Управление большими системами
Специальный выпуск 30.1 «Сетевые модели в управлении»

УДК 519.85+532.542
ББК 22.19+39.7

МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СЕТИ С РЕГУЛЯТОРАМИ РАСХОДА[1]

Епифанов С. П.[2], Зоркальцев В. И.[3], Медвежонков Д. С.[4]
(*Учреждение Российской академии наук*
Институт систем энергетики им. Мелентьева СО РАН,
Иркутск)

Приводится система уравнений и неравенств, описывающая потокораспределение в трубопроводных системах с автоматическими регуляторами расхода на некоторых участках. Показано, что приведенная система равносильна условиям оптимальности некоторой задачи выпуклого программирования, на основе чего определяются условия существования и единственности решения. Модель иллюстрируются примером.

Ключевые слова: гидравлическая цепь, регулятор расхода, задача выпуклого программирования, метод внутренних точек.

1. Введение

В данной статье иллюстрируются возможности использования задач выпуклого программирования в решении одной из

---

[1] *Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований* (*грант № 09-01-00306а*)

[2] *Сергей Петрович Епифанов, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник* (*epifanov@isem.sei.irk.ru*).

[3] *Валерий Иванович Зоркальцев, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией* (*zork@isem.sei.irk.ru*).

[4] *Дмитрий Сергеевич Медвежонков, младший научный сотрудник* (*dmitry@isem.sei.irk.ru*).

задач теории гидравлических цепей [6, 9]. Теория гидравлических цепей предназначена для моделирования трубопроводных систем, обеспечивающих транспортировку потребителям воды, тепла, газа, нефти и нефтепродуктов. Создание, развитие и реконструкция таких систем, управление ими предполагают проведение многократного решения задач потокораспределения для определения гидравлических показателей, характеризующих потоки и напоры во всех элементах системы.

При эксплуатации трубопроводных систем часто возникает необходимость в установке на них автоматических регулирующих устройств, позволяющих обеспечивать требуемые параметры (расходы на участках трубопроводов, давление в узлах и у потребителей, перепады давления на участках трубопроводов) без оперативного вмешательства. Так, в системах централизованного теплоснабжения для обеспечения экономии энергоресурсов необходимо устанавливать на центральных и в индивидуальных тепловых пунктах, а также у потребителей автоматические регуляторы расхода. Установка таких регуляторов позволяет существенно снизить эксплуатационные расходы и повысить надежность функционирования как системы в целом, так и отдельных ее элементов.

Для решения задачи потокораспределения в системах с автоматическими регуляторами применялись модели и алгоритмы [3, 6–9], в которых переменными были гидравлические сопротивления регуляторов. Это приводило к необходимости введения в модель нелинейных зависимостей между гидравлическими сопротивлениями регуляторов и потерями напора в них. Такие зависимости усложняли модель и, в частности, затрудняли исследование вопросов существования и единственности решения, а также теоретическое обоснование используемых алгоритмов.

Как будет показано в данной статье, теоретическое исследование свойств решения такой задачи может быть получено на основе сведения ее к задаче выпуклого программирования. Такой прием ранее эффективно применялся для исследования классической задачи потокораспределения [4] и позволил доказать существование и единственность решения рассматриваемой задачи. Ключевыми в представленном здесь исследовании стали следующие два факта. Во-первых, в рассматриваемой здесь постановке задачи отыскиваются не значения гидравлических сопротивлений регуляторов, а только потери напора, обусловленные работой регулятора.

Во-вторых, как выяснилось, зависимости потерь напора в регуляторах от расходов транспортируемой жидкости через них, описываются соотношениями, которые в теории оптимизации принято называть условиями дополняющей нежесткости.

2. Модель гидравлической сети с регуляторами расхода

2.1. ОПИСАНИЕ И ПОСТАНОВКА МОДЕЛИ

Моделируемая гидравлическая система описывается ориентированным графом. Пусть m – число узлов, n – число дуг этого графа, A – матрица инцидентности графа размера $m \times n$ с элементами: $a_{ij} = 1$, если дуга j выходит из узла i; $a_{ij} = -1$, если дуга j входит в узел i; $a_{ij} = 0$, если дуга j не инцидентна узлу i. Далее считаем, что рассматриваемый граф связный. Тогда ранг матрицы A равен $m - 1$. Пусть J_r – множество дуг с регуляторами расхода, а J_0 – множество остальных дуг. Эти подмножества являются разбиением множества всех номеров дуг: $J_r \cup J_0 = \{1, 2, \ldots, n\}$ и $J_r \cap J_0 = \varnothing$.

Задача потокораспределения в гидравлических системах с автоматическими регуляторами расхода сводится к решению следующей системы уравнений и неравенств:

(1) $Ax = b$,

(2) $0 \le x_j \le \bar{x}_j \quad j \in J_r$,

(3) $y_j = f_j(x_j), \quad j \in J_0 \bigcup J_r$,

(4) $y_j = c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j, \quad j \in J_0$,

(5) $y_j = \min\left\{f_j(\bar{x}_j), (c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j)_+\right\},\ \ j \in J_r$.

Заданными являются векторы: $b \in R^m$, $c \in R^n$ и величины максимально допустимых расходов транспортируемой среды $\bar{x}_j$ по дугам $j \in J_r$.

Компоненты вектора b – расходы среды из системы либо в систему (потребление из трубопроводной системы или поставки в неё транспортируемой жидкости) для узлов $i = 1, \ldots, m$. Причём $\sum_{i=1}^{m} b_i = 0$. Если $b_i > 0$, то величина b_i является расходом среды в систему в узле i. Если $b_i < 0$, то величина $|b_i|$ задает расход среды из системы в узле i. Компоненты вектора c (величины c_j) – заданные приращения напора (в результате работы насосов) на дугах $j = 1, \ldots, n$.

Искомыми величинами являются компоненты векторов: $x \in R^n$, $y \in R^n$, $u \in R^m$. Величины x_j – расходы транспортируемой среды на дугах $j = 1, \ldots, n$. Величины y_j – потери напора на дугах $j = 1, \ldots, n$. Величины u_i – пьезометрические напоры (далее их будем называть просто напоры) в узлах $i = 1, \ldots, m$.

Уравнение (1) выражает баланс расходов транспортируемой жидкости в узлах. Ограничения-неравенства $x_j \le \bar{x}_j$ для $j \in J_r$ в условии (2) означают, что искомые расходы на дугах с регуляторами не могут превышать максимально допустимого расхода на каждой из этих дуг. Значение максимально допустимого расхода задаётся «уставкой» регулятора. Для дуг с регуляторами расхода, в силу их конструктивных особенностей, не допускается движение потока в обратном направлении. Это условие задаёт ограничение $x_j \ge 0$ для $j \in J_r$. Далее считаем, что $\bar{x}_j > 0$ для всех $j \in J_r$.

Условие (3) характеризует взаимосвязь между расходами транспортируемой среды x_j и потерями напора y_j на всех дугах $j = 1, \ldots, n$ (в теории гидравлических цепей [6] это условие принято называть «замыкающим соотношением»). Здесь f_j, $j = 1, \ldots, n$, – заданные функции вещественного аргумента.

Уравнения (4) и (5) выражают баланс потерь, приращений и разности напоров на дугах. Так, согласно (4), для дуг, где нет регуляторов расхода, потеря напора (y_j) на дуге j представляется в виде суммы заданного приращения напора на этой дуге (величина c_j) и разности напоров в концевых узлах дуги j (величина $(A^{\mathrm{T}}u)_j$).

Для дуг с регуляторами расхода потеря напора определяется по более сложному, чем (4), правилу, выраженному условием (5). Если

$$c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j \le 0, \quad j \in J_r,$$

то, согласно (5), полагаем

$$y_j = 0, \quad j \in J_r.$$

Такая величина потери напора будет соответствовать в условии (3) нулевому расходу $x_j = 0$. В выражении (5) символом $(\ )_+$ обозначена неотрицательная срезка вещественного числа:

$$\alpha_+ = \max\{0, \alpha\}$$

для любого вещественного α.

Согласно (5), если величина $c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j$, $j \in J_r$, положительная и превосходит значение $f_j(\bar{x}_j)$, то $y_j = f_j(\bar{x}_j)$. Это означает, что регулятор расхода дросселирует величину напора $c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j$ до значения $f_j(\bar{x}_j)$, при котором расход по дуге будет равен максимально допустимому расходу $\bar{x}_j$.

Далее будем считать, что f_j – вещественные функции вещественного аргумента для всех $j = 1, \ldots, n$. Они непрерывны, возрастают на всем интервале от $-\infty$ до $+\infty$, со значениями, изменяющимися в интервале от $-\infty$ до $+\infty$ и равными нулю в нуле.

Замечание. Присутствие нелинейных ограничений в системе (1)–(5) затрудняет изучение вопросов существования и единственности решений непосредственно из анализа этой системы. Исследование этих вопросов облегчается при использовании представления системы в виде экстремальных задач. Такие задачи были рассмотрены в работе [4] для классической задачи потокораспределения, к которой сводится система (1)–(5) при $J_r = \varnothing$. Оказывается, что системе (1)–(5) при $J_r \neq \varnothing$ даже в случае наличия регуляторов расхода будет соответствовать задача выпуклого программирования. Это позволяет эффективно использовать развитую теорию выпуклой оптимизации для исследования и решения системы (1)–(5).

Введем функции от векторов $x, y \in R^n$,

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} F_j(x_j),$$

где

$$F_j(x_j) = \int_0^{x_j} f_j(z)dz, \quad j = 1,\dots,n\,.$$

Задача оптимизации: *найти вектор* $x \in R^n$, *являющийся решением экстремальной задачи*

(6) $\quad F(x) - c^{\mathrm{T}} x \to \min\,,$

при ограничениях (1), (2).

Задача (6) относится к классу задач минимизации строго выпуклых функций при линейных ограничениях.

2.2. ТЕОРЕМА О СУЩЕСТВОВАНИИ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ

В качестве решения задачи (6) будем рассматривать три вектора: оптимальное значение вектора переменных задачи, который обозначим $\tilde{x}$; вектор множителей Лагранжа ограничений (1), который обозначим $\tilde{u}$; вектор $\tilde{y}$, с компонентами, определяемыми по правилу (3), исходя из вектора $\tilde{x}$, т. е. $\tilde{y}_j = f_j(\tilde{x}_j)$ для $j = 1, \dots, n$.

Теорема. *Задача* (6) *не имеет решения в том и только в том случае, если противоречивы ограничения* (1), (2).

Решение $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{u}$ *задачи* (6) *является решением системы* (1)–(5), *и наоборот – решение системы* (1)–(5) *будет решением задачи* (6). *Векторы* $\tilde{x}, \tilde{y}$ *имеют единственное значение для решения системы* (1)–(5) *и задачи* (6).

Доказательство. Из свойств производных функций F_j, $j = 1, \ldots, n$, следует, что функция $F(x) - c^{\mathrm{T}}x$ при любом заданном $c \in R^n$ является строго выпуклой, и для любого α множество векторов x, удовлетворяющих неравенству

$$F(x) - c^{\mathrm{T}}x \le \alpha,$$

будет ограниченным или пустым. Поэтому, если задача (6) имеет допустимое решение, то она имеет и оптимальное решение. Поскольку функция $F(x)$ строго выпукла, то задача (6) имеет единственное значение вектора x для любого оптимального решения. Отсюда, в силу (3), следует единственность значения вектора y в оптимальном решении задачи (6).

Первая часть теорема доказана.

Вторая часть. По условиям оптимальности Куна–Таккера [1], чтобы вектор x был оптимальным решением задачи (6), необходимо и достаточно выполнения двух условий: 1) вектор x должен удовлетворять ограничениям (1), (2) задачи; 2) при некотором $u \in R^m$ должны выполняться необходимые условия оптимальности:

$$(7)\quad \nabla_j F(x) - c_j = (A^{\mathrm{T}}u)_j \quad j \in J_0,$$

$$(8)\quad \nabla_j F(x) - c_j = (A^{\mathrm{T}}u)_j + \alpha_j - \beta_j, \ \ j \in J_r,$$

$$(9)\quad \alpha_j \ge 0, \ \ \beta_j \ge 0, \ \ j \in J_r,$$

$$(10)\ \alpha_j x_j = 0, \quad j \in J_r,$$

$$(11)\ \beta_j(\bar{x}_j - x_j) = 0, \ \ j \in J_r.$$

Здесь u – вектор множителей Лагранжа ограничений-равенств (1); α_j, β_j – множители Лагранжа ограничений-неравенств $x_j \ge 0$ и, соответственно, $x_j \le \bar{x}_j$ для $j \in J_r$. Соотношения (10), (11) принято называть условиями дополняющей нежёсткости.

Так как $\nabla F(x) = f(x)$ и $f(x) = y$, то условие (4) равносильно условию (7). Осталось доказать, что условия (8)–(11) при $\nabla F(x) = f(x)$, $f(x) = y$ и выполнении условия (2) равносильны условию (5).

Непосредственной проверкой можно убедиться, что из (5) для $j \in J_r$ при

$\alpha_j = (-c_j - (A^{\mathrm{T}}u)_j)_+$,

$\beta_j = (c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j - f_j(\bar{x}_j))_+$

следует выполнение соотношения (8)–(11). Докажем обратное, что из (8)–(11) при указанных условиях следует (5).

Поскольку $\nabla F(x) = f(x)$, $f(x) = y$, то условие (8) можно представить в следующем виде

(12) $y_j = c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j + \alpha_j - \beta_j, \; j \in J_r$.

Из (10), (11) и неравенства $\bar{x}_j > 0$ следует, что величины α_j и β_j для данного $j \in J_r$ не могут быть обе положительными. Возможны три случая.

Если $\alpha_j > 0$, то $\beta_j = 0$. Согласно (10) величина x_j и, следовательно, величины $f_j(x_j)$ и y_j, равны нулю. Итак, $y_j = c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j + \alpha_j = 0$,

то есть $c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j < 0$. Поэтому $y_j = (c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j)_+$.

При этом $y_j < f(\bar{x}_j)$, так как $f(\bar{x}_j) > 0$. Следовательно, для данного случая условие (5) выполняется.

Если $\beta_j > 0$, $\alpha_j = 0$. В этом случае, согласно (11), $x_j = \bar{x}_j$, $y_j = f(\bar{x}_j)$. При этом, в силу (12) $y_j < c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j$, т. е. в этом случае

$$y_j = \min\left\{f_j(\bar{x}_j),\; c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j\right\}.$$

Это, в силу неравенства $f(\bar{x}_j) > 0$, влечёт (5).

Осталось рассмотреть случай $\alpha_j = 0$, $\beta_j = 0$. Из (12) получим

(13) $y_j = c_j + (A^{\mathrm{T}}u)_j$.

Из неравенства (2) и условия $y_j = f_j(x_j)$, следует, что

(14) $0 \le y_j \le f(\bar{x}_j)$.

Соотношения (13), (14) влекут выполнение условия (5).

Теорема доказана.

Замечания. Система уравнений и неравенств (1), (2), (7)–(11), представляющая необходимые и достаточные условия оптимальности задачи (6), равносильна исходной системе (1)–(5). То есть модель потокораспределения гидравлической системы с регуляторами расхода можно представлять в виде системы (1), (2), (7)–(11).

Множители Лагранжа α_j, β_j ограничений-неравенств $x_j \geq 0$ и, соответственно, $x_j \leq \bar{x}_j$ для $j \in J_r$ имеют следующий физический смысл, вытекающий из уравнения (8) и условий (9)–(11). Величина α_j равна разности напоров после и до регулятора на дуге j, когда расход через него равен нулю (т. е. регулятор полностью закрыт). β_j – величина потери напора в регуляторе на дуге j, при которой расход по дуге не будет превосходить максимально допустимой величины $\bar{x}_j$.

Компоненты вектора u имеют неединственные значения в решении системы (1)–(5). Это связано, в том числе, с тем, что ранг матрицы A равен $m - 1$. Для того чтобы получить компоненты вектора u, необходимо зафиксировать его значение в одном или более чем одном узле. Необходимость фиксации значения вектора u в нескольких узлах возникает, например, если между двумя множествами узлов, связанными в пределах этих множествами дугами, существует единственная связь, расход по которой достигает границ, задаваемых регулятором. Величины α_j и β_j для $j \in J_r$ в решении системы (1), (2), (7)–(11) могут иметь неединственные значения в описанной ситуации.

2.3. ОБ АЛГОРИТМАХ ПОИСКА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ (1)–(5)

Представление системы (1)–(5) в виде задачи оптимизации (6) полезно не только для выяснения теоретических вопросов существования и единственности решения. Это открывает широкие возможности для разработки и использования эффективных алгоритмов отыскания решения данной системы. Для этого могут быть использованы любые методы выпуклого программирования, изложенные, например, в [1]. При этом успешно можно использовать такие преимущества задачи (6), как линейность ее ограничений, дифференцируемость и строгую выпуклость целевой функции.

Для решения задачи (6) нами был программно реализован метод внутренних точек [2], успешно используемый при реализации ряда моделей энергетики (например, [5]).

При реализации алгоритма для ускорения расчетов учитывалась специфика матрицы A, а именно её разреженность. При этом сокращение времени счета для алгоритма, по сравнению с вариантом алгоритма, где данная специфика не учитывалась, для задач с сетями средней размерности (порядка 250 узлов и 500 дуг) составило от 20 до 30 раз.

2.3. ПРИМЕР

Рассмотрим гидравлическую цепь, схема которой представлена на рис. 1. На схеме 11 узлов и 18 дуг. Притоки и стоки отсутствуют, т. е. $b = 0$. Пьезометрический напор в узле 11 равен 30 м. Компоненты вектора c приращений напора на дугах равны нулю, кроме $c_{18} = 100$ м.

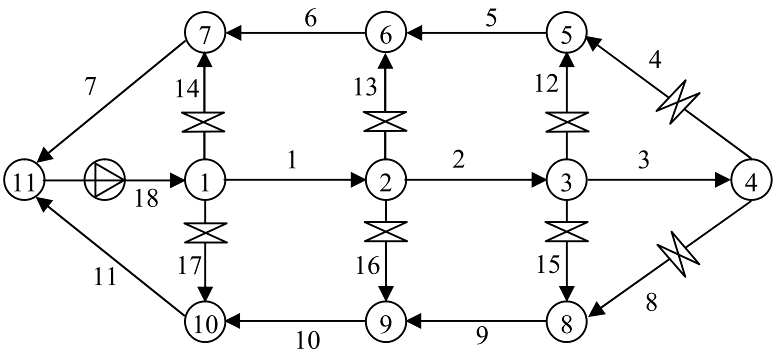

Рис. 1. Схема гидравлической цепи

При расчетах трубопроводных систем, по которым передается несжимаемая среда, обычно используется квадратичная зависимость потери напора от расхода транспортируемой среды

$f_j(x_j) = s_j x_j^2 \mathrm{sign}(x_j),\ j = 1, \dots, n,$

где s_j – заданный положительный коэффициент, называемый гидравлическим сопротивлением [6]. Такие зависимости использовались и в рассматриваемом примере.

В таблице 1 приведены исходные значения гидравлического сопротивления s_j и максимально допустимого расхода $\bar{x}_j$ для всех дуг схемы.

Таблица 1. Исходные данные

№ дуги, j	s_j	$\bar{x}_j$	№ дуги, j	s_j	$\bar{x}_j$
1	6,5E–6	–	11	2E–5	–
2	7E–6	–	12	2E–4	200
3	8E–6	–	13	2E–4	200
4	5E–6	200	14	2E–4	200
5	4E–5	–	15	3E–4	200
6	3E–5	–	16	3E–4	200
7	2E–5	–	17	3E–4	200
8	5E–5	200	18	6E–6	–
9	4E–5	–			
10	3E–5	–			

Для получения решения алгоритмом внутренних точек потребовалось 14 итераций. Погрешность (невязка) решения, т. е. максимальная невязка среди условий оптимальности, менее 0,01. Результаты расчета приведены в таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что все регуляторы осуществляют регулирование расхода до максимально допустимого, так как для всех дуг, на которых установлены регуляторы, $\beta_j > 0$, $j \in \{4, 8, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$. Соответственно, $\alpha_j = 0$ для этих же номеров дуг, так как ни на одной из дуг с регулятором расход не равен нулю.

На дуге 18 насосами создается напор. За счет регуляторов на 4, 8, 12, 15, 13, 16, 14, 17 дугах расход по дуге 18 не может превышать суммарной максимальной пропускной способности этих дуг, что в итоге и происходит. Напор, создаваемый насосами на дуге 18 больше, чем тратится в системе при передаче по замкнутому циклу. Излишки напора дросселируются в результате работы регуляторов на дугах 4, 8, 12, 15, 13, 16, 14, 17.

Если снизить напор на дуге 18 на величину, не большую чем $\min\{\beta_j: j \in J_r\}$, то расходы и потери напора в системе не изменятся, а напоры, теряемые в регуляторах уменьшаться на эту величину.

Таблица 2. Результаты расчета

Номер дуги, j	Расход, x_j, т/ч	Потеря напора, y_j, м	Напор, теряемый в регуляторе (β_j), м	Номер узла, i	Напор в узле, u_i, м
1	1200	9,36	–	1	114,64
2	800	4,48	–	2	105,28
3	400	1,28	–	3	100,8
4	200	0,2	39,32	4	99,52
5	400	6,4	–	5	60,0
6	600	10,8	–	6	53,6
7	800	12,8	–	7	42,8
8	200	2	37,52	8	60,0
9	400	6,4	–	9	53,6
10	600	10,8	–	10	42,8
11	800	12,8	–	11	30,0
12	200	8	32,8		
13	200	8	43,68		
14	200	8	63,84		
15	200	12	28,8		
16	200	12	39,68		
17	200	12	59,84		
18	1600	15,36	–		

3. Выводы

1. Получены условия существования решения задачи потокораспределения с регуляторами расхода. Для этого необходимо и достаточно только совместности ограничений (1), (2).

2. Доказано, что если система уравнений и неравенств (1)–(5) имеет решение, то оно единственно относительно переменных, составляющих векторы x, y.

3. Представление системы (1)–(5) в виде хорошо исследованной в теории оптимизации задачи минимизации строго выпуклых функций при линейных ограничениях позволяет использовать для поиска решения данной системы многие эффективные, теоретически обоснованные алгоритмы решения таких задач оптимизации.

Литература

1. ВАСИЛЬЕВ Ф.П. *Методы оптимизации*. – М.: Факториал-Пресс, 2002. – 824 с.
2. ДИКИН И.И., ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Итеративное решение задач математического программирования: алгоритм метода внутренних точек.* – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980. – 144 с.
3. ДИКИН И.И., ПОПОВА О.М., ЕПИФАНОВ С.П. *Применение методов вспомогательных функций и внутренних точек при расчетах потокораспределения в гидравлических системах.* – Иркутск, 1999. – 25 с.
4. ЕПИФАНОВ С.П., ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И. *Приложение теории двойственности к моделям потокораспределения* // Вычислительные технологии. – 2009. – Т.14, №1. – С. 67 – 80.
5. МЕДВЕЖОНКОВ Д.С. *Транспортная модель с кусочно-заданными нелинейными издержками* // «Современные технологии. Системный анализ. Моделирование». – 2009. – №4 (24), – С. 220 – 225.
6. МЕРЕНКОВ А.П., ХАСИЛЕВ В.Я. *Теория гидравлических цепей.* – М.: Наука, 1985. – 294 с.
7. НОВИЦКИЙ Н.Н., ТОКАРЕВ В.В. *Релейная методика расчета потокораспределения в гидравлических цепях с регулируемыми параметрами* // Известия РАН Энергетика – 2001.– №2 – С. 88 – 98.

8. СЕННОВА Е.В., СИДЛЕР В.Г. *Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем.* – Новосибирск: Наука, 1987. – 221 с.
9. ХАСИЛЕВ В.Я., МЕРЕНКОВ А.П., КАГАНОВИЧ Б.М. И ДР. *Методы и алгоритмы расчета тепловых сетей.* – М.: Энергия, 1978. – 176 с.

MODEL OF HYDRAULIC CIRCUIT WITH FLOW REGULATORS

Sergey Epifanov, Institute of Energy Systems of SB RAS, Irkutsk, Cand. Sc. {Physics and Mathematics}, the research officer of laboratory of Pipeline and hydraulic systems (epifanov@isem.sei.irk.ru).
Dmitry Medvezhonkov, Institute of Energy Systems of SB RAS, Irkutsk, Junior research assistant of laboratory of Methods for Mathematical Modeling and Optimization in Energy Sector (*dmitry@isem.sei.irk.ru*).
Valery Zorkaltsev, Institute of Energy Systems of SB RAS, Irkutsk, Doctor of Science, professor, Head of laboratory of Methods for Mathematical Modeling and Optimization in Energy Sector (zork@isem.sei.irk.ru).

Abstract: *The system is introduced of equations and inequalities describing flow distribution in pipeline circuits with automatic flow regulators installed on certain sections. The system under consideration is shown to be equivalent to optimality conditions of some convex optimization problem. This equivalence allows building existence and uniqueness conditions of the solution of the considered system. The model is illustrated with the example.*

Keywords: hydraulic circuit, flow regulator, convex optimization problem, interior-point method.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым