УДК 004.7 + 519.233.22
ББК 78.34

ОЦЕНИВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ РЕДКИХ СОБЫТИЙ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ С ИМИТАЦИОННЫМИ МОДЕЛЯМИ

Агалаков Ю. Г.[1]
(*ОАО Научно-исследовательский институт автоматической аппаратуры им. акад. В.С. Семенихина, Москва*)

Вычислительные эксперименты с имитационными моделями вычислительных сетей проводятся для определения вероятностно-временных и надежностных характеристик сетей, в том числе для проверки того, удовлетворяет ли сеть заданным требованиям на вероятность недоведения информации за заданное время. Если вероятность недоведениядолжна быть малой и сеть удовлетворяет этому требованию, то недоведение информации за заданное время является редким событием, которое может просто не осуществиться в процессе моделирования. В работе предложена схема планирования имитационных экспериментов и алгоритмы обработки их результатов, предназначенных для проверки выполнения требований на вероятности редких событий.

Ключевые слова: информационно-вычислительные сети, имитационные модели, вероятности редких событий, планирование имитационных экспериментов.

1. Введение

К информационно-вычислительным сетям (ИВС), являющимся телекоммуникационными компонентами сложных информационно-телекоммуникационных систем, предъявляются

[1] *Юрий Глебович Агалаков, генеральный директор, кандидат физико-математических наук* (agalakov@niiaa.ru).

высокие требования по скорости и надежности доставки информации, формулируемые в терминах вероятностно-временных и надежностных характеристик ИВС [3, 14, 15]. В процессе проектирования ИВС при выборе параметров проектирования (структуры сети, ее протоколов и алгоритмови т.п.) необходимо оценивать, будут ли принимаемые технические решения обеспечивать заданные требования к сети при различных сценариях ее функционирования. Сложность и многоаспектность протекающих в сети процессах не позволяют использовать аналитические модели (например, модели, основанные на сетях массового обслуживания [2, 11, 12, 14, 16–18, 21, 26, 28]и др.) для предсказания (оценивания) характеристик сети и их зависимости от параметров проектирования, условий функционирования и управляющих воздействий. Натурные испытания могут быть, как правило, проведены лишь на заключительных этапах проектирования, когда сеть уже создана и может эксплуатироваться, а основные технические решения уже приняты и их изменения либо невозможны, либо сопряжены с большими затратами. Поэтому наиболее эффективным инструментом, позволяющим предсказывать вероятностно-временные и надежностные характеристики сети, а также проектировать и исследовать процедуры управления сетью, является имитационное моделирование[1, 4, 8, 22].

К ИВС, вкоторых циркулирует критически важная информация, предъявляются очень высокие требования к доставке сообщений, содержащих такую информацию, за заданное время $T_{\text{крит}}$. Эти требования формулируются в виде неравенства

(1) $P(T \geq T_{\text{крит}}) \leq P_{\text{крит}}$,

гдеT– случайное время доставки сообщений, авероятность $P_{\text{крит}}$ может быть очень мала.

Пусть $F(t) = P(T < t)$ – функция распределения времени доставки сообщений в сети, тогда соотношение (1) может быть записано в виде

(2) $1 - F(T_{\text{крит}}) \leq P_{\text{крит}}$.

В результате вычислительных экспериментов с имитационной моделью сети собирается статистика $T_1, T_2, \ldots, T_N$ времен доставки сообщений, по которой строится эмпирическая функция распределения

(3) $F_{\text{эмп}}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I(T_i < t)$,

используемая далее в качестве оценки для функции распределения $F(t)$;здесь $I(A)$ означает индикатор событияA: $I(A) = 1$, если событие A осуществилось, и $I(A) = 0$ в противном случае. Тем самым, величина $(1 - F(T_{\text{крит}}))$ является оценкой вероятности того, что сообщение не будет доведено до адресата за заданное время $T_{\text{крит}}$.

При достаточно большом числе N оценка $F_{\text{эмп}}(t)$ (3) обеспечивает малость погрешности

$$\Delta(t) = |F_{\text{эмп}}(t) - F(t)|.$$

Точность величины $F_{\text{эмп}}(t)$, используемой в качестве оценки требуемой вероятности $F(t)$, обычно исследуется в предположении, что времена доведения $T_1, T_2, \ldots, T_N$ сообщений являются независимыми. Выполнимость этого предположения в имитационных экспериментах всегда можно обеспечить за счет специальной селекции сообщений в сети, времена доведения которых фиксируются в собираемой статистике. В случае независимых времен доведения классическая схема соответствует биномиальной модели (модели Бернулли) наблюдений[5, 20].

Однако классическую схему можно использовать лишь в области значений t, при которых значение $F(t)$ «отделено» от чисел 0 и 1, так как в области «больших уклонений» оценка (3) может иметь неприемлемо высокую относительную ошибку. Малая погрешность величины $(1 - F_{\text{эмп}}(T_{\text{крит}}))$, используемой в качестве оценки для требуемой вероятности $(1 - F(T_{\text{крит}}))$, может не обеспечивать нужной точности при малых значениях вероятности $(1 - F(T_{\text{крит}}))$: дисперсия

$$\sigma^2(T_{\text{крит}}) \stackrel{\text{def}}{=} D\left(1 - F_{\text{эмп}}(T_{\text{крит}})\right) = \frac{F(T_{\text{крит}}) \times \left(1 - F(T_{\text{крит}})\right)}{N}$$

оценки $(1 - F_{\text{эмп}}(T_{\text{крит}}))$ при больших значениях N и малых значениях вероятности $(1 - F(T_{\text{крит}}))$ является малой, но при этом величины $(1 - F(T_{\text{крит}}))$ и $(1 - F_{\text{эмп}}(T_{\text{крит}}))$ могут отличаться в разы, так как относительная ошибка (коэффициент вариации) $r(t)$ оценки (3) равна:

(4) $r(t) = \frac{\sigma(T_{\text{крит}})}{1 - F(T_{\text{крит}})} = \sqrt{\frac{F(T_{\text{крит}})}{N \times \left(1 - F(T_{\text{крит}})\right)}}$

и может быть сколь угодно большой для малых значений вероятности $P_{\text{крит}}$.

Поэтому для достижения нужной точности необходимо проводить неприемлемо длительные имитационные эксперименты, чтобы обеспечить большой размер выборки N. Например, при $P_{\text{крит}} = 10^{-4}$ для требуемой погрешности относительной ошибки $r(t) \leq 0{,}1$ необходим объем выборки $N \sim 10^6$. Заметим, что

$$1 - F_{\text{эмп}}(T_{\text{крит}}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I(T_i \geq T_{\text{крит}}),$$

но событие$T \geq T_{\text{крит}}$ происходит крайне редко, и из вышеизложенных рассуждений следует, что классическая биномиальная схема неприменима для оценивания вероятностей редких событий.

Проблема получения статистических выводов о вероятностях редких событий встречается и во многих приложениях – например, в теории надежности, где приходится оцениватьмалую вероятность попадания в нелинейную область[22–24].

Известные альтернативные подходы к этой задачеоснованы на использовании «закона малых чисел»[7], а также теории рекордов [19]. Внастоящей же статье предлагается комбинированная схема проведения имитационных экспериментов для проверки выполнения условий (1), (2), основанная на синергии биномиальной схемы, так называемой отрицательно-биномиальной схемы [5, 20] и метода оценки вероятностей 0-событий [9, 10]. В разделе 2 приведены математическое обоснование предлагаемой схемы и необходимые математические формулы, используемые в комбинированной схеме. В разделе 3 описана комбинированная схема проведения имитационных экспериментов.

2. Математическое обоснование схемы проведения имитационных экспериментов

Рассмотрим сначала биномиальную схему экспериментов. Пусть при фиксированном значении числа испытаний N ровно m раз осуществилось редкое событие $\{T \geq T_{\text{крит}}\}$. Число m может принимать значения $0, 1, \ldots, N$, и при $m = 0$ говорят, что имело место 0-событие [9, 10]. В работе Клоппера–Пирсона [27] построены доверительные интервалы для неизвестной вероятности p, которые при заданной доверительной вероятность $P_{\text{дов}}$в интересующем нас «одностороннем случае» имеют вид:

$P(p<P_{\text{B}i}(m, N, P_{\text{дов}})) = P_{\text{дов}}$,

где граница $P_{\text{B}i}(m, N, P_{\text{дов}})$ является $P_{\text{дов}}$-квантильюБета-распределения $I_x(m+1, N-m)$ с параметрами (m, y)[20], т.е. корнем уравнения

$$I_x(m+1, N-m) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\mathrm{B}(m+1, N-m)} \int_0^x x^m (1-x)^{N-m-1} dx = P_{\text{дов}},$$

здесь

$$\mathrm{B}(m+1, N-m) = \int_0^1 x^m (1-x)^{N-m-1} dx$$

есть Бета-функция. Значения квантилей Бета-распределениятабулированы в таблице 5.2 [7], там же даны полезные приближенные формулы.

Если биномиальные эксперименты проводились для проверки выполнения условий (1), (2), то с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$ можно считать, что эти условия выполнены, если выполнено неравенство

(5) $P_{Bi}(m, N, P_{\text{дов}}) \leq P_{\text{крит}}$.

Порог $P_{Bi}(m, N, P_{\text{дов}})$ при фиксированном N является монотонно возрастающей функцией числа m, а при фиксированном m– монотонно убывающей функцией числа N.

Условие (5) связывает оба параметра m и N, и с учетом последнего замечания из него можно получить следующие выводы: при фиксированномN условие (5) будет выполнено (а значит, будут выполнены требуемые условия (1), (2)), если наблюдаемое число m удовлетворяет условию

$m \leq m_{\text{крит}}(N)$,

где $m_{\text{крит}}(N) =]m(N)[$;здесь число$m(N)$ является корнем уравнения

(6) $$\frac{1}{\mathrm{B}(m+1, N-m)} \int_0^{P_{\text{крит}}} x^m (1-x)^{N-m-1} dx = P_{\text{дов}},$$

а$]x[$ означает наименьшее целое число, не меньшее x.

Для того чтобы выполнялось условие $m_{\text{крит}}(N) \geq 0$ (в противном случае даже отсутствие событий $\{T \geq T_{\text{крит}}\}$, т.е.если $m = 0$ и имеет место так называемое 0-событие [2]), не позволяет сделать вывод о выполнении соотношений (1), (2)), число N должно удовлетворять условию

$$P_{Bi}(0, N, P_{\text{дов}}) \leq P_{\text{крит}},$$

откуда следует, что при любых исходах при заданной доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$ необходимо провести не менее $N_{\text{крит}}$ испытаний, где $N_{\text{крит}}$ является корнем уравнения

$$P_{Bi}(0, N, P_{\text{дов}}) = P_{\text{крит}}.$$

Величина $N_{\text{крит}}$ может быть вычислена в явном виде и равна

$$(7)\quad N_{\text{крит}} = \left]\frac{\log(1-P_{\text{дов}})}{\log(1-P_{\text{крит}})}\right[.$$

При малых $P_{\text{крит}}$ величина (7) может быть записано в приближенном виде как

$$(8)\quad N_{\text{крит}} = \left]-\log(1-P_{\text{дов}}) \times \left(\frac{1}{P_{\text{крит}}}+\frac{1}{2}\right)\right[$$

с ошибкой порядка$O(P_{\text{крит}}{}^2)$.

Из полученных результатов можно сделать следующие предварительные выводы:

1. В биномиальной схеме наблюдений для проверки выполнения условий (1), (2) при заданной доверительной вероятности$P_{\text{дов}}$ необходимо провести не менее $N_{\text{крит}}$ (7), (8) испытаний.
2. При $N = N_{\text{крит}}$ условия (1), (2) можно считать выполненными с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$, если все $N = N_{\text{крит}}$ переданных сообщений были доведены за время, не превышающее $T_{\text{крит}}$.
3. При $N > N_{\text{крит}}$ условия (1), (2) можно считать выполненными с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$, если не более $m_{\text{крит}}(N)$ сообщений из переданных сообщений были доведены за время, превышающее $T_{\text{крит}}$ (число $m_{\text{крит}}(N)$ является наименьшим целым числом, не меньшим корня уравнения (6)).

Как указывалось выше, стандартная оценка вероятности редкого события в биномиальной схеме испытаний может иметь высокую относительную ошибку (коэффициент вариации) $r(t)$ (4). Приведенный выше факт о высокой относительной ошибке оценки малых вероятностей в модели Бернулли давно известен, и поэтому экспериментаторы (см., например, [13]) для оценивания вероятностей редких событий часто отказываются от биномиальной схемы Бернулли и заменяют ее другими схемами, например, отрицательно-биномиальной схемой, основанной на отрицательно-биномиальной модели наблюдений.

Отрицательно-биномиальная схема заключается в следующем[5, 20]. Фиксируется число m, и эксперименты проводятся до тех пор, пока интересующее нас событие (в рассматриваемой задаче – событие $\{T \geq T_{\text{крит}}\}$) не наступит ровно m раз. В этой схеме случайным будет общее число $N(m)$ проведенных экспериментов, и случайная величина

$Y = Y(m) = N(m) - m$,

равная числу экспериментов, в которых редкое событие не наступило, принимает целочисленные значения из множества $\{0, 1, 2, \ldots\}$. В теории вероятностей [5, 20] распределение случайной величины Y называется отрицательно-биномиальным распределением (называемым также распределением Паскаля или распределением Полиа), а при $m = 1$ – геометрическим распределением. Распределение величины Y зависит от выбранного числа m, и вероятности p наступления события имеет вид

$$P(Y = y) = \binom{m-1}{m+y-1} \times p^m \times (1-p)^y, \quad y = 0, 1, 2, \ldots,$$

а математическое ожидание случайной величины $N(m)$ равно

(9) $M(N(m)) = \frac{m}{p}$.

В отрицательно-биномиальной схеме при $m > 1$ можно построить [5] несмещенную оценку $p^*(m)$ для величины p:

$$p^*(m) = \frac{m-1}{m+y-1},$$

а дисперсия этой оценки в зависимости от числа m имеет вид:

$$D(p^*(m)|m = 2) = -\frac{p^2 \times (1-p+\ln(p))}{1-p},$$

$$D(p^*(m)|m > 2) = \frac{p^2}{m-2} + o(p^2).$$

Следовательно, коэффициент вариации при малых p не возрастает до бесконечности, а ограничен: при $p \to 0$

$$\frac{\sqrt{D(p^*)}}{p} \to \frac{1}{\sqrt{m-2}},$$

и этим отрицательно-биномиальная схема выгодно отличается от схемы Бернулли.

В работе [5] с помощью модификации метода Клоппера–Пирсона [27] построены доверительные интервалы для неизвестной вероятности p, которые в интересующем нас «одностороннем случае» при заданной доверительной вероятности$P_{дов}$ имеют вид:

(10) $P(p<P^{*}(Y(m), P_{дов})) = P_{дов}$,

где граница $P^{*}(y, P_{дов})$ является $P_{дов}$-квантильюБета-распределения $I_x(m, y)$ с параметрами (m, y), т.е. корнем уравнения

(11) $I_x(m, Y(m)) \overset{\text{def}}{=} \frac{1}{\mathrm{B}(m,Y(m))}\int_0^{P^*} x^{m-1}(1-x)^{y-1}dx = P_{дов}$.

Вернемся к исходной прикладной задаче проверки выполнения требований (1), (2) по результатам имитационных экспериментов. С использованием доверительного интервала (10) для вероятности недоведения сообщения за заданное время $T_{крит}$, мы можем считать, что условия (1), (2) выполнены с заданной доверительной вероятностью $P_{дов}$, если выполняется условие

(12) $P^{*}(y, P_{дов}) \le P_{крит}$.

Так как функция $P^{*}(y, P_{дов})$ монотонно убывает с ростом y, то условие (12) будет выполняться при

$Y(m) \ge Y_{крит} = Y_{крит}(P_{крит}, P_{дов})$,

где величина $Y_{крит}$ является корнем уравнения

$P^{*}(y, P_{дов}) = P_{крит}$,

а с учетом уравнения (11) $Y_{крит}$ является корнем уравнения

$$\frac{1}{\mathrm{B}(m,y)}\int_0^{P_{крит}} x^{m-1}(1-x)^{y-1}dx = P_{дов}.$$

Величина $Y_{крит}$ при заданных величинах $P_{крит}$ и $P_{дов}$ также может быть вычислена с помощью таблицы 5.2 [7]. При очень малых значениях $P_{крит}$ при $m \ge 1$ величина $Y_{крит}$ может быть вычислена с помощью приближенной формулы, полученной в работе [6]:

(13) $\left]m + \frac{x^*}{2P_{крит}} + \frac{1}{2}\left(m-1-\frac{x^*}{2}\right) + \frac{2(m^2-1)+(m-1)x^*-(x^*)^2}{12x^*} \times P_{крит}\right[$,

где $x^* = x^*(P_{дов})$ есть верхняя $P_{дов}$-квантиль χ^2-распределения с $2m$ степенями свободы (см. [7], таблица 2.2), погрешность приближенной формулы есть величина порядка$O(P_{крит}{}^2)$. Заметим, что отрицательно-биномиальная схема при выбранном значении $m \ge 1$ требует проведения в среднем$m/P_{крит}$независимых экспериментов (9).

Следовательно, при отрицательно биномиальной схеме экспериментов с заданным значением числа «успехов» $m \geq 1$ необходимо провести ($Y_{\text{крит}}(m) + m - 1$) испытаний, и условия (1), (2) можно считать выполненными с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$, если в процессе испытаний не более $(m - 1)$ из переданных сообщений были доведены за время, превышающее $T_{\text{крит}}$.

3. Комбинированная схема проведения имитационных экспериментов

На основании математических результатов, полученных в разделе 2, предлагается следующая комбинированная схема проведения имитационных экспериментов для проверки выполнения условий (1), (2) (при заданном значении $P_{\text{крит}}$), определяемая следующими задаваемыми параметрами схемы: доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$ и максимальным числом N_{max} экспериментов, которое исследователь считает возможным провести. Эти параметры нельзя задавать независимо друг от друга: в частности, должно выполняться соотношение

(14) $N_{max} \geq N_{\text{крит}}$,

где величина $N_{\text{крит}}$ определена в (7), (8).

Если соотношение (14) не выполняется, то необходимо либо увеличить число N_{max} до $N_{\text{крит}}$, либо (при малых значениях $P_{\text{крит}}$) в соответствии с уравнением (8) уменьшить доверительную вероятность $P_{\text{дов}}$ до величины

$P_{\text{дов,min}} = 1 - \exp\left\{-P_{\text{крит}} \times N_{max}\right\}$.

После согласования параметров $P_{\text{дов}}$ и N_{max} необходимо использовать биномиальную схему испытаний и считать условия (1), (2) выполненными с получившейся доверительной вероятностью $P_{\text{дов},min}$, если имело место 0-событие [10], т.е. все $N = N_{max}$ переданных сообщений были доведены за время, не превышающее $T_{\text{крит}}$.

Если соотношение (14) выполнено, то число N_{max} сравнивается с величиной $Y_{\text{крит}}(1)$, получаемой из (13) при $m = 1$. Если

$N_{max} < Y_{\text{крит}}(1)$,

то имеет место описанная выше биномиальная схема с N_{max} испытаний и принятием решения о выполнении условий (1), (2) при наступлении 0-события.

При $N_{max} \geq Y_{крит}(1)$ число N_{max} последовательно сравнивается с величинами$\{Y_{крит}(m) + m – 1, m = 1, 2, \ldots\}$.Обозначим

$$m^* = \max\{m: N_{max} \geq Y_{крит}(m) + m – 1\}$$

и используем комбинированную отрицательно-биномиальную схему испытаний с параметром m^*.

Следовательно, при комбинированной схеме экспериментов с заданным значением числа «успехов» $m^* \geq 1$ необходимо провести $(Y_{крит}(m^*) + m^* – 1)$ испытание, и условия (1), (2) можно считать выполненными с заданной доверительной вероятностью $P_{дов}$, если в процессе испытаний не более $(m^* – 1)$ из переданных сообщений были доведены за время, превышающее $T_{крит}$.

Выводы

Предложена комбинированная схема проведения имитационных экспериментов, позволяющая по их результатам определить, выполнены ли в с заданной доверительной вероятностью требования на доставку сообщений за заданное время.

Литература

1. АЛИЕВ Т.И., НГУЕН ДЫК ТАЙ. *Программный комплекс аналитического и имитационного моделирования сетей передачи данных* // Сборник докладов III Всероссийской научно-практической конференции «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД–2007). Том II. – СПб.: ФГУП ЦНИИ технологии судостроения, 2007. – С. 11–16.
2. БАШАРИН Г.П., БОЧАРОВ П.П., КОГАН Я.А. *Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчёта*. –М.: Наука, 1989. – 336 с.
3. БЕРТСЕКАС Д., ГАЛЛАГЕР Р. *Сети передачи данных*.– М.: Мир, 1989. – 544 с.
4. БОЕВ В.Д. *Моделирование систем. Инструментальные средства GPSSWorld*: учебн. пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 368 с.

5. БОЛЬШЕВ Л.Н.*Об оценках вероятностей* // Теория вероятностей и ее применения. – 1960. –Т. 5. – №4. – С. 453–457.
6. БОЛЬШЕВ Л.Н.*Асимптотически пирсоновские преобразования* // Теория вероятностей и ее применения. – 1963. – Т. 8. – №2. – С. 129–155.
7. БОЛЬШЕВ Л.Н.,СМИРНОВ Н.В. *Таблицы математической статистики.*–3-е изд. – М.: Наука, 1983.– 416 с.
8. ГУДОВ А.М., СЕМЕХИНА М.В. *Имитационное моделирование процессов передачи трафика в вычислительных сетях* // Управление большими системами. –2010.– Вып. 31. – С. 130–161.
9. ГУРОВ С.И. *Оценка вероятности ни разу не наблюденного события* // Таврический вестник информатики и математики. – 2009. – Вып. 2. – С.15–20.
10. ГУРОВ С.И. *Оценка вероятности 0-события* // Вестник Тверского гос университета, серия «Прикладная математика». – 2009. –Вып. 14. –С. 55–66.
11. ЖОЖИКАШВИЛИ В.А., ВИШНЕВСКИЙ В.М. *Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ*. – М.: Радио и связь, 1988. – 192 с.
12. КЛЕЙНРОК Л.*Вычислительные системы с очередями.*– М.: Мир, 1978. – 598 с.
13. КРАВЧЕНКО В.С., УЛЬЯШЕНКО В.Е. *Взрывобезопасность оборудования в атмосфере взрывчатых газов* // Вестник электропромышленности. – 1958. – Т. 9. – С. 69–74.
14. МАРТИН Дж. *Системный анализ передачи данных. Т.2*. – М.: Мир, 1975. – 431 с.
15. МИЗИН И.А., БОГАТЫРЕВ В.А., КУЛЕШОВ А.П. *Сети коммутации пакетов* / Под ред. В.С. Семенихина. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.
16. МИТРОФАНОВ Ю.И. *Основы теории сетей массового обслуживания*:учебн. пособие. – Саратов: Изд-во Сарат. ун–та, 1993. – 116 с.
17. МИТРОФАНОВ Ю.И., ЮДАЕВА Н.В. *Методы определения оптимальных параметров управления маршрутизацией в сетях массового обслуживания* // Автоматика и телемеханика. – 2001. – №8. – С. 109–117.

18. МИТРОФАНОВ Ю.И., ФОКИНА Н.П. *Анализ сетей массового обслуживания с динамическим управлением маршрутизацией* // Известия Сарат. ун–та. Серия «Математика. Механика. Информатика». – 2007. – Т. 7. – Вып. 1. – С. 27–33.
19. НЕВЗОРОВ В.Б.*Рекорды. Математическая теория.* – М.: Фазис, 2000.
20. ПРОХОРОВ Ю.В., РОЗАНОВ Ю.А.*Теория вероятностей*. – М.: Наука, 1973. – 494 с.
21. УОЛРЭНД Дж. *Введение в теорию сетей массового обслуживания*. – М.: Мир, 1993. – 336 с.
22. ШЕННОН Р. *Имитационное моделирования систем, искусство и наука*. – М.: Мир, 1978. – 420 с.
23. AU SIU-KUI, BECK J.L. *Estimation of small probabilities in high dimensions by subset simulation* // Probabilistic Engineering Mechanics. – 2001. – Vol. 7. – P. 263–277.
24. AUFFRAY Y., BARBILLON P., MARTIN, J.–M. *Estimation of rareevent probabilities in computer experiments* / arXiv: 1105.0871v1 [stat.CO] 4 May 2011: http://arxiv.org/abs/1105.0871.
25. AUFFRAY, Y., BARBILLON P., MARTIN J.-M. *Bounding rareevent probabilities in computer experiments* // arXiv: 1105.0871v2 [stat.CO] 4 May 2011. – URL:http://arxiv.org/abs/1105.0871.
26. BOUCHERIE R.J., VAN DIJK N.M. (Eds.). *Queueing networks: a fundamental approach.* – New York, Heidelberg, London: Springer Science + Business Media, LLC, 2011. – 823 p.
27. CLOPPER C.J., PEARSON E.S. *The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial* // Biometrika. – 1934. – Vol. 26. – P. 404–413.
28. DATTATREYA G.R. *Performance Analysis of Queuing and Computer Networks.*– CRC Press/Taylor & Francis, 2008. – 449 p.

ESTIMATION OF RARE EVENTS PROBABILITIES IN SIMULATION COMPUTER EXPERIMENTS

Yuri Agalakov, Research Institute for Automatic Equipment named Acad. V.S. Semenichin, Moscow, General director, Cand.ofSciences in Physics and Mathematics(agalakov@niiaa.ru).

Abstract:*Computational experiments with simulation models for computer networks are performed to estimate various networkscharacteristics, for example, to check if a network satisfies requirements on a probability of delivering messages within a given time interval. If the probability of non-delivering is very small, this rare event may not occur during computational modeling experiments. We propose the design of computational experiments performed to check requirements on the probability of non-delivering as well as the method for experimental data processing.*

Keywords:computer networks, simulation modeling, rare event probabilities, design for simulation experiments.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым