

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ПЕРСПЕКТИВ РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ РЕГИОНА

Беленький А. С.¹, Болкунов Д. С.²

(НИУ «Высшая школа экономики», Москва, Россия)

Рассматривается проблема построения элементов инструментария для количественного анализа перспектив развития системы электроснабжения региона, исходя из оценки администрацией региона существующего уровня обеспеченности электроэнергией населения и предприятий региона и тенденций развития этого региона. Предлагается математическая модель, с использованием которой перспективы инвестирования в строительство новых электростанций и хранилищ электроэнергии в регионе оцениваются в рамках бескоалиционной игры двух лиц на выпуклых многогранниках. В этой игре платежная функция одного из игроков является суммой билинейной функции и линейной функции векторных аргументов, а платежная функция другого игрока является билинейной функцией тех же векторных аргументов. Доказывается возможность отыскания точек равновесия в рассматриваемой игре из решения задач линейного программирования, образующих двойственную пару. Эти точки определяют в частности, приемлемые для обеих сторон объемы инвестирования в систему электроснабжения региона и договорные цены на электроэнергию для потребителей.

Ключевые слова: выпуклые многогранники, игры двух лиц, линейное программирование, равновесие Нэша, седловые точки, управление большими системами.

¹ Александр Соломонович Беленький, доктор технических наук, профессор (abelenky@hse.ru).

² Дмитрий Сергеевич Болкунов, магистр прикладной математики и информатики (d.bolkunov@yandex.ru).

Введение

Электроэнергетика является одной из основных отраслей экономики любого государства, и успешность функционирования и развития этой отрасли определяется прежде всего тем, какие меры предусматривает государство для обеспечения стабильности поставок электроэнергии всем категориям пользователей по приемлемым для них ценам и для создания условий, стимулирующих инвестиции в эту отрасль, в частности, в строительство новых мощностей по производству электроэнергии. В последние два десятилетия существенное внимание стало также уделяться инвестированию в строительство хранилищ электроэнергии, особенно вследствие появления новых идей в использовании физических и химических процессов в этих системах, а также в связи с бурным развитием систем производства электроэнергии из энергии солнца и ветра. Кроме того, хранилища электроэнергии оказываются конкурентоспособными с пиковыми генераторами (т.е. с генераторами, используемыми для подачи электроэнергии потребителям в часы пик) как с экономической точки зрения, так и с точки зрения обеспечения бесперебойных поставок электроэнергии всем пользователям, подключенным к сетям электроснабжения.

Интерес инвесторов к системам производства, хранения и передачи электроэнергии в условиях рынка определяется прежде всего экономическими соображениями, т.е. тем, насколько инвестиции в эти сферы деятельности выгодны с точки зрения умножения вложенного в них капитала как в краткосрочной, так и в долгосрочной перспективе, что, в свою очередь, зависит от правил, по которым функционирует этот рынок. Поскольку правила игры на рынке электроэнергии, устанавливаемые регулятором рынка (чаще всего государством), существенно влияют не только на инвестиции в строительство новых электростанций и хранилищ электроэнергии (или новых блоков действующих электростанций и хранилищ), но и на оптовые цены на электроэнергию, формирующиеся на краткосрочных и долгосрочных рынках про-

даже электроэнергии, регулятору рынка необходим аппарат для количественного анализа рынка, который позволил бы оценить последствия введения регулятором тех или иных правил работы на рынке с точки зрения возможных действий участников рынка.

В настоящей работе рассматривается проблема оценки объемов электроэнергии, продаваемых по прямым двусторонним договорам между производителями и потребителями электроэнергии на оптовом рынке электроэнергии в регионе, оптовых цен на нее и ожидаемых объемов инвестиций производителей как в строительство новых мощностей, так и в строительство хранилищ электроэнергии (или их блоков) в условиях конкретного рынка электроэнергии. В ней предлагается теоретико-игровой подход к решению этой проблемы, в основе которого лежит идея моделирования взаимодействия индивидуальных производителей электроэнергии (или группы производителей электроэнергии) в регионе с индивидуальными потребителями (или с группой потребителей электроэнергии) в регионе на определенном временном промежутке (в несколько лет) в форме бескоалиционной игры двух лиц. В этой игре множества допустимых стратегий каждого (из двух) игроков являются выпуклыми многогранниками, а платежные функции игроков являются суммой билинейной и линейной функций векторных переменных (для одного из игроков) и билинейной функцией тех же векторных переменных для другого игрока. Компонентами векторов этих переменных являются объемы электроэнергии, производимые группой производителей (которая, в частности, может состоять из одного крупного производителя), рассматриваемой в качестве одного из игроков, и цены на поставляемую электроэнергию, приемлемые для группы потребителей (которая может состоять из одного крупного потребителя), рассматриваемой в качестве другого игрока в игре.

В модели учитываются технологические особенности производства предполагаемых (производителями электроэнергии в регионе) к строительству электростанций и хранилищ электроэнергии (или их блоков), а также существующие технические ограничения, связанные с производством, хранением и переда-

чей электроэнергии. Показано, что отыскание равновесных объемов производства и хранения электроэнергии и (оптовых) цен на нее для потребителей эквивалентно отысканию седловых точек в некоторой антагонистической игре на выпуклых многогранниках допустимых стратегий игроков, являющихся множествами допустимых стратегий игроков в исходной бескоалиционной игре двух лиц. Отыскание же седловых точек в указанной антагонистической игре осуществляется решением задач линейного программирования, образующих двойственную пару, что позволяет рассматривать взаимодействие любого конечного числа производителей и потребителей электроэнергии в регионе и реализовывать поиск равновесных стратегий в игре с использованием стандартного программного обеспечения (для решения задач линейного программирования), позволяющего за приемлемое время решать задачи с миллионами переменных и ограничений [13].

Следует отметить, что хотя, наряду с прямыми долгосрочными договорами, аукционы по продаже электроэнергии представляют возможный (альтернативный) механизм взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии, на сегодняшний день во многих странах (в частности, в странах северной и западной Европы) только прямые договора являются действующим, общепринятым механизмом по продаже больших объемов электроэнергии на перспективу. Обзор различных типов аукционов по продаже электроэнергии на короткую перспективу, в частности, на сутки вперед, предлагается в [2], а обсуждение аукционов по продаже электроэнергии на долгосрочную перспективу, которые существуют на некоторых рынках (к примеру, в России и в некоторых штатах США), можно найти в [22]. Следует отметить, что хотя в России у участников рынка электроэнергии существует возможность заключать прямые долгосрочные договора на продажу электроэнергии, в настоящее время основным способом взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии являются аукционы по продаже электроэнергии и мощности [3].

Статья состоит из введения, двух разделов и заключения. В первом разделе описывается содержательная постановка задачи

и предлагается краткий обзор подходов к моделированию проблем инвестирования в новые мощности электроэнергетики (электростанции и их блоки). Эти подходы тесно связаны с рассматриваемой в статье задачей и дают определенные представления о направлениях разработки математического аппарата для анализа и исследования крупномасштабных систем электроснабжения региона. Во втором разделе устанавливается эквивалентность отыскания точек равновесия в исходной бескоалиционной игре двух лиц отысканию седловых точек в некоторой вспомогательной антагонистической игре двух лиц на тех же множествах допустимых стратегий игроков, что и в исходной бескоалиционной игре двух лиц (описывающей взаимодействие производителей электроэнергии и ее потребителей на оптовом рынке электроэнергии в регионе). Отыскание же седловых точек в указанной антагонистической игре может осуществляться решением задач линейного программирования, образующих двойственную пару [1].

1. Содержательная постановка задачи и краткий обзор публикаций, близких по содержанию к проблематике статьи

1.1. СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим взаимодействие производителя (или группы производителей) электроэнергии с потребителем (или с группой потребителей) электроэнергии в некотором регионе в какой-либо момент времени в условиях, когда производители могут заключать с потребителями только двусторонние договоры на поставку им электроэнергии на последующие T лет (период планирования).

На основании этих двусторонних договоров производители электроэнергии принимают решения об инвестировании в строительство новых мощностей и хранилищ электроэнергии и/или в строительство новых блоков действующих электростанций и хранилищ электроэнергии. Отыскание взаимоприемлемых условий поставки и покупки электроэнергии в рамках указанных двусторонних договоров можно осуществлять, рассматривая взаи-

модействие договаривающихся сторон в форме бескоалиционной игры двух лиц, в которой в качестве первого игрока выступает группа всех производителей электроэнергии в регионе (которая, в частности, может состоять из одного крупного производителя), а в качестве второго – группа всех потребителей электроэнергии (которая, в частности, может состоять из одного крупного потребителя). В этой игре множеством допустимых стратегий каждого (из двух) игроков является некоторый выпуклый многогранник, задаваемый совместной системой линейных неравенств балансового типа, а платежные функции игроков представляют собой сумму билинейной и линейной функций двух векторных переменных (для первого игрока) и билинейную функцию тех же векторных переменных (для второго игрока), причем каждая из векторных переменных принадлежит одному из этих двух выпуклых многогранников.

При моделировании взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии региона в форме игры предполагается, что оптовый рынок электроэнергии имеет узловую структуру, т.е. разбит на несколько непересекающихся частей, называемых узлами. Если конкретный потребитель и конкретный производитель электроэнергии находятся в одном узле, то ограничения на пропускную способность по передаче электроэнергии между этим производителем и этим потребителем предполагаются несущественными и не учитываются в модели. Если же они находятся в разных узлах, то, напротив, ограничения на пропускную способность линий электропередач, соединяющих узлы, в одном из которых находится рассматриваемый производитель, а в другом рассматриваемый потребитель, являются частью модели. Предполагается, что линии электропередач принадлежат некоторой компании, которая устанавливает цены на передачу электроэнергии между узлами, и производители электроэнергии не могут влиять на эти цены.

В рамках рассматриваемого взаимодействия с потребителями электроэнергии предполагается, что группа производителей электроэнергии (первый игрок) в начале каждого года периода

планирования инвестирует в строительство а) новых или в модернизацию имеющихся электростанций различных типов (к примеру, газотурбинных или угольных) и в строительство различных типов новых хранилищ электроэнергии (к примеру, химических) с учетом ограничений на максимально возможные ежегодные инвестиционные расходы, а также с учетом стоимости строительства новых электростанций, и б) новых хранилищ электроэнергии и/или модернизацию имеющихся хранилищ.

Непостоянство спроса на электроэнергию и высокая стоимость её хранения принадлежат к числу основных рыночных проблем электроэнергии, которые вынуждают производителей электроэнергии использовать одновременно генераторы базовой и пиковой нагрузки, а также хранилища электроэнергии. Ясно, что рассмотрение взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии в течение каждого часа каждого года периода планирования представляет значительный практический интерес, так как позволяет учесть как дневные, так и сезонные перепады спроса на электроэнергию, которые могут влиять на решения о строительстве новых электростанций и хранилищ электроэнергии различных типов. Однако использование часовой дискретности в течение всего периода планирования связано с существенным увеличением размера оптимизационных задач, в форме которых удастся математически описывать взаимодействие производителей электроэнергии и ее потребителей в регионе. Кроме того, достаточно достоверная оценка ожидаемого спроса потребителей в каждый час в течение каждого года периода планирования представляет принципиальные трудности.

Для того чтобы учесть дневные и сезонные перепады спроса и при этом избежать указанных трудностей, предлагается рассматривать некоторую «усреднённую» структуру спроса на электроэнергию. Идея этого усреднения состоит в разбиении каждого года из периода планирования на «типичные» (непересекающиеся) периоды взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии, каждый из которых повторяется несколько раз в году, и отражающих, например, различия в объемах потребления

электроэнергии в регионе в разное время года. Каждый «типичный» период может длиться как несколько дней, так и несколько недель, что позволяет учесть суточные колебания уровня спроса на электроэнергию в рамках каждого «типичного» периода.

Для упрощения понимания дальнейших рассуждений можно, например, считать, что в каждом году периода планирования существуют четыре «типичные» недели, каждая из которых повторяется тринадцать раз подряд в году в пределах одного и того же квартала. Таким образом, в каждом году периода планирования, в каждом квартале года выбирается некоторая «типичная неделя» спроса на электроэнергию. Тем самым, охватываются 364 ($364 = 13 \cdot 7 \cdot 4$) дня в году из 365 или 366 дней, а 365-й день обычного и 366-й день високосного года считаются особыми днями или особыми «типичными» периодами, первый из которых повторяется один раз в году, а второй один раз в четыре года. При этом, например, в каждой из 13 недель квартала, которому принадлежит выбранная «типичная» неделя, уровень спроса на электроэнергию в каждый конкретный день недели (один и тот же для всех 13 недель), например, в среду, считается одним и тем же для всех 13 недель и полагается равным уровню спроса в среду «типичной» недели. (Ясно, что этот уровень спроса может быть разным для разных дней «типичной» недели, т.е. уровень спроса, например, во вторник «типичной» недели и уровень спроса в среду той же самой «типичной» недели могут быть различны.)

Производители выбирают объемы электроэнергии, поставляемые потребителям исходя из заявок потребителей с учетом ограничений на мощность электростанций и хранилищ электроэнергии, которые могут использоваться в каждом году периода планирования, а также с учетом возможности изменения за короткий промежуток времени уровня производства электроэнергии на различных типах электростанций. В свою очередь потребители выбирают цены, которые они готовы заплатить за единицу объема поставляемой им электроэнергии при условии поставки им определенного объема электроэнергии ее производителями.

Эти объемы и цены фиксируются в договорах между производителями и потребителями электроэнергии с взаимоприемлемым для договаривающихся сторон уровнем детализации их численных значений в каждом конкретном году периода планирования.

Возможность расчета равновесных объемов поставок электроэнергии и цен на нее в каждый «типичный» период каждого года, входящего в период планирования, позволяет каждой из сторон договора на стадии заключения договора выбрать желаемый для нее уровень детализации объемов поставок электроэнергии и цен на нее, вплоть до часового, в рамках каждого «типичного» периода (повторяющегося соответствующее число раз в каждом году периода планирования). Это может быть сделано решением задач распределения ресурсов в какой-либо постановке (в частности, например, в форме задач линейного программирования) с учетом важных для каждой из сторон особенностей (соответственно) производства и потребления электроэнергии в любом временном промежутке внутри каждого из повторяющихся «типичных» периодов. Кроме того, указанная возможность расчета равновесных объемов поставок электроэнергии и цен на нее позволяет договаривающимся сторонам предусмотреть возможность их пересчета по взаимному согласию при возникновении непредвиденных, в частности, форс-мажорных обстоятельств у какой-либо или у обеих сторон.

Необходимо заметить, что, в отличие от предлагаемой в настоящей работе модели, в известных авторам существующих математических моделях инвестирования в строительство новых мощностей электроэнергии, которые оценивают будущие инвестиции производителей по ценам, формирующимся в условиях конкуренции производителей при меняющихся спросе и ценах на энергоносители, не учитывается влияние крупных потребителей на цены на электроэнергию и, как следствие, на инвестиции производителей в строительство и/или модернизацию имеющихся мощностей по производству и хранению электроэнергии.

1.2. КРАТКИЙ ОБЗОР ПУБЛИКАЦИЙ, БЛИЗКИХ ПО СОДЕРЖАНИЮ К ПРОБЛЕМАТИКЕ СТАТЬИ

В [7] конкуренцию n производителей на рынке электроэнергии в течение некоторого периода времени T (более одного года) предлагается описывать в виде динамической игры n лиц, в которой каждый из игроков принимает как инвестиционные, так и производственные решения. В рамках этой игры в начале каждого года в течение периода T производители принимают решения об инвестировании в новые мощности, которые могут быть введены в эксплуатацию в течение некоторого времени (определяемого возможностями строительства), выбирая эти решения из некоторых конечных множеств допустимых решений. При этом выбор каждого из производителей осуществляется с целью максимизации ожидаемой полезности от своих решений в условиях неопределенности, порождаемой двумя основными факторами. Во-первых, предполагается, что всем производителям известен лишь ожидаемый спрос на электроэнергию, а, во-вторых, предполагается, что часть производителей более мелких, чем конкретный производитель, принимают решения об инвестициях после того как это решение принимается указанным конкретным производителем и становится известным этим более мелким производителям.

По окончании периода инвестиций все производители участвуют в аукционе Курно по продаже электроэнергии на спотовом рынке с известной для всех функцией рыночного спроса на электроэнергию и с учетом построенных к этому моменту новых мощностей. При этом предполагается, что аукцион проводится ежечасно с момента начала торговли электроэнергией и до начала следующего периода инвестирования. По окончании этапа торговли электроэнергией в последнем периоде T оценивается ожидаемая прибыль от ежегодной продажи электроэнергии в будущем (т.е. за пределами периода планирования). Предполагается, что ежегодный доход каждого производителя в будущем будет таким же, каким он ожидается в течение последнего периода T с учетом «стоимости» денег в будущем (отражаемой введением

некоторого коэффициента дисконтирования). При этом будущий период предполагается бесконечным, так что ожидаемая прибыль за пределами периода планирования (т.е. за пределами периода T) оценивается суммой некоторой убывающей геометрической прогрессии.

Авторы работы [7] обсуждают в ней результаты численных экспериментов на построенном ими модельном примере, предлагая собственные выводы о работе моделируемого ими рынка электроэнергии. В частности, они полагают, что а) с целью увеличения собственной прибыли за счет повышения цены на электроэнергию доминирующий на рынке производитель может поставить электроэнергию в объеме меньшем, чем ему позволяют его технологические и технические возможности, б) в то время как контрактные обязательства участников рынка влияют на объемы инвестиций, указанные выше неопределенности, учитываемые в модели, могут влиять на динамику инвестиций (например, приводить к их отсрочке).

Рассмотренная в [7] модель имеет ряд недостатков, которые ограничивают её применимость на практике. Во-первых, в ней не учитываются ни ограничения на передачу электроэнергии, ни технологические ограничения при производстве электроэнергии. Авторы [7] предполагают, что в каждый час года производство электроэнергии ограничено только существующей мощностью электростанций, в то время как такое ограничение не является единственным существенным ограничением, которое следует учитывать. Например, уровень производства электроэнергии на базовых электростанциях (угольных, ядерных, гидроэлектростанциях) не может быть быстро изменен, поскольку уровни производства электроэнергии в соседние часы оказываются зависимыми между собой, чего предложенная в [7] модель не учитывает. Во-вторых, предложенный авторами [7] алгоритм поиска равновесия в игре перебирает всевозможные реализации спроса и инвестиций производителей в новые мощности, что приводит к вычислительным сложностям уже в случае 4 производителей и 10 инвестиционных планов у каждого из них. Действительно, даже

в этом случае необходимо рассмотреть 10^4 возможных комбинаций инвестиционных планов, для каждой из которых необходимо решить задачу нелинейного математического программирования.

В [12] рассматривается взаимодействие n производителей электроэнергии, конкурирующих на рынке в течение двух временных промежутков (периодов). В первом периоде каждый производитель инвестирует в строительство новых мощностей, которые будут построены к началу второго периода, а также выбирает объемы производства электроэнергии, которые будут поставлены на рынок в первом периоде. Во втором периоде производители выбирают только объемы производства электроэнергии с учетом новых мощностей, построенных к началу второго периода.

Моделирование указанного взаимодействия предлагается осуществлять с использованием двух игровых моделей, каждая из которых отражает схему принятия решений производителями электроэнергии как по объемам инвестиций в строительство новых и модернизацию имеющихся электростанций, так и по уровню производства электроэнергии. В соответствии с первой моделью, все производители одновременно принимают решения как об инвестициях, так и об уровне производства электроэнергии в обоих периодах, стремясь максимизировать свою ожидаемую прибыль. В соответствии со второй моделью, все производители сначала выбирают объемы инвестиций в строительство новых электростанций, стремясь максимизировать ожидаемую полезность от продажи электроэнергии во втором периоде, и лишь затем одновременно выбирают уровни производства электроэнергии в обоих периодах, исходя из известных им объемов инвестиций их конкурентов.

В [12] доказано, что если все производители планируют свои действия в соответствии со второй моделью, одному из производителей оказывается выгодно принимать решения об инвестициях в соответствии с первой моделью, если остальные производители предполагают, что он принимает решение об инвестициях в соответствии с его оптимальной стратегией в игре, формулируемой на основе второй модели.

Для произвольного числа периодов T (т.е. при $T > 2$) авторами [12] рассматривается модификация только первой модели, и в рамках этой модификации все производители одновременно выбирают объемы инвестиций и выпусков во всех T периодах, что обусловлено меньшей вычислительной сложностью поиска равновесия в игре, формулируемой на основе этой модели. В этом случае неопределенность будущего спроса описывается деревом возможных уровней спроса, где в каждый момент времени t , $t \in \overline{1, T}$, множество возможных уровней спроса (представленных в виде t -го уровня этого дерева) зависит от реализации спроса в момент $t - 1$. В рамках рассмотренной авторами модификации первой модели все производители, стремясь максимизировать свою ожидаемую полезность, в начале первого периода планирования одновременно принимают решения об инвестициях во всех периодах, кроме последнего, а также выбирают объемы производства электроэнергии при всех возможных реализациях спроса в каждом периоде с учетом ограничений на максимальную мощность электростанций, построенных к этому периоду.

Поиск равновесия в предложенной в [12] модели для произвольного числа периодов сводится к решению линейной задачи о дополнителности (LCP), что позволяет рассматривать задачи большего размера, по сравнению с размерностями задач, которые позволяет рассматривать использование модели из [7]. Однако в общем случае решение задачи LCP (так же как и при использовании модели из [7]) может представлять вычислительные трудности из-за отсутствия эффективных (т.е. с полиномиальными оценками) методов решения этой задачи. Кроме того, в [12] не учтены, в частности, ограничения на изменение уровня производства электроэнергии, а также не рассмотрены ограничения на передачу электроэнергии.

В [18] исследуется влияние ряда экономических параметров (например, периода планирования и эластичности спроса на электроэнергию) на уровень инвестиций на оптовом рынке электроэнергии. С этой целью рассматривается модель кон-

курении n производителей электроэнергии, формулирующаяся в форме некооперативной статической игры, в которой, как и в [12], неопределенность описывается деревом возможных событий. Используемая в [18] модель близка к модели, рассматриваемой в [12], однако в ней учтены некоторые особенности рынка, неучтенные в [12]. В частности, авторы [18] различают два типа спроса на электроэнергию: пиковый и базовый, и учитывают устаревание существующих мощностей.

Для изучения влияния некоторых параметров рынка на инвестиции в электроэнергетику Финляндии авторы [18] провели серию численных экспериментов, в которых исследовали, как изменится общий уровень инвестиций в электроэнергетику при изменении первоначальных параметров модели, значения которых взяты из [17]. На основании полученных результатов авторы считают, что небольшая зависимость между пиковым и базовым спросом на электроэнергию не влияет на инвестиции, однако учет устаревания и более длинный период планирования увеличивают общий объем инвестиций.

Основные недостатки предложенной в [18] модели такие же, как и у модели, предложенной в [12]: а) не учтены важные технические ограничения производства и ограничения на передачу электроэнергии; б) равновесия Нэша не могут быть найдены эффективным методом (с полиномиальными оценками сложности и времени решения соответствующих игровых задач).

В [21] исследуется целесообразность инвестиций в тепловые электростанции с учетом существующей в Германии государственной поддержки развития возобновляемых источников электроэнергии. Одна из форм такой поддержки проявляется в том, что электроэнергия, генерируемая ветряными электростанциями, оплачивается потребителями по фиксированному тарифу вне зависимости от цены электроэнергии, сформировавшейся на рынке. Такая поддержка способствует вытеснению пиковых генераторов, производящих дорогую электроэнергию (в сравнении с базовыми электростанциями). Однако производительность ветряных электростанций существенно зависит от погодных условий,

и владельцы таких электростанций, как правило, не могут обеспечить стабильной подачи электроэнергии на рынок, что приводит к необходимости использования электроэнергии, производимой тепловыми электростанциями, которые могут полностью покрыть спрос при отсутствии поступления электроэнергии от ветряных электростанций (при соответствующих неблагоприятных погодных условиях). Для того чтобы оценить, насколько существующие правила рынка, поддерживающие развитие возобновляемых источников энергии, в то же время создают необходимые стимулы для инвестирования в тепловые электростанции, авторы рассмотрели модель конкуренции производителей на рынке электроэнергии в форме некооперативной статической игры n лиц.

Рассматриваемая ими модель описывает конкуренцию производителей на протяжении недели, в каждый час которой игроки (производители электроэнергии) участвуют в аукционе Курно по продаже электроэнергии. Все производители одновременно в начале периода планирования выбирают уровни производства электроэнергии в каждый час недели, при этом каждый производитель максимизирует свою полезность с учетом ограничений на мощность электростанций, а также возможности изменения объемов производства электроэнергии в течение часа. Поиск равновесия в рассматриваемой в [21] игре сводится к решению смешанной задаче о дополнителности (MCP) [8].

Авторы [21] количественно оценивают целесообразность инвестиций в тепловые электростанции на рынке электроэнергии Германии по значению разности между средним значением стоимости инвестиций на единицу объема произведенной электроэнергии по так называемым скрытым ценам (которым соответствуют множители Лагранжа к ограничениям на мощность электростанций в системе ограничений решаемой авторами оптимизационной задаче) и фактическим значением стоимости инвестиций в какой-то конкретный вид электростанций на единицу объема произведенной электроэнергии. Такой подход к оценке целесообразности инвестиций применим только к небольшим фирмам, потому что существенное изменение предложения элек-

троэнергии со стороны крупного производителя может заметно уменьшить рассматриваемое значение стоимости инвестиций (на единицу объема произведенной электроэнергии). В [21] сравниваются значения указанного показателя целесообразности инвестиций а) при отсутствии ветряных электростанций и б) при удвоении текущего количества ветряных электростанций (которое ожидается в будущем) с учетом существующей производительности таких электростанций в Германии. Проведенное авторами [21] исследование показало, что увеличение числа ветряных электростанций в два раза по сравнению с существующим числом электростанций снижает указанный выше показатель целесообразности инвестиций по сравнению с его значением при отсутствии таких электростанций, например, в газотурбинные генераторы практически на 50%, в парогазовые генераторы на 30% и в угольные электростанции на 25%. Такое снижение инвестиционной привлекательности тепловых электростанций и в особенности пиковых генераторов в перспективе может привести к нехватке электроэнергии во время безветрия. Для того чтобы избежать появления подобной ситуации, но при этом сохранить стимулирование инвестиций в развитие возобновляемых источников энергии, авторы предлагают, в частности, обязать производителей электроэнергии из возобновляемых источников компенсировать нехватку электроэнергии в периоды неблагоприятной погоды, что создаст для таких производителей стимулы к строительству пиковых генераторов. Для избежания нехватки электроэнергии предлагается также развивать хранилища электроэнергии и развивать линии электропередач, стимулируя таким образом торговлю с другими регионами.

Предложенный в [21] подход к инвестированию в новые мощности не лишен недостатков. Во-первых, в рамках рассматриваемого подхода оказывается, что стимулы к инвестированию в тепловые электростанции существенно уменьшатся при увеличении числа ветряных электростанций, однако невозможно оценить, будет ли этих стимулов всё же достаточно для инвестирования или нет. Во-вторых, в рамках такого подхода невозможно

утверждать, что инвестирование в строительство новых средних и крупных электростанций вообще может быть выгодным, потому что такое инвестирование может существенно уменьшить цены на электроэнергию, что сделает инвестиции убыточными. В-третьих, в данной модели не учитываются ограничения на передачу электроэнергии. В-четвертых, для того чтобы найти равновесие Нэша в рассматриваемой авторами игре, необходимо решать задачу математического программирования (МСП), для которой неизвестны эффективные вычислительные алгоритмы.

В [20] исследовалось влияние неопределенностей в ценах на топливо и в законах, регулирующих нормы выбросов в атмосферу, на инвестиции производителей в строительство новых электростанций, с использованием модификации игры из [21]. В этой модифицированной игре предполагается, что производители имеют возможность инвестировать в строительство новых мощностей на протяжении нескольких лет (в [20] приводятся результаты численных экспериментов авторов с периодом планирования в 25 лет). Как и в [21], оценка будущих прибылей производителей в течении одного года производится на участке в несколько часов (авторы рассматривают 120 часов), где часовой шаг по времени используется при моделировании технических ограничений на производство электроэнергии (на максимальную мощность и на максимально возможное изменение уровня производства электростанции).

Автор работы [20] рассматривает два подхода к моделированию неопределенности. В рамках первого подхода исследуются несколько возможных сценариев изменения цен на топливо и законов, ограничивающих выбросы в атмосферу, где для каждого сценария находится равновесие в детерминированной игре. В рамках второго подхода рассматривается стохастическая игра, в которой неопределенность задана деревом возможных событий (так же как и в [12, 18]), и для этой стохастической игры находится равновесие. Автор приводит результаты численных экспериментов с данными по рынку Германии и сравнивает равновесие в стохастической игре (используемой в рамках второго под-

хода) с вектором, каждая компонента которого является математическим ожиданием соответствующих компонент равновесий в детерминированных играх (решаемых в рамках первого подхода), а каждая игра соответствует одному возможному сценарию развития цен на топливо. На основании проведенных численных экспериментов автор делает вывод о том, что при использовании стохастической модели оценка ожидаемой прибыли оказывается ниже, чем при использовании детерминированных моделей из-за того, что производители откладывают инвестиции, однако общий уровень инвестиций оказывается выше, чем при оценке их объема по детерминированным моделям. Рассмотренные автором модели (как детерминированные, так и стохастическая) учитывают как технические ограничения на производство, так и влияние инвестиций производителей на будущие цены. Тем не менее, в рамках рассмотренных автором работы [20] моделей не учтены ограничения на передачу электроэнергии, а поиск равновесия в рассмотренных ими играх сводится к сложной с вычислительной точки зрения задаче о дополнителности (MCP), что делает предложенные модели трудно применимыми при решении задач большого размера.

В [15] исследуется целесообразность использования хранилищ электроэнергии в рамках анализа работы оптового рынка PJM (Пенсильвании, Нью-Джерси и Мэриленда). Авторы предполагают, что с 2010 года условия для инвестирования в хранилища электроэнергии не сильно изменились, поэтому они изучают то, как изменился бы рынок PJM в 2010 году, если бы туда были добавлены хранилища электроэнергии, по сравнению с тем, как функционировал рынок в действительности. Авторами рассматривается оптимизационная модель, описывающая торговлю электроэнергией в каждый час 2010 года, в которой минимизируются суммарные издержки всех производителей. В модели учитывается множество технологических ограничений, возникающих при производстве электроэнергии, а также ограничения на её передачу. Сформулированная на её основе задача оптимизации является задачей целочисленного линейного программирования.

Используя данные спроса за 2010 год, авторы верифицируют модель, показывая, к примеру, что средняя часовая ошибка в значениях между ценами (множителями Лагранжа к ограничениям на максимальную мощность электростанций в решаемой ими оптимизационной задаче), предсказанными по модели, и ценами, которые были в 2010 году на рынке, равняется нулю. Авторы исследуют, как изменились бы цены на рынке *PJM* в 2010 году, если бы тогда существовали большие хранилища электроэнергии. С этой целью они модифицируют предложенную ими модель с учетом существования хранилищ и проводят численные эксперименты с новой моделью при различных параметрах хранения электроэнергии, соответствующих нескольким типам хранилищ, а также при различной общей мощности воображаемых хранилищ. Результаты численных экспериментов авторов работы [15] показывают, что использование хранилищ может уменьшить цены на электроэнергию, при этом уменьшается и прибыль производителей. Однако с учетом стоимости строительства хранилищ электроэнергии общественное благосостояние тоже уменьшается, а прибыль компаний, оперирующих построенными хранилищами, становится отрицательной.

Использование оптимизационной модели позволяет авторам учесть множество ограничений на производство и передачу электроэнергии. Однако, в отличие от игрового подхода, предложенный ими подход не учитывает влияния производителей и потребителей на рыночные цены. Следует также иметь в виду, что результаты были получены авторами [15] на данных рынка за 2010 год, которые нельзя непосредственно, без соответствующих изменений перенести на настоящее и будущее время, так как они не учитывают, например, возможного строительства новых электростанций, устаревания существующих электростанций, будущих изменений спроса и цен на энергоносители, что существенно ограничивает применимость полученных результатов.

Для исследования влияния инвестиций в новые электростанции на цены на электроэнергию на оптовом рынке и на объемы выбросов вредных веществ в атмосферу при производстве элек-

троэнергии в [14] предлагается моделировать взаимодействие производителей электроэнергии в условиях конкуренции в виде некооперативной динамической игры, которая учитывает ограничения на максимальную мощность электростанции, ограничения на передачу электроэнергии и устаревание мощностей. Результаты проведенных в [14] численных экспериментов показывают, что в случае совершенной конкуренции рыночные цены оказываются ниже, а уровень выбросов в атмосферу меньше, чем при монополии или олигополии. Инвестиции на рынках электроэнергии в условиях совершенной конкуренции также изучаются в [9], где рассматриваются модели для риск-нейтрального и риск-предпочитающего инвестора, учитывающие, в частности, неопределенность будущего спроса и цен на энергоносители.

Проблемы, тесно связанные с отысканием оптимальных объемов инвестирования, но не относящихся к проблеме инвестирования непосредственно, рассмотрены в [10, 11, 16, 19]. Так, обсуждение различных методов поддержки возобновляемых источников энергии можно найти в [11, 16], влияние гидроаккумулирующих хранилищ электроэнергии на цены и благосостояние производителей и потребителей в условиях рынка (Германии) исследуется в [19], а обзор теоретико-игровых моделей, посвященный проблемам «умных» (smart grid) электрических сетей, представлен в [10].

В [3] предлагается математическая модель для планирования работы энергосистемы в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии и мощности. В рамках задачи планирования загрузки действующих генераторов электроэнергии и дополнительных генерирующих мощностей, в частности, осуществляется расчёт планов как так называемого «балансирующего рынка» (т.е. рынка электроэнергии, на котором покупка и продажа электроэнергии осуществляется в режимах приближенных к реальным режимам производства и потребления), так и плана работы генерирующего оборудования на сутки вперед, наряду с расчетом которых рассматривается задача выбора генерирующего оборудования на некотором временном промежутке существенно боль-

шем суток. Этот выбор осуществляется с учетом как технических возможностей генераторов, так и ценовых заявок, отражающих стоимость производства заявленного объема электроэнергии производителями электроэнергии по каждому из генераторов, работой которых они управляют. Приводятся математические формулировки задач оптимизации, которые решаются при составлении планов работы подключенных в сеть генераторов электроэнергии на следующие сутки вперед и на «оставшиеся» часы текущих суток, а также задач, которые решаются на неделю вперед и на конец рабочей недели с учетом подаваемых в течение недели ценовых заявок на производство электроэнергии. Эти заявки используются для определения значения верхней границы объемов производства электроэнергии, зафиксированных в этих заявках, которая (верхняя граница) является параметром в указанных двух задачах планирования (на неделю вперед и на конец рабочей недели), наряду с подаваемым каждым поставщиком электроэнергии значения стоимости пуска генерирующего оборудования, подключаемого к функционирующей сети. Задача планирования «балансирующего рынка» электроэнергии формулируется в сетевой постановке как задача минимизации суммарной стоимости электроэнергии, поступающей в сеть в течение некоторого периода времени, начинающегося в интересующий диспетчера момент времени текущих суток с учетом ценовых заявок производителей, балансовых ограничений по активной и реактивной мощности в узле, физических закономерностей, определяющих перетоки мощности по ветвям сети, а также ограничений по перетокам активной мощности по так называемым контролируемым сечениям, производственных возможностей генераторов, включенных в сеть, и по скорости набора и сброса нагрузки по каждому генератору.

Задача планирования рынка электроэнергии «на сутки вперед» формулируется как задача максимизации некоторой функции благосостояния, в которой помимо ценовых заявок производителей электроэнергии учитываются ценовые заявки её покупателей при ограничениях указанной выше задачи оптимизации

планирования «балансирующего рынка» и дополнительных ограничениях по ценовым заявкам покупателей электроэнергии.

В задаче планирования рынка электроэнергии «на неделю вперед» помимо генераторов, включенных в сеть, рассматриваются все генерирующие мощности, не находящиеся в ремонте. Эта задача формулируется как задача минимизации суммарной стоимости электроэнергии, большая часть ограничений в которой близка по структуре к системе ограничений задачи планирования «балансирующего рынка» электроэнергии, а остальные ограничения отражают требования а) по обязательному присутствию в сети резервов мощностей; б) по числу включенных генераторов в каждом узле сети; в) по распределению включений в сеть генераторов, относящихся к одному узлу сети, во времени, а также ограничения на общее число включений небольших генераторов электроэнергии, работающих в режиме теплофикации, за всю неделю. Эта задача является частично целочисленной (с булевыми переменными) задачей нелинейного программирования, для которой известны подходы к построению методов ее решения ([4, 5]).

Поскольку реальная стоимость электроэнергии для участников оптового рынка, как поставляющих, так и потребляющих эту электроэнергию, помимо цен на рынке на сутки вперед и на «балансирующем рынке» зависит также от стоимости мощности, необходимо учитывать особенности этого «товара» при расчете указанной реальной стоимости электроэнергии как в краткосрочной перспективе (на месяц вперед, в ходе биржевых торгов по свободным ценам, разрешенных в России с 2009 года), так и в долгосрочной (на год и на несколько лет). В частности, в [3] предлагается процедура отбора проектов по строительству новых мощностей, исходя из предполагаемых сценариев роста потребления электроэнергии (как во временном разрезе, так и по регионам) по критерию полной стоимости обеспечения потребления электроэнергии (определяемого указанными сценариями роста потребления) с учетом строительных и топливных затрат, который подлежит минимизации при ограничениях, аналогичных

по структуре ограничениям задачи планирования рынка на неделю вперед.

2. Математическая формулировка задачи

Пусть

K – число узлов (непересекающихся частей рынка электроэнергии региона, внутри которых практически отсутствуют ограничения на передачу электроэнергии);

I – число производителей электроэнергии, каждый из которых может иметь электростанции и хранилища электроэнергии в одном или нескольких узлах из множества $\overline{1, K}$;

J – число потребителей электроэнергии, каждый из которых может иметь энергопринимающие устройства в одном или нескольких узлах из множества $\overline{1, K}$;

T – продолжительность (в годах) периода планирования;

M_t – число «типичных» периодов взаимодействия производителей и потребителей электроэнергии в году t , где $t \in \overline{1, T}$;

γ_{tm} – число раз, которое повторяется «типичный» период m в году t , где $m \in \overline{1, M_t}$, $t \in \overline{1, T}$;

H_{tm} – длина «типичного» периода m года t (в часах), где $m \in \overline{1, M_t}$, $t \in \overline{1, T}$;

S – число различных типов электростанций, которые могут уже иметь или построить производители в течение периода T (при этом предполагается, что каждый из производителей электроэнергии $\overline{1, I}$ в каждом узле $\overline{1, K}$ может иметь или построить не более одной электростанции каждого из S типов, однако каждый производитель может увеличивать мощность существующих электростанций, достраивая новые блоки);

R – число различных типов хранилищ электроэнергии, которые могут уже иметь или построить производители в течение периода T (при этом предполагается, что каждый из производителей электроэнергии $\overline{1, I}$ в каждом узле $\overline{1, K}$ может иметь или построить не более одного хранилища электроэнергии каждого из R типов, однако каждый производитель может увеличивать

мощность существующих хранилищ электроэнергии, достраивая новые блоки);

$L_{k_1 k_2}^{thr}(t)$ – максимальный объем электроэнергии, который может быть передан в течение одного часа между узлами k_1 и k_2 ($k_1 \neq k_2$) в году t (индекс *thr* соответствует английскому термину throughput), где $k_1, k_2 \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$;

$L_{k_1 k_2}^{cost}(t)$ – стоимость передачи 1 МВт электроэнергии между узлами k_1 и k_2 в году t , где $k_1, k_2 \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$;

$L_{k_1 k_2}^{loss}$ – постоянная (в течение периода планирования $\overline{1, T}$) доля передаваемого объема электроэнергии, которая теряется в процессе её передачи между узлами k_1 и k_2 , где $k_1, k_2 \in \overline{1, K}$;

$g_{isk}(\cdot)$ – функция стоимости строительства генерирующей мощности (новой электростанции или нового блока существующей электростанции) типа s производителем i в узле k от её будущей мощности (в МВт), где $i \in \overline{1, I}$, $s \in \overline{1, S}$, $k \in \overline{1, K}$;

C_{isk}^p – приблизительная стоимость строительства в расчете (приходящаяся) на 1 МВт генерирующей мощности (новой электростанции или нового блока существующей электростанции) типа s производителем i в узле k (индекс p соответствует английскому термину power plant), где $i \in \overline{1, I}$, $s \in \overline{1, S}$, $k \in \overline{1, K}$;

Cl_{isk}^p – максимальная мощность новой электростанции (или нового блока существующей электростанции) типа s , которая (который) может быть построена (построен) производителем i в узле k в течение одного года, где $i \in \overline{1, I}$, $s \in \overline{1, S}$, $k \in \overline{1, K}$;

$f_{irk}(\cdot)$ – функция стоимости строительства емкости для хранения электроэнергии (нового хранилища или нового блока существующего хранилища) типа r производителем i в узле k от его будущей мощности (в МВт), где $r \in \overline{1, R}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

C_{irk}^b – приблизительная стоимость строительства в расчете (приходящаяся) на 1 МВт емкости для хранения электроэнергии (нового хранилища или нового блока существующего хранилища) типа r производителем i в узле k (индекс b соответствует английскому термину battery), где $r \in \overline{1, R}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

Cl_{irk}^b – максимальная мощность нового хранилища электроэнергии (или нового блока существующего хранилища электро-

энергии) типа r , которое (который) может быть построено (построен) производителем i в узле k в течение одного года, где $i \in \overline{1, I}$, $r \in \overline{1, R}$, $k \in \overline{1, K}$;

$z_{isk}^p(t)$ – мощность (в МВт) новой электростанции (или нового блока существующей электростанции) типа s в узле k , которая (который) будет построена (построен) производителем i в течение года и будет введена (введен) в эксплуатацию к началу года t , где $s \in \overline{1, S}$, $k \in \overline{1, K}$, $i \in \overline{1, I}$, $t \in \overline{1, T}$;

$z_{irk}^b(t)$ – мощность (в МВт) нового хранилища электроэнергии (или нового блока существующего хранилища электроэнергии) типа r в узле k , которое (который) будет построено (построен) производителем i в течение года и будет введено (введен) в эксплуатацию к началу года t , где $r \in \overline{1, R}$, $k \in \overline{1, K}$, $i \in \overline{1, I}$, $t \in \overline{1, T}$;

$B_i(t)$ – максимальный объем инвестиций в строительство новых электростанций и хранилищ электроэнергии, который может сделать производитель i в году t , где $i \in \overline{1, I}$, $t \in \overline{1, T}$;

$w_{isk}^p(\cdot)$ – функция оценочной стоимости электростанции типа s в узле k , принадлежащей производителю i , от её мощности (в МВт) на момент окончания периода T , где $s \in \overline{1, S}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

$w_{irk}^b(\cdot)$ – функция оценочной стоимости хранилища электроэнергии типа r в узле k , принадлежащего производителю i , от его мощности (в МВт) на момент окончания периода T , где $r \in \overline{1, R}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

$Q_{isk}^p(t)$ – мощность (в МВт) или существующей электростанции типа s в узле k , которую производитель i рассчитывает эксплуатировать в году t , или строящейся электростанции, которая будет введена в эксплуатацию к началу года t периода планирования $\overline{1, T}$, где $s \in \overline{1, S}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$;

$cf_{isk}^p(\cdot)$ – функция издержек годового содержания электростанции типа s в узле k производителем i от установленной мощности этой электростанции, где $s \in \overline{1, S}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

$cf_{irk}^b(\cdot)$ – функция издержек годового содержания хранилища электроэнергии типа r в узле k производителем i от установлен-

ной мощности этого хранилища, где $r \in \overline{1, R}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

$cost_{isk}(\cdot)$ – функция издержек производства электроэнергии на электростанции типа s в узле k , принадлежащей производителю i , от объема часового производства электроэнергии, где $s \in \overline{1, S}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$;

α_s – отношение максимально возможного размера изменения (увеличения/снижения) объема производства электроэнергии на электростанции типа s к объему выработки электроэнергии в момент τ «типичного» периода (в часах), вычисляемое за время Δ (не превосходящего одного часа), такое, что выполняется неравенство $\tau + \Delta \leq \tau + 1$;

$Q_{irk}^b(t)$ – мощность (в МВт) или существующего хранилища электроэнергии типа r в узле k , которое планирует эксплуатировать производитель i в году t , или строящегося хранилища, которое будет введено в эксплуатацию к началу года t периода планирования $\overline{1, T}$, где $s \in \overline{1, S}$, где $r \in \overline{1, R}$, $i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$;

ρ_r – доля электроэнергии, которая в среднем теряется за один полный час хранения в хранилище типа r , где $r \in \overline{1, R}$;

$\underline{D}_{jk}(t, m, h)$ – минимальный объем электроэнергии (в МВт), который может понадобиться потребителю j в узле k в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $j \in \overline{1, J}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$;

$\overline{D}_{jk}(t, m, h)$ – максимальный объем электроэнергии (в МВт), который может понадобиться потребителю j в узле k в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $j \in \overline{1, J}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$;

$P_{jk}^{max}(t, m, h)$ – максимальная цена за 1 МВт электроэнергии, которую готов заплатить потребитель j в узле k в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $j \in \overline{1, J}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$;

$P_{isk}^{min,p}(t, m, h)$ – минимальная цена, по которой производитель i готов продать 1 МВт электроэнергии с электростанции типа s в узле k в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $i \in \overline{1, I}$, $s \in \overline{1, S}$, $k \in \overline{1, K}$,

$t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}};$

$F_{irk}^{min,b}(t, m, h)$ – минимальная цена, по которой производитель i готов продать 1 МВт электроэнергии из хранилища электроэнергии типа r в узле k в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $i \in \overline{1, I}, r \in \overline{1, R}, k \in \overline{1, K}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}};$

$x_{isk_1jk_2}^p(t, m, h)$ – объем электроэнергии (в МВт), который поставит производитель i с электростанции типа s в узле k_1 потребителю j в узле k_2 в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $i \in \overline{1, I}, k_1 \in \overline{1, K}, j \in \overline{1, J}, k_2 \in \overline{1, K}, s \in \overline{1, S}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}};$

$x_{irk_1jk_2}^b(t, m, h)$ – объем электроэнергии (в МВт), который поставит производитель i из хранилища электроэнергии типа r в узле k_1 потребителю j в узле k_2 в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $i \in \overline{1, I}, k_1 \in \overline{1, K}, j \in \overline{1, J}, k_2 \in \overline{1, K}, r \in \overline{1, R}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}};$

$x_{isrk_1k_2}^{bc}(t, m, h)$ – объем электроэнергии (в МВт), который производитель i поставит с электростанции типа s в узле k_1 в собственное хранилище типа r в узле k_2 в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t (индекс bc соответствует английскому термину battery charge), где $i \in \overline{1, I}, k_1 \in \overline{1, K}, s \in \overline{1, S}, r \in \overline{1, R}, k_2 \in \overline{1, K}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}};$

$q_{irk}(t, m, h)$ – объем электроэнергии (в МВт), который находится в хранилище типа r , принадлежащем производителю i , в узле k в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t (в рамках упрощения, связанного с использованием «типичных» периодов, предполагается, что в начале каждого «типичного» периода m все хранилища не заполнены, то есть могут вместить электроэнергию в объеме равном емкости хранилищ), где $i \in \overline{1, I}, k \in \overline{1, K}, r \in \overline{1, R}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}};$

$y_{isk_1jk_2}^p(t, m, h)$ – цена, которую готов платить потребитель

j в узле k_2 за 1 МВт электроэнергии, поставленный с электростанции типа s в узле k_1 производителем i в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $j \in \overline{1, J}$, $k_2 \in \overline{1, K}$, $s \in \overline{1, S}$, $k_1 \in \overline{1, K}$, $i \in \overline{1, I}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$;

$y_{irk_1jk_2}^b(t, m, h)$ – цена, которую готов платить потребитель j в узле k_2 за 1 МВт электроэнергии, поставленный из хранилища электроэнергии типа r в узле k_1 производителем i в течение часа, начинающегося в момент времени h из «типичного» периода m года t , где $j \in \overline{1, J}$, $k_2 \in \overline{1, K}$, $r \in \overline{1, R}$, $k_1 \in \overline{1, K}$, $i \in \overline{1, I}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$.

Предположение 1. Издержки производства электроэнергии, стоимость строительства электростанций и новых хранилищ электроэнергии, а также оценочная стоимость электростанций и хранилищ электроэнергии описываются выпуклыми (или вогнутыми) функциями соответствующих переменных (в рамках математической формулировки задачи, эти функции аппроксимируются кусочно-линейными функциями).

Предположение 2. Как указано выше, в разделе 1.1, в каждом году t периода планирования $\overline{1, T}$ предлагается рассматривать M_t «типичных» периодов взаимодействия потребителей и производителей, отражающих, например, различие в объемном потреблении электроэнергии в регионе в разное время года. Каждый «типичный» период m ($m \in \overline{1, M_t}$) состоит из H_{tm} часов, для каждого из которых имеются прогнозные значения спроса каждого потребителя на электроэнергию; при этом H_{tm} часов могут в сумме составлять как несколько дней, так и несколько недель, что позволяет учесть дневные колебания спроса на электроэнергию. Предполагается, что «типичный» период m ($m \in \overline{1, M_t}$) в году t повторяется γ_{tm} раз, так что год t разбивается на непересекающиеся «типичные» периоды m_1, \dots, m_{M_t} , и каждый «типичный» период m_j ($j \in \overline{1, M_t}$) имеет длину (в часах) H_{tm_j} , $j \in \overline{1, M_t}$ и повторяется в году t γ_{tm_j} раз, откуда следует, что

$$364 * 24 = \sum_{m,j=1}^{M_t} H_{tmj} \cdot \gamma_{tmj}.$$

Взаимодействие производителей и потребителей электроэнергии в регионе математически может быть описано в форме игры двух лиц, в которой множество допустимых стратегий каждого (из двух) игроков является выпуклым многогранником. В этой игре приведенные ниже неравенства (1)–(10) описывают множество допустимых стратегий первого игрока (группы всех производителей, снабжающих регион электроэнергией), а неравенства (11)–(14) – множество допустимых стратегий второго игрока (группы всех потребителей электроэнергии в регионе).

Неравенства (1) и (2) отражают ограничения, связанные с производством электроэнергии.

В частности, неравенства (1) показывают, что объем электроэнергии, продаваемый производителем электроэнергии i с электростанции типа s , находящейся в узле k , всем потребителям электроэнергии в регионе в течение часа, начинающегося в момент h «типичного» периода m в году t , и объем электроэнергии, направляемый производителем электроэнергии i с электростанции типа s , находящейся в узле k , во все используемые им хранилища в регионе в течение часа, начинающегося в момент h «типичного» периода m в году t в сумме не могут превышать мощности этой электростанции, доступной для использования в году t :

$$(1) \quad \sum_{j=1}^J \sum_{k'=1}^K x_{iskjk'}^p(t, m, h) + \sum_{r=1}^R \sum_{k'=1}^K x_{isrkk'}^{bc}(t, m, h) \leq \\ \leq Q_{isk}^p(t) + \sum_{t'=1}^t z_{isk}^p(t'),$$

$i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$, $s \in \overline{1, S}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$, причем предполагается, что энергия вырабатываемая электростанциями, строительство которых было начато более чем за год до начала года $t = 1$ периода планирования $\overline{1, T}$ и будет закончено к началу года $t \leq T$, учитывается в слагаемом $Q_{isk}^p(t)$.

Неравенства (2) показывают, что отношение изменения (увеличения/снижения) объема производства электроэнергии на электростанции типа s производителя электроэнергии i в узле k в момент времени $h + 1$ «типичного» периода m года t к объему этого производства в предыдущий момент времени не может превышать α_s :

$$(2) \quad \left| \sum_{j=1}^J \sum_{k'=1}^K x_{iskjk'}^p(t, m, h + 1) + \sum_{r=1}^R \sum_{k'=1}^K x_{isrkk'}^{bc}(t, m, h + 1) - \left(\sum_{j=1}^J \sum_{k'=1}^K x_{iskjk'}^p(t, m, h) + \sum_{r=1}^R \sum_{k'=1}^K x_{isrkk'}^{bc}(t, m, h) \right) \right| \leq \leq \alpha_s \cdot \left(\sum_{j=1}^J \sum_{k'=1}^K x_{iskjk'}^p(t, m, h) + \sum_{r=1}^R \sum_{k'=1}^K x_{isrkk'}^{bc}(t, m, h) \right),$$

$i \in \overline{1, I}$, $k \in \overline{1, K}$, $s \in \overline{1, S}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm} - 1}$, (каждое из этих нелинейных неравенств эквивалентно двум линейным неравенствам).

Равенства и неравенства (3)–(5) описывают функционирование хранилищ электроэнергии.

Равенства (3) показывают, что объем электроэнергии в хранилище электроэнергии типа r производителя электроэнергии i в узле k в начале любого часа $h + 1$ «типичного» периода m года t складывается из а) объема электроэнергии, имевшегося в этом хранилище в начале предыдущего часа h за минусом потерь от хранения в течение часа; б) объема электроэнергии, поступающего в хранилище между моментами h и $h + 1$, за вычетом объема электроэнергии, направленного производителем электроэнергии i из этого хранилища всем потребителям электроэнергии в регионе в течение часа, начинающегося в момент h и заканчивающегося

в момент $h + 1$:

$$(3) \quad q_{irk}(t, m, h + 1) = (1 - \rho_r) \cdot q_{irk}(t, m, h) + \\ + (1 - \frac{\rho_r}{2}) \cdot \sum_{s=1}^S \sum_{k'=1}^K x_{isrk'k}^{bc}(t, m, h) - \sum_{j=1}^J \sum_{k'=1}^K x_{irkjk'}^b(t, m, h),$$

$i \in \overline{1, I}$, $r \in \overline{1, R}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm} - 1}$,
здесь предполагается, что $(1 - \frac{\rho_r}{2})$ отражает средние потери электроэнергетики, поступающей в хранилище типа r в течение часа, начинающегося в момент h (т.е. до момента $h + 1$).

Равенства (4) отражают предположение о незаполненности (пустоте) хранилища электроэнергии типа r производителя электроэнергии i в узле k в начальный час «типичного» периода m года планирования t :

$$(4) \quad q_{irk}(t, m, 1) = 0, \\ i \in \overline{1, I}, r \in \overline{1, R}, k \in \overline{1, K}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t},$$

(где в указанных равенствах последний индекс равен 1 в силу включения $h \in \overline{1, H_{tm}}$, а также в силу предположения, сделанного при описании параметра $q_{irk}(t, m, h)$).

Неравенства (5) отражают ограничения на объем электроэнергии, хранимой в хранилище типа r производителя электроэнергии i в узле k в каждый час h «типичного» периода m года планирования t , который не может превосходить суммарной мощности этого хранилища в году t :

$$(5) \quad q_{irk}(t, m, h) \leq Q_{irk}^b(t) + \sum_{t'=1}^t z_{irk}^b(t'),$$

$i \in \overline{1, I}$, $r \in \overline{1, R}$, $k \in \overline{1, K}$, $t \in \overline{1, T}$, $m \in \overline{1, M_t}$, $h \in \overline{1, H_{tm}}$,
предполагается, что энергия доступная для использования из хранилищ, строительство которых было начато более чем за год до начала года $t = 1$ периода планирования $\overline{1, T}$ и будет закончено к началу года $t \leq T$, учитывается в слагаемом $Q_{irk}^b(t)$.

Значения уровней (объемов) максимального и минимального часового спроса потребителя j на электроэнергию в каждом

«типичном» периоде являются правыми и левыми частями двусторонних неравенств (6) соответственно. При этом учитывается, что потребители могут получать электроэнергию, как с электростанций, так и из хранилищ электроэнергии, с учетом её потерь при передаче по линиям электропередач:

(6)

$$\begin{aligned} \underline{D}_{jk_2}(t, m, h) \leq & \sum_{i=1}^I \sum_{k_1=1}^K \left(1 - L_{k_1 k_2}^{loss}\right) \cdot \left(\sum_{s=1}^S x_{isk_1 j k_2}^p(t, m, h) + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^R x_{irk_1 j k_2}^b(t, m, h) \right) \leq \overline{D}_{jk_2}(t, m, h), \\ & j \in \overline{1, J}, k_2 \in \overline{1, K}, t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}}. \end{aligned}$$

Неравенства (7) отражают ограничения на пропускную способность линий электропередач как при передаче электроэнергии от производителей к потребителям, так и при передаче электроэнергии с электростанций в хранилища электроэнергии в регионе:

$$\begin{aligned} (7) \quad \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^S x_{isk_1 j k_2}^p(t, m, h) + \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \sum_{r=1}^R x_{isrk_1 k_2}^{bc}(t, m, h) + \\ + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R x_{irk_1 j k_2}^b(t, m, h) \leq L_{k_1 k_2}^{thr}(t), \end{aligned}$$

$$k_1, k_2 \in \overline{1, K} (k_1 \neq k_2), t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}}.$$

Неравенства (8) отражают бюджетные ограничения на инвестиции в строительство новых электростанций (или в строительство новых блоков существующих электростанций) и в строительство новых хранилищ электроэнергии (или в строительство новых блоков существующих хранилищ электроэнергии) в течение периода планирования $\overline{1, T}$ для каждого производителя электроэнергии, снабжающего электроэнергией пользователей с электростанций, а также из хранилищ, находящихся на территории

региона:

$$(8) \quad \sum_{k=1}^K \left(\sum_{s=1}^S C c_{isk}^p \cdot z_{isk}^p(t+1) + \sum_{r=1}^R C c_{irk}^b \cdot z_{irk}^b(t+1) \right) \leq B_i(t),$$

$$i \in \overline{1, I}, t \in \overline{1, T-1}.$$

Неравенства (9) и (10) отражают ограничения на максимальную мощность новых электростанций (или новых блоков существующих электростанций) и новых хранилищ электроэнергии (или новых блоков существующих хранилищ электроэнергии), которые могут быть построены за 1 год:

$$(9) \quad z_{isk}^p(t) \leq C l_{isk}^p, \quad i \in \overline{1, I}, k \in \overline{1, K}, s \in \overline{1, S}, t \in \overline{1, T},$$

$$(10) \quad z_{irk}^b(t) \leq C l_{irk}^b, \quad i \in \overline{1, I}, k \in \overline{1, K}, r \in \overline{1, R}, t \in \overline{1, T}.$$

Неравенства (11) и (12) отражают ограничения на максимально возможные цены на электроэнергию, которые готов заплатить потребитель за 1 МВт электроэнергии (получаемой как с электростанций, так и из хранилищ электроэнергии) в течение часа, начинающегося в момент h «типичного» периода m года t :

$$(11) \quad y_{isk_1jk_2}^p(t, m, h) \leq P_{jk_2}^{max}(t, m, h),$$

$$i \in \overline{1, I}, s \in \overline{1, S}, k_1, k_2 \in \overline{1, K}, j \in \overline{1, J},$$

$$t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}},$$

$$(12) \quad y_{irk_1jk_2}^b(t, m, h) \leq P_{jk_2}^{max}(t, m, h),$$

$$i \in \overline{1, I}, r \in \overline{1, R}, k_1, k_2 \in \overline{1, K}, j \in \overline{1, J},$$

$$t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}}.$$

Неравенства (13) и (14) отражают ограничения на минимально возможные цены, по которым производитель готов продать 1 МВт электроэнергии (как с электростанций, так и из хранилищ электроэнергии) в течение часа, начинающегося в момент h «типичного» периода m года t :

$$(13) \quad y_{isk_1jk_2}^p(t, m, h) \geq P_{isk_1}^{min,p}(t, m, h),$$

$$i \in \overline{1, I}, s \in \overline{1, S}, k_1, k_2 \in \overline{1, K}, j \in \overline{1, J},$$

$$t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}},$$

$$(14) \quad y_{irk_1jk_2}^p(t, m, h) \geq P_{irk_1}^{min,b}(t, m, h),$$

$$i \in \overline{1, I}, r \in \overline{1, R}, k_1, k_2 \in \overline{1, K}, j \in \overline{1, J},$$

$$t \in \overline{1, T}, m \in \overline{1, M_t}, h \in \overline{1, H_{tm}}.$$

Предполагается, что система неравенств (1)–(14) совместна, что легко проверяется, например, по методике, предложенной в [1]. Суть этой методики применительно к исследованию совместности общей системы линейных неравенств с действительными коэффициентами – в построении и решении вспомогательной задачи линейного программирования с заведомо совместной системой ограничений, являющейся некоторой модификацией исследуемой на совместность системы неравенств. Значение этой вспомогательной задачи дает ответ на вопрос о том является ли исследуемая система неравенств (в рассматриваемом случае система (1)–(14)) совместной. Если исследуемая система неравенств несовместна, то вектор решения вспомогательной задачи определяет, как следует изменить правые части (каких-либо или всех) неравенств из исследуемой системы с тем, чтобы так «скорректированная» система неравенств была совместной. При этом корректировка правых частей неравенств исследуемой системы производится таким образом, чтобы «скорректированная» (совместная) система неравенств и исследуемая (несовместная) система неравенств были в определенном смысле «наиболее близкими» друг к другу. В случае системы линейных неравенств (1)–(14) указанная «близость» понимается в смысле незначительности (или приемлемости) структурных изменений в действующей системе электроснабжения региона (соответствующих вектору правых частей «скорректированной» системы неравенств

(1)–(14)) по сравнению с предложенными (и определенными значениями правых частей неравенств из несовместной системы (1)–(14)) изменениями.

Предполагается, что (возможно несовместная) система неравенств (1)–(14) в реальных задачах — отражающая основные количественные соотношения, определяющие структуру как существующей системы электроснабжения региона, так и планируемых к постройке новых систем электроснабжения и/или новых блоков существующей системы — не содержит неравенств, противоречащих здравому смыслу. В этом случае применение методики, предложенной в [1], позволяет найти приемлемые для инвесторов или, по крайней мере, интересные для них варианты развития действующей системы электроснабжения региона, рассматривая в качестве таких вариантов решения «скорректированной» системы ограничений.

Следует отметить, что выяснение факта совместности или несовместности системы линейных неравенств (1)–(14) принципиально может осуществляться классическими методами линейной алгебры, приведенными, например, в [6]. Однако смысл применения предложенной в [1] методики не только в установлении самого факта совместности или несовместности системы (1)–(14), но и в отыскании приемлемой для инвесторов «корректировки» исходной системы балансовых ограничений (если она несовместна), которой является система неравенств (1)–(14). Более того, как установление факта совместности или несовместности системы неравенств (1)–(14), так и отыскание «оптимальной» корректировки несовместной системы в соответствии с методикой легко реализуется алгоритмически и программно в системах поддержки принятия решений с использованием стандартного программного обеспечения для решения задач линейного программирования. Возможность применения этого программного обеспечения при исследовании на совместность систем ограничений вида (1)–(14) и при «корректировке» несовместных систем указанного вида в соответствии с предложенной в [1] методикой является ее существенным достоинством. Именно, применение

этой методики позволяет находить «приемлемые» (в указанном выше смысле) решения, в частности, в прикладных задачах развития систем электроснабжения региона с практически любыми интересными для практики размерами линейных моделей с (разумно составленными, но возможно несовместными) ограничениями вида (1)–(14).

Пусть

$$x^p = (x_{111111}^p(1, 1, 1), \dots, x_{ISKJK}^p(T, M_T, H_{TM_T})),$$

$$x^b = (x_{111111}^b(1, 1, 1), \dots, x_{IRKJK}^b(T, M_T, H_{TM_T})),$$

$$x^{bc} = (x_{111111}^{bc}(1, 1, 1), \dots, x_{ISRKK}^{bc}(T, M_T, H_{TM_T})),$$

$$q = (q_{111}(1, 1, 1), \dots, q_{IRK}(T, M_T, H_{TM_T})),$$

$$z^p = (z_{111}^p(1), \dots, z_{ISK}^p(T)),$$

$$z^b = (z_{111}^b(1), \dots, z_{IRK}^b(T)),$$

$$z = (z^p, z^b),$$

$$x = (x^p, x^b, x^{bc}, q, z^p, z^b),$$

$$y^p = (y_{111111}^p(1, 1, 1), \dots, y_{ISKJK}^p(T, M_T, H_{TM_T})),$$

$$y^b = (y_{111111}^b(1, 1, 1), \dots, y_{IRKJK}^b(T, M_T, H_{TM_T})),$$

$$y = (y^p, y^b),$$

$$cost(\cdot) = (cost_{111}(\cdot), \dots, cost_{ISK}(\cdot); \dots$$

$\dots; cost_{111}(\cdot), \dots, cost_{ISK}(\cdot))$, где набор чисел $(cost_{111}(\cdot), \dots, cost_{ISK}(\cdot))$ повторяется $\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^{M_t} H_{tm}$ раз,

$$g(\cdot) = (g_{111}(\cdot), \dots, g_{ISK}(\cdot); \dots; g_{111}(\cdot), \dots, g_{ISK}(\cdot)),$$

где набор чисел $(g_{111}(\cdot), \dots, g_{ISK}(\cdot))$ повторяется T раз,

$$f(\cdot) = (f_{111}(\cdot), \dots, f_{IRK}(\cdot); \dots; f_{111}(\cdot), \dots, f_{IRK}(\cdot)),$$

где набор чисел $(f_{111}(\cdot), \dots, f_{IRK}(\cdot))$ повторяется T раз,

$$cf^p(\cdot) = (cf_{111}^p(\cdot), \dots, cf_{ISK}^p(\cdot); \dots; cf_{111}^p(\cdot), \dots, cf_{ISK}^p(\cdot)),$$

где набор чисел $(cf_{111}^p(\cdot), \dots, cf_{ISK}^p(\cdot))$ повторяется T раз,

$$cf^b(\cdot) = (cf_{111}^b(\cdot), \dots, cf_{IRK}^b(\cdot); \dots; cf_{111}^b(\cdot), \dots, cf_{IRK}^b(\cdot)),$$

где набор чисел $(cf_{111}^b(\cdot), \dots, cf_{IRK}^b(\cdot))$ повторяется T раз,

$$w^p(\cdot) = (w_{111}^p(\cdot), \dots, w_{ISK}^p(\cdot)),$$

$$w^b(\cdot) = (w_{111}^b(\cdot), \dots, w_{IRK}^b(\cdot)),$$

$$Q^p = (Q_{111}^p(T), \dots, Q_{ISK}^p(T)),$$

$$\Theta^p = (Q_{111}^p(1), \dots, Q_{ISK}^p(1); \dots; Q_{111}^p(T), \dots, Q_{ISK}^p(T)),$$

$$Q^b = (Q_{111}^b(T), \dots, Q_{IRK}^b(T)),$$

$$\Theta^b = (Q_{111}^b(1), \dots, Q_{IRK}^b(1); \dots; Q_{111}^b(T), \dots, Q_{IRK}^b(T)).$$

В векторно-матричной форме системы ограничений, описывающие множества допустимых значений векторов x и y , могут быть записаны в виде $M = \{x \geq 0 : Ax \geq b\}$ и $\Omega = \{y \geq 0 : By \geq d\}$, где A, B – матрицы и b, d – векторы соответствующих размеров, формируемые из параметров системы ограничений (1)–(14). Нетрудно убедиться в том, что при естественных предположениях, отражающих природу векторов x и y , множества M и Ω ограничены, т.е. являются выпуклыми многогранниками.

Пусть далее

A^L – матрица линейного оператора, отображающего вектор x в вектор издержек производителей на передачу электроэнергии между производителями и потребителями, а также между электростанциями и хранилищами электроэнергии в каждый момент времени (число компонент вектора $A^L x$ равно $KK \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^{M_t} H_{tm}$);

A^c – матрица линейного оператора, отображающего вектор x в вектор объемов электроэнергии, которые были произведены электростанциями в каждый момент времени (число компонент вектора $A^c x$ равно $ISK \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^{M_t} H_{tm}$);

\bar{A}^p – матрица линейного оператора, отображающего вектор z^p (объемов (в МВт) строящихся новых электростанций или новых блоков действующих электростанций в каждом году) в вектор суммарных мощностей электростанций, которые будут находиться в эксплуатации к началу каждого периода t (число компонент вектора $\bar{A}^p z^p$ равно $ISK T$), где $t \in \bar{1}, \bar{T}$;

A^p – матрица линейного оператора, отображающего вектор z^p (объемов (в МВт) строящихся новых электростанций или новых блоков действующих электростанций в каждом году) в вектор суммарных мощностей электростанций, которые будут находиться в эксплуатации к окончанию периода T (число компонент вектора $A^p z^p$ равно ISK);

\bar{A}^b – матрица линейного оператора, отображающего вектор z^b (объемов (в МВт) строящихся новых хранилищ электроэнер-

гии или новых блоков существующих хранилищ электроэнергии в каждом году) в вектор суммарных мощностей хранилищ электроэнергии, которые будут находиться в эксплуатации к началу каждого периода t (число компонент вектора $\bar{A}^b z^b$ равно $IRKT$), где $t \in \bar{1, T}$;

A^b – матрица линейного оператора, отображающего вектор z^b (объемов (в МВт) строящихся новых хранилищ электроэнергии или новых блоков существующих хранилищ электроэнергии в каждом году) в вектор суммарных мощностей хранилищ электроэнергии, которые будут находиться в эксплуатации к окончанию периода T (число компонент вектора $A^b z^b$ равно IRK);

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ – матрицы соответствующего размера, ненулевыми элементами которых являются значения параметров γ_{tm} ;

$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_8$ – единичные векторы, число компонент которых равно соответственно $ISK \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^{M_t} H_{tm}$, $KK \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^{M_t} H_{tm}$, $ISK T$, $IRKT$, ISK , IRK , $ISKT$, $IRKT$.

С учетом введенных обозначений рассматриваемая игра может быть сформулирована в векторно-матричной форме следующим образом:

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \langle x^p, \gamma_1 y^p \rangle + \langle x^b, \gamma_2 y^b \rangle - \langle \varepsilon_1, \gamma_3 \text{cost}(A^c x) \rangle - \\ - \langle \varepsilon_2, \gamma_4 A^L x \rangle - \langle \varepsilon_3, g(z^p) \rangle - \\ - \langle \varepsilon_4, f(z^b) \rangle - \langle \varepsilon_7, c f^p(\bar{A}^p z^p + \Theta^p) \rangle - \\ - \langle \varepsilon_8, c f^b(\bar{A}^b z^b + \Theta^b) \rangle + \langle \varepsilon_5, w^p(A^p z^p + Q^p) \rangle + \\ + \langle \varepsilon_6, w^b(A^b z^b + Q^b) \rangle \rightarrow \max_{x \in M} \\ \langle x^p, \gamma_1 y^p \rangle + \langle x^b, \gamma_2 y^b \rangle \rightarrow \min_{y \in \Omega} . \end{array} \right.$$

В этой игре двух лиц все производители электроэнергии в регионе (первый игрок) стремятся максимизировать свою прибыль, выбирая объемы поставляемой электроэнергии в приемлемых для потребителей количествах, в то время как все потребители электроэнергии в регионе (второй игрок) стремятся получить

приемлемые для них объемы электроэнергии с наименьшими затратами.

3. Математические свойства задачи

Нетрудно убедиться в том, что введение новых переменных и ограничений-неравенств с целью перехода от кусочно-линейных функций (аппроксимирующих функции $cost_{isk}(\cdot)$, $w_{isk}^p(\cdot)$, $w_{irk}^b(\cdot)$, $g_{isk}(\cdot)$, $f_{irk}(\cdot)$, $cf_{isk}^p(\cdot)$, $cf_{irk}^b(\cdot)$) к линейным в функции выигрыша первого игрока позволяет записать игру (15) в векторно-матричной форме следующим образом:

$$(16) \quad \begin{cases} \langle \tilde{x}, Dy \rangle + \langle v, \tilde{x} \rangle \rightarrow \max_{\tilde{x} \in \tilde{M}} \\ \langle \tilde{x}, Dy \rangle \rightarrow \min_{y \in \Omega}, \end{cases}$$

где $\tilde{x} = (x, x')$, $x \in M$, а x' отражает дополнительные переменные, вводимые при аппроксимации выпуклых (или вогнутых) функций $cost_{isk}(\cdot)$, $w_{isk}^p(\cdot)$, $w_{irk}^b(\cdot)$, $g_{isk}(\cdot)$, $f_{irk}(\cdot)$, $cf_{isk}^p(\cdot)$, $cf_{irk}^b(\cdot)$ кусочно-линейными; $\tilde{M} = \{ \tilde{x} \geq 0 : \tilde{A}\tilde{x} \geq \tilde{b} \}$ – выпуклый многогранник допустимых стратегий группы всех производителей электроэнергии в регионе (одного из игроков в рассматриваемой игре двух лиц); D – матрица коэффициентов линейного оператора, который отображает вектор y в вектор $(\gamma_1 y^p, \gamma_2 y^b, 0, \dots, 0)$ того же размера, что и вектор \tilde{x} ; v – вектор параметров, а $\Omega = \{ y \geq 0 : By \geq d \}$ – выпуклый многогранник допустимых стратегий группы всех потребителей электроэнергии в регионе (второго из двух игроков в рассматриваемой игре двух лиц).

Утверждение 1. *Пара векторов $(\tilde{x}^*, y^*) \in \tilde{M} \times \Omega$ является равновесием Нэша в игре (16) тогда и только тогда, когда существуют векторы $z^* \geq 0$ и $t^* \geq 0$ такие, что (z^*, \tilde{x}^*) и (t^*, y^*) являются решениями задач линейного программирования*

$$\langle d, z \rangle + \langle v, \tilde{x} \rangle \rightarrow \max_{(z, \tilde{x}) \in \{(z, \tilde{x}) \geq 0: zB \leq \tilde{x}D, \tilde{A}\tilde{x} \geq \tilde{b}\}},$$

$$\langle -b, t \rangle \rightarrow \min_{(t, y) \in \{(t, y) \geq 0: t\tilde{A} \leq -v - Dy, By \geq d\}},$$

образующих двойственную пару.

Доказательство. 1. Поскольку из неравенства $\langle \tilde{x}^*, Dy^* \rangle + \langle v, \tilde{x}^* \rangle \leq \langle \tilde{x}^*, Dy \rangle + \langle v, \tilde{x}^* \rangle \quad \forall y \in \Omega$ следует неравенство $\langle \tilde{x}^*, Dy^* \rangle \leq \langle \tilde{x}^*, Dy \rangle \quad \forall y \in \Omega$, пара векторов (\tilde{x}^*, y^*) является точкой равновесия Нэша в игре (16) тогда и только тогда, когда эта точка является седловой точкой в игре двух лиц на выпуклых многогранниках \tilde{M} и Ω с платежной функцией

$$(17) \quad \langle \tilde{x}, Dy \rangle + \langle v, \tilde{x} \rangle,$$

которая максимизируется по \tilde{x} и минимизируется по y .

2. Игра (17) является частным случаем игры с платежной функцией

$$(18) \quad \langle p', x' \rangle + \langle x', D'y' \rangle + \langle q', y' \rangle$$

на выпуклых многогранниках $M' = \{x' \geq 0 : A'x' \geq b'\}$ и $\Omega' = \{y' \geq 0 : B'y' \geq d'\}$, в которой платежная функция максимизируется по y' и минимизируется по x' . В [1] доказано, что векторные компоненты седловой точки игры (18) находятся из решения задач линейного программирования

$$\langle b', z \rangle + \langle q', y' \rangle \rightarrow \max_{(z, y') \in Q'},$$

$$\langle -d', t \rangle + \langle p', x' \rangle \rightarrow \min_{(t, x') \in P'},$$

где $Q' = \{(z, y') \geq 0 : zA' \leq p' + D'y', B'y' \geq d'\}$,
 $P' = \{(t, x') \geq 0 : tB' \leq -q' - x'D', A'x' \geq b'\}$,
 $x' \in M' = \{x' \geq 0 : A'x' \geq b'\}$,
 $y' \in \Omega' = \{y' \geq 0 : B'y' \geq d'\}$,

образующих двойственную пару, где M' и Ω' – выпуклые многогранники. Основываясь на этом результате и полагая, что $\tilde{x} = y'$, $y = x'$, $v = q'$, $0 = p'$, $b' = d$, $d' = \tilde{b}$, $B' = \tilde{A}$, $A' = B$ и $D = (D')^T$ нетрудно показать, что задача отыскания седловой точки в игре (17) сводится к решению пары двойственных задач линейного программирования

$$(19) \quad \begin{aligned} \langle d, z \rangle + \langle v, \tilde{x} \rangle &\rightarrow \max_{(z, \tilde{x}) \in \{(z, \tilde{x}) \geq 0 : zB \leq \tilde{x}D, \tilde{A}\tilde{x} \geq \tilde{b}\}} \\ \langle -\tilde{b}, t \rangle &\rightarrow \min_{(t, y) \in \{(t, y) \geq 0 : t\tilde{A} \leq -v - Dy, By \geq d\}} \end{aligned}$$

где, как и ранее, $\tilde{x} \in \tilde{M} = \{\tilde{x} \geq 0 : \tilde{A}\tilde{x} \geq \tilde{b}\}$ и $y \in \Omega = \{y \geq 0 : By \geq d\}$.

Доказанное утверждение позволяет исследовать рынки электроэнергии практически любого размера, поскольку задачи линейного программирования (19) можно решать при любых интересных для практики числах ограничений и переменных.

Рассмотрим рынок электроэнергии в Москве и в Московской области. На этом рынке на четырех основных производителях электроэнергии (Мосэнерго, Е-ОН, ОГК-1 и РусГидро) приходится 96% производства электроэнергии в регионе (по данным годового отчета Мосэнерго за 2011 год). Указанным четырем компаниям принадлежит 17 электростанций (Мосэнерго принадлежит 15 электростанций, а Е-ОН и ОГК-1 принадлежит по одной электростанции) и одно хранилище электроэнергии (которое принадлежит РусГидро). В рамках предложенной модели имеет смысл рассматривать каждую из 15 электростанций, принадлежащих Мосэнерго, как отдельного производителя, так как это позволяет учесть технологические ограничения на производство электроэнергии на каждой электростанции. Таким образом, для рассматриваемого региона параметр модели I принимает значение 18, а поскольку все электростанции региона являются конденсационными, параметр модели S принимает значение 1. Далее, на сегодня в рассматриваемом регионе имеется одно крупное хра-

нилище электроэнергии (Загорская гидроаккумулирующая электростанция), однако в будущем возможно использование хранилищ электроэнергии других типов (например, химических), поэтому на ближайшее будущее можно положить значение параметра R равным 2. На оптовом рынке электроэнергии Москвы и Московской области крупнейшим потребителем электроэнергии, который закупает более 85% электроэнергии в регионе, является Мосэнергосбыт (по данным годового отчета компании за 2013 год), что позволяет считать значение параметра J модели равным 1. В рассматриваемой в работе задаче горизонт планирования имеет смысл выбирать так, чтобы дать производителям достаточно времени для построения новых электростанций малой или средней мощности и хранилищ электроэнергии, функционирование которых окупило бы их строительство. Например, можно положить значение параметра T равным 15 и рассматривать взаимодействие производителей и потребителей электроэнергии в течение четырех «типичных» недель каждого года горизонта планирования.

Разделение сети электроснабжения на узлы (непересекающиеся части рынка электроэнергии региона, внутри которых ограничения на передачу электроэнергии незначительны) является сложной задачей. В настоящее время системный оператор рынка электроэнергии России использует так называемые зоны свободного перетока электроэнергии («...зоны оптового рынка электрической энергии (мощности), внутри которых в стандартных условиях функционирования сети отсутствуют существенные системные ограничения на объемы перетока электроэнергии в течение примерно 30% времени в каждом месяце...» см. Глоссарий системного оператора единой энергетической системы) при выборе им электростанций, которые будут эксплуатироваться в среднесрочной перспективе. Поскольку Москва и Московская область образуют единую зону свободного перетока, в рамках предложенной в работе модели можно положить значение параметра K равным 1. Нетрудно убедиться в том, что для указанных значений параметров модели поиск равновесия в игре, формулиру-

емой с использованием этой модели, сводится к решению пары двойственных задач линейного программирования с числом как прямых, так и двойственных переменных не превышающим трех миллионов.

4. Заключение

В статье рассмотрена проблема оценки будущих цен и объемов электроэнергии, продаваемых производителями электроэнергии её потребителям по прямым двусторонним договорам на оптовом рынке электроэнергии в регионе, и ожидаемых объемов инвестиций производителей как в строительство новых электростанций и новых блоков существующих электростанций, так и в строительство новых хранилищ электроэнергии и новые блоки существующих хранилищ электроэнергии в этом регионе.

Взаимодействие производителей и потребителей электроэнергии в регионе математически описывается бескоалиционной игрой двух лиц, в которой первым игроком является группа всех производителей электроэнергии, снабжающих электроэнергией потребителей региона или имеющих хранилища электроэнергии на территории региона, а вторым игроком является группа всех потребителей электроэнергии в регионе и учитываются технологические ограничения связанные с производством, хранением и передачей электроэнергии. Функции издержек производства, функции стоимости инвестирования в строительство новых электростанций или новых блоков существующих электростанций и в строительство новых хранилищ электроэнергии или новых блоков существующих хранилищ электроэнергии, а также функции оценочной стоимости электростанций и хранилищ электроэнергии, которые (вообще говоря) могут быть произвольными выпуклыми или вогнутыми функциями, с необходимой (для прикладных расчетов с использованием предложенной модели) точностью можно приблизить кусочно-линейными функциями. В построенной игре отыскание равновесия Нэша сводится к решению пары двойственных задач линейного программирования, что позволяет использовать предложенную модель для практических

расчетов при решении задач любых интересных для практики размеров.

Необходимо отметить, что в статье не приводится какого-либо численного примера отыскания равновесных стратегий в рассмотренной игре на модельных данных. По мнению авторов такой пример демонстрировал бы не более чем работу стандартных пакетов линейного программирования, что не представляет какого-либо научного и даже прикладного интереса, в то время как основным результатом статьи является продемонстрированная в ней возможность сведения задачи отыскания оптимальных объемов производства и потребления электроэнергии в регионе в рамках прямых двусторонних договоров к задачам линейного программирования, образующим двойственную пару. Ясно также, что решение задач с реальными данными, которые являются конфиденциальной коммерческой информацией энергетических компаний, не представляется возможным без согласия этих компаний предоставить такие данные (с учетом существующей конкуренции на рынке электроэнергии) и потому не являлось целью настоящей статьи.

Литература

1. БЕЛЕНЬКИЙ А.С. *Минимаксные задачи планирования с линейными ограничениями и методы их решения* // Автоматика и телемеханика. – 1981. – №10. – С. 157–170.
2. ВАСИН А.А., ДАЙЛОВА Е.А. *Анализ краткосрочной эффективности механизмов оптового рынка электроэнергии* // Журнал Новой экономической ассоциации. – 2013. – №2(18). – С. 35–60.
3. ДАВИДСОН М.Р., ДОГАДУШКИНА Ю.В., КРЕЙНЕС Е.М. И ДР. *Математическая модель управления энергосистемой в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии и мощности в России* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – №2. – С. 84–94.
4. ДАВИДСОН М.Р., НОВИКОВА Н.М. *Задача выбора состава генерирующего оборудования в рынке электроэнергии*

- гии // Тезисы докладов 5-й Московской междунар. конф. по исследованию операций. – М.: ВЦ РАН, 2007. – С. 34–36.
5. СТОФТ С. *Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергетики* – М.: Мир, 2006. – 623 с.
 6. ЧЕРНИКОВ С.Н. *Линейные неравенства*. – Итоги науки. Сер. Мат. Алгебра. Топол. Геом. – М.: Наука, 1968. – С. 137–187.
 7. BUSHNELL J., ISHII J. *An Equilibrium Model of Investment in Restructured Electricity Markets: Working paper*, University of California Energy Institute, 2007. – 37 p.
 8. DIRKSE S.P., FERRIS M.C. *Mcplib: a collection of nonlinear mixed complementarity problems* // Optimization Methods and Software. – 1995. – №5(4). – P. 319–345.
 9. EHRENMANN A., SMEERS Y. *Generation Capacity Expansion in a Risky Environment: A Stochastic Equilibrium Analysis* // Operations Research. – 2011. – №59(6). – P. 1332–1346.
 10. FADLULLAH Z.M., NOZAKI Y., TAKEUCHI A., KATO N. *A survey of game theoretic approaches in smart grid* // Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), 2011 International Conference. – 2011. – P. 1–4.
 11. GARCIA A., ALZATE J.M., BARRERA J. *Regulatory design and incentives for renewable energy* // Journal of Regulatory Economics. – 2012. – №41(3). – P. 315–336.
 12. GENC T.S., REYNOLDS S.S., SEN S. *Dynamic oligopolistic games under uncertainty: A stochastic programming* // Journal of Economic Dynamics and Control. – 2007. – №31(1). – P. 55–80.
 13. *Gurobi Optimizer*. – URL: <http://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer> (дата обращения: 10.04.2015).
 14. LISE W., KRUSEMAN G. *Long-term price and environmental effects in a liberalised electricity market* // Energy Economics. – 2008. – №30(2). – P. 230–248.
 15. LUEKEN R., APT J. *The effects of bulk electricity storage*

- on the PJM market // Energy Systems. – 2014. – №5(4). – P. 677–704.*
16. NAGL S. *Prices vs. Quantities: Incentives for Renewable Power Generation - Numerical Analysis for the European Power Market: Working paper*, Energiewirtschaftliches Institut an der Universitaet zu Koeln. – 2013. – 41 p.
 17. PINEAU P.-O., MURTO R. *An Oligopolistic Investment Model of the Finnish Electricity Market // Annals of Operations Research. – 2003. – №121(1–4). – P. 123–148.*
 18. PINEAU P.-O., RASATAB H., ZACCOUR G. *Impact of some parameters on investments in oligopolistic electricity markets // European Journal of Operational Research. – 2011. – №213(1). – P. 180–195.*
 19. SCHILL W.-P., KEMFERT C. *Modeling Strategic Electricity Storage: The Case of Pumped Hydro Storage in Germany // The Energy Journal. – 2011. – №3. – P. 59–88.*
 20. SCHRODER A. *An electricity market model with generation capacity expansion under uncertainty // Energy Systems. – 2014. – №5(2). – P. 253–267.*
 21. TRABER T., KEMFERT C. *Gone with the wind? - Electricity market prices and incentives to invest in thermal power plants under increasing wind energy supply // Energy Economics – 2011. – №33(2). – P. 249–256.*
 22. VASIN A., KARTUNOVA P., WEBER G.-W. *Models for capacity and electricity market design // Central European Journal of Operations Research. – 2013. – №21(3). – P. 651–661.*

GAME-THEORETIC APPROACH TO ANALYSIS OF FUTURE REGIONAL POWER SUPPLY SYSTEM

Alexander S. Belenky, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia, Doctor of Science, professor (abelenky@hse.ru).

Dmitry Bolkunov, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia, MSc in Applied Mathematics and Computational Science (d.bolkunov@yandex.ru).

Abstract: We design the elements of an automated tool for the quantitative analysis of the future regional power supply system based on the opinion of regional authorities on the current and future availability of power supply services in the industry and in the domestic sector. A mathematical model is suggested to estimate the return of investment into new power station and storage construction. The model includes a non-cooperative game on polyhedra, where the first player's payoff function adds up from the bilinear and the linear function of vector arguments, whereas the the payoff function of the second player is a bilinear function of the same arguments. We prove that equilibria in this game can be found by solving a dual pair of linear programming problems. These equilibria determine, in particular, the volume of investment for generators and the electricity price for consumers, which are mutually acceptable to both parties.

Keywords: convex polyhedra, control in large systems, linear programming, Nash equilibrium, saddle points, two-person game.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым

Поступила в редакцию 03.02.2015.

Дата опубликования 30.09.2015.