УДК 519.816+519.852.67
ББК 22.18

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ, ОСНОВАННОЕ НА ПОЛУЧЕНИИ ОЦЕНОЧНОЙ ФУНКЦИИ В ВИДЕ ПОЛИНОМА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА[1]

Васильев С. Н.[2]
(Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления РАН, Москва)
Батурин В. А.[3]
(Учреждение Российской академии наук Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск)
Баянова Т. О.[4]
(Учреждение Российской академии наук Отдел региональных экономических исследований при Президиуме Бурятского научного центра СО РАН, Улан-Удэ)

Приведены некоторые результаты исследования в области многокритериального принятия решений. Оценочная функция для ранжирования альтернатив представлена в виде полинома третьего порядка. В качестве примера рассмотрена задача получения рейтинговых оценок преподавателей для принятия решений о стимулировании их труда.

---

[1] *Работа выполнена при поддержке Гранта президента РФ (№НШ – 1676.2008.1), Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 40.*
[2] *Станислав Николаевич Васильев, доктор физико-математических наук, академик РАН (Москва, ул. Профсоюзная, 65, тел. (495) 334-89-10).*
[3] *Владимир Александрович Батурин, доктор физико-математических наук, профессор (rozen@icc.ru).*
[4] *Туяна Очировна Баянова, младший научный сотрудник (bayanova5@rambler.ru).*

Ключевые слова: многокритериальное принятие решений, оценочная функция, рейтинг, нелинейная свертка.

1. Введение

Задачи многокритериального принятия решений на сегодняшний день можно встретить в любой предметной области. В качестве альтернативных вариантов решений могут выступать различные конкурирующие объекты: проекты, сценарии, системы, виды продукции и т. д. Выбор той или иной методики зависит от объема и типа исходной информации, доступной для анализа.

В данной работе рассматривается класс задач многокритериального принятия решений в условиях определенности, когда выбор (или упорядочивание) альтернатив осуществляется одним лицом (экспертом). При этом критерии, по которым оцениваются альтернативы, должны быть независимыми друг от друга и иметь количественные оценки по всему множеству альтернатив. Эксперт или лицо, принимающее решение (ЛПР), должен быть в состоянии оценить некоторые пары альтернатив по предпочтительности или эквивалентности.

Одним из хорошо известных и широко используемых подходов к количественному упорядочению альтернатив является построение некоторой оценочной функции, каковой выступает, например, линейная или мультипликативная свертка частных критериев предпочтительности альтернативных решений. Обычными существенными недостатками методов такого подхода являются необходимость назначения коэффициентов значимости (весов) частных критериев предпочтительности, неограниченная компенсируемость плохих оценок по одним критериям высокими оценками по другим, невозможность учета взаимного влияния факторов и некоторые другие [3, 4].

В работе [1] был предложен метод, в котором оценочная функция строится в классе полиномов второго порядка. Этот метод показал свою эффективность и преимущества по сравнению с линейным случаем; прикладные аспекты этого метода отражены в работе [2]. В данной статье предлагается метод, свободный от основных недостатков и обеспечивающий построение оценочной функции в виде полинома третьего порядка.

Конечно, нельзя ожидать значительного эффекта от применения полинома третьего порядка. Здесь уместна аналогия с применением методов решения экстремальных задач: на первом этапе применяются градиентные методы, а решение уточняется методами ньютоновского типа. Применение полиномов третьего порядка можно рассматривать как методику уточнения полученных результатов другими схемами, хотя и без их применения использование полиномов третьего порядка имеет самостоятельный интерес и значение.

2. Постановка задачи

Рассматривается классическая задача многокритериального принятия решений.

Пусть $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ – множество альтернативных вариантов решений, $f: X \to R^m$ – векторный критерий предпочтительности альтернатив, каждая компонента которого $f_j: X \to R^1$ суть количественная оценка предпочтительности по j-ому частному критерию. Тогда $f(x_i) = (f_1(x_i), f_2(x_i), \ldots, f_m(x_i))$ – векторная оценка i-той альтернативы по m критериям, $i = 1, \ldots, n$.

Обозначим через $\nu(x_i) = (\nu_1(x_i), \nu_2(x_i), \ldots, \nu_m(x_i)) \in [0, 1]^m$, $i = 1, \ldots, n$, вектор нормированных оценок для i-той альтернативы по вектору критериев f. Для нормировки критериев зададим следующее отображение

$$(1) \quad \nu_j(x_i) = \frac{f_j(x_i) - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, \; i = 1, \ldots, n, \; j = 1, \ldots, m,$$

где $f_j^{\min} = \min\left\{f_j(x_1), \ldots, f_j(x_n)\right\}$, $f_j^{\max} = \max\left\{f_j(x_1), \ldots, f_j(x_n)\right\}$.

При этом будем считать, что большее значение предпочтительнее.

Требуется: построить решающее правило, на основе которого ЛПР сможет упорядочить альтернативы. В виде такого решающего правила будем рассматривать оценочную функцию φ: $[0, 1]^m \to [0, 1]$, позволяющую получить соответствующие оценки альтернатив $\varphi(v(x_i)) = \varphi(v_1(x_i), v_2(x_i), \ldots, v_m(x_i))$, $i = 1, \ldots, n$, ранжирующие альтернативы по предпочтительности: большее значение оценки соответствует большей предпочтительности.

3. Построение функции эффективности

В [1] было предложено рассматривать оценочную функцию в классе линейно-квадратичных полиномов (полиномов второго порядка):

$$(2)\quad \varphi(v) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i v_i + \sum_{\substack{i,\, j=1 \\ j \ge i}}^{m} \alpha_{ij} v_i v_j ,$$

где α_0, α_i, α_{ij} не запрашиваются у эксперта (или ЛПР), а вычисляются на основе информации о некоторых нетривиальных попарных сравнениях альтернатив по предпочтительности. Разумеется, предполагается, что эксперт в состоянии сравнить попарно лишь некоторые из альтернатив отношениями “~” – эквивалентно, “$\succ$” – не хуже, “$\prec$” – не лучше. Нетривиальность сравнения состоит в умении сопоставить по предпочтительности две альтернативы x_k и x_l с такими векторными критериальными оценками $\nu(x_k)$ и $\nu(x_l)$, когда $\nu(x_k)$ не доминирует над $\nu(x_l)$ по всем компонентам; иначе говоря, не идет речи о сравнении в тривиальной ситуации, когда $\nu_j(x_k) \ge \nu_j(x_l)$ $\forall j = 1, \ldots, m$ и ясно, что альтернатива x_k лучше, чем x_l, если справедливо дополнительное условие $\exists j \in 1, \ldots, m$, $\nu_j(x_k) > \nu_j(x_l)$, или эквивалента альтернативе x_l в противном случае. Задача отыскания коэффициентов функции φ сводится к решению вспомогательной задачи линейного программирования.

Ряд решенных практических задач показал, что для получения удовлетворительных результатов было достаточно 3-4 процедуры уточнения коэффициентов функции (2). В данной работе исследуется возможность и целесообразность распространения этих результатов на полиномы третьего порядка

$$\varphi(\nu) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \nu_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \ge i}}^{m} \alpha_{ij} \nu_i \nu_j + \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k \ge j \ge i}}^{m} \alpha_{ijk} \nu_i \nu_j \nu_k . \quad (3)$$

Общее количество коэффициентов, подлежащих отысканию, равно $m(m^2 + 6m + 11)/6$, где m – число критериев, по которым оцениваются альтернативы (здесь не учитывается α_0, так как оно известно: $\alpha_0 = 0$ в силу нормировки значений функции φ: $\varphi(0, \ldots, 0) = 0$).

Рассмотрим алгоритм отыскания коэффициентов функции (3).

Задача отыскания коэффициентов для (3) по сравнению с (2) в вычислительном отношении существенно усложняется, поскольку требование монотонности φ по ν_j, т. е. неотрицательности производной по ν_j, используемое в [1], порождает нелинейные ограничения. Это значит, что вспомогательная задача, о которой говорилось выше, превращается в задачу нелинейного программирования.

Чтобы избежать этого, сузим класс рассматриваемых задач до таких, где выполняется условие выпуклости или вогнутости функции φ по каждому аргументу ν_j. В случае выпуклости функции имеем ограничения линейного вида

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \nu_i^2} = 2\alpha_{ii} + 6\alpha_{iii}\nu_i + 2\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \ne i}}^{m} \alpha_{iij} \nu_j \ge 0 , \; i = 1, \ldots, m. \quad (4)$$

Это условие выражает увеличение темпов роста значений оценочной функции φ при одновременном росте значений вектора ν по всем компонентам.

В случае вогнутости функции ограничения примут вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \nu_i^2} = 2\alpha_{ii} + 6\alpha_{iii}\nu_i + 2\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \ne i}}^{m} \alpha_{iij} \nu_j \le 0 , \; i = 1, \ldots, m, \quad (5)$$

что означает замедление темпов роста значений оценочной функции при росте значений оценок альтернатив по критериям.

Первый случай (с условием (4)) применим для получения более высоких рейтинговых оценок лидирующими альтернативами, имеющими по всем критериям достаточно высокие оценки. Второй случай (с условием (5)) представляет собой стимулирование отстающих альтернатив и сдерживание лидеров. Система построения рейтинговых оценок в том или другом случае аналогична прогрессивной и регрессивной системам стимулирования труда соответственно. При этом решать, к какому случаю относится та или иная задача, может лишь ЛПР в зависимости от содержательного смысла задачи принятия решений.

Для выполнения условий (4), (5) необходимо, чтобы выполнялись соответствующие условия

(6) $$\min_{0 \le v_i \le 1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial v_i^2} \ge 0, \ i = 1, \ldots, m,$$

(7) $$\min_{0 \le v_i \le 1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial v_i^2} \le 0, \ i = 1, \ldots, m.$$

Аналогично алгоритму, описанному в [1, 2], каждый такой минимум достигается путем присвоения членам с положительными коэффициентами нижней границы изменения переменных, а членам с отрицательными коэффициентами – верхней. Поэтому системы (6), (7) эквивалентны системам ограничений, накладываемых непосредственно на коэффициенты функции φ:

(8) $\alpha_{ii} + (\delta^r, \alpha^i) \ge 0$ или $\alpha_{ii} + (\delta^r, \alpha^i) \le 0$,

$r = 1, \ldots, 2^m$, $i = 1, \ldots, m$,

где $\alpha^j = (\alpha_{1ii}, \alpha_{2ii}, \ldots, \alpha_{i-1ii}, 3\alpha_{iii}, \alpha_{iii+1}, \ldots, \alpha_{iim})$; δ^r – всевозможные m-мерные векторы с компонентами, равными нулю или единице.

Из нормировки значений самой функции φ вытекает упоминавшееся условие $\varphi(0, \ldots, 0) = 0$, а также $\varphi(1, \ldots, 1) = 1$, поэтому

(9) $\alpha_0 = 0, \ \sum_{i=1}^{m} \alpha_i + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} \alpha_{ijk} = 1.$

Для определения коэффициентов оценочной функции у экспертов запрашивается дополнительная информация.

Из всей совокупности альтернатив выбираются те пары альтернативы, например (x_d, x_l), которые эксперт может сравнить по предпочтительности, поставив им в соответствие один их трех знаков: “~” – эквивалентно; “>” – не хуже; а также “$\gg$” – лучше [2]. Сообщаемая экспертом информация приводит к соотношениям вида: $\Delta\varphi_{d,l} \approx 0$; $\Delta\varphi_{d,l} \geq 0$; $\Delta\varphi_{d,l} > 0$ соответственно. При этом

$$\Delta\varphi_{d,l} = \varphi\left(\nu(x_d)\right) - \varphi\left(\nu(x_l)\right) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i c_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^{m} \alpha_{ij} c_i c_j + \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k \geq j \geq i}}^{m} \alpha_{ijk} c_i c_j c_k,$$

где $c_i = \nu_i(x_d) - \nu_i(x_l)$, $c_{ij} = \nu_i(x_d)\,\nu_j(x_d) - \nu_i(x_l)\,\nu_j(x_l)$,
$c_{ijk} = \nu_i(x_d)\,\nu_j(x_d)\,\nu_k(x_d) - \nu_i(x_l)\,\nu_j(x_l)\,\nu_k(x_l)$.

В силу нормировки значений функции φ получаем:
(10) $0 \leq \Delta\varphi_{d,l} \leq 1$.

Для получения более точной оценки организуется итерационная процедура опроса эксперта [1], которая в конечном итоге приводит к соотношениям вида
(11) $0 \leq m_{d,l} \leq \Delta\varphi_{d,l} \leq M_{d,l} \leq 1$,
где $m_{d,l}$ и $M_{d,l}$ – соответственно нижняя и верхняя количественные оценки величины $\Delta\varphi_{d,l}$ для сравниваемых отношениями “>” и “$\gg$” альтернатив.

Таким образом, имеем систему уравнений и неравенств для определения коэффициентов α_i, α_{ij}, α_{ijk} $(i, j, k = 1, \ldots, m,\ k \geq j \geq i)$:

$$(12)\quad \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i+\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{m}\alpha_{ij}+\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{m}\alpha_{ijk}=1,\\ m_{d,l}\le\Delta\varphi_{d,l}\le M_{d,l},\\ \alpha_{ii}+(\delta^r,\alpha^i)\ge 0\,\text{èëè}\;\alpha_{ii}+(\delta^r,\alpha^i)\le 0,\,(r=\overline{1,2^m},i=\overline{1,m}). \end{cases}$$

С целью решения системы (12) можно максимизировать величину $\Sigma\Delta\varphi_{d,l}$, что приводит к максимальной «разрешающей способности» функции φ для пар альтернатив x_d, x_l, упорядоченных экспертом лишь отношениями “$\gg$” или “$\ll$”, как это было предложено в [2].

Таким образом, возникает следующая экстремальная задача: максимизировать линейную форму $\Sigma\Delta\varphi_{d,l}$ по множеству значений параметров α_i, α_{ij}, α_{ijk} ($i, j, k = 1, \ldots, m$, $k \ge j \ge i$), удовлетворяющих линейным ограничениям (12).

4. Пример

Рассмотрим множество альтернатив, представленное десятью преподавателями одного структурного подразделения: $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_{10}\}$.

В реальных рыночных условиях оплата труда преподавателей по единой тарифной сетке не всегда корректно отражает результативность их труда. Одним из решений проблемы является построение модели оплаты труда, базирующейся на комплексном подходе к оценке личного вклада сотрудников с помощью количественных и качественных показателей, отражающих профессионально-квалификационный уровень, деловые качества, участие в научной и методической работе, степень сложности выполняемых ими функций и заинтересованность в результатах труда структурного подразделения. Оценка деятельности преподавателя с помощью построения рейтинговых оценок порождает многокритериальную задачу принятия решений.

Будем оценивать успешность деятельности преподавателей по 6 критериям, каждый из которых имеет собственную шкалу значений:

f_1 – оценка научной работы, которая учитывает публикации научных монографий и статей, участие в конференциях и научно-исследовательских работах;

f_2 – оценка учебно-методической работы по разработке учебников, учебных и методических пособий, электронных изданий, разработке программ, планов, курсов лекций; этот критерий учитывает также повышение квалификации;

f_3 – оценка организационно-кадровой работы, которая учитывает исполнение работы декана, заместителя декана, заведующего кафедрой, ответственного за научно-исследовательскую работу преподавателей, студентов, ответственного за учебно-методическую работу, руководство научными и проблемными кружками, школами, кураторство, воспитательную работу в общежитии, работу в приемной комиссии, организацию конференций, школ, работу по подготовке студентов к олимпиадам и конференциям, руководство дипломниками, стажерами, аспирантами, соискателями и т. д.;

f_4 – оценка качества преподавания на основе мониторинга коллег и студентов;

f_5 – должностной «вес» преподавателя;

f_6 – объем учебной нагрузки.

Функция $K_i = \varphi(v(x_i)) = \varphi(v_1(x_i), v_2(x_i), \ldots, v_6(x_i))$, представляет собой рейтинговую оценку преподавателя.

Представленную задачу отнесем к классу задач по построению выпуклых оценочных функций (с условием (4)) на базе предпочтений ЛПР, который хочет стимулировать работу преподавателей по всем 6 критериям одновременно.

Были получены данные по 10 преподавателям одной из кафедр Бурятского государственного университета.

Таблица 1. Нормированные оценки преподавателей по частным критериям

Преподаватель	Критерии					
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1	0,27	0,29	0,63	0,72	0,43	0,71
2	0,08	0,34	0,34	0,48	0,43	0,12
3	0,53	0,46	0,20	0,88	0,57	0,71
4	0,37	0,80	0,69	0,76	0,14	1,00
5	0,70	0,19	0,57	0,64	0,63	0,12
6	0,08	0,30	0,29	0,48	0,29	0,71
7	0,43	0,49	0,37	0,76	0,14	0,12
8	0,15	0,30	0,34	0,24	0,43	0,71
9	0,46	0,30	0,00	0,60	0,29	0,71
10	0,50	0,40	0,14	0,24	0,14	0,71

Для нахождения коэффициентов функции эксперту было предложено сравнить преподавателей по предпочтительности.

Таблица 2. Информация, предоставленная экспертом

Исходная информация			
альтернатива	отношение предпочтения	альтернатива	количественная оценка
№3	$\gg$	№ 8	$\Delta\varphi_1 \in [0,\ 0{,}5]$
№5	$\gg$	№ 10	$\Delta\varphi_2 \in [0,\ 0{,}5]$
№1	$>$	№ 4	$\Delta\varphi_3 \in [0,\ 0{,}5]$
№4	$>$	№ 6	$\Delta\varphi_4 \in [0,\ 0{,}5]$
№6	$\sim$	№ 8	–
№7	$\sim$	№ 9	–

Для начала оценим предпочтительность альтернатив с помощью линейно-квадратичной функции (2). В ходе численного эксперимента была получена оценочная функция вида

$$\varphi^{(0)}(\nu) = 0,09\nu_4 + 0,73\nu_5 + 0,56\nu_4^2 - 0,02\nu_4\nu_5 - 0,36\nu_5^2 .$$

Но так как эксперт был неудовлетворен значениями величин $\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$ для сравниваемых им пар альтернатив x_d, x_l, был запущен итерационный процесс коррекции коэффициентов функции. В конечном итоге, после двух коррекций, была получена оценочная функция вида:

$$\varphi^{(2)}(\nu) = 0,31\nu_1 + 0,24\nu_3 + 0,47\nu_5 - 0,04\nu_1^2 - 0,24\nu_1\nu_3 +$$
$$+0,25\nu_4^2 - 0,23\nu_5^2 + 0,24\nu_5\nu_6 .$$

Таблица 3. Коррекции, сообщаемые экспертом после каждой итерации

Исходная информация					Первая корректировка		Вторая корректировка	
альтернатива d	отн-е предпочт.	альтернатива l	$\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	$\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	$\Delta\varphi_{d,l}^{(2)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(2)}$
№3	$\gg$	№8	0,50	Завышена	0,40	Завышена	0,29	Удовлетв.
№5	$\gg$	№10	0,45	Завышена	0,40	Завышена	0,30	Удовлетв.
№1	$>$	№4	0,11	Удовлетв.	0,10	Удовлетв.	0,10	Удовлетв.
№4	$>$	№6	0,13	Занижена	0,15	Удовлетв.	0,14	Удовлетв.

В итоге получаются следующие индивидуальные оценки преподавателей с помощью линейно-квадратичной функции предпочтения альтернатив на каждом шаге итерации.

Решим ту же задачу методом нелинейной свертки критериев с помощью полинома третьего порядка при прежних предпочтениях эксперта (см. табл. 2). Получится оценочная функция вида

$$\varphi^{(0)}\left(v\right)=0,83v_1v_3+0,54v_1v_4+0,29v_1v_5+0,3v_4^2+0,36v_4v_5+0,12v_4v_6+$$
$$+0,4v_5^2-0,54v_1v_3v_4-0,29v_1v_3v_5-0,3v_1v_4^2-0,25v_1v_4v_5-0,29v_1v_5^2+$$
$$+0,06v_4^2v_5-0,11v_4v_5^2-0,12v_4v_5v_6.$$

Полученные значения оценочной функции для множества альтернатив были предоставлены эксперту для анализа величины $\Delta\varphi_{d,l}$ по всем сравниваемым альтернативам, после чего отправлены на коррекцию.

Таблица 4. Значения функции эффективности на множестве альтернатив

Преподаватель	После нулевой итерации $\varphi^{(0)}(v)$	После первой коррекции $\varphi^{(1)}(v)$	После второй коррекции $\varphi^{(2)}(v)$
1	0,59	0,56	0,55
2	0,41	0,36	0,33
3	0,80	0,69	0,66
4	0,48	0,46	0,45
5	0,60	0,56	0,56
6	0,35	0,31	0,31
7	0,48	0,42	0,39
8	0,30	0,29	0,36
9	0,43	0,37	0,39
10	0,15	0,16	0,26

Получается функция, которая уже после первого шага коррекции удовлетворила эксперта:

$$\varphi^{(1)}\left(v\right)=0,14v_1+0,3v_3+0,14v_5-0,14v_1v_3+0,15v_1v_4-0,14v_1v_5+$$
$$+0,31v_1v_6+0,08v_2v_5+0,15v_4^2+0,44v_4v_5+0,14v_5^2+0,16v_5v_6+$$
$$+0,22v_1v_3v_5-0,16v_1v_3v_6-0,15v_1v_4^2-0,15v_1v_4v_6-0,08v_1v_5v_6-$$
$$-0,16v_2v_5v_6+0,08v_2v_5^2-0,3v_3v_4v_5+0,08v_3v_5v_6+0,03v_4^2v_5-0,14v_4v_5^2.$$

Таблица 5. Коррекции, сообщаемые экспертом

Исходная информация						Первая коррекция	
альтернатива d	отношение предпочтения	альтернатива l	количественная оценка	$\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$	$\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$
№3	$\gg$	№8	$\Delta\varphi_1 \in [0, 0{,}5]$	0,50	Завышена	0,30	Удовлетв.
№5	$\gg$	№10	$\Delta\varphi_2 \in [0, 0{,}5]$	0,50	Завышена	0,30	Удовлетв.
№1	$>$	№4	$\Delta\varphi_3 \in [0, 0{,}5]$	0,01	Занижена	0,1	Удовлетв.
№4	$>$	№6	$\Delta\varphi_4 \in [0, 0{,}5]$	0,28	Завышена	0,14	Удовлетв.

Для сравнения оценки альтернатив, полученные с помощью двух оценочных функций (в классах полиномов 2-го и 3-го порядка), представлены в табл. 6. Хотя ранжирование альтернатив нередко, как и в этом примере, оказывается одинаковым, тем не менее, предложенный метод позволяет достичь удовлетворительных результатов за меньшее количество итераций, что подтверждается серией вычислительных экспериментов.

Полученные рейтинговые оценки можно применить для стимулирования работы преподавателей, рассчитав «цену» коэффициента, исходя из общей суммы фонда стимулирования труда:

$$(13)\quad C = \frac{FZP}{\sum_{i=1}^{n} K_i},$$

где C – «цена» единицы коэффициента; FZP – фонд денежных средств, направленных на стимулирование труда профессорско-преподавательского состава.

Таблица 6. Оценки альтернатив, полученные с помощью различных оценочных функций

Преподаватель	Критерии						Значения оценочной функции на множестве альтернатив	
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	Линейно-квадратичная функция предпочтения (после 2-ой коррекции)	Функция предпочтения в виде полинома 3-го порядка (после 1-ой коррекции)
1.	0,27	0,29	0,63	0,72	0,43	0,71	0,5512	0,5190
2.	0,08	0,34	0,34	0,48	0,43	0,12	0,3266	0,3180
3.	0,53	0,46	0,20	0,88	0,57	0,71	0,6588	0,6178
4.	0,37	0,80	0,69	0,76	0,14	1,00	0,4512	0,4190
5.	0,70	0,19	0,57	0,64	0,63	0,12	0,5630	0,5545
6.	0,08	0,30	0,29	0,48	0,29	0,71	0,3112	0,2759
7.	0,43	0,49	0,37	0,76	0,14	0,12	0,3854	0,3182
8.	0,15	0,30	0,34	0,24	0,43	0,71	0,3612	0,3178
9.	0,46	0,30	0,00	0,60	0,29	0,71	0,3915	0,3390
10.	0,50	0,40	0,14	0,24	0,14	0,71	0,2630	0,2545

Отыскание индивидуального размера стимулирования труда конкретного преподавателя (IR_i) осуществляется по формуле:
(14) $IR_i = K_iC$.

5. Заключение

Полученные результаты позволяют утверждать, что описанный метод нахождения коэффициентов оценочной функции в классе полиномов 3-го порядка позволяет решать поставленную задачу, а область его применимости очерчивается принятыми предположениями.

Метод свободен от ряда недостатков метода взвешенных сумм и ряда других методов свертки частных критериев [3, 4], хотя предполагает умение экспертов сравнить попрано некоторые не доминирующие друг друга альтернативы. В отличие от [1, 2] метод приводит к удовлетворительным ранжировкам альтернатив за меньшее число итераций.

Литература

1. ВАСИЛЬЕВ С. Н., СЕЛЕДКИН А. П. *Синтез функции эффективности в многокритериальных задачах принятия решений* // Известия АН СССР, Техническая кибернетика. – 1980. – №3. – С. 186-190;
2. ВАСИЛЬЕВ С. Н., СЕЛЕДКИН А. П., ШИРАПОВ Б. Д., ХАНДУЕВ П. Ж. *МЭПР: интерактивная система принятия управленческих решений в экономике региона* // Сб. «Оптимизация, Управление, Интеллект». – 2000. – №5(2). – С. 373-386.
3. КИНИ Р. Л., РАЙФА Х. *Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения.* М.: «Радио и связь», 1981.
4. ЛАРИЧЕВ О. И. *Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах.* М.: «Логос», 2000.

MULTICRITERION DECISION-MAKING BASED ON EVALUATION FUNCTION AS POLYNOM OF THE THIRD ORDER

Stanislav Vassilyev, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, academician (snv@ipu.ru).
Vladimir Baturin, Institute of systems dynamic and control theory SB RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (rozen@icc.ru).
Tuyana Bayanova, Regional economic efforts department of Buryat science center, Ulan-Ude (bayanova5@rambler.ru).

Abstract: The article contains some results of research in the field of multicriterion decision-making. Evaluation function for ranging alternatives as polynom of the third order is represented. As an example the task of getting ratings of teachers to decision-making on stimulation of their work is considered.

Keywords: multicriterion decision-making, evaluation function, rating, nonlinear convolution.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым