

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ СКВАЖИН ДЛЯ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ ЗАВОДНЕНИЯ НА МАЛЫХ ВЫБОРКАХ ДАННЫХ

Тырсин А. Н.¹

(ФГБУН Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс
больших систем и машин» УрО РАН, Екатеринбург;
Уральский федеральный университет, Екатеринбург)

Кащеев С. Е.²

(Южно-Уральский государственный университет,
Челябинск)

На завершающей стадии разработки нефтяных месторождений актуальной проблемой является поддержание приемлемых уровней добычи нефти путем оперативного управления заводнением. Сложность усугубляется все более растущим количеством функционирующих на месторождении скважин и изменчивостью процесса их взаимодействия. Это требует новых подходов, учитывающих указанные тенденции в нефтедобыче. Популярным подходом для анализа эффективности систем заводнения нефтяных месторождений в последние годы стало использование прокси-моделей семейства CRM (capacitance-resistive models, емкостно-резистивные модели), представляющих собой математические модели материального баланса. При этом решают обратную задачу для определения параметров модели. Однако малые размеры выборки данных и большое число функционирующих скважин в системе заводнения ограничивает эффективное практическое применение этого подхода. Цель статьи – повышение оперативности мониторинга систем заводнения за счет снижения размера обучающей выборки данных и расширение масштаба анализируемых систем от нескольких десятков до сотен скважин. Предложены два алгоритма, ориентированных на большие размерности и малые выборки данных. Они апробированы на модельных данных, в которых 60 нагнетательных, 160 добывающих скважин и 17 наблюдений. Преимости нагнетательных скважин – это фактические данные с реальной системы заводнения, дебиты добывающих скважин – это модельные значения с учетом случайных ошибок, присутствующих на практике. Данные алгоритмы продемонстрировали приемлемые характеристики как по точности и быстродействию, так и по возможности их применения для прогноза нефтедобычи.

¹ Александр Николаевич Тырсин, д.т.н., профессор (at2001@yandex.ru).

² Станислав Евгеньевич Кащеев, аспирант (kashcheev@susu.ru).

Ключевые слова: модель материального баланса, система заводнения, маска взаимовлияния скважин, энтропия, прогноз, емкостно-резистивная модель.

1. Введение

В последние годы наблюдается тенденция перехода большинства разрабатываемых нефтяных месторождений на завершающую стадию разработки. Особенностью данной стадии является увеличение воды в добываемой продукции до 60–70% и выше [12]. Это делает актуальной проблему поддержания приемлемых уровней добычи нефти путем оперативного управления заводнением. Оперативная оптимизация систем заводнения становится приоритетной задачей на зрелых, зачастую низкоэффективных месторождениях. Огромные неопределенности гидродинамических моделей, связанные с отсутствием знаний о строении межскважинного пространства, с проявлением масштабных эффектов при переносе керновых данных на ячейки гидродинамической модели, а также с особенностями численного решения описывающих пластовые процессы дифференциальных уравнений, приводят к необходимости использования более простых математических моделей [1, 6, 8]. Существует ряд разновидностей систем заводнения (блоковые, рядные, площадные и др.). В частности, на рис. 1 схематично приведена блоковая система заводнения.

Одним из перспективных направлений сопровождения разработки нефтяных месторождений является использование емкостно-резистивных аналитических моделей CRM, представляющих собой аналитическое решение уравнения динамического материального баланса в виде временного ряда [2, 4, 7, 11, 15, 21]. Модель CRM впервые была описана в 2005 г. в форме дифференциального уравнения, описывающую динамику дебита жидкости [21]. Аббревиатура CRM (Capacitance Resistive Model) отражает известную аналогию между гидродинамическими законами фильтрации в пласте и законами электрического тока [13]. Так, понятие «электрическая емкость» (capacitance) аналогично понятию «запас упругой пласто-

вой энергии», а понятие «электрическое сопротивление» (resistive) аналогично понятию «фильтрационное сопротивление».

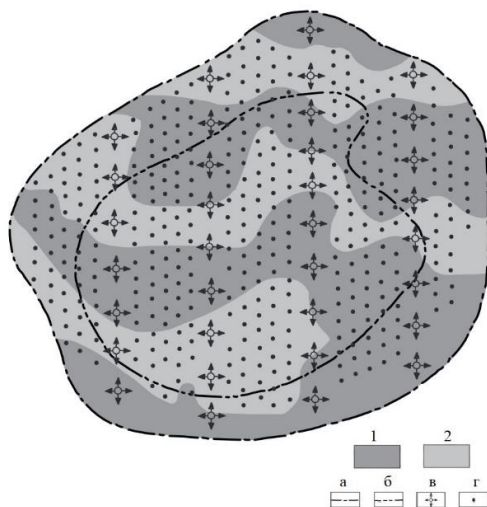


Рис. 1. Блоковая система заводнения.

Зоны с толщиной и коллекторскими свойствами пласта:

- 1) высокими; 2) низкими. Контуры нефтеносности: а) внешний;
б) внутренний; в) нагнетательные; г) добывающие

Существует множество видов моделей CRM: CRMT, CRMP, CRMIP и др. [7]. Рассмотрим общий вид CRM-модели в варианте CRMP при наличии $L > 1$ добывающих и $M > 1$ нагнетательных скважин. Дебит жидкости для каждой добывающей скважины в k -й момент времени описывается как [10]

$$(1) \quad q_l(k) = q_l(k-1)e^{-1/\tau_l} + (1 - e^{-1/\tau_l}) \sum_{j=1}^M f_{jl} I_j(k) + \varepsilon(k),$$

где $q_l(k)$, $I_j(k)$ – дебит l -й добывающей скважины и приемистость j -й нагнетательной скважины в k -й период времени соответственно; $\tau_l > 0$ – постоянная времени (связана с запасом упругой энергии в пласте и коэффициентом продуктивности скважины и определяет скорость распространения возмущений в пласте);

$f_{jl} \geq 0$ – коэффициент взаимовлияния нагнетательной скважины I_j и добывающей скважины P_l , k – номер периода (например, месяца), $l = 1, \dots, L$, $j = 1, \dots, M$, $k = 1, \dots, N$. Слагаемое $\varepsilon(k)$ в (1) отражает присутствующие в реальных данных случайные ошибки, которые вызваны погрешностями измерений дебитов и приемистостей скважин, неоднородностью пластов, неполнотой соответствия модели рассматриваемому процессу и т.д. В (1), так же как и в [10], сделано допущение о постоянстве забойного давления в нагнетательных скважинах. Это является упрощением и обусловлено следующими причинами: 1) формальный учет изменения забойного давления не увеличит числа неизвестных параметров модели (1), а лишь несколько усложнит вид модели (присутствующие в качестве параметров коэффициенты продуктивности определяются по результатам гидродинамических исследований и эксплуатации скважин и считаются в данном случае известными); 2) целью исследования является в упрощенном варианте постоянства забойного давления изучение возможности определения параметров CRM-модели в условиях малых выборок данных и числа скважин, сопоставимого с реальными системами заводнения; 3) в дальнейшем, безусловно, изменение забойного давления будет включено в модель.

Популярность CRM-моделей обусловлена главным образом тем, что они не требуют задания свойств межскважинного пространства, которые на практике полностью никогда не известны. Как отмечено в [7, с. 14], параметры τ_l и f_{jl} модели (1) позволяют учесть характеристики системы «пласт – скважины» и на практике вполне достаточны для получения довольно качественного прогноза динамики технологических показателей по CRM-модели.

Сопровождение разработки нефтяных месторождений включает в себя решение задач мониторинга системы заводнения и прогнозирования нефтедобычи. Для этого необходимо по имеющимся данным о приемистости нагнетательных и дебите добывающих скважин определить коэффициенты взаимовлияния и постоянные времени, и затем по найденным параметрам и планируемым значениям приемистости нагнетательных сква-

жин сделать прогноз дебита жидкости добывающих скважин. Наличие большого числа скважин, невыпуклый характер функциональной зависимости и наличие ряда ограничений на допустимую область значений приводит к неединственности решения и трудоемкости его нахождения [10].

В [10] предложен новый подход для CRM-моделирования, основанный на определении маски взаимовлияния, что значительно сокращает число определяемых коэффициентов взаимовлияния. Под маской взаимовлияния понимается множество нагнетательных скважин, влияющих на формирование дебита, и соответствующие значения коэффициентов взаимовлияния f_{ji} .

Однако при апробации этого подхода выявлены недостатки.

Во-первых, здесь требуется относительно большое количество обучающих данных, порядка 30 наблюдений для каждой скважины. Такое количество наблюдений не всегда практически реализуемо, поскольку в течение этого периода времени могут измениться параметры модели.

Во-вторых, не решена проблема масштаба реальных систем заводнения, количество скважин на которых может достигать нескольких сотен.

Целью работы является повышение оперативности мониторинга систем заводнения за счет снижения размера обучающей выборки данных и расширение масштаба анализируемых систем от нескольких десятков до сотен скважин.

2. Методы исследования

Одной из проблем оценивания параметров CRM-модели является наличие большого количества добывающих и нагнетательных скважин. На практике их количество может приближаться к сотням и тысячам соответственно. При определении коэффициентов взаимовлияния это приводит к увеличению количества возможных пар взаимовлияния, и как следствие, к вычислительной неустойчивости. Фактически на дебит $q_i(k)$ каждой из добывающих скважин P_l , $l = 1, \dots, L$, влияют не все нагнетательные скважины, а некоторая часть из них. Рассмотре-

ние только существенных нагнетательных скважин позволит избежать снижения точности оценок коэффициентов взаимовлияния [7]. Множество таких переменных, влияющих на формирование дебита, будем называть маской взаимовлияния.

В рамках CRM-модели (1) будем рассматривать систему заводнения как сетевую структуру, в которой нагнетательные и добывающие скважины стохастически связаны между собой через коэффициенты взаимовлияния. Под сетевой структурой понимается совокупность устойчивых связей между элементами системы, обеспечивающих воспроизводимость при изменяющихся условиях [17]. Сетевая структура помимо элементов системы может содержать подсистемы (подсети), что тоже должно отражаться как взаимосвязи на уровне подсистем [5, 16].

Разобьем задачу оценивания CRM-модели на 3 этапа: 1) формирование предварительной маски взаимовлияния скважин; 2) уточнение маски взаимовлияния и формирование начального приближения для CRM-модели; 3) определение параметров CRM-модели для всей системы заводнения.

2.1. ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ МАСКИ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ

Недостаток информации о свойствах пласта и наличие большого количества добывающих и нагнетательных скважин приводит к необходимости использования статистических методов для предварительного определения маски взаимовлияния.

Под маской взаимовлияния скважин понимается матрица значимых коэффициентов взаимовлияния добывающих и нагнетательных скважин. Минимальным набором входных данных для формирования маски являются координаты скважин, значения приемистостей и дебитов. Дополнительной информацией для формирования матрицы может являться информация о строении пластов, системе разработки.

Сократить размерность задачи можно за счет: 1) обнуления коэффициентов взаимовлияния f_{ji} для нагнетательных скважин, расположенных достаточно далеко от добывающей скважины, для которых отсутствует какая-либо объективная информация о влиянии приемистости скважины I_j на дебит скважины P_i ;

2) обнуления коэффициентов взаимовлияния f_{jl} для нагнетательных скважин, значения которых оказались ниже заданного порогового уровня, формируемого на основе априорной информации о системе скважин [10]. В результате имеем предварительную маску взаимовлияния $Q = \{(j(l), l)\}$, $l = 1, \dots, L$, $j(l) \in \{1, \dots, M\}$ – множество пар номеров, соответствующих значимых нагнетательным скважинам для каждой из добывающих скважин P_l с ненулевыми коэффициентами взаимовлияния, т.е. $\forall (j, l) \notin Q f_{jl} = 0$.

Отметим, что количество значимых нагнетательных скважин для каждой добывающей скважины, формирующих коэффициенты взаимовлияния, ограничено числом наблюдений обучающей выборки данных. В частности, для рассматриваемого далее примера из 17 наблюдений для каждой добывающей скважины из-за использования в (1) дебита $q_l(k)$ в текущий k -й и предыдущий $(k-1)$ -й моменты времени число значимых нагнетательных скважин формально ограничено пятнадцатью, так как число фактически имеющихся соотношений (равно 16) не может быть меньше количества неизвестных параметров – 15 коэффициентов взаимовлияния f_{jl} и одного параметра a_l .

2.2. УТОЧНЕНИЕ МАСКИ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ И ФОРМИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ CRM-МОДЕЛИ

Для каждой добывающей скважины оцениваем параметры CRM-модели с помощью минимизации суммы квадратов невязок между фактическими и модельными значениями с физическими ограничениями на параметры модели:

$$(2) \quad \sum_{k=2}^N (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{a_l, b_{j(l),l}}, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\},$$

$$(3) \quad q_l^*(k) = a_l q_l(k-1) + \sum_{j(l)} b_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad q_l^*(1) = q_l(1),$$

$$(4) \quad b_{j(l),l} \geq 0, \quad 0 < a_l < 1.$$

где $a_l = e^{-1/\tau_l}$, $b_{jl} = (1 - e^{-1/\tau_l}) f_{jl}$, $\tau_l = -1 / \ln a_l$, $f_{jl} = b_{jl} / (1 - a_l)$.

В результате решения L задач минимизации (2)–(4) получим вектор параметров a_1^*, \dots, a_L^* и множество коэффициентов

взаимовлияния $f_{j(l),l}^*$, $l = 1, \dots, L$, $j(l) \in \{1, \dots, M\}$. Слишком малые значения коэффициентов взаимовлияния, значения которых близки к нулю (например, если $f_{jl} < 10^{-4}$), удаляем из рассмотрения. Пороговый уровень зависит от многих причин, в частности от средних значений дебитов и приемистостей, от величины ошибки, от точности измерений дебитов и приемистостей. Для модельных данных порог задавался примерно равным дроби, в числителе которой минимально допустимая величина по точности коэффициента взаимовлияния ($\sim 0,001$), а в знаменателе – отношение стандартного отклонения случайных ошибок ($\sim 0,2$) к среднему (по скважинам) дебиту нагнетательных скважин (~ 40). Средние значения дебитов и приемистостей имели сопоставимые уровни. Для реальных систем заводнения коэффициенты взаимовлияния точнее, чем 0,01 устойчиво установить вряд ли возможно, поэтому пороговый уровень, очевидно, будет выше, например, не менее чем 10^{-3} .

Далее для каждой добывающей скважины рассмотрим три подсистемы:

1) влияние интерференции Δq_l нагнетательных скважин на дебит скважины P_l формируем как $\Delta q_l(k) = q_l(k) - a_l^* q_l(k-1)$, где a_l^* – оценка параметра a_l в результате решения задачи (2)–(4);

2) совокупность нагнетательных скважин $\mathbf{I}_l = (I_{1(l),l}, \dots, I_{M(l),l})$;

3) совокупность скважин \mathbf{I}_l , из которой удалена произвольная j -я скважина $\mathbf{I}_l^j = \mathbf{I}_l \setminus I_{j,l} = (I_{1(l),l}, \dots, I_{j-1(l),l}, I_{j+1(l),l}, \dots, I_{M(l),l})$.

В качестве индикатора используем энтропийный показатель взаимосвязи [9, 10], выражаемый через определители корреляционных матриц как

$$(5) \quad \delta_{jl} = \frac{G(\Delta q_l \cap \tilde{\mathbf{I}}_l) - G(\Delta q_l \cap \tilde{\mathbf{I}}_l^j)}{G(\Delta q_l \cap \tilde{\mathbf{I}}_l^j)} \cdot 100\%,$$

$$\text{где } G(\Delta q_l \cap \mathbf{I}_l) = -\frac{1}{2} \ln \frac{|\mathbf{R}_{\Delta q_l \cup \mathbf{I}_l}|}{|\mathbf{R}_{\mathbf{I}_l}|}, \quad G(\Delta q_l \cap \mathbf{I}_l^j) = -\frac{1}{2} \ln \frac{|\mathbf{R}_{\Delta q_l \cup \mathbf{I}_l^j}|}{|\mathbf{R}_{\mathbf{I}_l^j}|}.$$

Коэффициент δ_{jl} характеризует уменьшение в процентах энтропийного показателя взаимосвязи между системами \mathbf{I}_l и Δq_l при удалении из системы \mathbf{I}_l произвольной скважины \mathbf{I}_j . Из маски взаимовлияния исключаем коэффициенты взаимовлияния f_{jl} нагнетательных скважин, для которых δ_{jl} меньше порогового уровня, который задаем на основе априорной информации о системе скважин и требуемой точности оценивания параметров CRM-модели, как показано выше. Далее еще раз для каждой добывающей скважины решаем задачи (2)–(4) с уточненным набором значимых для нее нагнетательных скважин и определяем оценки коэффициентов взаимовлияния $f_{j(l),l}^0$ и параметров a_l^0 .

Решение L задач (2)–(4) позволяет избежать процедуры вычисления приведенных преимуществ нагнетательных скважин, учитывающих эффект запаздывания реакции добывающих скважин на изменение режимов нагнетательных скважин, кото-

рые определены в [10] как $\tilde{I}_{jl}(k) = \frac{\sum_{t=0}^{k-1} (a_l^*)^t I_j(k-t)}{\sum_{t=0}^{k-1} (a_l^*)^t}$, где пара-

метры a_l^* определяются в результате решения L задач минимизации (2)–(4). Это значительно сокращает требуемый объем выборки для определения параметров системы заводнения, который зависит от максимального значения постоянной времени τ_l добывающих скважин.

Чем больше постоянная времени τ_l , тем больше параметр a_l^* и тем медленнее сходится конечная сумма $\sum_{t=0}^{k-1} (a_l^*)^t$ к сумме бесконечно убывающей геометрической прогрессии, т.е. растёт число наблюдений для расчета значений $\tilde{I}_{jl}(k)$. Например, если $\max_l \tau_l = 6$, то, как показано в [10], вычисление приведенных преимуществ нагнетательных скважин с приемлемой точностью потребует не менее 15 дополнительных наблюдений (при этом $a_l = 0,85$ и $(a_l)^{15} = 0,087 < 0,1$). В результате первых 15 наблюдений выборки потребуются для «стабилизации» рассчитываемых значений приведенных преимуществ и мини-

мально допустимый объем выборки данных достигает порядка 30 наблюдений, что не всегда возможно на практике.

2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ CRM-МОДЕЛИ ДЛЯ ВСЕЙ СИСТЕМЫ ЗАВОДНЕНИЯ

Далее определим параметры CRM-модели всей системы заводнения. Рассмотрим два алгоритма: 1) непосредственное решение оптимизационной задачи (алгоритм А); 2) итерационный алгоритм В.

Алгоритм А решает задачу:

$$(6) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{a_l, f_{j(l),l}},$$

$$(7) \quad q_l^*(k) = a_l q_l(k-1) + (1-a_l) \sum_{j(l)} f_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad l=1, \dots, L,$$

$$(8) \quad q_l^*(1) = q_l(1), \quad 0 < a_l < 1, \quad l=1, \dots, L,$$

$$(9) \quad f_{j(l),l} \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L f_{j(l),l} \leq 1, \quad l=1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

Алгоритм В включает шаг 0 и циклически повторяет шаги 1 и 2 ($k=1, 2, \dots$):

Шаг 0. Вычисление коэффициентов взаимовлияния $f_{j(l),l}^{(0)}$ для всей CRM-модели по найденным при решении L задач (2)–(4) параметрам $a_1^{(0)}, \dots, a_L^{(0)}$:

$$(10) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{f_{j(l),l}},$$

$$(11) \quad q_l^*(k) = a_l^{(0)} q_l(k-1) + (1-a_l^{(0)}) \sum_{j(l)} f_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad q_l^*(1) = q_l(1),$$

$$(12) \quad f_{j(l),l} \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L f_{j(l),l} \leq 1, \quad l=1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

Шаг 1^(k). Вычисление коэффициентов $a_1^{(k)}, \dots, a_L^{(k)}$ для всей CRM-модели по найденным на предыдущем шаге коэффициентам взаимовлияния $f_{j(l),l}^{(k-1)}$:

$$(13) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{a_l},$$

$$(14) \quad q_l^*(k) = a_l \left(q_l(k-1) - \sum_{j(l)} f_{j(l),j}^{(k-1)} I_{j(l)}(k) \right) + \sum_{j(l)} f_{j(l),j}^{(k-1)} I_{j(l)}(k),$$

$$(15) \quad q_l^*(1) = q_l(1), \quad 0 < a_l < 1, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

Шаг 2^(k). Вычисление коэффициентов взаимовлияния $f_{j(l),l}^{(k)}$ для всей CRM-модели по найденным на предыдущем шаге параметрам $a_1^{(k)}, \dots, a_L^{(k)}$:

$$(16) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{f_{j(l),l}},$$

$$(17) \quad q_l^*(k) = a_l^{(k)} q_l(k-1) + (1 - a_l^{(k)}) \sum_{j(l)} f_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad q_l^*(1) = q_l(1),$$

$$(18) \quad f_{j(l),l} \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L f_{j(l),l} \leq 1, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

Цикл останавливается, если уменьшение целевой функции станет незначительным.

Алгоритмы для решения оптимизационных задач (2)–(4), (6)–(18) реализованы на языке Python с использованием глобально сходящегося метода скользящих асимптот (Method of moving asymptotes, MMA) для локальной оптимизации на основе градиента из библиотеки нелинейной оптимизации NLOpt [14]. MMA впервые был описан в [19]. Он относится к семейству консервативных выпуклых сепарабельных аппроксимаций CCSSA и зарекомендовал себя в области структурной оптимизации, где вычисления функций и градиентов занимают много времени и обладает глобальной сходимостью и высоким быстродействием [14]. Суть метода состоит в том, что в каждой текущей точке генерируется локальная аппроксимация с помощью градиента функции, условий ограничения и квадратичного штрафного слагаемого, чтобы сделать аппроксимацию консервативной.

Для малых выборок данных при большой размерности задачи использованный в [10] алгоритм ISRES (Improved Stochastic Ranking Evolution Strategy) из библиотеки NLOpt [3, 14, 20] не показал одинаково устойчивой работы, поэтому вместо него был использован метод скользящих асимптот. ISRES является эволюционным алгоритмом, основанным на комбинации правила мутации (с логарифмически нормальным обновлением размера шага и экспоненциальным сглаживанием) и дифференциальной вариации (правило обновления, подобное пра-

вилу Нелдера – Мида). В оптимизационных задачах (2)–(4), (6)–(18) отсутствуют нелинейные ограничения, поэтому ранжирование пригодности осуществляется только с помощью целевой функции. ISRES использует большое количество случайно сгенерированных наборов параметров, что уменьшает скорость сходимости алгоритма.

Для оценки точности CRM-моделирования вычислялись среднеквадратические отклонения (с.к.о.) ошибок коэффициентов взаимовлияния, ошибок запаздывания и средняя абсолютная ошибка прогноза.

3. Численные эксперименты

Рассмотрим пример модели реальной системы заводнения нефтяного месторождения. Система состоит из $M = 60$ нагнетательных скважин и $L = 160$ добывающих скважин. Приемистости нагнетательных скважин – это фактические данные с реальной системы заводнения, для каждой скважины I_j , $j = 1, \dots, M$, имеется по $N = 17$ наблюдений, зафиксированных через равные интервалы времени. Матрица коэффициентов взаимовлияния f_{ji} формировалась случайным образом с учетом нормировки ($f_{ji} \geq 0$, $\sum_{j=1}^M f_{ji} \leq 1$), для каждой добывающей скважины число ненулевых коэффициентов взаимовлияния варьировалось от 1 до 7, всего их оказалось 554. Постоянные времени τ_l формировались случайным образом в диапазоне от 1 до 6. Дебиты $q_l(k)$ добывающих скважин P_l формировались по формуле (1).

Для проверки устойчивости алгоритмов А и В к случайным погрешностям сформировано несколько наборов данных дебитов с различными с.к.о. случайной погрешности $\varepsilon(k)$: ($\sigma_\varepsilon = 0; 0,1; 0,2; 0,3$). Алгоритмы оценивались по таким параметрам как скорость сходимости алгоритма (время вычислений), значение целевой функции, с.к.о. ошибок оценок коэффициентов взаимовлияния и параметров запаздывания. С.к.о. ошибок коэффициентов взаимовлияния вычислялось как

$$(19) RMSE_f = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L (f_{jl} - \hat{f}_{jl})^2}{L \cdot M}}, \quad l = 1, \dots, L, \quad j = 1, \dots, M,$$

где f_{jl} и \hat{f}_{jl} – фактические и прогнозные значения коэффициентов взаимовлияния.

После формирования предварительной маски по формулам (2)–(4) для каждой добывающей скважины уточнялось множество нагнетательных скважин с использованием энтропийного показателя (5). Пороговый уровень для δ_{jl} зададим равным 2,5%. Показатель (5) при введении случайных погрешностей $\varepsilon(k)$ допустил порядка 30÷35 ошибок 1-го рода (значимый коэффициент взаимовлияния скважин идентифицирован как не значимый). Ошибок 2-го рода нет. Ошибки 1-го рода возникали в ситуациях, когда фактические коэффициенты взаимовлияния были очень малы (не более 0,02), т.е. они объясняются наличием сопоставимых случайных погрешностей.

Дополнительно реализован алгоритм А без использования маски взаимовлияния, т.е. минимизация выполнялась по всей матрице коэффициентов взаимовлияния. Соответственно, в задаче минимизации использовалось 9760 параметров: 160 коэффициентов запаздывания и 9600 коэффициентов взаимовлияния. В таблице 1 приведено сравнение реализованных алгоритмов.

Алгоритм А без использования маски взаимовлияния с ростом с.к.о. случайной погрешности показал значительное ухудшение качества моделирования и уступает остальным по всем показателям.

Алгоритмы А и В показали похожие результаты и продемонстрировали устойчивость к случайным погрешностям. Алгоритм А работает быстрее в 1,3÷1,7 раза, но проигрывает алгоритму В по точности оценивания (величине минимума целевой функции) в 1,1÷1,5 раза. Однако расхождения могут быть вызваны малой выборкой: всего рассматривалось по три реализации случайных погрешностей.

Таблица 1. Результаты работы алгоритмов

Показатели эффективности	σ_ε	Алгоритм А, ММА	Алгоритм А без маски взаимовлияния, ММА	Алгоритм В, ММА	Алгоритм А, ISRES
Скорость сходимости, сек	0	33,4	97,9	56,5	369,3
	0,1	48,1	140,7	82,6	877,0
	0,2	57,4	281,0	76,1	875,3
	0,3	59,5	198,9	86,8	844,9
Значение целевой функции	0	0,0	12462,5	0,0	0,0
	0,1	48,0	11674,0	31,4	241,1
	0,2	116,6	10835,9	109,3	1476,5
	0,3	293,5	13361,7	257,3	3296,6
С.к.о. f_{jl}	0	0,000	0,025	0,000	0,000
	0,1	0,002	0,025	0,002	0,002
	0,2	0,005	0,025	0,005	0,004
	0,3	0,006	0,025	0,006	0,005
САО прогноза, м ³	0	1,34	6,12	1,34	1,34
	0,1	1,36	6,17	1,34	1,51
	0,2	1,47	6,25	1,46	2,04
	0,3	1,65	5,99	1,63	2,59
САО прогноза, %	0	3,45	15,76	3,45	3,45
	0,1	3,50	15,89	3,45	3,89
	0,2	3,78	16,09	3,76	5,25
	0,3	4,25	15,42	4,20	6,67

Для оценки качества прогнозирования сформировано дополнительно $NP = 17$ наблюдений. Средняя абсолютная ошибка прогноза равна

$$(20) D = \frac{1}{L \cdot (NP - N)} \sum_{k=N+1}^{N+NP} \sum_{l=1}^L |q_l(k) - \hat{q}_l(k)|,$$

где $\hat{q}_l(k)$ – прогнозируемое значение дебита для скважины P_l в k -й период времени, $q_l(k)$ – фактическое значение дебита для скважины P_l в k -й период времени.

На рис. 2 в качестве иллюстрации показан пример фактических и прогнозных значений дебита по двум скважинам P_5 и P_{133} .

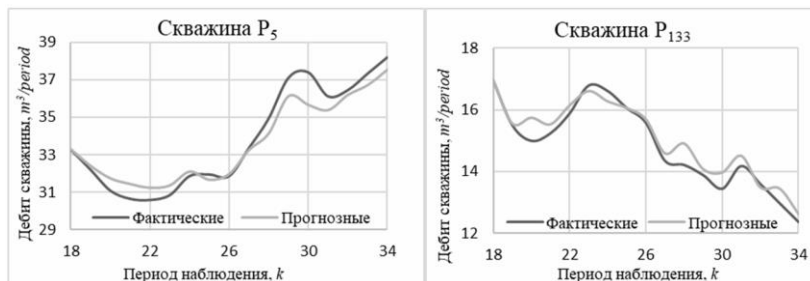


Рис. 2. Фактические и прогнозные значения дебита по скважинам P₅ и P₁₃₃

Для реализованных алгоритмов D составила $1,34 \text{ м}^3$, или 3,45% от среднего фактического дебита по всем скважинам в периоде прогноза. Без использования маски ошибка прогноза составила $6,61 \text{ м}^3$, или 17,02% от среднего фактического дебита по всем скважинам в периоде прогноза. Таким образом, алгоритмы с использованием маски взаимовлияния предпочтительнее для задач мониторинга и прогнозирования уровня нефтедобычи.

4. Заключение

Показано преимущество использования маски взаимовлияния для оценки параметров CRM-модели. Описан способ предварительной оценки маски с использованием энтропийного показателя взаимосвязи. Данный способ позволяет уточнить для каждой добывающей множество влияющих нагнетательных скважин.

Определение маски взаимовлияния значительно снижает размерности задач оптимизации и повышает точность CRM-моделирования. Так, в рассмотренном примере количество параметров минимизации было уменьшено в 14 раз (с 9760 до 712), что уменьшило время сходимости алгоритма и увеличило точность оценивания параметров CRM-модели в среднем в 14 раз, в отдельных случаях – от 3,7 до 42 раз.

Двукратное уменьшение обучающей выборки по сравнению с известным решением достигнуто за счет формирования предварительной маски взаимовлияния и начального приближения для CRM-модели путем отдельного рассмотрения всех добывающих скважин. Малый размер обучающей выборки соответствует реальным условиям эксплуатации систем заводнения.

Алгоритмы показали устойчивость к случайным погрешностям и достаточно точные результаты прогноза. Рассмотренные размерности соответствуют реальным системам заводнения. В рассмотренном примере апробация проводилась на модельных данных, полученных по модели (1) без учета забойного давления. В дальнейшем планируется учесть забойное давление и апробировать предложенный подход для мониторинга реальных систем заводнения и прогнозирования нефтедобычи.

Литература

1. АЗИЗ Х., СЕТТАРИ Э. Математическое моделирование пластовых систем: пер. с англ. – М.: Недра, 1982. – 408 с.
2. АФАНАСКИН И.В., КРЫГАНОВ П.В., ГЛУШАКОВ А.А., и др. *Использование CRM-моделей интерференции скважин для оценки фильтрационно-емкостных свойств пласта по данным разработки* // Успехи кибернетики. – 2020. – №1(1). – С. 17–27.
3. *Библиотека алгоритмов NLopt для нелинейной оптимизации.* – URL: https://nlopt.readthedocs.io/en/latest/NLopt_Algorithms.
4. ДАНЬКО М.Ю., БРИЛЛИАНТ Л.С., ЗАВЬЯЛОВ А.С. *Применение метода динамического материального баланса и CRM-метода к подсчету запасов ачимовских и баженовских коллекторов* // Недропользование XXI век. – 2019. – №4(80). – С. 76–85.
5. НОВИКОВ Д.А. *Сетевые структуры и организационные системы.* – М.: ИПУ РАН, 2003. – 102 с.
6. ПОСПЕЛОВА Т.А., СТЕПАНОВ С.В., СТРЕКАЛОВ А.В. и др. *Математическое моделирование для принятия реше-*

ний по разработке месторождений. – М.: Недра, 2021. – 427 с.

7. СТЕПАНОВ С.В., БЕКМАН А.Д., РУЧКИН А.А. и др. *Сопровождение разработки нефтяных месторождений с использованием моделей CRM.* – Тюмень: ИПЦ «Экспресс», 2021. – 300 с.
8. СТЕПАНОВ С.В., ТЫРСИН А.Н., РУЧКИН А.А. и др. *Использование энтропийного моделирования для анализа эффективности системы заводнения* // Нефтяное хозяйство. – 2020. – №6. – С. 62–67.
9. ТЫРСИН А.Н. *Энтропийное моделирование сетевых структур* // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 10. – С. 144–155. DOI: 10.31857/S0005231022100130
10. ТЫРСИН А.Н., СТЕПАНОВ С.В., РУЧКИН А.А. и др. *Повышение достоверности моделирования взаимовлияния скважин для анализа эффективности системы заводнения* // Математическое моделирование. – 2023. – Т. 35, №6. – С. 63–80.
11. ХАТМУЛЛИН И.Ф., ЦАНДА А.П., АНДРИАНОВА А.М. и др. *Полуаналитические модели расчета интерференции скважин на базе класса моделей CRM* // Нефтяное хозяйство. – 2018. – №12. – С. 38–41.
12. ЮШКОВ И.Р., ХИЖНЯК Г.П., ИЛЮШИН П.Ю. *Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений.* – Пермь: ПНИПУ, 2013. – 177 с.
13. HOLLANDA R.W., GILDIN E., JENSEN J.L. et al. *A State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting* // Energies. – 2018. – Vol. 11. – 3368. – 45 p.
14. JOHNSON S.G. *The NLopt nonlinear-optimization package.* – URL: <http://github.com/stevengj/nlopt>.
15. KIM J.S., LAKE L., EDGAR T.F. *Integrated Capacitance-Resistance Model for Characterizing Waterflooded Reservoirs* // Proc. of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, May 31 – June 1. – 2012. – P. 19–24.

16. LINDENLAUB I., PRUMMER A. *Network Structure and Performance Get access Arrow* // The Economic Journal. – 2021. – Vol. 131, No. 634. – P. 851–898.
17. PULLAN W. *Structure*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
18. RUNARSSON T.P., XIN YAO. *Search Biases in Constrained Evolutionary Optimization* // IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics – Part C: Applications and Reviews. 2005. – Vol. 35, No. 2. – P. 233–243.
19. SVANBERG K. *The Method of Moving Asymptotes – A New Method for Structural Optimization* // Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1987. Vol. 24. – No. 2. – P. 359–373.
20. TUO CHEN, JIANCHUAN XIANYU. *Application of stochastic ranking based evolutionary strategy in environmental management of microgrids* // Journal of Physics: Conference Series. 2023. – Vol. 2477. – 012076.
21. YOUSEF A.A., GENTIL P.H., JENSEN J.L. et al. *A Capacitance Model to Infer Interwell Connectivity from Production and Injection Rate Fluctuations* // SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 9–12 October 2005, Dallas, Texas.

WELL INTERACTION MODELING TO ANALYZE FLOODING SYSTEMS EFFICIENCY ON SMALL DATA SAMPLES

Alexander Tyrsin, Science and Engineering Center “Reliability and Resource of Large Systems and Machines”, Ural Branch of RAS; Ural Federal University, Yekaterinburg, Doctor of Science, professor (at2001@yandex.ru).

Stanislav Kashcheev, South-Ural State University, Chelyabinsk (kashcheevs@susu.ru).

Abstract: At the final stage of oil field development, an urgent problem is to maintain acceptable levels of oil production through operational flooding management. The complexity is compounded by the increasing number of wells operating in the field and the variability of the process of their interaction. This requires new approaches that consider these trends in oil production. A popular approach for analyzing the effectiveness of oilfield flooding systems in recent years has been the use of proxy models of the CRM family (capacitance-resistive models), which are math-

emational models of material balance. At the same time, the inverse problem is solved to determine the model parameters. However, the small size of the data samples and the large number of functioning wells in the flooding system limits the effective practical application of this approach. The purpose of the article is to increase the efficiency of monitoring water flooding systems by reducing the size of the training data sample and expanding the scale of the analyzed systems from several tens to hundreds of wells. Two algorithms focused on large dimensions and small data samples are proposed. They were tested on model data in which there were 60 injection and 160 production wells, and 17 observations and random errors were present. The injectivity of injection wells is actual data from a real water flooding system. The flow rates of production wells are model values, taking into account random errors present in practice. These algorithms have demonstrated acceptable characteristics both in terms of accuracy and speed, and if possible, their application for forecasting.

Keywords: material balance model, flooding system, well interference mask, entropy, forecast, capacitance resistive model.

УДК 622.276.43: 519.237: 519.8

ББК 33.36 + 22.172 + 22.19

DOI: 10.25728/ubs.2024.111.10

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии А.Г. Лосевым.*

Поступила в редакцию 03.04.2024.

Опубликована 30.09.2024.