

УДК 62.50
ББК Ж 30

АДАПТИВНАЯ синхронизация нелинейных систем одного класса при ограниченной пропускной способности канала связи¹

Андриевский Б. Р.²

Фрадков А. Л.³

(Учреждение Российской академии наук Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург)

Предложен метод адаптивной синхронизации нелинейных систем Лурье с пассивируемой линейной частью через канал связи с ограниченной пропускной способностью и кодером первого порядка. Показано применение метода для адаптивной синхронизации хаотических систем Чуа. Получены численные характеристики процесса синхронизации при различной скорости передачи информации по каналу. Продемонстрирована возможность использования предложенного метода для передачи информации модуляцией хаотического сигнала.

Ключевые слова: адаптивная синхронизация, нелинейные системы, канал связи, информационные ограничения.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№06-08-01386, 08-01-00775) и Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых ученых и ведущих научных школ, проект НШ-2387.2008.1. Авторы признательны проф. Робину Дж. Эвансу (Robin J. Evans) из Университета Мельбурна за ряд предложений по теме работы и полезное обсуждение результатов.

² Андриевский Борис Ростиславич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, (bandri@yandex.ru).

³ Фрадков Александр Львович, доктор технических наук, заведующий лабораторией, (fradkov@mail.ru).

Введение

В последнее время среди специалистов в области систем управления наблюдается растущий интерес к задачам оценивания и управления, в которых существенны ограничения на информационные потоки между отдельными элементами системы (т.е. ограничения, вызванные конечной пропускной способностью каналов связи в системе). Подобные задачи возникают во многих технических приложениях, таких как навигационные системы, распределенные сенсорные сети, системы дистанционного наблюдения, и других. Рядом исследовательских групп проводится интенсивное изучение предельных возможностей решения задач управления при наличии указанных ограничений, см. например, работы [26, 30–32]. Задача управления с ограничениями информационных потоков рассматривается как в детерминистской [28], так и в стохастической [29] постановках. Ограниченность скорости передачи данных с использованием кодеров (квантователей) сигнала и его передачи по дискретному каналу связи, входящему в состав замкнутого контура, приводит к рассмотрению системы как *гибридной*, что усложняет исследование протекающих в ней процессов [24, 32].

В большинстве работ рассматриваются задачи управления и оценивания состояния для линейных стационарных систем, и лишь в немногих статьях [25, 27] рассматриваются нелинейные системы. В работе [27] предлагается общий и плодотворный подход к исследованию подобных систем, основанный на понятии *топологической энтропии при обратной связи* (ТЭОС) (*Topological Feedback Entropy*). В указанной работе получены условия, при выполнении которых для замкнутой дискретной системы, содержащей информационный канал с ограниченной пропускной способностью в обратной связи, обеспечивается инвариантность заданного компактного множества в пространстве состояний. Показано, что нижняя граница пропускной способности канала связи, при которой возможно решение задачи, совпадает с ТЭОС

разомкнутой системы (объекта управления).

Известные в настоящее время результаты достаточно полно охватывают задачи стабилизации систем относительно заданного состояния равновесия. Однако для других важных задач решения подобных вопросов еще не получено. Например, для задач слежения за задающим воздействием, в которых желаемое состояние объекта изменяется во времени, точной нижней границы для скорости передачи информации, при которой возможно стремление к нулю ошибки слежения, пока не найдено. Кроме того, известные публикации обычно опираются на использование весьма громоздких процедур кодирования–декодирования в канале связи. Поэтому представляется важным при нахождении точных теоретических границ допустимой пропускной способности канала связи учитывать возможности практической реализации оптимальных процедур кодирования–декодирования.

В ряде технических приложений (например, в распределенных сенсорных сетях или в системах дистанционного наблюдения) часто отсутствует возможность установить усовершенствованный датчик, включающий устройство оценивания состояния объекта, на стороне передатчика (например, на стороне объекта, за которым производится наблюдение), и только значения некоторого выходного процесса доступны измерению и передаче по каналу связи для последующей обработки. В данной работе рассматривается подобная ситуация и исследуются возможности и ограничения, которые возникают в ней при решении задачи оценивания состояния, если используется кодирующее устройство с глубиной памяти, равной единице. Выбор кодеров этого класса позволил выполнить как аналитическое исследование, так и численный анализ.

Решение задачи становится существенно более сложным для нелинейных систем, при неполноте измерений состояния, а также в условиях параметрической неопределенности модели объекта (модели источника сигнала). В частности, для

таких задач, как *частичная стабилизация*, или *стабилизация многообразий* почти ничего неизвестно относительно предельных возможностей по оцениванию состояния и управлению при ограниченной пропускной способности канала связи. Подобные проблемы возникают в задачах стабилизации предельных циклов и хаотических аттракторов [23], которые имеют большое значение для управления колебательными режимами в технических системах. К подобным задачам относятся задачи управления и оценивания состояния хаотических систем [3, 19], для которых характерна локальная неустойчивость всех траекторий. Однако аналитические оценки процессов в хаотических системах получены к настоящему времени только для некоторых случаев и без учета информационных ограничений, см., например, [10, 11, 20]. Развитие этих результатов требует привлечения изощренной математической техники. Дополнительные аналитические сложности возникают при наличии параметрической неопределенности, что заставляет иногда прибегать к методам адаптивного управления, реализация которых приводит к усложнению модели системы в целом. Наконец, следует учесть гибридный (непрерывно-дискретный) характер замкнутой системы, в составе которой имеются кодирующее–декодирующее устройства с цифровым каналом передачи данных.

В данной работе исследуется адаптивная синхронизация хаотических систем при наличии ограничений на скорость передачи информации в канале связи в предположении, что ряд параметров генератора сигнала («ведущей системы») неизвестен, и только выход (а не состояние) генератора измеряется. Для систем без учета информационных ограничений данная задача решалась в работах [12, 22] путем применения *адаптивных наблюдателей состояния*. Показана также возможность применения такого метода синхронизации для передачи сообщений модулированием хаотического сигнала. На основе публикаций [12, 21, 22] и недавно полученных результатов по неадаптивной синхронизации хаотических систем на основе

наблюдателей при информационных ограничениях [8, 17, 18] в данной работе находятся аналитические оценки характеристик замкнутой системы, а также приведены результаты численного исследования синхронизации хаотических систем Чуа с учетом ограниченной пропускной способности канала связи.

1. Постановка задачи и описание метода синхронизации

Рассмотрим нелинейную систему с неопределенными параметрами («генератор», или «ведущая система»), описанную следующими уравнениями состояния

$$(1) \quad \dot{x} = Ax + \varphi_0(y) + B \sum_{i=1}^m \theta_i \varphi_i(y), \quad y = Cx,$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния генератора; $y \in \mathbb{R}^l$ – вектор выходов (передаваемых через канал связи); $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_m]^T$ – вектор параметров генератора. Вид нелинейных зависимостей $\varphi_i(\cdot)$ ($i = 0, 1, \dots, m$), значения матриц A , C и вектора B считаются известными. Также считаем, что лишь значения выходного сигнала $y(t)$ (а не всего вектора состояния) могут быть измерены датчиками. Полагаем, что начальное состояние генератора $x_0 = x(0)$ также априорно неизвестно на стороне приемника (ведомой системы). Заметим, что для систем связи с модулированием хаотического сигнала вектор неизвестных параметров θ меняется во времени, и сигнал $\theta = \theta(t)$ является передаваемым сообщением, которое должно быть восстановлено приемником. Далее предполагается, что вектор $\theta(t)$ изменяется достаточно медленно по сравнению с другими процессами в системе, поэтому θ считается неизвестным постоянным вектором параметров ведущей системы.

Для достижения синхронизации между ведущей и ведомой системами используем метод построения адаптивных наблюдателей, изложенный в [1, 2, 4, 9, 21, 22], на основе которого получена следующая структура системы синхронизации [18].

Адаптивный наблюдатель состоит из *настраиваемого наблюдателя* и *блока адаптации (адаптора)*. Настраиваемый наблюдатель описывается уравнениями

$$(2) \quad \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi_0(y) + B \sum_{i=1}^m \hat{\theta}_i \varphi_i(y) + L(y - \hat{y}), \quad \hat{y} = C\hat{x},$$

где $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния наблюдателя; $\hat{y} \in \mathbb{R}^l$ – вектор выходных переменных; $\hat{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, m$ – скалярные настраиваемые параметры наблюдателя. Настройка параметров производится адаптором, для синтеза которого используется метод скоростного градиента [7]. Алгоритм адаптации имеет вид

$$(3) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_i(y - \hat{y})\varphi_i(y), \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

где коэффициенты $\gamma_i > 0$ – параметры алгоритма адаптации.

Алгоритм адаптивного наблюдателя (2), (3) отличается от предложенного в работе [22] тем, что в нем отсутствует адаптивная настройка обратной связи по ошибке $(y - \hat{y})$, вместо которой в (2) вводится линейная стационарная корректирующая связь $L(y - \hat{y})$, что позволяет уменьшить число настраиваемых параметров адаптивного наблюдателя (2), (3) по сравнению с рассмотренным в [22].

В присутствии ошибок канала связи между ведущей и ведомой системами (в которые могут также входить ошибки измерений, искажения в канале связи и ошибки кодирования, вызванные конечной пропускной способностью канала связи), измеряемый выход $y(t)$ искажается, что можно представить как изменение входа наблюдателя в виде

$$(4) \quad \bar{y}(t) = y(t) + \delta_y(t),$$

где через $\delta_y(t)$ обозначено общее искажение сигнала измерений в аддитивной форме. В этом случае предлагается использовать регуляризованную версию адаптивного наблюдателя, которая

описывается уравнениями

$$(5) \quad \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi_0(\bar{y}) + B \sum_{i=1}^m \hat{\theta}_i \varphi_i(\bar{y}) + L(\bar{y} - \hat{y}), \quad \hat{y} = C\hat{x},$$

$$(6) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_i(\bar{y} - \hat{y})\varphi_i(\bar{y}) - \alpha_i\hat{\theta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

где α_i – коэффициенты регуляризации.

В данной работе под синхронизацией понимается сходимость траекторий $x(t)$ и $\hat{x}(t)$, при которой достаточно мала ошибка синхронизации $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$. Вследствие ошибок в канале связи, стремление вектора $e(t)$ к нулю не может быть обеспечено, и цель синхронизации имеет смысл представить в виде

$$(7) \quad Q \leq \Delta_x,$$

где Δ_x – заданная верхняя граница асимптотического значения ошибки, а величина

$$(8) \quad Q = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\|,$$

является предельной ошибкой синхронизации.

Замечание 1. Хотя цель синхронизации (7) может быть формально отождествлена с целью стабилизации невязки $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ с заданной точностью Δ_x , имеется ряд существенных отличий между задачами стабилизации, слежения и синхронизации, что заставляет отнести эти задачи к разным классам [5, 13]. В отличие от задач стабилизации, целью которых является приведение всех переменных состояния в окрестность заданной точки (обычно – начала координат) и затуханию процессов в системе, при достижении синхронизации процессы в ведущей и ведомой системах продолжают, но протекают синхронно. Говоря математическим языком, здесь обеспечивается движение в окрестности *многообразия* $e \equiv 0$. В свою очередь, в задачах слежения задающее (командное)

воздействие является, как правило, внешним произвольным процессом, подчиняющимся определенным ограничениям (по амплитуде, скорости изменения, частотному диапазону и т. д.). В задачах синхронизации «задающее» воздействие $y(t)$ не произвольно, а генерируется ведущей системой, динамика которой в определенном смысле близка к динамике ведомой системы.

В данной статье рассматривается задача определения границ параметров системы и скорости передачи информации по каналу связи, при которых обеспечивается граница (7) на качество процесса синхронизации. Вопрос о принципиальной разрешимости задачи (7) для системы (1), (5), (6) исследован в [18] в предположении о равномерной ограниченности ошибки $\delta_y(t)$ (см. (4)):

$$(9) \quad \|\delta_y(t)\| \leq \Delta \quad \text{для всех } t \geq 0.$$

где Δ – некоторая известная константа.

Далее для простоты описания считаем выход скалярным, $l = 1$, $\gamma_i \equiv \gamma > 0$, $\alpha_i \equiv \alpha > 0$. Как показано в [18], если выполнены следующие условия:

- A1. Матрица коэффициентов передачи наблюдателя L такова, что передаточная функция

$$W_L(\lambda) = C(\lambda \mathbf{I} - A + LC)^{-1} B$$

строго пассивна, т. е. выполнены неравенства

$$\operatorname{Re} W_L(i\omega) > 0 \quad \forall \omega \geq 0,$$

$$(10) \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \operatorname{Re} W_L(i\omega) > 0.$$

- A2. Система (1) имеет ограниченное инвариантное множество $\Omega_\theta \subset \mathbb{R}^n$ при любом $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^m$, где Θ – множество возможных значений неопределенных параметров и $x(0) \in \Omega$.

А3. Функции $\varphi_i(y)$, $i = 0, 1, \dots, m$ ограничены и удовлетворяют условию Липшица в замкнутой Δ -окрестности Ω_θ , т. е. неравенства

$$(11) \quad |\varphi_i(y)| \leq L_\varphi, \quad |\varphi_i(y') - \varphi_i(y)| \leq L'_\varphi$$

выполнены при некоторых L_φ, L'_φ и всех $y = Cx$, $x \in S_\Delta(\Omega_\theta)$, где $S_\Delta(\Omega_\theta) = \{x : \exists z \in \Omega_\theta : \|x - z\| \leq \Delta\}$,

то существуют такие $C_1 > 0$, $C_2 > 0$, что для всех $\Delta > 0$ выбор параметров алгоритма $\alpha = \Delta^2$, $\gamma = C_2/\Delta^2$ гарантирует достижимость цели синхронизации (7) где

$$(12) \quad \Delta_x = C_1\Delta.$$

Замечание 2. Согласно версии теоремы о пассивации для наблюдателей [16], вектор L , удовлетворяющий условию AI , существует тогда, и только тогда, когда передаточная функция $W(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1}B$ является гиперминимальнофазовой (ГМФ), т. е. если многочлен $A(\lambda) \det W(\lambda)$ (где $A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$) – гурвицев (все его корни имеют отрицательные вещественные части), а матрица $G = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda W(\lambda)$ симметрична и

положительно определена. Для рассматриваемого здесь случая скалярного выхода, $l = 1$, передаточная функция $W(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1}B$ скалярна и выражается отношением многочленов $A(\lambda), B(\lambda)$: $W(\lambda) = B(\lambda)/A(\lambda)$. Тогда условие ГМФ означает, что числитель $B(\lambda)$ – гурвицев многочлен степени $n - 1$ с положительным коэффициентом при старшей степени [6].

Замечание 3. Заметим, что из условия ГМФ следует *обнаруживаемость* пары (A, C) . Действительно, если пара (A, C) не обнаруживаемая, то передаточная функция $W(\lambda) = B(\lambda)/A(\lambda)$ имеет совпадающие нули и полюса с положительными вещественными частями, что противоречит требованию гурвицевости многочлена $B(\lambda)$. Наблюдаемости пары (A, C) не требуется: при выполнении указанных выше условий ненаблюдаемые компоненты вектора ошибки предельно ограничены и цель (7) выполняется.

2. Процедуры кодирования

Рассмотрим сначала статический кодер (кодер без памяти) с равномерной дискретизацией на неизменном диапазоне значений.

Зададим вещественное число $M > 0$ и неотрицательное целое $\nu \in \mathbb{Z}$, в соответствии с которыми процедура кодирования определяется как масштабирующее отображение равномерного квантования по уровню $q_{\nu, M} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ следующим образом. Введем диапазон преобразования $\mathcal{I} = [-M, M]$ длиной $2M$ и шаг квантования длины $\delta = 2^{1-\nu}M$. Функцию кодирования (квантования) $q_{\nu, M}(y)$ определим после этого как

$$(13) \quad q_{\nu, M}(y) = \begin{cases} \delta \cdot \langle \delta^{-1}y \rangle, & \text{если } |y| \leq M, \\ M \operatorname{sign}(y), & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $\langle \cdot \rangle$ – функция округления до ближайшего целого, $\operatorname{sign}(\cdot)$ – сигнум-функция: $\operatorname{sign} y = \{1 \text{ при } y \geq 0 | -1 \text{ при } y < 0\}$. Очевидно, что $|y - q_{\nu, M}(y)| \leq \delta/2$ для всех y таких, что $|y| \leq M + \delta/2$ и все значения $q_{\nu, M}(y)$ принадлежат диапазону преобразования \mathcal{I} . Заметим, что интервал \mathcal{I} разбивается равномерно на 2^ν частей. Следовательно, количество элементов образа отображения $q_{\nu, M}$ равно $2^\nu + 1$, следовательно, каждое кодовое слово содержит $R = \log_2(2^\nu + 1)$ бит информации.

Итак, для рассматриваемого кодера происходит дискретизация (квантование по уровню) выхода источника сигнала (в нашем случае – генератора (1)) по формуле $\bar{y} = q_{\nu, M}(y)$. Мы предполагаем, что как кодирующее, так и декодирующее устройства работают на основе одной и той же информации, и, следовательно, сигнал \bar{y} однозначно восстанавливается декодером на основе полученного кодового слова.

В ряде статей, см. например [14, 24, 28, 30], описана более совершенная схема кодирования. Лежащая в основе этой схемы идея состоит в уменьшении параметра M ,

задающего диапазон преобразования, с одновременным заменой симметричного интервала \mathcal{I} на интервал \mathcal{Y}_{k+1} , который охватывает некоторую область относительно предсказанного по предыдущим измерениям значения выхода генератора y_{k+1} на $(k+1)$ -м шаге наблюдений, $y_{k+1} \in \mathcal{Y}_{k+1}$. Если длина интервала \mathcal{Y}_{k+1} мала по сравнению с полным диапазоном изменения выхода y , то можно уменьшить величину M и, следовательно, уменьшить шаг квантования δ , не увеличивая при этом количество бит информации, передаваемых по каналу связи в единицу времени. Для реализации этой идеи используются кодирующие устройства с памятью. Наличие переходных режимов в системе приводит к изменению параметра M во времени на каждом такте (шаге) k передачи данных, $M = M_k$, что соответствует изменению масштаба изображения в оптических системах. Такой подход позволяет повысить точность кодирования данных в установившемся режиме, в то же время предотвращая насыщение кодирующего устройства в начале процесса. Последовательность $\{M_k\}$ может быть рассчитана заранее и вводиться программно (так называемое «изменение масштаба, управляемое временем»), либо M_k могут вычисляться рекуррентно на основе текущих измерений («изменение масштаба, управляемое событиями») [24].

В данной работе используется простейший кодер такого типа, с глубиной памяти, равной единице, и программным изменением масштаба квантования. Рассмотрим подробнее соответствующую процедуру кодирования.

Кодирование и передача данных через канал связи происходит в дискретные моменты времени $t_k = kT_0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ – номер шага, T_0 – выбранный *интервал квантования по времени* (интервал выборки). Выходной сигнал $y(t)$ генератора (ведущей системы) измеряется чувствительным элементом и по формуле $y_k = y(kT_0)$ преобразуется в дискретную последовательность $\{y_k\}$. Введем последовательность значений *смещения* c_k ($k = 0, 1, 2, \dots$), имеющих нулевое начальное значение, $c_0 = 0$. На k -ом шаге работы кодер сравнивает текущее

значение y_k со смещением c_k , выработанным на предыдущем шаге и получает сигнал рассогласования $\partial y_k = y_k - c_k$. Этот сигнал затем подвергается квантованию по уровню с заданной разрядностью ν и текущим значением $M = M_k$ в соответствии с (13). Выходной сигнал кодера

$$(14) \quad \bar{\partial}y_k = q_{\nu, M_k}(\partial y_k)$$

передается через канал связи в виде символа, содержащего R бит информации из выбранного алфавита ⁴. Далее, смещение c_{k+1} и параметр масштаба M_k пересчитываются на основе имеющихся исходных данных и модели источника (генератора) сигнала $y(t)$. Предполагая, что выход генератора y изменяется мало на промежутке квантования по времени T_0 , т. е. что $y_{k+1} \approx y_k$, и используя временное изменение масштаба, можно предложить следующие алгоритмы пересчета параметров кодирующего устройства:

$$(15) \quad c_{k+1} = c_k + \bar{\partial}y_k, \quad c_0 = 0, \quad k = 0, 1, \dots,$$

$$(16) \quad M_k = (M_0 - M_\infty)\rho^k + M_\infty,$$

где $0 < \rho \leq 1$ – параметр затухания, M_∞ – асимптотически предельное значение M_k . Начальное значение M_0 должно быть достаточно большим, чтобы охватить всю область начальных значений выхода y_0 ⁵.

Уравнения (13), (14), (16) описывают алгоритм работы кодирующего устройства. Аналогичные соотношения

⁴ Фактически передается не само значение $\bar{\partial}y_k$, а его нормированная величина $\langle \delta^{-1} \bar{\partial}y_k \rangle$, которая при известных ν и M_k очевидным образом пересчитывается на приемном конце в $\bar{\partial}y_k$.

⁵ Это требование можно смягчить, если выходной сигнал генератора ограничен по модулю. Тогда, при $M_\infty > 0$, даже если $M_k < |y_k|$, за конечное время происходит «схватывание» сигнала $y(t)$ кодером. Следует правда учесть, что при малых M_k длительность переходного режима может оказаться недопустимо большой.

реализуются декодером: а именно, в нем вычисляются значения \tilde{c}_k , \tilde{M}_k на основе текущего потока кодовых слов, соответствующих переданным через канал связи значениям $\bar{\delta}y_k$ по формулам

$$(17) \quad \tilde{c}_{k+1} = \tilde{c}_k + \bar{\delta}y_k, \quad c_0 = 0, \quad k = 0, 1, \dots,$$

$$(18) \quad \tilde{M}_k = (M_0 - M_\infty)\rho^k + M_\infty.$$

В результате декодирующее устройство формирует на выходе сигнал

$$(19) \quad \tilde{y}_k = \tilde{c}_k + \bar{\delta}y_k,$$

который совпадает с квантованным сигналом \bar{y}_k (как указано выше, мы здесь учитываем только ограниченную пропускную способность канала связи, пренебрегая возможными искажениями и потерей информации в нем). Далее значение \tilde{y}_k «расширяется» экстраполятором нулевого порядка на весь интервал квантования по времени $[kT_0, (k+1)T_0)$ и на выходе декодирующего устройства формируется процесс непрерывного времени $\tilde{y}(t)$, являющийся входным сигналом второй, ведомой, подсистемы.

3. Оптимизация кодера

Установим теперь зависимость между скоростью передачи информации по каналу связи и гарантированно достижимой точностью работы пары кодирующее – декодирующее устройства в предположении, что скорость изменения сигнала $y(t)$ равномерно ограничена по модулю. Очевидно, точная оценка L_y для скорости $y(t)$ находится как $L_y = \sup_{x \in \Omega} |C\dot{x}|$, где \dot{x} получается

в соответствии с (1). Чтобы исследовать точность системы кодер – декодер, оценим верхнюю границу $\Delta = \sup_t |\delta_y(t)|$ ошибки

$\delta_y(t) = y(t) - \bar{y}(t)$ передачи данных по каналу связи. Рассмотрим промежуток квантования $[kT_0, (k+1)T_0)$. Очевидно, что при выбранной схеме кодирования величина $|\delta_y(kT_0)|$ не превосходит $\delta/2$. Кроме того, ошибка может возрасти внутри указанного интервала с момента kT_0 до $(k+1)T_0$ вследствие изменения $y(t)$. Величина этого изменения, исходя из сделанного выше предположения, не превосходит $\sup_{kT_0 < t < (k+1)T_0} |y(t) - y(kT_0)| \leq$

$$\int_{kT_0}^{(k+1)T_0} |\dot{y}(\tau)| d\tau \leq \int_{kT_0}^{(k+1)T_0} L_y d\tau = L_y T_0. \text{ Таким образом, на}$$

каждом интервале $[kT_0, (k+1)T_0]$ суммарная ошибка передачи данных удовлетворяет неравенству:

$$(20) \quad |\delta_y(t)| \leq \frac{\delta}{2} + L_y T_0$$

Неравенство (20) показывает, что для того, чтобы получить заданную точность Δ передачи данных, т. е. чтобы обеспечить выполнение неравенства $|\delta_y(t)| \leq \Delta$ для всех t , требуется, чтобы интервал квантования T_0 удовлетворял условию

$$(21) \quad T_0 < \frac{\Delta}{L_y}.$$

Далее, если условие (21) выполнено, то заданные границы ошибки кодирования гарантируются при правильно выбранном шаге квантования по уровню δ , а именно – при соблюдении условия $\delta < 2\Delta - 2L_y T_0$. Отсюда мы получаем нижнюю границу для скорости передачи информации в битах в секунду ⁶ :

⁶ Напомним, что скорость передачи информации связана с диапазоном кодирования и интервалом квантования соотношением $R = \log_2 \left(\frac{2M}{\delta} + 1 \right)$.

значение R должно удовлетворять неравенству

$$(22) \quad R \geq \log_2 \left(\frac{M}{\Delta - L_y T_0} + 1 \right).$$

Таким образом, кодер, имеющий величину диапазона кодирования, равную $2M$, шаг квантования по уровню δ и длительность интервала дискретизации по времени T_0 , обеспечивает общую ошибку, ограниченную по модулю заданной величиной Δ , если выполнено неравенство (21) и скорость передачи информации удовлетворяет условию (22). Из неравенств (21), (22) следует также, что при достаточно малом T_0 и достаточно большой R можно достичь произвольно малой заданной границы ошибки Δ .

Оптимизируем теперь параметры кодера с тем чтобы получить наименьшую возможную для заданной пропускной способности R канала связи границу ошибки Δ или чтобы при заданной Δ минимизировать потребное значение R . Как следует из (22), уменьшение диапазона кодирования $2M$ приводит к снижению количества бит передаваемой за единицу времени информации R и, следовательно, потребной пропускной способности канала связи R^* . С другой стороны, чтобы предотвратить насыщение кодирующего устройства, величина M не должна быть меньше чем $\sup_{k \in \mathbb{Z}} |\delta_y(kT_0)| - \delta/2 = \Delta - \delta/2$.⁷

Принимая во внимание, что $\delta = 2^{1-\nu}M$, получим следующую формулу для наименьшего допустимого M :

$$(23) \quad M = \frac{2^\nu}{2^\nu + 1} \Delta.$$

Замечание 4. В начальной стадии работы системы величина ошибки $|\delta_y|$ может превосходить границу Δ из-за того, что

⁷ См. сноску 5 на стр. 59.

начальное значение $y(0)$ неизвестно. Это приводит к появлению переходных режимов в поведении системы. На этой стадии может быть эффективно использована описанная выше процедура изменения масштаба, что приводит к следующему рецепту выбора параметров закона (16):

$$(24) \quad M_0 = M_y, \quad M_\infty = \frac{2^\nu \Delta}{2^\nu + 1},$$

где $M_y = \sup_{x_0 \in \Omega} |y(t)|$.

Оптимизируем теперь кодер по интервалу выборки T_0 .

Рассмотрим установившийся режим, в котором на каждом промежутке $t \in [kT_0, (k+1)T_0)$ считаем выполненным неравенство $|y(t) - c_k| \leq \Delta$. Пусть M находится из соотношения

$$(23). \text{ Введем величину } \varepsilon \text{ по формуле } \varepsilon = \frac{L_y T_0}{\Delta} \text{ (очевидно, что}$$

$0 < \varepsilon < 1$), и запишем нижнюю границу R^* для R в виде

$$(25) \quad R^* = \log_2 \left(\frac{2^\nu}{(2^\nu + 1)(1 - \varepsilon)} + 1 \right).$$

Введя величину скорости передачи информации в *битах в секунду*

как $\bar{R} = \frac{R}{T_0}$ и ее нижнюю допустимую по точности границу \bar{R}^* ,

из выражения (25) получим, что

$$(26) \quad \bar{R}^* = \frac{L_y}{\varepsilon \Delta} \log_2 \left(\frac{2^\nu}{(2^\nu + 1)(1 - \varepsilon)} + 1 \right).$$

Теперь задача оптимизации кодера сводится к следующей задаче минимизации: определить пару (ε^*, ν^*) из условия

$$(\varepsilon^*, \nu^*) = \arg \min_{\substack{\varepsilon \in (0,1) \\ \nu \in \mathbb{Z}}} \bar{R}(\varepsilon, \nu). \text{ Так как правая часть (26)}$$

строго возрастает по ν , то оптимальным значением ν будет минимально возможное, а именно $\nu^* = 0$. Это означает, что двоичное кодирование дает оптимальную (минимальную) скорость передачи данных $R^* = 1$ бит на шаг, откуда следует, что $M^* = \delta/2$ является оптимальным значением M (заметим, что сейчас рассматривается установившийся режим), и что знаковая функция является оптимальной функцией преобразования кодера:

$$(27) \quad \bar{y} = \frac{\delta}{2} \text{sign } y.$$

Для оптимального значения ν выполнено соотношение $\bar{R}^* = \frac{L_y}{\Delta} r(\varepsilon)$, где

$$(28) \quad r(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \log_2 \left(\frac{1}{2(1-\varepsilon)} + 1 \right).$$

Введем величину $r^* = \min_{0 < \varepsilon < 1} r(\varepsilon)$. Нетрудно показать, что этот минимум, удовлетворяющий трансцендентному уравнению $\frac{dr(\varepsilon)}{d\varepsilon} = 0$, существует. Решая задачу одномерной минимизации численно, получим $r^* = r(\varepsilon^*) \approx 1,688$, где $\varepsilon^* \approx 0,5923$.

Таким образом, оптимальный интервал квантования по времени T_0^* определяется выражением

$$(29) \quad T_0^* = \varepsilon^* \frac{\Delta}{L_y}.$$

Так как для бинарного кодирующего устройства скорость передачи информации по каналу связи в битах в секунду

находится из выражения $\bar{R}^* = \frac{1}{T_0}$, то, с учетом (29), наименьшая скорость передачи информации будет

$$(30) \quad \bar{R}^* = r^* \frac{L_y}{\Delta},$$

и эта граница является необходимой для кодеров рассматриваемого класса.

Замечание о других классах кодеров. Предельные значения ошибки синхронизации для более сложных схем кодирования будут отличаться от полученных; может быть использован кодер первого порядка с линейной экстраполяцией сигнала или кодер n -го порядка с прогнозирующей моделью генератора.

В качестве варианта использования усовершенствованных кодеров можно рассмотреть ситуацию, при которой допускается использование на стороне передатчика наблюдателя состояния полного порядка, а также имеется возможность передавать сообщение параллельно по n каналам или по одному каналу в режиме разделения времени. Тогда через канал связи может быть передан n -мерный вектор оценок состояния генератора $\hat{x}(kT_0)$, который используется кодирующим–декодирующим устройствами для формирования прогноза $\hat{x}((k+1)T_0)$. Этот прогноз, в свою очередь, служит для вычисления $c_{k+1} = C\hat{x}((k+1)T_0)$. В таком случае ошибка предсказания бинарного кодера определяется скоростью расходимости близлежащих траекторий генератора. Тогда вместо соотношения (20) следует

использовать неравенство $\frac{\delta}{2} \exp(hT_0) < \Delta$, где $h > 0$ –

наибольшая ляпуновская экспонента хаотического генератора.

Это соотношение приводит к неравенству $T_0 < \frac{\ln(2\|C\|)}{h}$, которое

следует использовать в таком случае вместо границы (21). Для скорости передачи сообщения тогда получаем вместо нижней

границы $R^* > \frac{L_y}{\Delta}$ неравенство $R^* > \frac{h}{\ln(2\|C\|)}$, вытекающее из

(21). Это значит, что при выполнении условия $R^* > \frac{h}{\ln(2\|C\|)}$,

верхняя граница для ошибки передачи данных Δ уменьшается на

каждом интервале квантования $[kT_0, (k+1)T_0)$ в $\frac{h}{R^* \ln(2\|C\|)}$ раз

и, следовательно, экспоненциально стремится к нулю.

4. Пример. Адаптивная синхронизация систем Чуа

В данном параграфе приводятся результаты численного исследования предложенного метода синхронизации при ограниченной пропускной способности канала связи на примере адаптивной синхронизации хаотических систем Чуа.

Рассматривается задача синхронизации, в которой как ведущая система (генератор), так и ведомая (приемник) реализованы в виде систем Чуа [1, 3, 15, 22].

Уравнения ведущей системы. Ведущая система описывается следующими уравнениями:

$$(31) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = p(x_2 + x_1 + f(x_1) + \theta f_1(x_1)), \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -qx_2, \end{cases}$$

$$y(t) = x_1(t),$$

где $y(t)$ – выходной сигнал, измеряемый чувствительным элементом; $x = [x_1, x_2, x_3]^T \in \mathbb{R}^3$ – вектор состояния генератора; $f(\cdot), f_1(\cdot)$ – кусочно-линейные функции: $f(z) = m_0 z + 0,5(m_1 - m_0)f_1(z)$, $f_1(z) = |z + 1| - |z - 1|$; p, q, m_1, m_0 – известные (на стороне приемника) параметры генератора. Начальное состояние $x_0 = x(0)$ и параметр θ предполагаются априорно неизвестными.

Уравнения ведомой системы. Алгоритм адаптации.

Основываясь на результатах раздела 1, построим ведомую систему в виде адаптивного наблюдателя состояния. Тогда уравнения этой системы получаются в виде

$$(32) \quad \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = p(\hat{x}_2 + \hat{x}_1 + f(\bar{y}(t)) + \hat{\theta}(t)f_1(\bar{y}(t)) + l_1\varepsilon(t), \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_1 - \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + l_2\varepsilon(t), \\ \dot{\hat{x}}_3 = -q\hat{x}_2 + l_3\varepsilon(t), \end{cases}$$

$$\hat{y}(t) = \hat{x}_1(t), \quad \varepsilon(t) = \bar{y}(t) - \hat{y}(t),$$

где $\hat{x} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3]^T \in \mathbb{R}^3$ – вектор состояния ведомой системы. Входным сигналом для этой системы является $\bar{y}(t)$ – выход генератора сигнала, переданный через канал связи. Коэффициенты l_1, l_2, l_3 являются параметрами алгоритма, которые образуют (3×1) - матрицу обратной связи наблюдателя $L = [l_1, l_2, l_3]^T$; $\hat{\theta}(t)$ – настраиваемый параметр, который изменяется по алгоритму адаптации, приведенному ниже.

Заметим, что при «идеальном» канале связи, имеющем с неограниченную пропускную способность, вход ведомой системы совпадает с выходом генератора: $\bar{y}(t) = y(t)$. В нашем случае сигнал \bar{y} отличается от $y(t)$ из-за ограничений на скорость передачи информации.

Алгоритм адаптации (6) в рассматриваемом случае принимает вид

$$(33) \quad \dot{\hat{\theta}} = \gamma(\bar{y}(t) - \hat{y}(t))f_1(\bar{y}(t)) + \alpha(\hat{\theta}_0 - \hat{\theta}(t)),$$

где γ, α – параметры алгоритма; $\hat{\theta}_0$ – некоторая априорная оценка неизвестного параметра θ . Считаем, что $\hat{\theta}_0$ отличается

от истинного значения θ на некоторую (неизвестную) величину $\Delta\theta = \theta - \hat{\theta}_0$. Эта ошибка должна устраняться в процессе работы алгоритма адаптации. При реализации алгоритма (33) естественно взять $\hat{\theta}_0$ в качестве начального значения $\hat{\theta}$.

Очевидно, что система (32) имеет форму Лурье, в которой

$$(34) \quad A_L = \begin{bmatrix} -p - l_1 & p & 0 \\ 1 - l_2 & -1 & 1 \\ -l_3 & q & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Матрица коэффициентов передачи наблюдателя L должна быть выбрана так, чтобы обеспечить пассивность динамической системы $\dot{x} = A_L x + Bu$, $y = Cx$ с матрицами $A_L = A - LC$, B , C вида (34). Для проверки свойства пассивности, можно использовать технику *линейных матричных неравенств* (ЛМН). Численно также можно исследовать поведение кривой Найквиста – годографа частотной передаточной функции $W_L(j\omega) = C(j\omega I - A_L)^{-1}B$. Для рассматриваемой системы, с матрицами A_L , B , C вида (34), передаточная функция $W_L(\lambda)$ имеет вид:

$$(35) \quad W_L(\lambda) = \frac{\lambda^2 + \lambda + q}{A_L(\lambda)},$$

где $A_L(\lambda) = \lambda^3 + (1 + p + l_1)\lambda^2 + (q + pl_2 + l_1)\lambda + pq + l_3p + l_1q$.

Для вычисления матрицы L , используем *метод расположения полюсов* (метод *модального управления*), обеспечивающий совпадение характеристического многочлена $A_L(\lambda)$ системы (35) с заданным $\lambda^3 + d_1\lambda^2 + d_2\lambda + d_3$, который имеет желаемый набор коэффициентов d_1 , d_2 , d_3 . Очевидно, что вследствие наблюдаемости пары (A, C) соответствующая матрица L всегда найдется, но при этом параметры d_1 , d_2 , d_3 должны также обеспечивать свойство пассивности системы (35).

5. Результаты моделирования

Рассмотрим генератор Чуа (31), имеющий следующие параметры: $p=10,0$, $q=15,6$, $m_0=0,33$, $m_1=0,22$.

Для синтеза адаптивного наблюдателя (ведомой системы) (32), используем распределение Баттерворта (*Butterworth*) полюсов линейной части (35). Для системы третьего порядка это распределение дает характеристический многочлен вида $A_L(s) = s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3$, в котором параметр $\omega_0 > 0$ задает желаемое быстродействие наблюдателя (32). При выборе ω_0 также следует учесть требование строгой пассивности передаточной функции $W_L(\lambda)$. Численные вычисления кривой Найквиста по передаточной функции $W_L(\lambda)$ при различных значениях ω_0 показывают, что $W_L(\lambda)$ пассивна при $3,6 < \omega_0 < 9,6$. Для моделирования взято значение параметра $\omega_0 = 6$, при котором получаются следующие собственные числа λ_i наблюдателя (32): $\lambda_1 = -6,0$, $\lambda_{2,3} = -3,0 \pm 5,2j$, и матрица L обратной связи равная $L = [1,00, 5,54, 4,44]^T$.

Моделирование проводилось при следующих начальных условиях для состояния систем (31) и (32): $x_0 = [0,3, 0,3, 0,3]^T$ и $\hat{x}_0 = [0, 0, 0]^T$, соответственно, и для двух значений параметра θ системы (31): $\theta = 0,8$ и $\theta = 1,0$. Параметр $\hat{\theta}_0$ в алгоритме адаптации (33) взят равным $\hat{\theta}_0 = 0,9$. Коэффициенты α , γ алгоритма адаптации (33) приняты равными $\alpha = 0,02$, $\gamma = 0,2$.

При моделировании получены характеристики процесса адаптивной синхронизации через дискретный канал связи с двоичным кодером (27) (в (13), (14), (16) разрядность $\nu = 0$). Значение L_y – наибольшей по модулю величины скорости $\dot{y}(t)$ – взято равным $L_y = 30 \text{ с}^{-1}$ на основе предварительного анализа хаотического аттрактора системы Чуа (31). Моделирование выполнено для различных значений допустимой Δ ошибки передачи сигнала $y(t)$ по каналу связи. Значение M_0 в (24) взято $M_0 = 4$ на основе изучения поведения генератора сигнала. Интервал квантования по времени T_0 определялся при заданном L_y в зависимости от Δ из соотношения (29). Скорость передачи

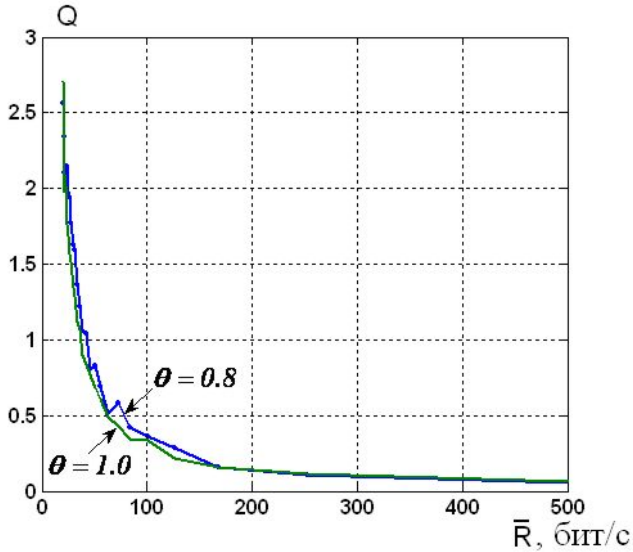


Рис. 1. Зависимости ошибки синхронизации Q от скорости передачи информации \bar{R} при $\theta = 0,8$ и $\theta = 1,0$.

информации по каналу связи \bar{R} в битах в секунду (в бодах) вычислялась через T_0 как $\bar{R} = T_0^{-1}$. Параметр ρ изменения масштаба кодера в уравнении (16) выбран зависящим от T_0 : $\rho = \exp(-0,1T_0)$, что соответствует времени установления переходного процесса для M_k около 30 с.

Моделирование проводилось на интервале длительностью 1500 с в программной среде MATLAB-Simulink методом Рунге-Кутта (4,5)-порядка (процедура ode45) с автоматическим выбором шага.

Результаты численного исследования системы представлены на рис. 1–13. На рис. 1 показана зависимость ошибки синхронизации Q от скорости передачи информации \bar{R} для значений $\theta = 0,8$ и $\theta = 1,0$. Как видно из графиков, ошибка синхронизации быстро возрастает, когда скорость передачи данных \bar{R} становится меньше 100 бод. Зависимости ошибки синхронизации Q от ошибки передачи информации в канале связи

Δ и относительной ошибки Q/Δ от Δ приведены на рис. 2 и рис. 3.

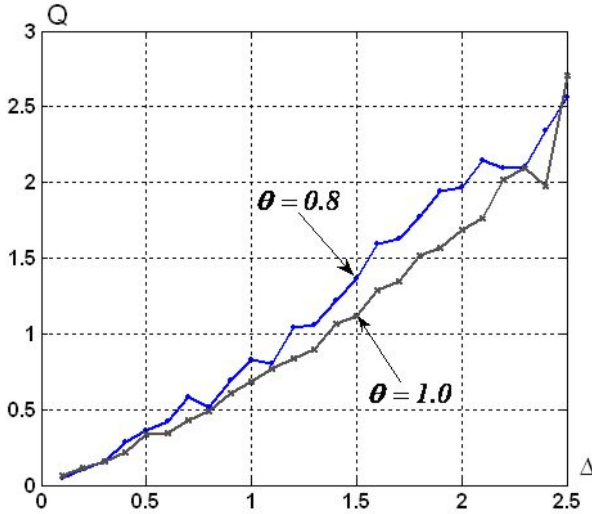


Рис. 2. Зависимости ошибки синхронизации Q от ошибки передачи информации в канале связи Δ при $\theta = 0,8$ и $\theta = 1,0$.

Для оценки качества работы адаптивной системы важна также величина параметрической ошибки. Для рассматриваемого класса систем это ошибка идентификации неизвестного параметра θ адаптивным наблюдателем. Охарактеризуем ее в среднеквадратическом смысле, т. е. введем величину

$$Q_{\theta} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T \|\theta - \hat{\theta}(t)\|^2 dt \right)^{1/2},$$

где T – выбранное время наблюдения за системой (время моделирования). На рис. 4 показаны зависимости относительной

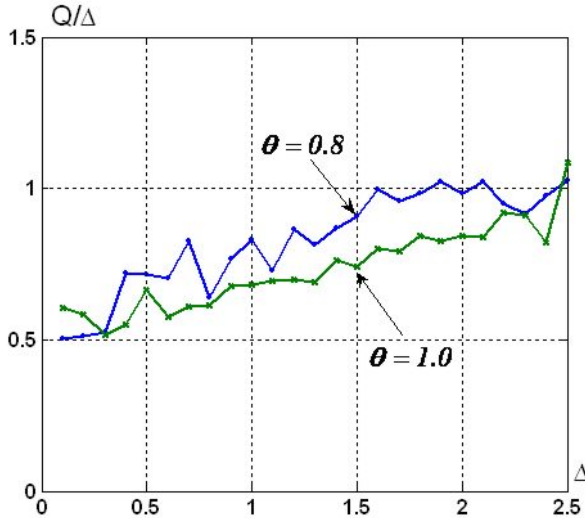


Рис. 3. Зависимости относительной ошибки Q/Δ от ошибки передачи информации в канале связи Δ при $\theta = 0,8$ и $\theta = 1,0$.

параметрической ошибки Q_θ/θ от скорости передаваемой по каналу связи информации. Принято $T = 1500$ с. Как видно из рис. 4, для рассматриваемой системы начиная со значений $\bar{R} \geq 200$ ошибка идентификации параметра θ практически не меняется. Это связано с тем, что регуляризованный алгоритм адаптации (алгоритм (6) при $\alpha \neq 0$) не обеспечивает сходимости к нулю ошибки идентификации $\|\theta - \hat{\theta}(t)\|$. Таким образом, с точки зрения адаптивной идентификации имеются «разумные» ограничения на объем передаваемых по каналу связи данных. Вместе с тем, из графиков видно, что ошибка идентификации для данного примера составляет $3 \div 5$ %, что является вполне приемлемым для многих технических приложений.

На рис. 5–7 показаны типичные графики процессов $y(t)$,

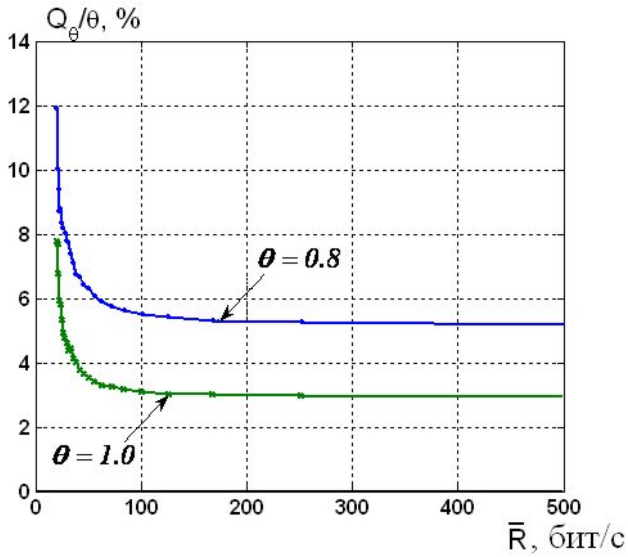


Рис. 4. Зависимости относительной параметрической ошибки Q_θ/θ от \bar{R} .

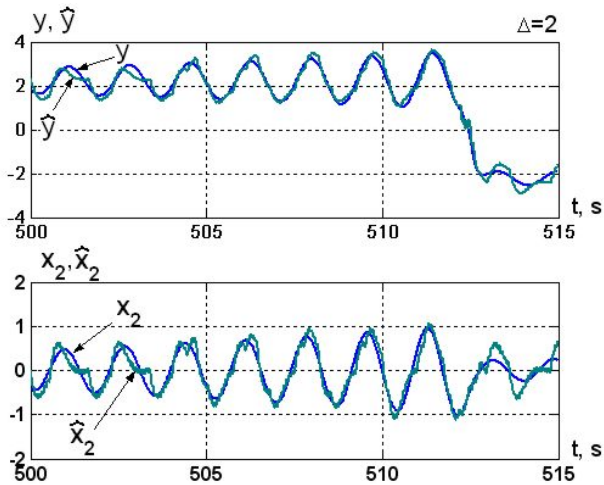


Рис. 5. Графики процессов в системах (31) и (32), (33) при $\Delta = 2$, $\bar{R} = 25$ бод.

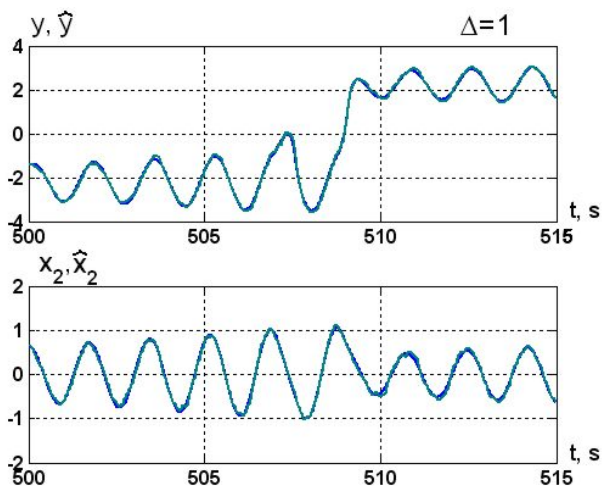


Рис. 6. Графики процессов в системах (31) и (32), (33) при $\Delta = 1, \bar{R} = 50$ бод.

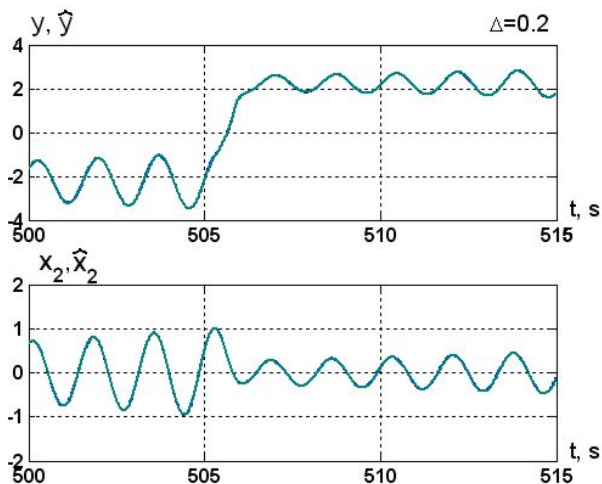


Рис. 7. Графики процессов в системах (31) и (32), (33) при $\Delta = 0,2, \bar{R} = 250$ бод.

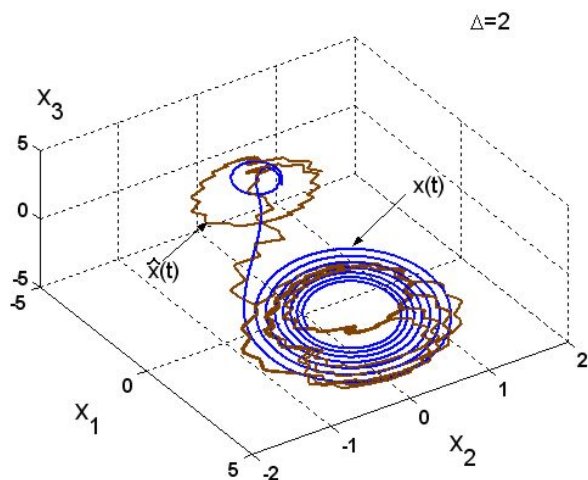


Рис. 8. Фазовые траектории генератора (31) и ведомой системы (32), $t \in [500, 510]$, $\theta = 0,8$, $\Delta = 2$.

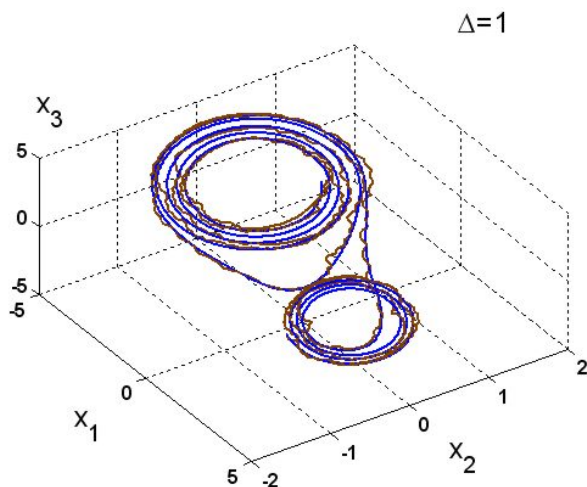


Рис. 9. Фазовые траектории генератора (31) и ведомой системы (32), $t \in [500, 510]$, $\theta = 0,8$, $\Delta = 1$.

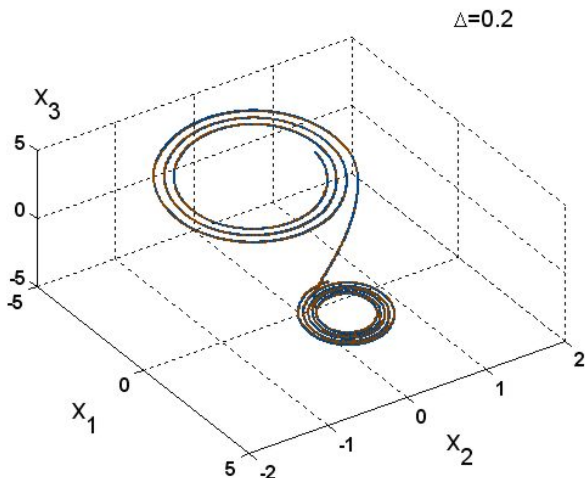


Рис. 10. Фазовые траектории генератора (31) и ведомой системы (32), $t \in [500, 510]$, $\theta = 0,8$, $\Delta = 0,2$.

$\hat{y}(t)$, $x_2(t)$, $\hat{x}_2(t)$ в системах (31) и (32), (33) при достаточно больших t (по окончании процесса адаптивной идентификации параметра θ). Принято значение параметра $\theta = 0,8$. Выбраны значения $\Delta = 0,2$; $1,0$; $2,0$, которым, согласно (24), (29), соответствуют $M_\infty = 0,1$; $0,5$; $1,0$, период дискретности $T_0 = 0,004$ с; $0,02$ с; $0,04$ с, число переданных бит в секунду $\bar{R} = 250$; 50 ; 25 бод. Соответствующие фазовые траектории в пространстве состояний генератора (31), совмещенном с пространством состояний ведомой системы (32), показаны на рис. 8–10.

Процесс адаптивной идентификации параметра θ ведущей системы при его изменении иллюстрируется рис. 11–13. При моделировании параметр $\theta = \theta(t)$ взят в форме «прямоугольной волны» с периодом 100 с и амплитудой, равной $0,1$ относительно смещения $\theta_0 = 0,9$. Остальные условия моделирования

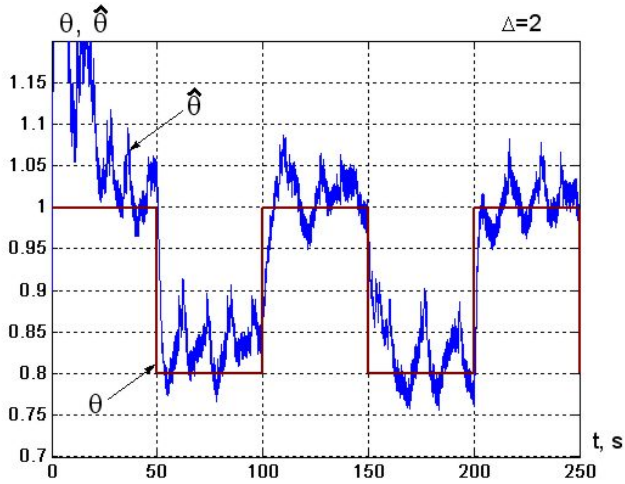


Рис. 11. Идентификация параметра $\theta(t)$, $\Delta = 2$, $\bar{R} = 25$ бод.

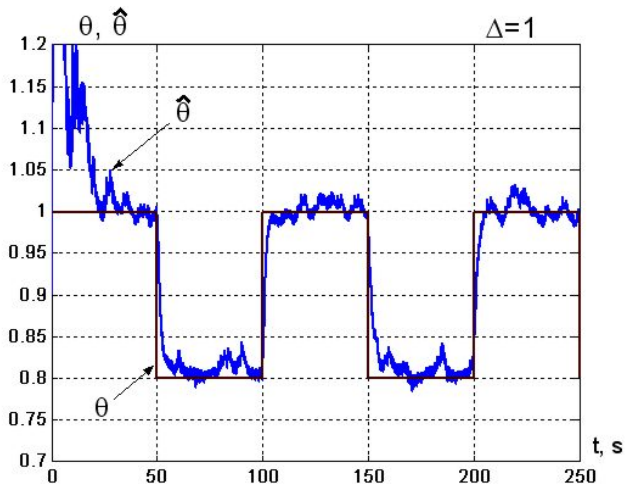


Рис. 12. Идентификация параметра $\theta(t)$, $\Delta = 1$, $\bar{R} = 50$ бод.

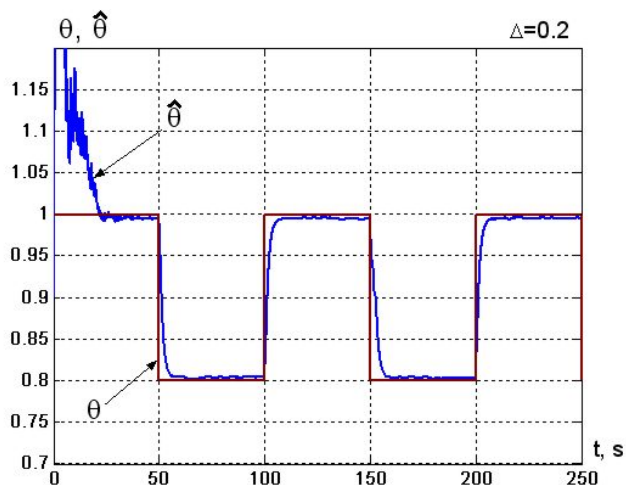


Рис. 13. Идентификация параметра $\theta(t)$, $\Delta = 0,2$, $\bar{R} = 250$ бод.

взяты прежними. Как видно из полученных графиков, время переходного процесса (время идентификации) параметра θ составляет менее 10 с, т. е. процесс адаптивной идентификации происходит в течение нескольких «характерных периодов» колебаний хаотического генератора (который можно оценить из рис. 5). Заметим также, что при малой скорости передачи информации по каналу ($\bar{R} = 25$ бод) можно только распознать, какое из двух значений параметра $\theta \in \{0,8, 1,0\}$ реализуется, в то время как при $\bar{R} = 200$ бод и выше точность идентификации оказывается достаточно высокой.

6. Заключение

В данной работе рассмотрена новая задача синхронизации хаотических систем на основе адаптивных наблюдателей при ограниченной пропускной способности канала связи между ведущей и ведомой системами. Новизна изложенных в работе результатов по сравнению с имеющимися публикациями по управлению при информационных ограничениях вытекает из

того, что:

1. Рассматривается задача синхронизации процессов, а не стабилизации.

2. Предельным множеством в пространстве состояний замкнутой системы является аттрактор, а не точка.

3. Исследуется глобальное, а не локальное поведение системы.

4. Через канал связи передается скалярный выход объекта, а не весь вектор состояния.

5. Исследуется система с кодером с памятью «единица» (а не с кодером полного порядка или кодером с бесконечной памятью).

6. Рассматривается случай нелинейной системы с параметрической неопределенностью.

Для перечисленных выше задач к настоящему времени не получено результатов по определению необходимых границ для скорости передачи информации. Нет также оснований предполагать возможности получения нулевой ошибки синхронизации. Моделированием выполнено численное исследование адаптивной синхронизации систем Чуа при параметрической неопределенности. Результаты моделирования позволяют получить количественные характеристики процессов в рассматриваемой гибридной системе.

Литература

1. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB*. – СПб.: Наука, 1999. – 467 с.
2. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р. ФРАДКОВ А. Л. *Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab (учебное пособие)*. – СПб.: Наука, 2001. – 286 с.
3. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Управление хаосом: Методы и приложения. Часть I: Методы* // Автоматика и телемеханика. – 2003. – Том 64, №5 – С. 3–45.

4. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Метод пассивации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №11 – С. 33-37.
5. УПРАВЛЕНИЕ МЕХАТРОННЫМИ ВИБРАЦИОННЫМИ УСТАНОВКАМИ / Б.Р. Андриевский, И.И. Блехман, Ю.А. Борцов и др. / Под ред. И.И. Блехмана и А.Л. Фрадкова. - Санкт-Петербург: Наука, 2001. - 278 с.
6. ФРАДКОВ А. Л. *Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта* // Автоматика и телемеханика. – 1974. – Том 35, №12 – С. 96–103.
7. ФРАДКОВ А. Л. *Схема скоростного градиента и ее применения в задачах адаптивного управления* // Автоматика и телемеханика. – 1979. – Том 9. – С. 90–101.
8. ФРАДКОВ А. Л., АНДРИЕВСКИЙ Б. Р. *Адаптивная синхронизация нелинейных систем* // Изв. вузов. Приборостроение. – 2007. – Том 50, №10 – С. 17–23.
9. ФРАДКОВ А. Л., АНДРИЕВСКИЙ Б. Р. *Метод пассивации в задачах адаптивного управления, наблюдения и синхронизации* /Нелинейные системы. Частотные и матричные неравенства. Под ред. А.Х. Гелига, Г. А. Леонова, А. Л. Фрадкова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – С. 52-499.
10. ХРЯЩЕВ С. М. *Оценка времени управления хаотических систем: Часть I* // Автоматика и телемеханика. – 2004. – Том 64, №10 – С. 1566–1579.
11. ХРЯЩЕВ С. М. *Оценка времени управления хаотических систем: Часть II* // Автоматика и телемеханика. – 2004. – Том 64, № 11 – С. 1782–1792.
12. ANDRIEVSKY B. *Adaptive synchronization methods for signal transmission on chaotic carriers* // Mathematics and Computers in Simulation. – 2002. – Vol. 58, №4-6. – P. 285–293.
13. BLEKHMAN I.I., FRADKOV A.L. , TOMCHINA O.P., BOGDANOV D.E. *Self-synchronization and controlled syn-*

- chronization: General definition and example design* // Mathematics and Computers in Simulation. – 2002. – Vol. 58, №4-6. – P. 367–384.
14. BROCKETT R., LIBERZON D. *Quantized feedback stabilization of linear systems* // IEEE Trans. Automat. Contr.. – 2000. – Vol. 45. – P. 1279–1289.
 15. DEDIEU H., KENNEDY M., HASLER M. *Chaos shift keying: modulation and demodulation of chaotic carrier using self-synchronized Chua's circuits* // IEEE Trans. Circ. Syst. II: Analog, Digital Signal Proc. – 1993. – Vol. 40, №10. – P. 634–642.
 16. EFIMOV D., FRADKOV A. L. *Adaptive tuning to bifurcation for time-varying nonlinear systems* // Automatica. – 2006. – Vol. 42, №3. – P. 417–425.
 17. FRADKOV A. L., ANDRIEVSKY B., EVANS R. J. *Chaotic observer-based synchronization under information constraints* // e-print ArXiv. – URL: www.arxiv.org. – 2005. – Vol. nlin.CD/0511010.
 18. FRADKOV A. L., ANDRIEVSKY B., EVANS R. J. *Adaptive observer-based synchronization of chaotic systems with first-order coder in presence of information constraints* // IEEE Trans. Circuits Syst. I. – 2008. – Vol. 55, №6. – P. 1685–1694.
 19. FRADKOV A. L., EVANS R. J. *Control of chaos: Methods, applications in engineering* // Annual Reviews in Control. – 2005. – Vol. 29, №1. – P. 33–56.
 20. FRADKOV A. L., KHRYASCHEV S. M. *How much control needs control of chaos* / Proc. 5th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2005). – 2005. – P. 1295–1302.
 21. FRADKOV A., MARKOV A. *Adaptive synchronization of chaotic systems based on speed gradient method, passification* // IEEE Trans. Circ. Syst, Part I. – 1997. – Vol. 10. – P. 905–912.
 22. FRADKOV A., NIJMEIJER H., MARKOV A. *Adaptive observer-based synchronization for communication* // Int. J. Bifurcations Chaos. – 2000. – Vol. 10, №12. – P. 2807–2813.

23. FRADKOV A., POGROMSKY A. *Introduction to control of oscillations and chaos*. – Singapore: World Scientific Publishers, 1998.
24. LIBERZON D. *Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals* // Automatica. – 2003. – Vol. 39. – P. 1543–1554.
25. LIBERZON D., HESPANHA J. *Stabilization of nonlinear systems with limited information feedback* // IEEE Trans. Autom. Control. – 2005. – Vol. 50, №6. – P. 910–915.
26. MATVEEV A., SAVKIN A. *An analogue of Shannon information theory for networked control systems: State estimation via a noisy discrete channel* / Proc. 43rd IEEE Conf. Dec. Control (CDC'04). IEEE Press, Piscataway, NJ. – 2004. – Vol. 4. – P. 4485–4490.
27. NAIR G., EVANS R., MAREELS I., MORAN W. *Topological feedback entropy, nonlinear stabilization* // IEEE Trans. Autom. Control. – 2004. – Vol. 49, №9. – P. 1585–1597.
28. NAIR G., EVANS R. *Exponential stabilisability of finite-dimensional linear systems with limited data rates* // Automatica. – 2003. – Vol. 39. – P. 585–593.
29. NAIR G., EVANS R. *Stabilizability of stochastic linear systems with finite feedback data rates* // SIAM J. Control Optim.. – 2004. – Vol. 43, №2. – P. 413–436.
30. TATIKONDA S., MITTER S. *Control under communication constraints* // IEEE Trans. Automat. Contr.. – 2004. – Vol. 49, №7. – P. 1056–1068.
31. WONG W., BROCKETT R. *Systems with finite communication bandwidth constraints – Part I: State estimation problems* // IEEE Trans. Automat. Control. – 1997. – Vol. 42, №9. – P. 1294–1299.
32. WONG W., BROCKETT R. *Systems with finite communication bandwidth constraints – Part II: Stabilization with limited information feedback* // IEEE Trans. Automat. Control. – 1999. – Vol. 44, №5. – P. 1049–1053.

ADAPTIVE SYNCHRONIZATION FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS UNDER DATA RATE LIMITATIONS OF THE COMMUNICATION CHANNEL

Boris Andrievsky, Dr.Sc., Leading Research Fellow
(bandri@yandex.ru).

Alexander L. Fradkov, Dr.Sc., Head of the Lab (Institute for
Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint Petersburg, 61,
V.O. Bolshoy Av., (812) 321-47-66, fradkov@mail.ru)

Abstract: Adaptive synchronization method for a class of nonlinear Lur'e systems having paccifiable linear part under the limited-band communication channel and a first-order coder is proposed. An application of the proposed method by the example of adaptive synchronization of chaotic Chua systems is presented. Quantitative measures of synchronization process for different data rates of the channel are obtained. Availability of the proposed method for information transmission based on chaotic signal modulation is demonstrated.

Keywords: adaptive synchronization, nonlinear systems, communication channel, information constraints.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии П.С. Щербаковым.*