Отметим, что интервальная ОМСИ является обобщением введенной в [6] множественной структуры информированности (МСИ). В МСИ множество агентов A разбито на $n_0 = |\xi(\omega^*)|$ непересекающихся подмножеств $A_1, \ldots, A_{n_0}$, (т.е. n_0 – количество реальных агентов). При этом в каждом мире имеется ровно n_0 агентов – по одному представителю каждого из этих подмножеств.

Интервальность в наименовании интервальной ОМСИ означает, что каждый агент $a \in A$ считает возможными миры из множества $\eta(a)$, но не обладает никакой информацией о том, какой из этих миров является более или менее вероятным по сравнению с прочими. Возможен случай, когда наряду с каждым множеством $\eta(a)$ заданы вероятности миров этого множества. Иными словами, для каждого мира ω и агента a задана вероятность $p^{\omega}(a)$ того, что мир ω возможен с точки зрения агентаa. Ясно, что для любого $a \in A$ выполнено условие

$$\sum_{\omega \in \eta(a)} p^{\omega}(a) = 1.$$

Определение 2. Назовем вероятностной обобщенной множественной структурой информированности (вероятностной ОМСИ) кортеж

$$I_{pr} = \left\{\Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a), p^{\omega}(a)\right\}, ,$$

для которого выполнены условия идентичности агента и связности миров.

В дальнейшем под ОМСИ (без уточнения) будем иметь в виду и интервальные и вероятностные, используя единое обозначение I.

Назовем ОМСИ *правильной*, если для любого агента существует хотя бы один мир, который агент считает возможным: $\forall a \in A \;\; \eta(a) \neq \varnothing$.

Будем называть ОМСИ *регулярной*, если агент считает возможными все миры, в которые входит: $\forall \omega \in \Omega$, $\forall a \in \xi(\omega)$ выполняется $\omega \in \eta(a)$.

Иначе говоря, правильность означает следующее: нет агента, который находится в полностью неопределенной ситуации. Регулярность же означает следующее: нет агента, который заблуждается настолько, что в его сознании вообще нет мира, в который он входит.

Нетрудно показать, что каждая регулярная ОМСИ является правильной. Действительно, возьмем произвольного агента. Из условия связности миров следует существование мира, в который входит данный агент; из условия регулярности следует, что этот мир является для агента возможным. В силу произвольности агента это доказывает правильность регулярной ОМСИ.

3. Информационное равновесие

Если наряду со структурой информированности (характеризующей информированность агентов) заданы целевые функции (характеризующие интересы агентов) и их возможные действия (характеризующие возможности агентов), то можно задаться традиционным для теории игр вопросом: какие действия выберут агенты? В данном разделе предлагается ответ на этот вопрос, основанный на концепции *информационного равновесия* в рефлексивных играх (см. [4, 6] и др.). Эта концепция является обобщением равновесия Нэша – наиболее общепринятой концепции решения некооперативных игр. Она предполагает, что каждый агент (как реальный, так и фантомный) в некооперативных играх максимизирует свой выигрыш в предположении, что все прочие агенты поступают так же.

Для описания ситуация принятия решений будем считать, что у каждого агента a_i, $i \in \{1, \ldots, n\}$, имеется множество допустимых действий X_i. Свои действия агенты принимают одновременно и независимо (т.е. рассматривается игра в нормальной форме). У агента a_i имеется целевая функция в каждом мире ω, который он считает возможным: $f_i^{\omega}(\theta, x_i, x_{-i}^{\omega})$, где $\omega \in \eta(a_i)$,

$x_i \in X_i$, а через x_{-i}^{ω} обозначен набор действий агентов из множества $\xi(\omega)\backslash\{i\}$.

Назовем информационным равновесием набор $\chi_i \in X_i$, $i \in \{1, \ldots, n\}$, для которого выполнены следующие условия:

(2) $$\chi_i \in \max_{x_i \in X_i} \min_{\omega \in \eta(a_i)} f_i^{\omega}(\xi(\omega), x_i, \chi_{-i}^{\omega})$$

– для интервальной ОМСИ и

(3) $$\chi_i \in \max_{x_i \in X_i} \sum_{\omega \in \eta(a_i)} p^{\omega}(a_i) f_i^{\omega}(\xi(\omega), x_i, \chi_{-i}^{\omega})$$

– для вероятностной ОМСИ (в обоих случаях через χ_{-i}^{ω} обозначен набор равновесных действий агентов из множества $\xi(\omega)\backslash\{i\}$).

Различие равновесий проистекает из различия общепринятых (см., например, [2, с. 69] правил устранения интервальной и вероятностной неопределенности: для интервальной неопределенности агент максимизирует наихудшее значение целевой функции, для вероятностной – максимизирует ее математическое ожидание.

4. Трансформация структур информированности

ОМСИ представляет собой описание взаимной информированности агентов в фиксированный момент. В данном разделе мы опишем ее трансформацию, происходящую в результате одной из двух причин: наблюдение агентами результата выбора ими действий либо поступление агентом публичного вызывающего доверия сообщения. Мы считаем, что сохраняется вся имеющаяся у агентов информированность, не противоречащая новым наблюдениям. Напомним, что мы рассматриваем игру в нормальной форме, т.е. ходы выбираются агентами одновременно и независимо. При этом если в результате игры информированность агентов меняется, то каждую следующую игру (если она состоится) агенты разыграют с новой информированностью независимо от предыдущих и последующих.

4.1. ТРАНСФОРМАЦИЯ В РЕЗУЛЬТАТЕ НАБЛЮДЕНИЯ ВЫБОРА ДЕЙСТВИЙ

Пусть у агента $a_i \in A$ имеется *функция наблюдения* $w_i^{\omega}(\theta, x_i, x_{-i}^{\omega})$ в каждом мире, в который он входит. Смысл ее следующий: если в мире, в который входит агент a_i, имеет место состояние природы θ и агенты выбрали действия (x_i, x_{-i}^{ω}), то агент a_i наблюдает значение $w_i \in W_i$, где W_i – множество возможных наблюдений агента a_i.

Трансформация ОМСИ, говоря неформально, состоит в следующем: для каждого агента $a \in A$ модифицируется множество миров $\eta(a)$, которые он считает возможными. Модификация состоит в том, что исключаются те миры, для которых значение функции наблюдения принимает значение, отличное от наблюдаемого агентом. При этом может оказаться, что агенту поступают разные «сигналы» (разные значения функции наблюдения) из разных миров, в которые он входит. В этом случае агент «исчезает» и вместо него «возникает» несколько агентов, каждый со своей информированностью.

Теперь опишем правило трансформации ОМСИ подробнее: в предположении, что существует единственное информационное равновесие, в результате реализации которого функция наблюдения каждого агента принимает определенное значение в каждом мире, в который он входит.

Опишем процедуру трансформации информированности произвольного агента $a_i \in A$. Будем использовать обозначение

$$H(a_i) = \{\omega \in \Omega \mid a_i \in \xi(\omega)\}$$

для множества миров, в которые входит агент a_i (заметим, что в силу условия идентичности агента выполняется условие $\eta(a_i) \subseteq H(a_i)$. Далее, обозначим через $M_i = M(a_i)$ количество попарно-различных значений функции наблюдения w_i на мирах из множества $H(a_i)$, а сами эти значения обозначим $w_{j_1}, w_{j_2}, \ldots, w_{j_{M_i}}$ $w_{i1}, w_{i1}, \ldots, w_{iMi}$.

Тогда на первом шаге трансформации вместо агента a_i образуется (т.е. добавляется во множество A) M агентов, обозначим их $a_j^1, a_j^2, ..., a_j^{M_i}$, связи этих агентов с мирами задаются следующими двумя соотношениями для каждого $k \in \{1, ..., M_i\}$:

$$H(a_i^k) = \{\omega \in H(a_i) \mid w_i^\omega = w_{ik}\}$$

$$\eta(a_i^k) = \{\omega \in \eta(a_i) \mid w_i^\omega = w_{ik}\}$$

Для случая вероятностной ОМСИ требуется также пересчет вероятностей по формуле Байеса: новая вероятность мира ω для нового агента a_i^k получается в результате нормировки вероятностей и составляет $p^\omega(a_i) / \sum_{w \in \eta(a_i^k)} p^w(a_i)$.

Агент a_i при этом удаляется из множества A.

После того как вышеописанный первый шаг проведен для всех агентов $a \in A$, следует второй шаг: из множеств Ω и A удаляются все миры и агенты, не связанные с реальным миром.

Отметим, что для регулярных структур информированности множества $H(a_i)$ и $\eta(a_i)$ совпадают, поэтому совпадают и множества $H(a_i^k)$ и $\eta(a_i^k)$. Отсюда вытекает, что при трансформации свойство регулярности структуры информированности сохраняется, т.е. регулярная ОМСИ трансформируется в регулярную ОМСИ.

Отметим также следующее обстоятельство: хотя количество агентов в результате трансформации ОМСИ может увеличиться, количество миров остается таким же либо уменьшается. Таким образом, количество миров можно считать характеристикой сложности ОМСИ, которая в результате взаимодействия агентов не увеличивается.

4.2. ТРАНСФОРМАЦИЯ В РЕЗУЛЬТАТЕ СООБЩЕНИЯ

Трансформация структуры информированности может происходить через сообщения о свойствах реального мира. Мы рассмотрим самый простой случай: публичное сообщение всем агентам о свойствах реального мира в виде утверждения, что значение некоторой функции φ в реальном мире ω^* равно φ_0. В этом случае, так же как и в случае с функцией наблюдения, трансформация состоит из двух шагов.

На первом шаге для каждого агента модифицируется множество миров, которые он считает возможными – в множестве $\eta(a_i)$ остаются только те миры ω, которые соответствуют сообщению, т.е. для которых выполняется равенство $\varphi(\omega) = \varphi_0$лучая вероятностной ОМСИ требуется также пересчет вероятностей по формуле Байеса: новая вероятность мира ω для агента a_i получается в результате нормировки вероятностей и составляет $p^{\omega}(a_i) / \sum_{w \in \eta(a_i^k)} p^{w}(a_i)$.

На втором шаге из множеств Ω и A удаляются все миры и агенты, не связанные с реальным миром. Нетрудно видеть, что и в этом случае свойство регулярности структуры информированности сохраняется, т.е. регулярная ОМСИ трансформируется в регулярную ОМСИ. Также нетрудно видеть, что количество агентов и количество миров остается таким же либо уменьшается.

5. Пример

В данном разделе в качестве иллюстративного примера описана ОМСИ для распространенной ситуации взаимодействия ребенка, переходящего дорогу, и автобуса. В нашем случае реальных агентов два: Водитель автобуса и Ребенок. Водитель хочет повернуть направо, а Ребенок – перейти дорогу (см. рис. 1), при этом они не могут видеть друг друга (например, из-за экстремально сильного тумана или дождя). Водитель автобуса хочет повернуть и при этом не знает, есть ли Ребенок.

С точки зрения Водителя возможны два варианта: Ребенка нет на перекрестке либо Ребенок хочет перейти дорогу и при этом не знает, есть ли автобус. С точки же зрения Ребенка также возможны другие два варианта: Автобуса нет на перекрестке либо он есть. Соответствующие этой ситуации ОМСИ схематично показаны на рис. 1.

Опишем теперь сценарий трансформации описанной ОМСИ в результате публичного сообщения – подачи Водителем звукового сигнала. Это сообщение не изменяет количество возможных миров самого Водителя (их по-прежнему два), однако изменяет структуру информированности: теперь мир, в котором находится только Ребенок, не является возможным для Ребенка (поскольку услышавший звуковой сигнал Ребенок понимает, что на перекрестке есть кто-то еще, кроме него).

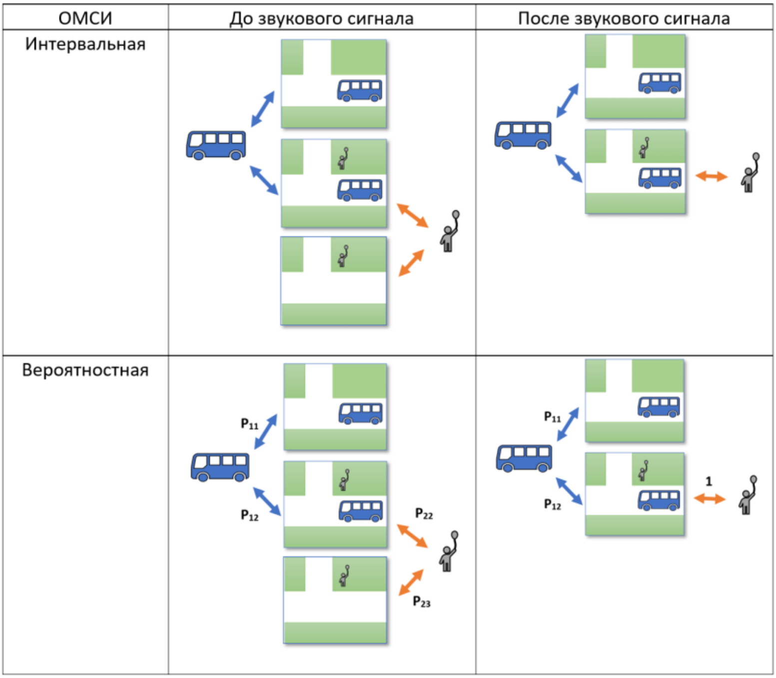

Рис. 1. Динамика ОМСИ

Опишем ОМСИ формально при помощи введенных выше множеств и функций. Интервальная ОМСИ имеет вид (1), где

Θ = {Автобус, Ребенок, Автобус_и_Ребенок} – возможные состояния природы;

A = {Ребенок, Водитель} – множество агентов;

$\Omega = \{\omega_{\text{А}}, \omega_{\text{Р}}, \omega_{\text{АиР}}\}$ – множество возможных миров;

$\omega^* \in \omega_{\text{АиР}} \in \Omega$ – реальный мир;

Функции $\theta(\omega)$ и $\xi(\omega)$ показаны в таблице 1.

Значения функции $\eta(a)$ показаны в таблице 2.

Таблица 1. Функции $\theta(\omega)$ и $\xi(\omega)$ ОМСИ до звукового сигнала

	ω		
	$\omega_{\text{А}}$	$\omega_{\text{Р}}$	$\omega_{\text{АиР}}$
$\theta(\omega)$	Автобус	Ребенок	Автобус и_Ребенок
$\xi(\omega)$	{Автобус}	{Ребенок}	{Автобус, Ребенок}

Таблица 2. Функция $\eta(a)$ ОМСИ до звукового сигнала

	a	
	Ребенок	Водитель
$\eta(a)$	$\{\omega_{\text{Р}},\ \omega_{\text{АиР}}\}$	$\Omega = \{\omega_{\text{А}},\ \omega_{\text{АиР}}\}$

Если считать, что у Ребенка и Водителя есть определенные вероятности миров, которые они считают возможными, то мы получаем вероятностную ОМСИ, имеющую вид (2), где функция $p^{\omega}(a)$ задана при помощи таблицы 3.

Таблица 3. Функция $p^{\omega}(a)$ ОМСИ до звукового сигнала

	ω		
$p^{\omega}(a)$	$\omega_{\text{А}}$	$\omega_{\text{Р}}$	$\omega_{\text{АиР}}$
Ребенок	–	p_{22}	p_{22}
Водитель	p_{11}	–	p_{12}

После трансформации интервальная ОМСИ будет иметь вид

$$I_{\text{int}} = \left\{\Theta, \Omega, \omega^{*}, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a)\right\}, ,$$

где

Θ = {Автобус, Автобус_и_Ребенок} – возможные состояния природы;

A = {Ребенок, Водитель} – множество агентов;

Ω = {Автобус, Автобус_и_Ребенок} – множество возможных миров;

$\omega^{*} = \omega_{AuP} \in \Omega$ – реальный мир;

Функции $\theta(\omega)$ и $\xi(\omega)$показаны в таблице 4.

Значения функции $\eta(a)$ показаны в таблице 5.

Таблица 4. Функции $\theta(\omega)$ и $\xi(\omega)$ ОМСИ после звукового сигнала

	ω	
	Автобус	Автобус_и_Ребенок
$\theta(\omega)$	Автобус	Автобус_и_Ребенок
$\xi(\omega)$	{Автобус}	{Автобус, Ребенок}

Таблица 5. Функция $\eta(a)$ ОМСИ после звукового сигнала

	a	
	Автобус	Ребенок
$\eta(a)$	Автобус, Автобус_и_Ребенок	Автобус_и_Ребенок

Вероятностная ОМСИ в данном случае отличается от интервальной ОМСИ функцией $p^{\omega}(a)$, заданной при помощи таблицы 6.

Таблица 6. Функция $p^{\omega}(a)$ ОМСИ после звукового сигнала

	ω	
$p^{\omega}(a)$	Автобус	Автобус_и_Ребенок
Автобус	p_{11}	p_{12}
Ребенок	–	1

Отметим, что в данном случае конкретные значения вероятностей (в вероятностной ОМСИ) не играют существенной роли.

6. Заключение

В работе предложена новая модель описания сложной взаимной информированности агентов – ОМСИ, позволяющая учитывать различные представления агентов относительно состава участников игры. Эта структура может изменяться под воздействием различных факторов, два из которых рассмотрены в работе: наблюдение агентами выбора действий и получения ими гласного (среди всех участников игры) сообщения.

Перспективным направлением дальнейших исследований является изучение свойств ОМСИ и возможных видов ее трансформации под воздействием иных факторов (например, частных сообщений агентам).

Литература

1. АЛГАЗИН Г.И., АЛГАЗИНА Д.Г. *Моделирование динамики коллективного поведения в рефлексивной игре с произвольным числом лидеров* // Информатика и автоматизация. – 2022. – №21(2). – С. 339–375.
2. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: ЛЕНАНД, 2022. – 500 с.
3. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры*. – М.: Синтег, 2003. – 160 с.
4. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексия и управление: математические модели*. – М.: Изд-во физю-мат. лит-ры, 2013. – 412 с.
5. ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Об одной рефлексивной игре поиска* // Управление большими системами: сборник трудов. – 2003. Вып. 5. – С. 123–128.
6. ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры: трансформация структур информированности* // Проблемы управления. – 2008. – №5. – С. 43–48.
7. AGHASSI M., BERTSIMAS D. *Robust game theory* // Mathematical programming. – 2006. – Vol. 107(1–2). – P. 231–273.
8. AUMANN R.J., HEIFETZ A. *Incomplete information* // Handbook of game theory with economic applications. – 2002. – P. 1665–1686.
9. FEDYANIN D.N. *Threshold and Network generalizations of Muddy Faces Puzzle* // Proc. of the 11th IEEE Int. Conf. on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017, Moscow). – M.: IEEE, 2017. – Vol. 1. – P. 256–260.
10. FEDYANIN D.N. *Logic for Chkhartishvili-Novikov Structures of Beliefs* // Int. Journal of Unconventional Computing. – 2020. – Vol. 15, Iss. 4. – P. 259–273.
11. GALEAZZI P., LORINI E. *Epistemic logic meets epistemic game theory: A comparison between multi-agent Kripke models and type spaces* // Synthese. – 2016. – Vol. 193. – P. 2097–2127.
12. HARSANYI J.C. *Games with incomplete information* // The American Economic Review. – 1995. – Vol. 85(3). – P. 291–303.

13. JACKSON M.O., SIMON L.K., SWINKELS J.M., ZAME W.R. *Communication and equilibrium in discontinuous games of incomplete information* // Econometrica. – 2002. – Vol. 70(5). – P. 1711–1740.
14. PEREA A. *Epistemic Game Theory: Reasoning and Choice.* Universiteit Maastricht, 2012. – 580 p.

GENERALIZED MULTIPLE INFORMATION STRUCTURE

Denis Fedyanin, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Research Associate (dfedyanin@inbox.ru).
Alexander Chkhartishvili, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Chief Research Scientist (sandro_ch@mail.ru).

Abstract: A new model for describing agents' awareness is proposed that generalizes the known reflexion models in the following sense: the proposed model of generalized multiple awareness structures (GMAS) allows for different numbers of participants in agents' perceptions of the situation. Such structures are used to construct information control and can be used to control the dynamics of opinions in social networks and to improve safety in transportation systems even when agents do not know the total number of agents in the system, which is very common in real life but rarely considered in game theory and epistemic logic. In the article, a formal description of probabilistic and interval GMAS is given, and cases of their transformation as a result of observing the choice of actions by agents and as a result of receiving a message by them are considered. Formal definitions of information equilibrium for both types of GMAS are proposed, and the information equilibrium for probabilistic GMAS is formulated in such a way that it allows us to find Bayes – Nash equilibria.

Keywords: decision-making under uncertainty, complex mutual awareness, reflexion, information equilibrium, information processes.

УДК 519.7
ББК 32.813.5
DOI: 10.25728/ubs.2024.109.1

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Н.А. Коргиным.

Поступила в редакцию 03.03.2024.
Опубликована 31.05.2024.