Управление большими системами
Специальный выпуск 30.1 «Сетевые модели в управлении»

УДК 007.5 + 519.86
ББК 32.817

ДВОЙСТВЕННЫЕ СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ БОЛЬШИХ СИСТЕМ

Петров А. Е.[1],
(*Московский государственный горный университет, Москва*)

Тензорный метод двойственных сетей разработан для расчета изменения процессов в больших системах при изменении структуры связей. Двойственные сети строятся подобно двойственному графу, при этом имеют инвариант преобразования структуры. Фундаментальный характер инварианта двойственности проявляется как закон сохранения потока энергии. Он обеспечивает методы расчета цепей и сетевых моделей сложных систем с переменной структурой, включая сетевые модели экономических систем. В статье дается описание и основы технологии применения метода, а также рассмотрены возможности его применения для моделирования сети потоков продуктов и двойственной сети потоков денежных средств.

Ключевые слова: моделирование процессов и структуры, экономика, тензорный метод, двойственные сети, устойчивое развитие, инвариант, потоки продуктов, потоки денежных средств.

1. Тензорный метод в теории систем

Существует проблема реальности и ее отражения человеком для анализа, исследования и, в конечном счете, развития

---

[1] *Андрей Евгеньевич Петров*, *доктор технических наук*, *профессор* (*helen_pet@mail.ru*).

жизни. Для этого вводят системы отсчета, координат, в которых числа отражают математическую «тень» реальности. При изменении координат меняются числа (компоненты, проекции), но не сама реальность. Хотя сама независимость объекта наблюдения от наблюдателя является одной из проблем измерений.

Обобщением понятия тензора является абстрактная система для процессов и структуры одного типа, а конкретные системы рассматриваются как ее «проекции» в координаты, заданные структурой связей. Это позволяет создать сетевые модели больших систем в разных предметных областях, и применять их, например, для расчета изменения процессов при изменении структуры.

Применение тензорного метода к исследованию сложных систем началось с электрических машин, которые считались столь сложными системами, что для каждого типа создавалась своя теория (а порой и несколько). «Основателем обобщенной теории электрических машин является Г. Крон, который в 30-х годах предложил уравнения обобщенной машины. В последние десятилетия благодаря применению ЭВМ усилиями многих ученых-электромехаников обобщенная теория электрических машин получила дальнейшее развитие. …Большинство успехов в теории и практике электромашиностроения связано с математической теорией электрических машин» [1].

Обобщенная электрическая машина Крона в минимальной форме реализует процесс электромеханического преобразования потока энергии. Другие электрические машины отличаются от обобщенной машины количеством элементов, осуществляющих этот процесс, и количеством связей между ними. Переход от одной машины к другой задает матрица преобразования, которая показывает, как отличаются структуры соединения машин.

Крон утверждал, что при соединении ветвей рассеиваемая мощность в электрической цепи не меняется – поскольку остаются прежними источники тока и напряжения, которые задают в сети поток энергии. Постулат об инварианте мощности был необходим для получения тензорной формулы преобразования напряжения. Однако известно, что *мощность меняется при изменении связей* (для заданной цепи, состоящей из резисторов и источников, величина напряжения на всех резисторах не выше суммы величин напряжений на источниках).

Дискуссия об инварианте мощности и применении тензоров в технике растянулась на десятки лет, и носила острый характер, порой выходя за рамки научной терминологии. Обзор мнений был представлен в работе автора [6]. Одни применяли тензорный метод в различных областях физики и техники. Другие отвергали его за прямоугольные матрицы, которые не образуют группу. Несмотря на проблемы, «эти работы, несомненно, оказали глубокое влияние на развитие многих областей знания и способствовали прогрессу в разработке методов решения системных задач с помощью цифровых вычислительных машин» [6]. Крон писал, что чем дальше он уходил от электротехники, к сетевым моделям в физике, технике, тем более точно пришлось определять основные понятия в самой электротехнике. Фактически пришлось определять общие законы *структуры*, которые присущи всем неживым и живым системам, от микромира до космических масштабов.

Итак, реально постулат Крона об инварианте мощности не выполняется, поскольку мощность меняется при изменении связей, а вывод формул тензорного анализа сетей содержит недопустимое обращение прямоугольной матрицы. Однако его метод расчета цепей и машин дает правильные результаты. Получается диалектическое противоречие. Автор провел исследования с целью найти закономерность изменения мощности при изменении структуры связей цепей. Оказалось, что решение, в согласии с диалектикой, лежит в другой «плоскости». Рассеиваемая мощность меняется в одной цепи при изменении связей, но постоянна в сумме цепи и цепи с двойственной структурой.

2. Двойственные сети

Тензорный метод двойственных сетей связывает процессы и структуру, в том числе процессы в экономике и структуру хозяйственных связей. Этот метод основан на инварианте двойственности структуры, математически представляющем закон сохранения потока энергии.

Понятие сети с необходимостью возникает при анализе изменения процессов в сложной системе при изменении структуры. Процессы протекают как потоки-отклики на приложенные воздействия. Это широкий класс систем физики, техники, экономики, биологии.

В простейшем случае сеть – это одномерные ветви, соединенные границами-узлами. Структура сети – это способ соединения ее ветвей. Особенность сетей в том, что при изменении соединений может меняться число вершин (узлов), т. е. меняется граф. Наборы ветвей образуют пути, их ориентация зависит от выбора порядка прохождения ветвей. Путь может состоять из одной ветви. Пути выражаются друг через друга, как координаты. Базисы линейно независимых замкнутых и разомкнутых путей образуют два ортогональных подпространства. Изменение структуры производится замыканием или размыканием границ между ветвями. Возникают новые замкнутые пути, при этом исчезают разомкнутые пути, или наоборот. Это изменяет базисы замкнутых и разомкнутых путей, что приводит к изменению размерности их подпространств. Сеть состоит из n ветвей, J узлов, s независимых подсетей, $j = J - s$ независимых разомкнутых путей, $m = n - j$ независимых замкнутых путей.

Изменение базисов выражает матрица преобразования путей C. В простейшем случае матрица C выражает пути в связанной сети через пути в свободных, несвязанных ветвях. В строке матрицы C элементы перечисляют пути свободных ветвей, которые составляют путь связанной сети. Знаки + или – указывают их взаимную ориентацию. В столбце C элементы перечисляют пути связанной сети, в которые входит путь сети свободных ветвей. Матрица C состоит из подматрицы ^{m}C, в которую входят замкнутые пути и подматрицы ^{j}C, в которую входят разомкнутые пути.

Структура двойственной сети (ее величины обозначим подчеркиванием) строится так же, как двойственный граф, без учета ориентации ветвей. Вместе с тем эта структура задана матрицей A, которая играет роль матрицы $\underline{C}$ для двойственной сети, и ортогональна к матрице преобразования путей заданной сети $C = A^{-1}{}_{t}$. Крон считал, что матрица A не имеет физического смысла [4]. Знаки при элементах матрицы $\underline{C} = A$ позволяют сразу определить ориентацию, которую получают ветви в двойственной сети. В двойственных сетях суммы базисных замкнутых путей (циклов) и разомкнутых путей постоянны и равны числу ветвей (ребер).

Замкнутые и разомкнутые пути являются координатами в пространстве структуры сетей. Базис замкнутых путей представляет процессы, вызванные внутренними воздействиями, а базис разомкнутых путей – процессы, вызванные внешними воздействиями.

В теории сложных систем изменение процессов при изменении структуры не рассматривается. Процессы и структура относятся к разным областям. Физики исследуют процессы в отдельных элементах, а понятие структуры не используют. В теории графов, где исследуется структура связей, наоборот: в работе [8] есть *соотношения* токов и напряжений, а физический закон Ома не упоминают. Вместе с тем процессы (физические, экономические, биологические) и структура (способ соединения элементов) – это две стороны одной медали – реальной сложной системы.

В сети двойственными являются замкнутые и разомкнутые пути, воздействия и отклики, внешние и внутренние воздействия, сеть и двойственная к ней сеть. Если, например, соединить две ветви, то два узла сливаются (уменьшается число узлов). Возникает новый независимый контур, растет размерность подпространства замкнутых путей. При этом исчезает разомкнутый путь, уменьшается размерность базиса разомкнутых путей. Общая размерность пространства путей в сети не меняется, она постоянна и равна количеству элементов – ветвей, т. е. $n = m + j$.

В двойственных сетях (пример дан на рис. 1) постоянны размерности подпространств замкнутых и разомкнутых путей.

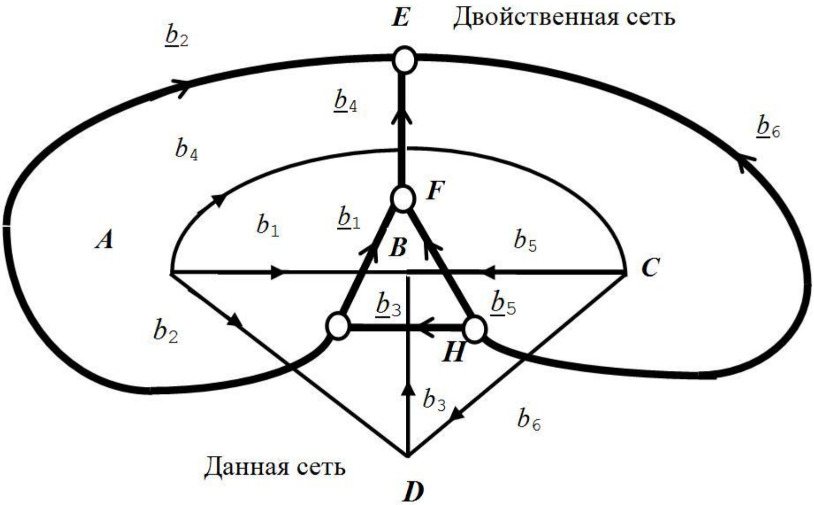

Рис. 1. Пример ориентации ветвей в двойственных сетях из 6 ветвей

Замкнутому пути в сети соответствует разомкнутый путь в двойственной сети, и наоборот: $n = \underline{n}$, $m + \underline{m} = n$, $j + \underline{j} = \underline{n}$. Слиянию двух узлов в сети соответствует разделение узла на два в двойственной сети, и наоборот. Таким образом, при изменении структуры двойственных сетей общая размерность подпространств замкнутых путей остается постоянная; общая размерность подпространств разомкнутых путей постоянная.

Автор нашел инвариант двойственности при изменении структуры сетей, который имеет три вида выражения – от чистой структуры до физической закономерности. Три вида инвариантов двойственных сетей выражают одну закономерность.

1. Первое выражение инварианта связывает преобразования структуры сетей, ветви которых могут не иметь длины, «веса», т. е. это свойство самой природы структуры. Свойство, заменяющее группу преобразования координат в геометрии – инвариант для матриц преобразования данной сети C и двойственной сети $\underline{C} = A$:

$$(1)\quad {}^{m}C\,({}^{m}C_t\,{}^{m}C)^{-1}\,{}^{m}C_t + {}^{j}A\,({}^{j}A_t\,{}^{j}A)^{-1}\,{}^{j}A_t = \\ = {}^{m}C\,({}^{m}C_t\,{}^{m}C)^{-1}\,{}^{m}C_t + {}^{m}\underline{C}\,({}^{m}\underline{C}_t\,{}^{m}\underline{C})^{-1}\,{}^{m}\underline{C}_t = \boldsymbol{I}.$$

В (1) ${}^{m}C = {}^{j}\underline{A}$ – матрица преобразования замкнутых путей сети или разомкнутых путей двойственной сети, а ${}^{j}A = {}^{m}\underline{C}$ – матрица преобразования разомкнутых путей сети или замкнутых путей двойственной сети, I – единичная матрица. Это закон структуры, не связанный с материей. Сюда входят только матрицы преобразования путей.

Если ветви сети имеют веса-сопротивления (собственные и взаимные), с матрицей сопротивлений (метрический тензор) $Z \neq I$, $(Z = Y^{-1})$, то инвариант двойственных сетей для замкнутых путей примет вид:

$$(2)\quad {}^{m}C\,({}^{m}C_t\,Z\,{}^{m}C)^{-1}\,{}^{m}C_t + Y\,{}^{m}\underline{C}\,({}^{m}\underline{C}_t\,Y\,{}^{m}\underline{C})^{-1}\,{}^{m}\underline{C}_t\,Y = Y = (Z)^{-1}.$$

Для разомкнутых путей инвариант имеет двойственный вид с заменой C на A, Z на Y. Инвариант связывает метрические тензоры двойственных сетей. Компоненты потока энергии расположены в базисе замкнутых или разомкнутых путей.

2. Если на сеть наложен вектор (воздействие), то его компоненты принимают значения в базисе замкнутых (внутреннее воздействие) или разомкнутых (внешнее воздействие) путей. В данном случае инвариант – это постоянство квадрата величины вектора: часть вектора расположена в одной сети, часть в двойственной, но их сумма постоянна и не зависит от изменения соединений. Для вектора ${}^{m}\boldsymbol{d}$, заданного в замкнутых путях, формула преобразования контравариантных компонент при изменении структуры:

$$(3)\quad {}^{m}d_0{}^{a} = {}^{m}d^{a}{}_{c} + {}^{m}\underline{d}^{a}{}_{c} = {}^{m}d^{a}\,{}^{m}C_{a`}{}^{a} + {}^{m}\underline{d}^{a}\,{}^{j}A^{a`}{}_{a}\,Y^{ab} = \\ = ({}^{m}C_{a`}{}^{a})_t\,{}^{m}d^{a} + ({}^{j}A^{a`}{}_{a})_t\,Y^{ab}\,{}^{m}\underline{d}^{b},$$

где ${}^{m}d_{c}^{\,a}$ и ${}^{m}\underline{d}_{c}^{\,a}$ – компоненты в двойственных сетях. Нельзя получить компоненты вектора ${}^{m}\boldsymbol{d}$ для связанной сети по их значениям в свободных ветвях, поскольку они распадаются на сумму компонент в двойственных сетях и только в сумме дают компоненты полного вектора.

3. Если сеть – это электрическая цепь, веса элементов – комплексные сопротивления, а воздействия и отклики – токи и напряжения, то при изменении структуры они подчиняется той же закономерности, выражаемой как постоянство суммарной рассеиваемой мощности в цепях с двойственной структурой. Это простейшее проявление закона сохранения потока энергии при изменении структуры двойственных сетей.

Закон сохранения потока энергии соединяет взаимодействие физики процесса и свойства структуры. Мощность разделяется, «расщепляется» между двойственными сетями ${}^{m}P_{a`}$ и ${}^{m}\underline{P}_{a`}$, но их сумма постоянна:

(4) $\quad {}^{m}P_{a}^{\,0} = {}^{m}P_{a`} + {}^{m}\underline{P}_{a`}$.

В двойственных сетях сумма токов в каждой ветви и сумма напряжений на каждой ветви постоянная. Сумма мощностей, рассеиваемых в двойственных сетях постоянная. Сеть и двойственная сеть дополняют друг друга, обладая полнотой единого объекта. По своей сути инвариант двойственности есть проявление *закона сохранения потока энергии*. Этот закон сохранения, следующий по физической размерности после закона сохранения энергии, является физико-структурным законом. Из него следует существование двойственных структур, расположенных в двойственном пространстве.

3. Аналогии предметной области и сетевой модели

Величины воздействия и отклика по способу их измерения делятся на два типа. Величины, которые измеряют в одной точке (например, электрический ток), называют продольными величинами. Им соответствует прямой базис. Другие величины измеряют как разность значений в двух пространственно различных точках (например, электрическое напряжение измеряется как разность значений потенциала между эквипотенциальными поверхностями); такие величины называют поперечными.

Продольные и поперечные величины представляют компоненты вектора потока энергии в системах координат прямого базиса (вдоль линий координат) и взаимного базиса (на векторах, касательным к гиперплоскостям, которые, в свою очередь, ортогональны к линиям координат).

В каждой предметной области произведение соответствующих пар продольных и поперечных величин имеет физическую размерность мощности (потока энергии). Физическая размерность величин воздействий и откликов меняется в зависимости от того, в структуре какого типа (замкнутых путях или разомкнутых путях) они заданы.

Если потоки энергии заданы в замкнутых путях (контурах) сети, то воздействиями являются поперечные величины, а откликами – продольные. Это описание замкнутых систем.

Если потоки энергии заданы в разомкнутых путях сети, то воздействиями являются продольные величины, а откликами – поперечные. Это описание открытых систем.

Например, в электрической цепи источники напряжения (воздействия) определяют токи (отклики) в контурах, замкнутых путях. Расчет цепи производится контурным методом Кирхгоффа. Если заданы источники тока, то они определяют отклики-напряжения на разомкнутых путях (пары узлов). Расчет цепи производится узловым методом.

4. Сетевая модель экономической системы

Существенную роль структуры играют в экономике. Известно, что наибольший вклад в падение производства после гражданской войны внесло разрушение хозяйственных связей. После распада СССР на 15 независимых частей также была нарушена структура хозяйственных связей при сохранении природного, промышленного, человеческого потенциала. В результате, по данным ЦЭК при Правительстве РФ, индекс интенсивности промышленного производства со 100% в январе 1990 г. снизился до 38% в августе 1998 года, т. е. в 2,5 раза.

Для анализа влияния структуры связей на производство автор разработал сетевую модель межотраслевого баланса, используя аналогии с электрической цепью [6, 7]. По физическому смыслу модель применима для анализа хозяйственных связей на уровне предприятий, отраслей, регионов, государств, и обеспечивает расчет производства продуктов и потребления ресурсов для вариантов управления развитием, структурных реформ, последствий разделения экономической системы на части или создании союзов, и т. д.

Токи представляют потоки продуктов, а напряжения моделируют финансовые воздействия (потоки денежных средств). Это первая сетевая модель, в которой живая (экономическая) система представлена неживой (технической) системой за счет применения тензорных величин, связи процессов и структуры, инвариантов двойственности.

Задача межотраслевого баланса [2] формулируется следующим образом**:** n отраслей производят продукты с валовым выпуском X^{α} ($\alpha = 1, ..., n$), удовлетворяя план (спрос) y^{α} и поставки $x^{\alpha\beta}$:

(5) $$X^{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n} x^{\alpha\beta} y^{\alpha}$$

Коэффициенты прямых затрат $a^{\alpha\beta}$ и $b^{\alpha\beta}$ показывают, сколько надо взять продукции отрасли или ресурса α для производства единицы продукции отрасли β, тогда потоки поставок равны: $x^{\alpha\beta} = a^{\alpha\beta} X_{\beta}$, а ресурсов: $r^{\gamma\beta} = b^{\gamma\beta} X_{\beta}$. Совокупность коэффициентов прямых затрат, включая собственное потребление, составляет экономическую матрицу (матрицу Леонтьева) $I - A$. Обращение матрицы $I - A$ дает решение задачи, которое можно представить в виде суммы степенного ряда [5]:

(6) $$X^{\beta} = (I - a_{\alpha\beta})^{-1} y^{\alpha}$$

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + ...$$

Отрасли (производства) выпускают продукты для удовлетворения спроса (плана) и межотраслевых поставок; потребляют ресурсы и продукцию друг друга. Задача состоит в расчете объема производства (валового выпуска) отраслей и ресурсов, обеспечивающих спрос и поставки.

Сетевая модель межотраслевого баланса включает все соотношения между потоками в системе. Уравнения системы приводятся к тензорному виду, т. е. при изменении координат (структуры спроса, хозяйственных связей), все величины преобразуются линейно.

Если в каждой отрасли выпуск на выходе X^α равен выпуску на входе X_α, то система отраслей работает в стационарном режиме. То есть потоки финишного продукта, поставок, ресурсов определены и постоянны. Тогда метрический тензор единичный, $g^{\beta\alpha} = \delta^{\beta\alpha} = 1$, что в геометрии соответствует декартовым координатам.

Когда происходят изменения структуры связей, спроса, ресурсных возможностей, и т. д., то система отраслей работает в переходном режиме, и тогда $X_\beta \neq X^\alpha$. Тогда метрический тензор усложняется, а системы координат становятся криволинейными. За счет искривления пространства система настраивается на стационарный режим. На каждом этапе вычислений $X_\beta^{\ m} \neq X^\alpha{}_m$. Это выражает степенной ряд обращения матрицы $(I - A)$ [2, 5]:

(7) $X_\beta = \delta_{\beta\alpha}\, y^\alpha + a_{\beta\alpha}\, y^\alpha + (a_{\beta\alpha})^2\, y^\alpha + (a_{\beta\alpha})^3\, y^\alpha + \ldots =$
$= X^\beta{}_0 + X^\beta{}_1 + X^\beta{}_2 + X^\beta{}_3 + \ldots$

Если первоначально предприятия стоят, а затем начинается выпуск продуктов в объеме спроса, то: $X_{\alpha 0} = \delta_{\alpha\alpha}\, y^\alpha = y^\alpha$. Для этого нужны поставки в количестве $x^{\beta\alpha}{}_0 = a^{\beta\alpha}\, X_{\beta 0} = a^{\beta\alpha}\, y^\alpha$. Тогда выпуск продукта возрастет до:

(8) $X^\beta{}_1 = y^\alpha + a^{\beta\alpha}\, y^\alpha = (\delta^{\beta\alpha} + a^{\beta\alpha})\, y^\alpha$.

При вычислении $(m + 1)$ члена ряда $X^\beta{}_{(m+1)}$ на выходе отрасли уже возрастет до величины:

(9) $X^\beta{}_{(m+1)} = X^\beta{}_m + (a^{\beta\alpha})^{(m+1)}\, y^\alpha$,

где матрица $a^{\beta\alpha}$ возводится в степень $(m + 1)$, а поток продукта на входе, $X_{\beta m} = a^{\beta\alpha}\, X^\beta{}_m$, еще прежний (следующий член ряда еще не вычислен). Записывая $X_{\beta m}$ через сумму предыдущих m членов ряда, выразим последующий член ряда $X^{\beta}{}_{(m+1)}$ через предыдущий $X^{\beta}{}_{m}$:

$$(10)\quad X^{\alpha}_{m+1} = \left(\delta^{\alpha\beta} + \frac{(a^{\alpha\beta})^{m+1}}{\sum\limits_{p=0}^{p=m} (a^{\alpha\beta})^{p}} \right) X_{\beta m} .$$

В скобках – метрический тензор $g^{\beta\alpha}$; он связывает ковариантные и контравариантные компоненты вектора потока продуктов в отраслях – ветвях данной сети. Поскольку $a^{\beta\alpha} < 1$, то при стремлении числа членов ряда m к бесконечности дробное выражение стремится к нулю и тогда $g^{\beta\alpha} = \delta^{\beta\alpha}$. Итак, на каждом шаге вычислений $g^{\beta\alpha}$ переходит от сложной кривизны к нулевой кривизне декартова пространства.

В (10) отличны от нуля те компоненты тензора $g^{\beta\alpha}$, которые соответствуют поставкам, связывающим отрасли, т. е. $a^{\beta\alpha} \neq 0$. Они заданы структурой хозяйства. Их отличие от нуля показывает, что процесс установления потоков продуктов происходит в пространстве с кривизной. В [6] показано (*Kron*, 1934), что подобные геометрические аналогии соответствуют переходным процессам в электрических машинах. Изменение кривизны показывает переходные процессы, в частности, при изменении структуры связей, разделении на независимые подсистемы, при внедрении инноваций.

Соответствие между продуктами и сетью обеспечивают двойственные источники в замкнутых путях; для этого введены источники ЭДС в ветвях поставок. Величина источников напряжения определяется итерациями при переходе к связанным отраслям, которые обмениваются своими продуктами. Применение двойственности позволяет представить процессы в живой системе экономики комбинацией двойственных величин в сети – неживой электрической цепи. Двойственные отклики замкнутых и разомкнутых путей в совокупности представляют сумму компонент – потоков продуктов в отраслях:

$$(11)\quad X_p^{\alpha} = I_n^{\alpha} + \sum_{\mu=0}^{\mu=p} i_{n\mu}^{\alpha} = \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^{\mu} y^{\beta} =$$

$$= y^{\alpha} + a_{\alpha\beta} y^{\beta} + (a_{\alpha\beta})^2 y^{\beta} + \ldots + (a_{\alpha\beta})^{p-1} y^{\beta},$$

поставок между отраслями:

$$(12)\quad x^{\alpha\beta}{}_p = I_m^{\alpha} + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{m\mu}^{\alpha} = (a_{\alpha\beta})^{p-1} y^{\beta},$$

ресурсов, потребляемых отраслями:

$$(13)\quad r_p^{\gamma\alpha} = I_r^{\alpha} + \sum_{\mu=1}^{\mu=p} i_{r\mu}^{\alpha} = b_{\gamma\alpha}\,(y^{\alpha} + \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} (a_{\alpha\beta})^{\mu} y^{\beta}).$$

Эти суммы независимых, двойственных контурных и узловых токов численно равны потокам продуктов в отраслях, поставках и ресурсах, получаемым при вычислении p членов степенного ряда (при обращении экономической матрицы). Для расчета по частям сетевая модель делится на подсистемы, решения которых затем алгоритмически соединяют в решение всей системы. Показано, что такой алгоритм обеспечивает многократное снижение объема вычислений, ускоряя плановые расчеты [6, 7].

Сетевая модель создает также ковариантные компоненты вектора потока энергии (напряжения на ветвях сети). Они представляют пропорции денежных средств, которые должны распределяться в системе производства для обеспечения заданного выпуска. Пропорции, поскольку денежные потоки измеряются с точностью до стоимости денежной единицы (в энергетическом эквиваленте), точно так, как потенциал измеряется не абсолютно, а относительно нулевого узла (заземления). Напряжения на ветвях отраслей, поставок и ресурсов можно трактовать как добавленные стоимости, а потенциалы узлов – как цены производителей.

Роль метрических характеристик в сети потоков продуктов играют коэффициенты прямых затрат, которые устанавливают меру отношений между отраслями. Это могут быть также энергетические эквиваленты между спросом и производством, предложением. В двойственной сети потоков денежных средств роль метрики играют ставки процентов за привлечение и размещение денежных средств. Токи определяют денежные потоки, вызванные как внешними, так и внутренними требованиями по поставкам продуктов (товаров и услуг). Данный метод создает возможность расчета объединенного материально-финансового баланса. Эта задача не решена в экономике. Ее актуальность определяется ростом диспропорций в мировой экономике между реальным продуктом и бесконтрольно растущим объемом рынка финансовых инструментов. Это стало основной причиной экономического кризиса 2008-2009 гг.

В экономике известна двойственность потоков продуктов (товаров и услуг) и денежных средств (платежей, кредитов и долговых инструментов). Потоки продуктов и денежных средств движутся между хозяйствующими субъектами (элементами сети) навстречу друг другу, но структура этих сетей различна и обладает двойственностью.

Двойственные сети позволяют рассматривать экономику, хозяйственный процесс, как «живую» электромагнитную систему. Такая система отличается от технических систем тем, что не только рассеивает потоки энергии, но и накапливает потоки энергии, обеспечивая расширенное воспроизводство и средства развития человеческого общества.

Литература

1. КОПЫЛОВ И.П. *Электрические машины*: Учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш. Шк.; Логос; 2000. – 607 с.
2. КОССОВ В.В. *Межотраслевой баланс*. – М.: Экономика, 1966. – 224 с.
3. КРОН Г. *Исследование сложных систем по частям* (*диакоптика*). М.: Наука, 1972. – 544 с.
4. КРОН Г. *Тензорный анализ сетей*: Пер. с англ. /Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. М.: Сов. Радио, 1978. – 720 с.

5. ЛЕОНТЬЕВ В., ЧЕННЕРИ Х.В., и др. *Исследование структуры американской экономики*. Пер. с англ. М.: Госстатиздат, 1958. – 640 с.
6. ПЕТРОВ А.Е. *Тензорная методология в теории систем*. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.
7. ПЕТРОВ А.Е. *Тензорный метод двойственных сетей*. – М.: ООО ЦИТвП, 2007. – 496 с.
8. СВАМИ М., ТХУЛАСИРАМАН К. *Графы, сети и алгоритмы*: Пер. с англ. / ред. В.А. Горбатов. – М.: Мир, 1984. – 455 с.

DUAL NETWORK MODELS OF LARGE-SCALE SYSTEMS

Andrey Petrov, Moscow State Mining University, Moscow, Doc. Sc., professor (*helen_pet@mail.ru*).

Abstract: The tensor method of dual networks was developed to calculate changes of processes in large-scale systems caused by changes in the structure of links. Dual networks are constructed as dual graphs, and have an invariant of structural transformations. The dual invariant has fundamental character that turns up in the form of the law of preservation of a stream of energy. The invariant provides methods to calculate chains and network models of large-scale systems of variable structure, including network models of economic systems. This paper describes the method and its applications for simulation of a product flow network and a dual network of cash flows.

Keywords: processes and structure modeling, economics, tensor method, dual networks, sustainable development, invariant, product and cash flows.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым