

УДК 621.391

ББК 32.81

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ В СИСТЕМЕ С УСТОЙЧИВОЙ ИЕРАРХИЕЙ (НА ПРИМЕРЕ ПЕРСПЕКТИВНОЙ СИСТЕМЫ ВОЕННОЙ СВЯЗИ)

Кузнецов А. В.<sup>1</sup>,

(Воронежский государственный университет, Воронеж)

*Статья посвящена формализации задачи распределения ограниченных ресурсов в иерархической социальной системе, причем ресурсы выделяются агенту в соответствии с ролью агента в системе. Рассматривается применение предлагаемой математической модели к организации системы связи специального назначения. Предлагается алгоритм автоматического разбиения системы связи на радиосети в соответствии с предназначением групп абонентов системы связи. При этом ни один абонент заранее не обладает полным знанием обо всей системе связи, а неизвестные заранее сведения о предназначении абонентов устанавливаются в процессе обмена маячками.*

Ключевые слова: задача распределения ресурсов, мера сходства графов, абстрактная структура данных, планирование радиосетей, протокол обмена данными, когнитивная сеть.

### **Введение**

Задача распределения ограниченных ресурсов и построения оптимального расписания в сетевых структурах, в том числе и иерархических структурах транспортного типа, достаточно хорошо известна, и каждый год появляется большое количество статей по этой теме. Например, можно упомянуть работу [9], посвя-

---

<sup>1</sup> Александр Владимирович Кузнецов, кандидат физико-математических наук, доцент (avkuz@bk.ru).

ценную планированию железнодорожных перевозок, в [13] исследуются задачи распределения ресурсов в иерархических системах, в [14] рассматривается задача согласования входных и выходных параметров участка газотранспортной системы и др. Обычно в таких задачах необходимо распределить ресурсы между вершинами некоторого графа, причем поток ресурсов через ребра графа так или иначе ограничен. Решением таких задач будет, например, оптимальное в каком-либо смысле расписание или распределение ресурсов (не являющихся элементами самого графа) по вершинам графа.

В данной статье, однако, будет описан принципиально иной тип задач распределения ресурсов, часто встречающийся в задачах планирования военной связи (и, в меньшей степени, в гражданской связи), точнее, в задаче распределения и назначения частот. В описываемой задаче ресурсом являются сами ребра некоторого графа (соответствующие каналам связи), которые необходимо распределить между парами вершин в соответствии с заданным шаблоном. Сам шаблон, который далее будет именоваться графом потребностей, аналогичен сети потребностей и возможностей из работы [2]. Вершинами – потребителями ресурсов являются пользователи системы связи или/и их технические средства.

При этом характер взаимоотношений между агентами определенных типов в системе намного более постоянен, чем конкретный состав агентов. Решением такой задачи является вариант распределения каналов, отвечающий некоторым требованиям. Будет предложен подход к решению таких задач, ориентированный на работу не с конкретными агентами системы, а с абстрактной структурой системы агентов, «отвязанной» от самих агентов.

Также стоит отметить, что несмотря на большое количество литературы по частотному планированию (см., например, монографию [1]), в ней основное внимание уделяется вопросу физической совместимости частот и оптимального расположения радиостанций. Вопросы распределения и перераспределения уже заве-

домо электромагнитно-совместимых частот по нескольким тысячам мобильных радиостанций (а это обычная ситуация для воинского формирования тактического уровня) затрагиваются довольно мало. Обычно принято формулировать задачу оптимального назначения частотных каналов как задачу минимальной раскраски графа, в которой, в отличие от классической постановки задачи, смежность вершин определяют ограничения на использование не только одного цвета, но и некоторых их комбинаций (см., например, [3, 10]). Однако такая постановка обычно не учитывает ни иерархии агентов, которым надо назначить частоты, ни возможных изменений в составе агентов, ни случая недостатка частот. При этом подготовка списка электромагнитно-совместимых частот – довольно трудная вычислительно задача и решать ее каждый раз заново при каждом изменении состава радиостанций, как иногда предлагается в более специализированных изданиях, – дело крайне непростое.

Возможны и другие подходы к управлению спектром, применяемые в основном в сетях когнитивного радио и основанные, например, на теории игр [12], но ориентированные также на существенно более простую систему связи (фактически состоящую из равноправных средств, соединяющихся по типу «точка–точка»), чем рассматриваемая в настоящей статье.

## **1. Постановка задачи**

Для дальнейшего изложения нам необходимо дать математическое описание системы связи и «настройки системы связи» (распределения канального ресурса), воспользовавшись понятиями, предложенными автором в работе [5]. Задача распределения ресурсов, упомянутая во введении, в самом простом виде обычно формулируется следующим образом.

### **1.1. ОБЪЕКТЫ**

Даны такие объекты:

- 1) задано множество классов средств

$$CComm = \{ccomm_1, \dots, ccomm_s\};$$

- 2) задано множество средств

$$Comm = \{(comm_1; ccomm_{i_1}), \dots, (comm_n; ccomm_{i_n})\},$$

где  $comm_i$  – идентификатор  $i$ -го средства, а  $ccomm_{i_j}$  – класс  $i_j$ -го средства,  $1 \leq i \leq s$ ;

- 3) задано множество агентов

$$Ag = \{ag_1, \dots, ag_m\};$$

- 4) между множествами  $Ag$  и  $Comm$  задано отношение принадлежности

$$f_{have} : Comm \rightarrow Ag,$$

и если для  $comm \in Comm$   $f_{have}(comm) = ag$ , то будем говорить, что агент  $ag$  обладает средством  $comm$ ;

- 5) задано множество классов каналов

$$CF = \{cf_1, \dots, cf_l\}.$$

В реальных задачах класс соответствует частоте или пропускной способности или подобным характеристикам канала;

- 6) задана функция возможностей средств

$$f_{comm} : CComm \times CF \rightarrow \mathbb{Z},$$

определяющая, сколько максимально каналов заданного типа может образовать средство заданного типа одномоментно;

7) задано множество каналов

$$F = \{(f_1; cf_{i_1}), \dots, (f_p; cf_{i_p})\},$$

где  $f_i$  – идентификатор  $i$ -го канала, а  $cf_{i_j}$  – класс  $i_j$ -го канала,  $1 \leq i \leq p$ ;

8) задан не содержащий петель маркированный мультиграф потребностей (пример такого графа показан на рис. 1)

$$\text{Req} = (Ag, E_{\text{Req}}, \varphi_{\text{Req}}), \quad E_{\text{Req}} \subseteq Ag^2 \times CF,$$

$\varphi_{\text{Req}} : Ag \times E_{\text{Req}} \rightarrow \mathbb{Z}$  – функция инцидентности, которая показывает, какие именно агенты каким количеством каналов какого класса должны быть соединены между собой; в качестве меток ребер выступают классы каналов;

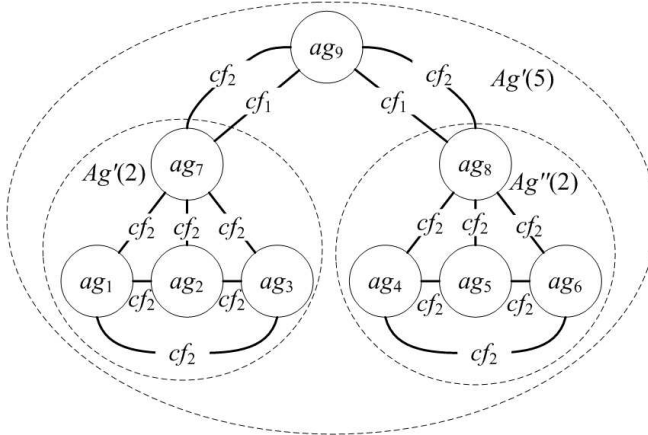


Рис. 1: Граф потребностей Req

9) задана функция емкости класса канала

$$f_e : CF \rightarrow \mathbb{N},$$

определяющая, сколько максимально агентов могут одновременно использовать канал данного класса.

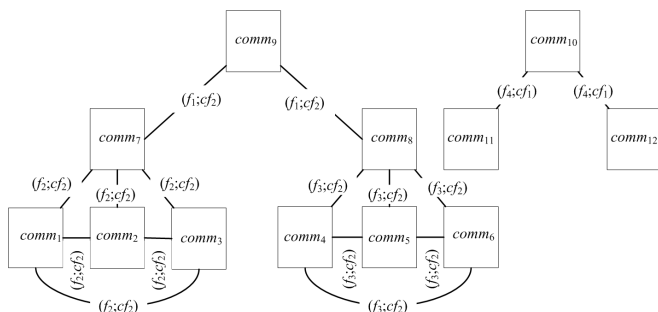


Рис. 2: Граф связи  $\Gamma$

## 1.2. УСЛОВИЯ

Необходимо распределить каналы из  $F$  по всем средствам из  $Comm$ , получив в результате граф связи

$$\Gamma = (Comm, E, \varphi), \quad E \subseteq F,$$

$\varphi : Comm \times E \rightarrow \{0, 1\}$  – функция инцидентности, так чтобы

- 1) каждому ребру графа  $Req$  соответствовало одно ребро графа  $\Gamma$  или непрерывный путь в графе  $\Gamma$  (случай ретрансляции);
- 2) каждой вершине  $ag$  графа  $Req$  соответствовала бы вершина  $comm$  графа  $\Gamma$ , такая что  $f_{have}(comm) = ag$ ;
- 3) количество ребер  $e$  графа  $\Gamma$ , маркированных одним и тем же каналом  $(f, cf) \in F$ , не превышает емкости канала данного класса  $f_e(cf)$ ;
- 4) количество ребер  $e$  графа  $\Gamma$ , маркированных каналом  $(f, cf)$  и инцидентных вершине  $comm$ , не превзойдет возможности средства  $f_{comm}(comm, cf)$ .

Пример графа  $\Gamma$ , соответствующего графу  $Req$ , показанному на рис. 1, изображен на рис. 2.

Подытожим, что в исследуемой модели искомой переменной является матрица инцидентности графа  $\Gamma$ , неформально иногда

называемая «вариант распределения радиочастот». Известными параметрами модели являются каналы  $F$ , средства  $Comm$ , агенты  $Ag$ , отношения  $f_{have}$ ,  $f_e$ ,  $f_{comm}$  и граф  $Req$ .

Процесс распределения каналов из множества  $F$  между агентами и принадлежащими им средствами часто неформально называется «настройкой системы связи». Для упрощения мы будем считать, что все каналы из  $F$  заведомо совместимы электромагнитно, иначе необходимо будет добавлять еще метки длин ребер  $\Gamma$  и ограничения на возможные назначения каналов для близких друг к другу средств, после чего применять уже известные методы типа метода координационных колец.

### 1.3. НЕДОСТАТКИ МОДЕЛИ

Хотя автору и не приходилось видеть статьи с описанием задачи распределения ресурсов такого типа, но она вполне типична в определенных сферах деятельности и решается обычным перебором. Применительно к военной связи (в которой агентами являются должностные лица Вооруженных сил) такой алгоритм был реализован автором в составе большого коллектива в виде разработанного в АО «Концерн «Созвездие» программного обеспечения ЕСВП [7]. При традиционном подходе к обсуждаемой задаче распределения наблюдаются следующие недостатки:

1. Граф  $Req$  в буквальном смысле рисуется оператором в течение достаточно продолжительного времени, и при каждом изменении состава множеств  $Comm$ ,  $Ag$  необходимо перерисовывать его заново, что при мощности множеств  $Comm$ ,  $Ag$  в сотни элементов может затянуться на неопределенный срок.

2. Более того, в реальности множество каналов  $F$  не постоянно: обычно каналы выбывают из него со временем непредсказуемым образом в силу преднамеренных или непреднамеренных помех. При существенном изменении множества каналов граф  $\Gamma$ , разумеется, необходимо конструировать заново. При этом отношения между новыми агентами будут иметь примерно такую же структуру, что и между их предшественниками.

3. В реальности агенты из  $Ag$ , как правило, неравноправны, и для каждого  $ag_i \in Ag$  может быть задан вес  $\alpha_i$ , определяющий,

какую долю имеющихся в  $F$  каналов следует выделить данному агенту в ситуации нехватки каналов на всех агентов.

4. Граф  $\Gamma$  доводится до средств (радиостанций) с помощью запоминающих устройств разного типа. Эта методология восходит к временам, когда средств связи было относительно немного и сгруппировать их было несложно.

5. Граф  $\Gamma$  может быть послан и по каналу связи, но возникает вопрос: ведь именно  $\Gamma$  и задает настройку канала связи (частоту, как минимум) и как послать  $\Gamma$ , когда каналы вообще еще никак не настроены?

6. Наконец, при случайном выходе из строя центра планирования, способного рассчитывать графы  $\Gamma$ , вся система вообще постепенно выходит из строя.

Цель настоящей статьи двояка:

1. Дать расширенную формулировку ранее сформулированной задачи, учитывающую вышеупомянутые недостатки.

2. Описать систему связи (безразлично, гражданскую ли, военную ли, хотя первоначально автор работал именно с военными системами связи), в которой каналы назначаются не централизованно, а выбираются каждым средством исходя из характеристик самого средства и положения этого средства в общей системе, продолжив, тем самым, работу, начатую в [8].

Отметим, что в разрабатываемых сейчас за рубежом перспективных системах военной связи [17] проблемы 1–6 активно решаются с помощью технологии «когнитивной радиосети» (cognitive network), в которой узлы отслеживают изменения частотного спектра (spectrum sensing), как и в предлагавшейся ранее методологии «когнитивного радио», и обладают информацией о виде, предназначении и состоянии узлов сети (knowledge plane). В числе прочих технологий применяется динамическое управление спектром, в ходе которого узлы согласованно занимают или освобождают те или иные частотные каналы в зависимости от своего положения в иерархии узлов, изменений помеховой обстановки или других обстоятельств. В настоящей работе, по



сути, рассматривается частная задача динамического управления спектром в когнитивной радиосети – начальное выделение частот в соответствии с ролями агентов.

Ранее автором в работе [8] рассматривалась организация настройки радиосети по заранее не организованному каналу связи посредством обмена маячками настройки (МН) и маячками ответа (МО) между центром управления связью (ЦУС) и настраиваемыми радиостанциями. Для этого все радиостанции снабжались одинаковой сеткой технических каналов, ЦУС рассылал на одном из выбранных из предустановленной сетки каналов МН, тогда как радиостанции сканировали вышеупомянутую сетку каналов и при обнаружении МН отправляли МО. После получения МО ЦУС направлял радиостанции сгенерированные заблаговременно настроечные данные, включающие рабочую частоту и другие параметры. Предполагалось, что настроечные данные рассчитываются исходя из сведений о составе и структуре настраиваемой системы связи. Вопросы закрытия передаваемых данных решались с помощью асимметричной криптосистемы типа RSA, исключающей необходимость предварительного распространения ключей (автор сознательно не будет касаться возможности использования RSA в России для такой цели, поскольку это вопрос более политический, чем технический).

Стоит отметить, что алгоритмы автоматической кластеризации известны достаточно давно (см., например [18]), однако они применяются в основном для организации сенсорных сетей, в которых основным принципом построения кластеров является энергетическая эффективность, а не положение средства в какой-либо иерархии.

## **2. Распределение ресурсов в зависимости от роли агента и в условиях недостатка ресурсов**

Ранее уже упоминалась неравноправность агентов из *Ag*. Вопросы конкретной организации агентов, которая может определяться графом воинской иерархии или иной социальной структурой, выходят далеко за рамки настоящей статьи. Достаточно

сказать, что каждому агенту  $ag \in Ag$  однозначно соответствует вектор признаков агента

$$\mathbf{I} : ag \leftrightarrow (ag^1, \dots, ag^q),$$

и задан «вес» агента  $\alpha(ag^1, \dots, ag^q) = \alpha(\mathbf{I}(ag)) = \alpha \circ \mathbf{I}(ag)$ ,  $\alpha \circ \mathbf{I}(ag) \in [0, 1]$ .

При фактической реализации системы, которая будет далее описываться в настоящей статье, надо считать, что вектор признаков агента хранится непосредственно в каждом агенте. Можно сказать, что каждый агент еще до начала распределения ресурсов «знает» свои (и только свои) признаки. В системах военной связи такими признаками может быть уровень воинской иерархии, к которой относится агент, тип воинского формирования агента, порядковый номер и тому подобные сведения. Отмечу, что в военных системах такие сведения становятся секретными лишь в совокупности и то, что они содержатся в агенте, точнее, в технических средствах, принадлежащих агенту, никак не скомпрометирует всю систему.

Множество всех векторов признаков агентов обозначим как  $\mathcal{S}$ . Таким образом, сущности подраздела 1.1 дополнятся сущностями:

10) определена функция важности агента

$$\alpha : \mathcal{S} \rightarrow [0, 1];$$

11) определена биективная функция

$$\mathbf{I} : Ag \rightarrow \mathcal{S},$$

$$\sum_{ag \in Ag} \alpha \circ \mathbf{I}(ag) = 1.$$

В случае нехватки ресурсов (каналов) условие 1 подраздела 1.2 заменится на

1)

$$\sum_{ag \in Ag} \left| \alpha \circ \mathbf{I}(ag) - \frac{|F(ag)|}{|F|} \right| \rightarrow \min,$$

где  $F(ag)$  – множество ребер  $\Gamma$ , инцидентных хотя бы одному средству из множества  $Comm(ag) \subset Comm$ ,  $Comm(ag) = \{comm \in Comm | f_{have}(comm) = ag\}$ .

В результате задача распределения каналов в условиях нехватки канального ресурса превратится в задачу комбинаторной оптимизации.

Когда вручную задается граф Req, фактически происходит следующее. Составитель графа имеет в своем сознании ряд предикатов  $\mathfrak{P}_i : S^{|Ag|} \rightarrow \{0, 1\}$ , позволяющих ему сгруппировать агентов в группы, которые должны быть связаны на основании неких признаков:

$$(1) \mathfrak{P}_i(\mathbf{I}(ag_1), \dots, \mathbf{I}(ag_m)) \rightarrow$$

$\varphi_{Req}(ag_{j_i}, cf_{k_i}) = n_i \wedge j_i \in J_i \subset \{1, \dots, m\} \wedge k_i \in K_i \subset \{1, \dots, l\}$ , т.е. если выполнено некоторое утверждение  $\mathfrak{P}_i$  о агентах  $ag_s$ ,  $s = \overline{1, m}$ , то некоторые из них должны быть соединены  $1 \leq n_i \leq p$  каналами класса  $cf_{k_i}$ .

Разумеется, эти признаки формализуемы, и весь граф Req подраздела 1.1 целиком заменяется

$$8) \text{ семейством предикатов } PReq = \{\mathfrak{P}_i\}.$$

Таким образом, возможно заменить сложность постоянного (при каждом распределении ресурсов) конструирования графа Req на сложность первоначальной классификации объектов и выделения признаков их объединения.

При реализации системы связи, которая будет описываться в статье далее, необходимо полагать, что множество PReq также «содержится внутри» агента.

Как кажется, введенными понятиями можно было бы и ограничиться при формализации задачи, но в задачах формирования сетей военной связи (да и вообще в мобильных сетях) состав

множества  $Ag$  непостоянен – агенты выбывают со временем, прибывают подкрепления и т.п., хотя структура взаимоотношений между агентами остается по большей части неизменной. Наконец, возможна такая ситуация, когда необходимо последовательно распределить каналы для нескольких одинаковых по организационной структуре и по оснащению, но отличных по составу воинских формирований.

### 3. Структурное сходство

#### 3.1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Для полного описания поставленной в статье задачи осталось только определить, какие агенты можно считать сходными. С этой целью можно применить подход из [16]: два графа считаются сходными, если они изоморфны или имеют изоморфные подграфы. Для упрощения будем сперва полагать, что граф  $Req$  описывает потребности в связи, например, некоего идеального воинского формирования, состоящего из совершенно одинаковых более мелких единиц.

**Определение 1.** Назовем изоморфизмом маркированных одинаковыми метками графов  $Req = (Ag, E_{Req}, \varphi_{Req})$  и  $Req' = (Ag', E_{Req'}, \varphi'_{Req'})$  взаимно однозначное отображение множеств вершин графов

$$\mathcal{H} : Ag \rightarrow Ag',$$

переводящее смежные вершины с меткой  $\beta$  в смежные вершины с той же меткой  $\beta$ .

На множестве всех подграфов графа  $Req$  (обозначим его  $2^{Req}$ ) можно с помощью изоморфизма графов ввести отношение эквивалентности: два подграфа эквивалентны, если они гомоморфны в смысле вышеприведенного определения. Таким образом возможно построить фактор-множество  $(2^{Req} / \sim)$ . В вышеприведенном примере идеального воинского формирования классами эквивалентности  $Req$ , содержащими более одного подграфа, будут подграфы, соответствующие потребностям в связи

взводов, рот, батальонов и т.п. однотипных воинских формирований.

Будем говорить, что два различных эквивалентных подграфа – максимальные эквивалентные подграфы, если никакие содержащие их подграфы уже не эквивалентны никакому подграфу, кроме себя. Вершины  $ag_1, ag_2, \mathcal{H}(ag_1) = ag_2$  двух максимальных эквивалентных подграфов можно отождествить друг с другом, введя отношение эквивалентности уже на множестве агентов, полагая, что  $ag_1 \sim ag_2$ , если  $\mathcal{H}(ag_1) = ag_2$ . Обозначим  $\mathfrak{A}\mathfrak{g} = (Ag / \sim)$ .

**Определение 2.** Назовем структурой графа  $\text{Req} = (Ag, E_{\text{Req}}, \varphi_{\text{Req}})$  граф  $\text{Req}' = (\mathfrak{A}\mathfrak{g}, E_{\text{Req}}, \tilde{\varphi}_{\text{Req}})$ , в котором каждая вершина  $ag \in Ag$  заменена соответствующим классом эквивалентности  $\mathfrak{a}\mathfrak{g} \in \mathfrak{A}\mathfrak{g}, ag \in \mathfrak{a}\mathfrak{g}$ .

Для наиболее полного выделения структуры из  $\text{Req}$  необходимо пользоваться следующим алгоритмом построения изоморфизма:

**Алгоритм 1 (Структурирование).**

- 1) Задается минимальный диаметр выделяемого подграфа  $\delta > 0$ .
- 2) Устанавливается  $\text{Req}' := \text{Req}, i := 0$ .
- 3) Пока  $\text{diam}(\text{Req}') > \delta$ :
  - а) из  $\text{Req}'$  выделяется максимальный подграф  $\text{Req}_i$ , изоморфный с изоморфизмом  $\mathcal{H}^i$ , как минимум, еще одному отличному от себя подграфу  $\text{Req}'$ ;
  - б) устанавливается  $\text{Req}' := \text{Req}_i$  (способ выделения подграфа будет описан в подразделе 3.2);
  - в) устанавливается  $i := i + 1$ .
- 4) Устанавливается  $m := i$ .
- 5) Конструируется общий изоморфизм  $\mathcal{H}_\delta, \mathcal{H}_\delta(ag) = \mathcal{H}^j(ag)$ , если  $ag$  является вершиной  $\text{Req}_j$  и не является вершиной  $\text{Req}_{j+1}$ .

Очевидно, что построение фактор-множества классов агентов можно производить и через предикаты из  $\text{PReq}$ , полагая эквивалентными два агента  $ag_1, ag_2$ , на которых совпадают значения предикатов из  $\text{PReq}$  при подстановки в них всех возможных значений других агентов из  $Ag$ .

Таким образом, возможно рассматривать при распределении ресурсов не все признаки  $(ag^1, \dots, ag^q)$  агента  $ag$ , а лишь те, которые одинаковы для всех агентов класса  $ag$ ,  $ag \in ag$ , и распределять ресурсы не между агентами, а между классами агентов, принимая во внимание лишь общее количество агентов. Однократно выделив структуру по какому-либо графу  $\text{PReq}$  и распределив по данной структуре каналы, можно использовать этот вариант распределения и для других графов потребностей, которые полностью или в части какого-либо своего достаточно большого подграфа можно представить как вариант реализации исходной структуры.

В этом случае возможно добиться как масштабируемости и переносимости решения задачи распределения ресурсов на другие множества агентов с той же структурой, так и ликвидировать зависимости решения задачи от текущего состава агентов.

Остался еще один вопрос: а что если граф потребностей состоит не из в точности изоморфных между собой подграфов, а из в некоторой мере сходных подграфов? В этом случае зададим меру сходства подграфов следующим образом:

**Определение 3.** Назовем  $\varepsilon$ -сходством маркированных одинаковыми метками графов  $\text{Req}' = (Ag', E_{\text{Req}'}, \varphi'_{\text{Req}'})$  и  $\text{Req}'' = (Ag'', E_{\text{Req}''}, \varphi''_{\text{Req}''})$ ,  $Ag' \subseteq Ag$ ,  $Ag'' \subseteq Ag$  взаимно однозначное отображение множеств вершин графов

$$\mathcal{H}_\varepsilon : Ag' \setminus BAg' \rightarrow Ag'' \setminus BAg'',$$

переводящее смежные вершины из  $Ag' \setminus BAg'$  с меткой  $\beta$  в смежные вершины из  $Ag'' \setminus BAg''$  с той же меткой  $\beta$ , такое что мера несходства графов

$$\mu(\text{Req}', \text{Req}'') = \frac{|BAg'| + |BAg''|}{|Ag'| + |Ag''| - |Ag' \setminus BAg'|} < \varepsilon.$$

Очевидно, что так определенная мера несходства изоморфных графов равна нулю. Данная мера, в сущности, совпадает с биотопическим расстоянием, которое, в свою очередь, является частным случаем расстояния Штейнхауса.

Если задано  $\varepsilon > 0$ , то можно определить максимальные  $\varepsilon$ -сходные подграфы аналогично максимальным изоморфным подграфам. То есть два  $\varepsilon$ -сходные подграфа максимальные, если никакие содержащие их подграфы графа  $\text{Req}$  не являются  $\varepsilon$ -сходными ни с одним подграфом кроме себя самих. Отображение  $\mathcal{H}_\varepsilon$  порождает отношение эквивалентности  $ag_1 \sim ag_2 \equiv ag_1 = \mathcal{H}_\varepsilon(ag_2)$ , и справедливы все вышеупомянутые рассуждения о построении структуры графа  $\text{Req}$ .

Подытоживая, можно сказать, что задача о распределении каналов между агентами по заданному образцу заменяется на задачу о распределении каналов между классами эквивалентности агентов по заданному образцу с последующей заменой классов агентов на попарно различных произвольных представителей этих классов, имеющих в данный момент функционирования системы в наличии. Иначе говоря, граф  $\text{Req}$  подраздела 1.1 целиком заменяется

- 8) структурой графа потребностей  $\text{Req}' = (\mathcal{A}g, E_{\text{Req}}, \tilde{\varphi}_{\text{Req}})$  или эквивалентным ей набором предикатов.

### 3.2. СТРУКТУРИРОВАНИЕ ГРАФА ПОТРЕБНОСТЕЙ КАК ЗАДАЧА КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Описанное в предыдущем подразделе структурирование графа близко по своей сути к задаче кластеризации, известной в машинном обучении [15]. Для работы с такой задачей определим, что в пространстве векторов признаков агентов  $\mathcal{S}$  задана функция  $\rho : \mathcal{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\rho(sag_1, sag_2) > 0$ ,  $\rho(sag_1, sag_2) = \rho(sag_2, sag_1)$ ,  $sag_1, sag_2 \in \mathcal{S}$ ,  $sag_1 \neq sag_2$ ,  $\rho(sag, sag) = 0$ ,  $sag \in \mathcal{S}$ , которая показывает, насколько близки типы двух агентов.

Если бы кластерная структура графа  $\text{Req}$  была бы известна заранее (в случае военной системы связи это означает, что сразу полностью известно, из каких полков, батальонов и т.п. подраз-

делений состоит воинское формирование, для которого мы хотим распределить частоты), то необходимо было бы лишь проверить кластера примерно одинакового размера (различающиеся не более чем на  $\mathcal{E}_0 \geq 0$ ) на изоморфность или на  $\varepsilon$ -сходство. Хотя существует довольно много методов построения изоморфизмов графов, нам, очевидно, подойдет не любой из них. Для выбора нужного отображения рассмотрим приведенный ниже алгоритм.

**Алгоритм 2** (Построение изоморфизма или  $\varepsilon$ -сходства).

- 1) Если  $Ag', Ag'' \subset Ag$  – два кластера,  $0 \leq |Ag''| - |Ag'| < \mathcal{E}_0$ , то отождествим с вершиной  $ag' \in Ag'$  вершину

$$(2) \quad ag'' \in \arg \min_{ag \in Ag''} \rho(\mathbf{I}(ag'), \mathbf{I}(ag)).$$

Для того чтобы запретить выбор «за неимением лучшего» в качестве близких по типу слишком уж несходных агентов, можно ввести дополнительно условие

$$(3) \quad \rho(\mathbf{I}(ag'), \mathbf{I}(ag'')) < \mathcal{E}_1.$$

Получим семейство отображений  $\mathfrak{H}_1 = \{\mathcal{M}^i : Ag' \rightarrow Ag''\}$ .

- 2) Отберем из  $\mathfrak{H}_1$  только инъективные отображения  $\mathcal{H}_\varepsilon : D' \rightarrow Ag''$ ,  $D' \subseteq Ag'$ , получив в результате семейство отображений  $\mathfrak{H}_2$ . Отметим, что в силу (3) отображение  $\mathcal{H}_\varepsilon$  может быть определено не на всем  $Ag'$
- 3) Обозначим как  $B(\mathcal{H}_\varepsilon)$  количество ребер, таких что если  $ag_1, ag_2 \in Ag'$  соединены ребром с меткой  $\beta$ , то и  $\mathcal{H}_\varepsilon(ag_1), \mathcal{H}_\varepsilon(ag_2) \in Ag''$  соединены ребром с меткой  $\beta$ .
- 4) Из  $\mathfrak{H}_2$  выберем отображение с наибольшей по мощности областью определения  $D'$  и с наибольшим значением  $B(\mathcal{H}_\varepsilon)$ . Таким образом, при выборе  $\mathcal{H}_\varepsilon$  необходимо максимизировать величину  $|D'| + B(\mathcal{H}_\varepsilon)$ .

Если кластерная структура  $\text{Req}$  заранее не известна, а агенты представлены только своими векторами признаков, поскольку мы заведомо знаем, что агенты организованы иерархически, может быть применен алгоритм иерархической кластеризации с построением дендрограммы (dendrogram). После этого останется лишь



просмотреть дендрограмму и применять к кластерам, оказавшимся на одном уровне дендрограммы, алгоритм 2.

Таблица 1: Значения функции  $\mathbf{I}$  для агентов из рис. 1

Агент	Вектор признаков
$ag_1$	(1, 1, 1, 0)
$ag_2$	(1, 1, 2, 0)
$ag_3$	(1, 1, 3, 0)
$ag_4$	(1, 2, 4, 0)
$ag_5$	(1, 2, 5, 0)
$ag_6$	(1, 2, 6, 0)
$ag_7$	(1, 1, 7, 1)
$ag_8$	(1, 2, 8, 1)
$ag_9$	(2, 1, 9, 1)

Проиллюстрируем все изложенное на максимально упрощенном примере графа Req, изображенного на рис. 1. Пусть представленные на графе агенты имеют вектора признаков, приведенные в таблице 1, т.е.  $\mathcal{S} \subset \mathbb{Z}^4$ . Здесь если

$$\mathbf{I}(ag) = sag = (ag^1, ag^2, ag^3, ag^4),$$

то  $ag^1$  – это уровень агента в иерархии,  $ag^2$  – номер некоторой общности агентов внутри уровня иерархии (например, «1 мотострелковый взвод 1 мотострелкового батальона»),  $ag^3$  – идентификатор агента,  $ag^4$  – признак того, является ли агент ведущим (например, командиром взвода). В качестве меры сходства объектов  $ag_1$  и  $ag_2$ ,  $\mathbf{I}(ag_1) = sag_1 = (ag_1^1, ag_1^2, ag_1^3, ag_1^4)$ ,  $\mathbf{I}(ag_2) = sag_2 = (ag_2^1, ag_2^2, ag_2^3, ag_2^4)$  примем функцию

$$(4) \quad \rho(sag_1, sag_2) = \sum_{i=1}^3 [ag_1^i - ag_2^i] + \frac{1}{2}[ag_1^4 - ag_2^4],$$

где  $[x - y] = 0$ , если  $x - y = 0$  и  $[x - y] = 1$  во всех иных случаях.

На рис. 1 пунктирной линией показано, что, например, при формировании кластеров из агентов с мерой несходства  $\rho$ , строго

меньшей чем 2, получатся кластера  $Ag'(2)$  и  $Ag''(2)$  (и, возможно, другие), а при формировании кластеров из агентов с мерой несходства  $\rho$ , меньшей чем 5, – только один кластер  $Ag'(5)$ .

Если выбирать в качестве соответствующих пары агентов из  $Ag'(2)$  и  $Ag''(2)$ , для которых  $\rho$  минимальна (шаг 1 алгоритма 2), то получим изоморфизм  $\mathcal{H} : Ag'(2) \rightarrow Ag''(2)$ , указанный в таблице 2. Вообще возможно несколько вариантов построения изоморфизма, но в силу конструкции функции  $\rho$  (4) «ведущий» агент в одном кластере всегда будет переходить в «ведущего» агента в другом, что принципиально важно в приложениях.

Таблица 2: Конструкция изоморфизма  $\mathcal{H} : Ag'(2) \rightarrow Ag''(2)$

Агент в $Ag'(2)$	$ag_1$	$ag_2$	$ag_3$	$ag_7$
Агент в $Ag''(2)$	$ag_6$	$ag_5$	$ag_4$	$ag_8$
Значение $\rho$	2	2	2	2

В результате применения алгоритма структурирования с минимальным диаметром выделяемого подграфа 2 будет получен граф, изображенный на рис. 3,  $ag_1 = \{ag_1, ag_6\}$ ,  $ag_2 = \{ag_2, ag_5\}$ ,  $ag_3 = \{ag_3, ag_4\}$ ,  $ag_4 = \{ag_7, ag_8\}$ ,  $ag_5 = \{ag_9\}$ . Таким обра-

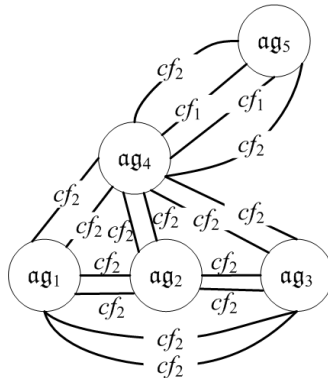


Рис. 3: Структура  $Req'$  графа потребностей из рис. 1

зом вместо графа потребностей с девятью вершинами получен граф с пятью вершинами (а если взять меньший минимальный

диаметр выделяемого подграфа, то возможно построить структуру и с тремя вершинами). При построении графа связи  $\Gamma$  это может существенно ускорить процесс распределения частот, так как нужно будет просматривать практически вдвое меньше вершин графа потребностей.

Можно отметить, что в разобранном случае правила построения графа  $\text{Req}$  из множества  $\text{PReq}$ , упомянутого в разделе 2, формулируются следующим образом

1. Если  $ag_1 \neq ag_2$  и  $\rho(\mathbf{I}(ag_1), \mathbf{I}(ag_2)) < 2$ , то вершины  $ag_1$  и  $ag_2$  должны быть соединены ребром, помеченным  $cf_2$ .

2. Если  $(\mathbf{I}(ag_1))^1 = 1$  и  $(\mathbf{I}(ag_1))^4 = 1$  и  $(\mathbf{I}(ag_2))^1 = 2$ , то вершины  $ag_1$  и  $ag_2$  должны быть соединены ребром, помеченным  $cf_1$ .

3. Если  $(\mathbf{I}(ag_1))^1 = 1$  и  $(\mathbf{I}(ag_1))^4 = 1$  и  $(\mathbf{I}(ag_2))^1 = 2$ , то вершины  $ag_1$  и  $ag_2$  должны быть соединены ребром, помеченным  $cf_2$ .

Если задано, что  $F = \{(f_1; cf_2), (f_2; cf_2), (f_3; cf_2), (f_4; cf_1)\}$ ,  $f_{\text{have}}(\text{comm}_i; c\text{comm}_2) = ag_i$ ,  $1 \leq i \leq 9$ ,  $f_{\text{have}}(\text{comm}_{10}; c\text{comm}_1) = ag_9$ ,  $f_{\text{have}}(\text{comm}_{11}; c\text{comm}_1) = ag_7$ ,  $f_{\text{have}}(\text{comm}_{12}; c\text{comm}_1) = ag_8$ , а также что  $f_{\text{comm}}(c\text{comm}_1, cf_1) = f_{\text{comm}}(c\text{comm}_2, cf_2) = 16$ ,  $f_{\text{comm}}(c\text{comm}_2, cf_1) = f_{\text{comm}}(c\text{comm}_1, cf_2) = 0$ , то из графа  $\text{Req}$ , показанного на рис. 1, или из структуры  $\text{Req}'$  графа потребностей (рис. 3) в соответствии с правилами раздела 1.2 легко получается граф связи, приведенный на рис. 2.

#### **4. Пример системы связи, основанной на структурном подходе**

Мы привели формальное описание задачи распределения каналов по системе агентов в соответствии с заданным шаблоном, исправляющее практически все недостатки обычного подхода, приведенные в начале работы. Остался лишь один вопрос – можно ли построить систему связи, вообще исключаящую единый центр распределения канального ресурса, но при этом способную занимать каналы связи в соответствии с предназначением

каждого агента, а не хаотично? Предложим в качестве ответа на этот вопрос систему связи (рис. 4), которая является дальнейшим развитием системы, описанной в [8].



Рис. 4: Схема иерархической самоорганизующейся сети

Пусть каждый агент  $ag \in Ag$  «знает» вектор своих признаков (дескриптор)  $I(ag) = (ag^1, \dots, ag^n)$  и семейство предикатов  $PR_{eq}$ . Далее, каждый агент может иметь три роли:

- 1) главный центр управления связи (ГЦУС);
- 2) центр управления связи (ЦУС);
- 3) узел сети (УС).

Агенты могут менять свои роли по мере необходимости (в качестве прототипа реального средства связи с такой функциональностью могут быть предложены устройства типа «когнитивное радио», описанные в [6, 11]). Для всех агентов задана одна общая технологическая сетка каналов  $F' \subset F$ . Функционирование системы связи вкратце выглядит так:

**Алгоритм 3** (Функционирование системы).

1.  $ag_M \in Ag$  с ролью «ГЦУС» выбирает лучший по неким признакам канал  $f_t \in F'$  и начинает на нем передачу своего дескриптора  $d_M = I(ag_M)$  в составе маячка настройки (МН), который также содержит канал ответа  $f_r \in F'$ . Агенты с другими ролями последовательно циклически перебирают каналы из  $F'$  и ожидают получения какого-либо дескриптора. Одновременно «ГЦУС» ждет ответов на канале  $f_r \in F'$

2. Если агент  $ag_1$  с ролью «ЦУС» или «УС» и семейством предикатов  $PR_{eq}$  в процессе перебора канала обнаружил МН с дескриптором  $d_2 \in S$  агента  $ag_2$ , такой, что из предикатов в

соответствии с (1) следует, что  $ag_1$  и  $ag_2$  должны быть соединены, то  $ag_1$  отправляет маячок ответа (МО) по каналу  $f_r$ , содержащий дескриптор  $d_1 = \mathbf{I}(ag_1)$  и идентификатор передатчика  $comm \in Comm$ .

3. Когда «ГЦУС» получает достаточное количество МО, он строит по полученным из них дескрипторам агентов и соответствующим идентификаторам передатчика фрагмент графа Req и решает по имеющимся внутри него правилам PReq для него задачу распределения канального ресурса. Полученный в результате фрагмент графа связи  $\Gamma$  отсылается всем учтенным отправителям МО в виде пакета настроечных данных (НД). Таким образом, «ГЦУС» разделяет частотный ресурс  $F$  между агентами  $ag_i$  с ролью «ЦУС» на подмножества  $F_i$ ,  $\cup_i F_i = F$ .

4. Агент  $ag_i$  с ролью «ЦУС» после получения ПНД настраивает в соответствии с ним свои средства и начинает на некоторой частоте  $f_t^i \in F_i$  передачу МН, аналогично тому, как это ранее делал «ГЦУС».

5. Если агент  $ag_1$  с ролью «УС» и семейством предикатов PReq в процессе перебора канала обнаружил МН от «ЦУС» с дескриптором  $d_2 \in \mathcal{S}$  агента  $ag_2$ , такой, что из предикатов в соответствии с (1) следует, что  $ag_1$  и  $ag_2$  должны быть соединены, то  $ag_1$  отправляет маячок ответа (МО) по каналу  $f_r$ , содержащий дескриптор  $d_1 = \mathbf{I}(ag_1)$  и идентификатор передатчика  $comm \in Comm$ .

6. Когда «ЦУС» получает достаточное количество МО, он строит по полученным из них дескрипторам агентов и соответствующим идентификаторам передатчика фрагмент графа Req и решает по имеющимся внутри него правилам PReq для него задачу распределения канального ресурса. Полученный в результате фрагмент графа связи  $\Gamma$  отсылается всем учтенным отправителям МО в виде пакета настроечных данных (НД). Таким образом, «ЦУС» распределяет частотный ресурс  $F$  между агентами  $ag_i$  с ролью «УС».

Работа алгоритма может быть проиллюстрирована следующей диаграммой UML (рис. 5):

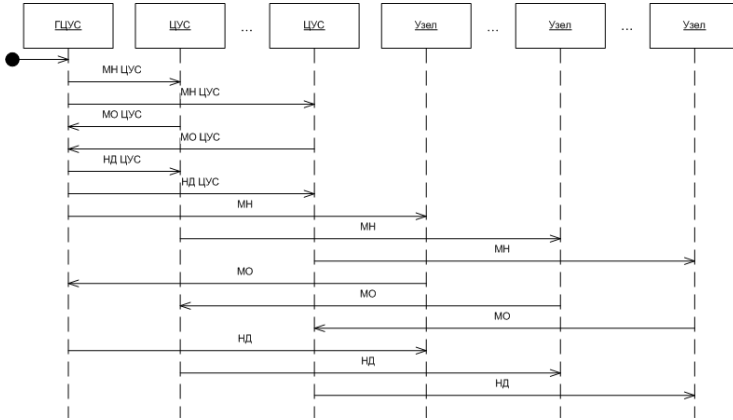


Рис. 5: Обмен маячками

Как упоминалось ранее, при необходимости закрытие и удостоверение подлинности маячков может производиться с помощью асимметричной криптосистемы типа RSA.

## 5. Выводы и перспективы

В статье предложено математическое описание особого вида задачи распределения ресурсов в соответствии с заданным шаблоном. Также предложен алгоритм структурирования множества потребителей ресурсов. Надо отметить, что эта задача не обязательно связана с системами радиосвязи и распределением частот. «Каналам» могут соответствовать, например, информационные каналы разной пропускной способности между неравноправными пользователями глобальной вычислительной сети с заданными QoS. Также «каналами» могут быть варианты прокладки железнодорожных путей между населенными пунктами при заданной матрице связности населенных пунктов и с ограничением на общую длину рельсов.

Выбор приведенной в статье постановки задачи, использующей понятный аппарат теории графов, связан с тем, что автор использовал именно такие конструкции при построении имитационной модели движения и связи иерархически организованных

агентов, в том числе и для визуализации изменений состояния системы связи. Вышеуказанная модель основана на клеточном автомате, симулирующем перемещение групп агентов по пересеченной местности [4]. При этом вершины графа  $\Gamma$  в каждый момент времени поставлены в соответствие клеткам автомата, в которых находятся агенты. В процессе движения агенты теряют друг друга из видимости из-за особенностей проходимого ландшафта, в результате чего возникает необходимость в перестройке графа связи  $\Gamma$ .

Дальнейшее развитие может лежать в направлении совершенствования мер сходства графов потребностей в связи, например, в представлении графа потребностей связи в виде модели состояний и переходов (state transition model) и в замене изоморфизма подграфов в определении сходства подграфов на отношения взаимной симуляции (simulation) или бисимуляции (bisimulation) и в переходе при задании структуры системы связи к сущностям типа коданных (codata).

### **Литература**

1. БЫХОВСКИЙ М.А., ВАСИЛЬЕВ А.В., ЛАШКЕВИЧ А.В. и др. *Основы управления использованием радиочастотного спектра: Частотное планирование сетей телерадиовещания и подвижной связи. Автоматизация управления использованием радиочастотного спектра. Т. 3.* – М.: Красанд, 2012. – 361 с.
2. ВИТТИХ В.А., СКОБЕЛЕВ П.О. *Мультиагентные модели взаимодействия для построения сетей потребностей и возможностей в открытых системах // Автоматика и телемеханика.* – 2003. – №1. – С. 177–185.
3. ГЕНИАТУЛИН К.А., НОСОВ В.И. *Применение алгоритмов вершина-краска и краска-вершина для модификации метода координационных колец при частотно-пространственном планировании системы спутниковой связи с зональным обслуживанием // Вестник СибГУТИ.* – 2014. – №3. – С. 23–36.

4. КУЗНЕЦОВ А.В. *Модель совместного движения агентов с трехуровневой иерархией на основе клеточного автомата* // ЖВМ и МФ. – 2017. – Т. 57, №2. – С. 339–349.
5. КУЗНЕЦОВ А.В., БЕССОНОВ В.В. *Описание математической модели системы связи* // Теория и техника радиосвязи, 2010. – №2. – С. 58–64.
6. КУЗНЕЦОВ А.В., БЕССОНОВ В.В. *Технология создания самоорганизующейся радиосети с функциями когнитивного радио на основе принципов программно-определяемого радио* // Кибернетика и высокие технологии XXI века. XV Международная научно-техническая конференция. – Воронеж: ООО НПФ «Саквое», 2014. – С. 176–187.
7. КУЗНЕЦОВ А.В., БЕССОНОВ В.В., КРУЧИНИН С.В. и др. *Объектно-лингвистическая модель единой среды визуального проектирования и формат хранения и переноса данных о системе связи на основе XML* // Вестник Воронежского государственного технического университета, 2011. – Т. 7, № 8. – С. 56–60.
8. КУЗНЕЦОВ А.В., ЖАРКОВ С.Н. *Настройка беспроводной сети специального назначения по защищенному радиоканалу* // Электросвязь. – 2016. – №12. – С. 28–35.
9. ЛАЗАРЕВ А.А., МУСАТОВА Е.Г., ГАФАРОВ Е.Р. и др. *Теория расписаний. Задачи железнодорожного планирования. Научное издание.* – М.: ИПУ РАН, 2012. – 92 с.
10. НОСОВ В.И. *Методы обеспечения электромагнитной совместимости в сетях радиосвязи* // Вестник СибГУТИ. – 2007. – №1. – С. 52–56.
11. ОБЕЛЬЧЕНКО М.В., БЕССОНОВ В.В., КУЗНЕЦОВ А.В. и др. *Средство передачи данных телекоммуникационной сети и телекоммуникационная сеть* // Патент России №2549120, опубл. 20.04.2015.
12. ОШМАРИН Д.В. *Распределение канальных ресурсов в сетях когнитивного радио на основе теории игр* // Бизнес-информатика. – 2010. – №4(14). – С. 38–45.



13. ПРИЛУЦКИЙ М.Х., АФРАЙМОВИЧ Л. Г. *Многоиндексные задачи распределения ресурсов в иерархических системах* // Автоматоматика и телемеханика. – 2006. – №6. – С. 194–205.
14. ПРИЛУЦКИЙ М.Х., ДИКАРЕВ К.И. *Распределение ресурсов в иерархических системах с активными элементами* // Вестник ННГУ. – 2012. – №5-2. – С. 181–189.
15. JAIN A., MURTY M., FLYNN P. *Data clustering: A review* // ACM Computing Surveys. – 1999. – Vol. 31, No. 3. – P. 264–323.
16. PELILLO M. *Replicator equations, maximal cliques, and graph isomorphism* // Neural Computation. – 1999. – Vol. 11(8). – P. 1933–1955.
17. REDI J., RAMANATHAN R. *The DARPA WNaN network architecture* // Proc. of the Military Communications Conference (MILCOM'2011), 2011. – P. 2258–2263.
18. SUMAIYA BEGUM D., NITHYA R., PRASANTH K. *Energy Efficient Hierarchical Cluster Based Routing Protocols In WSN - A Survey* // Int. Journal for Innovative Research in Science & Technology, 2014. – Vol. 1, Iss. 7. – P. 261–266.

## **ALLOCATION OF LIMITED RESOURCES IN A SYSTEM WITH A STABLE HIERARCHY (ON THE EXAMPLE OF PROSPECTIVE MILITARY COMMUNICATIONS SYSTEM)**

**Alexander Kuznetsov**, Voronezh State University, Voronezh, Cand.Sc., associate professor (avkuz@bk.ru).

*Abstract: The article is devoted to the resource allocation problem in a hierarchical social system where resources are distributed according to an agent's role in the system. We propose a general mathematical formulation and apply it to the problem of channel allocation in a special-purpose communication network. Each channel belongs to a certain class and the agents' hierarchy impose constraints on the allocation such that a pair of agents with given roles should be assigned with channels from given classes. These constraints are represented as a structure which is called needs graph. An algorithm of the automatic partitioning of a radio communication system in accordance with the roles of the nodes is proposed. None of the nodes have complete knowledge about the entire communication system so an information about roles of the nodes is unknown in advance and is established by a beacon exchange process. We illustrate the proposed approach by an example of a special-purpose military communication networks.*

**Keywords:** resource allocation problem, graph similarity measures, abstract data structures, radio network planning, data exchange protocols, cognitive networks.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.М. Вишневым.*

*Поступила в редакцию 27.10.2016.*

*Дата опубликования 31.03.2017.*