

УДК 519.865 + 339.13

ББК 22.18 + 65.42

## **ИСТИННОЕ И ЛОЖНОЕ ИНФОРМАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ В МОДЕЛИ ТОРГОВОЙ СИСТЕМЫ**

**Алгазин Г. И.<sup>1</sup>, Алгазина Ю. Г.<sup>2</sup>**

*(Алтайский государственный университет, г. Барнаул)*

*Формулируются и исследуются условия существования информационного равновесия на товарном конкурентном рынке при предположениях о ложной взаимной информированности конкурентов. Базовой является модель многоагентной торговой сети «центр (производитель) – агенты (посредники) – потребители» с линейными обратной функцией спроса и функциями затрат, в которой агенты могут действовать по Курно или Штакельбергу. В качестве возможного информационного воздействия на агенты центр использует раскрытие информации о своей целевой функции. Приводится обсуждение полученных результатов.*

Ключевые слова: торговая сеть, рефлексивная игра, ложная информированность, информационное равновесие, равновесие Курно, равновесие и неравновесие Штакельберга, информационное воздействие.

### **1. Введение**

В рыночных системах принятие решения каждым агентом тесно связано с его информированностью, информированностью и поведением конкурентов. В соответствующих теоретико-игровых моделях вводятся определенные предположения о

---

<sup>1</sup> Геннадий Иванович Алгазин, доктор физико-математических наук, профессор (algaz46@yandex.ru).

<sup>2</sup> Юлия Геннадьевна Алгазина, кандидат экономических наук, доцент (algazina@inbox.ru).

взаимной информированности агентов и принципах принятия ими решений.

Каноническими для игры в нормальной форме считаются предположения о наличии общего знания описания игры среди агентов и выбора ими концепции равновесия Нэша. Имеются существенные теоретические основания для изучения моделей, в которых эти предположения неприемлемы, позволяющих учитывать неполную информированность (в том числе ложную) агентов. Исследования, основанные на экспериментах, также свидетельствуют о том, что в играх в нормальной форме агенты при поиске равновесия нередко ограничены в своих когнитивных возможностях и не всегда могут располагать необходимыми вычислительными, коммуникационными и другими ресурсами. В литературе по теории игр такая ситуация также носит название ограниченной рациональности [5, 6, 8, 10, 11].

Одним из методов теоретико-игрового моделирования являются рефлексивные игры, в которых информированность игроков не является общим знанием. Так, например, могут не являться общими знания относительно множества агентов, их множеств допустимых действий, целевых функций и принципов поведения. Рефлексивные игры нашли успешное применение в моделировании и исследовании взаимодействия агентов, в том числе и на конкурентных рынках [1, 3–8].

Так, в работе [8] рассматриваются модели рефлексивного коллективного поведения на рынке олигополии Курно. Полагается, что в этих моделях агенты-производители выбирают объемы производства и имеют квадратичные функции издержек. В рамках модели информационной рефлексии, когда неопределенным параметром является «тип агента», показано, что, наблюдая выбираемые действия, агенты могут в динамике прийти к истинному информационному равновесию. В модели стратегической рефлексии анализируется динамика действий агентов и исследуется зависимость суммарного объема выпуска от числа рефлексорирующих агентов с соответствующим рангом рефлексии. Показано, что в данной модели олигополии Курно введение рефлексорирующих агентов позволяет увеличить суммарный объем производства и/или реализовать его Парето-эффективное значение.

В работе [5] также рассматривается модель стратегической рефлексии на рынке олигополии Курно. В ней также агенты, являющиеся производителями, выбирают объемы выпуска и имеют квадратичные затраты на производство. Рассматривается возможность управления рыночной ценой с помощью варьирования распределения агентов по уровням рефлексии. Исследуются свойства оптимальных управлений и доказываемся, что эффективная рыночная цена всегда достижима с помощью рефлексивного управления.

Рефлексивное управление сетевым взаимодействием на конкурентном рынке Курно представлено и в исследованиях моделей олигополии для линейных функций затрат и обратной функции спроса [1]. В задаче информационной рефлексии рассмотрен случай точечной структуры информированности агентов о параметре спроса и поиск решений в соответствующей рефлексивной игре. В задаче стратегической рефлексии представлен сравнительный анализ эффективности различных концепций распределения ролей между агентами сети при предположениях о наличии общего знания описания игры среди них. Условия существования стабильного информационного равновесия с агентами, действующими по Курно, обсуждаются в работе [3].

Также в классе линейных функций спроса и издержек фирм для случая общего знания исследуется проблема статического равновесия Курно–Нэша с использованием некооперативных рефлексивных игр различных порядков [4]. Проведен анализ и получены условия сходимости к равновесию процессов стратегических рефлексивных игр одновременного, последовательно и последовательно-группового порядка.

В работе [7] обосновывается возможность и целесообразность использования аппарата рефлексивных игр для решения задач описания и изменения совместно принимаемых решений участников эколого-экономических систем. Экономические агенты в условиях конкуренции выбирают объемы производства и имеют квадратичные функции издержек. Агенты подвергаются штрафами за загрязнение окружающей среды, которые отражены в их целевых функциях. Неопределенными параметрами являются «число агентов на рынке» и «тип агента». Получены

свойства информационных равновесий и рекомендации по информационному воздействию на агентов, изменяющих их индивидуальную и/или взаимную информированность.

Проведенный обзор работ свидетельствует, что взаимная информированность участников конкурентных рынков существенным образом влияет на совместно принимаемые ими решения, и, имея возможность воздействия на эту информированность, можно целенаправленно изменять равновесные состояния подобных систем. Это подтверждает актуальность исследования соответствующих рефлексивных моделей для теории и практики конкурентных рынков.

В данной статье рассмотрено применение подходов рефлексивных игр к исследованию модели многоагентной торговой сети «центр (производитель) – агенты (посредники) – потребители» с линейными функциями затрат и обратной функции спроса при различных предположениях об информированности и поведении конкурентов.

При ложных предположениях агента (когда агент заблуждается относительно условий игры, но сам не знает об этом) полученный им результат может оказаться для него неожиданным, а может соответствовать ожидаемому. Если второе выполняется для всех агентов, то имеет место ложное информационное равновесие, так как у них нет оснований сомневаться в правильности своих представлений и принятых решениях. Равновесие, основанное на адекватных представлениях о реальности всех агентов, определяется как истинное [7, 8]. В данной статье полагается, что агенты при принятии решений имеют неверные представления о числе и затратах других агентов. В частности, агенты зачастую скрывают друг от друга свои истинные издержки, более того, агенты могут даже не подозревать о существовании некоторых своих конкурентов.

В статье формулируются и исследуются условия существования истинного и ложного информационного равновесия в модели товарного рынка с центром при следующих предположениях о поведении конкурентов: 1) все агенты (посредники) действуют по Курно; 2) первый агент действует по Штакельбергу, остальные – по Курно; 3) все агенты действуют по Штакельбергу. Также рассмотрены возможность и целесообразность

информационного воздействия центра посредством наделения агентов дополнительными знаниями о своей целевой функции.

## 2. Базовая модель торговой системы

Приведем краткое описание модели согласно работе [2].

Рассматривается фрагмент рынка однородного товара, состоящего из одного его производителя и  $h$  торговых посредников, конкурирующих объемами реализации товара. Посредник продает потребителю товар по цене  $p$ , покупая его у производителя по цене  $(1 - k)p$ . Таким образом, величина  $kp$  есть разница между ценой спроса и ценой предложения на этом рынке. Эта разница и формирует доход посредника.

Полагается следующая последовательность ходов участников рынка. Производитель имеет возможность влиять на выбор посредников через параметр  $k$  и делает ход первым. Его ход состоит в выборе и сообщении посредникам значения параметра  $k \in (0, 1]$ . Вторым ходом каждый посредник при заданном значении этого параметра одновременно с другими и независимо от них определяет свой объем  $q_r$  ( $r = 1, \dots, h$ ) подлежащего реализации товара потребителям и сообщает его производителю. Товар производится уже после того как все посредники сделали свои заявки; считается, что весь заявленный, а затем закупаемый у производителя товар будет ими реализован по единой рыночной цене, которая зависит от совокупного объема производимого и реализованного на рынке товара  $Q = \sum_{r=1}^h q_r$ . После чего производитель и посредники оценивают полученный выигрыш. В итоге выигрыши производителя и  $r$ -го посредника составят  $\Pi(p, Q, k)$  и  $R_r(p, q_r, k)$  соответственно.

Полагается также, что посредники выбирают объемы реализации так, чтобы максимизировать их прибыль. Поскольку выбор каждого посредника зависит от того, как будут действовать другие посредники, он должен делать те или иные предположения относительно их поведения. Аналогично производитель выбором параметра  $k$  стремится максимизировать собственную прибыль, которая зависит от выбора посредников. Поэтому при решении своей задачи управления (посредством

параметра  $k$ ) производителю также следует делать собственные предположения (решение этой задачи в статье не представлено и при определенных предположениях может быть рассмотрено на основе стратегий  $\Gamma_1$  [2]).

В соответствующей базовой модели рынка интересы сторон представляются в виде целевых установок на максимизацию их прибыли:

– фирмы-производителя:

$$(1) \quad \Pi(p, Q, k) = (1 - k) \cdot p \cdot Q - \varphi(Q) \rightarrow \max_k,$$

$$k \in (0, 1];$$

– посредника  $r$ :

$$(2) \quad R_r(p, q_r, k) = k \cdot p \cdot q_r - \varphi_r(q_r) \rightarrow \max_{q_r},$$

$$q_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, h.$$

Здесь  $q_r$  – это действие посредника  $r$ , представляющее объем реализованного им товара потребителям;  $Q = \sum_{r=1}^h q_r$  – объем производимого товара, который затем полностью реализуется через посредников на рынке;  $\varphi(\cdot)$  – функция затрат производителя, а  $\varphi_r(\cdot)$  – функции затрат посредников.

Будем полагать, что и функции затрат, и цена продукции определяются следующими выражениями [1–5, 8, 9]:

$$(3) \quad \varphi(Q) = c \cdot Q + d,$$

$$(4) \quad \varphi_r(q_r) = c_r \cdot q_r + d_r, \quad r = 1, \dots, h;$$

$$(5) \quad p(Q) = a - b \cdot Q.$$

Здесь цена продукции – линейная функция объема выпуска производителем;  $b$  – снижение цены при увеличении на единицу общего выпуска фирмой-производителем; издержки фирм ( $\varphi$  и  $\varphi_r$ ) являются также линейными функциями, а  $c$  и  $c_r$  – предельные переменные издержки;  $d$  и  $d_r$  – постоянные издержки производителя и посредников соответственно. Слагаемые-константы  $d$  и  $d_r$  не будут оказывать влияния на решение задач оптимизации торговой системы.

Исходя из теоретико-игровой интерпретации ролей, которые играют производитель и посредники в торговой цепочке «производитель – посредники – потребители», будем их далее

называть также центром и агентами соответственно. Считается, что если суммарный объем превышает емкость рынка или равен ей ( $Q \geq a/b$ ), т.е.  $p \leq 0$ , агенты несут потери в объеме полных издержек (4).

В модели конъюнктура рынка определяется параметрами центра, спроса, издержек агентов, а также числом конкурирующих агентов. При определенных значениях этих параметрах не все из агентов имеют возможность осуществлять ненулевой объем реализации. Такие агенты уходят с рынка. По этой и ряду других возможных причин оставшиеся на рынке агенты могут не располагать достоверной информацией об истинном числе конкурентов и их затратах.

### 3. Информационное равновесие в модели Курно

Рыночная цена и прибыль каждого посредника зависит от неизвестного суммарного объема сделок купли-продажи конкурентов. Поэтому при определении своей рыночной стратегии посреднику необходимо принимать в расчет поведение конкурентов.

Будем использовать предположение Курно относительно объемов сделок купли-продажи: каждый посредник действует так, как будто он не ожидает от своих конкурентов изменения объемов сделок, даже если он сам сделает это.

Формально предположение Курно можно записать в виде соотношений

$$(6) \quad \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_r} = 0, \quad r = 1, \dots, h,$$

где обозначено  $Q_{-r} = \sum_{j \neq r} q_j$ .

Пусть выражения (1)–(5) и все их параметры являются общим знанием среди агентов.

Тогда, используя условия (6), можно получить для базовой модели (1)–(5) аналитические выражения показателей функционирования конкурентного рынка Курно. Для нас будут представлять интерес аналитические выражения следующих показателей при полной информированности агентов [2].

Значение рыночной цены товара (услуг), которое задается выражением

$$(7) \quad p^K = \frac{1}{h+1} \left( a + \frac{\sum_{j=1}^h c_j}{k} \right).$$

Оптимальный объем реализованного товара агентом задается формулой

$$(8) \quad q_r^K = \frac{k}{(h+1)b} \left( a + \frac{\sum_{j=1}^h c_j - (h+1)c_r}{k} \right), \quad r = 1, \dots, h.$$

Имеем следующее выражение для прибыли агента:

$$(9) \quad R_r^K = \frac{k}{(h+1)^2 b} \left( a + \frac{\sum_{j=1}^h c_j - (h+1)c_r}{k} \right)^2 - d_r, \quad r = 1, \dots, h.$$

Здесь показатели рынка Курно отмечены верхним индексом «K».

Полагаем, что в формуле (8) объем реализации не может быть отрицательным. С точки зрения экономических ограничений агенты, для которых  $q_r^K < 0$ , не конкурентоспособны в равновесии Курно [4]. Для таких агентов цена ниже их предельных издержек, отнесенных к параметру  $k$ : из условия  $q_r^K < 0$  и формулы (7) имеем неравенство  $p^K < c_r / k$ . Это означает, что в равновесии Курно имеются экономические ограничения конкурентоспособности на издержки каждого агента, определяющие возможность осуществлять в состоянии равновесия ненулевой объем реализации. Естественно считать, что неконкурентоспособные агенты выбирают нулевой объем реализации и уходят с рынка. А на рынке остаются и участвуют в равновесии Курно только те агенты, для которых будет выполнено условие

$$c_r < \frac{k}{h} \left( a + \frac{\sum_{j \neq r} c_j}{k} \right).$$

Примечания: 1) конкурентоспособный агент в состоянии истинного равновесия Курно будет одновременно конкурентоспособным в состоянии ложного равновесия (в рамках вводи-

мых в данной статье предположений об информированности агентов), как следует, например, далее из (12) или (13), и наоборот; 2) аналогичный вывод справедлив и для равновесия и неравновесия Штакельберга (раздел 4, соотношения (22) или (23) и (24), и раздел 5, соотношения (33)).

Рассмотрим возможную информированность оставшихся агентов относительно их количества  $h$  (не ограничивая общности считаем, что на рынке остались  $h$  агентов) и затрат  $c_r$ . Обозначим  $\Sigma = \sum_{r=1}^h c_r$ . Допустим, что представления агентов могут быть ложными и  $r$ -й агент считает, что их общее число составляет  $\tilde{h}_r$ , а суммарные предельные переменные затраты составляют  $\tilde{\Sigma}_r$ . Тогда каждый из агентов рассчитывает на следующий размер своей прибыли:

$$(10) \quad \tilde{R}_r^K = \frac{k}{(\tilde{h}_r + 1)^2 b} \left( a + \frac{\tilde{\Sigma}_r - (\tilde{h}_r + 1)c_r}{k} \right)^2 - d_r.$$

Здесь учтено, что агент не заблуждается относительно своих собственных затрат  $c_r$ .

Если агент считает истинными значениями количества агентов и их затраты, то информационное равновесие будет стабильным [8] при выполнении условия совпадения значения целевой функции агента по (9) с его ожиданиями по (10), т.е.

$$\frac{1}{h+1} \cdot \left( a + \frac{\Sigma - (h+1)c_r}{k} \right) = \frac{1}{\tilde{h}_r + 1} \cdot \left( a + \frac{\tilde{\Sigma}_r - (\tilde{h}_r + 1)c_r}{k} \right).$$

Отсюда

$$(11) \quad \frac{1}{h+1} \cdot \left( a + \frac{\Sigma}{k} \right) = \frac{1}{\tilde{h}_r + 1} \cdot \left( a + \frac{\tilde{\Sigma}_r}{k} \right).$$

При выполнении равенства (11) ни один из агентов не имеет оснований усомниться в правильности своих представлений, так как его прибыль по выражениям (9) и (10) совпадает. Из (11) следует также, что для агентов важно представление о суммарных затратах всех агентов, а не затратах отдельных агентов. Кроме того, для того чтобы информационное равновесие было

стабильным, необходимо, чтобы одновременно либо  $h > \tilde{h}_r$  и  $\Sigma > \tilde{\Sigma}_r$ , либо  $h < \tilde{h}_r$  и  $\Sigma < \tilde{\Sigma}_r$ .

Условие (11) означает совпадение истинной цены (7) и ожидаемой каждым агентом цены, т. е.

$$(12) \quad p^K = \tilde{p}_r^K,$$

а также совпадение истинного объема (8) реализованного товара агентом потребителям и ожидаемого объема:

$$(13) \quad q_r^K = \tilde{q}_r^K.$$

Нетрудно показать, что справедливо и обратное утверждение: если для представлений агентов выполняются (11), то информационное равновесие является стабильным.

Таким образом, для того чтобы информационное равновесие являлось стабильным при любом (в том числе ложном) представлении агентов об их общем числе  $h$  и суммарных затратах, необходимо и достаточно выполнение условий (11). Вместо (11) можно требовать выполнение условий (12) или (13).

Теперь перейдем к задаче информационного управления агентами. В связи с этим отметим, что для принятия решения по Курно у агентов не было никакой необходимости знать прибыль центра. Пусть теперь рефлексивное управление центра строится с учетом того, что он наделяет агентов дополнительными знаниями о своей целевой функции и это является общим знанием среди них и центра. С учетом этих предположений оценим разность  $\Pi^K - \tilde{\Pi}_r^K$ . Поскольку в состоянии истинного и ложного информационного равновесия агенты выбирают одно и то же действие (13), то  $Q^K = \tilde{Q}_r^K$  (это равенство следует также из (5) и (12)) и

$$\Pi^K - \tilde{\Pi}_r^K = (1-k) \cdot p^K \cdot Q^K - \phi(Q^K) - (1-k) \cdot \tilde{p}_r^K \cdot \tilde{Q}_r^K + \phi(\tilde{Q}_r^K) = 0.$$

Таким образом, в модели (1)–(5) при оговоренных выше представлениях агентов о числе агентов в сети, их затратах и целевой функции центра любое стабильное информационное равновесие, в том числе и ложное, дает равенство истинной и ожидаемой ими прибыли центра. Поэтому в данном случае у агентов отсутствуют основания усомниться в своей информированности.

Теперь рассмотрим модификацию целевой функции центра вида

$$\Pi(p, Q, k) = (1 - k) \cdot p \cdot Q - \phi(Q) - \Phi(h),$$

в которую дополнительно введем строго возрастающую функцию  $\Phi(\cdot)$ , определяющую затраты центра на поддержание своей сети посредников. Тогда  $\Pi^K - \tilde{\Pi}_r^K = \Phi(\tilde{h}_r) - \Phi(h)$ , т.е. истинное и ожидаемое по представлениям агентов значения прибыли центра уже не совпадают. Так, если  $h > \tilde{h}_r$ , то  $\Pi^K < \tilde{\Pi}_r^K$ ; и наоборот, при  $h < \tilde{h}_r$  будет  $\Pi^K > \tilde{\Pi}_r^K$ . Поэтому при различии истинной и ожидаемой прибыли центра у агентов могут возникнуть сомнения в правильности своих представлений и действий (в данном случае на оценку прибыли центра влияют только представления агентов о параметре  $h$ ). Эти обстоятельства следует учитывать центру при определении своей политики информационного управления агентами.

#### **4. Информационное равновесие в модели Курно с агентом Штакельберга**

Один из агентов занимает лидирующее положение среди остальных агентов так, что он, выбирая свою активность (объем выпуска), точно знает реакцию (уровень активности) на его выбор остальных агентов. Агента, выбирающего свои действия по такому правилу, называют фирмой Штакельберга. Остальные агенты, как и раньше, максимизируют собственную прибыль, основываясь на предположении Курно о неменяющейся активности других агентов. Такая ситуация называется равновесием по Штакельбергу.

Пусть первый агент придерживается предположений Штакельберга, тогда для базовой линейной модели взаимодействия (1)–(5) будем иметь

$$(14) \quad \frac{\partial Q_{-1}}{\partial q_i} = -\frac{n-1}{n}.$$

Пусть также остальные агенты ( $r = 2, \dots, h$ ) действуют в рамках предположений Курно. Тогда для этих агентов имеет место условие (6).

Если все агенты имеют правильные представления, то аналитические выражения для цены, прибыли агентов и объемов реализованного товара агентами будут, соответственно, иметь следующий вид [2]:

$$(15) p^S = \frac{1}{2h} \cdot \left( a + \frac{\Sigma + (h-1)c_1}{k} \right);$$

$$(16) R_1^S = \frac{k}{4hb} \cdot \left( a + \frac{\Sigma - (h+1)c_1}{k} \right)^2 - d_1;$$

$$(17) R_r^S = \frac{k}{4h^2b} \cdot \left( a + \frac{\Sigma - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right)^2 - d_r, \quad r = 2, \dots, h;$$

$$(18) q_1^S = \frac{1}{2b} \left( a + \frac{\Sigma - (h+1)c_1}{k} \right);$$

$$(19) q_r^S = \frac{1}{2hb} \left( a + \frac{\Sigma - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right), \quad r = 2, \dots, h;$$

$$(20) Q^S = \frac{1}{2hb} \cdot \left( (2h-1)a - \frac{\Sigma + (h-1)c_1}{k} \right).$$

Верхний индекс «S» означает, что показатель (критерий) относится к рынку в состоянии равновесия по Штакельбергу.

Как и в разделе 3, полагаем, что в равновесии участвуют только агенты, для которых  $q_r^S > 0$ . Для первого агента по (18) это условие означает, что

$$c_1 < \frac{k}{h} \left( a + \frac{\sum_{j \neq 1} c_j}{k} \right),$$

для остальных конкурентоспособных агентов, согласно (19),

$$c_r < \frac{k}{2h-1} \left( a + \frac{\sum_{j \neq r} c_j + (h-1)c_1}{k} \right).$$

Из последних неравенств с учетом (15) для всех конкурентоспособных агентов (включая первого) в состоянии равновесия следует соотношение  $p^S > c_r / k$ .

Допустим тот же порядок функционирования торговой системы, как и в предыдущем разделе. Пусть также представления

всех агентов могут быть ложными и  $r$ -й агент считает, что их общее число составляет  $\tilde{h}_r$ , а суммарные затраты всех агентов (вместе с первым) составляют  $\tilde{\Sigma}_r$ . Кроме того, пусть агенты, действующие по Курно, считают, что затраты первого агента составляют  $\tilde{c}_{1r}$ . Естественно полагать, что все агенты правильно оценивают собственные предельные переменные издержки.

Тогда ложное равновесие Штакельберга (или Курно–Нэша) является стабильным при выполнении условий  $R_r^S = \tilde{R}_r^S$  ( $r = 2, \dots, h$ ), т.е. для агентов Курно

$$\frac{1}{h} \cdot \left( a + \frac{\Sigma - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right) = \frac{1}{\tilde{h}_r} \cdot \left( a + \frac{\tilde{\Sigma}_r - 2\tilde{h}_r c_r + (\tilde{h}_r - 1)\tilde{c}_{1r}}{k} \right).$$

Или

$$(21) \quad \frac{1}{h} \cdot \left( a + \frac{\Sigma + (h-1)c_1}{k} \right) = \frac{1}{\tilde{h}_r} \cdot \left( a + \frac{\tilde{\Sigma}_r + (\tilde{h}_r - 1)\tilde{c}_{1r}}{k} \right).$$

Последнее условие означает равенство истинной и ложной цены:

$$(22) \quad p^S = \tilde{p}_r^S, \quad r = 2, \dots, h.$$

а также по (19) равенство истинного и ожидаемого объема реализованного агентами Курно товара потребителям:

$$(23) \quad q_r^S = \tilde{q}_r^S, \quad r = 2, \dots, h.$$

Ложное равновесие является стабильным для первого агента, если  $R_1^S = \tilde{R}_1^S$ , т.е. для агента Штакельберга согласно (16) и

$$(18) \quad \text{имеем } R_1^S - \tilde{R}_1^S = kb \left[ \frac{(q_1^S)^2}{h} - \frac{(\tilde{q}_1^S)^2}{\tilde{h}_1} \right] = 0 \text{ и}$$

$$(24) \quad \frac{q_1^S}{\sqrt{h}} = \frac{\tilde{q}_1^S}{\sqrt{\tilde{h}_1}}.$$

Нетрудно также показать, что при выполнении условий (23) и (24) будут совпадать прибыли агентов, соответствующие их правильной и ложной информированности. Таким образом, для того чтобы информационное равновесие являлось стабильным при ложном представлении агентов об их общем числе и их

суммарных предельных переменных затратах, необходимо и достаточно выполнение условий (23) (или (21) или (22)) и (24).

Пусть опять рефлексивное управление центра строится с учетом того, что он наделяет агенты дополнительными знаниями о своей целевой функции и это является общим знанием среди них и центра.

Поскольку в состоянии истинного и ложного информационного равновесия агентов цена продукта совпадает, по (5) и (12) имеем  $Q^S = \tilde{Q}_r^S$ ,  $r = 2, \dots, h$ . Тогда с учетом (1), (3) и (5) имеем

$$(25) \quad \Pi^S - \tilde{\Pi}_r^S = 0, \quad r = 2, \dots, h.$$

Поэтому для агентов Курно разница между прибылью центра для истинного и ложного равновесия Штакельберга оказалась равной нулю, как и для равновесия по Курно в разделе 3.

Теперь покажем, как заблуждения агента Штакельберга относительно условий игры могут влиять на его оценку прибыли центра.

Прежде всего отметим равенство

$$Q^S = \frac{1}{b} \cdot \left( a - \frac{c_1}{k} \right) - \frac{q_1^S}{h},$$

которое, например, следует из (18) и (20). Соответственно,

$$\tilde{Q}_1^S = \frac{1}{b} \cdot \left( a - \frac{c_1}{k} \right) - \frac{\tilde{q}_1^S}{\tilde{h}_1}.$$

Тогда с учетом (24) имеем

$$Q^S - \tilde{Q}_1^S = \frac{q_1^S}{\sqrt{h}} \left( \frac{1}{\sqrt{\tilde{h}_1}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right) \text{ и}$$

$$Q^S + \tilde{Q}_1^S = \frac{2}{b} \cdot \left( a - \frac{c_1}{k} \right) - \frac{q_1^S}{h} - \frac{q_1^S}{\sqrt{h} \cdot \sqrt{\tilde{h}_1}}.$$

Согласно (1), (3) и (5) имеем

$$(26) \quad \begin{aligned} \Pi^S - \tilde{\Pi}_1^S &= (1-k) \cdot (a - bQ^S) \cdot Q^S - cQ^S - \\ &= -(1-k) \cdot (a - b\tilde{Q}_1^S) \cdot \tilde{Q}_1^S + c\tilde{Q}_1^S = \\ &= (Q^S - \tilde{Q}_1^S) \cdot \left[ (1-k) \cdot (a - b(Q^S + \tilde{Q}_1^S)) - c \right]. \end{aligned}$$

Здесь при  $\tilde{h} \neq h$  будет  $Q^S - \tilde{Q}_1^S \neq 0$ . Теперь допустим, что  $(1-k) \cdot (a - b(Q^S + \tilde{Q}_1^S)) - c = 0$ . Тогда из этого равенства получаем единственное значение  $\tilde{h} \neq h$ , которое обращает в ноль выражение (26) (здесь  $q_1^S$  определяется по (18)):

$$\tilde{h}_1 = \frac{4b^2 h (q_1^S)^2}{\left[ 2h \cdot \left( a + \frac{c}{1-k} \right) - \left( a + \frac{\Sigma + (h-1)c_1}{k} \right) \right]^2}.$$

Поэтому в остальных случаях у первого агента, располагающего информацией о целевой функции центра, могут возникнуть сомнения в правильности своих представлений и действий.

Можно сделать выводы, аналогичные тем, что были ранее, для случая, когда центр несет затраты  $\Phi(\cdot)$ , связанные с поддержанием своей сети посредников.

### **5. Информационное равновесие в модели торговой системы только с агентами Штакельберга**

Все фирмы-агенты действуют по Штакельбергу, т.е. каждая фирма считает, что все другие действуют по Курно. Такая ситуация называется неравновесием по Штакельбергу.

В этом случае для решения по базовой модели (1)–(5) будут выполняться соотношения:

$$(27) \quad \frac{\partial Q_r}{\partial q_r} = -\frac{h-1}{h} \quad \text{при } r = 1, \dots, h.$$

При правильных представлениях агентов об условиях игровой ситуации с учетом (27) можно получить следующие аналитические выражения для рыночной цены, объем реализации и прибыли агентов, а также суммарного объема реализации [2]:

$$(28) \quad p^{\bar{s}} = \frac{1}{h^2 + 1} \cdot \left( a + \frac{h \cdot \Sigma}{k} \right);$$

$$(29) \quad q_r^{\bar{S}} = \frac{h}{(h^2 + 1) \cdot b} \cdot \left( a + \frac{h \cdot \Sigma - (h^2 + 1)c_r}{k} \right), \quad r = 1, \dots, h;$$

$$(30) \quad R_r^{\bar{S}} = \frac{hk}{(h^2 + 1)^2 \cdot b} \left( a + \frac{h \cdot \Sigma - (h^2 + 1)c_r}{k} \right)^2 - d_r, \quad r = 1, \dots, h;$$

$$(31) \quad Q^{\bar{S}} = \frac{h}{(h^2 + 1) \cdot b} \cdot \left( ha - \frac{\Sigma}{k} \right).$$

Эти показатели торговой системы в состоянии неравновесия Штакельберга отмечены верхним индексом « $\bar{S}$ ».

Также считаем, что с рынка вытесняются агенты, имеющие в состоянии неравновесия Штакельберга отрицательный объем реализации. На рынке остаются только конкурентоспособные агенты, для которых по (29)

$$c_r < \frac{k}{h^2 - h + 1} \left( a + \frac{h \cdot \sum_{j \neq r} c_j}{k} \right).$$

С учетом (28) для них будут выполняться и соотношения  $p^{\bar{S}} > c_r/k$ .

Предполагаем прежние условия относительно информированности агентов.

Допустим, что для сети выполнены условия стабильного информационного равновесия  $R_r^{\bar{S}} = \tilde{R}_r^{\bar{S}}$ ,  $r = 1, \dots, h$ . Тогда

$$(32) \quad \begin{aligned} & \frac{\sqrt{h}}{h^2 + 1} \cdot \left( a + \frac{h \cdot \Sigma - (h^2 + 1)c_r}{k} \right) = \\ & = \frac{\sqrt{\tilde{h}_r}}{\tilde{h}_r^2 + 1} \cdot \left( a + \frac{\tilde{h}_r \cdot \tilde{\Sigma}_r - (\tilde{h}_r^2 + 1)c_r}{k} \right). \end{aligned}$$

С учетом (29) необходимое и достаточное условие стабильности информационного равновесия можно переписать в виде

$$(33) \quad \frac{q_r^{\bar{S}}}{\sqrt{h}} = \frac{\tilde{q}_r^{\bar{S}}}{\sqrt{\tilde{h}_r}}, \quad r = 1, \dots, h.$$

В качестве информационного воздействия центра на агентов может выступать раскрытие им информации о своей целевой функции. Прежде всего отметим равенства

$$Q^{\bar{s}} = \frac{1}{b} \cdot \left( a - \frac{c_r}{k} \right) - \frac{q_r^{\bar{s}}}{h} \text{ и}$$

$$\tilde{Q}_r^{\bar{s}} = \frac{1}{b} \cdot \left( a - \frac{c_r}{k} \right) - \frac{\tilde{q}_r^{\bar{s}}}{\tilde{h}_r} \quad (r = 1, \dots, h),$$

которые, в частности, следуют из (29) и (31). Поэтому анализ этой ситуации для каждого агента повторяет уже проведенный в разделе 3 для первого агента.

Пусть все агенты имеют одно и то же ложное представление (являющееся для них общим знанием): каждый из агентов считает, что их общее число составляет  $\tilde{h}$ , суммарные затраты составляют  $\tilde{\Sigma}$ .

Преобразуем выражение (32) к виду:

$$(34) \quad \frac{\sqrt{h}}{h^2 + 1} \cdot \left( a + \frac{h \cdot \Sigma}{k} \right) - \frac{\sqrt{h}}{h^2 + 1} \cdot \left( a + \frac{\tilde{h} \cdot \tilde{\Sigma}}{k} \right) = \frac{(\sqrt{h} - \sqrt{\tilde{h}})c_r}{k}.$$

Отсюда видно, что стабильное информационное равновесие может иметь место только при равенстве всех  $c_r$ ,  $r = 1, \dots, h$ , т.е.

$$c_r = c = \frac{\Sigma}{h}.$$

Далее, каждый агент правильно оценивает свои предельные переменные издержки и поэтому

$$\frac{\tilde{\Sigma}}{\tilde{h}} = \tilde{c} = \tilde{c}_r = c.$$

Тогда по (32) имеем

$$\frac{\sqrt{h}}{h^2 + 1} = \frac{\sqrt{\tilde{h}}}{\tilde{h}^2 + 1}.$$

Функция  $\frac{\sqrt{h}}{h^2 + 1}$  уже при  $h \geq 2$  монотонно убывает. Поэтому последнее равенство возможно только при  $h = \tilde{h}$ . Что доказыва-

ет невозможность ложного информационного равновесия для торговой системы, состоящей только из агентов Штакельберга, имеющих одно и то же ложное представление об их общем числе и суммарных затратах.

## **6. Заключение**

В статье на модели торговой системы «центр (производитель) – агенты (посредники) – потребители» с применением рефлексивных игр показана важность изучения влияния поведения и взаимной информированности участников, а также информационного воздействия на выбор ими равновесных решений. Рассмотрены следующие концепции поведения участников на конкурентном рынке: 1) все агенты (посредники) действуют по Курно; 2) первый агент действует по Штакельбергу, остальные – по Курно; 3) все агенты действуют по Штакельбергу. В них учтено влияние экономических ограничений конкурентоспособности агентов на равновесие.

В статье формулируются и исследуются условия существования стабильного информационного равновесия при ложных предположениях агентов о затратах конкурентов и их числе. Показано, что для агентов, действующих по Курно, необходимым и достаточным условием стабильности информационного равновесия является равенство ожидаемых агентом цен истинной цене продукта (или равенство ожидаемых объемов реализованного продукта потребителям агентом (посредником) истинному объему). Под истинной ценой (истинным объемом) понимается основанная на адекватных представлениях о реальности всех агентов цена, соответствующая выбору ими равновесия Курно–Нэша. Также получены необходимые и достаточные условия стабильности информационного равновесия для агентов, действующих по Штакельбергу. Показано также, что в модели поведения всех агентов по Штакельбергу не существует стабильного информационного равновесия, если агенты имеют одно и то же ложное представление об их общем числе и суммарных затратах.

Рассмотрено влияние информационного воздействия центра на агентов, состоящее в раскрытии информации о своей целевой

функции, на оценку ими правильности своих представлений и действий.

### Литература

1. АЛГАЗИН Г.И., АЛГАЗИНА Д.Г. *Моделирование сетевого взаимодействия на конкурентных рынках* // Управление большими системами. – 2013. – №43. – С. 172–216.
2. АЛГАЗИН Г.И., АЛГАЗИНА Ю.Г. *Моделирование поведения экономических агентов в системе «производитель–посредник–конкурентный рынок»* // Управление большими системами. – 2011. – №32. – С. 83–108.
3. АЛГАЗИН Г.И., АЛГАЗИНА Ю.Г. *Информационное равновесие в модели Курно торговой системы* // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования: сборник научных статей. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2015. – С. 807–811.
4. ДЮСУШЕ О.М. *Статическое равновесие Курно–Нэша и рефлексивные игры олигополии: случай линейных функций спроса и издержек* // Экономический журнал ВШЭ. – 2006. – №1. – С. 3–32.
5. КОРЕПАНОВ В.О. *Управление рефлексивным поведением агентов в модели олигополии Курно* // Управление большими системами. – 2010. – №31. – С. 225–249.
6. НОВИКОВ Д.А. *Модели стратегической рефлексии* // Автоматика и телемеханика. – 2012. – №1. – С. 3–18.
7. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Модели рефлексивных игр в задачах управления эколого–экономическими системами* // Управление большими системами. – 2015. – №55. – С. 362–372.
8. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексия и управление: математические модели.* – М.: Издательство физ.-мат. лит-ры, 2013. – 412 с.
9. HEGJI S.E., MOORE E.C. *On the Economics of Manufactures and Dealers: A Reexamination* // Southwestern Economic Review. – 2006. – P. 107–120.

10. KAHNEMAN D. *Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics* // The American Economic Review. – 2003. – Vol. 93, No. 5. – P. 1449–1475.
11. SIMON H.A., EGIDI M., MARRIS R., VIALE R. *Economics, Bounded Rationality and Cognitive Revolution* / Edited by M. Egidi and R. Marris. – Brookfield, VT: Edward Elgar, 1992. – 232 p.

## TRUE AND FALSE INFORMATION EQUILIBRIUM IN THE MODEL OF TRADING SYSTEM

**Gennady Algazin**, Altai State University, Barnaul, Doctor of Science, professor (algaz46@yandex.ru).

**Julia Algazina**, Altai State University, Barnaul, Cand.Sc. associated professor (algazina@inbox.ru).

*Abstract: The paper formulates and investigates the conditions for the existence of informative equilibrium in competitive commodity market under the assumptions of a wrong mutual awareness among competitors. Our framework is a multi-agent model of the trading network “center (manufacturer) – agents (mediators) – consumers” with linear inverse demand function and cost functions, and agents can act either by Cournot or Stackelberg. The center reveals the information about its objective function as an information impact on agents. The obtained results are discussed.*

Keywords: trading network, reflexive game, imperfect information, information equilibrium, Cournot equilibrium, Stackelberg equilibrium and disequilibrium, information impact.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.Г. Чхартишвили.*

*Поступила в редакцию 22.11.2015.  
Опубликована 31.03.2016.*