

УДК 519.816

ББК 78.34

## **МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМАХ<sup>1</sup>**

**Вожаков А. В.<sup>2</sup>**

*(ОАО «Мотовилихинские заводы», Пермь)*

**Гитман М. Б.<sup>3</sup>, Столбов В. Ю.<sup>4</sup>**

*(Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь)*

*Рассматриваются четыре модели принятия коллективного решения путем сравнения альтернатив и выбора наиболее предпочтительной группой экспертов. В качестве организационной формы работы экспертов рассматривается комитет. Приводится демонстрационный пример применения моделей при выборе наилучшего производственного плана промышленного предприятия.*

Ключевые слова: модели принятия коллективного решения, множество альтернатив, частные показатели качества, предпочтения экспертов.

### **1. Введение**

Качество принимаемых менеджерами решений в значительной степени определяет эффективность функционирования

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (договор № 02.G25.31.0068 от 23.05.2013г. в составе мероприятия по реализации постановления Правительства РФ № 218).

<sup>2</sup> Артем Викторович Вожаков, кандидат технических наук (vozhaikov@yandex.ru).

<sup>3</sup> Михаил Борисович Гитман, доктор физико-математических наук, профессор (gmb@matmod.pstu.ac.ru).

<sup>4</sup> Валерий Юрьевич Столбов, доктор технических наук, профессор (valeriy.stolbov@gmail.com).

любой организации, в том числе производственной системы. Повысить качество управленческих решений позволяет механизм коллективного принятия решений [1, 6], который является непосредственной реализацией такого принципа TQM (Total Quality Management – тотальное управление качеством), как вовлечение сотрудников в управление предприятием с целью раскрытия и использования их творческого потенциала [8]. Реализация этого механизма требует разработки соответствующих моделей, позволяющих учитывать многокритериальность выбора, а также предпочтения экспертов на заданном множестве допустимых альтернатив [1, 10].

## **2. Постановка задачи**

Рассматривается задача выбора наилучшего решения из заданного множества альтернатив, возникающая при некоторой сложившейся ситуации на предприятии и требующая быстрого решения с учетом системного анализа ситуации и возможных последствий принятия управленческого решения. Решение принимается в рамках небольшой группы экспертов, которые и представляют собой коллективное ЛПР.

Требуется предложить наилучшую организацию работы ЛПР, а также возможные модели принятия коллективного решения, позволяющие учитывать различные предпочтения и квалификацию экспертов, а также неоднозначность выбора при наличии нескольких показателей качества получаемого решения.

При решении данной задачи вводятся следующие гипотезы:

– ЛПР представляет собой двухуровневую структуру, состоящую из рабочей группы экспертов (ГЛПР) и ответственного лица (ОЛПР), принимающего или не принимающего окончательное решение;

– ГЛПР представляет собой совокупность лиц, представляющих соответствующую структуру (например, для предприятия – это отдел снабжения, производственный отдел, отдел сбыта и т.п.), важность мнения которых может быть как равнозначной, так и различной по каждой ситуационной задаче и каждому показателю качества принимаемого решения;

– частные показатели качества также могут иметь различную важность для принятия коллективного решения.

Для организации процесса принятия решений можно сформировать одну из трех организационных структур: комитет, иерархию или полиархию [6, 10]. В комитете рассматриваемый проект отдается на ознакомление всем менеджерам. По результатам ознакомления проводится голосование и проект принимается, если за него проголосовало больше определенной доли менеджеров. С нашей точки зрения, такая организация оправдана, если квалификация всего менеджерского звена приблизительно одинакова. При иерархии менеджеры выстроены в цепочку и знакомятся с проектом последовательно. Проект окончательно отклоняется, если его отклоняет хотя бы один менеджер в заданной цепочке иерархии, и направляется на рассмотрение к следующему менеджеру в случае его рассмотрения предыдущим. Считаем, что такая организация принятия решений может быть рекомендована, если квалификация всех менеджеров, принимающих решения, очень высока, так как отрицательное мнение любого из них приводит к отклонению всего рассматриваемого проекта. В полиархии проект направляется одному из менеджеров с равной вероятностью и принимается окончательно, если менеджер его принимает, и отклоняется в противном случае. По существу, речь идет о том, что случайно выбранный менеджер является лицом, принимающим решение от всей группы менеджеров. Очевидно, что недостатком этого подхода является зависимость окончательного решения от случайного выбора лица, принимающего решение, независимо от квалификации последнего. Отметим, что рассмотренные организационные формы можно комбинировать, строя из них более сложную организационную структуру принятия решений. Например, можно рассматривать иерархию, каждый элемент которой представляет собой комитет. Также можно рассматривать иерархию из полиархий или полиархию из иерархий.

Для рассматриваемой задачи принятия коллективных решений на промышленном предприятии удобно использовать комитет в рамках ситуационного центра [4]. Это связано с тем, что другие формы организации принятия коллективного решения требуют больших затрат времени на согласование компромисс-

ного решения, а в рамках текущего производства это не всегда оправданно.

### 3. Математическая постановка задачи

Пусть  $X$  – конечное множество альтернатив  $x_j \in X$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Под альтернативой будем понимать допустимый вариант решения ситуационной задачи с набором числовых значений частных показателей качества данного решения. Обозначим численное значение  $k$ -го частного показателя для  $j$ -й альтернативы  $J_k^j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, \dots, r$ , где  $r$  – количество показателей. Отметим, что эти значения для производственных показателей качества всегда будут неотрицательными (например, время выполнения заказа, вероятность поломки оборудования, затраты и т.п.). Поэтому можно считать, что наилучшее решение для некоторого  $k$ -го частного показателя достигается при его *максимальном* значении. При этом на предприятии должен быть создан банк моделей, позволяющих строить допустимое множество альтернатив для возможных ситуаций с определением значений частных показателей каждой качества альтернативы. Например, необходимый набор моделей управления предприятием на этапе планирования производства приведен в работе [9].

Считается, что ГЛПР состоит из  $m$  экспертов и известны  $\succ^i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , – предпочтения каждого эксперта на множестве альтернатив  $X$ . Под предпочтением  $i$ -го эксперта будем понимать набор данных о ранжировании всех рассматриваемых альтернатив. При этом эксперт может высказывать свое мнение как по каждой альтернативе в целом, так и по частным показателям качества рассматриваемой альтернативы.

Требуется найти коллективное решение ситуационной задачи, под которым понимается некое групповое предпочтение  $\succ$  на множестве  $X$ , полученное на основе обработки частных предпочтений всех участников ГЛПР. При этом формой организации принятия решений ГЛПР считается комитет.

Рассмотрим модели принятия коллективных решений в рамках комитета, которые, на наш взгляд, наиболее приемлемы для производственных систем.

#### 4. Модели принятия коллективных решений

Первоначально рассмотрим две модели, часто применяемые для принятия коллективных решений в социальных и экономических системах [7].

Модель *Кондорсе*. Это одна из простейших и наиболее часто встречающихся на практике моделей. Сущность данной модели состоит в следующем.

На основании полученных от экспертов ранжировок для каждой пары альтернатив  $x_j, x_k$  подсчитывается число экспертов  $l(x_j, x_k)$ , считающих альтернативу  $x_j$  более предпочтительной, чем  $x_k$ . Если  $l(x_j, x_k) > l(x_k, x_j)$ , то альтернатива  $x_j$  признается предпочтительнее  $x_k$ . Наилучшей альтернативой объявляется альтернатива  $x_j$ , если выполняется условие

$$(1) \quad l(x_j, x_k) \geq l(x_k, x_j) \text{ для всех } j, k = 1, \dots, n; \quad j \neq k.$$

Основным недостатком данной модели является то, что она не всегда обеспечивает достаточность при определении наилучшей альтернативы с помощью непосредственного подсчета голосов экспертов по правилу большинства (нет единственности решения). В этом случае необходимо использовать более сложные модели.

Модель *Борда*. В последнее время эта модель получила широкое распространение. Согласно данной модели результаты голосования экспертов выражаются в виде числа баллов, набранных каждой альтернативой. Для этого вводится функция Борда  $b(x_j)$  следующим образом:

$$(2) \quad b(x_j) = \sum_{k=1}^n [l(x_j, x_k) - l(x_k, x_j)],$$

где  $l(x_j, x_k)$  – число экспертов, для которых  $x_j$  предпочтительней  $x_k$ .

Лучшей считается альтернатива, набравшая максимальное количество баллов, рассчитанное по формуле (2).

Можно предложить еще один способ расчета баллов для различных альтернатив (обобщенное правило Борда), приводящий к тому же результату. За первое место при попарном сравнении альтернатив присуждается  $n$  баллов, за второе –  $n-1$  баллов и т.д. После этого подсчитывается сумма баллов для каждой альтернативы. Лучшей считается та альтернатива, которая набирает большую сумму баллов. Преимуществом данной модели является то, что всегда существует наилучшая альтернатива. Все описанные выше модели не учитывают многокритериальность выбора при сравнении альтернатив. Другими словами, не учитываются предпочтения экспертов в рамках каждой альтернативы, определяемой набором частных критериев оптимальности. Кроме того, не учитывается *важность* (квалификация) экспертов при многокритериальной оценке каждой альтернативы.

Попытаемся избежать этих недостатков с помощью построения *многокритериальных* моделей выбора с учетом важности частных показателей качества альтернативы. При этом комплексное оценивание качества каждой альтернативы может производиться различными способами, например с помощью линейных и нелинейных (матричных) сверток [1, 3], а также нечетких множеств [3, 5]. Рассмотрим модель коллективного выбора на основе комплексного оценивания альтернатив в виде линейной свертки частных показателей (линейная многокритериальная модель)

*Линейная многокритериальная модель.* Пусть количество допустимых альтернатив равно  $n$ , число экспертов –  $m$ . Количество частных показателей качества, характеризующих каждую из возможных альтернатив, равно  $r$ . Для построения модели введем следующие обозначения:

$\mu_k^j, j = 1, \dots, m, k = 1, \dots, r,$  – оценка *квалификации*  $j$ -го эксперта по  $k$ -му показателю качества альтернативы;

$\lambda_j^i$  – предпочтения каждого эксперта  $\succ^j, j = 1, \dots, m,$  на множестве альтернатив  $X, i$  – номер соответствующей альтернативы;

$\nu_k, k = 1, \dots, r,$  – важность (значимость)  $k$ -го частного показателя качества альтернативы.

Численно все значения предпочтений и важностей задаются в диапазонах от 0 до 1, начиная с наихудшего (наименее значимого) до наилучшего (наиболее значимого).

Как отмечено выше, численное значение  $k$ -го частного показателя для  $i$ -й альтернативы обозначено  $J_k^i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, \dots, r$ . Будем считать, что *наилучшее* решение для некоторого  $k$ -го частного показателя достигается при его *максимальном* значении. Если же *наилучшее* решение достигается при его *минимальном* значении, то в исследуемом случае при положительности значений частных показателей всегда от *максимума* можно перейти к *минимуму* путем несложных математических преобразований.

Теперь для  $i$ -й альтернативы введем функцию *предпочтительности*  $pr(x_i)$  следующим образом:

$$(3) \quad pr(x_i) = \sum_{j=1}^m \lambda_j^i \cdot \left( \sum_{k=1}^r \mu_k^j \cdot v_k \cdot J_k^i \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

Отметим, что если  $k$ -й частный показатель для  $i$ -й альтернативы  $J_k^i$  необходимо минимизировать,  $i = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, \dots, r$ , то переопределим этот показатель следующим образом:

$$J_k^i = (1 - J_k^i / \max_{i,k} J_k^i).$$

Если считать, что квалификация эксперта не связана с экономическим смыслом частных показателей качества альтернативы, то выбор наилучшей альтернативы не будет зависеть от квалификации экспертов и функция *предпочтительности* может быть переписана в виде

$$(4) \quad pr(x_i) = \sum_{j=1}^m \lambda_j^i \cdot \left( \sum_{k=1}^r v_k \cdot J_k^i \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

В качестве наилучшей альтернативы  $x_i$  выбирается та альтернатива  $x_i$ , для которой выполняется условие

$$(5) \quad pr(x_i) > pr(x_l), \quad \forall i, l = 1, \dots, n; \quad i \neq l.$$

Другими словами, лучшей считается та альтернатива, для которой значение функции *предпочтительности* принимает максимальное значение.

К недостаткам предложенной линейной модели можно отнести использование гипотезы линейности при вычислении

функции предпочтительности. Существует несколько подходов, позволяющих отказаться от данной гипотезы. Например, в работе [2] предлагается рассматривать задачу многокритериального выбора наилучшей альтернативы как задачу «аксиоматического построения результирующего ранжирования» при условии, что значения каждого из введенных частных критериев имеют только три градации (например, «плохо», «удовлетворительно» и «хорошо»), а используемое для выбора наилучшей альтернативы правило – это некоторое введенное пороговое правило. Предложенная модель хорошо зарекомендовала себя в задачах выбора в социальных системах, характеризующихся именно трёхранговым ранжированием объектов оценивания. Однако в производственных системах часто объекты исследования имеют количественную оценку, которая не всегда может быть обоснованно сведена к трёхранговому ранжированию. Поэтому рассмотрим еще один способ ухода от линейной гипотезы, который заключается в переходе к нечеткой постановке путем введения обобщенного показателя качества в виде специального нечеткого множества  $J^r$ , элементами носителя которого являются значения частных показателей  $J_k^i$ , а важности этих показателей, равные  $v_k$ ,  $k = 1, \dots, r$ , определяют соответствующие функции принадлежности. При этом для сравнения альтернатив по значениям обобщенного критерия необходимо ввести специальный индекс ранжирования. Необходимость введения такого индекса обусловлена тем, что, во-первых, различные показатели качества объектов производственной системы могут иметь различную физическую природу и, как следствие, различную размерность, которая нивелируется введением безразмерной величины  $C_i$  ( $i$  – номер соответствующего показателя), а, во-вторых, этот индекс учитывает только те показатели, которые являются определяющими при обобщенной оценке качества. Подробно процедура введения такого индекса ранжирования рассмотрена в работах [5, 8, 9].

Введем  $J^r$  в виде

$$J^r = \bigcup_{k=1}^r v_k / J_k,$$

где  $v_k$ ,  $k = 1, \dots, r$ , – экспертная оценка значимости  $k$ -го частного



показателя. Теперь, используя четкую функцию от нечеткого аргумента  $H(J^{r1}, J^{r2})$  (специальный индекс ранжирования [5, 8]), можно записать:

$$(6) \quad H(J^{r1}, J^{r2}) = \text{sign } C_i,$$

где

$$C_i = \frac{v_i^{r1} \cdot J_i^{r1} - v_i^{r2} J_i^{r2}}{d_i},$$

здесь  $i$  соответствует

$$\max_i |v_i^{r1} \cdot J_i^{r1} - v_i^{r2} J_i^{r2} / d_i|$$

$$d_i = \max(J_k^{r1}, J_k^{r2}), \quad k = 1, \dots, r.$$

При этом если значение  $i$  единственно и если  $\text{sign } C_i = +1$ , то  $J^{r1} > J^{r2}$ ; если  $\text{sign } C_i = -1$ , то  $J^{r1} < J^{r2}$ .

Если значение  $i$  не единственно, то определим число  $l$ , равное количеству одинаковых по модулю экстремумов, и вычислим вспомогательный параметр

$$\gamma = \sum_{i=1}^l \text{sign } C_i.$$

При этом если  $\gamma = 0$ , то  $J^{r1} = J^{r2}$ ; если  $\gamma < 0$ , то  $J^{r1} < J^{r2}$ ; если  $\gamma > 0$ , то  $J^{r1} > J^{r2}$ .

Выбор наилучшей альтернативы производится путем попарного сравнения альтернатив с помощью предложенного индекса ранжирования (6). Альтернатива, которая при полном переборе парных сравнений доминирует большее количество раз, считается наиболее предпочтительной.

Рассмотрим пример, демонстрирующий возможности применения рассмотренных моделей принятия коллективного решения.

## 5. Демонстрационный пример

Рассмотрим пример применения предложенных моделей при выборе наилучшего варианта операционного плана производства при заданном главном календарном плане производства (ГКПП) [5, 8].

Считается, что качество составления операционного плана производства оценивается по трем базовым показателям:

1. *Комфортность производства* (оценивается от 0 до 1). Календарный план производства должен быть скомпонован таким образом, чтобы операции одного вида запускались в производство как можно большими партиями, минимизируя при этом потери на переналадку оборудования.

2. *Равномерность производства* (от 0 до 1). Нагрузка на рабочие центры должна быть распределена таким образом, чтобы загрузка рабочих центров в течение планового периода изменялась постепенно, без резких перепадов.

3. *Минимальность срока изготовления* (от 0 до 1). Цикл производства каждой позиции ГКПП от момента запуска производства до выпуска должен быть минимальным.

Пусть в результате расчета найдено 3 допустимых варианта операционного плана производства (3 альтернативы), эффективность каждого из которых может характеризоваться различными значениями заданных показателей качества [8] (см. таблицу 1).

Таблица 1. Варианты планов производства

Наименование альтернативы	Достигнутые значения показателей		
	Комфортность	Равномерность	Срок изготовления
Точно вовремя ( $x_1$ )	0,62	0,44	0,89
Максимальные партии ( $x_2$ )	0,76	0,53	0,56
Ритмичность ( $x_3$ )	0,55	0,87	0,61

Отметим, что альтернатива  $x_1$  соответствует тому варианту плана производства, при котором большинство изделий производится точно в срок, установленный ГКПП; альтернатива  $x_2$  обеспечивает «комфортность» производства за счет увеличения объемов партий и уменьшения времени переналадок оборудования; альтернатива  $x_3$  позволяет обеспечить более равномерную

загрузку оборудования при производстве запланированной продукции.

Для принятия коллективного решения сформирован комитет, который состоит из ГЛПР, включающего 10 экспертов из различных подразделений предприятия, которые оценивают данные варианты путем их сравнения, а также ОЛПР, возглавляющего этот комитет.

Количество возможных вариантов сравнения в данном случае равно 6. Результаты оценки экспертов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Предпочтения экспертов на множестве альтернатив

Вариант сравнения	Число экспертов, проголосовавших за данный вариант	Предпочтения экспертов
1	4	$x_1 \succ x_2 \succ x_3$
2	2	$x_1 \succ x_3 \succ x_2$
3	2	$x_2 \succ x_1 \succ x_3$
4	-	$x_2 \succ x_3 \succ x_1$
5	1	$x_3 \succ x_1 \succ x_2$
6	1	$x_3 \succ x_2 \succ x_1$

Первоначально произведем выбор наилучшей альтернативы с помощью модели *Кондорсе*. Количество экспертов, предпочитающих альтернативу  $x_1$  по сравнению с  $x_2$ , в данном случае равно  $4 + 2 + 1 = 7$ , альтернативу  $x_2$  по сравнению с  $x_1$  –  $2 + 1 = 3$ . Значит, альтернатива  $x_1$  предпочтительней  $x_2$ , т.е.  $x_1 \succ x_2$ . Аналогично сравниваем попарно альтернативы  $x_1$  и  $x_3$ , а также  $x_2$  и  $x_3$ . Для альтернатив  $x_1$  и  $x_3$  получим  $4 + 2 + 2 = 8$  и  $1 + 1 = 2$ , т.е.  $x_1 \succ x_3$ . При сравнении  $x_2$  и  $x_3$  количество экспертов равно  $4 + 2 = 6$  и  $2$ , т.е.  $x_2 \succ x_3$ . Переходя от индивидуальных предпочтений к коллективному решению, получим, что

$x_1 \succ x_2 \succ x_3$ , т.е. в данном примере лучшей альтернативой является альтернатива  $x_1$ .

Произведем выбор наилучшей альтернативы по модели Борда. Для этого подсчитаем число баллов, набранных каждой альтернативой по формуле (2):

$$b(x_1) = 6 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 25 \text{ баллов};$$

$$b(x_2) = 2 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 19 \text{ баллов};$$

$$b(x_3) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 16 \text{ баллов}.$$

Значит, по модели Борда лучшим коллективным решением также является альтернатива  $x_1$ .

Отметим, что в рассмотренном примере коллективное решение по двум моделям совпадает, что в данном конкретном случае говорит о лучшей обоснованности выбранного решения при принятых условиях. При этом выбор альтернативы  $x_1$  большинством экспертов объясняется тем, что при заданных показателях качества сроки выполнения заказов для рассматриваемого предприятия играют основную роль. В общем случае ранжирование альтернатив по многим показателям является достаточно сложной задачей для экспертов. Поэтому желательно предоставлять экспертам дополнительную информацию о важности принятых показателей качества возможной альтернативы, характеризующих текущую политику предприятия на рынке продукции.

С учетом вышесказанного для выбора наилучшего коллективного решения с учетом важности частных показателей качества альтернативы применим линейную и нелинейную многокритериальные модели, рассмотренные выше.

Пусть для частных показателей качества альтернативы заданы оценки важности, установленные ОЛПР (таблица 3).

Таблица 3. Важности показателей качества альтернатив

№	Показатели	Важность, $v_k$
1	Комфортность	0,5
2	Равномерность	0,4
3	Срок изготовления	1,0

Первоначально произведем выбор наилучшего коллективного решения по многокритериальной линейной модели в предположении, что квалификация экспертов не связана с экономическим смыслом частных показателей качества альтернативы. Тогда предпочтения экспертов в модели задаются формулами (4), а выбор осуществляется по формуле (5).

Оценим линейные свертки альтернатив, исходя из достигнутых значений частных показателей и их важностей (таблица 4).

Таблица 4. Значения показателей качества альтернатив

№	Наименование альтернативы	Достигнутые значения показателей			$S^i = \sum_{k=1}^r v_k \cdot J_k^i$
		Комф.	Равном.	Срок изгот.	
$x_1$	Точно вовремя	0,62	0,44	0,89	1,38
$x_2$	Максимальные партии	0,76	0,53	0,56	1,15
$x_3$	Ритмичность	0,55	0,87	0,61	1,23

В таблице 5 приведены предпочтения каждого эксперта в виде значений  $\lambda_j^i$ , изменяющихся от 0 до 1, а также многокритериальные оценки альтернатив, рассчитанные для каждого эксперта. Подчеркнем, что в рамках данной модели варианты предпочтений экспертов формируются автоматически без их участия (последний столбец таблицы 5).

Таблица 5. Предпочтения экспертов

№	Эксперт	Альтернативы						Предпочтения экспертов
		$x_1$		$x_2$		$x_3$		
		$\lambda_j^1$	$\lambda_j^1 S^1$	$\lambda_j^2$	$\lambda_j^2 S^2$	$\lambda_j^3$	$\lambda_j^3 S^3$	
1	«Продажа» 1	0,60	0,82	0,20	0,23	0,20	0,25	$x_1 \succ x_3 \succ x_2$

№	Эксперт	Альтернативы						Предпочтения экспертов
		$x_1$		$x_2$		$x_3$		
		$\lambda_j^1$	$\lambda_j^{1S}$	$\lambda_j^2$	$\lambda_j^{2S}$	$\lambda_j^3$	$\lambda_j^{3S}$	
2	«Продажа» 2	0,50	0,68	0,30	0,32	0,20	0,24	$x_1 \succ x_2 \succ x_3$
3	«Экономика» 1	0,34	0,48	0,33	0,35	0,33	0,40	$x_1 \succ x_3 \succ x_2$
4	«Экономика» 2	0,40	0,55	0,40	0,45	0,20	0,25	$x_1 \succ x_2 \succ x_3$
5	«Производство» 1	0,00	0,00	0,50	0,58	0,50	0,63	$x_3 \succ x_2 \succ x_1$
6	«Производство» 2	0,30	0,41	0,40	0,46	0,30	0,38	$x_2 \succ x_1 \succ x_3$
7	«Оборудование»	0,25	0,34	0,50	0,58	0,25	0,30	$x_2 \succ x_1 \succ x_3$
8	«Персонал»	0,25	0,35	0,25	0,30	0,50	0,63	$x_3 \succ x_1 \succ x_2$
9	«Финансы» 1	0,50	0,70	0,30	0,33	0,20	0,23	$x_1 \succ x_2 \succ x_3$
10	«Финансы» 2	0,60	0,85	0,25	0,30	0,15	0,20	$x_1 \succ x_2 \succ x_3$

Следует отметить, что мнения экспертов, выраженное вариантами их предпочтений, совпало с результатами голосования по первым двум моделям. При этом предпочтение по 1-му из возможных вариантов выразили эксперты 2, 4, 9 и 10; по 2-му – 1 и 3; по 3-му – 6 и 7; по 5-му – 8; по 6-му – 5.

Значения функций *предпочтительности* альтернатив распределены следующим образом:

$$pr(x_1) = 5,18; pr(x_2) = 3,9; r(x_3) = 3,51.$$

Значит, по данной модели лучшим коллективным решением является альтернатива  $x_1$ .

Отметим, что полученное коллективное решение совпадает с решениями, полученными по первым двум моделям. Однако преимуществом последней модели является упрощение работы экспертов при многокритериальном сравнении альтернатив. Им требуется только дать численные оценки каждой альтернативе, а конечное предпочтение формируется с помощью самой модели.

Как было отмечено выше, к недостаткам предложенной модели можно отнести гипотезу линейности при формировании комплексной оценки качества альтернативы. Поэтому рассмотрим применение четвертой модели, основанной на нечеткой постановке.

Результаты попарного сравнения частных показателей качества  $J_k^i$  с учетом их важности  $\nu_k$ , приведены в таблице 6.

Таблица 6. Результаты попарного сравнения альтернатив

№	Пары альтернатив		$C_1$	$C_2$	$C_3$	Результат сравнения
	$J^{r1}$	$J^{r2}$				
1	$x_1$	$x_2$	-0,092	-0,06	<b>0,370</b>	$x_1 \succ x_2$
2	$x_2$	$x_3$	0,138	<b>-0,15</b>	-0,081	$x_3 \succ x_2$
3	$x_3$	$x_1$	-0,056	0,2	<b>-0,314</b>	$x_1 \succ x_3$

Полужирным шрифтом в таблице 6 отмечены максимальные по модулю элементы сравнения рассматриваемых альтернатив, входящих в специальные индексы ранжирования (6). В результате парного сравнения (последний столбец таблицы 6) можно сделать вывод о том, что лучшим коллективным решением по данной модели является альтернатива  $x_1$ .

Отметим, что последняя из рассмотренных моделей позволяет провести комплексное оценивание альтернатив, при котором роль экспертов заключается не в оценивании каждой аль-

тернативы, а в установлении коэффициентов важности введенных частных показателей качества. В приведенном примере эти коэффициенты совпали с коэффициентами, установленными ОЛПР в рамках 3-й модели. Поэтому результаты коллективного решения по этим моделям совпали. Очевидно, что при изменении экспертной оценки важности частных показателей качества предпочтительная альтернатива может измениться.

## **6. Заключение**

Рассмотрены четыре модели принятия коллективных решений, которые могут быть использованы для решения ситуационных задач, возникающих в производственных системах. Показано, что учет дополнительной исходной информации и применение современного математического аппарата комплексного оценивания позволяет повысить объективность принимаемого коллективного решения за счет снижения роли экспертов, а также повысить оперативность принятия управленческих решений в рамках промышленного предприятия.

## **Литература**

1. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., ХАБИНА Э.Л., ШВАРЦ Д.А. *Бинарные отношения, графы и коллективные решения*. – М.: Физматлит, 2012. – 341 с.
2. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., ЮЗБАШЕВ Д.А., ЯКУБА В.И. *Пороговое агрегирование трехградационных ранжировок // Автоматика и телемеханика*. – 2007. – №1. – С. 147–152.
3. АНДРОННИКОВА Н.Г., ЛЕОНТЬЕВ С.В., НОВИКОВ Д.А. *Механизмы нечеткой активной экспертизы // Автоматика и телемеханика*. – 2002. – №8. – С. 128–135.
4. ВОЖАКОВ А.В., ГИТМАН М.Б., СТОЛБОВ В.Ю. *Ситуационный центр как инструмент интеллектуализации системы управления производством // Интеллектуальные системы в производстве*. – 2013. – №2(22). – С. 45–49.
5. ВОЖАКОВ А.В., ГИТМАН М.Б., ФЕДОСЕЕВ С.А. *Комплексное оценивание при выборе оптимального плана производства на тактическом уровне с учетом нечетких крите-*



- риев и ограничений // Управление большими системами. – 2010. – №30. – С. 164–179.*
6. ГУБКО М.В. *Математические модели оптимизации иерархических структур.* – М.: ЛЕНАНД, 2006. – 264 с.
  7. РЫКОВ А.С. *Модели и методы системного анализа: принятие решений и оптимизация.* – М.: МИСИС, 2005. – 352 с.
  8. ФЕДОСЕЕВ С.А., ГИТМАН М.Б., СТОЛБОВ В.Ю. и др. *Управление качеством продукции на современных промышленных предприятиях: монография.* – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 229 с.
  9. ФЕДОСЕЕВ С.А., ГИТМАН М.Б., СТОЛБОВ В.Ю. *Математические модели управления качеством продукции на этапе планирования производства // Проблемы управления.* – 2011. – №4. – С. 60–67.
  10. SAN R.K., STIGLITZ J.E. *The Committees, Hierarchies and Polyarchies // The Economic Journal.* – 1988. – Vol. 98. – No. 391. – P. 451–470.

## MODELS OF COLLECTIVE DECISION-MAKING IN PRODUCTION

**Artem Vozhakov**, Motovilikhinskiye Zavody, Perm, *Cand.Sc.*,  
([vozhakov@ya.ru](mailto:vozhakov@ya.ru))

**Mikhail Gitman**, Perm National Research Polytechnic University,  
Perm, Doctor of Science, professor ([mgiman@netzero.net](mailto:mgiman@netzero.net))

**Yaleriy Stolbov**, Perm National Research Polytechnic University,  
Perm, Doctor of Science, professor ([valeriy.stolbov@gmail.com](mailto:valeriy.stolbov@gmail.com))

*Abstract: Four models of collective decision-making are considered. The models are based on the comparison of alternatives and on the expert group selection. A committee is considered to be an organizational form of expert work. The models are compared in an illustrative example of the best production plan selection in an industrial company.*

Keywords: models of adoption of the collective decision, set of alternatives, private indicators of quality, preference of experts.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Ф.Т. Алескеровым*

*Поступила в редакцию 21.04.2015.  
Опубликована 30.11.2015.*