

УДК 336.71.078.3

ББК 78.34

УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТЬЮ БАНКОВСКОЙ СЕТИ С УЧЕТОМ ОТРАСЛЕВЫХ РИСКОВ

Стежкин А. А.¹

(Московский физико-технический институт, Москва)

Рассматривается подход к оценке вероятных потерь в ситуациях дефолта, основанный на разделении банков в зависимости от преобладающей кредитуемой области в их кредитном портфеле. Поставлена и проанализирована задача управления по определению оптимальной величины ссуды в отрасль, а также задача оптимизации, доставляющая минимум совокупной вероятности невыплаты банками по обязательствам в случае кризиса в отрасли при условии выполнения банками норматива достаточности капитала, а также достаточности средств для деятельности компании. Рассмотрена модель оценки возможных потерь в результате стрессовых ситуаций в банковской сети и определения системной значимости банков, основанная на векторе Сноу, для которой разобран ряд модельных примеров. Описанные в статье подходы ранее не применялись в российской практике в силу того, что существенная необходимость оценки системного риска возникла в российской банковской системе относительно недавно – в связи с изменениями в международных консультативных документах.

Ключевые слова: множественный дефолт, задача оптимизации, logit-модель, норматив достаточности собственных средств (капитала).

¹ Александр Александрович Стежкин, студент (alex79216@mail.ru).

1. Введение

Задача оценки вероятных потерь в ситуации дефолта чрезвычайно актуальна как в России, так и во всем мире. В банковской практике разработано и опробовано большое число различных моделей, использующих информацию самого разного уровня.

На фоне событий, происходивших в России в ходе и после кризиса 2007-2009 годов и значительным образом затронувших многие отрасли хозяйства, представляется разумным рассматривать определенную отрасль в отдельности с точки зрения вероятных потерь, которые могут понести как сами предприятия, так и банковский сектор, связанный с этой отраслью. Действительно, стрессовая ситуация в отрасли приводит к невыплате по обязательствам компаний этой отрасли и, следовательно, значительному увеличению потерь активов банков. В результате банки испытывают затруднения с выплатой по собственным обязательствам другим кредитным организациям. Возникает лавинообразный процесс, «эффект домино». Именно в таких случаях чрезвычайно важным оказывается решение задачи управления для банков по определению оптимальной ссуды предприятиям – такой, которая, с одной стороны, в случае невозврата не ставила бы под угрозу деятельность кредитной организации, а с другой стороны была бы приемлемой для ведения бесперебойной деятельности компаний отрасли. Причем потребность в решении такой задачи управления существует как у самой кредитной организации, так и у надзорного органа (Центрального Банка), в чьих интересах не допустить развитие стрессовых ситуаций в экономике страны.

В настоящее время распространены модели по оценке вероятных потерь банков, основанные на внутренних данных компаний-заемщиков – состоянии баланса, котировках акций и кредитном рейтинге. К сожалению, такая информация зачастую оказывается недоступной, особенно в случае средних и небольших предприятий. Еще один распространенный класс моделей основывается на исторических данных о частоте дефолтов и средней величине потерь компаний и банков и, как правило, сопряжен со значительными вычислительными трудностями.

Предлагаемые в данной работе задачи используют теорию оптимального управления и итерационные алгоритмы для оценки вероятных потерь банков, определения их системной значимости в рамках данной отрасли хозяйства, а также для принятия управленческих решений о кредитовании предприятий в условиях стрессовых ситуаций в экономике. При этом в задачах не предполагается использование труднодоступной информации и сложных вычислительных процедур, что является несомненным преимуществом.

2. Выбор индикатора

Для того чтобы установить обоснованность подхода к оценке вероятных потерь банков через рассмотрение отрасли, которую они преимущественно кредитуют, нужно убедиться, что в случае стрессовых ситуаций эти банки ведут себя сходным образом, т.е. можно делать общие выводы относительно всех банков внутри выбранной отрасли. С точки зрения анализа наличия этой связи необходимо выбрать такой показатель деятельности, который являлся бы хорошим индикатором финансового состояния банка в зависимости как от внешних, так и от внутренних условий

Центральный Банк Российской Федерации, выступая в роли регулятора, устанавливает ряд нормативов, которым должна соответствовать деятельность всех кредитных организаций. Нормативы эти описаны в Инструкции Банка России «Об обязательных нормативах банков» №139-И от 3 декабря 2012 года (в предыдущей редакции – инструкция №110-И от 16 января 2004 года) [3]. Одним из них является норматив достаточности собственных средств (капитала) банка (Н1), который регулирует (ограничивает) риск несостоятельности банка и определяет требования по минимальной величине собственных средств (капитала) банка, необходимых для покрытия кредитного, операционного и рыночного рисков. Норматив Н1 определяется как отношение размера собственных средств (капитала) банка и суммы его активов, взвешенных по уровню риска. Н1 является наиболее комплексным показателем, учитывающим множество факторов. Примем его в качестве искомого показателя.

Вообще говоря, в зависимости от структуры кредитного портфеля юридических лиц, банки могут быть многоотраслевые и обслуживающие преимущественно одну из отраслей. В России в настоящее время преобладают многоотраслевые банки. Однако существуют и целые группы банков, специализирующихся на кредитовании определенных областей хозяйства, которые, таким образом, не диверсифицируют свои риски, в результате чего оказываются подвержены большим потенциальным потерям в случае ситуации кризиса в обслуживаемой ими области.

Рассмотрим в качестве примера три отрасли: сельское хозяйство, нефтегазовую отрасль и металлургическую промышленность. В целях анализа были выделены отдельные группы банков, занимающихся кредитованием конкретно одной из перечисленных выше отраслей [1].

1) Промышленность.

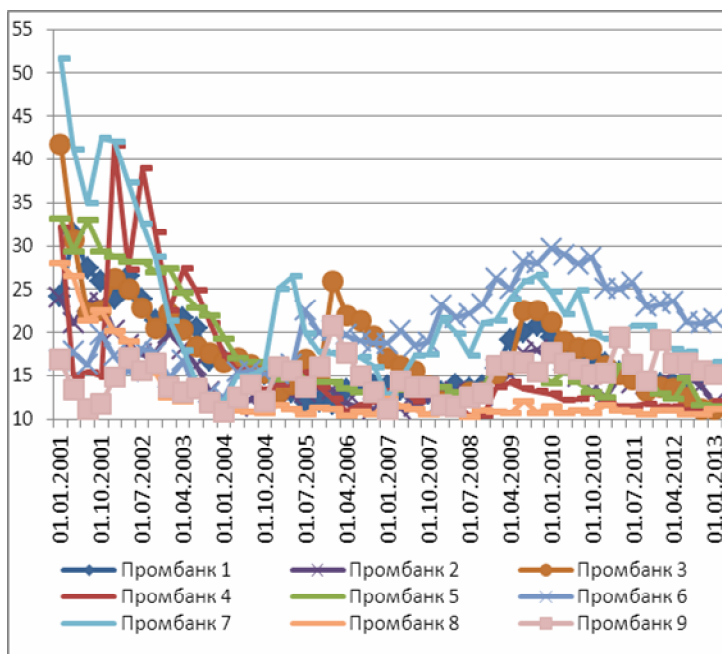


Рис. 1. Изменение норматива HI банков, занимающихся кредитованием предприятий металлургической промышленности

Как видно из рис. 1, норматив Н1 банков металлургической промышленной отрасли согласованно рос в период 2010 года, а затем снижался.

2) Нефтегазовая отрасль.

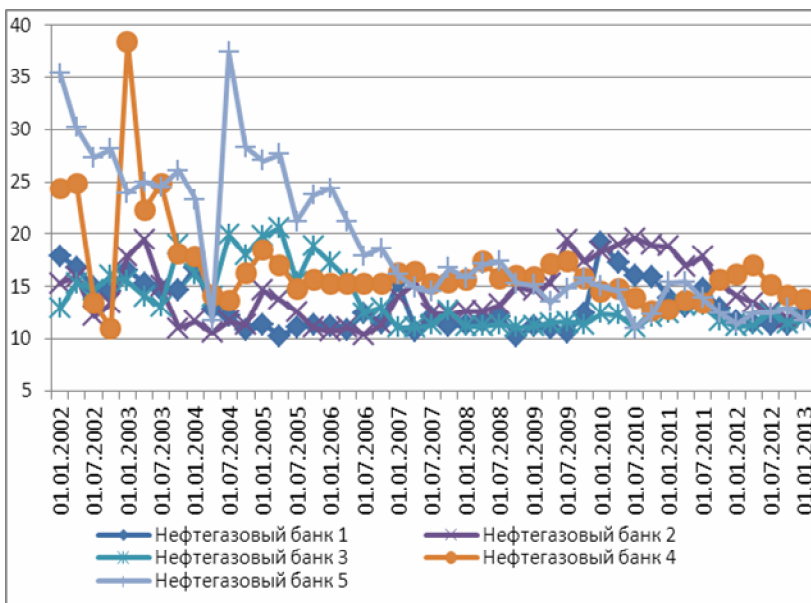


Рис. 2. Изменение норматива Н1 банков, занимающихся кредитованием предприятий нефтегазовой отрасли

Из рис. 2 видно довольно стабильное состояние в период кризиса (значение Н1 на уровне 13%), затем краткосрочный рост в 2010 году и вновь стабильное состояние, но уже на менее высоком уровне. Заметим, что по сравнению с банками промышленных отраслей, банки, занимающиеся кредитованием предприятий нефти и газа, более стабильны и не испытывали резкого роста или падения на рассматриваемом горизонте.

3) Сельское хозяйство

На рис. 3, помимо падения норматива Н1 за 2011-2012 годы отчетливо видна также сезонность. Норматив Н1 проявляет тенденцию изменения поздней осенью-зимой, когда закончен сбор урожая и кредиты либо возвращаются (хороший урожай),

либо выплаты задерживаются (неурожай). Именно сезонностью обслуживаемого бизнеса можно объяснить скачкообразное поведение графиков.

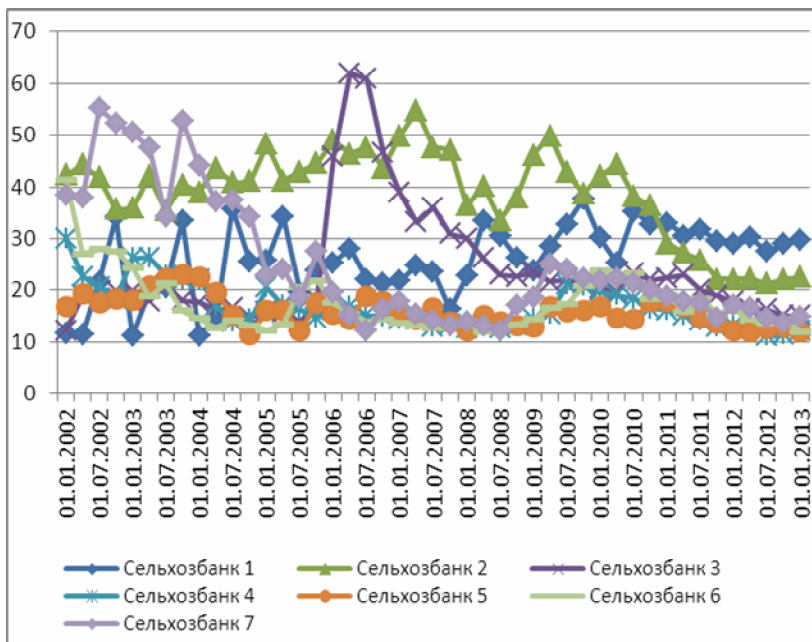


Рис. 3. Изменение норматива Н1 банков, занимающихся кредитованием сельскохозяйственных предприятий

Попробуем формально проанализировать такое, достаточно синхронное поведение норматива Н1 для банков одной отрасли. Рассмотрим 2 ситуации.

1) Отрасль испытывает спад.

Это означает, что предприятия ограничивают свои заимствования у банков и испытывают проблемы с погашением уже имеющихся займов. Оба фактора негативно сказываются на прибыли банка (если банк по итогам периода несет убытки, то уменьшается размер его собственных средств), влияют на величину расчетного риска (кредитный риск, операции с повышенным коэффициентом риска и т.д.), а также существенно воздействуют на величину создаваемых резервов (непогашенные

кредиты переводятся банком в более низкие категории качества, что сопровождается формированием большего резерва под них). Таким образом, в этой ситуации в показателе Н1 мы имеем возможное снижение числителя (за счет убытков) и увеличение знаменателя (за счет роста формируемых резервов), что приводит к уменьшению норматива.

2) Отрасль испытывает подъем.

Здесь складывается обратная ситуация. Бизнес компаний растет. Это приводит к росту объема кредитов, а также к уменьшению случаев просрочки или невозврата этих кредитов. В результате банк получает прибыль, что увеличивает размер его собственных средств. Кроме того, хороший кредитный портфель банка означает меньшие риски и величину формируемого резерва под ссуды, что уменьшает величину знаменателя норматива Н1. В этой ситуации мы наблюдаем рост норматива Н1 за счет роста числителя (капитала) и уменьшения знаменателя (риски и резервы).

Разумеется, банки стремятся диверсифицировать свои кредитные портфели путем ссудирования нескольких областей, чтобы снизить риски невыплаты. Однако, часты случаи, когда компании имеют договоренности с определенными банками, то есть невозможен вариант привлечения новых компаний-клиентов для банков, желающих диверсифицировать свои портфели (поскольку их обслуживают другие банки). В таких случаях единственным приемлемым вариантом является расширение портфеля кредитов физическим лицам. В результате, портфель кредитов юридическим лицам остается неизменным с преобладанием определенной отрасли, а риски в целом снижаются благодаря увеличению объемов кредитов физическим лицам.

3. Статистическая значимость

Итак, на примере трех отраслей было высказано предположение, что норматив Н1 у банков, специализирующихся на кредитовании определенной отрасли хозяйства, изменяется во времени согласованно. Для того чтобы исключить случайность таких изменений, проведем регрессионный анализ, а именно установим существенность зависимости между величиной

норматива и величиной вклада в отрасль (в абсолютном выражении или в долях от совокупного кредитного портфеля).

Для этого используем метод наименьших квадратов, минимизирующий сумму квадратов отклонений реально наблюдаемых Y от их оценок \hat{Y} :

$$(1) \sum_{k=1}^M (Y_k - \hat{Y}_k)^2 \rightarrow \min$$

где M – объем выборки.

Хорошим индикатором служит множественный коэффициент корреляции (множественный R) – квадратный корень из коэффициента детерминации. Этот коэффициент определяет тесноту связи между зависимой переменной и фактором.

Иногда показателям тесноты связи можно дать качественную оценку по так называемой шкале Чеддока.

Таблица 1. Шкала Чеддока

| Количественная мера тесноты связи | Качественная характеристика силы связи |
|-----------------------------------|--|
| 0,1–0,3 | Слабая |
| 0,3–0,5 | Умеренная |
| 0,5–0,7 | Заметная |
| 0,7–0,9 | Высокая |
| 0,9–0,99 | Очень высокая |

Рассмотрим выборку банков, динамика норматива $H1$ во времени для которых была построена ранее, и проведем регрессионный анализ для них на предмет зависимости норматива $H1$ от величины ссуд в отрасль. Анализ был проведен на уровне значимости 95%. Это значит, что в случае если p -value превысит 0,05, делается вывод об отсутствии зависимости между значениями $H1$ и ссудами в отрасль.

Таким образом, по случайной выборке из рассматриваемого перечня банков видно, что норматив $H1$ находится в зависимости, от умеренной до высокой, от величины ссуд в отрасль (значения множественного R от 39% и выше), при этом от 15% до 57% вариации норматива $H1$ объясняется вариацией величин ссуд в отрасль.

Итак, динамика норматива H_1 в большой степени зависит от динамики вкладов в отрасль, несмотря на то, что H_1 представляет собой величину, зависящую от многих параметров.

Таблица 2. Результаты регрессионного анализа

| Банк | Множественный R | R -квадрат | Стандартная ошибка | Значимость F (p -value) |
|---------------------|-------------------|--------------|--------------------|------------------------------|
| Нефтегазовый банк 1 | 75,98% | 57,73% | 1,88 | 0,00000046 |
| Нефтегазовый банк 2 | 44,11% | 19,46% | 1,97 | 0,0115 |
| Промбанк 1 | 41,86% | 18,86% | 3,02 | 0,0338 |
| Промбанк 2 | 46,18% | 20,02% | 2,94 | 0,0117 |
| Промбанк 3 | 60,99% | 37,20% | 3,06 | 0,0002 |
| Сельхозбанк 1 | 39,00% | 15,21% | 2,42 | 0,0273 |
| Сельхозбанк 2 | 39,15% | 15,32% | 11,58 | 0,0267 |

4. Задача определения оптимальной величины ссуды в отрасль.

Существующие методы оценки вероятных потерь банков в результате дефолтов рассматривают главным образом парные связи банка с другим банком или компанией и данные о финансовом состоянии компаний. Кроме того, многие методы предполагают использование значительных массивов статистической информации. В российских реалиях использование таких методов затруднено в силу отсутствия актуальной информации по компаниям, не принадлежащим к числу крупнейших, а также ограниченности выборки статистических данных по стрессовым ситуациям в прошлом. Предлагаемые задачи оптимизации, напротив, позволяют проанализировать ситуацию на основе текущей информации с использованием небольшого объема требуемых данных по компаниям и банкам, а также учитывают множественные связи банков с компаниями и другими банками.

Применение теории оптимального управления в целях решения задач российской банковской практики ранее отмечено не было. В зарубежных работах чаще всего можно встретить применение теории оптимального управления к организации

потоков активов и обязательств, нежели чем к оценке рисков, в том числе системных (одни из последних подобных работ – см. [16, 18]). Использование показателя достаточности собственных средств (капитала) в качестве индикатора деятельности банков непосредственно и отраслей хозяйства опосредованно не было отмечено ни в российской, ни в зарубежной практике.

Начнем с простейшего формального описания задачи управления, стоящей перед нами.

Пусть у нас есть n банков, кредитующих определенную отрасль;

K_1, K_2, \dots, K_n – размер собственных средств (капитала) этих банков;

$\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ – значение норматива Н1 банков;

C_1, C_2, \dots, C_n – величины вложений банков в отрасль.

Упрощенно запишем Н1 как $\eta_i = K_i / AR_i$, где AR_i – величина взвешенных по уровню риска активов.

Кроме того, рассмотрим целиком группу банков. Помимо кредитования отрасли эти банки имеют обязательства (часто взаимные) друг перед другом. Таким образом, можно построить граф, в узлах которого находятся сами банки, а ребра – обязательства. С точностью до процентной ставки можно произвести процедуру неттинга, что значительно облегчит дальнейшее рассмотрение задачи.

Итак, обозначим KR_{ij} – величина кредита, который банк i выдал банку j .

(2) для любой пары банков i и j существует величина

$$KR_{ij}^* = KR_{ij} - KR_{ji}.$$

Если $KR_{ij}^* > 0$, то банк i по отношению к банку j выступает нетто-кредитором. Иначе – нетто-заемщиком.

В результате кризиса и сопутствующего невозврата ссуды норматив банка упадет до величины

$$(3) \quad \eta_i^* = \frac{(K_i - C_i)}{(K_i / \eta_i) - C_i}.$$

Дальше есть 2 пути развития ситуации.

$$1) \eta_i^* < 10\% .$$

То есть пусть часть банков потеряли средства, их норматив Н1 опустился ниже 10%, и выплаты по обязательствам они приостановили. Обозначим это множество банков через J_{do} .

Общая величина потерь всей системы банков в результате этого, очевидно, может быть определена следующим выражением:

$$(4) \sum_{i \in J_{do}} \sum_{j: KR_{ji}^* > 0} KR_{ji}^* .$$

$$2) \eta_i^* > 10\%$$

Несмотря на потери, банку удалось сохранить значение норматива на уровне выше минимума, установленного регулятором ($i \in J / J_{do}$).

Здесь можно оценить величину средств, которую банк еще может вернуть заемщику, не нарушив норматив. Определяется это из условия

$$(5) \frac{K_i - C_i - X_i}{(K_i / \eta_i) - C_i - X_i} = 10\% ,$$

где X_i – искомая величина.

Отсюда получаем:

$$(6) X_i = \frac{10}{9} \cdot (K_i - 0,1 \cdot (K_i / \eta_i) - 0,9C_i) .$$

Отметим, что возврат суммы обязательств свыше X_i может быть установлен регулятивным органом, как и величина Н1.

Таким образом, нашу задачу можно интерпретировать как задачу управления – определения оптимальной величины ссуды в отрасль с точки зрения концентрации риска.

Рассмотрим один упрощенный иллюстративный пример.

Пример 1. На отчетную дату норматив Н1 Банка равен 11,1%. Собственные средства (капитал) Банка – 150 млрд. руб. Банк кредитует предприятия Отрасли на общую сумму 10 млрд. руб., а также имеет обязательства по отношению к другим банкам, специализирующимся на кредитовании Отрасли, на общую сумму 40 млрд. руб. В случае невозврата Банку кредитов предприятиями Отрасли, какую сумму обязательств он будет в состоянии выплатить?

Итак, согласно произведенным выше рассуждениям, получим, что в случае невозврата кредитов новый норматив Π_1 Банка равен

$$\eta^* = \frac{150 - 10}{150/11,1\% - 10} = 10,4\% .$$

Норматив достаточности собственных средств (капитала) Банка снизился, однако по-прежнему остался выше установленного минимума.

Искомая величина обязательств, которую Банк сможет выплатить, определяется следующим образом:

$$X = \frac{10}{9} \cdot (150 - 0,1(150/0,111) - 0,9 \cdot 10) = 6,5 \text{ млрд.руб.}$$

Таким образом, Банк сможет выплатить лишь 16,25% своих обязательств по отношению к другим банкам Отрасли.

Вернемся к нашей общей задаче управления. Мы хотим найти такой набор (C_1, C_2, \dots, C_n) ссуд компаниям, при которых система банков останется в равновесии и не испытает стресса. То есть компании должны эти ссуды выплатить, а банки в случае невыплаты сохранить своё значение норматива Π_1 выше минимума.

Разумно добавить к этой задаче вероятности невыплаты компаниями ссуд. Первым делом используем для моделирования logit-модель [7]. Пусть u – величина ссуды, выданной компании, тогда в рамках модели функция вероятности выплаты ссуды имеет вид [10]:

$$(7) \quad \tilde{F}(u) = \frac{2e^{-u}}{1 + e^{-u}} I_{\{u \geq 0\}} ,$$

где коэффициент 2 введен для того, чтобы выполнялось $F(0) = 1$.

Вероятность невыплаты ссуды может быть, в таком случае, задана такой функцией:

$$(8) \quad F(u) = 1 - \tilde{F}(u) = \frac{1 - e^{-u}}{1 + e^{-u}} I_{\{u \geq 0\}} .$$

Видим, что $F(0) = 0$, $F(+\infty) = 1$, что согласуется со смыслом функции вероятности.

Добавим также, что в формулу функции вероятности, в силу экспоненциального характера её роста, можно добавить нормировочный фактор, который сглаживал бы быстрый рост

функции распределения и уход её на единичный уровень. Фактор зависит от величин ссуд. Таким образом, в общем виде функцию вероятности невыплаты можно записать так:

$$(9) \quad F(u) = \frac{1 - e^{-u/k}}{1 + e^{-u/k}} I_{\{u \geq 0\}},$$

где k – упомянутый фактор. Условие нормировки функции плотности при этом соблюдается.

В условиях рассмотренной выше ситуации одной и той же компании выдают ссуды сразу несколько банков определенной нами группы.

Пусть C_{ij} – величина ссуды i -го банка для j -й компании, при этом у нас n банков и m компаний. Заметим, что величина C_{ij} может быть нулевой. У каждой компании есть потребность в финансировании. Обозначим D_j минимальную сумму, которую должна привлечь j -я компания для продолжения своей деятельности.

Задача 1. Задача минимизации вероятности невыплаты ссуд.

Целью задачи является нахождение такого набора ссуд банков компаниям определенной отрасли, который минимизирует совокупную по всем компаниям вероятность невыплаты ссуд при условии, что выданных ссуд хватит для организации деятельности компаний и при этом, в случае возможной невыплаты этих ссуд банкам, последние не нарушат норматив достаточности капитала.

Математическая постановка.

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} P = \sum_j P_j = \sum_j \frac{1 - e^{-\sum_i C_{ij}}}{1 + e^{-\sum_i C_{ij}}} I_{\{\sum_i C_{ij} \geq 0\}} \rightarrow \min_{C_{ij}}, \\ K_i - \sum_j C_{ij} \geq 10\%((K_i / \eta_i) - \sum_j C_{ij}), \\ \sum_i C_{ij} \geq D_j. \end{array} \right.$$

Если поставленная задача является разрешимой, т.е. множество решений не пусто, то ограничения на величины средств для компаний являются равенствами. Задачу можно переписать так:

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} P = \sum_j P_j = \sum_j \frac{1 - e^{-D_j}}{1 + e^{-D_j}} \rightarrow \min_{C_{ij}}, \\ K_i - \sum_j C_{ij} \geq 10\%((K_i / \eta_i) - \sum_j C_{ij}), \\ D_j = \sum_i C_{ij}. \end{array} \right.$$

То есть для минимизации совокупной вероятности невыплаты ссуд необходимо выдавать минимально необходимые компаниям ссуды, соблюдая при этом норматив достаточности.

Проанализируем данную задачу с точки зрения теории оптимизации [8]. Это задача Лагранжа.

Строим функцию Лагранжа:

$$(12) L = \lambda_0 \cdot \sum_{j=1}^m P_j + \sum_{i=1}^n \lambda_1^i (0,1((K_i / \eta_i) - \sum_j C_{ij}) - (K_i - \sum_j C_{ij})) + \sum_{j=1}^m \lambda_2^j (D_j - \sum_i C_{ij})$$

Необходимые условия локального минимума:

1) Стационарность:

$$\frac{\partial L}{\partial C_{ij}} = \lambda_0 \cdot \frac{\partial P_j}{\partial C_{ij}} - \lambda_1^i - \lambda_2^j = 0;$$

для любого $i \in \{1, \dots, n\}$, для любого $j \in \{1, \dots, m\}$.

2) Дополняющая нежесткость:

$$\lambda_1^i (0,1((K_i / \eta_i) - \sum_j C_{ij}) - (K_i - \sum_j C_{ij})) = 0;$$

$$\lambda_2^j (D_j - \sum_i C_{ij}) = 0;$$

для любого $i \in \{1, \dots, n\}$, для любого $j \in \{1, \dots, m\}$.

3) Неотрицательность:

$$\lambda_0 \geq 0, \lambda_1^1 \geq 0, \dots, \lambda_1^n \geq 0, \lambda_2^1 \geq 0, \dots, \lambda_2^m \geq 0.$$

Решение задачи нельзя свести к минимизации по каждому участнику в отдельности из-за ограничений как касательно компаний, так и банков. Функция P – монотонная по каждому аргументу, непрерывная, без особенностей, а множество, задаваемое ограничениями, представляет собой компакт. Отсюда по теореме Вейерштрасса следует, что P достигает своих экстремальных значений на множестве, т.е. задача имеет решение [9].

Поскольку $F(C_j) = \frac{1 - e^{-\sum_i C_{ij}}}{1 + e^{-\sum_i C_{ij}}}$, $\sum_i C_{ij} \geq 0$, – функция выпук-

лая, а сумма выпуклых функций есть функция выпуклая, то минимизируемая P – выпуклая. Функции, задающие ограничения равенств и неравенств, линейные. Пусть для любого j $\bar{C}_j = (C_{1j}, \dots, C_{nj})$ и $\bar{\lambda} = (\lambda_0, \lambda_1^1, \dots, \lambda_1^n, \lambda_2^1, \dots, \lambda_2^m)$ таковы, что выполняются необходимые условия локального минимума 1)–3).

Отсюда, используя теорему из теории оптимизации, задающую достаточные условия такой задачи с ограничениями типа равенств и неравенств, делаем вывод, что есть решение 1)–3) существует, то это решение и есть искомое, т.е. минимум. Мы показали существование решения задачи математически.

Поставленная выше задача являлась упрощенной и не учитывала заинтересованность банков в размещении как можно большей величины средств с целью получения дохода (в виде процентов по выдаваемым ссудам).

Рассмотрим другую задачу.

Задача 2. Задача оптимизации ожидаемых потерь и ожидаемой доходности.

Эта задача ставит цель нахождения такого набора ссуд, выдаваемых компаниям банками, который бы одновременно минимизировал ожидаемые потери банков в результате невозврата ссуд, а также максимизировал ожидаемую доходность банков при тех же ограничениях, что и в предыдущей задаче. То есть в данном случае учитывается не только желание банка уменьшить вероятность потери своих активов, но и стремление заработать на них, выдав ссуды компаниям настолько много, насколько возможно.

Математическая постановка.

$$(13) \quad \begin{cases} ES = \sum_j (P_j \cdot \sum_i C_{ij}) \rightarrow \min_{C_{ij}}, \\ ER = \sum_j ((1 - P_j) \cdot \sum_i C_{ij} \cdot k_j) \rightarrow \max_{C_{ij}}, \\ K_i - \sum_j C_{ij} \geq 10\%((K_i / \eta_i) - \sum_j C_{ij}), \\ \sum_i C_{ij} \geq D_j. \end{cases}$$

Здесь первая (минимизируемая) функция, есть функция ожидаемых потерь банков, а вторая (максимизируемая) есть ожидаемая доходность от выдаваемых ссуд, где k_j – средняя ставка размещения ресурсов банков. В такой постановке упомянутое выше тривиальное решение задачи не подходит. Для поиска решения нужно применить разобранный выше математический аппарат для каждой подзадачи в отдельности. Решение в подзадачах существует в силу монотонности функций и компактности множеств.

Итак, использование теории оптимизации позволяет банкам принимать управленческие решения относительно величины ссуд компаниям определенной отрасли, приемлемых как с точки зрения риска потерь, так и с точки зрения ожидаемой доходности.

Наконец, рассмотрим одну модель, позволяющую оценить системную значимость банка в банковской сети, основываясь на величине совокупных потерь, которые понесет система в результате дефолта этого банка.

5. Вектор Сноу

Метод анализа сетевых взаимосвязей на межбанковском кредитном рынке, позволяющий охарактеризовать негативный финансовый эффект в случае множественного дефолта. Вектор Сноу – по сути своей вектор размерности числа банков в системе, каждый элемент которого есть совокупная величина потерь, которую дефолт конкретно взятого банка принесет системе. Вычисление значения вектора основывается на переборе всех возможных комбинаций распространения кредитного шока. Один сценарий представляет собой результаты расчета по одному банку. Число сценариев соответствует численности участников межбанковского рынка.

Сам по себе вектор Сноу близок к еще одному методу оценки системного риска – вектору Шепли. Данный метод имеет широкое применение в зарубежной практике для оценки системного риска (см. [13, 14]). В России этот способ был не столь актуален в силу лишь недавно появившейся необходимости определять системную значимость кредитных организа-

ций с целью оценки вероятных потерь. Алгоритмы и идеи, лежащие в основе как оригинальных методов вектора Сноу, так и описанные в указанных трудах, были переработаны, максимально упрощены и адаптированы к российским реалиям в настоящей работе.

Итак, алгоритм расчета состоит из нескольких этапов. На первом этапе определяются последствия дефолта рассматриваемого банка. По каждому участнику межбанковского рынка выдвигается гипотеза, что он может выступить стороной, не выполняющей долговые обязательства. Посредством имитационного моделирования рассчитываются потери в результате реализации кредитного риска по каждому из контрагентов дефолтера. После определения величины потерь его банки-контрагенты проверяются на предмет способности выполнения ими обязательств перед другими участниками межбанковского рынка. Дефолт исходного контрагента влияет на финансовое положение участников по двум направлениям: возникновение убытков, которые влияют на достаточность капитала, а также потеря ликвидности в результате невыполнения платежного графика. Для определения, выступит ли, в свою очередь, контрагент исходного дефолтера неплательщиком по обязательствам, в векторе Сноу используется формальный критерий (можно использовать и несколько): снижение фактического значения норматива достаточности капитала Н1 (ниже 11% при минимуме в 10%). Если хотя бы один из критериев выполняется, банк считается потенциально уязвимым для «эффекта домино» и в последующем рассматривается как объявивший дефолт. На втором этапе по всем дефолтерам, включая исходного контрагента, просчитываются убытки, навязываемые ими банковскому сектору, и определяются новые дефолтеры на второй рабочий день. На третьем этапе идентифицируются новые дефолтеры на третий рабочий день и т.д.

В качестве иллюстрации рассмотрим несколько примеров банковских групп и соответствующих ситуаций распространения дефолта в них.

В каждом из следующих примеров банковская сеть исследуется на устойчивость к дефолту одного из участников. Алгоритм, таким образом, позволяет оценить относительную значи-

мость конкретных банков для устойчивости всей системы в целом, а также величину потерь в абсолютном выражении.

Пример 2. Имеется следующая банковская сеть.



Рис. 4. Банковская сеть для Примера 2

Исходные данные по банкам выглядят так:

Таблица 3. Финансовые показатели банков для Примера 2

| Банк | Капитал | Н1 |
|------|---------|-----|
| 1 | 1000000 | 12% |
| 2 | 500000 | 13% |
| 3 | 380000 | 14% |
| 4 | 1200000 | 11% |

Рассматриваем ситуации дефолта у всех банков по очереди.

1) Пусть дефолт объявил Банк №1.

Таблица 3.1. Потери банков в условиях Примера 2 в случае дефолта Банка №1

| Банк | Потери | Н1 |
|------|--------|-------|
| 2 | 0 | 13,0% |
| 3 | 0 | 14,0% |
| 4 | 80000 | 10,3% |

Поскольку Банк №1 был должен только Банку №4 (см. схему), то и пострадает в результате его дефолта только этот банк.

А поскольку Банк №4 в свою очередь никому не был должен, то на его дефолте «эффект домино» закончится.

2) Пусть дефолт объявил Банк №2.

Таблица 3.2. Потери банков в условиях Примера 2 в случае дефолта Банка №2

| Банк | Потери | Н1 | Потери | Н1 |
|------|--------|-------|--------|-------|
| 1 | 300000 | 8,4% | x | x |
| 3 | 0 | 14,0% | 0 | 14,0% |
| 4 | 0 | 11,0% | 80000 | 10,3% |

Здесь ситуация более сложная. Сначала объявляет дефолт Банк №1 из-за неисполненных обязательств перед ним Банка №2. Затем, уже вследствие дефолта Банка №1, обанкротится Банк №4.

3) Пусть дефолт объявил Банк №3.

Таблица 3.3. Потери банков в условиях Примера 2 в случае дефолта Банка №3

| Банк | Потери | Н1 |
|------|--------|-------|
| 1 | 200000 | 9,6% |
| 2 | 0 | 13,0% |
| 3 | 0 | 14,0% |
| 4 | 120000 | 9,9% |

Здесь в результате невыплаты по обязательствам банкротятся также два банка.

По итогам рассмотрения всех ситуаций получаем такую картину.

Таблица 4. Итог по Примеру 2

| Банк | Потери в результате дефолта | Число дефолтов | Число связей | Объем операций |
|------|-----------------------------|----------------|--------------|----------------|
| 1 | 80000 | 1 | 1 | 80000 |
| 2 | 380000 | 2 | 1 | 300000 |

| Банк | Потери в результате дефолта | Число дефолтов | Число связей | Объем операций |
|------|-----------------------------|----------------|--------------|----------------|
| 3 | 400000 | 2 | 2 | 320000 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Итак, мы видим, что дефолт Банка №3 вызвал наибольшие потери в сети. Однако Банк №2 хоть и привел к чуть меньшим потерям, но характеризовался меньшим числом связей с банками, что свидетельствует о более явном «эффекте домино» в случае его дефолта.

Рассмотрим еще один пример.

Пример 3. Имеется следующая банковская сеть.



Рис. 5. Банковская сеть для Примера 3

Исходные данные по банкам выглядят так.

Таблица 5. Финансовые показатели банков для Примера 3

| Банк | Капитал | Н1 |
|------|---------|-----|
| 5 | 200000 | 24% |
| 6 | 5000000 | 32% |
| 7 | 760000 | 19% |

Рассматриваем ситуации дефолта у всех банков по очереди.

1) Пусть дефолт объявил Банк №5.

Таблица 5.1. Потери банков в условиях Примера 3 в случае дефолта Банка №5

| Банк | Потери | Н1 | Потери | Н1 |
|------|--------|-------|---------|-------|
| 6 | 0 | 32,0% | 1010000 | 25,5% |
| 7 | 400000 | 9,0% | x | x |

В результате дефолта Банка №5 не сможет выполнять обязательства и Банк №7 (см. схему).

2) Пусть дефолт объявил Банк №6.

Таблица 5.2. Потери банков в условиях Примера 3 в случае дефолта Банка №6

| Банк | Потери | Н1 | Потери | Н1 |
|------|--------|-------|--------|------|
| 5 | 150000 | 6,0% | x | x |
| 7 | 0 | 19,0% | 400000 | 9,0% |

Если объявляет дефолт Банк №6, то вся сеть перестает существовать, так как остальные два банка в таком случае также нарушают норматив достаточности собственных средств (капитала).

3) Пусть дефолт объявил Банк №7.

Таблица 5.3. Потери банков в условиях Примера 3 в случае дефолта Банка №7

| Банк | Потери | Н1 |
|------|---------|-------|
| 5 | 0 | 24,0% |
| 6 | 1010000 | 27,3% |

Дефолт Банка №7 сам по себе не вызывает других дефолтов.

По итогам рассмотрения всех ситуаций получаем такую картину (см. таблицу 6).

В данной сети, как уже упоминалось, самым уязвимым является Банк №6, так как в результате его дефолта дефолт объявят и два других банка. Отметим, что дефолт Банка №5 приводит также к значительной величине потерь.

Таблица 6. Итог по Примеру 3

| Банк | Потери в результате дефолта | Число дефолтов | Число связей | Объем операций |
|------|-----------------------------|----------------|--------------|----------------|
| 5 | 1410000 | 1 | 1 | 400000 |
| 6 | 1560000 | 2 | 1 | 150000 |
| 7 | 1010000 | 0 | 1 | 1010000 |

Таким образом, на простых примерах можно убедиться, что алгоритм позволяет смоделировать «эффект домино» в банковской сети, опираясь на соответствие нормативу достаточности собственных средств (капитала). Здесь же можно убедиться, является ли банк системно значимым или нет, в зависимости от того, к какой величине потерь приводит его дефолт.

Возникающий в отрасли кризис приводит к невыплатам компаний по обязательствам. Располагаемые средства банков сокращаются, риски растут. Поскольку банки, кредитующие одну отрасль, зачастую связаны между собой межбанковскими кредитами, то кризис отрасли провоцирует приостановки выплат по обязательствам самих банков, что, в конечном итоге, приводит к «эффекту домино» и усилению кризиса не среди компаний отрасли, но и среди банков, кредитующих эту отрасль.

6. Заключение и перспективы

Итак, нами были рассмотрены подходы к оценке вероятных потерь банков в результате стрессовых ситуаций, в том числе ситуации множественного дефолта. Общий подход основан на разделении банков согласно кредитуемым ими отраслям и использовании норматива достаточности собственных средств (капитала) в качестве индикатора стабильности как банков, так и соответствующей отрасли, что было подтверждено регрессионным анализом. На основе полученных предпосылок была поставлена, формализована с помощью logit-модели и исследована на существование и единственность решения задача нахождения оптимальной ссуды в отрасль, то есть такой, при кото-

рой компании не испытывают недостатка средств, а банки не несут существенных потерь. Было показано, что теория оптимального управления является эффективным инструментом для принятия решений о величине ссуды. В продолжении темы оценки потерь был проанализирован алгоритм нахождения вектора Сноу, позволяющий оценивать системную значимость банков на основе тестов-ситуаций множественного дефолта, а также абсолютную величину потерь всей системы в результате невыплаты по обязательствам отдельных банков. Изложенный подход к оценке потерь и оптимальных ссуд может быть усовершенствован в дальнейшем путем дополнительного учета межотраслевых балансов, т.е. добавления условия на связи между отраслями и возможностей распространения кризиса от одной отрасли к другой.

Литература

1. *Бюллетень банковской статистики* // ЦБ РФ. – 2008–2013. – С. 35-68 с.
2. ГАЛЕЕВ Э.М., ТИХОМИРОВ В.М. *Оптимизация*. – М.: «Эдиториал УРСС», 2000. – 312 с.
3. *Инструкция Центрального Банка РФ «Об обязательных нормативах банков» №139-И от 3 декабря 2012 года*. – 33 с.
4. КЕНДАЛЛ М., СТЬЮАРД А. *Статистические выводы и связи*. – М.: Наука, 1973. – 350 с.
5. КРАМЕР Г. *Математические методы статистики* – М.: Мир, 1975. – 648 с.
6. ЛОБАНОВ А.А., ЧУГУНОВА А.В. *Энциклопедия финансового риск-менеджмента*. – М.: «Альпина Паблишер», 2003. – 760 с.
7. МАГНУС Я.Р., КАТЫШЕВ П.К., ПЕРЕСЕЦКИЙ А.А. *Эконометрика. Начальный курс*. – М.: «Дело», 2004. – 575 с.
8. МИЛЮТИН А.А., ДМИТРУК А.В., ОСМОЛОВСКИЙ Н.П. *Принцип максимума в оптимальном управлении*. – М.: Механико-математический факультет МГУ, 2004. – 256 с.

9. ПОЛОВИНКИН Е.С., БАЛАШОВ М.В. *Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа*. – М.: «Физматлит», 2004. – 415 с.
10. СТЕЖКИН А.А. *Применение теории оптимального управления к анализу ситуаций множественного дефолта в сделках через центрального контрагента* // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2013. – №22(160). – С. 52–60.
11. ALTMAN E. *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*. – John Wiley and Sons, 2005. – 33 p.
12. BLACK F., SCHOLES M. *The pricing of options and corporate liabilities*». – The Journal of Political Economy. – 1973. – Vol. 81, №3. – P. 637–654.
13. BLUHM M., KRAHNEN J. *Default Risk in an Interconnected Banking System with Endogeneous Asset Markets*. Goethe Universität, 2010. – 31 p.
14. CAO Z. *Multi-CoVaR and Shapley value: A Systemic Risk Measure*. – Manchester University, 2013. – 45 p.
15. GREENE W. *Econometric Analysis*. – New York University, 2003. – 51 p.
16. HUGHES J. *Efficiency in Banking: Theory, Practice, and Evidence*. – The Wharton School, 2008. – 30 p.
17. JONES E.P., MASON S.P., ROSENFELD E. *Contingent Claims Analysis of Corporate Capital Structure: An Empirical Investigation*. – Journal of Finance. – 1984. – №39. – P. 611–625.
18. KUROSAKI T., KIM Y.S. *Mean-CoAVaR optimization for global banking portfolios*. – Investment Management and Financial Innovations. – 2013. – Vol. 10, Issue 2. – P. 15–20.
19. WOOLBRIDGE J. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. – Cambridge: MIT Press, 2002. – 737 p.

BANKING NETWORK STABILITY MANAGEMENT TAKING INTO ACCOUNT INDUSTRY-SPECIFIC RISKS

Alexander Stezhkin, Moscow Institute of Physics and Technology,
Moscow, student (alex79216@mail.ru).

Abstract: We consider an approach to loss evaluation in banks under various scenarios of market crash, which is based on a classification of banks with respect to the dominant industry sector credited. We formulate and solve the problem of optimal loan size to each industrial sector, and the probability minimization problem of a loan default in the case of a crisis in a branch of industry under constraints of capital adequacy ratio and a sufficient level of current assets. A model is suggested of possible loss evaluation for stress situations in a banking sector and a routine for banks ranking based on Snow vector approach; several examples are considered. All approaches considered in this paper were not applied to the Russian banking sector before, as the problem of systemic risk evaluation emerged recently as a result of changes in international regulations.

Keywords: multiple default, optimization problem, logit-model, capital adequacy ratio.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым*

*Поступила в редакцию 26.06.2013.
Опубликована 30.09.2013.*