УДК 519.8
ББК 22.1

КОНСЕНСУС В СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ СО СЛОЖНЫМИ УЗЛАМИ

Федянин Д. Н.[1], Чхартишвили А. Г.[2]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Рассмотрена динамика мнений в сетевых структурах специального вида: каждый узел состоит из двух взаимодействующих между собой агентов. При помощи модели де Гроота исследованы свойства консенсуса, возникающего в таких структурах.

Ключевые слова: сетевая структура, динамика мнений, сложный узел, консенсус, информационное управление.

1. Введение

В последние десятилетия значительно возрос интерес к изучению сетевых структур, в частности – социальных сетей [1–5, 7–12]. Во многом это обусловлено бурным развитием онлайновых социальных сетей (Facebook, Twitter, ВКонакте и др.) и осознанием их влияния на социально-экономическую и политическую жизнь общества.

Однако социальные сети возникли задолго до изобретения интернета – по сути, они существовали везде, где люди вступали между собой в отношения знакомства, дружбы, вражды и т.п., где они обменивались информацией и мнениями, влияя тем самым друг на друга. Одной из первых моделей, описыва-

[1] *Денис Николаевич Федянин, младший научный сотрудник* (*dfedyanin@inbox.ru*).
[2] *Александр Гедеванович Чхартишвили, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник* (*sandro_ch@mail.ru*).

ющих динамику мнений в социальных сетях, была модель, часто называемая моделью де Гроота (см. [3, 4, 7, 10, 12] и др.). В этой модели каждый участник (узел) социальной сети характеризуется своим мнением, которое выражено вещественным числом и на каждом шаге дискретного времени меняется по линейному закону (подробнее см. ниже). Оказалось, что динамика мнений при этом описывается дискретным марковским процессом (см., например, [3]) , что позволяет получать аналитические результаты относительно итоговых (за бесконечное время) мнений (см. [1–5, 10–12] и др.). Особенно интересным является случай, когда все участники социальной сети приходят к консенсусу [2, 3, 7], т.е. итоговое мнение оказывается одинаковым у всех участников сети. При этом возникает ряд вопросов, связанных с «вкладом» различных узлов в формирование итогового общего мнения.

В данной работе рассматривается особый случай социальной сети, когда каждый ее узел является сложным – состоит из двух агентов, внешнего и внутреннего, взаимодействующих между собой. При этом информационное взаимодействие узла с остальной сетью осуществляется при помощи внешнего агента, а внутренний агент непосредственно взаимодействует только с внешним. Такая структура сети может интерпретироваться следующим образом: у каждого из взаимодействующих в сети внешних агентов имеется свой индивидуальный советник (друг или консультант), с которым он осуществляет информационное взаимодействие.

Далее в разделе 2 приводится описание известных результатов по консенсусу в социальной сети. В разделе 3 рассмотрена модель со сложными узлами и найдено общее финальное мнение агентов (консенсус). В разделе 4 рассмотрена сеть с двумя сложных узлами, для которой параметры консенсуса могут быть явно выражены через параметры непосредственного взаимного влияния агентов.

2. Модель динамики мнений и консенсус

Будем описывать агентов, входящих в сетевую структуру (для краткости будем также называть ее сетью), множеством $N = \{1, 2, ..., n\}$. Агенты в сети влияют друг на друга, и степень влияния задается *матрицей прямого влияния* A размерности $n \times n$, где $a_{ij} \geq 0$ обозначает степень доверия i-го агента j-му агенту. Здесь и далее мы будем говорить как о *влиянии*, так и о *доверии*, и считать, что эти два понятия являются противоположными в следующем смысле: выражение «степень доверия i-го агента j-му равна a_{ij}» тождественно по смыслу выражению «степень влияния j-го агента на i-го равна a_{ij}».

Будем считать выполненным условие нормировки:

$$\forall i \in N \quad \sum_{j \in N} a_{ij} = 1,$$

т.е. предположим, что «суммарное доверие» агента равно единице. Это условие означает, что матрица A является стохастической по строкам. Отметим, что агент может доверять и самому себе, чему соответствует $a_{ii} > 0$.

Пусть у каждого агента в некий начальный момент времени имеется информированность (мнение) по некоторому вопросу. Мнение i-го агента отражает вещественное число x_i^0, $i \in N$, мнение всех агентов сети отражает вектор-столбец мнений x^0 размерности n. В соответствии с моделью де Гроота агенты в сети взаимодействуют, обмениваясь мнениями. Этот обмен приводит к тому, что мнение каждого агента меняется в соответствии с мнениями агентов, которым данный агент доверяет. Это изменение будем считать линейным, т.е. положим, что мнение агента в следующий момент времени является взвешенной суммой мнений агентов, которым он доверяет (весами являются степени доверия a_{ij}):

$$x_i^\tau = \sum_{j \in N} a_{ij} x_j^{\tau-1}, \ i \in N.$$

Если информационное взаимодействие агентов продолжается достаточно долго, то их мнения стабилизируются – сходятся к результирующему мнению

$$x^{\infty} = \lim_{\tau \to \infty} x^{\tau}.$$

Предел

$$W = \lim_{\tau \to \infty} (\mathrm{A})^{\tau}$$

существует при довольно слабых условиях (подробнее см., например, [1–3]), которые далее будем считать выполненными, и называется *матрицей результирующего влияния*. Используя этот предел можно записать соотношение

$$x^{\infty} = W x^{0},$$

где x^0 – вектор начальных мнений; W – матрица результирующего влияния; x^{∞} – вектор итоговых мнений.

Если при этом все компоненты вектора итоговых мнений совпадают (для любого вектора начальных мнений), то имеет место *консенсус*. При этом (см. [6]) все строки матрицы W совпадают и элементы этой строки $w = (w_1, \ldots, w_n)$ являются единственным решением системы соотношений

(1) $$wA = w, \quad \sum_{i \in N} w_i = 1.$$

Как уже было сказано, динамика мнений в рассматриваемой модели описывается дискретным марковским процессом, где агенту соответствует состояние марковской цепи, а степени доверия – вероятность перехода из одного состояния в другое. Достаточное условие достижения консенсуса (и положительности чисел w_i для всех $i \in N$) при любых начальных мнениях можно сформулировать в терминах марковских цепей следующим образом: все состояния образуют неразложимый апериодический класс [6]. Далее будем считать это условие выполненным.

Компоненты вектора w характеризуют вес, с которым в общее итоговое мнение входит начальное мнение того или иного агента. Поэтому будем называть его *вектором результирующих влиятельностей* агентов.

3. Консенсус в сети со сложными узлами

Модифицируем рассмотренную выше модель сети. Будем считать, что каждый из узлов множества $N = \{1, 2, ..., n\}$ является сложным, т.е. состоит из двух агентов, внешнего и внутреннего, взаимодействующих между собой. Информационное взаимодействие узла с другими узлами сети осуществляется при помощи внешнего агента, а внутренний агент непосредственно взаимодействует только с соответствующим внешним агентом.

Для описания степени взаимного доверия агентов в этой сети введем следующие обозначения:

- δ_k – доверие внутреннего агента к внешнему в k-м узле;
- $1 - \delta_k$ – доверие внутреннего агента в k-м узле к себе;
- ε_k – доверие внешнего агента к внутреннему в k-м узле;
- $a_{ij}(1 - \varepsilon_i)$ – доверие внешнего агента i-го узла к внешнему агенту j-го узла.

Поскольку внутренние агенты разных узлов не связаны друг с другом, доверие внутреннего агента i-го узла к внутреннему агенту j-го узла, $j \neq i$, равно 0.

Для всех $k \in N$ будем считать выполнеными соотношения $0 < \delta_k < 1$ и $0 < \varepsilon_k < 1$.

Внешнего агента i-го узла будем обозначать i, а внутреннего агента этого же узла – $(i + n)$. Тогда информационное взаимодействие в этой сети можно описать матрицей прямого влияния следующего вида:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11}(1-\varepsilon_1) & \dots & a_{1,n}(1-\varepsilon_1) & \varepsilon_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(1-\varepsilon_n) & \dots & a_{nn}(1-\varepsilon_n) & 0 & \dots & \varepsilon_n \\ \delta_1 & \dots & 0 & 1-\delta_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \delta_n & 0 & \dots & 1-\delta_n \end{bmatrix}.$$

Будем считать, что для исходной матрицы A в сети достигается консенсус, в котором вектор результирующих влияний описывается системой соотношений (1). Для вектора результирующих влияний справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. Для матрицы $\hat{A}$ достигается консенсус, в котором вектор результирующих влияний имеет следующий вид:

$$\hat{w} = \frac{1}{\Lambda}\left(\frac{w_1}{1-\varepsilon_1}, \ldots, \frac{w_n}{1-\varepsilon_n}, \frac{w_1\varepsilon_1}{\delta_1(1-\varepsilon_1)}, \ldots, \frac{w_n\varepsilon_n}{\delta_n(1-\varepsilon_n)}\right),$$

где введено обозначение

$$(2) \quad \Lambda = \sum_{i \in N} \frac{w_i(\delta_i + \varepsilon_i)}{\delta_i(1-\varepsilon_i)}.$$

Доказательство. Легко видеть, что при добавлении к сети внутренних агентов (с каждым из которых связана петля, поскольку $1 - \delta_k > 0$ – внутренний агент в некоторой степени доверяет сам себе) свойства неразложимости и апериодичности сохраняются. Поэтому достаточно проверить выполнение соотношений

$$(3) \quad \hat{w}\hat{A} = \hat{w}, \quad \sum_{i \in \{1,\ldots,2n\}} \hat{w}_i = 1.$$

Для проверки второго из соотношений (3) достаточно сравнить сумму i-й и $(i + n)$-й компонент вектора $\hat{w}$ с равенством (2).

Проверим первое из соотношений (3). Обозначим $z = \hat{w}\hat{A}$ и проверим выполнение равенства $z_j = \hat{w}_j$ отдельно для случаев $1 \le j \le n$ и $n + 1 \le j \le 2n$.

Пусть $1 \le j \le n$. Тогда

$$z_j = \sum_{i=1}^{2n} \hat{w}_i \hat{a}_{ij} = \frac{1}{\Lambda}\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{1-\varepsilon_i} \cdot a_{ij}(1-\varepsilon_i) + \frac{1}{\Lambda}\frac{w_j\varepsilon_j}{\delta_j(1-\varepsilon_j)}\delta_j =$$

$$= \frac{1}{\Lambda}\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij} + \frac{w_j\varepsilon_j}{1-\varepsilon_j}\right) = \frac{1}{\Lambda}\left(w_j + \frac{w_j\varepsilon_j}{1-\varepsilon_j}\right) = \frac{1}{\Lambda}\frac{w_j}{1-\varepsilon_j} = \hat{w}_j.$$

Пусть теперь $n + 1 \le j \le 2n$. Тогда

$$z_j = \sum_{i=1}^{2n} \hat{w}_i \hat{a}_{ij} = \frac{1}{\Lambda} \frac{w_{j-n}}{1-\varepsilon_{j-n}} \varepsilon_j + \frac{1}{\Lambda} \frac{w_{j-n}\varepsilon_{j-n}}{\delta_{j-n}\left(1-\varepsilon_{j-n}\right)}(1-\delta_{j-n}) =$$

$$= \frac{1}{\Lambda} \frac{w_{j-n}}{1-\varepsilon_{j-n}} \varepsilon_{j-n} \left(1 + \frac{1-\delta_{j-n}}{\delta_{j-n}}\right) = \frac{1}{\Lambda} \frac{w_{j-n}\varepsilon_{j-n}}{\delta_{j-n}\left(1-\varepsilon_{j-n}\right)} = \hat{w}_j .$$

Утверждение 1 доказано. ■

Определим вектор результирующих влиятельностей узлов в сложной сети $\bar{w}$ как вектор, элементы которого равны сумме результирующих влиятельностей внутреннего и внешнего агентов соответствующего узла, т.е. $\bar{w}_i = \hat{w}_i + \hat{w}_{i+n}$, $i \in N$. Тогда

$$\bar{w}_i = \frac{\dfrac{w_i\left(\delta_i + \varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}}{\sum\limits_{j \in N} \dfrac{w_j\left(\delta_j + \varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}} . \tag{4}$$

Покажем, что если все узлы являются идентичными в смысле взаимосвязи внешнего и внутреннего агентов, то влиятельность узла равна влиятельности соответствующего агента в сети с n агентами.

Утверждение 2. Пусть доверие между внутренними агентами и внешними во всех узлах не различается, т.е. $\delta_i = \delta$, $\varepsilon_i = \varepsilon$ для всех i. Тогда результирующая влиятельность каждого узла в такой сети, состоящей из сложных узлов, будет равна его результирующей влиятельности в такой же сети, но состоящей только из простых узлов, т.е. $\bar{w}_i = w_i$.

Доказательство. Достаточно подставить в (4) для всех узлов одни и те же значения $\delta_i = \delta$, $\varepsilon_i = \varepsilon$:

$$\bar{w}_i = \frac{\dfrac{w_i\left(\delta_i + \varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}}{\sum\limits_{j \in N} \dfrac{w_j\left(\delta_j + \varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}} = \frac{\dfrac{w_i\left(\delta + \varepsilon\right)}{\delta\left(1-\varepsilon\right)}}{\sum\limits_{j \in N} \dfrac{w_j\left(\delta + \varepsilon\right)}{\delta\left(1-\varepsilon\right)}} = \frac{w_i}{\sum\limits_{j \in N} w_j} = w_i . \ ■$$

Следующие два утверждения дают ответ на вопрос о том, как зависит результирующая влиятельность узла от параметров взаимного влияния внешнего и внутреннего агентов, составляющих этот узел.

Утверждение 3. Результирующая влиятельность i-го узла монотонно возрастает при увеличении доверия внешнего агента к внутреннему агенту того же узла.

Доказательство. Найдем частную производную

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon_i}\bar{w}_i = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_i}\left(\frac{\dfrac{w_i\left(\delta_i+\varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}}{\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}} \right) =$$

$$= \frac{\dfrac{\partial}{\partial \varepsilon_i}\left(\dfrac{w_i\left(\delta_i+\varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}\right)\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}}{\left(\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}\right)^2} -$$

$$- \frac{\dfrac{\partial}{\partial \varepsilon_i}\left(\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}\right)\dfrac{w_i\left(\delta_i+\varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}}{\left(\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}\right)^2} =$$

$$= \frac{\dfrac{\partial}{\partial \varepsilon_i}\left(\dfrac{w_i\left(\delta_i+\varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}\right)\left(\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)} - \dfrac{w_i\left(\delta_i+\varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}\right)}{\left(\sum\limits_{j\in N}\dfrac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}\right)^2}.$$

Из того, что

$$\frac{\sum_{j\in N\setminus\{i\}} \frac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}}{\left(\sum_{j\in N} \frac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}\right)^2} > 0$$

и

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon_i}\left(\frac{w_i\left(\delta_i+\varepsilon_i\right)}{\delta_i\left(1-\varepsilon_i\right)}\right) = \frac{w_i}{\delta_i}\frac{1+\delta_i}{\left(1-\varepsilon_i\right)^2} > 0,$$

следует истинность утверждения 3. ■

Утверждение 4. Результирующая влиятельность узла монотонно убывает при увеличении доверия внутреннего агента к внешнему агенту того же узла.

Доказательство. Достаточно заметить, что соответствующая частная производная строго отрицательна при $w_i > 0$:

$$\frac{\partial}{\partial\delta_i}\bar{w}_i = -\frac{\varepsilon_i C_{\delta_i}}{\left(\sum_{j\in N} \frac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)}\right)^2}\frac{1}{\delta_i^2} < 0,$$

где

$$C_{\delta_i} = \frac{1}{1-\varepsilon_j} w_i \sum_{j\in N\setminus\{\mathrm{i}\}} \frac{w_j\left(\delta_j+\varepsilon_j\right)}{\delta_j\left(1-\varepsilon_j\right)} > 0.$$ ■

Из выражения (4) нетрудно видеть, что при убывании δ_i до нуля влиятельность $\bar{w}_i$ возрастает до максимально возможного значения:

$$\lim_{\delta_i\to 0}\bar{w}_i = 1.$$

Содержательно это означает, что если внутренний агент узла лишь в малой степени доверяет внешнему агенту, то данный узел обладает высокой влиятельностью.

4. Случай двух узлов

В данном разделе рассмотрим случай двух сложных узлов. В этом случае ситуация полностью описывается всего шестью независимыми величинами: a_{12}, ε_1, δ_1, a_{21}, ε_2, δ_2, а матрица прямого влияния сети агентов принимает следующий вид:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11}(1-\varepsilon_1) & a_{12}(1-\varepsilon_1) & \varepsilon_1 & 0 \\ a_{21}(1-\varepsilon_2) & a_{22}(1-\varepsilon_2) & 0 & \varepsilon_2 \\ \delta_1 & 0 & 1-\delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 & 1-\delta_2 \end{bmatrix}.$$

Будем считать, что $0 < a_{11}, a_{22} < 1$, – это обеспечивает выполнение условий утверждения 1 (напомним, что матрица является стохастической – сумма элементов в каждой строке равна 1).

Нетрудно убедиться (см. [6, с. 144]), что для матрицы

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

вектор w имеет следующий вид:

$$w = \left(\frac{1-a_{22}}{1-a_{11}+1-a_{22}}, \frac{1-a_{11}}{1-a_{11}+1-a_{22}} \right) = \left(\frac{a_{21}}{a_{12}+a_{21}}, \frac{a_{12}}{a_{12}+a_{21}} \right).$$

Тогда из утверждения 1 следует, что

$$\hat{w} = \frac{\left(\frac{a_{21}}{1-\varepsilon_1}, \frac{a_{12}}{1-\varepsilon_2}, \frac{a_{21}\varepsilon_1}{\delta_1(1-\varepsilon_1)}, \frac{a_{12}\varepsilon_2}{\delta_2(1-\varepsilon_2)} \right)}{\frac{a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)}{\delta_1(1-\varepsilon_1)} + \frac{a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)}{\delta_2(1-\varepsilon_2)}},$$

а для суммарных влиятельностей узлов справедливы следующие выражения:

$$\bar{w}_1 = \frac{a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)}{a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)+a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1(1-\varepsilon_1)},$$

$$\bar{w}_2 = \frac{a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1(1-\varepsilon_1)}{a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)+a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1(1-\varepsilon_1)}.$$

Влиятельность каждого узла зависит от всех шести параметров задачи, однако сила зависимости является различной в разных ситуациях. Характеристикой силы локальной (при небольших изменениях параметров) зависимости будем считать частную производную по соответствующему параметру.

Среди параметров, характеризующих узел, можно выделить «внутренние» параметры δ_i и «внешние» параметры a_{ij} (параметры ε_i являются смешанными, поскольку характеризуют как взаимное влияние узлов, так и влияние внутри соответствующих узлов). Оказывается, что при некоторых условиях влиятельность узла сильнее зависит от «внутреннего» параметра.

Утверждение 5. При условии $(\delta_1 + \varepsilon_1)\delta_1 < a_{12}\varepsilon_1$ выполняется неравенство $\left|\frac{\partial}{\partial a_{12}}\bar{w}_1\right| < \left|\frac{\partial}{\partial \delta_1}\bar{w}_1\right|$.

Доказательство. Найдем соответствующие частные производные:

$$\frac{\partial}{\partial a_{12}}\bar{w}_1 = -\frac{a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1\delta_2(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}{\left(a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)+a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1(1-\varepsilon_1)\right)^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta_1}\bar{w}_1 = -\frac{a_{21}\varepsilon_1 a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)}{\left(a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)+a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1(1-\varepsilon_1)\right)^2}.$$

Далее, введем обозначение

$$C = \frac{a_{21}(\delta_2+\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)}{\left(a_{21}(\delta_1+\varepsilon_1)\delta_2(1-\varepsilon_2)+a_{12}(\delta_2+\varepsilon_2)\delta_1(1-\varepsilon_1)\right)^2} > 0,$$

тогда

$$\left|\frac{\partial}{\partial a_{12}}\bar{w}_1\right| = (\delta_1+\varepsilon_1)\delta_1 C, \quad \left|\frac{\partial}{\partial \delta_1}\bar{w}_1\right| = a_{12}\varepsilon_1 C.$$

Если $(\delta_1 + \varepsilon_1)\delta_1 < a_{12}\varepsilon_1$, то

$$\left|\frac{\partial}{\partial a_{12}}\bar{w}_1\right| < \left|\frac{\partial}{\partial \delta_1}\bar{w}_1\right|,$$

что доказывает утверждение. ■

Предположим, что некий управляющий орган может воздействовать на один из параметров (по своему выбору) первого узла a_{12} и δ_1, стремясь изменить его влиятельность. Тогда, в соответствии с утверждением 5, в некоторых случаях выгоднее воздействовать на внутренний параметр.

5. Заключение

Для исследования консенсуса в сетевых структурах, где каждый узел состоит из двух взаимодействующих между собой агентов, была использована модель де Гроота. Получено в явном виде выражение, характеризующее зависимость итогового мнения агентов от их начальных мнений при условии достижимости консенсуса (без ограничений на количество агентов или структуру взаимодействия между узлами). Была показана монотонность зависимости влиятельности узла от изменения доверия между внутренним и внешним агентом одного узла. Для случая двух узлов было показано, при каких условиях внутренний параметр узла является более важным для его влиятельности, чем внешний.

Перспективным является изучение случаев взаимодействия узлов с более сложной внутренней структурой, а также более сложных моделей изменения мнений агентами.

Литература

1. АГАЕВ Р.П., ЧЕБОТАРЕВ П.Ю. *Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов)* // Управление большими системами. – 2010. – Вып. 30. – №1. – С. 470–505.
2. АГАЕВ Р.П., ЧЕБОТАРЕВ П.Ю. *Метод проекции в задаче о консенсусе и регуляризованный предел степеней стохастической матрицы* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №12. – С. 38–59.

3. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства*. – М.: Изд-во физ.-мат. литры, 2010. – 228 с.
4. ЗУЕВ А.С., ФЕДЯНИН Д.Н. *Модели управления мнениями агентов в социальных сетях* // Проблемы управления. – 2011. – №1. – С. 37–45.
5. ФЕДЯНИН Д.Н., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Модель информационного управления в активных сетевых структурах при неполной информированности центра* // Проблемы управления. – 2012. – №6. –С. 13–18.
6. ШИРЯЕВ А.Н. *Вероятность*. В 2-х кн. – М.: МЦНМО, 2004. – 928 с.
7. BERGER R.L. *A necessary and sufficient condition for reaching a consensus using DeGroot's method* // J. Amer. Statist. Assoc. – 1981. – Vol. 76. – P. 415–418.
8. DE GROOT M.H. *Reaching a Consensus* // J. of American Statistical Assotiation. – 1974. – No. 69. – P. 118–121.
9. FRIEDKIN N.E., JOHNSEN E.C. *Social Influence Networks and Opinion Change* // Advances in Group Processes. – 1999. – No. 16. – P. 1–29.
10. GOLUB B. AND JACKSON M.O. *Naïve Learning in Social Networks and the Wisdom of Crowds* // American Economic Journal: Microeconomics. – February, 2010. – Vol. 2, No. 1. – P. 112–149.
11. HEGSELMANN R., KRAUSE U. *Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation* // J. of Artifical Societies and Social Simulation (JASSS). – 2002. – Vol. 5, No. 3. – P. 1–33.
12. JACKSON M. *Social and Economic Networks.* – Princeton: Princeton University Press, 2008. – 520 p

CONSENSUS IN SOCIAL NETWORKS WITH COMPLEX STRUCTURE OF SOCIAL ACTORS

Denis Fedyanin, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, junior researcher (dfedyanin@inbox.ru).
Alexander Chkhartishvili, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science in Mathematics (sandro_ch@mail.ru).

Abstract: *We study opinion dynamics in network structures of a special type: each node consists of two agents interacting among themselves. The external agent interacts with the rest of the network and the internal agent interacts only with the external one. For example, every external agent has a personal advisor who doesn't participate directly in the negotiations. We investigate properties of the consensus arising in these network structures under conventional de Groot opinion dynamics model and how the final influences depends on the mutual trust between external and internal agents. The analytical solution for the vector of final influences was obtained. We show that the final influence of a node depends monotonically on the trust between external and internal agents. It was shown for the two-node case under what conditions the internal parameters of a node are more important than the external ones. Our results can potentially be extended to the networks where nodes have more complex internal structure.*

Keywords: opinion dynamics, social network, complex node, consensus, influence.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П.Ю. Чеботарёвым.

Поступила в редакцию 25.02.2016.
Опубликована 30.11.2016.