УДК 622.691-50
ББК 22.161:33.362

ВЫБОР ДОПУСТИМЫХ РЕЖИМОВ ОТБОРА ГАЗА ИЗ СКВАЖИН ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Ахметзянов А. В.[1], Гребенник О. С.[2]
(*Учреждение Российской академии наук*
Институт проблем управления
им. В. А. Трапезникова РАН, Москва)

Рассматривается методика расчета стационарного распределения давлений и потоков сырого газа в газосборных сетях газовых месторождений, обеспечивающих заданный уровень суммарного отбора продукции из скважин и удовлетворяющих технологическим ограничениям в виде граничных условий. Поскольку групповые схемы сбора, использующие внутреннюю энергию самого газа, представляют собой древовидные конфигурации газопроводов, решение общей задачи выбора стационарного режима сводится к решению последовательности одномерных нелинейных уравнений с монотонной функцией по неизвестному аргументу известными высокоэффективными методами.

Ключевые слова: распределение давлений, газосборные сети, стационарный режим.

1. Введение

Управление добычей газа из скважин газовых месторождений (ГМ) связано с необходимостью выбора распределения давлений и потоков в газосборных сетях. Типичные газосборные сети имеют древовидную структуру и состоят из шлейфов кус-

[1] *Атлас Валиевич Ахметзянов, кандидат технических наук, заведующий лабораторией* (*г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, +7*(*495*) *334-92-11, e-mail: awa@ipu.ru*).
[2] *Олег Сергеевич Гребенник, н.с.* (*г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, +7*(*495*) *334-87-69, e-mail: gos@ipu.ru*).

тов газовых скважин (КГС), зданий понижающей аппаратуры (ЗПА) и цехов осушки газа (ЦОГ) с последовательно соединенными сепаратором (С) и абсорбером (А), а также выходной узел на входе в магистральный газопровод (МГ) (рис. 1).

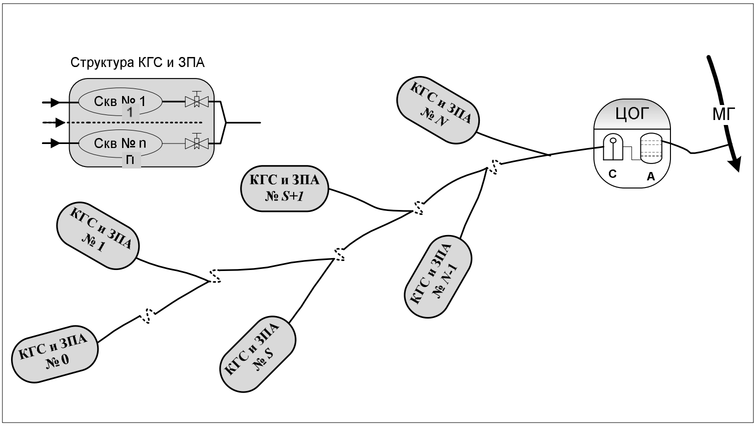

Рис. 1. Древовидная схема размещения объектов в газосборных сетях

При сборе газа за счет внутренней энергии потока основными управляющими устройствами в газосборных сетях, как правило, являются дросселирующие клапаны, расположенные в ЗПА. Изменение гидравлического сопротивления в этих клапанах предоставляет возможность регулирования распределений давления и потоков газа в газосборных сетях в целом. Для решения основной (наиболее актуальной для газодобывающих предприятий) задачи управления газовыми потоками в газосборных сетях сначала необходимо решить задачу выбора установившихся режимов течения газа при фиксированных значениях управляющих воздействий.

2. Постановка задачи выбора распределения потоков

Структура ориентированного графа, соответствующего реальной газосборной сети любого ГМ, обычно имеет простую древовидную конфигурацию. В дальнейшем рассматриваются только древовидные схемы соединения ветвей газосборной сети, и будем считать, что для любого участка сети расход газа и давления $P_{вх}$ и $P_{вых}$ на входе и выходе связаны с нелинейным уравнением

(1) $Q = F(P_{вх}, P_{вых}, R)$, причем $Q = 0$, если $P_{вх} = P_{вых}$,

где R – некоторая константа, определяемая параметрами участка нефтесборной сети, а F – как правило гладкая функция своих аргументов $P_{вх}$ и $P_{вых}$.

По технологическим соображениям будем предполагать, что при фиксированных значениях входного или выходного давлений области определения функции F по аргументам $P_{вх}$ и $P_{вых}$ соответственно ограничиваются неравенствами

(1′) $P_{max} \geq P_{вх} \geq P_{вых} \geq P_{min}$,

где P_{max} и P_{min} – максимальное и минимальное допустимые значения давлений в нефтегазосборной сети.

Для функции F можно предположить, что справедливы неравенства

(2) $\partial F / \partial P_{вых} \leq 0, \quad \partial F / \partial P_{вх} \geq 0$.

Поскольку F гладкая функция, то существует и обратная ей функция $P_{вых} = F^{-1}(P_{вх}, Q, R)$.

Если $Q \geq 0$, для этой обратной функции, в свою очередь, справедливы неравенства

(3) $\partial F^{-1} / \partial P_{вх} \geq 0, \quad \partial F^{-1} / \partial Q \leq 0$.

Обычно, на практике вид функций F для турбулентных течений газа определяются по формулам

$$Q = k'\sqrt{P_{вх} - P_{вых}}\,,\; Q = k''\sqrt{P_{вх}^2 - P_{вых}^2}\,,$$

$$Q = k''' \sqrt{P_{\text{вх}} \left(\left(\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \right) \right)^{\frac{k+1}{k}}}, \ k > 1,$$

где k', k'', k''' – некоторые константы. Для ламинарных течений вид функций F определяются по формулам $Q = \gamma'(P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}})$, $Q = \gamma''(P_{\text{вх}}{}^2 - P_{\text{вых}}{}^2)$, где γ', γ'', k', k'', k''' – некоторые константы.

Необходимо отметить, что в некоторых случаях функция F может обладать только свойством непрерывности [2], однако и в этом случае можно предполагать, что выполнены следующие условия монотонности

$$P''_{\text{вых}} > P'_{\text{вых}} \Rightarrow F(P_{\text{вх}}, P''_{\text{вых}}, R) < F(P_{\text{вх}}, P'_{\text{вых}}, R),$$

$$Q'' > Q' \Rightarrow F^{-1}(P_{\text{вх}}, Q'', R) < F^{-1}(P_{\text{вх}}, Q', R),$$

$$P''_{\text{вх}} > P'_{\text{вх}} \Rightarrow \begin{cases} F(P''_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R) > F(P'_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R), \\ F^{-1}(P''_{\text{вх}}, Q, R) > F^{-1}(P'_{\text{вх}}, Q, R). \end{cases}$$

Рассмотрим структурный элемент газосборной сети, т. е. КГС и ЗПА (рис. 1). Ясно, что для каждой из параллельных ветвей справедливы соотношения (1) и (2), поэтому для структурного элемента в целом можем записать

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_{\text{вх}\,i} = \sum_{i=1}^{n} F_i(P_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R_{\text{вх}\,i}) = \Phi(P_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R),$$

$$P_{\text{вых}} = \Phi^{-1}(P_{\text{вх}}, Q, R),$$

где $R_{\text{вх}} = (R_{\text{вх}1}, R_{\text{вх}2}, \ldots, R_{\text{вх}.n})$ – множество параметров; функции F_i удовлетворяют условиям (1) и (2), но могут быть различными для разных значений $i = 1, \ldots, n$. Очевидно, что в силу (2) для функций Φ и Φ^{-1} справедливы условия

(3′) $\partial\Phi / \partial P_{\text{вых}} \le 0, \partial\Phi / \partial P_{\text{вх}} \ge 0, \partial\Phi^{-1} / \partial P_{\text{вх}} \ge 0, \partial\Phi^{-1} / \partial Q \le 0.$

Для выходного давления двух последовательных ветвей газосборной сети справедливы выражения

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{вых}}(P_2(P_1, Q, R_1), Q, R_2) = L_2(P_1),$$

(4) $$\frac{dP_{\text{вых}}}{dP_1} = \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial P_1}.$$

Согласно (4) можно показать, что $\partial P_{\text{вх}}/\partial P_1 \geq 0$. Это следует из следующих рассуждений. В силу условия (2) имеем $\partial P_2/\partial Q \leq 0$, $\partial Q/\partial P_1 = \partial Q_{\text{вх}1}/\partial P_1 + \partial Q_{\text{вх}2}/\partial P_1 + \ldots + \partial Q_{\text{вх}n}/\partial P_1 \leq 0$, поскольку $\partial Q_{\text{вх}i}/\partial P_1 \leq 0$ для всех $i = 1, \ldots, n$, а в силу условия (3) имеем, что $\partial P_{\text{вых}}/\partial P_2 \geq 0$, $\partial P_2/\partial P_1 \geq 0$. Таким образом, все слагаемые в правой части (4) неотрицательны.

Если ветвь газосборной сети имеет m ступеней дроссельных клапанов, то методом математической индукции можно показать, что $\partial P_{\text{вых}}/\partial P_1 = \partial L_m(P_1)/\partial P_1 \geq 0$.

Если типовая ветвь газосборной сети состоит из двух последовательных ветвей, в конце которого производится вторая ступень дроссельных клапанов, то для выходного давления справедливы аналогичные выражения

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{вых}}(P_2(P_1, Q, R_1), Q, R),$$

$$\frac{dP_{\text{вых}}}{dP_1} = \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial P_1} \geq 0, \tag{5}$$

поскольку в силу (3′) $\partial P_{\text{вых}}/\partial P_2 \geq 0$, $\partial P_2/\partial P_1 \geq 0$ и $\partial P_{\text{вых}}/\partial Q \leq 0$, $\partial Q/\partial P_1 \leq 0$, следовательно, все слагаемые в (5) неотрицательны. Далее используя полученные выражения методом математической индукции можно показать, что для схемы многоступенчатого понижением давления, состоящей из части входного блока с $P_{\text{вх}1}, \ldots, P_{\text{вх}n}$ и последовательного соединения в произвольном порядке элементов, справедливо выражение

$$\partial P_{\text{вых}}/\partial P_1 = \partial L_m(P_1)/\partial P_1 \geq 0.$$

Для окончательной постановки задачи в качестве центральной ветви газосборной сети выберем в соответствующем ориентированном графе маршрут максимальной длины

3. Алгоритм выбора допустимого стационарного режима в простой неразветвленной ветви газосборной сети

Считаем заданным давления на концах неразветвленной цепи, т. е. $P_{\text{вх}1}, \ldots, P_{\text{вх}n}$ и $P_{\text{вых}}$. Необходимо найти расход газа в ветви и давления в промежуточных точках. Предлагается следующий алгоритм. Для центральной ветви зададим значение давления P_1 и определим расход газа на ее входе, т. е.

(6) $$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_{\text{вх}\,i} = \sum_{i=1}^{n} F_i(P_{\text{вх}\,i}, P_1, R_{\text{вх}\,i}) .$$

Затем, используя либо функцию $F^{-1}(P_1, Q, R_1)$, либо $\Phi^{-1}(P_1, Q, R_1)$, находим P_2 и т.д. Последовательно выполняя подобные вычисления, находим значение P_m – давление на выходе ветви. В общем случае может быть, что $P_1 \neq P_{\text{вых}}$. Поэтому будем предполагать, что при выборе $P_{1\min} = \min|_i \{P_{\text{вх}i}\}$ будет выполнено условие $P_m \geq P_{\text{вых}}$, поскольку в противном случае поставленная задача будет неразрешимой. Действительно в силу условия $\partial P_{\text{вых}}/\partial P_1 = \partial L_m(P_1)/\partial P_1 \geq 0$ для достижения $P_m = P_{\text{вых}}$ необходимо P_1 увеличивать, что приведет к недопустимому физически условию $(Q_{\text{вх}i})_{\min} \leq 0$. Величина $(Q_{\text{вх}i})_{\min}$ соответствует $\min|_i \{P_{\text{вх}i}\}$.

Если ввести функцию $P_m = \Psi(P_1)$, то условие разрешимости принимает вид

(7) $$\Psi(P_{1\min}) \geq P_{\text{вых}}, \quad P_{1\min} = \min_i \{P_{\text{вх}\,i}\} .$$

Таким образом, при условии (7) задача разрешима, а ее решение сводится к решению следующего нелинейного уравнения:

$$\Psi(P_1) = P_{\text{вых}},$$

где $\Psi(P_1)$ – монотонная функция, т. е. $\partial\Psi(P_1)/\partial P_1 \geq 0$.

Для решения нелинейного уравнения (7) существует целый ряд эффективных вычислительных алгоритмов [1].

4. Алгоритм выбора допустимых стационарных потоков в древовидной газосборной сети

Для решения общей задачи выбора введем следующие обозначения. Пусть $P_1^0, \ldots, P_{n_0}^0, P_{\text{вых}}^0$ – заданные давления на входе и выходе центральной ветви. Соответственно $P_1^1, \ldots, P_{n_1}^1, P_{\text{вых}}^1$, …, $P_1^s, \ldots, P_{n_S}^s, P_{\text{вых}}^s \ldots, P_1^N, \ldots, P_{n_N}^N, P_{\text{вых}}^N = P_{\text{вых}}$ – заданные давления на входе и выходе боковых ветвей газосборной сети, где $s = 1, \ldots, N$ – номер боковой ветви, N – число боковых ветвей.

Необходимо найти расходы во всех ветвях схемы и распределение давлений в любой точке схемы. Обозначим через P_{E_s} давления в узлах центральной ветви, соответствующие входу боковых ветвей с индексами $s = 1, \ldots, N$ в центральную ветвь.

Предлагается следующий алгоритм решения поставленной задачи. Задаем давление $P^0_{\text{вых}}$, соответствующее P_{E_1} (ниже мы введем условие разрешимости общей задачи). Просчитываем, как и выше

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{n_0} F_i^0(P_i^0, P_{E_1}, R_i^0, \ldots),$$

где R_i^0, $i = 1, \ldots, n_0$, – некоторые известные константы. Последовательно вычислим давления вдоль центральной ветви, как это описано выше вплоть до узла E_1, т. е. – узла входа в центральную ветвь первой боковой ветви. Далее при заданных давлениях $P_1^1, \ldots, P_{n_0}^1, P^1_{\text{вых}} = P_{E_1}$, необходимо найти расход газа в первой боковой ветви и давления в промежуточных узлах первой боковой ветви. Эта задача сводится к решению нелинейного уравнения $\Psi_1(P_1^1) = P^1_{\text{вых}} = P_{E_2}$.

Обозначим расход газа в первой боковой ветви как Q_1. Далее проводим вычисления вдоль центральной ветви от узла E_1 до узла E_2, т. е. узла входа второй боковой ветви в центральную ветвь с расходом газа $Q_0 + Q_1$. Для второй боковой ветви решаем задачу полностью аналогичную задаче, рассмотренной для первой боковой ветви, т. е. $\Psi_2(P_1^2) = P^2_{\text{вых}} = P_{E_3}$.

В дальнейшем вычисления вдоль центральной ветви продолжаются от узла E_2 до узла входа третьей боковой E_3 с расходом газа $Q_0 + Q_1 + Q_2$ и т.д. Продолжая аналогичным образом, получим давление в узле E_N – в последнем узле центральной ветви.

Решение общей задачи можно сформулировать как решение нелинейного уравнения

(8) $\Psi_0(P^0_{\text{вых}}) = P^N_{\text{вых}}$.

Вернемся к проблеме разрешимости общей задачи. Условия разрешимости основной задачи (8) определяются последовательно для каждой ветви аналогично (6), по мере продвижения вычислений вдоль центральной ветви следующим образом. Положим $P^{\min}_{E_1} = \min\limits_i \{P^0_i\}$ и, вычислив $Q^{\min}_0$ аналогично (6), определим минимально допустимое значение давления $P^{\min}_{E_1}$ в узле E_1, т. е. в узле входа первой боковой ветви в центральную ветвь. Условие разрешимости для первой боковой ветви при заданных значениях $P^1_1, \ldots, P^1_{n_1}, P^1_{\text{вых}} = P^{\min}_{E_1}$ определяется неравенством

(9) $\Psi_1(P^1_1) \ge P^{\min}_{E_1}$.

Считая условие разрешимости (9) выполненным и решив нелинейное уравнение $\Psi_1(P^1_{1\ \min}) = P^1_{\text{вых}} = P^{\min}_{E_1}$, вычислим значение суммарного расхода газа в первой боковой ветви $Q^{\min}_1$. Затем при суммарном расходе газа $Q^{\min}_0 + Q^{\min}_1$ вдоль центральной ветви между узлами E_1 и E_2 определим минимально допустимое значение давления $P^{\min}_{E_2}$.

Условие разрешимости задачи для второй боковой ветви (аналогично (9)) определяется неравенством

(10) $\Psi_2(P^2_{1\min}) \ge P^{\min}_{E_2}$.

Считая, что (10) выполнено, решим уравнение $\Psi_2(P^2_{1\min}) = P^{\min}_{E_2}$ и вычислим значение суммарного расхода газа во второй боковой ветви $Q^{\min}_2$. Затем определяем значение минимально допустимого давления $P^{\min}_{E_3}$ в узле E_3 при расходе газа между узлами E_2 и E_3 центральной ветви, равном $Q^{\min}_0 + Q^{\min}_1 + Q^{\min}_2$ и т. д. Продолжая последовательно процесс вычислений до узла E_N, получим условие разрешимости задачи для N-ой боковой ветви

(11) $\Psi_N(P^N_{1\min}) \ge P^{\min}_{E_N}$.

Условием разрешимости для центральной ветви в целом является неравенство

(12) $\Psi_0(P_{1\min}^0) \ge P_{E_N}^{\min} \ge P_{\text{вых}}$.

Таким образом, условие разрешимости общей задачи определяется набором N неравенств, аналогичных (9)-(11), и одного неравенства вида (12), т. е.

$$\Psi_1(P_{1\min}^1) \ge P_{E_1}^{\min}, \ldots, \Psi_N(P_{1\min}^N) \ge P_{E_N}^{\min} \ge P_{\text{вых}},$$

$$\Psi_0(P_{1\min}^0) \ge P_{\text{вых}} .$$

Величина $P_{1\min}^0$ является максимальным значением давления, при котором сохраняется условие физической допустимости отборов газа на входе в центральную ветвь, поскольку все слагаемые выражения

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{n_0} F_i^0(P_i^0, P_{1\min}^0, R_i^0)$$

должны быть неотрицательными. При этом очевидно, что расход Q_0 будет минимальным. В силу (2) значение давления $P_{E_1}^{\min}$ будет максимально возможным в точке E_1, при котором достигается физическая реализуемость отборов газа на входах в центральную ветвь. Условие (9) является условием физической реализуемости расходов газа на входе в первую боковую ветвь. При задании $P_{\text{вых}}^1 = P_{E_1}^{\min}$, где $P_{\text{вых}}^1$ – давление на выходе первой боковой ветви, определяется максимальное значение давления в узле E_1, при котором будет соблюдаться условие реализуемости отборов газа, т. е. не отрицательности всех слагаемых суммарных отборов

$$Q_0^{\min} = \sum_{i=1}^{n_0} F_i^0(P_i^0, P_{E_1}^{\min}, R_i^0)\,,\; Q_1^{\min} = \sum_{i=1}^{n_1} F_i^1(P_i^1, P_{E_1}^{\min}, R_i^1)\,.$$

Аналогичные рассуждения справедливы и для узла E_2. Значение давления $P_{E_2}^{\min}$, вычисленное при суммарном расходе газа $Q_0^{\min} + Q_1^{\min}$, является максимальным, при котором соблюдены условия неотрицательности не только слагаемых суммарных отборов $Q_0^{\min}$ и $Q_1^{\min}$, но и слагаемых суммарного отбора газа во второй боковой ветви

$$Q_2^{\min} = \sum_{i=1}^{n_2} F_i^2 (P_i^2, P_{E_2}^{\min}, R_i^2) .$$

Из изложенных выше рассуждений следует, что для функции $\Psi_1(P_{E_1})$ справедливо условие ее монотонности по аргументу $d\Psi_0(P_{\text{вых}}^0)/dP_{\text{вых}}^0 \geq 0$. Поэтому для решения нелинейного уравнения $\Psi_0(P_{E_1}) = P_{\text{вых}}^0$ с неизвестной величиной P_{E_1} с монотонной функцией $\Psi_1(P_{E_1})$ можно воспользоваться высокоэффективными методами дихотомии, золотого сечения и др. [1].

Каждый шаг последовательных вычислений по центральной ветви, т. е. определение значений давлений $P_{E_1}, \ldots, P_{E_N}, P_{\text{вых}}$ при заданных значениях $P_1^1, \ldots, P_{n_0}^1$; $P_1^s, \ldots \ldots, P_{n_s}^s$, P_{E_1}, назовем подзадачами типа «*A*», а решение нелинейных уравнений $\Psi_s(P_1^s) = P_{\text{вых}}^s \equiv P_{E_s}, s = \overline{1, N}$ будем называть подзадачами типа «*B*».

Таким образом, на каждом шаге решения общей задачи расчета стационарного режима газосборной сети, решаются $(N + 2)$ подзадач типа «*A*» и N подзадач типа «*B*». Быстродействие решения общей задачи определяется в основном трудоемкостью вычислений при решении подзадач типа «*B*».

5. Заключение

При наличии в газосборной сети параллельных и несвязанных между собой перемычками древовидных конфигураций трубопроводов решение общей задачи выбора стационарного режима распадается на соответствующее число независимых задач, которые можно решать параллельно на одном многопроцессорном вычислительном комплексе.

Литература

1. ДЕМИДОВИЧ Б.П., МАРОН И.А. *Основы вычислительной математики.* – М.: Наука, 1970.
2. ЗАЛМАНЗОН Л.А. *Проточные элементы пневматических приборов контроля и управления.* – М.: Изд-во АН СССР, 1966.

SELECTION OF ALLOWABLE GAS EXTRACTION MODES FOR WELLS OF GAS FIELDS

Atlas Ahmetzyanov, Cand. Sc., Institute of Control Sciences of RAS, (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-92-11, e-mail: awa@ipu.ru)
Oleg Grebennik, Institute of Control Sciences of RAS, (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-87-69, e-mail: gos@ipu.ru)

The approach is considered for solution of a stationary distribution problem of gas pressures and flows of crude gas in gas-gathering systems. The approach meets cumulative gas production requirements and technological constraints as boundary conditions. Clustered gas-gathering systems, which use internal energy of natural gas itself, represent tree structures of pipe lines. Therefore the solution of the stationary mode selection problem is reduced to the solution of a sequence of one-dimensional nonlinear equations with monotone functions.

Keywords: pressure distribution, gas-gathering system, stationary mode.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М. В. Губко