УДК 519.7
ББК 32.81

ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОЕ УПРАВЛЕНИЕ СОСТОЯНИЕМ КОГНИТИВНОЙ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ С ОГРАНИЧЕННЫМ МНОЖЕСТВОМ СОСТОЯНИЙ

Корноушенко Е. К.[1]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*, *Москва*)

Исходным понятием данной работы является когнитивная карта, по которой строится когнитивная линейная модель с ограниченным множеством состояний. Рассматривается задача перевода такой модели из произвольного начального состояния в асимптотически устойчивое состояние, принадлежащее окрестности некоторого заданного состояния. Для решения этой задачи вводятся два класса управлений. «Качество» перевода определяется близостью результирующего устойчивого состояния к заданному состоянию. Приводится показательный пример.

Ключевые слова: когнитивная карта, когнитивная модель, целевые факторы, согласованность факторов.

1. Введение

Следуя работе [4], под термином «когнитивная модель» будем понимать динамическую модель, построенную на основе когнитивной карты (понятие «когнитивная карта» является исходным в когнитивном подходе к моделированию систем). Несмотря на огромное количество работ по когнитивным картам

---

[1] *Евгений Константинович Корноушенко, доктор технических наук, старший научный сотрудник* (*ekorno@mail.ru*).

и когнитивным моделям, актуальной остается проработка вопросов управления когнитивными моделями [1, 4]. Одной из первых работ в этом направлении можно считать работу [4]: в ней выделен класс управленческих задач, для решения которых целесообразно применение когнитивного моделирования, и на примере «когнитивной игры» показаны возможные направления их решения.

Когнитивная карта (КК) строится в терминах понятий (концептов, факторов) моделируемой ситуации, при этом для отображения состояний факторов используется совокупность соответствующих лингвистических переменных. Влияния фактора на фактор также определяются с использованием лингвистических переменных, указывающих характер и силу влияния. Построение КК производится с учетом обязательного требования предметной интерпретируемости вводимых в КК связей между факторами. Наличие такого требования отличает КК от абстрактного ориентированного взвешенного графа. Для построения по КК когнитивной модели вербальные состояния факторов отображаются в числовые из интервала [0, 1] (или [–1, 1]), а вербальные представления влияний – в числа из интервала [–1, 1]. Для каждого фактора выписывается динамическое уравнение, в структуре которого отражены прямые влияния на данный фактор других факторов, а также факторов «внешней среды». Совокупность таких уравнений для всех факторов КК представляет когнитивную модель исследуемой ситуации. При этом когнитивная модель имеет ограниченное множество состояний в силу того, что множеством значений каждого фактора в такой модели является интервал [0, 1] (или [–1, 1]).

В настоящей работе рассматривается проблема целенаправленного управления линейной когнитивной моделью с ограниченным множеством состояний. Исходная задача состоит в том, чтобы перевести когнитивную модель из произвольного начального состояния в некоторое асимптотически устойчивое (а.у.) состояние, принадлежащее окрестности заданного состояния, и оценить «качество» такого перевода через «близость» (по критерию, задаваемому пользователем) результирующего а.у. состояния к заданному состоянию. При решении этой задачи должны учитываться и ограниченность множества состояний когнитивной модели, и вводимые ограничения на управления, связанные с предметной интерпретируемостью допустимых управлений. Перевод когнитивной модели в устойчивое состояние весьма важен в ряде практических задач (например, в задаче переопределения весов при обучении когнитивной модели [9], при использовании когнитивной модели как управляющего устройства для некоторой системы (или ситуации) [6], при проведении социо-медицинских исследований с использованием когнитивного подхода [10], в работах по управлению сетевыми моделями [7] и т.д.). В [4] отмечается важность аналитического нахождения требуемых управлений и анализа устойчивых состояний как условий равновесия разнонаправленных тенденций в исследуемой системе.

В данной работе вводятся два класса предметно интерпретируемых управлений, с использованием которых решается исходная задача. Важно подчеркнуть, что искомая совокупность управлений находится с использованием обыкновенного метода наименьших квадратов (ordinary least squares). Обсуждается зависимость «качества» решения исходной задачи от структуры КМ и параметров, влияющих на это «качество». Приводимый в конце работы пример можно рассматривать как разновидность «когнитивной игры» двух лиц с противоположными интересами. Получаемое устойчивое состояние КМ иллюстрирует баланс интересов (консенсус) противодействующих лиц.

2. Исходные определения и постановка задачи

Пусть для моделируемой ситуации составлена КК. Далее для удобства будем интерпретировать КК как взвешенный ориентированный граф G_{KK}. Количественные представления состояний факторов в интервале [0, 1] будем называть **значениями** факторов, а **весами** – аналогичные представления влияний в интервале [–1, 1]. Структуру графа G_{KK} удобно представить в виде композиции узлов. **Узлом** [5] называется всякий подграф $G_{УЗ}$ в $G_{КК}$, содержащий так называемый **выходной** фактор в $G_{УЗ}$ и полную совокупность **входных** факторов в $G_{УЗ}$, от каждого из которых идет направленная дуга с соответствующим весом к выходному фактору. Взвешенная сумма влияний, поступающих от входных факторов узла на его выходной фактор, называется **агрегированной функцией** [5] узла. Выходной фактор узла может оказаться входным фактором для других узлов, так что $G_{КК}$ является объединением (пересекающихся) узлов. В терминах значений факторов и весов для каждого выходного фактора узла составляется временное уравнение, описывающее поведение данного фактора в зависимости от поведения влияющих на него входных факторов и независимых факторов «внешней среды» (т.е. факторов, не имеющих входных дуг). Для простоты рассматривается дискретное время, так что временное уравнение для фактора x_i имеет вид:

$$x_i(t+1) = f_i\Big(\sum_{j=1}^{n} w_{ji} x_j(t) + e_i(t)\Big), \quad i = 1, \ldots, n, \; t = 0, 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Здесь w_{ji} – постоянный вес на дуге от фактора x_j к x_i; e_i (t) – значение фактора e_i «внешней среды», непосредственно влияющего на x_i в момент t; t – дискретное время, а n – число зависимых факторов, являющихся выходными факторами узлов в $G_{КК}$ (так что n – размерность вектора состояния КМ). Далее под **когнитивной моделью** (КМ) будем понимать совокупность уравнений (1). При этом корректность использования термина «значение фактора» при анализе динамики КМ обеспечивается требованием, чтобы значения каждой функции f_i в процессе моделирования не выходили из интервала [0, 1]. Для выполнения этого требования выходной фактор каждого узла G_i «пропускается» через функцию f_i с множеством значений [0, 1]. Чаще всего в роли f_i используются сигмоидные функции [8]. В данной работе будем считать, что каждая f_i является тождественной функцией в интервале [0, 1] и имеет два уровня «насыщения» 0 и 1. Каждая f_i реализует, таким образом, соответствующее отображение $f_i : (-\infty, \infty) \to [0, 1]$. При этом совокупность уравнений

(1) представляет нелинейную количественную модель, определенную в неотрицательном единичном кубе $K = [0, 1]^n$.

Задача, решаемая в настоящей работе, выглядит следующим образом. Считаем, что о состоянии КМ пользователь судит прежде всего по некоторой совокупности так называемых целевых факторов, число которых меньше n (о выборе целевых факторов будет сказано ниже). Пусть КМ находится в некотором начальном состоянии $X(0) \in K$, которое «не удовлетворяет» пользователя. Пользователь «желает», чтобы КМ оказалась в некотором состоянии[1] $X_{зад}$ с «приемлемыми» значениями выбранных целевых факторов и при сохраняющихся условиях «внешней среды» оставалась в нем бесконечно долго[2]. Поскольку значения целевых факторов не определяют однозначно «приемлемое» состояние КМ, а состояние $X_{зад}$ в общем случае не является устойчивым, задача состоит в том, чтобы перевести КМ из состояния $X(0)$ в какое-либо а.у. состояние X^*, принадлежащее некоторой окрестности состояния $X_{зад}$, и оценить качество подобного перевода по отклонениям значений целевых факторов в состоянии X^* от аналогичных значений в состоянии $X_{зад}$.

3. Используемые ограничения

Допущение 1.

а) Считаем, что внутри куба K КМ представима в стандартном линейном виде $X(t + 1) = WX(t) + BE(t)$, где матрица весов W есть матрица смежности подграфа G_W, вершины которого соответствуют координатам вектора состояний КМ, а дуги и

---

[1] *Заданное состояние $X_{зад}$ включает «желательные» значения целевых факторов и конкретные значения остальных факторов. В принципе, если пользователь знает исследуемую ситуацию, он не будет значения остальных факторов брать «с потолка», а назначит их с учетом предполагаемых связей этих факторов с целевыми факторами.*

[2] *Другими словами, «желательное» состояние должно быть устойчивым.*

веса те же, что и в G_{KK} (о матрице B сказано ниже). При этом полагаем, что матрица W является а.у. матрицей, т.е. все её собственные значения находятся внутри окружности единичного радиуса в комплексной плоскости. Матрица B есть (0, 1)-матрица, её ненулевые элементы указывают, в какие уравнения КМ входят факторы «внешней среды».

б) Координаты вектора E внешних воздействий на КМ суть некоторые постоянные значения (в интервале [0, 1]), причем при некотором известном E внутри[1] куба K существует а.у. равновесное состояние (РС) $X^0(E)$[2].

в) С целью изменения динамики КМ в некоторые (но не во все) уравнения КМ вводятся управления. Каждое управление как независимая[3] переменная входит аддитивно в то или иное единственное уравнение КМ. При этом в каждое уравнение могут входить несколько управлений.

г) Пусть m – число уравнений с управлениями, тогда $m < n$.

Обозначим через $S_0(E)$ множество начальных состояний внутри куба K, при которых траектории КМ, начинающиеся в множестве $S_0(E)$, целиком находятся внутри куба K и асимптотически стремятся к $X^0(E)$ (в соответствии с допущением 1б) не зависимо от выбора начального состояния $X(0)$ из $S_0(E)$. Пусть теперь $X(0) \notin S_0(E)$. В силу того, что а.у. РС $X^*(E)$ находится внутри куба K, текущее состояние $X(t)$ при некотором t' войдет в «область притяжения» РС $X^0(E)$, в которой $X(t')$ уже принадлежит множеству $S_0(E)$. Но теперь $X(t')$ можно рассматривать как

---

[1] *Нахождение РС $X^0(E)$ внутри куба К принципиально важно, поскольку в КМ как в нелинейно системе с ограничениями РС $X^0(E)$ может находиться на одной из граней куба К, что существенно усложнит последующее рассмотрение.*

[2] *Поскольку координаты вектора Е как параметры входят во все последующие выкладки, эта зависимость того или иного РС от Е подразумевается там, где не требуется специального объяснения.*

[3] *Имеется в виду независимость значения управления от значений факторов и внешних воздействий.*

некоторое начальное состояние для траектории, начинающейся в $X(t')$ и целиком находящейся внутри куба K. Поскольку стремление к $X^0(E)$ справедливо для любого состояния из $S_0(E)$, допущение 1б остается справедливым и при наличии ограничений на значения координат вектора состояния.

Замечание 1. Поскольку исходная задача ставится в асимптотической постановке, для простоты изложения считаем, что интервалом наблюдения является множество чисел 0, 1, 2, ….

4. Определение понятия согласованности факторов

Обозначим через $Z = (z_1, \ldots, z_m)$ задаваемую пользователем совокупности **целевых** факторов, изменения которых (в первую очередь) интересуют пользователя. «Благоприятность» (или «неблагоприятность») изменения значений каждого из целевых факторов определяется заданием знакового вектора $S = (s_1, \ldots, s_n)$ «желательных» направлений изменения этих факторов. Изначально для каждого фактора z_i указывается знак s_i его «желательного» изменения: «+», если желательно увеличение его значения, и «–» в противном случае[1]. Выбор целевых факторов определяется требованием их согласованности, раскрываемым ниже.

Определим транзитивное замыкание $Q(W)$ для матрицы W:

$$Q(W) = \sum_{k=0}^{\infty} W^k .$$

В силу а.у. матрицы W (ограничение 1а) ряд по степеням W сходится, так что $Q(W)$ является квадратной матрицей порядка n. Заменим все элементы матрицы $Q(W)$ с модулями меньшими α нулями, результирующую матрицу обозначим как $Q_\alpha(W)$ и

---

[1] *Считаем, что пользователь является «арбитром», способным указать знаки желательных изменений для каждого из целевых факторов в каждом из рассматриваемых сценариев функционирования КМ.*

назовем **срезом** матрицы $Q(W)$ **по уровню** α. Целевой фактор z_i назовем **несогласованным** с фактором z_j, если справедливо

$$s_i * s_j \neq s(q_{ij}^{\alpha}),$$

где $*$ – обычное умножение, а q_{ij}^{α} – (i, j)-й элемент матрицы $Q_\alpha(W)$. Совокупность Z целевых факторов назовем **согласованной**, если все факторов в ней не являются попарно несогласованными. Очевидно, совокупность Z будет согласованной (по срезу α) при выполнении условия

(2) $\forall i, j = 1,...,m(q_{ij}^{\alpha} \neq 0, q_{ji}^{\alpha} \neq 0 \rightarrow s(q_{ij}^{\alpha}) = s(q_{ji}^{\alpha}) \wedge s_i * s_j = s(q_{ij}^{\alpha}))$.

Понятие согласованности целевых факторов согласно (2) далее активно используется при выборе управлений для решения сформулированной выше исходной задачи.

Пусть $X_{зад}$ – некоторое заданное состояние, а КМ находится в произвольном начальном состоянии внутри куба K. Как сказано выше, задача состоит в том, чтобы найти совокупность управлений, переводящих КМ в какое-либо а.у. состояние $X^*(E)$ из окрестности состояния $X_{зад}$, и оценить «качество» произведенного перевода по отношению к совокупности $Z = (z_1, \dots, z_r)$ целевых факторов по формуле

(3) $$R(X_{зад}, X^*(E) \mid Z) = \sum_{p=1}^{m} | z_p^{зад} - z_p^* |,$$

где $z_p^{зад}$ и z_p^* – p-е координаты векторов целевых координат в $X_{зад}$ и в X^* соответственно. «Качество» решения этой задачи свяжем с величиной показателя $R(X_{зад}, X^*(E) \mid Z)$, областью значений которого является интервал $[0, m]$. Пользователю желательно, чтобы значения показателя R были по возможности меньшими. Выполнение следующих условий ведет к уменьшению показателя R:

1) При фиксированных $X_{зад}$ и X^* значение R пропорционально степени согласованности целевых факторов, т.е. числу попарно согласованных факторов из Z. Таким образом, желательно, чтобы выбираемая совокупность Z была согласованной (по заданному срезу на уровне α).

2) Согласно допущению 1в управления u, характеризуемые

соответствующими знаком $s(u)$ и величиной $|u|$, входят как независимые аддитивные добавки в те или иные уравнения КМ. Управление u_i, назовем **согласованным с целевым фактором** z_j, если $s(u_i) * s_j = s(q_{ij}^{\alpha})$. Аналогично, управление u_i назовем **согласованным с совокупностью** Z, если оно согласовано с каждым фактором из Z, что возможно лишь тогда, когда Z является согласованной совокупностью. Таким образом, желательно, чтобы выбираемые управления были согласованы с совокупностью Z.

Замечание 2. Отметим, что в условия 1–2 согласованности входят лишь знаки, но не значения соответствующих факторов.

5. Два класса управлений для решения исходной задачи

Введем понятия управляющего и управляемого факторов. Фактор x_k назовем **управляющим**, если возможно определенное направление Δx_k его изменения, при котором управление u такое, что $s(u) = s(\Delta x_k)$, будет согласовано с совокупностью Z. Если это управление входит в уравнение для i-го фактора x_i, то x_i называется **управляемым** фактором. Ниже рассматриваются два класса управлений – квазинезависимые и квазиструктурные – используемые для решения исходной задачи.

5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И НАХОЖДЕНИЕ КВАЗИНЕЗАВИСИМЫХ УПРАВЛЕНИЙ

Квазинезависимое управление (КНУ) u_i, входящее в уравнение (1) для фактора x_i, определяется как $u_i = u_{ki}\, x_k^{зад}$, где:

- индекс k указывает на то, что фактор x_k выбран как управляющий для управляемого фактора x_i;
- $x_k^{зад}$ есть k-я координата вектора $X_{зад}$ (задаваемая часть управления u_i);
- сомножитель u_{ki} – неизвестный параметр, требующий определения.

Преимущества такого определения управления u_i в отличие от «обычного» независимого управления ($u_i = u_{ki}$) обсуждаются ниже (см. также прилагаемый пример).

Пусть $U = (u_1, \ldots, u_h)$ – совокупность КНУ, отобранных с учетом указанных выше требований и входящих в некоторые (но не все) уравнения КМ с соблюдением требований допущения 1в. Рассмотрим процедуру нахождения неизвестных сомножителей u_{ki}. Методологически эта процедура близка к процедуре нахождения управлений в дискретных нормированных нелинейных моделях, рассмотренной в [2, 3], хотя и содержит ряд отличий, главное из которых состоит в том, что согласно допущению 1г управления входят не во все уравнения КМ.

Процедура нахождения параметров u_{ki} содержит следующие этапы:

1. По условию $X_{зад}$ принадлежит внутренности куба K. Интерпретируем $X_{зад}$ как равновесное состояние (РС) КМ. Тогда для каждого управляемого фактора x_i справедливо

(4) $$x_i^{зад} = \sum_{j=1}^{n} w_{ji} x_j^{зад} + e_i + \sum\nolimits_{k \in K_i} u_{ki} x_k^{зад}, i = 1, \ldots, m.$$

   Здесь $x_i^{зад}$ – i-я координата вектора $X_{зад}$; e_i – постоянное значение i-го фактора «внешней среды»; K_i – множество управлений, входящих в i-е уравнение; m – число. уравнений с входящими в них управлениями. При этом неизвестные u_{ki} входят как параметры линейно в эти уравнения.

2. Сгруппируем в правой части все известные слагаемые в каждом из уравнений (4) и упорядочим каким-либо образом координаты u_{ki} h-вектора U. В результате получим систему линейных уравнений вида

(5) $MU = b(U)$

   относительно координат вектора U. Здесь M – невырожденная[1] матрица размера $m \times h$, ненулевыми элементами которой являются соответствующие элементы вектора $X_{зад}$, являю-

---

[1] *Матрицу $M(U)$ всегда можно сделать невырожденной, слегка изменив вектор $X_{зад}$.*

щиеся задаваемыми сомножителями искомых величин u_{ki}. Элементы вектора $b(U)$ суть разности между левой и правой частями каждого из уравнений в (4), причем такие разности не включают слагаемые с управлениями, входящими в эти уравнения. К системе (5) добавляется ряд ограничений вида

(6) $-1 \le -a_{ki} \le u_{ki} \le b_{ki} \le 1$

для всех элементов u_{ki} вектора U. Важно заметить, что выбор нижних $(-a_{ki})$ и верхних (b_{ki}) границ в этих ограничениях может зависеть от решаемой задачи, основное требование при этом состоит в том, чтобы управляемая КМ оставалась а.у.

3. Система (5)–(6) решается с использованием обыкновенного метода наименьших квадратов (МНК). Обозначим через U^* её МНК-решение, определяемое как

(7) $U^* = M^+ b(U)$,

где M^+ – псевдообратная матрица для матрицы M. Пусть КМ с вектором управлений U^* совершает асимптотический переход в РС $X^*(U^*)$. Результирующее значение показателя $R(X_{зад}, X^*(E) \mid Z)$ определяется «качеством» выполнения указанных в разделе 4 условий согласованности.

Порядок учета требований при нахождении КНУ отобразим в виде следующей схемы:

$$Q(W) \xrightarrow{1)} Z \xrightarrow{2)} U \xleftarrow{система(5)} X_{зад}.$$

Цифры 1), 2) над стрелками показывают соответствующие условия согласованности из раздела 4. В силу сложной зависимости показателя R от входящих в него параметров его значение может быть найдено только с использованием моделирования.

Замечание 3. Сравним возможности независимых константных управлений вида u_i и КНУ $u_i = u_{ki}\, x_k^{зад}$. Полагаем, что независимые управления линейно входят в уравнения КМ, так что они могут быть найдены способом, аналогичным описанному выше. При этом для вектора $U_{нез}$ независимых управлений матрица M является (0, 1)-матрицей, а вектор $b(U)$ тот же самый, что и в системе (5). Ограничения (6) могут быть пересчитаны для координат вектора $U_{нез}$ с учетом положительности коэффициентов пропорциональности (вида $x_k^{зад}$) управлений u_i и

$u_i = u_{ki}\, x_k^{зад}$. Но тогда МНК-решения системы (5) и аналогичной системы для векторв $U_{нез}$ пропорциональны. Особенностью КНУ вида $u_i = u_{ki}\, x_k^{зад}$ является указание управляющего фактора, что позволяет использовать предметную интерпретацию вводимых управлений и выбирать их с учетом предпочтений пользователя,

Более интересными в практическом плане являются так называемые **квазиструктурные** управления, суть которых состоит в изменении (или внесении дополнительных) влияний управляющих факторов на управляемые (т.е. в изменении весов на соответствующих дугах КК или проведение дополнительных дуг в КК).

5.2. ОСОБЕННОСТИ И ПРИМЕНЕНИЕ КВАЗИСТРУКТУРНЫХ УПРАВЛЕНИЙ

Для удобства квазиструктурные управления будем обозначать буквой v с индексами. Формально **квазиструктурное** управление (КСУ) v_k от управляющего фактора x_k к управляемому фактору x_i определяется как $v_i = u_{ki}\, x_k(t)$. Это означает, что в КК проводится дуга с весом u_{ki} от фактора x_k к фактору x_i. При этом если в КК уже есть дуга с весом w_{ki}, то к этому весу добавляется член u_{ki} (с соблюдением условия $|w_{ki} + u_{ki}| \le 1$). В отличие от рассмотренного выше КНУ $u_i = u_{ki}\, x_k^{зад}$, где $x_k^{зад}$ есть константное значение k-й координаты вектора $X_{зад}$, в КСУ $v_i = u_{ki}\, x_k(t)$ подразумевается, что управляющий фактор x_k изменяется от начального значения $x_k(0)$ до некоторого равновесного значения x_k^*. Отсюда следует, что априори само значение КСУ v_i не может быть найдено, поскольку оно зависит от РС X^*, в которое переходит КМ под действием этого управления. Выход из такого положения состоит в следующем. Представим КСУ v_i в виде $v_i = u^*_{ki}\, x_k(t)$, где значение u^*_{ki} (вместе со значениями других аналогичных сомножителей) находится так же, как при использовании КНУ (т.е. путем решения задачи (5)–(6)). Таким образом, начальное значение КСУ v_k есть величина $u^*_{ki}\, x_k(0)$. При этом очень важным моментом является то, что все условия согласованности, выполняемые при использовании КНУ, выполняются и при использовании КСУ, поскольку согласно замечанию 2 эти условия не связаны со значениями, а лишь со знаками управлений. Отсюда следует, что при использовании КСУ матрица $Q(W)$ по-прежнему может использоваться как исходная информация для выбора целевых факторов и управлений с соблюдением соответствующих требований согласованности из раздела 4.

Отметим также, что при использовании КСУ требуемое управление динамикой КМ производится путем усиления (или ослабления) внутренних влияний между факторами (а не прямых изменений значений факторов, как при использовании независимых управлений), причем вводимые влияния также должны быть предметно интерпретируемы.

Сравнение КНУ и КСУ при решении исходной задачи рассмотрено в приводимом ниже примере.

7. Пример

На рис. 1 приведена (с небольшими изменениями и пояснениями) заимствованная из [11] умозрительная КК наркоситуации в некотором городе.

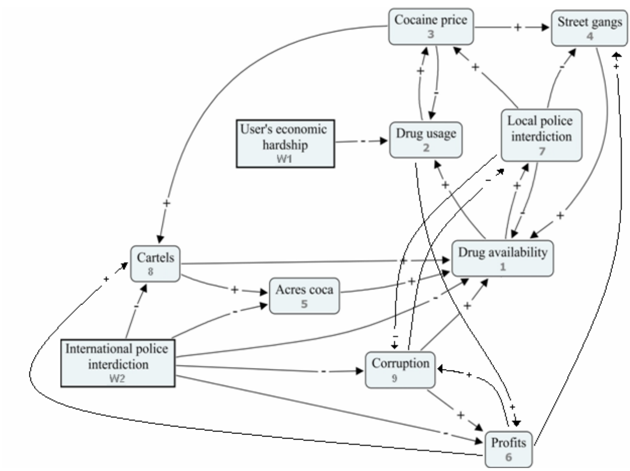

Рис.1. Исходная КК наркоситуации

Зависимыми факторами в ней являются: 1 – доступность наркотиков (уличные распространители наркотиков); 2 – употребление наркотиков; 3 – цена на кокаин; 4 – активность городских наркодилеров (поставщиков наркотиков); 5 – плантации коки; 6 – прибыль от наркотиков для муниципальных чиновников; 7 – активность муниципальной полиции; 8 – прибыли наркобаронов, связанные с наркотиками; 9 – уровень муниципальной коррупции в сфере наркотиков.

Независимые факторы «внешней среды»: $e1$ – социальные проблемы; $e2$ – активность международной полиции по борьбе с наркотиками.

Значения весов следующие (для удобства вес w_{ij} обозначается как wij):
$w41 = 0{,}6$; $w51 = 0{,}3$; $w61 = 0{,}4$; $w71 = –0{,}3$; $w81 = 0{,}3$;
$w91 = 0{,}5$; $w12 = 0{,}7$; $w32 = –0{,}2$; $w23 = 0{,}3$; $w73 = 0{,}3$;
$w34 = 0{,}5$; $w64 = 0{,}6$; $w74 = –0{,}2$; $w85 = 0{,}7$; $w26 = 0{,}8$;
$w96 = 0{,}5$; $w17 = 0{,}7$; $w38 = 0{,}9$; $w68 = 0{,}5$; $w89 = 0{,}5$;
$w69 = 0{,}4$; $w97 = –0{,}4$;
$E = [e1 \;\; e2]$; $e1 = 0{,}4$; $e2 = 0{,}2$;
$we1x2 = 0{,}4$; $we2x5 = –0{,}2$; $we2x6 = –0{,}1$; $we2x8 = –0{,}5$.

При данных значениях весов наибольшее собственное значение матрицы W весов есть 0,9903. Длина интервала моделирования (ИМ)[1] – 80 тактов.

Пусть начальное состояние $X(0)$ выбрано таким же, как и в [11], т.е. $X(0) = (0{,}7;\ 0{,}6;\ 0{,}7;\ 0{,}5;\ 0{,}5;\ 0{,}5;\ 0{,}3;\ 0{,}4;\ 0{,}4)$. При указанных значениях весов ситуация имеет явную тенденцию к ухудшению на ИМ, что показано на рис. 2: доступность и потребление наркотиков растут, как и прибыли наркодилеров и связанных с наркотиками чиновников.

[1] *Длина ИМ определяется пользователем как такая, при которой значения факторов в конечной точке ИМ отличаются несущественно (скажем, до 0,001) от аналогичных значений при удвоении ИМ.*

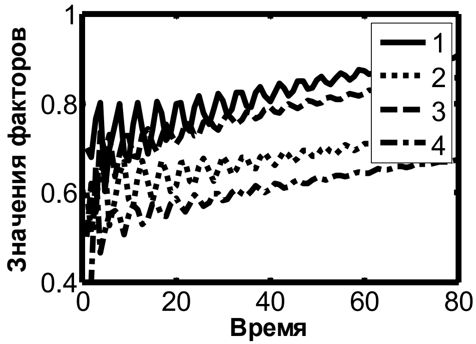

Рис. 2. Графики основных факторов, свидетельствующие об ухудшении наркоситуации (цифрами указаны соответствующие факторы)

Перед рассмотрением способов улучшения ситуации прежде всего определим целевые факторы. Анализ матрицы $Q(W)$ показывает, что в роли целевых можно взять факторы 1, 2, 6, 9. Соответствующая знаковая подматрица матрицы $Q(W)$ на уровне среза 0,06 представлена в первых четырех строках таблицы 1 (в скобках приведены соответствующие («срезаемые») элементы матрицы $Q(W)$). Видим, что целевые факторы 1, 2, 6, 9 на уровне среза 0,06 являются согласованными.

Таблица 1. Подматрица целевых факторов из $Q(W)$

	1	2	6	9
1	0(–0,047)	0(–0,029)	+	+
2	+	+	0(–0,027)	+
6	+	+	+	+
9	0(–0,044)	+	+	+
4	0(–0,051)	+	+	+
5	+	+	+	+

Согласно приведенной на рис. 1 КК единственным органом в городе, с помощью которого можно улучшить ситуацию, является муниципальная полиция (фактор 7). Этот фактор выберем в качестве управляющего. Считаем следующие меры приемлемыми для полиции:

- борьба с уличными распространителями наркотиков (u_{71});
- борьба с наркодилерами - поставщиками наркотиков (u_{74});
- борьба с коррупционными чиновниками (u_{79})[1].

Таким образом, управляемыми являются факторы 1, 4, 9, причем факторы 1 и 9 – целевые и согласованные. Как показывает 5-я строка таблицы 1, фактор 4 также согласован с целевыми факторами.

Однако в наркоситуации имеются лица, заинтересованные в сохранении неблагополучной ситуации, главными из которых являются наркобароны (фактор 8). Для простоты полагаем, что целевые факторы наркобаронов те же, что и у полиции, но с противоположными направлениями желательных изменений. Считаем следующие меры противодействия приемлемыми для наркобаронов:

- поддержка наркодилеров (u_{84});
- увеличение плантаций коки (u_{85});
- поддержка коррупционных чиновников (u_{89}).

Управления, исходящие от фактора 8, также согласованы с целевыми факторами,

Следуя постановке исходной задачи выберем заданное состояние[2] – пусть им будет $X_{зад}$ = (0,3; 0,4; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,2; 0,3; 0,3), и цель пользователя – перевести КМ в какое-либо РС, входящее в окрестность состояния $X_{зад}$ с использованием КНУ или КСУ, а также сравнить эффективность обоих типов управлений с использованием коэффициента R, определяемого согласно (3). Прежде всего найдем значения сомножителей u_{7i} и

---

[1] *Считаем, что непосредственное влияние полиции на прибыли наркокартелей (например, путем блокировки банковских счетов) не является прерогативой муниципальной полиции.*

[2] *Заданное состояние можно рассматривать как ориентировочное состояние ситуации (консенсус), при котором соблюдены интересы и полиции, и наркобаронов.*

u_{8j}, входящих в КНУ вида $u_{7i}\, x_7^{зад}$ и $u^*_{7i}\, x_{7i}(t)$, $i = 1, 4, 9$, а также $u_{8j}\, x_8^{зад}$ и $u^*_{8j}\, x_{8j}(t)$, $j = 4, 5, 9$. Обозначим $U = (u_{71}, u_{74}, u_{79}, u_{84}, u_{85}, u_{89})$. Система для поиска координат вектора U, аналогичная системе (5), имеет вид

$$(8)\quad \begin{pmatrix} x_7^{зад} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_7^{зад} & 0 & x_8^{зад} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_7^{зад} & 0 & 0 & x_8^{зад} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_8^{зад} \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} 0{,}09 \\ -0{,}05 \\ -0{,}01 \\ 0{,}15 \end{pmatrix}$$

с ограничениями

(9) $-1 \le u_{7i} \le 1$, $i = 1, 4, 9$,

(10) $-1 \le u_{84} \le 1$, $j = 4, 5, 9$.

МНК-решение задачи (8)–(10) имеет вид

$U^* = (u^*_{71}, u^*_{74}, u^*_{79}, u^*_{84}, u^*_{89}, u^*_{85}) = (–0{,}1; –0{,}4; –0{,}2; 0{,}1; 0{,}1; 0{,}1)$.

При этом:

- при использовании КНУ модель приходит[1] в а.у. РС $X^*(U^*) = (0{,}1304; 0{,}2346; 0{,}0834; 0{,}0954; 0{,}0462; 0{,}1874; 0{,}0435; 0{,}1088; 0{,}1194)$, причем $R(X_{зад}, X^*(E) \mid Z) = 0{,}7282$;
- при использовании КСУ модель приходит в а.у. РС $X^{**} = (0{,}4867; 0{,}4604; 0{,}2002; 0{,}3278; 0{,}2369; 0{,}5083; 0{,}1876; 0{,}3780; 0{,}3885)$, в котором $R(X_{зад}, X^{**}(E) \mid Z) = 0{,}4439$.

Поскольку в данном случае число управляемых факторов $m = 4$, полученные значения показателя R находятся первой половине интервала [0, 4], что неплохо. Как уже сказано, показатель $R(X_{зад}, X^*(E) \mid Z)$ зависит от $X_{зад}$, X^*, Z, которые в каждом случае определяются по-разному, так что сравнение его значений для разных случаев не имеет смысла. В каждом рассматриваемом случае (при тех же выбранных $X_{зад}$, X^*, Z и тех же предельных значениях ограничений (9)–(10) на управления) из сравнений значений R при использовании КНУ и КСУ можно

[1] *К значениям факторов и управлений, получаемых при компьютерном моделировании, нельзя подходить пунктуально, следует учитывать лишь порядковые соотношения между соответствующими значениями.*

делать вывод о предпочтительном использовании того или иного класса управлений при решении исходной задачи. Так, в данном случае предпочтительным является использование КСУ, однако положение может измениться при изменении какого-либо из указанных параметров влияния.

8. Заключение

Показано, что задача обеспечения целенаправленного поведения КМ требует учета ряда особенностей КМ и, в первую очередь, соблюдения требования предметной интерпретируемости мероприятий, направленных на изменение динамики КМ. В отличие от решения аналогичной задачи в технических системах (см., например, [12]) требование предметной интерпретируемости накладывает существенные ограничения на выбор таких мероприятий. Именно с учетом этого требования в работе предложены два класса управлений, процедуры их нахождения и оценки «эффективности» этих управлений при решении исходной задачи. Хотя предложенный подход по управлению КМ справедлив для линейных КМ, его эффективность, зависящую от многих (указанных в работе) факторов влияния, нельзя оценить априори, она может быть разной даже для разных линейных моделей.

Литература

1. АВДЕЕВА З.К., КОВРИГА С.В., МАКАРЕНКО Д.И., МАКСИМОВ В.И. *Когнитивный подход в управлении* // Проблемы управления. – 2007. – №3. – С. 1–8.
2. КОРНОУШЕНКО Е.К. *Управление равновесными состояниями билинейных нормированных моделей* // Проблемы управления. – 2012. – №5. – С. 2–8.
3. КОРНОУШЕНКО Е.К. *Управление равновесными состояниями положительных нелинейных нормированных моделей* // Проблемы управления. – 2014. – №2. – С. 18–25.

4. НОВИКОВ Д.А. *«Когнитивные игры»: линейная импульсная модель* // Проблемы управления. – 2008. – №3. – С. 14–22.
5. ABRAMOVA N.A., AVDEEVA Z.K., FEDOTOV A.A. *An approach to systematization of types of formal cognitive maps* // Proc. 18th IFAC World Congress, Milan, Italy, 2011. – P. 14246–14252.
6. CHUN-MEI L. *Fuzzy Cognitive Map for System Control* – [Электронный ресурс]. – URL: www.wseas.us/e-library/transactions/systems/2008/31-892.pdf (дата обращения: 03.07.2014).
7. CORNELIUS S.P., KATH W.L., MOTTER A.E. *Realistic Control of Network Dynamics* // Nature Communications – 2013. – Vol. 4. – P. 1942. – [Электронный ресурс]. - URL: dyn.phys.northwestern.edu/pdf/ncomms2939.pdf, arxiv.org/pdf/1307.0015 (дата обращения: 27.08.2014).
8. *Fuzzy Cognitive Maps: Advances in Theory, Methodologies, Tools and Applications* // Studies in Fuzziness and Soft Computing. Vol. 247. – Springer: 2010. – 426 p.
9. KOTTAS T.L., BOUTALIS Y.S., DEVEDZIC G., MERTZIOS B.G. *A new method for reaching equilibrium points in Fuzzy Cognitive Maps* // Proc. 2nd International IEEE Conference "Intelligent Systems", 2004. – Vol. 3. – P. 53–60.
10. KOTTAS T.L., BOUTALIS Y.S., CHRISTODOULOU M.A. *Adaptive Estimation of Fuzzy Cognitive Networks and Applications.* – [Электронный ресурс]. – URL: link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-90-481-3018-4_13 (дата обращения: 03.07.2014).
11. MCLUKAS A.C. *Improving Causal Mapping Practice Using the System Dynamics 'Front-End' Tool* // Proc. of System Dynamics 2002, International System Dynamics Conference, Palermo, Italy, August 2002. – [Электронный ресурс] – URL: http://www.systemdynamics.org/conferences/2002/proceed/papers/Mclucas1.pdf (дата обращения 30.09.2014)
12. PASQUALETTI F., ZAMPIERI S., BULLO F. *Controllability Metrics, Limitations and Algorithms for Complex Networks.* –

[Электронный ресурс]. – URL: http://arxiv.org/abs/1308.1201 (дата обращения: 03.07.2014).

GOAL-ORIENTED STATE CONTROL OF COGNITIVE LINEAR MODEL WITH BOUNDED STATE SPACE

Eugeniy Kornoushenko, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Senior Researcher (ekorno@mail.ru).

Abstract: *The cognitive map, being the basic concept for this paper, is used to build a cognitive linear dynamic model with a bounded state space. We consider the problem of transferring this model from an arbitrary initial state to some asymptotically stable state belonging to a neighborhood of a given state. We suggest two classes of controls and introduce the "quality" of a transfer as proximity of the resulting steady state to the desired state. At the end, we propose an illustrative example.*

Keywords: cognitive map, cognitive model, objective factors, factor consistency.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Караваем М.Ф.

Поступила в редакцию 03.07.2014.
Опубликована 30.09.2014.