

## РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКОГО ПОТОКА ЛУКАСА – КАНАДЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОНЕЧНОМЕРНЫХ ТЕОРЕМ ОТСЧЕТОВ

Фархадов М. П.<sup>1а</sup>, Теплухин Р. Г.<sup>2б</sup>, Абраменков А. Н.<sup>3а</sup>,  
Абдулов А. В.<sup>4а</sup>, Лычков И. И.<sup>5б</sup>

(<sup>а</sup> ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва; <sup>б</sup> ФГБОУВО  
Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский  
университет), Москва)

*Рассмотрен расчет оптического потока Лукаса – Канаде с применением конечномерных теорем отсчетов на основе преобразования Фурье. Данный расчет учитывает все пиксели изображения на этапе вычисления производных изображения и потенциально может обеспечить высокую точность вычисления оптического потока. Предложен гибридный метод расчета производной, сочетающий результаты метода конечномерных теорем отсчетов с результатами оператора Щаара для повышения точности расчета оптического потока. Приведены результаты экспериментов по расчету оптического потока с использованием метода конечномерных теорем отсчетов и гибридного метода на реальных видеопотоках. Установлено, что применение метода конечномерных теорем отсчетов позволяет повысить точность расчета оптического потока на видео со слабым освещением и затененными областями. Полученные результаты могут быть применены в различных задачах компьютерного зрения, например, для отслеживания движущихся объектов.*

Ключевые слова: оптический поток Лукаса – Канаде, оператор Щаара, оператор градиента Гаусса, дискретное преобразование Фурье, дифференцирование цифрового изображения.

---

<sup>1</sup> Маис Паиа Оглы Фархадов, д. т. н., с.н.с. (mais@ipu.ru).

<sup>2</sup> Рустам Геннадьевич Теплухин, студент (teplukhinrg@student.bmstu.ru).

<sup>3</sup> Александр Николаевич Абраменков, н.с. (aabramenkov@asmon.ru).

<sup>4</sup> Александр Викторович Абдулов, н.с. (aabdulov@asmon.ru).

<sup>5</sup> Игорь Игоревич Лычков, ст. преподаватель (lychkovi@bmstu.ru).

## **1. Введение**

Двадцать первый век характеризуется быстрым развитием технологий искусственного интеллекта, которые позволяют решать сложные задачи средствами вычислительной техники. Компьютерное зрение относится к области искусственного интеллекта и занимается распознаванием образов на цифровых изображениях и видеопотоках, включая регистрацию изображений, трехмерную реконструкцию сцены, визуальную одометрию, обнаружение, отслеживание и сегментацию движущихся объектов в видеопотоке, а также распознавание событий в видеопотоке. Вычисление перемещений отдельных пикселей изображения между последовательными кадрами видеопотока называется расчетом оптического потока и является важным этапом во многих алгоритмах компьютерного зрения.

Методы на основе искусственных нейронных сетей обеспечивают наивысшие показатели точности расчета оптического потока [21], однако они характеризуются большим объемом вычислений и требуют использования высокопроизводительных серверов с большой массой и габаритами для решения задач реального времени. Существуют также методы на основе облегченных архитектур нейронных сетей [14, 24], которые могут работать на мобильных устройствах, однако они заметно проигрывают в точности расчетов. Ввиду указанных обстоятельств актуальными остаются методы расчета оптического потока на основе классических подходов цифровой обработки сигналов [4, 25]. Они характеризуются умеренным объемом вычислений и обеспечивают приемлемую точность вычислений, что позволяет использовать их во встраиваемых системах управления с автономным питанием, имеющих малую массу и габариты.

Наиболее популярным классическим методом расчета оптического потока является метод оптического потока Лукаса – Канаде [6]. Он используется в современных алгоритмах визуальной одометрии [12, 17] для управления движением мобильных роботов в автономном режиме. Первым этапом данного метода является расчет производных цифрового изображения. В популярной открытой библиотеке алгоритмов компьютерного

зрения OpenCV [8] в реализации метода Лукаса – Канаде [6] для расчета производной используется оператор Шаара [20], но никаких формальных обоснований по этому поводу не приводится. Расчет производной дискретного сигнала сопряжен с усилением влияния шумов исходного сигнала на результат расчета и представляет собой плохо обусловленную вычислительную задачу, которая изучается до сих пор [11]. Публикаций по теме сравнения разных методов вычисления производной цифрового изображения применительно к задаче расчета оптического потока крайне мало [1]. В работе [23] приведено сравнение разных алгоритмов фильтрации изображения для расчета пирамиды изображения, однако в ней рассматривается только предварительная фильтрация изображения с целью понижения разрешения, но не для расчета производных изображения. Настоящая работа призвана дополнить существующие исследования в данной области.

Наиболее часто для расчета производных цифрового изображения в литературе используются операторы Собеля, Шаара и градиента Гаусса [15]. Оператор Собеля для расчета производной цифрового изображения в отдельном пикселе учитывает только окружающие его пиксели в малой окрестности размером  $3 \times 3$  пикселя и в большой степени подвержен влиянию шумов и сбойных значений отдельных пикселей, например, в условиях слабого освещения сцены.

Оператор Шаара в сравнении с оператором Собеля обладает лучшей пространственной изотропностью, однако он также учитывает лишь малую окрестность размером  $3 \times 3$  пикселя.

Оператор градиента Гаусса [15] может обрабатывать более широкую окрестность пикселя, выполняет размытие и более эффективно подавляет шумы на изображении, однако в конечном счете он учитывает только ограниченную область изображения.

В работе [2] был предложен метод расчета производной цифрового изображения на основе конечномерных теорем отсчетов. Данный метод основан на преобразовании Фурье и учитывает все пиксели изображения при вычислении производной в его отдельном пикселе. Данный метод использует больше ин-

формации по сравнению с операторами Собеля, Щаара и градиента Гаусса, за счет чего потенциально может обеспечивать высокую точность расчета оптического потока. Возможность применения метода конечномерных теорем отсчетов для вычисления производных цифрового изображения применительно к задаче расчета оптического потока Лукаса – Канаде мало изучена. По этой теме опубликована статья [1], однако в ней основная часть эксперимента проводилась на синтетических видеопотоках.

Целью настоящей работы является применение метода конечномерных теорем отсчетов для повышения точности расчета оптического потока Лукаса – Канаде на реальных видеопотоках.

Существует отдельное направление исследований, в которых для расчета производной цифрового изображения применяется математический аппарат дробной производной, т.е. производной дробного порядка [5]. Аналогично методу конечномерных теорем отсчетов, методы на основе дробной производной учитывают все пиксели цифрового изображения, поэтому потенциально могут получать высокую точность вычислений в условиях шумов и сбойных отсчетов. Дробная производная применяется в различных задачах компьютерного зрения, включая выделение границ объектов на изображении [3], фильтрацию шумов изображения [19], расчет оптического потока [22]. Известны модификации алгоритмов оптического потока Лукаса-Канаде [10, 13] и оптического потока Хорна – Шунка [16] для дробной производной. Однако современные методы расчета дробной производной по Капуто и по Капуто – Фабрицио [9] предполагают выполнение предварительного расчета обычной производной цифрового изображения, например, в работе [16] для этого используется локальный оператор дифференцирования с маской размером  $1 \times 5$  пикселей. Настоящая работа призвана повысить точность расчета обычной производной цифрового изображения за счет нелокального подхода к дифференцированию, таким образом, её результаты можно использовать и для развития методов компьютерного зрения, использующих дробную производную.

Остальная часть статьи организована следующим образом. Раздел 2 представляет методику и результаты эксперимента по применению метода конечномерных теорем отсчетов для вычисления оптического потока на наборе данных KITTI (Karlsruhe Institute of Technology and Toyota Technological Institute) Vision Benchmark Suite [18]. В разделе 3 предлагается гибридный метод расчета производной, который объединяет результаты метода конечномерных теорем отсчетов с результатами оператора Щаара для повышения точности расчета оптического потока. Раздел 4 представляет результаты эксперимента по применению предложенного гибридного метода для расчета оптического потока на наборе данных KITTI Vision Benchmark Suite, а также обсуждение полученных результатов.

## 2. Применение конечномерных теорем отсчетов

Для расчета производных цифрового изображения в литературе предлагаются операторы Собеля, Щаара и градиента Гаусса. Оператор Собеля для расчета производной цифрового изображения в отдельном пикселе учитывает только окружающие его пиксели в малой окрестности размером  $3 \times 3$  пикселя и в большой степени подвержен влиянию шумов и сбойных значений отдельных пикселей, например, в условиях слабого освещения сцены. Оператор Собеля реализуется на основе цифрового фильтра с маской, представленной в формуле (1):

$$(1) \quad Mx_s = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad My_s = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Оператор Щаара реализуется цифровым фильтром с маской, представленной в формуле (2). Данный оператор используется для расчета производной изображения в реализации алгоритма оптического потока Лукаса – Канаде из открытой библиотеки OpenCV.

$$(2) \quad Mx_{Sh} = \begin{bmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -3 \end{bmatrix}, \quad My_{Sh} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -10 & 0 & 10 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Плохо обусловленную задачу дифференцирования изображения можно заменить на хорошо обусловленную задачу дифференцирования свертки изображения с некоторой вспомогательной функцией. В качестве вспомогательной функции лучше всего выбрать функцию Гаусса, поскольку она является гладкой, самоподобной, линейно разделимой и инвариантной к повороту [7]. Оператор градиента Гаусса определяется формулами (4) и (5) для соответствующих осей, в которых под умножением подразумевается операция свертки; оператор основан на использовании функции Гаусса  $g(x, y)$  (3), может обрабатывать более широкую окрестность пикселя, выполняет размытие и более эффективно подавляет шумы на изображении, однако в конечном счете он учитывает только ограниченную область изображения.

$$(3) \quad g(x, y) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\left(\frac{x^2}{\sigma^2}\right)} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\left(\frac{y^2}{\sigma^2}\right)} \right),$$

$$(4) \quad Mx_G(x, y) = F(x, y) * \frac{dg(x, y)}{dx},$$

$$(5) \quad My_G(x, y) = F(x, y) * \frac{dg(x, y)}{dy}.$$

В [1] было предложено использовать метод конечномерных теорем отсчетов для вычисления производной двумерного цифрового изображения в алгоритме расчета оптического потока Лукаса – Канаде.

Введем обозначения:  $x_{img}$  – значения пикселей входного сигнала;  $W$  и  $H$  – ширина и высота входного двумерного цифрового изображения;  $CA$  – комплексные компоненты спектра исходного двумерного цифрового изображения;  $k$  – индекс частоты;  $j$  – номер пикселя двумерного цифрового изображения.

Суть метода конечномерных теорем отсчетов заключается в применении прямого дискретного преобразования Фурье к входному изображению для получения его спектра (7) путем матричного умножения на матрицу гармоник, которая определяется формулой (6):

$$(6) \quad M_{harmonic}(k, j) = \left( \cos\left(\frac{2\pi kj}{W \cdot H}\right) - i \cdot \sin\left(\frac{2\pi kj}{W \cdot H}\right) \right),$$

$$k = \overline{0, W-1}, \quad j = \overline{0, H-1},$$

$$(7) \quad CA = M_{harmonic} \times x_{img} \times M_{harmonic}^T.$$

Далее потребуются операторы дифференцирования в частотной области  $MD_x$  и  $MD_y$ , с правильными сопряженным симметриями, которые формируются по формулам (8) и (9). Данные операторы получаются из соображения о том, что операция взятия производной эквивалентна умножению спектра сигнала на  $iw$ , где  $i$  – мнимая единица,  $w$  – циклическая частота гармоники спектра. Под  $s, j, k$  в формулах (8) и (9) понимаются позиции анализируемой точки спектра вдоль соответствующей оси.

$$(8) \quad MD_x(s, j) = \begin{cases} \left(\frac{2i \cdot \pi}{W}\right) \cdot s, & s = 0, \overline{\frac{W}{2}-1}, j = \overline{0, H-1}, \\ -\left(\frac{2i \cdot \pi}{W}\right) \cdot (W-s), & s = \overline{\frac{W}{2}}, W-1, j = \overline{0, H-1}. \end{cases}$$

$$(9) \quad MD_y(k, s) = \begin{cases} \left(\frac{2i \cdot \pi}{H}\right) \cdot s, & s = 0, \overline{\frac{H}{2}-1}, k = \overline{0, W-1}, \\ -\left(\frac{2i \cdot \pi}{H}\right) \cdot (H-s), & s = \overline{\frac{H}{2}}, H-1, k = \overline{0, W-1}. \end{cases}$$

Вычисленные операторы дифференцирования поэлементно умножаются на спектр исходного двумерного цифрового изображения:

$$(10) \quad CA_x(k, j) = CA(k, j) \cdot MD_x(k, j), \quad k = \overline{0, W-1}, \quad j = \overline{0, H-1},$$

$$(11) \quad CA_y(k, j) = CA(k, j) \cdot MD_y(k, j), \quad k = \overline{0, W-1}, \quad j = \overline{0, H-1}.$$

Производные изображения  $Deriv_x$  и  $Deriv_y$  по соответствующим осям являются следствиями применения обратного дискретного преобразования Фурье к результатам предыдущего этапа (13) и (14) путем матричного умножения на матрицу интерполированных гармоник (12):

$$(12) \quad M_{\text{harmonic}}(k, j) = \left( \cos\left(\frac{2\pi kj}{W \cdot H}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi kj}{W \cdot H}\right) \right),$$

$$k = \overline{0, W-1}, \quad j = \overline{0, H-1},$$

$$(13) \quad Deriv_x = M_{\text{harmonic}}^T \times CA_x \times M_{\text{harmonic}},$$

$$(14) \quad Deriv_y = M_{\text{harmonic}}^T \times CA_y \times M_{\text{harmonic}}.$$

Общее значение градиента  $G$  для двумерного цифрового изображения рассчитывается как вектор, составленный из отдельных компонентов производных по осям абсцисс и ординат:

$$(15) \quad \vec{G}(k, j) = (Deriv_x(k, j), Deriv_y(k, j)),$$

$$k = \overline{0, W-1}, \quad j = \overline{0, H-1}.$$

Таким образом, предполагается улучшение точности расчета производной двумерного изображения в силу того, что расчет производной цифрового изображения с помощью преобразования Фурье не обладает выраженной локальностью вычислений по сравнению с применением оператора Щаара.

Используемая в данном разделе система отслеживания характерных точек основана на пирамидальной реализации алгоритма Лукаса – Канаде [6], требующей вычисления производных изображения.

Целью настоящей работы является сравнение результатов отслеживания при использовании оператора Щаара и преобразования Фурье для вычисления производных изображений. Исходя из вышеизложенного предполагается, что увеличение точности расчета производной увеличит качество отслеживания характерных точек на изображениях.

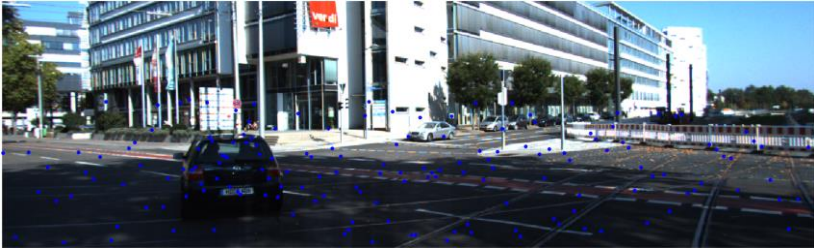
Исходная реализация алгоритма Лукаса – Канаде с оператором Щаара была взята из открытой библиотеки OpenCV [8]. Затем данная реализация была модифицирована путем замены



оператора Шаара на преобразование Фурье. Для проведения тестирования воспользуемся набором видеопоследовательностей KITTI Vision Benchmark Suite [18]. Данный набор предназначен для оценки алгоритмов, использующих оптический поток, включает в себя 200 видеопоследовательностей (по 2 изображения), снятых в условиях городской среды, и информацию о движении объектов. Разрешение каждого кадра видеопоследовательности составляет 375 на 1242 пикселя. Все видеопотоки сопровождаются файлами, содержащими рассчитанные значения оптического потока для каждого кадра. Они используются для расчета правильной траектории перемещения характерной точки.

На рис. 1 представлен первый кадр одной из видеопоследовательностей, с нанесенными на него точками синего цвета.

На рис. 2 представлены траектории перемещения точек видеопоследовательности. Синим цветом выделены эталонные траектории, зеленым – при использовании преобразования Фурье, красным – при использовании оператора Шаара.



*Рис. 1. Первый кадр видеопоследовательности*



*Рис. 2. Первый кадр видеопоследовательности  
(с траекториями перемещения точек)*

Перейдем к рассмотрению результатов работы алгоритмов на всех видеопоследовательностях набора данных. На рис. 3 и 4 (по оси ординат – количество видеопоследовательностей, по оси абсцисс – значения средних погрешностей отслеживания точек) представлены гистограммы распределения средних погрешностей отслеживания точек по количеству видеопоследовательностей в зависимости от выбранного метода расчета производной.

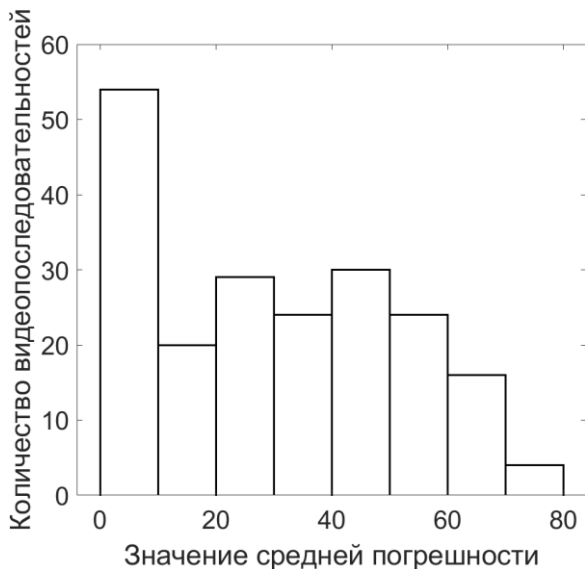
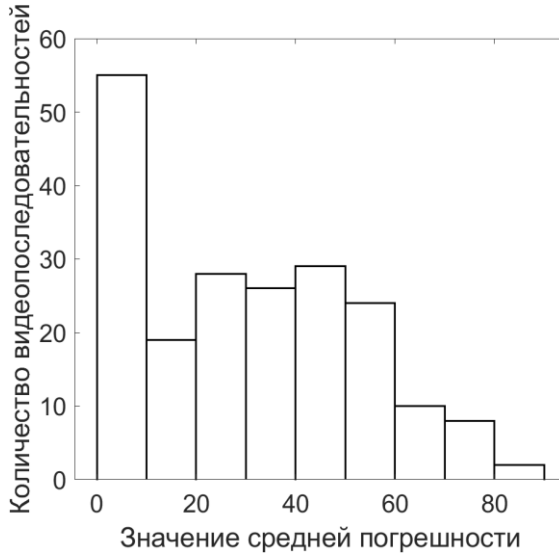


Рис. 3. Распределение средних погрешностей отслеживания точек при использовании преобразования Фурье

Средняя погрешность для видеопоследовательности  $EE$  рассчитывалась как среднее значение корня квадратного из суммы квадратов разностей, полученных значений координат точки с эталоном по всем пикселям (16), где  $V_i = (x_{i1}, y_{i1})$  – вычисленный вектор,  $V_{gi} = (x_{i2}, y_{i2})$  – эталонный вектор для  $i$ -го пикселя, а  $n$  – общее количество пикселей.

$$(16) \quad EE = \frac{\sum_{i=1}^n |V_i - V_{gi}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_{i1} - x_{i2})^2 + (y_{i1} - y_{i2})^2}}{n}.$$



*Рис. 4. Распределение средних погрешностей отслеживания точек при использовании оператора Щаара*

На рис. 5 и 6 (по оси ординат – количество видеопоследовательностей, по оси абсцисс – количество потерянных точек при отслеживании) представлены гистограммы распределения потерянных при отслеживании точек по количеству видеопоследовательностей в зависимости от выбранного метода расчета производной.

Таким образом, в ходе проведенного эксперимента по определению точности реализованных алгоритмов расчета оптического потока с помощью оператора Щаара и преобразования Фурье были получены следующие результаты:

- для 98 пар видеопоследовательностей алгоритм с использованием преобразования Фурье дал более точные результаты перемещения пикселей, чем оператор Щаара;
- для 198 пар видеопоследовательностей алгоритм с использованием преобразования Фурье смог отследить большее или равное количество точек после их перемещения, чем оператор Щаара;

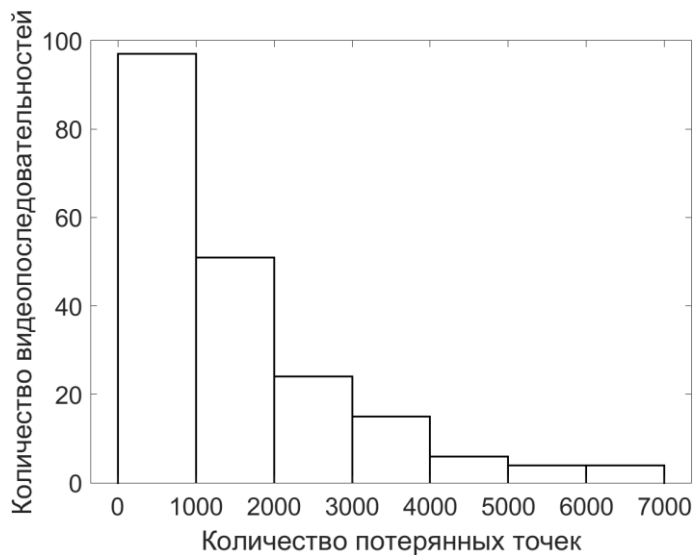


Рис. 5. Распределение количества потерянных точек при использовании преобразования Фурье

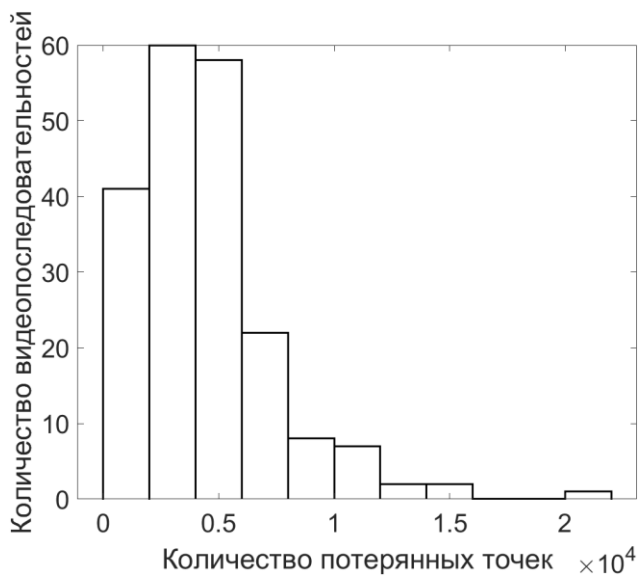


Рис. 6. Распределение количества потерянных точек при использовании оператора Щаара

– средний процент успешно отслеженных точек для алгоритма с использованием преобразования Фурье составил 98,39%, с оператором Щаара – 95,34%;

– среднее отклонение по всем парам видеопоследовательностей составило 30,38 при использовании преобразования Фурье и 30,67 при использовании оператора Щаара.

Результаты тестирования производительности алгоритмов при использовании преобразования Фурье и оператора Щаара представлены в таблице 1.

В строке 5 указано общее время выполнения программы и среднее время выполнения функции `calcOpticalFlowPyrLK()` в режиме Release (значения разделены знаком «/»). Значения в строках 2–4 получены путем вычисления среднего времени выполнения функции для 250 вызовов. В третьем столбце в строках 2–4 в скобках указано время выполнения прямого преобразования Фурье, перемножения спектра изображения на матрицу с правильной сопряженной симметрией и обратных преобразований Фурье.

Таким образом, использование преобразования Фурье увеличивает время вычисления оптического потока Лукаса – Канаде в 1,34 раза при отслеживании всех допустимых пикселей изображения. Однако данная проблема может быть решена путем аппаратного ускорения выполнения преобразования Фурье при расчете производной изображения.

Таблица 1. Тестирование производительности

	Оператор Щаара	Преобразование Фурье (ДПФ)
512 × 512 (мс)	1	10 (7)
1024 × 576 (мс)	1,4	21,9 (16,2)
1920 × 1080 (мс)	3,7	80,8 (63,8)
Обработка 200 пар кадров (мс)	97200 / 329	116134 / 440,5

По итогам проведенного тестирования алгоритмов отслеживания точек установлено, что использование преобразования Фурье в алгоритме расчета оптического потока Лукаса – Канаде

улучшает результат отслеживания точек на 1% для набора данных KITTI Vision Benchmark Suite [18].

Далее в статье предлагается улучшить результат использованием гибридного метода, который позволит комбинировать оператор Шцаара и преобразование Фурье при расчете значения производной.

### **3. Гибридный метод расчета производной цифрового изображения**

По гистограммам на рис. 3 и 4 видно, что использование преобразования Фурье дает преимущество по расчету траекторий перемещения для «плохо» отслеживаемых точек. К таким точкам можно отнести те, что располагаются на однотонных гладких поверхностях (например, стена, небо или асфальт). Оператор Шцаара, в свою очередь, лучше отслеживает точки с малыми перемещениями. Таким образом, гибридный метод расчета производной будет заключаться в выборе между преобразованием Фурье и оператором Шцаара в зависимости от условий освещения, градиентов яркости и других признаков для каждого пикселя изображения.

Результаты применения такого подхода при идеальном выборе метода на основании истинных значений перемещений пикселей для одной из видеопоследовательностей показаны в виде графиков средней погрешности и среднеквадратического отклонения на рис. 7 и 8.

Для анализа распределения погрешностей отслеживания среди точек изображения введем допустимый порог погрешности отслеживания. Рассмотрим подмножество точек изображения со значением погрешности отслеживания, не превышающей допустимый порог хотя бы для одного из двух методов. Вычислим среднее значение и среднеквадратическое отклонение координат точек рассмотренного подмножества. На рис. 7 и 8 по оси абсцисс откладывается величина допустимого порога погрешности отслеживания, а по оси ординат откладываются средние значения погрешности отслеживания или среднеквад-

ратические отклонения координат точек рассмотренного подмножества изображения.

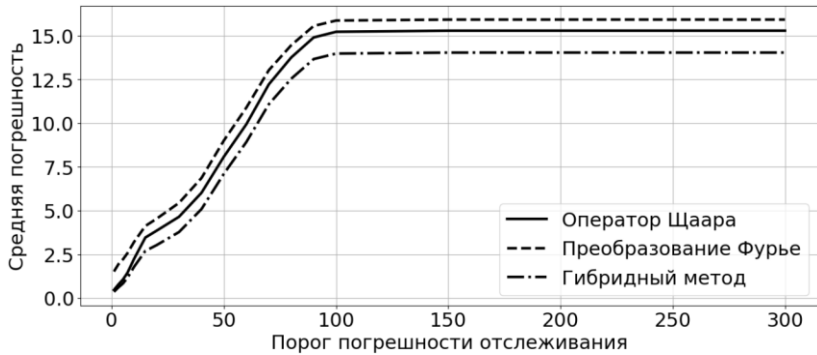


Рис. 7. Средние значения погрешности отслеживания точек при использовании гибридного метода

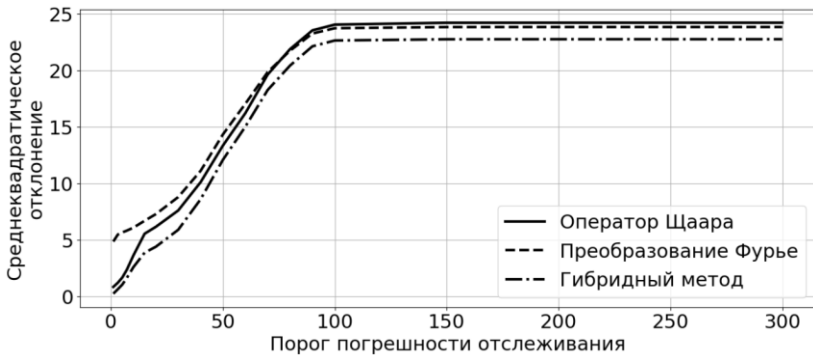
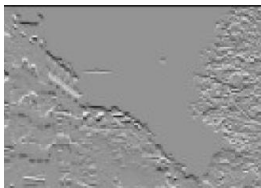
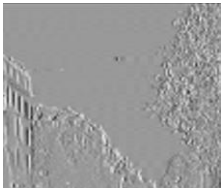



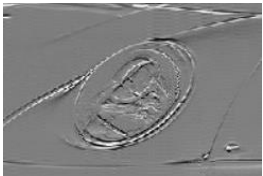


Рис. 8. Среднеквадратические отклонения отслеживания точек при использовании гибридного метода

Как видно из взаимного расположения графиков погрешностей, использование гибридного метода расчета производной изображения потенциально может улучшить результат отслеживания точек. При идеальном выборе метода расчета производной с наилучшей точностью можно получить повышение точности до 20%.

При расчете производной с помощью преобразования Фурье контрастные объекты на изображении могут отбрасывать полосы искажений, которые распространяются на однотонные области изображения в виде артефактов, показанных в таблице 2. Артефакты повышают точность расчета оптического потока изображения в однотонных областях, поскольку их перемещение повторяет перемещение контрастных объектов и дает подсказку об истинном направлении движения.

Таблица 2. Артефакты производной

	Оператор Шцаара	Преобразование Фурье (ДПФ)
Небо		
Асфальт		
Фара автомобиля		

Таким образом, необходимо предусмотреть в гибридном алгоритме расчета производной проверку однотонности области изображения.

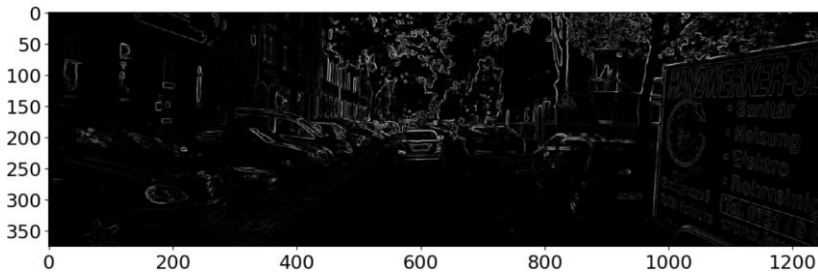
В качестве признака однотонности можно использовать дисперсию участка изображения. Необходимо вычислить ло-



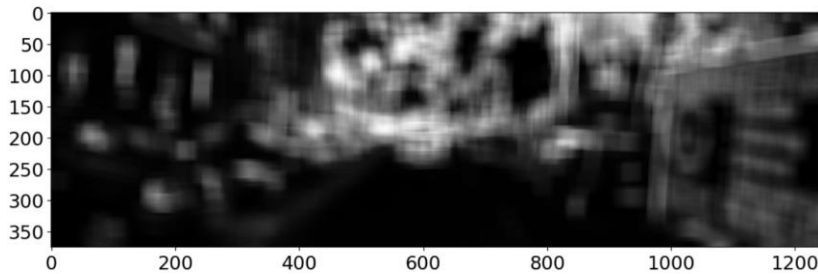
кальный показатель дисперсии для изображения производной, поскольку дисперсия производной лучше характеризует степень разнообразия изображения, нежели дисперсия исходных пикселей изображения (например, для изображения с резким черно-белым переходом яркости). Далее выполняется сглаживание полученного изображения дисперсии с помощью box-фильтра.

Значение пикселя сглаженной производной характеризует дисперсию исходного изображения в окрестности данного пикселя и является мерой однотонности этой окрестности. Чем меньше дисперсия, тем выше однотонность.

На рис. 9 и 10 показаны изображения вычисленной и сглаженной дисперсии для производной одного изображения из видеопоследовательности.



*Рис. 9. Дисперсия производной изображения*



*Рис. 10. Сглаженная дисперсия производной изображения*

Таким образом, получены правила выделения однотонных областей на изображении. В таких областях вычисления производной для каждого пикселя необходимо выполнять с помощью

преобразования Фурье. На рис. 11 показан результат нахождения точек изображения, расположенных в однотонных областях.

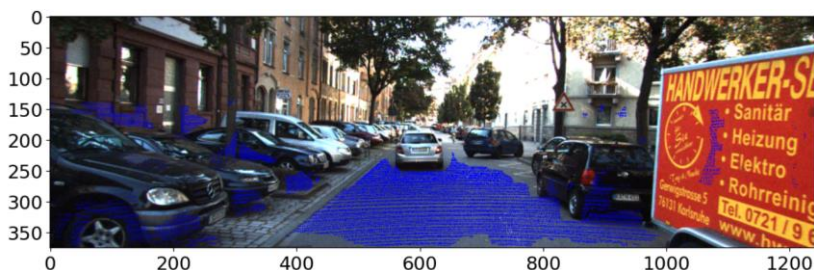


Рис. 11. Пример выделения однотонных областей

Применение правила однотонности, заключающегося в расчете производной с помощью преобразования Фурье при показателе дисперсии меньше 70, к видеопоследовательности, первый кадр которой приведен на рис. 11, позволило улучшить отслеживание точек в видеопоследовательности, что отражено на рис. 12 и 13 для среднего значения погрешности и средне-квадратического отклонения.

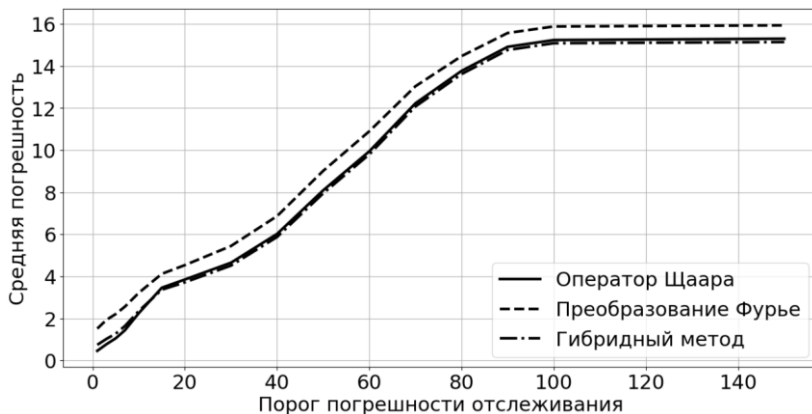


Рис. 12. Средние значения погрешности отслеживания точек при использовании гибридного метода, дополненного правилом однотонности

Из графиков видно, что гибридный метод стал работать лучше преобразования Фурье на низких погрешностях отслеживания, но все-таки немного хуже оператора Щаара.

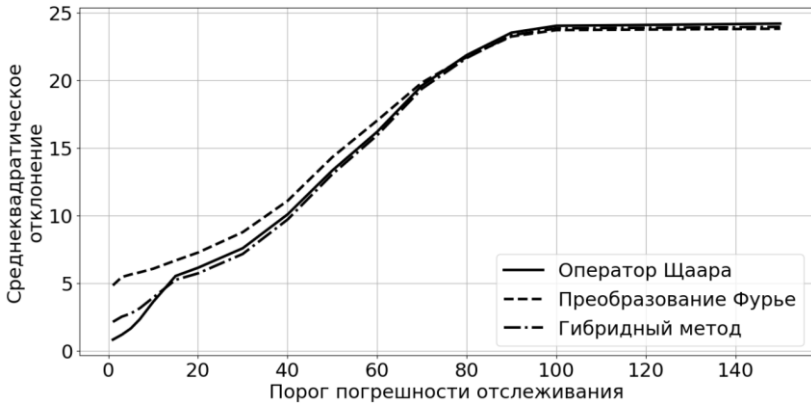


Рис. 13. Среднеквадратические отклонения отслеживания точек при использовании гибридного метода, дополненного правилом однотонности

Еще одним условием в гибридном методе является момент переключения между оператором Щаара и преобразованием Фурье при расчете значения производной изображения. На рис. 14 показан график зависимости среднего значения погрешности от порога погрешности отслеживания. Из него можно сделать вывод, что преобразование Фурье начинает превосходить оператор Щаара по средним показателям точности только на пикселях, которые отслеживаются обоими методами с большими погрешностями.

Точка перехода между преобразованием Фурье и оператором Щаара соответствует погрешности в 45 пикселей.

Отклонение перемещения пикселя при использовании оператора Щаара от перемещения пикселя при использовании преобразования Фурье можно рассматривать как меру оценки погрешности расчета перемещения этого пикселя при использовании оператора Щаара, что подтверждается графиком на рис. 15,

из которого видно, что данное утверждение выполняется не менее чем для 85% пикселей.

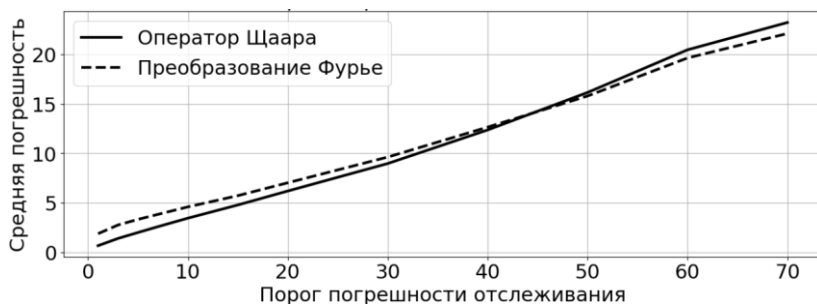


Рис. 14. Определение порогового значения погрешности

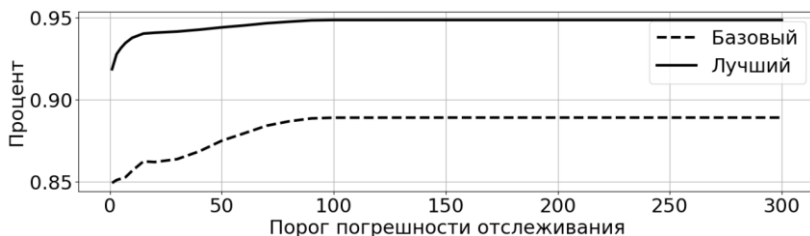


Рис. 15. Отклонение перемещения пикселя

Опишем итоговый набор правил, с помощью которого принимается решение об использовании преобразования Фурье или оператора Щаара для расчета производной в гибридном методе. Стоит уточнить, что числовые значения в условиях подобраны экспериментально.

Если показатель дисперсии меньше 70 или отклонение результата при использовании оператора Щаара от эталона превышает 45 пикселей, то выбирается преобразование Фурье. Иначе выбирается результат вычислений для оператора Щаара.

На рис. 16 описанные выше условия представлены в виде блок-схемы, в которой приняты следующие обозначения:  $\text{variance}$  – показатель дисперсии;  $\text{scharfCross}$  – разность между перемещениями полученных значений перемещения точек с помощью оператора Щаара и преобразования Фурье;  $\text{hybridDelta}$  –

выбранное значение перемещения пикселя;  $fourierDelta$  – перемещения пикселя для преобразования Фурье;  $scharrDelta$  – перемещения пикселя от эталонного значения для оператора Щаара.

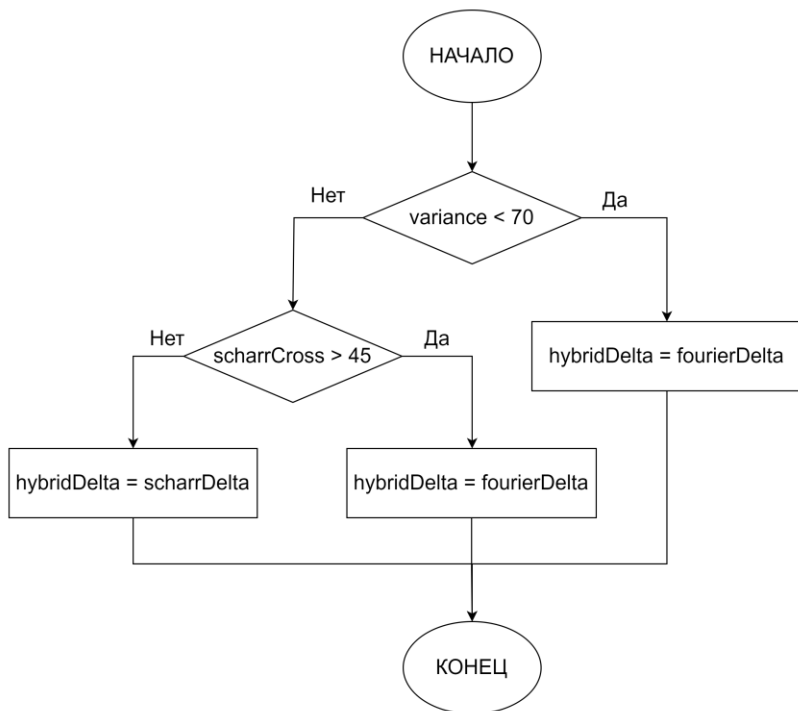


Рис. 16. Условия гибридного метода

#### 4. Применение гибридного метода для расчета оптического потока

В таблице 3 приведены средние значения погрешности и среднеквадратических отклонений для всех видеопоследовательностей набора данных KITTI Vision Benchmark Suite.

Для 127 видеопотоков среднее значение погрешности гибридного метода лучше, чем у оператора Щаара, и для 161 – чем у преобразования Фурье. Для 190 видеопотоков среднеквадра-

тическое отклонение гибридного метода лучше, чем у оператора Щаара, и для 14 – чем у преобразования Фурье. Для 98 видеопотоков среднее значение погрешности преобразования Фурье лучше, чем у оператора Щаара. Для 192 видеопотоков среднеквадратическое отклонение преобразования Фурье лучше, чем у оператора Щаара.

Таблица 3. Результаты тестирования гибридного метода

	Средняя погрешность	Среднеквадратическое отклонение
Оператор Щаара	30,67	44,74
Преобразование Фурье	30,38	38,92
Гибридный метод	29,98	39,56

На рис. 17 и 18 представлены гистограммы распределения разностей между гибридным методом и оператором Щаара для средних значений погрешностей и среднеквадратических отклонений. Положительная разность соответствует выигрышу гибридного метода, а отрицательная разность – выигрышу оператора Щаара. По оси ординат откладывается количество видеопоследовательностей с данной разницей, а по оси абсцисс – значение разности.

Таким образом, средний выигрыш гибридного метода по сравнению с оператором Щаара по среднему значению погрешности оставил 1,43 пикселя, а средний проигрыш – 0,60 пикселя. В выделенной зоне рис. 17 располагаются те видеопоследовательности, у которых выигрыш по средней погрешности для гибридного метода превысил 2,2 пикселя. Средний выигрыш гибридного метода по сравнению с оператором Щаара по среднеквадратическому отклонению составил 5,44 пикселя, а средний проигрыш – 0,33 пикселя.

На рис. 19–22 показаны кадры видеопоследовательностей, на которых выигрыш по средней погрешности у гибридного метода выше, чем у оператора Щаара, на 2,2 пикселя.

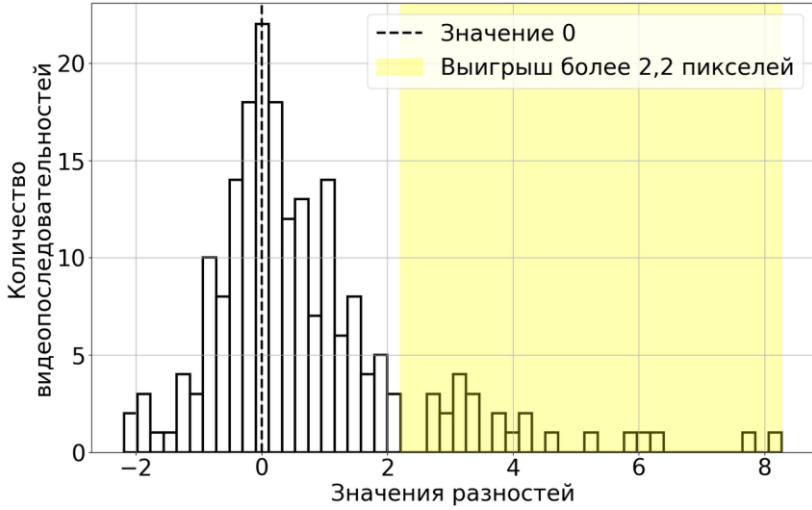


Рис. 17. Распределение разностей средних значений погрешности на всех видеопоследовательностях

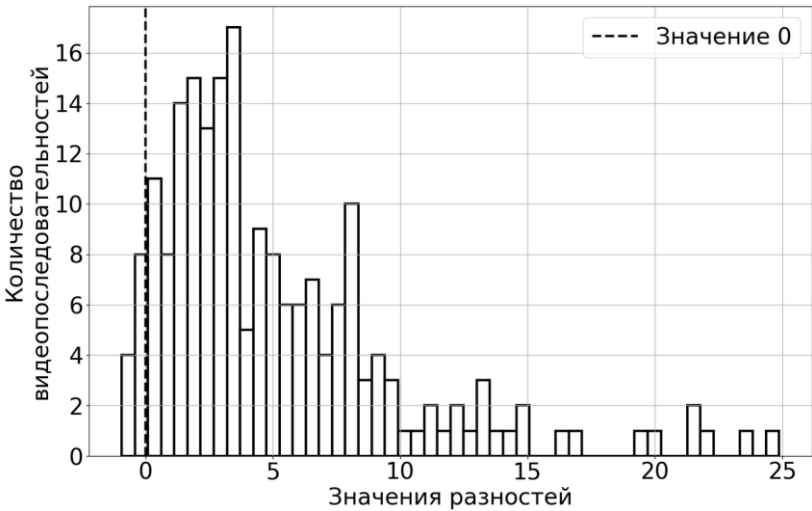


Рис. 18. Распределение разностей среднеквадратических отклонений на всех видеопоследовательностях



*Рис. 19. Кадр первой видеопоследовательности, для которой результат использования гибридного метода дает выигрыш более чем на 2,2 пикселя*

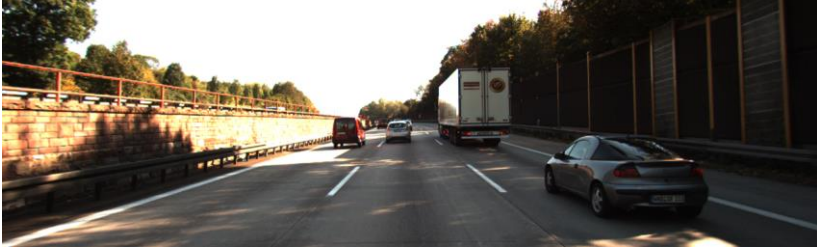


*Рис. 20. Кадр седьмой видеопоследовательности, для которой результат использования гибридного метода дает выигрыш более чем на 2,2 пикселя*



*Рис. 21. Кадр сто четвертой видеопоследовательности, для которой результат использования гибридного метода дает выигрыш более чем на 2,2 пикселя*





*Рис. 22. Кадр сто девяносто шестой видеопоследовательности, для которой результат использования гибридного метода дает выигрыш более чем на 2,2 пикселя*

## **5. Заключение**

В статье был апробирован метод конечномерных теорем отсчетов для вычисления производной цифрового изображения применительно к задаче отслеживания объекта в видеопотоке на основе алгоритма оптического потока Лукаса – Канаде на наборе данных KITTI Vision Benchmark Suite.

В соответствии с методом конечномерных теорем отсчетов для вычисления производной двумерного изображения было использовано дискретное преобразование Фурье, как альтернатива применению операторов Щаара и Собеля.

Предложен гибридный метод расчета производной изображения, основанный на использовании оператора Щаара и преобразования Фурье в соответствии с выполнением правила однотонности и превышения порогового значения погрешности.

Эксперименты на реальных видеопотоках показали увеличение точности расчета оптического потока алгоритмом Лукаса-Канаде в случае использования метода конечномерных теорем отсчетов вместо оператора Щаара в среднем на 1%. Также использование преобразования Фурье поспособствовало увеличению количества успешно отслеженных точек в среднем на 3%. Однако преобразование Фурье для проведения расчетов оптического потока требует больше времени, чем оператор Щаара.

При использовании гибридного метода расчета производной изображения среднее значение погрешности по сравнению

с оператором Щаара уменьшилось на 2%. Среднеквадратическое отклонение погрешности по сравнению с оператором Щаара уменьшилось на 11,5%.

При рассмотрении видеопоследовательностей с лучшими значениями по средней погрешности для гибридного метода были определены следующие общие признаки: открытая местность, большое количество затененных областей или темных объектов.

Следует отметить, что применение метода конечномерных теорем отсчетов в составе гибридного метода расчета производной цифрового изображения позволило повысить среднюю точность расчета оптического потока всего на 2% в среднем по всем 200 видеопоследовательностям набора данных KITTI Vision Benchmark Suite. Однако на отдельных видеопотоках со слабым освещением и большим количеством затененных областей увеличение точности расчета оптического потока достигает 10%. Это связано с тем, что расчет производной с использованием преобразования Фурье вносит небольшое количество шумов, отбрасываемых контрастными объектами на изображении. Благодаря таким шумам метод расчета оптического потока Лукаса – Канаде более точно вычисляет перемещения пикселей в однотонных областях, двигаясь по ним, как по направляющим. В дальнейшем особый интерес представляет анализ возможностей применения метода конечномерных теорем отсчетов для вычисления оптического потока в условиях слабого освещения и низкой текстурированности окружающих объектов.

В перспективе исследование может быть расширено рассмотрением способов аппаратного ускорения вычислений прямого и обратного дискретных преобразований Фурье для уменьшения разницы в быстродействии по сравнению с применением оператора Щаара, а также изучением возможностей по увеличению точности отслеживания точек гибридным методом.

### **Литература**

1. ЛЫЧКОВ И.И., ТЕПЛУХИН Р.Г. *Применение конечномерных теорем отсчетов для отслеживания транспортных*

- средств* // Материалы III Международной научно-практической конференции «Интеллектуальные транспортные системы» – М., 2024. – С. 654–666.
2. ТЕРЕНТЬЕВ Е.Н., МАХНЮК М.В., БАЛАБАН Е.Д. и др. *Градиентная морфология в оценивании параметров объектов в изображениях* // Материалы 21-й Международной конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». – М., 2023. – Т. 13. – С. 56.
  3. ABOUTABIT N. *A new construction of an image edge detection mask based on Caputo – Fabrizio fractional derivative* // *The Visual Computer*. – 2021. – Vol. 37, No. 6. – P. 1545–1557.
  4. AL-QUDAH S., YANG M. *Large Displacement Detection Using Improved Lucas – Kanade Optical Flow* // *Sensors*. – 2023. – Vol. 23, No. 6. – P. 3152.
  5. ARORA S., MATHUR T., AGARWAL S. et al. *Applications of fractional calculus in computer vision: a survey* // *Neurocomputing*. – 2022. – Vol. 489. – P. 407–428.
  6. BOUGUET J.-Y. *Pyramidal implementation of the affine lucas kanade feature tracker description of the algorithm* // Intel Corporation. – 2001. – Vol. 5, No. 1–10. – P. 4.
  7. BOUMA H., VILANOVA A., BESCOS J.O. et al. *Fast and accurate Gaussian derivatives based on B-splines* // *Int. Conf. on Scale Space and Variational Methods in Computer Vision*. – Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. – 2007. – P. 406–417.
  8. BRADSKI G., KAEHLER A. *Learning OpenCV: Computer vision with the OpenCV library*. – "O'Reilly Media, Inc.", 2008. – 557 p.
  9. CAPUTO M., FABRIZIO M. *A new definition of fractional derivative without singular kernel* // *Progress in Fractional Differentiation & Applications*. – 2015. – Vol. 1, No. 2. – P. 73–85.
  10. CHEN D., SHENG H., CHEN Y. et al. *Fractional-order variational optical flow model for motion estimation* // *Philosophical Trans. of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 2013. – Vol. 371, No. 1990. – P. 20120148.

11. EGIDI N., GIACOMINI J., MAPONI P. et al. *An FFT method for the numerical differentiation // Applied Mathematics and Computation.* – 2023. – Vol. 445. – P. 127856.
12. FERRERA M., EUDES A., MORAS J. et al. *OV<sup>2</sup>SLAM: A fully online and versatile visual SLAM for real-time applications // IEEE Robotics and Automation Letters.* – 2021. – Vol. 6, No. 2. – P. 1399–1406.
13. GONZALEZ-ACUNA R.G., DAVILA A., GUTIERREZ-VEGA J.C. *Optical flow of non-integer order in particle image velocimetry techniques // Signal Processing.* – 2019. – Vol. 155. – P. 317–322.
14. KONG L., SHEN C., YANG J. *A lightweight network for fast optical flow estimation // IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA).* – IEEE, 2021. – P. 10310–10316.
15. KUMAR S.N., FRED A.L., KUMAR A.H. et al. *Medical image edge detection using Gauss Gradient operator // Journal of Pharmaceutical Sciences and Research.* – 2017. – Vol. 9, No. 5. – P. 695.
16. LAVIN-DELGADO J.E., SOLIS-PEREZ J.E., GOMEZ-AGUILAR J.F. et al. *Robust optical flow estimation involving exponential fractional-order derivatives // Optik.* – 2020. – Vol. 202. – P. 163642.
17. LIN J., ZHANG F. *R<sup>3</sup>LIVE: A Robust, Real-time, RGB-colored, LiDAR-Inertial-Visual tightly-coupled state Estimation and mapping package // Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA).* – IEEE, 2022. – P. 10672–10678.
18. MENZE M., GEIGER A. *Object scene flow for autonomous vehicles // Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.* – 2015. – P. 3061–3070.
19. NANDAL S., KUMAR S. *Fractional-order anisotropic diffusion for defogging of RGB images // Int. Journal of Image and Graphics.* – 2020. – Vol. 20. – No. 01. – P. 2050001.
20. SCHARR H. *Optimal filters for extended optical flow // Int. Workshop on Complex Motion – Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004.* – P. 14–29.

21. SHAH S.T.H., XUEZHI X. *Traditional and modern strategies for optical flow: an investigation* // SN Applied Sciences. – 2021. – Vol. 3, No. 3. – P. 289.
22. SHAKYA S., KUMAR S., GOSWAMI M. *Deep learning algorithm for satellite imaging based cyclone detection* // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. – 2020. – Vol. 13. – P. 827–839.
23. SHARMIN N., BRAD R. *Optimal filter estimation for Lucas-Kanade optical flow* // Sensors. – 2012. – Vol. 12, No. 9. – P. 12694–12709.
24. SUN D., YANG X., LIU M.-Y. et al. *Pwc-net: Cnns for optical flow using pyramid, warping, and cost volume* // Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2018. – P. 8934–8943.
25. WINKLER J.R. *Error Analysis and Condition Estimation of the Pyramidal Form of the Lucas-Kanade Method in Optical Flow* // Electronics. – 2024. – Vol. 13, No. 5. – P. 812.

## **LUCAS – KANADE OPTICAL FLOW COMPUTATION BASED ON THE FINITE DIMENSIONAL SAMPLING THEORIES**

**Mais Farkhadov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (mais@ipu.ru).

**Rustam Teplukhin**, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, student (teplukhinrg@student.bmstu.ru).

**Alexander Abramenzkov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Research Fellow (aabramenzkov@asmon.ru).

**Alexander Abdulov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Research Fellow (aabdulov@asmon.ru).

**Igor Lychkov**, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, senior lecturer (lychkovi@bmstu.ru).

*Abstract: This paper considers Lucas – Kanade optical flow computation using the finite dimensional sampling theories based on Fourier transform. Such a procedure regards all image pixels for image derivative evaluation and is able to provide high accuracy of optical flow computation. This paper proposes a hybrid image differentiation method which combines the finite dimensional sampling theories with Scharr*

*operator in order to improve accuracy of optical flow computation. Experiments on optical flow computation for real videos on the basis of the finite dimensional sampling theories as well as the hybrid method have been conducted and their results are presented. Leveraging of the finite dimensional sampling theories allows to improve accuracy of optical flow computation for videos including poor illumination and shaded regions. The research results can be applied in various computer vision tasks such as visual object tracking.*

Keywords: Lucas – Kanade optical flow, Scharr operator, Gauss gradient operator, discrete Fourier transform, image derivative.

УДК 004.932

ББК 16.631

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Л.Б. Рапопортом.*

*Поступила в редакцию 16.10.2024.*

*Опубликована 31.01.2025.*