УДК 519.8
ББК 22.1

# НАЛОГОВАЯ ИГРА В ДУОПОЛИИ КУРНО [1]

**Галегов А. И. [2] , Гарнаев А. Ю. [3]**
*(Факультет прикладной математики – процессов управления, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург )*

*Модель Штакельберга для иерархических олигопольных рынков с однородными продуктами исследовалась учеными интенсивно. В данной работе мы расширим на общий случай иерархической структуры решение по Штакельбергу в аналитическом виде. Игра может рассматриваться как многошаговая с полной информацией. Главной особенностью игры является наличие лидирующих групп фирм, которые первыми устанавливают объем выпуска товаров, а остальные фирмы ориентируются в своих расчетах на них.*

Ключевые слова: иерархические структуры, равновесие Штакельберга в иерархических структурах, Курно-Нэш равновесия.

## *Введение*

Во многих странах налоговая ставка зависит от базы налогообложения. В России в 2003 г. для поддержки малого бизнеса была введена так называемая упрощенная налоговая система, которая состоит из двух налоговых ставок (6% и 15%). Именно поэтому некоторые фирмы оказываются перед проблемой выбора

---

[1] *Текст приводится в соответствии с изданием «Математическая теория игр и ее приложения. – 2009. – Т. 1. №1».*

[2] *Александр Игоревич Галегов, аспирант, (galegov@rambler.ru).*

[3] *Андрей Юрьевич Гарнаев, доктор физико-математических наук, профессор (agarnaev@rambler.ru).*

одной из них: либо налоговая ставка с чистой прибыли (когда фирма платит налоги от совокупного дохода минус общие затраты), либо налоговая ставка с совокупного дохода (когда фирма платит налог с совокупного дохода). Налоговая ставка с совокупного дохода (6%) меньше чем налоговая ставка с чистой прибыли (15%), потому что база налогообложения в первом случае больше.

В конкурентной среде, когда есть несколько фирм, производящих однородную продукцию для рынка, проблема выбора становится теоретико-игровой задачей, так как каждая фирма должна взять в рассмотрение поведение его конкурента. Мы назовем эту ситуацию налоговой игрой. Цель данной статьи состоит в обобщении проблемы выбора налоговой ставки так же как и критериев этого выбора для случая конкуренции. В этой работе мы рассматриваем два сценария данной задачи. Первый сценарий – двухшаговая игра. На первом шаге фирмы планируют их производство в модели Курно для каждой комбинации возможных налоговых ставок, в то время как на втором шаге они решают, какую налоговую ставку лучше использовать. Таким образом, двухшаговая игра является комбинацией модели Курно и биматричной игры, как это было сделано в R&D игре в транспорте и коммуникациях Lambertini, Mantovani и Rossini ([3], [4])

Второй сценарий – одношаговая игра, где фирмы выбирают оптимальную налоговую ставку после установки плана производства, и этот сценарий является модификацией модели Курно.

## 1. Модель двухшаговой игры

Мы исследуем дуополию, где две фирмы (1 и 2) конкурируют некооперативно в двухшаговой структуре модели Курно. Обе фирмы производят однородную продукцию. Рыночная конкуренция описывается с помощью игры Курно, где каждая фирма выбирает максимизирующее прибыль количество продукции по отдельности. На первом шаге фирмы планируют свое производство в модели Курно для каждой комбинации возможных налоговых ставок, в то время как на втором шаге они решают какую налоговую ставку лучше использовать. Мы используем обратную индукцию.

## 2. Первый шаг игры: модель Курно

В этом разделе и в последующих четырех подразделах мы исследуем первый шаг налоговой игры, где фирмы планируют их производство в модели Курно для каждой комбинации возможных налоговых ставок (совокупный доход и чистая прибыль). Пусть $q_i$ – количество продукции, произведенной фирмой $i$, где $i = 1, 2$, и $p$ – цена продукции, которая зависит от его общего количества на рынке по следующей линейной модели ([5])

$$p = A - q_1 - q_2,$$

где $A$ – максимально возможная цена продукции, поддерживаемая рынком. Также мы предполагаем, что предельные затраты для продукции для обеих фирм есть $c$ и $A > c$ (из-за неотрицательности предельных затрат).

### *2.1. ОБЕ ФИРМЫ ВЫБИРАЮТ НАЛОГОВУЮ СТАВКУ С ЧИСТОЙ ПРИБЫЛИ*

В этом подразделе мы предполагаем, что обе фирмы выбирают налоговую ставку с чистой прибыли. Тогда их функции прибыли в модели Курно имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \pi_1^{pp} &= \beta_p((A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1), \\ \pi_2^{pp} &= \beta_p((A - q_1 - q_2)q_2 - cq_2), \end{aligned}$$

где $\beta_p = 1 - T_p$ и $T_p$ – налоговая ставка с чистой прибыли.

Каждая фирма максимизирует свою прибыль, учитывая количество продукции, проданной на рынке. Поэтому равновесные стратегии задаются соотношениями:

$$q_{*1}^{pp} = q_{*2}^{pp} = \frac{A - c}{3}.$$

Подставляя равновесные стратегии в функции прибыли, мы получаем равновесные общие прибыли:

$$\pi_{*1}^{pp} = \pi_{*2}^{pp} = \frac{\beta_p (A-c)^2}{9}.$$

### *2.2. ОБЕ ФИРМЫ ВЫБИРАЮТ НАЛОГОВУЮ СТАВКУ С СОВОКУПНОГО ДОХОДА*

В этом подразделе мы предполагаем, что обе фирмы выбирают налоговую ставку с совокупного дохода. Тогда их функции прибыли в модели Курно имеют следующий вид

$$\pi_1^{tt} = \beta_t (A - q_1 - q_2) q_1 - c q_1,$$
$$\pi_2^{tt} = \beta_t (A - q_1 - q_2) q_2 - c q_2,$$

где $\beta_t = 1 - T_t$ и $T_t$ – налоговая ставка с совокупного дохода.

Тогда равновесные стратегии задаются уравнениями:

$$q_{*1}^{tt} = q_{*2}^{tt} = \frac{\beta_t A - c}{3\beta_t},$$

с соответствующими равновесными прибылями:

$$\pi_{*1}^{tt} = \pi_{*2}^{tt} = \frac{(\beta_t A - c)^2}{9\beta_t}.$$

### *2.3. ФИРМЫ ВЫБИРАЮТ РАЗЛИЧНЫЕ НАЛОГОВЫЕ СТАВКИ*

В этом подразделе мы предполагаем, что фирмы выбирают различные налоговые ставки. Например, фирма 1 выбирает налоговую ставку с чистой прибыли и фирма 2 выбирают налоговую ставку с совокупного дохода. Тогда их функции прибыли в модели Курно имеют следующий вид

$$\pi_1^{pt} = \beta_p((A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1),$$

$$\pi_2^{pt} = \beta_t(A - q_1 - q_2)q_2 - cq_2.$$

Каждая фирма максимизирует свою прибыль, учитывающую количество, проданное на рынке. Тогда равновесные стратегии задаются уравнениями:

$$q_{*1}^{pt} = \frac{\beta_t A + (1 - 2\beta_t)c}{3\beta_t}$$

$$q_{*2}^{pt} = \frac{\beta_t A + (\beta_t - 2)c}{3\beta_t},$$

с соответствующими равновесными прибылями:

$$\pi_{*1}^{pt} = \frac{\beta_p(\beta_t A + (1 - 2\beta_t)c)^2}{9\beta_t^2},$$

$$\pi_{*2}^{pt} = \frac{(\beta_t A + (\beta_t - 2)c)^2}{9\beta_t}.$$

Теперь фирма 2 выбирает налоговую ставку с чистой прибыли и фирма 1 выбирают налоговую ставку с совокупного дохода. Тогда их функции прибыли имеют следующий вид

$$\pi_1^{tp} = \beta_t(A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1,$$

$$\pi_2^{tp} = \beta_p((A - q_1 - q_2)q_2 - cq_2).$$

В этом случае равновесные стратегии и соответствующие равновесные общие прибыли имеют вид:

$$q_{*1}^{tp} = \frac{\beta_t A + (\beta_t - 2)c}{3\beta_t},$$

$$q_{*2}^{tp} = \frac{\beta_t A + (1 - 2\beta_t)c}{3\beta_t},$$

$$\pi_{*1}^{tp} = \frac{(\beta_t A + (\beta_t - 2)c)^2}{9\beta_t},$$

$$\pi_{*2}^{tp} = \frac{\beta_p(\beta_t A + (1 - 2\beta_t)c)^2}{9\beta_t^2}.$$

## 3. Второй шаг игры: выбор налоговой ставки

В этом разделе мы исследуем второй шаг игры, где фирмы выбирают налоговую ставку, чтобы максимизировать свои доходы. Итак, каждая фирма имеет две чистые стратегии: выб рать налоговую ставку с чистой прибыли ($P$) и выбрать налоговую ставку с совокупного дохода ($T$). Таким образом, второй шаг игры может быть описан следующей биматрицей:

$$\begin{array}{ccc} & P & T \\ P & (b_{11}, b_{11}) & (b_{12}, b_{21}) \\ T & (b_{21}, b_{12}) & (b_{22}, b_{22}) \end{array}$$

где

$$b_{11} = \frac{\beta_p(A-c)^2}{9},$$

$$b_{21} = \frac{(\beta_t A + (\beta_t - 2)c)^2}{9\beta_t},$$

$$b_{12} = \frac{\beta_p(\beta_t A + (1-2\beta_t)c)^2}{9\beta_t^2},$$

$$b_{22} = \frac{(\beta_t A - c)^2}{9\beta_t}.$$

Так как база налогообложения налога с совокупного дохода больше чем налога на чистую прибыль, то чтобы приблизительно уравнять налоговые выплаты в реальных налоговых ставках, не теряя общности, будем предполагать, что $T_t < T_p$. Итак, $\beta_t > \beta_p$. Например, в Российской Федерации фирма может использовать упрощенную налоговую систему, где $T_t = 0{,}06$ и $T_p = 0{,}15$ ([2]). Тогда, $\beta_t = 0{,}94$ и $\beta_p = 0{,}85$. Мы будем исследовать нашу игру для этих конкретных значений. Таким образом наша цель найти равновесие по Нэшу (NE) в следующей матричной игре

$$(1) \qquad \begin{array}{ccc} & P & T \\ P & (a_{11}, a_{11}) & (a_{12}, a_{21}) \\ T & (a_{21}, a_{12}) & (a_{22}, a_{22}) \end{array},$$

где

$$a_{11} = \frac{17}{180}A^2 - \frac{17}{90}Ac + \frac{17}{180}c^2,$$

$$a_{21} = \frac{47}{450}A^2 - \frac{53}{225}Ac + \frac{2809}{21150}c^2,$$

$$a_{12} = \frac{17}{180}A^2 - \frac{374}{2115}Ac + \frac{8228}{99405}c^2,$$

$$a_{22} = \frac{47}{450}A^2 - \frac{2}{9}Ac + \frac{50}{423}c^2.$$

**Теорема 1.** *Пусть*

$$t_1 = \frac{2}{47}(\frac{160}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{7990}) \approx 1{,}0016,$$

$$t_2 = \frac{7}{3} - \frac{2}{141}\sqrt{7990} \approx 1{,}065,$$

$$t_3 = \frac{2}{47}(\frac{160}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{7990}) \approx 3{,}54,$$

$$t_4 = \frac{7}{3} + \frac{2}{141}\sqrt{7990} \approx 3{,}6.$$

*Тогда*
*(a) (P,P) – NE тогда и только тогда, когда* $A \in [t_2 c, t_4 c]$*,*
*(b) (T,T) – NE тогда и только тогда, когда* $A \leqslant t_1 c$ *или* $A \geqslant t_3 c$*,*
*(c) (T,P) – NE тогда и только тогда, когда* $A \in [t_1 c, t_2 c]$*,*
*(d) (P,T) – NE тогда и только тогда, когда* $A \in [t_1 c, t_2 c]$*,*
*(e) (P,P) Парето доминирует (T,T) тогда и только тогда, когда* $A \in [t_{1*} c, t_{2*} c]$*, где*

$$t_{1*} = \frac{5}{3} - \frac{\sqrt{7990}}{141} \approx 1{,}0327, \quad t_{2*} = \frac{5}{3} + \frac{\sqrt{7990}}{141} \approx 2{,}3006.$$

**Доказательство.** (a) следует из (1) и факта, что $(P,P)$ – NE тогда и только тогда, когда $a_{11} \geqslant a_{21}$. (b) следует из (1) и факта, что $(T,T)$ – NE тогда и только тогда, когда $a_{22} \geqslant a_{12}$. (c) следует из (1) и факта, что $(T,P)$ – NE тогда и только тогда, когда $a_{21} \geqslant a_{11}$ и $a_{12} \geqslant a_{22}$. (d) следует из (1) и факта, что $(P,T)$ – NE тогда и только тогда, когда $a_{12} \geqslant a_{22}$ и $a_{21} \geqslant a_{11}$. (e) следует из (1) и факта, что $(P,P)$ – Парето доминирует $(T,T)$ тогда и только тогда, когда $a_{11} \geqslant a_{22}$.

**Теорема 2.** *В игре существует смешанное равновесие по Нэшу тогда и только тогда, когда* $A \in (t_1c, t_2c)$ *или* $A \in (t_3c, t_4c)$.

**Доказательство.** Пусть фирма 1 и фирма 2 используют стратегии $x = (p, 1-p)$ и $y = (q, 1-q)$ где $p, q \in (0,1)$. Тогда

$$\pi_1(x,y) = a_{11}xy + a_{21}y(1-x) + a_{12}x(1-y) + a_{22}(1-x)(1-y).$$

Предположим, что стратегия $y$ фирмы 2 зафиксирована. Тогда, фирма 1 хочет максимизировать прибыль $\pi_1(x,y)$.
Пусть $W$ равно:

$$W = \frac{1}{3}\frac{6627A^2 - 30080Ac + 23480c^2}{c(282A - 649c)}.$$

Для фиксированного $y \in [0,1]$ имеем

$$p = \begin{cases} 0 & \text{для } q < W, \\ \text{любое из } [0,1], & \text{для } q = W, \\ 1 & \text{для } q > W. \end{cases}$$

Аналогично

$$\pi_2(x,y) = a_{11}xy + a_{21}x(1-y) + a_{12}y(1-x) + a_{22}(1-x)(1-y).$$

Наилучший ответ фирмы 2 для фиксированной стратегии $x$ фирмы 1 имеет вид

$$q = \begin{cases} 0 & \text{для } p < W, \\ \text{любое из } [0,1], & \text{для } p = W, \\ 1 & \text{для } p > W. \end{cases}$$

Если $p = W$, $q = W$ и $W \in [0,1]$ ($A \in (t_1c, t_2c)$ или $A \in (t_3c, t_4c)$) имеем NE $((W, 1-W), (W, 1-W))$ с вектором выигрышей $(\pi, \pi)$, где

$$\pi = \frac{34}{2115}\frac{(2209A^2 - 4559Ac + 2341c^2)c}{282A - 649c}.$$

## 4. Точка переключения для двухшаговой игры

В этом разделе мы рассматриваем точку переключения с одной налоговой ставки на другую. Сначала рассмотрим переключение без модели Курно. Пусть $TR$ – совокупный доход, $TC$ – общие затраты. Тогда прибыль $\pi = TR - TC$. Таким образом, налоговые выигрыши для обеих налоговых ставок равны, если следующее условие выполнено ([1])

$$0{,}06(TR - TC) = 0{,}015TR.$$

Поэтому,

$$\frac{TC}{TR} = 0{,}6. \tag{2}$$

Это соотношение может интерпретироваться следующим образом: если общие затраты составляют больше чем 60% совокупного дохода, тогда фирма выбирает налоговую ставку с чистой прибыли, и если общие затраты меньше 60% совокупного дохода, тогда фирма выбирает налоговую ставку с совокупного дохода.

Теперь рассмотрим игру Курно с одной фирмой и найдем эквивалент условия (2), когда фирма предпочитает изменить налоговую ставку. Следуя рассмотренной выше схеме, мы предполагаем, что сначала фирма находит оптимальный план производства относительно каждой комбинации налоговых ставок и затем выбирает оптимальную налоговую ставку. Тогда выигрыши, оптимальные планы производства и соответствующие прибыли задаются следующим образом:

$$\pi^p = \beta_p((A-q)q - cq),$$

$$q_*^p = \frac{A-c}{2},$$

$$\pi_*^p = \frac{\beta_p(A-c)^2}{4},$$

$$\pi^t = \beta_t(A-q)q - cq,$$

$$q_*^t = \frac{\beta_t A - c}{2\beta_t},$$

$$\pi_*^t = \frac{(\beta_t A - c)^2}{4\beta_t}.$$

Сравнивая $\pi_*^p$ и $\pi_*^t$ находим, что фирма будет использовать налоговую ставку с совокупного дохода, если $A > t_{2*}c$.
Перейдем к двухшаговой игре для двух фирм. Сначала заметим

(a) если $A > t_3 c$, то единственное возможное NE для фирм – $(T, T)$, поскольку для $A \in [t_3 c, t_4 c]$ оно доминирует чистое NE $(P, P)$ и использование смешанной стратегии для $A \in [t_3 c, t_4 c]$ невыгодно из-за существования чистого NE.

(b) Если $A \in (t_2c, t_3c)$, то существует единственное NE для фирм – $(P,\ P)$.

(c) Неотрицательность равновесных прибылей и равновесных количеств для налоговой ставки с совокупного дохода влечет, что $A > 50c/47$. Таким образом, нет никакого смысла рассматривать налоговую ставку с совокупного дохода для $A \leqslant 50c/47$. Если $A \in (50c/47, t_2c)$, то ситуация становится чрезвычайно неопределенной и конкурентоспособной для фирм с маленькими прибылями.

Таким образом, хотя в двухшаговой игре есть несколько NE, только два из них доступны, а именно, $(T,\ T)$ и $(P,\ P)$ и точка переключения $t_3c$. Эта точка переключения больше чем точка переключения для двухшаговой игры с одной фирмой. Это означает, что в конкурентной среде точка переключения повышается и это гарантирует меньшую, но более устойчивую прибыль.

## *5. Одношаговая налоговая игра Курно*

В этом разделе мы исследуем дуополию, где фирма выбирает налоговую ставку оптимальным образом после установления плана производства. Сначала рассмотрим игру с одной фирмой. После сравнения прибыли для налоговых ставок с чистой прибыли и совокупного дохода, прибыль фирмы задается как:
(a) если $A > 5c/3$, то

$$\pi(q) = \begin{cases} \dfrac{85}{100}((A-q)q - cq) & \text{для } q > A - 5c/3, \\ \\ \dfrac{94}{100}(A-q)q - cq & \text{для } q \leqslant A - 5c/3, \end{cases}$$

(b) если $A \leqslant 5c/3$, то

$$\pi(q) = \frac{85}{100}((A-q)q - cq).$$

Оптимальные количества для налоговых ставок с чистой прибыли и совокупного дохода имеют вид

$$q_*^p = \frac{A}{2} - \frac{c}{2}, \quad q_*^t = \frac{A}{2} - \frac{25}{47}c.$$

Ясно, что $q_*^t < q_*^p$. Три случая должны быть рассмотрены:

**(i)** Пусть $A - 5c/3 < q_*^t < q_*^p$. Тогда $A \leqslant 320\,c/141$ и фирма выбирает налоговую ставку с чистой прибыли.

**(ii)** Пусть $q_*^t < A - 5c/3 < q_*^p$. Тогда $320\,c/141 < A \leqslant 7\,c/3$ и

- **(a)** если $320c/141 < A \leqslant (5/3 + \sqrt{7990}/141)c$, то фирма выбирает налоговую ставку с чистой прибыли,
- **(b)** если $(5/3 + \sqrt{7990}/141)c < A \leqslant 7c/3$, то фирма выбирает налоговую ставку с совокупного дохода,

**(iii)** Пусть $q_*^t < q_*^p < A - 5c/3$. Тогда $A > 7c/3$ и фирма выбирает налоговую ставку с совокупного дохода.

Следовательно, следующая теорема доказана для игры с одной фирмой.

**Теорема 3.** *В налоговой игре с одной фирмой*

*(a) Если $A \leqslant (5/3+\sqrt{7990}/141)c$, то фирма выбирает налоговую ставку с чистой прибыли, оптимальное количество продукции $q_*^p = \frac{A}{2} - \frac{c}{2}$ и соответствующая прибыль $\frac{17}{80}(A-c)^2$.*

*(b) Если $A > (5/3+\sqrt{7990}/141)c$, то фирма выбирает налоговую ставку с совокупного дохода, оптимально количество продукции $q_*^t = \frac{A}{2} - \frac{25}{47}c$ и соответствующая прибыль $\frac{47}{200}A^2 + \frac{25}{94}c^2 - \frac{1}{2}Ac$.*

Перейдем к игре Курно с двумя фирмами. Пусть фирмы производят $q_1$ и $q_2$ количества продукции, тогда из функции прибыли имеют вид :

если $q_2 < A - 5c/3$, то

$$\pi_1(q_1, q_2) = \begin{cases} \frac{85}{100}((A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1) & \text{для } q_1 > A - q_2 - 5c/3, \\ \\ \frac{94}{100}(A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1 & \text{для } q_1 \leqslant A - q_2 - 5c/3, \end{cases}$$

если $q_2 \geqslant A - 5c/3$, то

$$\pi_1(q_1, q_2) = \frac{85}{100}((A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1),$$

если $q_1 < A - 5c/3$, то

$$\pi_2(q_1, q_2) = \begin{cases} \frac{85}{100}((A - q_1 - q_2)q_2 - cq_2) & \text{для } q_2 > A - q_1 - 5c/3, \\ \\ \frac{94}{100}(A - q_1 - q_2)q_2 - cq_2 & \text{для} q_2 \leqslant A - q_1 - 5c/3, \end{cases}$$

если $q_1 \geqslant A - 5c/3$, то

$$\pi_2(q_1, q_2) = \frac{85}{100}((A - q_1 - q_2)q_2 - cq_2).$$

Аналогично теореме 3 получаем следующую теорему.

**Теорема 4.** *В налоговой игре с двумя фирмами*
*(a) Если $A < 135c/47$, то фирма выбирает налоговую ставку с чистой прибыли, оптимальные количества продукции $q^p_{1*} = q^p_{2*} = (A - c)/3$ и соответствующая прибыль $\frac{17}{180}(A - c)^2$.*
*(b) Если $A \geqslant 135c/47$, то фирма выбирает налоговую ставку с совокупного дохода, оптимальные количества продукции $q^t_{1*} = q^t_{2*} = (47A - 50c)/141$ и соответствующая прибыль $\frac{47}{450}A^2 - \frac{2}{9}Ac + \frac{50}{423}c^2$.*

### 6. Заключение

Сначала заметим, что для одношаговой игры с одной фирмой, так же как для двухшаговой игры, точки переключения совпадают и равны $t_{2*}c$. Для игр с двумя фирмами ситуация изменяется. Было показано, что точка переключения с налоговой ставки с чистой прибыли на налоговую ставку с совокупного дохода для двухшаговой игры равна $t_3c$ и для одношаговой игры – $135c/47$ и $t_3c > 135c/47$. Это можно объяснить существованием в двухшаговой схеме некоторой дополнительной неопределенности по сравнению с одношаговой схемой. Эта неопределенность влияет на поведение фирм, заставляя их соглашаться получать меньшую прибыль, чтобы получить более устойчивое положение на рынке.

### Литература

1. НАРЕГНЫЙ В. *Управление малым бизнесом: выгодно ли использовать упрощенную налоговую систему с 2003?* // Финансовая газета. – 2002. – №10. – С. 15-18.
2. *Налоговый Кодекс Российской Федерации*. Раздел N 346.20.
3. LAMBERTINI L., MANTOVANI A. *Price vs Quantity in a Duopoly with Technological Spillovers: A Welfare Re-Appraisal*// Keio Economic Studies. – 2001. – V. 38. – P. 41-52.
4. LAMBERTINI L., MANTOVANI A., ROSSINI G. *R&D in Transport and Communication in a Cournot Duopoly*// Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali. – 2003. – V. 50. - №2. – P. 185-198.
5. PETROSYAN L. A., ZENKEVICH N. A. *Game Theory*. – World Scientific, London, 1996.

## A TAX GAME IN A COURNOT DUOPOLY

**Alexander Galegov**, Faculty of Applied Mathematics and Control

Processes, St. Petersburg State University, Saint Petersburg, post-graduate student (galegov@rambler.ru).
**Andrey Garnaev**, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, St. Petersburg State University, Saint Petersburg, Doctor of Science, professor (agarnaev@rambler.ru).

*Abstract: Stackelberg models for hierarchical oligopolistic markets with a homogenous product were studied by researchers extensively. The goal of this paper is to extend the classical solution in closed form of the Stackelberg model for a general hierarchical structures composed by firms arranged into groups of different hierarchical levels.*

Keywords: hierarchical structures, multi-level Stackelberg equilibrium, Nash-Cournot equilibrium.