

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

***Выпуск 71
Январь 2018***

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2018

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 71

Москва – 2018

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук: Дорофеев А.А., Кузнецов О.П., Кульба В.В., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: член-корр. РАН Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. физ.-мат. наук Шевляков А.А. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИПМ РАН), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), Галаев А.А. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук Зоркальцев В.И. (ИСЭМ СО РАН), проф. Калашников А.О. (ИПУ РАН), проф. Калянов Г.Н. (ГУ ВШЭ), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ключков В.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, Коргин Н.А. (ИПУ РАН), проф. Курдюков А.П. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук, проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (МФТИ), д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р биол. наук проф. Михальский А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н. (ИПС РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук: проф. Орлов А.И. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), проф. Райгородский А.М. (МГУ), проф. Савватеев А.В. (РЭШ), д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), Совлуков А.С. (ИПУ РАН) д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ), проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МГТУ), д-ра физ.-мат. наук: доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Арзамас – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – академик РАН Бычков И.В., д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., Сараев П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фуртат И.Б. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в интернете: ubs.mtas.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

Системный анализ

Кузнецов А.В.

Краткий обзор многоагентных моделей..... 6

Математическая теория управления

Железнов К.О., Квинто Я.И., Хлебников М.В.

Решение задачи слежения для линейной системы управления на основе метода инвариантных эллипсоидов..... 45

Управление в социально-экономических системах

Горбанева О.И., Мурзин А.Д., Угольницкий Г.А.

Механизмы согласования интересов при управлении проектами развития территорий..... 61

Управление техническими системами и технологическими процессами

Резчиков А.Ф., Кушников В.А., Иващенко В.А.,

Фоминых Д.С., Богомолов А.С.,

Филимонюк Л. Ю.

Модели и алгоритмы управления процессом сварки роботизированными технологическими комплексами по критерию качества производимой продукции..... 98

УДК 519.711

ББК 22.18

КРАТКИЙ ОБЗОР МНОГОАГЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ

Кузнецов А. В.¹,

(Воронежский государственный университет, Воронеж)

Представлен обзор различных областей применения многоагентных систем. Рассматриваются примеры многоагентных моделей разных типов в механике, биологии, транспорте, моделировании роя и строя роботов и в экономике.

Ключевые слова: агентно-ориентированное моделирование, автономные агенты, многоагентные системы.

Введение

В настоящее время многоагентные системы находят все большее применение в самых разных отраслях науки и техники. В отличие от традиционных способов математического моделирования они позволяют работать не с интегральными характеристиками описываемой системы, а с каждым ее элементом в отдельности. Пользуясь агентной парадигмой, можно уйти от решения громоздких или просто неизвестных уравнений, описывающих исследуемый объект, можно легко применять параллельные вычисления. Наконец, часто при достаточно большом количестве агентов можно получить и традиционные модели из агентных.

В данном обзоре будет идти речь о примерах применения агентных моделей. Разумеется, этот обзор ни в коей мере не претендует на полноту, но автор ставил цели привести примеры моделей из самых разных отраслей знания. Для ясности дальнейшего изложения дадим следующие определения.

Сложная система – система, которая может быть разложена на многие компоненты, имеющие относительно много взаимосвя-

¹ Александр Владимирович Кузнецов, кандидат физико-математических наук, доцент (avkuz@bk.ru).

зей между ними, так что поведение каждого компонента зависит от поведения остальных [60].

Агент – это реальная или виртуальная автономная сущность, работающая во внешней среде, способная воспринимать и действовать в этой среде. Агент может общаться с другими агентами, проявлять независимое поведение, которое может рассматриваться как следствие его знаний, взаимодействия с другими агентами и целей, которых он должен достичь [21].

Часто то, чем агенты воспринимают внешнюю среду, называют сенсорами, а то, чем агенты воздействуют на среду – эффекторами (или актуаторами). Под данное определение подпадает довольно большое количество сущностей – от компьютерных программ и роботов до людей.

Таким образом, многоагентная система – это сложная система, которая состоит, в основном, из агентов. Агентные модели представляют собой своего рода микромасштабную модель, которая имитирует одновременные действия и взаимодействия нескольких агентов в попытке воссоздать и предсказать появление сложных явлений. Этот процесс является результатом выхода из нижнего (микро) уровня систем на более высокий (макро) уровень.

В одном из наиболее полных учебников по искусственному интеллекту [54, с. 47] приводится следующая классификация агентов на основе их степени их «интеллектуальности», которая, по мнению авторов, охватывает все агентные системы:

1. Простые рефлекторные агенты, которые осуществляют действие на основе своего текущего восприятия. Они могут эффективно действовать только лишь в случае полностью наблюдаемого окружения.

2. Основанные на модели рефлекторные агенты. Данный тип агентов имеет внутри себя модель ненаблюдаемой в настоящий момент части окружения, например, историю предыдущих восприятий и действий агента. Такие агенты могут действовать в частично наблюдаемом окружении.

3. Основанные на цели агенты. Это основанные на модели

агенты, имеющие информацию о цели, т.е. перечень желательных состояний.

4. Основанные на полезности агенты. Эти агенты при функционировании максимизируют функцию полезности, которая позволяет сортировать возможные состояния, в которых может оказаться агент, по степени их полезности.

5. Обучающиеся агенты. Данная категория агентов может работать в изначально неизвестных средах и постепенно накапливать сведения о наиболее эффективных стратегиях поведения.

Модель убеждений, желаний и намерений (belief, desire, and intention model, BDI) – популярная техника проектирования агентов [49]. В этой модели «убеждения» – это известные агенту сведения о мире, а также правила вывода новых сведений из доступных, «желания» соотносятся с планируемыми задачами агента, а «намерения» – с действиями, которые агент должен выполнить для осуществления своих задач. В эту модель включают также «события» – то, что может изменить «убеждения», «желания» и «намерения». Классические модели BDI используют темпоральную Computational Tree Logic CTL*, однако следует понимать, что буквальное (а не концептуальное) следование таким конструкциям может существенно затруднить разработку программного обеспечения в силу трудности реализации CTL*.

Автор настоящей работы хочет подчеркнуть, что он не ставил себе целью составить обзор методологий построения многоагентных систем. Такие обзоры, особенно в части логико-семиотического направления, уже существуют, в том числе и на русском языке (например, [11]). Вместо этого автор попытался подобрать показавшиеся ему интересными многоагентные модели из разных отраслей науки и техники, уже реализованные в виде программного (или аппаратного) обеспечения, чтобы создать у читателей общую картину практического применения многоагентной методологии.

Говоря об агентах, следует упомянуть близкую концепцию «актора» [26]. Актор – это сущность, которая в ответ на полученное сообщение может:

- 1) отправить конечное количество сообщений другим актерам;
- 2) создать конечное число новых акторов;
- 3) определить поведение, которое будет использоваться для следующего полученного актором сообщения.

Главные различия между актором и агентом в том, что агент активен постоянно, тогда как актер активизируется при получении сообщения, и что агенты общаются, изменяя окружающую обстановку, таким образом, для общения нет необходимости заранее знать, что агент существует, тогда как актеры сообщаются по заранее известному адресу. Модель агентов может быть реализована с помощью акторов.

1. Предыдущие обзоры общего характера

В одном из первых (1999 г.) обзоров [27] было предложено следующее деление методологий построения агентных систем на

1. Объектно-ориентированные методологии, в которых агенты (в том числе и BDI-агенты) рассматриваются как активные объекты.
2. Методологии инженерии знаний (Knowledge engineering, KE), в которых используются онтологии и решатели задач.
3. Формальные подходы, основанные на применении формальных языков и темпоральной модальной логики.
4. Смешанные варианты.

В более поздней работе [11] содержится более подробный вариант вышеприведенной классификации:

1. Моделирование индивидуального и коллективного поведения агентов в многоагентной системе.
2. Теоретико-игровое моделирование взаимодействия агентов.
3. Лингвистическое направление, связанное с моделированием речевых актов для построения протоколов коммуникации между агентами.

4. Организационное моделирование многоагентных систем, связанное с общей теорией систем и организаций.

5. Построение моделей распределенных систем на базе сетей Петри.

6. Программистское направление, связанное с моделями акторов, параллельным и агентно-ориентированным программированием.

7. Логико-семиотическое направление, связанное с моделированием ментальных свойств (интенциональных характеристик) агентов с помощью неклассических логик.

В обзоре 2000 г. [62] многоагентные системы (Multiagent Systems) рассматривались вместе с распределенным решением задач (Distributed Problem Solving) как составные части распределенного искусственного интеллекта (Distributed Artificial Intelligence). В указанном обзоре излагались различные обычные сценарии для многоагентных систем и перечислялись возможности для применения техник машинного обучения. Предлагалась классификация систем агентов по двум измерениям:

1. Степень неоднородности агентов (гомогенные и гетерогенные системы).

2. Количество и вид взаимодействия агентов друг с другом.

По первому измерению системы агентов можно подразделить на гомогенные и гетерогенные, по второму – различать общающихся и необщающихся агентов, кооперативных и соревнующихся агентов и т.п.

В докладе 2004 г. [17] различалось аналитическое (с помощью уравнений) и имитационное моделирование (Simulation), применяемое в случае затруднительности решения или формулировки аналитической модели. В имитационном моделировании выделялись такие подходы, как System Dynamics, дискретно-событийное моделирование и агентное моделирование. При этом демонстрировалось, что решение в агентной модели при достаточном большом количестве агентов соответствует решению в рамках System Dynamics и предлагался довольно известный сейчас инструмент мультипарадигменного моделирования AnyLogic.

К 2006 г. уже существовали десятки сред разработки агентных систем. Например, в обзоре [50] перечислялись декларативные, императивные и смешанные языки описания агентов и многие существовавшие на тот момент IDE. Одним из ключевых свойств агентных систем является способность к параллельному и распределенному вычислению и различные решения в этой области рассмотрены в обзоре 2014 г. [51]. В упомянутом обзоре сравнивалась производительность систем Repast Symphony, Mason, NetLogo, Gama, а также нативно поддерживающих параллельные вычисления систем RepastHPC, D-Mason, Pandora, Flame и JADE. Один из наиболее полных обзоров поддерживаемых в настоящее время агентных платформ приведен в [36]. В числе прочего, там указано, что наиболее популярной средой агентного моделирования является написанная на java JADE.

Существуют работы, в которых многоагентные системы исследуются с точки зрения классической теории управления (так называемое сетевое управление) [9]. Для сетевого управления характерно сочетание классического аппарата теории управления с методами теории графов. Например, в работе [14] указывается, что задачи управления, такие как управление коллективом роботов, распределенный интеллект, роевой интеллект, распределенное принятие решений, распределенное познание, управление перегрузками в сетях, коллективное движение в биологии, синхронизация осцилляторов в физике, распараллеливание в теории оптимизации, распределенная оценка, совместная оценка, равновесие в экономике, моделирование социальных взаимодействий и теория игр могут быть проанализированы в соответствии с теорией взаимосвязанных динамических систем. Эти науки имеют несколько взаимопересекающихся исследовательских сообществ; по этой причине они характеризуются различными определениями и различными подходами, начиная от строгого математического анализа и заканчивая экспериментальным исследованием. По этой же причине отсутствует общая терминология: например, динамические системы могут именоваться роботами, агентами, узлами, процессорами и объектами. Ансамбль называется груп-

пой, сетью, взводом, роем, командой и кластером, а алгоритмы получают разные названия, такие как контроллеры, протоколы и динамика. В цитируемой работе термин «агент» используется для обозначения отдельной динамической системы, а «сеть» или «коллектив» – для ансамбля. Формулируются задачи нахождения консенсуса, построения строя, оптимального размещения ресурсов на языке динамических систем.

В диссертации [65] рассматриваются задачи поиска консенсуса и синхронизации агентов, возникающие во многих отраслях науки. Агенту соответствует некоторая динамическая система, консенсус и синхронизация исследуются в сетях отдельных динамических систем, связанных в соответствии с некоторой топологией, которая определяется графом связи. Сами системы моделируются обыкновенными дифференциальными уравнениями. В вышеупомянутой диссертации описывается куб сложности связанных систем (рис. 1). Если положить, что связь между отдельными системами описывается некоторой топологией, то можно выделить три независимых измерения сложности: сложность отдельных систем, сложность топологии связности и сложность самих связей.

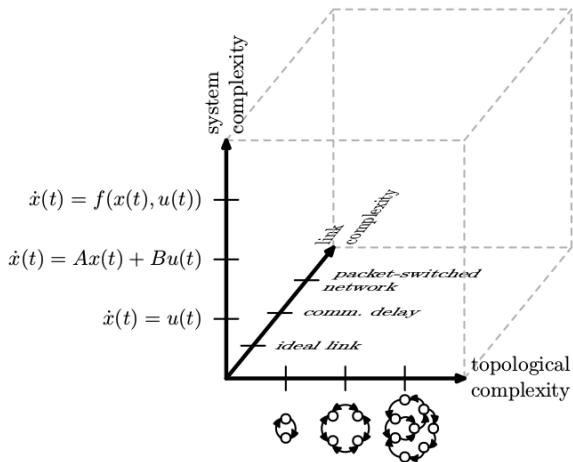


Рис. 1. Куб сложности для связанных динамических систем

В диссертации [65] выделяются диффузионно связанные системы, которые, в свою очередь, подразделяются на статически связанные и динамически связанные. В статически связанных системах, например (1)–(2), есть лишь зависимость от мгновенных значений состояний и нет состояния связи. Входы системы связаны с относительными состояниями алгебраическим уравнением:

$$(1) \quad \dot{x}(t) = u(t),$$

$$(2) \quad u(t) = -L(t)x(t),$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояний систем, $u(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор входов систем, $L(t)$ – зависящая от времени матрица Кирхгофа связи отдельных систем (в зарубежной литературе матрица Кирхгофа чаще называется матрицей Лапласа или дискретным лапласианом). Для графа $\mathcal{G} = (V, E, A)$ с матрицей весов ребер A матрица Кирхгофа определяется как

$$L(A) = \begin{cases} -a_{ij}, i \neq j, \\ \sum_{i \neq j} a_{ij}, i = j. \end{cases}$$

В противоположность этому динамически связанные системы характеризуются тем свойством, что они зависят от мгновенного значения относительных состояний и от состояния связи, т.е. сами описываются динамической системой. В динамических соединениях входы систем связаны с относительными состояниями дифференциальным уравнением. Пример динамически связанных систем:

$$(3) \quad \dot{x}_k(t) = Ax_k(t) + Bu_k(t),$$

$$(4) \quad y_k(t) = Cx_k(t),$$

$$(5) \quad \dot{z}_k(t) = Ez_k(t) + F\delta_k(t),$$

$$(6) \quad u_k(t) = Gz_k(t) + H\delta_k(t),$$

$$(7) \quad \delta_k(t) = \sum_{j=1}^N w_{k,j}(t)(y_k(t) - y_j(t)),$$

где $x_k(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояний k -й системы; $u_k(t) \in \mathbb{R}^p$ – вектор ее входов; $y_k(t) \in \mathbb{R}^q$ – выходов; $z_k(t) \in \mathbb{R}^m$ – состояние связи; $\delta_k(t)$ – относительный выходной сигнал.

Следует отметить сборник лекций [19], в котором обобщается и систематизируется проблематика, связанная с сетевыми системами, т.е. с системами взаимосвязанных агентов (вид связей определяется графом). В указанном сборнике производится следующая классификация сетевых систем:

- 1) линейные системы, например, модели динамики мнений, компартментальные модели живых систем, модели оптимального патрулирования периметра и т.п., включающие

- а) системы усреднения с дискретным временем вида

$$x(k+1) = Ax(k),$$

где $A = (a_{ij})$ – матрица $n \times n$, $a_{ij} \geq 0$, $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1$, $i, j = \overline{1, n}$.

- б) системы усреднения с непрерывным временем вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t),$$

включая модели образования роя, непрерывные модели динамики мнений, модели соединения RC-элементов электрической цепи и пр. Во всех случаях, матрица A связана с графом связи отдельных систем через матрицу Кирхгофа.

- 2) нелинейные системы, включая

- а) модели Лотка–Вольтерра популяционной динамики вида

$$\dot{x}_1 = x_1(r_1 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2),$$

$$\dot{x}_2 = x_2(r_2 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2),$$

- б) модели распространения вирусов вида

$$\dot{x}(t) = \beta(I - \text{diag}(x(t)))Ax(t),$$

- в) сети соединенных осцилляторов с моделью Курамото вида

$$\dot{\theta}_i = \omega_i - K/n \sum_{j=1}^n \sin(\theta_i - \theta_j), \quad i = \overline{1, n},$$

- г) модели построения строя роботов, в которых необходимо поддерживать постоянное расстояние между определенными элементами строя.

Задачи сетевого управления освещаются во многих статьях отечественных авторов (например, [1, 4, 5, 18]): П.Ю. Чеботарева, Р.П. Агаева, Н.О. Амелиной, Я.И. Квинто и др.

2. Задачи, решаемые с помощью агентного подхода

2.1. Математика

Существуют многочисленные многоагентные подходы (роевая оптимизация и близкие методы) к решению задач дискретной оптимизации. Из них наиболее известны генетические алгоритмы, алгоритм муравьиной колонии и метод роя частиц. Менее известны алгоритм пчелиной колонии, искусственные иммунные системы, алгоритмы разумных капель, алгоритм кукушки и другие алгоритмы, основанные на биологических и физических метафорах. Данные подходы хорошо исследованы и им посвящено большое количество обзоров, например [61]. Однако следует отметить, что наблюдается тенденция к злоупотреблению подобными метафорами, когда под экзотической аналогией скрывается уже хорошо известный метод [32].

2.2. Механика

В механике твердого тела, в механике жидкости и газа существуют подходы, в которых среда рассматривается как множество последовательно движущихся по дискретной решетке или сталкивающихся фиктивных частиц, т.е. как клеточный автомат. Примерами таких методов является *movable cellular automaton*

(MCA, [10]), Lattice Gas cellular automata и Lattice Boltzmann methods (LBM).

Пусть $f_i(\vec{x}, t)$ – одночастичная функция распределения, дающая вероятность нахождения частицы со скоростью \vec{v}_i в клетке \vec{x} в момент времени t . Скорость \vec{v}_i может принимать значение из некоторого конечного множества, зависящего от типа решетки, например $\vec{v}_i = (\cos(2\pi i/6), \sin(2\pi i/6))$ для гексагональной сетки. Функция перехода клеточного автомата в LBM обычно состоит из двух шагов вида:

1. Релаксация (также говорят «шаг коллизий»)

$$f_i^t(\vec{x}, t + \delta_t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau}(f_i^{eq} - f_i),$$

где \vec{x} – вектор координат клетки в решетке; f_i^{eq} – локальная функция равновесия, аппроксимирующая распределение Больцмана $f_{eq}(\vec{v}_i) = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} e^{-\frac{(\vec{v}_i - \vec{u})^2}{2RT}}$ (R – универсальная газовая постоянная; T – температура; ρ – плотность среды; u – макроскопическая скорость газа; D – размерность пространства); τ – время релаксации; δ_t – шаг дискретного времени.

2. Распространение потоков:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i^t(\vec{x}, t + \delta_t).$$

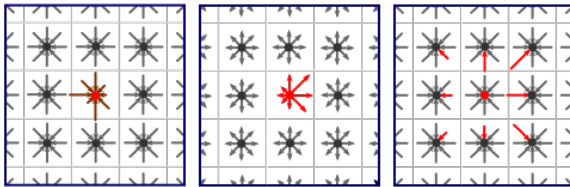


Рис. 2. Тактовое функционирование клеточного автомата для LBM вида D_2Q_9

В работе С. Вольфрама [66] рассматривается применение LBM к моделям жидкостей, описываемых уравнениями Навье–Стокса. Отметим, что в этих моделях применяют автоматы с треугольными, квадратными, шестиугольными и другими ячейками.

Общая схема классификации моделей имеет вид $D_n Q_m$. Здесь D_n – это размерность n решетки, Q_m – количество m соседей для клетки, включая ее саму. Преимуществом данных методов над традиционными методами вычислительной механики является легкость применения параллельных вычислений. Существуют специализированные обзоры таких подходов, составленные специалистами по механике (например, [63]), автору же данного обзора хочется отметить, что именно клеточные автоматы, первоначально описывающие динамику газа, породили многие из моделей поведения толпы.

2.3. Биология и медицина

Биомедицинские многоагентные модели обычно напоминают модели из предыдущего подраздела. В качестве клеток клеточного автомата в модели обычно берутся живые клетки. Например, в статье [13] описан двухмерный клеточный автомат (рис. 3), моделирующий развитие опухоли. В качестве ячеек автомата рассматриваются нормальные и опухолевые клетки, а функция перехода автомата учитывает уровень насыщенности кислородом, близость клетки к сосуду и разное поведение нормальных и раковых клеток. Показывается, что ток крови и неоднородность красных кровяных телец играют главные роли в развитии таких колоний клеток, даже когда красные кровяные тельца проходят через сосуды в нормальной, здоровой ткани.

Правила эволюции вышеуказанного клеточного автомата таковы:

1. Пустой или занятый сосудом элемент не развивается, за исключением случая, когда в соседнем занятом элементе происходит деление клетки.

2. Распределение кислорода рассчитывается путем решения соответствующей краевой задачи

$$(8) \quad \frac{\partial P}{\partial t} = D_P \nabla^2 P - k(\vec{x})P,$$

$$(9) \quad -D_P \mathbf{n}_w \cdot \nabla P = \mathcal{P}(P_B - P),$$

$$(10) \quad \mathbf{n}|_{\partial\Omega} \cdot \nabla P = 0,$$

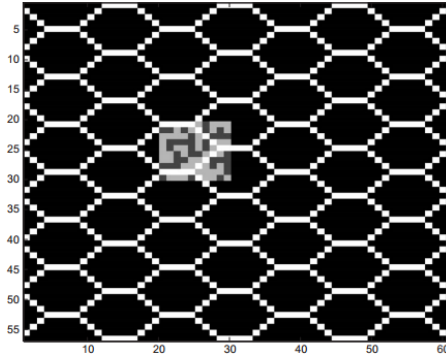


Рис. 3. Начальное распределение элементов клеточного автомата. Черные клетки пустые, белые заняты сосудами, светло-серые – раковыми клетками и темно-серые – нормальными клетками

где P – распределение внеклеточного кислорода, D_P – коэффициент диффузии, $k(\vec{x})$ – скорость потребления кислорода в позиции \vec{x} , \mathbf{n}_w – вектор внешней к стенке сосуда единичной нормали, \mathcal{P} – проницаемость сосуда, P_B – уровень кислорода внутри сосуда, $\mathbf{n}|_{\partial\Omega}$ – вектор внешней единичной нормали к границе области. Величина $k(\vec{x})$ обновляется на каждом шаге функционирования клеточного автомата и зависит от клеток в позиции \vec{x} .

3. Тип клетки в занятом элементе хранится в векторе состояния. Клетки пытаются делиться на каждом шаге.

4. Правила процесса деления зависят от типа клетки. Для нормальной клетки определяется локальная концентрация кислорода. Если концентрация кислорода ниже порогового значения, клетка погибает, в противном случае пытается делиться. Пороговое значение определяется по состоянию ближайших соседей. Если клетка окружена по большей части нормальными, а не раковыми клетками, то фиксируется пороговое значение N_{T1} , в противном случае фиксируется $N_{T2} > N_{T1}$.

Правила для раковых клеток аналогичны правилам для нормальных клеток, за исключением того, что сравнение между уровнем кислорода и пороговым значением определяет только то,

будет ли клетка делиться. Правила гибели раковой клетки определяются по-другому. Если с клеткой соседствует больше раковых клеток, чем нормальных, тогда для нее фиксируется пороговое значение C_{T1} , в противном случае фиксируется $C_{T2} > C_{T1}$.

Неравенства $C_{T1} < C_{T2}$ и $N_{T1} < N_{T2}$ означают, что клетки с большей вероятностью делятся, если они, в основном, окружены клетками того же типа.

5. Элементы, занятые раковыми клетками, в которых локальная концентрация кислорода ниже порогового, входят в покоящееся состояние, в течение которого большая часть функций клетки приостанавливается, включая пролиферацию. При входе в это состояние запускается таймер, увеличивающийся на единицу каждый шаг, когда ячейка остается в состоянии покоя. Если таймер достигает заданного значения, клетка погибает. Однако, если в какой-то момент уровень кислорода перейдет выше порогового значения, ячейка вернется к размножающемуся состоянию, а ее таймер сбросится до нуля.

6. Элементы, занятые нормальными и раковыми клетками, являются потребителями кислорода.

7. Если уровень кислорода в элементе, занятом клеткой, выше порога, то клетка будет делиться, если в ее окрестности радиуса R есть пустые элементы. Если свободное место есть, то новая клетка переходит в свободный элемент с наибольшей концентрацией кислорода. Иначе клетка не может делиться и погибает.

Модель роста опухоли в статье [44] также основана на клеточном автомате, подобном вышеупомянутому, но учитывает генетические особенности злокачественных клеток, делающих их нечувствительными к сигналам прекращения роста, выключающими программу клеточной смерти (апоптоза) и т.п.

В статье [45] моделируется процесс функциональной адаптации костной ткани с помощью гибридного (т.е. сочетающего дискретные и непрерывные правила) клеточного автомата, подобного используемому в механике твердого тела.

В статье [24] приведена простая многоагентная модель эпидемии. Модель была предназначена для исследования влияния та-

ких факторов, как начальное количество инфицированных, плотность популяции и максимальное количество клеток, через которое может распространяться инфекция. Далее это направление исследований получило определенную популярность и сейчас существуют агентные модели эпидемии, учитывающие образцы человеческого поведения, полученные из реальных данных, мобильность и т.д., например, [22].

2.4. Неклассические вычисления

Многоагентный подход применяется в неклассических вычислениях, например, в биологических вычислениях. Слизевик *Physarum polycephalum* (гигантское многоядерное одноклеточное существо, рис. 4) часто применяется как модельный организм для биологических вычислений, который может быть запрограммирован различными внешними стимулами. В ответ на эти стимулы он растет, меняет конфигурацию, выпускает ложноножки и т.п. [30], что и кодирует определенные операции над числами, помимо этого слизевик способен к обучению и самообучению. Например, в свое время этот слизевик был использован в качестве системы управления роботом, избегающим света.



Рис. 4. *Physarum polycephalum* на стволе дерева (фотография frankenstoen – flickr; CC BY 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18930526>)

Существует сайт <http://www.phychip.eu/>, посвященный проекту PhyChip – построению вычислительной системы на основе слизевиков *Physarum*. В статье [29] рассматривается многоагентная среда, симулирующая поведение *Physarum polycephalum*.

Поведение слизевиков привело к созданию моделей движения толпы [33]. Предлагается основанная на клеточном автомате модель *Physarum*, которая имитирует процесса поиска и диффузии пищи, роста организма, создания ложноножек для каждого организма. При этом выборе оптимального пути эвакуацией толпы соответствует оптимальный выбор ложноножки моделируемого организма *Physarum*.

Также существуют связанные с поведением слизевиков модели из различных видов неклассической логики и теории игр [55, 57, 58]. В статье [56] рассматриваются клеточные автоматы с правилами, меняющимися на каждом ходу. Используя эти автоматы, возможно формализовать рефлексивные игры на основе контекста для k игроков на разных конечных или бесконечных уровнях рефлексии. Каждый игрок имеет собственное правило принятия решения, определяемое логической функцией на своих выигрышах в контексте, который постоянно изменяется. Это правила нулевого уровня рефлексии. Если игрок 1 следует правилу принятия решения, которое является логической комбинацией с решающим правилом игрока 2 нулевого уровня рефлексии, то мы говорим, что правило решения игрока 1 относится к первому уровню. Между тем, если игрок 2 следует правилу принятия решения, которое является логической комбинацией с решающим правилом игрока 1 первого уровня рефлексии, то говорится, что правило решения игрока 2 относится к второму уровню и т.д.

В работе [59] рассматривается роевое поведение алкоголиков с точки зрения неклассической логики. В качестве роев рассматриваются небольшие группы собутыльников. Было обнаружено, что алкоголики образуют сеть, состоящую из нескольких небольших групп. Задача оптимизации обычных напитков решена не небольшой группой, а всей сетью, т.е. несколькими группами, члены которых взаимосвязаны.

Дело в том, что каждая небольшая группа алкоголиков появляется и исчезает в разных условиях, но сеть, к которой относятся эти алкоголики, остается практически постоянной. Оказалось, что небольшие группы лиц, страдающих алкоголизмом, нестабильны и, обмениваясь своими членами, могут слиться или разделиться для оптимизации потребления алкоголя. Те же поведенческие закономерности наблюдаются у слизевиков: сплавление и расщепление перед аттрактантами для оптимизации их захвата.

Внешние стимулы (аттрактанты) для слизевиков представляют собой кусочки питательных веществ, разбросанных перед этим организмом. Аттрактанты для алкоголиков представлены местами, где они могут спокойно пить в небольших группах. 38% респондентов предпочитают пить в одном месте и 62% в разных местах. Аргументы при выборе мест следующие: короткое расстояние от дома, низкая цена, качество напитков.

2.5. Транспорт

Агентные (микроскопические) модели применяются для моделирования транспортных потоков, обычно однополосных. В основе подходов лежит концепция «о желании придерживаться при движении безопасной дистанции до лидера». В монографии [3] приводятся, например, модель оптимальной скорости Нагеля–Шрекенберга, основанная на клеточных автоматах, которая является простейшей. В этой модели на каждом шаге $m \rightarrow m + 1$ состояние всех автотранспортных средств в системе обновляется в соответствии со следующими правилами (здесь $v_n \leq v_{\max}$ – скорость, а s_n – координата n -го транспортного средства):

- 1) ускорение (отражает тенденцию двигаться как можно быстрее, не превышая максимально допустимую скорость):

$$v_n(m + 1) = \min\{v_n(m) + 1, v_{\max}\};$$

- 2) торможение (гарантирует отсутствие столкновений с впе-

реди идущими автотранспортными средствами):

$$v_n(m+1) = \min\{v_n(m), s_{n+1}(m) - s_n(m) - d\},$$

где $d \sim 7,5$ м;

3) случайные возмущения (учитывают различия в поведении транспортных средств):

$$v_n(m+1) = \begin{cases} \max\{v_n(m) - 1, 0\}, & \text{с вероятностью } p, \\ v_n(m), & \text{с вероятностью } 1 - p; \end{cases}$$

4) движение:

$$s_n(m+1) = s_n(m) + v_n(m).$$

В работе [35] приводятся модели кратковременной динамики следования за лидером, которые описывают непрерывные задачи обратной связи (ускорение и торможение) и задачи дискретного выбора как ответ на окружающий транспортный поток. Стиль вождения агентов характеризуется параметрами модели – временем реакции, желаемой скоростью и т.п. Также используются переменные внутреннего состояния, соответствующие уму агента, для описания опыта водителя. На поведение водителя действуют соседние транспортные средства и другие внешние воздействия.

2.6. Модели толпы

Предположительно самая первая работа, описывающая агентный подход к моделированию роя или стаи, – это статья Рейнольдса [52]. В ней выделено три основных принципа построения роя:

- избегание столкновений: избегать столкновений с ближайшими соседями по рюю;
- совпадение скоростей: пытаться двигаться с той же скоростью, что и ближайшие соседи по рюю;

- центрирование по рою: пытаться держаться близко к ближайшим соседям по рою.

Автор предлагал применять вышеизложенные принципы для графического отображения роя частиц, но вскоре они нашли и другие применения.

В работе [31] использован двухмерный клеточный автомат (так называемый world-space cellular automaton, рис. 5, изображение из цитируемой ниже работы Ross Mead) с правилами, близкими к *Game of Life* Конвея, симулирующий образование роя (swarm) агентов с помощью поля социального потенциала. Агенты отталкиваются друг от друга, если слишком сильно приближаются или притягиваются, если находятся достаточно далеко друг от друга. Сила отталкивания и (или) притяжения между двумя агентами описывается как

$$f(d) = -\frac{c_1}{d^{\alpha_1}} + \frac{c_2}{d^{\alpha_2}},$$

где $c_1, c_2 \geq 0$, $\alpha_1 > \alpha_2 > 0$ – параметры агентов, d – расстояние между агентами. Если агент A обнаруживает соседей N_1, \dots, N_k на расстояниях d_1, \dots, d_k , то сила, примененная к агенту i соседом N_i будет

$$f_A(d_i) = -\frac{c_{1i}}{d_i^{\alpha_{1i}}} + \frac{c_{2i}}{d_i^{\alpha_{2i}}}.$$

Суммарная сила, примененная к агенту A будет

$$F(A) = \sum_{i=1}^k f_A(d_i).$$

Предполагалось использование миниатюрных роботов, снабженных сенсорами и системой связи, с таким поведением при ликвидации чрезвычайных ситуаций.

Так вышло, что самая первая работа по моделированию движения группы людей, которую автор настоящего обзора прочел и которая определила его интерес к агентным системам – это

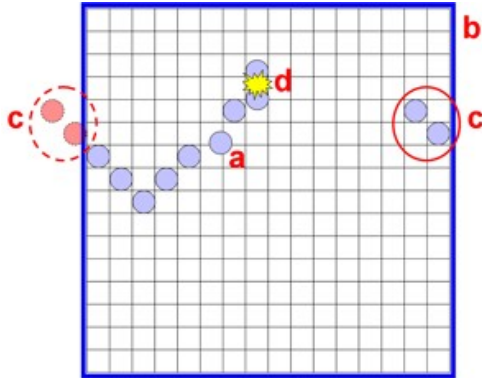


Рис. 5. World-Space Cellular Automaton и его ограничения: (а) робот между клетками сетки; (б) граница, окружающая автомат; (в) автомат оборачивается вокруг границы; (г) два робота пытаются занять одну и ту же клетку

статья [7]. В ней применяется клеточный автомат с вероятностной локальной функцией перехода, изначально предложенный для моделирования динамики газов, для построения модели движения неорганизованной группы людей между препятствиями, например, между ограждениями в метро.

Следует отметить, что в России сложилась своя собственная школа математического моделирования поведения толпы, и стоит упомянуть в связи с этим монографию [2], посвященную математическим моделям управления толпой, поведение которой описывается как пороговое (конформное) коллективное принятие решений ее элементами.

2.7. Управление строем

Стоит отметить, что для данного направления характерно, что одни и те же результаты используются и для моделирования строя агентов на компьютере, и для проектирования искусственного интеллекта наземных роботов и БПЛА.

В [16, 39, 41, 42] и других работах того же коллектива авторов описан алгоритм, позволяющий организовывать строй (formation) агентов, определенный с помощью одной или

нескольких математических функций. Формация агентов рассматривается как одномерный клеточный автомат (так называемый *robot-space cellular automaton*), каждая клетка которого содержит координаты агента на плоскости, его реальное и желаемое взаимное расположение с соседними агентами (см. рис. 6).

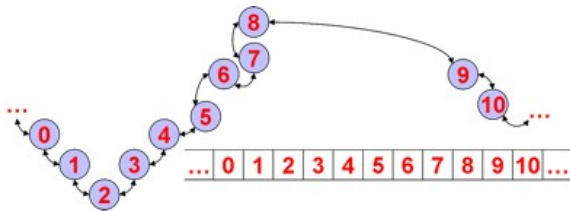


Рис. 6. Роботы как ячейки в одномерном клеточном автомате пространства роботов (*Robot-Space Cellular Automaton*)

Каждый агент (робот) представим клеткой c_i одномерного клеточного автомата. Каждая клетка имеет окрестность $\{c_{i-1}, c_i, c_{i+1}\}$. Пусть желаемая формация задана функцией $f(x)$, которая известна одному из агентов c_{seed} и каждый агент c_i знает свои координаты p_i . Желаемое отношение $r_{i \rightarrow j, des}$ между c_i и c_j определяется как вектор с началом в p_i и концом в точке пересечения $f(x)$ и окружности радиуса R с центром в p_i , R – это желаемое расстояние между агентами. Используя данные сенсоров, агент выясняет действительное отношение $r_{i \rightarrow j, act}$. Данные о желаемой формации, заданной через $f(x)$, распространяются локально от c_{seed} к соседям и от них далее. Все агенты вычисляют свои желаемые и действительные отношения с соседями и движутся таким образом, чтоб минимизировать $\|r_{i \rightarrow j, des} - r_{i \rightarrow j, act}\|$. Агенты (наземные роботы) могут сохранять как уже созданный строй, так и создавать новый. Демонстрируется работа алгоритма на примере колесных роботов, распознающих друг друга по цветным штрих-кодам и общающихся по радиосети XBee.

В работе [34] для решения сходной проблемы применен иной подход. Желаемый строй агентов задан графом и задача построения строя сводится к деформации взвешенного графа, описы-

вающего исходное расположение агентов, к желаемому виду, с учетом ограничений по возможностям связи агентов друг с другом (7). При этом необходим поиск изоморфизма между желаемым и существующим графом строя. Координаты агентов с номером i задаются как обыкновенное дифференциальное уравнение вида (т.н. интегратор первого порядка)

$$\dot{q}_i = u_i,$$

где q_i – координаты агента, а u_i – его скорость, являющаяся в данном случае управлением.

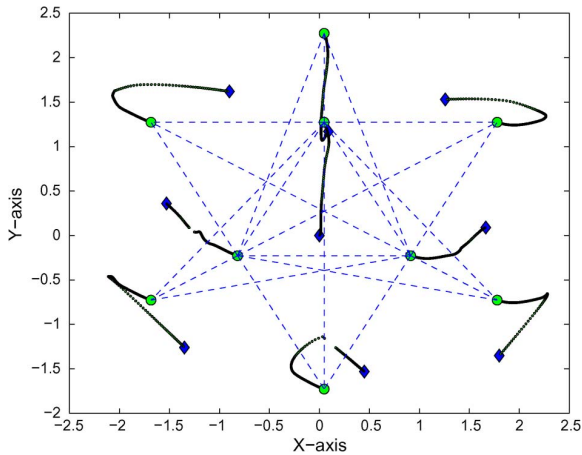


Рис. 7. Траектории агентов, занимающих желаемое положение

Статья [8] описывает построение строя роботов во многом аналогично ранее цитированной статье, однако, предлагаемый в работе подход корректно обрабатывает ситуации возможной поломки, присоединения новых агентов к строю и смены положения цели, работоспособность подхода проверена при помощи компьютерного моделирования. Также проанализирована работа алгоритма в условиях введения ошибки измерений и при наличии препятствий.

В статье [5] также решается задача управления формациями, а именно задача обобщения алгоритма равноудалённого распо-

ложения агентов на заданном фиксированном отрезке. Показана связь между задачей расположения на отрезке и классической задачей достижения консенсуса. Поведение агентов здесь описывается, из соображений большей физичности модели, интеграторами второго порядка:

$$\ddot{q}_i = u_i,$$

где q_i – координаты агента, а u_i – его ускорение, являющаяся в данном случае управлением.

Работа [20] описывает построение такого строя БПЛА, который позволял бы поддерживать сеть связи БПЛА в максимально связном состоянии. Положения агентов задаются системой дифференциальных уравнений и задача рассматривалась с точки зрения теории устойчивости.

Довольно большой обзор по задачам построения строя приведен в [46].

2.8. Модели системы связи

В этом направлении существуют два (возможно пересекающихся) класса агентных моделей. Один из них описывает построение реального протокола связи внутри телекоммуникационной сети, а второй предназначен для компьютерных симуляций телекоммуникационных сетей.

В одном из ранних обзоров [64] перечисляются различные многоагентные модели построения сетей связи. В качестве агентов рассматриваются, естественно, сами узлы телекоммуникационной сети (рис. 8), при этом для таких агентов также может применяться модель BDI. Приводятся примеры распределенного и децентрализованного управления сетью, муравьиных алгоритмов маршрутизации и прочие решения, основанные на агентном подходе. Многие из них сохраняют актуальность и развиваются и по сей день.

В статье [43] было, вероятно, впервые описано применение многоагентного подхода к моделированию сети связи. В статье указывалось, что такие традиционные модели телекоммуникационной сети, как теория очередей, сети Петри или исчисление про-

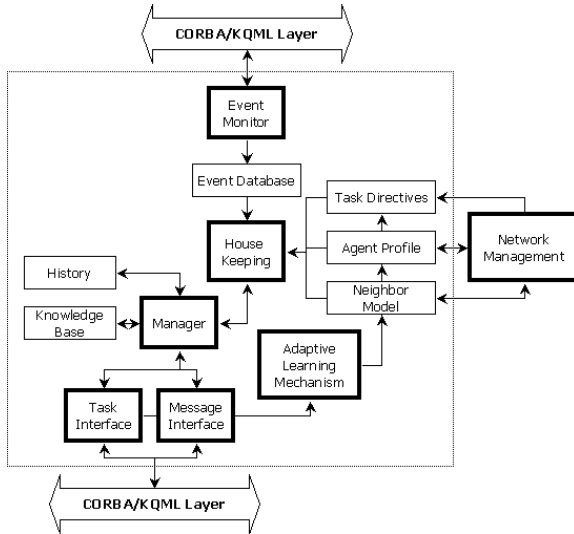


Рис. 8. Пример структуры агента телекоммуникационной сети

цессов, не вполне подходят для представления мобильных сетей или основанных на применении политик (policy-based) сетей, так как приводят к сложным и трудноразрешимым уравнениям, игнорируют индивидуальное поведение узлов и требуют задания ограниченного числа возможных состояний сети. Моделировалась система связи с сообщениями трех классов по QoS и пятью типами поведения узлов, включающими поведение узлов с динамической и статической маршрутизацией, а также разными способами построения очереди сообщений.

В связи с появлением концепции «интернета вещей» многоагентные системы как основа для разработки [38] и моделирования [15] сети связи становятся все более актуальными. В этом случае реальным прототипом агентов являются смартфоны, встраиваемые сетевые устройства и т.п., оснащенные специальными программными компонентами, позволяющими отображать в Web данные, задачи и службы всей системы агентов.

В работе [6] решается задача, во многом аналогичная задаче построения строя агентов, однако в ней с помощью графа зада-

ется не пространственные взаимоотношения между агентами, а желаемая форма сети связи. Агенты, обмениваясь сообщениями о фрагментах желаемой системы связи, организуют каналы связи со своими соседями в соответствии с полученными данными так, чтоб разница между желаемым и возможным для построения фрагментом графа связи была минимальным.

2.9. Модели боевых действий

Многоагентные модели применяются при моделировании боевых действий, особенно современных локальных конфликтов (так называемых *stability operations*), для которых оказались не применимыми традиционные модели, оперирующие, главным образом, некоторыми интегральными показателями для больших военных соединений. С конца 1990-х – начала 2000 гг. получили определенную известность среды моделирования конфликта ISAAC и EINSTEIN, разработка US Marine Corps Combat Development Command. В монографии [28] дано подробное описание алгоритмов и интерфейсов вышеуказанных систем, а также исследованы различные феномены типа самоорганизующейся тактики агентов.

Также известны, например, модель Map Aware Non-uniform Automata (MANA), разработанная Operations Analysis group в Defence Technology Agency (DTA), Новая Зеландия или же Pythagoras – разработка Marine Corps Warfighting Laboratory министерства обороны США [40, 53]. Кроме того, конфликты моделируют и в средах агентного моделирования общего назначения типа NetLogo.

Помимо упомянутых систем, автором настоящего обзора была разработана программа моделирования движения и боевых действий иерархически организованных агентов «Бокоход» (номер свидетельства о государственной регистрации Роспатентом 2016615934), которая имела в своей основе алгоритм, близкий к описанному в [28]. Данный алгоритм изложен в работе [37], и, в отличие от ранее упомянутых алгоритмов ISAAC, сфокусирован, главным образом, на конфликте агентов в условиях неизвестности, возможно, постоянно изменяющегося окружения, состоя-

щего из ячеек разной степени проходимости. Для этой цели в программе «Бокоход» реализован поиск локально-оптимальных маршрутов агентов. Также используется особый математический формализм, в котором агент не является отдельной от среды сущностью, а является частью состояния ячейки world-space cellular automaton, моделирующего окружающую среду. В результате этого достигается определенный прирост производительности программы. При этом если имеется несколько агентов, претендующих на одну ячейку, ячейка разыгрывается между ними по определенному алгоритму.

2.10. Социально-экономические науки

Наконец, многоагентное моделирование применяется и в социально-экономических науках. Применение таких моделей в экономике стало распространенным, по всей вероятности, после мирового финансового кризиса 2008 г., как утверждает в монографии [25]. Преимущество агентного моделирования в том, что оно хорошо отражает сложность взаимоотношений различных людей, домохозяйств и фирм в динамике. Агентное моделирование позволяет непосредственно связать микроуровень и макроэкономическую ситуацию и не требует равновесия экономической системы.

При этом следует отметить, что обзорные статьи на тему применения агентного моделирования в экономике появились намного раньше, как, например статья [48], изданная в виде отчета еще в 2005 г.

Агентные модели используются и для описания социальных сетей, как естественно и давно существующих в обществе, так и для компьютерных социальных сетей. Например, работа [12] предлагает многоагентную модель добавления «друзей» в социальной сети Facebook, построенную по результатам анализа данных студентов Калифорнийского технологического института (Caltech).

В работе [47] приведен большой обзор (по сути, учебник) моделей динамики мнений в социальных сетях. Рассматриваются предложенные в 1950–90 гг. модель эволюции мнений Френча–де

Гроота

$$x(k+1) = Wx(k), k = 0, 1, \dots,$$

где $W = (w_{ij}) - n \times n$ матрица весов влияния, $w_{ij} \geq 0$, модель Абельсона

$$\dot{x}(t) = -L[A]x(t),$$

где $L[A]$ – матрица Кирхгофа, модель Фридкина-Джонсена

$$x(k+1) = \Lambda Wx(k) + (I - \Lambda)u,$$

где $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, где $\lambda_i \in [0, 1]$ означает восприимчивость i -го агента к процессу социального влияния, u – постоянный вектор предубеждений агентов, и Тэйлора

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{k=1}^m b_{ik}(s_k - x_i(t)),$$

где $A = (a_{ij}) - n \times n$ матрица весов, $B = (b_{ik}) - n \times m$ неотрицательная матрица «констант убедительности». Также исследуется взаимосвязь этих моделей с современными многоагентными моделями.

В статье [23] исследуется поведение группового консенсуса, который зависит от нескольких утверждений, одно из которых является ложным. Показывается, как существование логических ограничений на убеждения влияет на коллективную сходимость к общей системе убеждений и, напротив, на то, как набор произвольно связанных убеждений, разделяемых меньшинством, может стать разделяемым большинством. В качестве примера рассматривается динамика мнений жителей США относительно ввода войск в Ирак при изменении их уверенности в утверждениях

1. У Саддама Хусейна есть запас оружия массового уничтожения.

2. Оружие массового уничтожения у Саддама Хусейна является реальным и представляет опасность для региона и всего мира.

3. Упреждающее вторжение в Ирак является справедливой войной.

Математической моделью динамики убеждений является обобщение модели Фридкина–Джонсена.

$$X(k+1) = AWX(k)C^T + (I - A)X(0), k = 0, 1, \dots,$$

где $X(k)$ – $n \times m$ матрица позиций n индивидуумов по m взаимозависимым вопросам; $W = (w_{ij})$ – $n \times n$ матрица весов влияний; $A = (a_{ij})$ – диагональная $n \times n$ матрица со значениями на главной диагонали $a_{ii} = 1 - w_{ii}$, $i = \overline{1, n}$; C – $m \times m$ матрица зависимостей между вопросами; I – $n \times n$ тождественная матрица. В данной модели консенсус может не достигаться.

3. Заключение

Подытожим, что многоагентные системы можно условно поделить на

- 1) системы агентов с непрерывными и дискретным временем, которое может быть как общее для всех агентов системы, так и разное для разных агентов;
- 2) системы агентов на сетке и в обычном евклидовом пространстве (и, возможно, в других топологических пространствах);
- 3) системы, в которых агенты перемещаются по некоторому пространству и системы, в которых пространство состоит исключительно из агентов;
- 4) системы, в которых агенты являются исключительно виртуальными сущностями среды моделирования и в которых агенты являются реальными устройствами, например, радиостанциями.

В некоторых случаях, из дискретных агентных моделей могут в пределе получаться соответствующие непрерывные, хотя в общем случае это не очевидно. Можно видеть, что некоторые модели пришли из биологии, но стали затем использоваться для

производства вычислительной техники, другие модели заимствованы из механики, но нашли широкое применение в моделировании социально-экономических процессов. Это показывает некую глубинную общность, присутствующую во всех сложных системах, универсальность неприменимости самоорганизации в самых разных науках.

Также можно отметить, что сам подход к конструкции многоагентной модели может сильно различаться. Часть исследователей описывают модель языком дифференциальных уравнений и видят в ней соединенные динамические системы, тогда как другая часть представляет похожую модель как состояния и переходы и обращается, в основном, дискретному аспекту процесса моделирования, например, к разработке неклассических логик различных типов.

Далее планируется продолжить свой обзор многоагентных технологий и провести сравнение основных языков описания агентных моделей и средств моделирования.

Литература

1. АГАЕВ Р.П., ЧЕБОТАРЕВ П.Ю. *Модели латентного консенсуса* // Автоматика и телемеханика. – 2017. – №1. – С. 106–120.
2. БРЕЕР В.В. НОВИКОВ Д.А. РОГАТКИН А.Д. *Управление толпой: математические модели порогового коллективного поведения*. – Москва : Ленанд, 2016. – 168 с.
3. ГАСНИКОВ А.В., КЛЕНОВ С.Л., НУРМИНСКИЙ Е.А. и др. *Введение в математическое моделирование транспортных потоков* – Москва : МЦНМО, 2013. – 427 с.
4. ПЕТРИКЕВИЧ Я.И. *Линейные алгоритмы управления геометрическим расположением объектов в многоагентной системе* // Управление большими системами. – 2010. – Вып. 30.1. – С. 665–680.

5. КВИНТО Я.И., ПАРСЕГОВ С.Э. *Равноудаленное расположение агентов на отрезке: анализ алгоритма и его обобщения* // Автоматика и телемеханика. – 2012. – №11. – С. 30–41.
6. КУЗНЕЦОВ А.В. *Распределение ограниченных ресурсов в системе с устойчивой иерархией (на примере перспективной системы военной связи)* // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 66. – С. 68–93.
7. МАЛИНЕЦКИЙ Г.Г., СТЕПАНЦОВ М.Е. *Применение клеточных автоматов для моделирования движения группы людей* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. – Т. 44, №11. – С. 2094–2098.
8. МОРОЗОВА Н.С. *Децентрализованное управление движением строя роботов при динамически изменяющихся условиях* // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2015. – Т. 1. – С. 65 – 74.
9. ПРОСКУРНИКОВ А.В., ФРАДКОВ А.Л. *Задачи и методы сетевого управления* // Автоматика и телемеханика. – 2016. – №10. – С. 3–39.
10. ПСАХЬЕ С.Г., ОСТЕРМАЙЕР Г.П., ДМИТРИЕВ А.И. и др. *Метод подвижных клеточных автоматов как новое направление дискретной вычислительной механики. I. Теоретическое описание* // Физическая мезомеханика. – 2000. – Т. 3, №2. – С. 5–13. – URL: <http://www.ispms.ru/ru/journals/290/459/>.
11. ТАРАСОВ В.Б. *Нетрадиционные и гибридные логики в моделировании интеллектуальных агентов. I. Искусственные деятели, интенциональные характеристики и пути моделирования* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – №5. – С. 5–17.
12. АББАС S.M.A. *An agent-based model of the development of friendship links within Facebook* // Computational and Mathematical Organization Theory. – 2013. – Vol. 19, No. 2. – P. 232–252. – URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s10588-013-9156-z>.

13. ALARCÓN T., BYRNE H.M., MAINI P.K. *A cellular automaton model for tumour growth in inhomogeneous environment* // J. of Theoretical Biology. – 2003. – Vol. 225, No. 2. – P. 257–274. – URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022519303002443>.
14. ANTONELLI G. *Interconnected dynamic systems: An overview on distributed control* // IEEE Control Systems. – 2013. – Vol. 33, No. 1. – P. 76–88.
15. BATOOL K., NIAZI M.A. *Modeling the internet of things: a hybrid modeling approach using complex networks and agent-based models* // Complex Adaptive Systems Modeling. – 2017. – Vol. 5, No. 1. – P. 4. – URL: <http://dx.doi.org/10.1186/s40294-017-0043-1>.
16. BEER B., MEAD R., WEINBERG J.B. *A Distributed Method for Evaluating Properties of a Robot Formation* // Proc. of the Twenty-Fourth AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2010), Atlanta, Georgia, USA, July 11-15, 2010. – 2010. – URL: <http://www.aaai.org/ocs/index.php/AAAI/AAAI10/paper/view/1677>.
17. BORSHCHEV A., FILIPPOV A. *From System Dynamics and Discrete Event to Practical Agent Based Modeling: Reasons, Techniques, Tools* // The 22nd Int. Conference of the System Dynamics Society, July 25 - 29, 2004, Oxford, England. – 2004.
18. BUDAEV D., AMELIN K., VOSCHUK G. et al. *Real-time task scheduling for multi-agent control system of UAV's group based on network-centric technology* // Int. Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT-2016). – 2016. – P. 378–381.
19. BULLO F. *Lectures on Network Systems* / With contributions by J. Cortes, F. Dorfler, and S. Martinez. – Version 0.95, 2017. – URL: <http://motion.me.ucsb.edu/book-Ins>.

20. DUTTA R., SUN L., KOTHARI M. et al. *A cooperative formation control strategy maintaining connectivity of a multi-agent system* // IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems – 2014, Chicago, IL, USA, September 14-18, 2014. – 2014. – P. 1189–1194. – URL: <https://doi.org/10.1109/IROS.2014.6942708>.
21. FERBER J. *Les Systèmes multi-agents: vers une intelligence collective. I.I.A. Informatique intelligence artificielle.* – InterEditions, 1995. – URL: <https://books.google.ru/books?id=R7VBAAAACAAJ>.
22. FRIAS-MARTINEZ E., WILLIAMSON G., FRIAS-MARTINEZ V. *An Agent-Based Model of Epidemic Spread Using Human Mobility and Social Network Information* // IEEE 3rd Int. Conference on Privacy, Security, Risk and Trust – 2011 and IEEE 3rd Int. Conference on Social Computing – 2011. – 2011. – P. 57–64.
23. FRIEDKIN N. E., PROSKURNIKOV A. V., TEMPO R., PARSEGOV S. E. *Network science on belief system dynamics under logic constraints* // Science. – 2016. – Vol. 354, No. 6310. – P. 321–326. – <http://science.sciencemag.org/content/354/6310/321.full.pdf>.
24. GORDON T.J. *A simple agent model of an epidemic* // Technological Forecasting and Social Change. – 2003. – Vol. 70, No. 5. – P. 397–417. – URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0040162502003232>.
25. HAMILL L., GILBERT N. *Agent-Based Modelling in Economics.* – 1st edition. – Wiley Publishing, 2016. – 256 p.
26. HEWITT C. *Viewing control structures as patterns of passing messages* // Artificial Intelligence. – 1977. – Vol. 8, Iss. 3. – P. 323–364. – URL: [https://doi.org/10.1016/0004-3702\(77\)90033-9](https://doi.org/10.1016/0004-3702(77)90033-9).

27. IGLESIAS C.A., GARIJO M., GONZÁLEZ J.C. *A Survey of Agent-Oriented Methodologies* // Proc. of the Intelligent Agents V: Agents Theories, Architectures, and Languages: 5th Int. Workshop, ATAL'98 Paris, France, July 4–7, 1998. / Ed. by J.P. Müller, A.S. Rao, M.P. Singh. – Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999. – P. 317–330. – URL: http://dx.doi.org/10.1007/3-540-49057-4_21.
28. ILACHINSKI A. *Artificial War: Multiagent-Based Simulation of Combat*. – Singapore : World Scientific Publishing Company, 2004. – 747 p.
29. JONES J. *Applications of multi-agent slime mould computing* // IJPEDS. – 2016. – Vol. 31, No. 5. – P. 420–449. – URL: <https://doi.org/10.1080/17445760.2015.1085535>.
30. JONES J., MAYNE R., ADAMATZKY A. *Representation of shape mediated by environmental stimuli in Physarum polycephalum and a multi-agent model* // IJPEDS. – 2017. – Vol. 32, No. 2. – P. 166–184. – URL: <https://doi.org/10.1080/17445760.2015.1044005>.
31. JONES M.P., DUDENHOEFFER D.D. *A formation behavior for large-scale micro-robot force deployment* // Winter Simulation Conference. – Vol. 01. – Los Alamitos, CA, USA : IEEE Computer Society, 2000. – P. 972–982.
32. *Journal of Heuristic Policies on Heuristic Search Research*. – URL: http://www.springer.com/cda/content/document/cda_downloaddocument/Journal+of+Heuristic+Policies+on+Heuristic+Search.pdf?SGWID=0-0-45-1483502-p35487524.
33. KALOGEITON V.S., PAPADOPOULOS D.P., GEORGILAS I. et al. *Cellular automaton model of crowd evacuation inspired by slime mould* // Int. J. General Systems. – 2015. – Vol. 44, No. 3. – P. 354–391. – URL: <https://doi.org/10.1080/03081079.2014.997527>.

34. KAN Z., NAVARAVONG L., SHEA J.M. et al. *Graph Matching-Based Formation Reconfiguration of Networked Agents With Connectivity Maintenance* // IEEE Transactions on Control of Network Systems. – 2015. – Vol. 2, No. 1. – P. 24–35.
35. KESTING A., TREIBER M., HELBING D. *Agents for Traffic Simulation*. – URL: <https://arxiv.org/pdf/0805.0300.pdf>.
36. KRAVARI K., BASSILIADES N. *A Survey of Agent Platforms* // J. of Artificial Societies and Social Simulation. – 2015. – Vol. 18, No. 1. – URL: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:jas:jasssj:2014-71-2>.
37. KUZNETSOV A.V. *A simplified combat model based on a cellular automaton* // J. of Computer and Systems Sciences International. – 2017. – Vol. 56, No. 3. – P. 397–409. – URL: <http://dx.doi.org/10.1134/S106423071703011X>.
38. LEPPÄNEN T., LIU M., HARJULA E. et al. *Mobile Agents for Integration of Internet of Things and Wireless Sensor Networks* // IEEE Int. Conference on Systems, Man, and Cybernetics – 2013. – 2013. – P. 14–21.
39. LONG R.L., MEAD R., WEINBERG J.B. *Distributed Auction-Based Initialization of Mobile Robot Formations* // Proc. of the 24th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2010), Atlanta, Georgia, USA, July 11-15, 2010. – 2010. – URL: <http://www.aaai.org/ocs/index.php/AAAI/AAAI10/paper/view/1673>.
40. MCINTOSH G.C., GALLIGAN D.P., ANDERSON M.A. et al. *Recent Developments in the MANA Agent-based Model* // Scythe : Proc. and Bulletin of the International Data Farming Community, Scheveningen, Netherlands, November 12–17, 2006. – 2006. – P. 38–39. – URL: <https://calhoun.nps.edu/handle/10945/35694>.
41. MEAD R., WEINBERG J.B. *2-Dimensional Cellular Automata Approach for Robot Grid Formations* // Proc. of the 23rd AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2008), Chicago, Illinois, USA, July 13-17, 2008. – 2008. – P. 1818–1819. – URL: <http://www.aaai.org/Library/AAAI/2008/aaai08-299.php>.

42. MEAD R., WEINBERG J.B. *A Single- and Multi-Dimensional Cellular Automata Approach to Robot Formation Control* // Proc. of IEEE Int. Conference on Robotics and Automation (ICRA-08). – 2008. – URL: http://robotics.usc.edu/~rossmead/docs/2008/2008WeinbergMead_ICRA08.pdf.
43. MERGHEM L., LECARPENTIER H. *Agents: A Solution for Telecommunication Network Simulation* // Network Control and Engineering for QoS, Security and Mobility: IFIP TC6 / WG6.2 & WG6.7 Conference on Network Control and Engineering for QoS, Security and Mobility (Net-Con 2002) October 23–25, 2002, Paris, France / Ed. by D. Gaïti, N. Boukhatem. – Boston, MA : Springer US, 2003. – P. 165–176. – URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-35620-4_14.
44. MONTEAGUDO Á., SANTOS J. *A Cellular Automaton Model for Tumor Growth Simulation* // 6th Int. Conference on Practical Applications of Computational Biology & Bioinformatics / Ed. by M.P. Rocha, N. Luscombe, F. Fdez-Riverola, J.M. Corchado Rodríguez. – Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. – P. 147–155. – URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-28839-5_17.
45. NARVÁEZ C.A., TOVAR A., GARZÓN D.A. *Topology Synthesis of Compliant Mechanisms Using the Hybrid Cellular Automaton Method with an Efficient Mass Control Strategy* // III European Conference on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering: Book of Abstracts / Ed. by C.A. Motosoares, J.A.C. Martins, H.C. Rodrigues et al. – Dordrecht : Springer Netherlands, 2006. – P. 490–490. – URL: http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-5370-3_490.
46. OH K.-K., PARK M.-C., AHN H.-S.. *A survey of multi-agent formation control* // Automatica. – 2015. – Vol. 53. – P. 424–440. – URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109814004038>.

47. PROSKURNIKOV A.V., TEMPO R. *A tutorial on modeling and analysis of dynamic social networks. Part I* // Annual Reviews in Control. – 2017. – Vol. 43, No. Supplement C. – P. 65–79. – URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578817300172>.
48. PYKA A., FAGIOLO G. *Agent-based Modelling: A Methodology for Neo-Schumpeterian Economics* // Elgar Companion to Neo-Schumpeterian Economics. – Edward Elgar Publishing, 2007. – URL: http://EconPapers.repec.org/RePEc:elg:eechap:2973_29.
49. RAO A.S., GEORGEFF M.P. *BDI Agents: From Theory to Practice* // Proc. of the 1st Int. Conference on Multiagent Systems. – 1995. – P. 312–319.
50. RAFAEL H.B., LARS B., MEHDI D. et al. *A Survey of Programming Languages and Platforms for Multi-Agent Systems*// Informatica (Slovenia). – 2006. – Vol. 30, No. 1. – P. 33–44. – URL: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/informaticaSI/informaticaSI30.html>.
51. ROUSSET A., HERRMANN B., LANG C. et al. *A Survey on Parallel and Distributed Multi-Agent Systems* // Euro-Par-2014: Parallel Processing Workshops – Euro-Par-2014 Int. Workshops, Porto, Portugal, August 25-26, 2014, Revised Selected Papers, Part I. – 2014. – P. 371–382. – URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-14325-5_32.
52. REYNOLDS C.W. *Flocks, Herds and Schools: A Distributed Behavioral Model* // SIGGRAPH Comput. Graph. – 1987. – Vol. 21, No. 4. – P. 25–34. – URL: <http://doi.acm.org/10.1145/37402.37406>.
53. ROSS J.L. *A Comparative Study of Simulation Software for Modeling Stability Operations*. – 2012. – URL: <https://ccl.northwestern.edu/papers/2012/ross.pdf>.
54. RUSSELL S.J., NORVIG P. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. – Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2010. – 1132 p.

55. SCHUMANN A., PANCERZ K., ADAMATZKY A. et al. *Bio-Inspired Game Theory: The Case of Physarum Polycephalum* // 8th Int. Conference on Bio-inspired Information and Communications Technologies (BICT-2014), Boston, MA, USA, December 1-3, 2014. – 2014. – URL: <https://doi.org/10.4108/icst.bict.2014.257869>.
56. SCHUMANN A. *Payoff Cellular Automata and Reflexive Games* // J. Cellular Automata. – 2014. – Vol. 9, No. 4. – P. 287–313. – URL: <http://www.oldcitypublishing.com/journals/jca-home/jca-issue-contents/jca-volume-9-number-4-2014/jca-9-4-p-287-313/>.
57. SCHUMANN A. *Go games on plasmodia of physarum polycephalum* // Federated Conference on Computer Science and Information Systems – 2015 (FedCSIS-2015), Łódź, Poland, September 13-16, 2015. – 2015. – P. 615–626. – URL: <https://doi.org/10.15439/2015F236>.
58. SCHUMANN A. *Towards Context-Based Concurrent Formal Theories* // Parallel Processing Letters. – 2015. – Vol. 25, No. 1. – URL: <https://doi.org/10.1142/S0129626415400083>.
59. SCHUMANN A., FRIS V. *Swarm Intelligence among Humans – The Case of Alcoholics* // Proc. of the 10th Int. Joint Conference on Biomedical Engineering Systems and Technologies (BIOSTEC-2017). – Porto, Portugal, February 21-23, 2017. – Volume 4: BIOSIGNALS. – P. 17–25. – URL: <https://doi.org/10.5220/0006106300170025>.
60. SIMON H.A. *The Architecture of Complexity* // Facets of Systems Science. – Boston, MA : Springer US, 1991. – P. 457–476. – URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4899-0718-9_31.
61. SÖRENSEN K., SEVAUX M., GLOVER F. *A history of metaheuristics* // Annual Int. Conference of the German Operations Research Society (OR-2016). – Hamburg, Germany, 2016. – URL: <http://leeds-faculty.colorado.edu/glover/468%20-%20A%20History%20of%20Metaheuristics%20w%20Sorensen%20&%20Sevaux.pdf>.

62. STONE P., VELOSO M.. *Multiagent Systems: A survey from a machine learning perspective* // *Autonomous Robots*. – 2000. – Vol. 8, No. 3. – P. 345–383.
63. SUCCI S. *The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond. Numerical Mathematics and Scientific Computation*. – Clarendon Press, 2001. – 288 p. – URL: https://books.google.ru/books?id=OC0Sj_xgnhAC.
64. TSATSOULIS C., KIAT S.L. *Intelligent Agents in Telecommunication Networks* // *Computational Intelligence in Telecommunications Networks*. – CRC Press, 2000. – P. 23–28.
65. WIELAND P. *From Static to Dynamic Couplings in Consensus and Synchronization among Identical and Non-Identical Systems* : Ph.D. thesis. – Universität Stuttgart. Institut für Systemtheorie und Regelungstechnik, 2010. – 154 p.
66. WOLFRAM S. *Cellular automaton fluids 1: Basic theory* // *J. of Statistical Physics*. – 1986. – Vol. 45, No. 3. – P. 471–526. – URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01021083>.

THE SHORT REVIEW OF MULTI-AGENT MODELS

Alexander Kuznetsov, Voronezh State University, Voronezh,
Cand.Sc., associate professor (avkuz@bk.ru).

Abstract: The article reviews various fields of application of multi-agent systems. At first, we briefly recall basic conceptions of multi-agent systems and previous reviews. Next, we discuss a few classifications of agents and multi-agent methodologies based on type of agent, ways of communication between agents, system complexity etc. Also, we list software tools for development of multi-agent systems. Then we consider examples of multi-agent models of different types in mechanics such as Lattice Boltzmann methods, non-classical computations (Physarum logics models). We continue with models from biology and medicine (models of tumor growths and epidemy) constructed as cellular automata with combined discrete and continuous rules. Then we describe applications of multi-agent systems in transport, telecommunications, warfare, simulation of robots' swarms and formations (world-space and agent-space cellular automata), in economics and sociology (models of opinion formation). So, we present discrete, cellular automata-like multi-agent models, the models of dynamical systems, for example, consensus models, and mixed models.

Keywords: agent-based modeling, autonomous agents, multi-agent systems.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

Поступила в редакцию 11.07.2017.

Дата опубликования 31.01.2018.

УДК 681.5
ББК Ж 50

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ИНВАРИАНТНЫХ ЭЛЛИпсоИДОВ¹

Железнов К. О.², Квинто Я. И.³, Хлебников М. В.⁴

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Рассматривается одна из возможных постановок задачи слежения для линейной системы управления. В качестве технического средства используется метод инвариантных эллипсоидов, что позволяет переформулировать исходную задачу в терминах линейных матричных неравенств и свести ее к задаче полуопределенного программирования. Численное моделирование демонстрирует эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: задача слежения, линейная система управления, линейные матричные неравенства, инвариантные эллипсоиды.

1. Введение

Как хорошо известно, задача слежения является одной из основных задач теории управления; этой тематике посвящено множество публикаций, см., например, [5, 10, 12, 15, 16]. Известны самые различные постановки задач слежения: это и классическая задача линейного оптимального управления с помощью линейного следящего управления [10], и задача слежения с использо-

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект №18-08-00140).

² Кирилл Олегович Железнов, аспирант (tosha594@mail.ru).

³ Яна Игоревна Квинто, кандидат технических наук (yanakvinto@mail.ru).

⁴ Михаил Владимирович Хлебников, доктор физико-математических наук (khlebnik@ipu.ru).

ванием естественного следящего управления [15], и нелинейная задача слежения [12], и многие другие. Столь же широк и спектр подходов к их решению; среди наиболее известных можно выделить линейное следящее управление, естественное следящее управление, аппроксимирующую последовательность уравнений Риккати. В рамках ℓ_1 -теории робастного управления решена задача точной оценки качества слежения робастной системы управления в условиях полной априорной информации о номинальной модели и верхних границах неопределенностей и внешних возмущений [5].

В настоящей работе предложен подход к одной из возможных постановок задачи слежения на основе метода инвариантных эллипсоидов [3, 6]. Такой подход прост с технической точки зрения, позволяет легко учитывать ограниченность управления и имеет большой потенциал и возможности для обобщений. Наиболее идейно близкой публикацией к данной работе является [1], посвященная линейной задаче слежения по выходу системы. Однако в [1] предполагается, что задающий сигнал удовлетворяет некоторому дифференциальному уравнению, в которое в качестве одного из слагаемых входит ограниченное возмущение. В настоящей работе предполагается только ограниченность сигнала и его производной, что позволяет рассматривать более широкий класс задающих сигналов.

В качестве технического средства задействован мощный аппарат линейных матричных неравенств [4, 11], который позволяет свести исходную задачу к поиску инвариантного эллипсоида, содержащего фазовое состояние динамической системы. С вычислительной точки зрения проблема сводится к решению задачи полуопределенного программирования; для ее решения существуют эффективные программные средства, в частности свободно распространяемые пакеты SDPT3 [21, 22], YALMIP [19] и cvx [13, 14] на базе системы MATLAB.

2. Постановка задачи

Рассмотрим линейную непрерывную систему управления

$$(1) \quad \dot{x} = Ax + Bu + Df, \quad x(0) = x_0,$$

где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$, с фазовым состоянием $x(t) \in \mathbb{R}^n$, управлением $u(t) \in \mathbb{R}^p$ и задающим сигналом $f(t) \in \mathbb{R}^n$, удовлетворяющим ограничению

$$(2) \quad \left\| \begin{pmatrix} f \\ \dot{f} \end{pmatrix} \right\| \leq \gamma \quad \text{для всех } t \geq 0.$$

Отметим, что никаких других ограничений на задающий сигнал $f(t)$ не накладывается. Пара (A, D) предполагается управляемой.

Здесь и далее $\| \cdot \|$ — евклидова норма вектора; T — символ транспонирования; tr — след матрицы; I — единичная матрица соответствующей размерности, а все матричные неравенства понимаются в смысле знакоопределенности матриц.

Задача состоит в построении статической линейной обратной связи, которая: а) стабилизирует линейную систему (1)–(2), т. е. делает матрицу системы гурвицевой, что гарантирует ограниченность траекторий системы, и б) минимизирует *рассогласование*

$$(3) \quad e = x - f \in \mathbb{R}^n;$$

критерий минимизации рассогласования e будет обсужден в следующем разделе.

Непосредственным дифференцированием (3) приходим к системе

$$\dot{e} = Ae + Bu + (A + D)f - \dot{f}.$$

Введя обозначение

$$w = \begin{pmatrix} f \\ \dot{f} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2n},$$

окончательно получаем

$$(4) \quad \dot{e} = Ae + Bu + D_0 w,$$

где

$$\|w(t)\| \leq \gamma \quad \text{для всех } t \geq 0,$$

а

$$D_0 = \begin{pmatrix} A + D & -I \end{pmatrix}.$$

Будем полагать, что в каждый момент времени τ нам доступны значения $e(\tau)$ и $w(\tau)$, которые будем использовать для синтеза искомой обратной связи. А именно, будем искать *комбинированную обратную связь* (см. [17]) вида

$$(5) \quad u = K_1 e + K_2 w,$$

где $K_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $K_2 \in \mathbb{R}^{p \times 2n}$.

При этом, в силу *совместной ограниченности* значений $f(\tau)$ и $\dot{f}(\tau)$, естественно интерпретировать входной сигнал w в (4) как ограниченное внешнее возмущение.

3. Вспомогательные сведения

Нам понадобятся некоторые сведения, относящиеся к технике линейных матричных неравенств [4, 11] и методу инвариантных эллипсоидов [6]. Инвариантные множества широко используются в различных задачах гарантированного оценивания, фильтрации и минимаксного управления в динамических системах при наличии неопределенностей. Принципиальными в этом направлении можно считать работы Ф. Швеппе [20], А.Б. Куржанского [2] и Ф.Л. Черноусько [9].

Рассмотрим динамическую систему

$$(6) \quad \dot{x} = Ax + Dw,$$

где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$, с фазовым состоянием $x(t) \in \mathbb{R}^n$, и внешним возмущением $w(t) \in \mathbb{R}^m$, ограниченным в каждый момент времени:

$$(7) \quad \|w(t)\| \leq 1 \quad \text{для всех } t \geq 0.$$

Никаких других ограничений на возмущение $w(t)$ не накладываемся; так, оно не предполагается ни случайным, ни гармоническим. Заметим, что более общее ограничение вида

$$\|w(t)\| \leq \gamma \quad \text{для всех } t \geq 0$$

легко сводится к рассматриваемому случаю за счет соответствующего масштабирования матрицы D .

Будем полагать, что система (6) устойчива (матрица A гурвицева, пара (A, D) управляема).

Определение 1. Эллипсоид с центром в начале координат

$$\mathcal{E}_P = \{x \in \mathbb{R}^n : x^\top P^{-1}x \leq 1\}, \quad P \succ 0,$$

называется инвариантным для системы (6)–(7), если из условия $x(0) \in \mathcal{E}_P$ следует $x(t) \in \mathcal{E}_P$ для всех моментов времени $t \geq 0$ и всех допустимых возмущений $w(t)$.

Это означает, что вектор фазового состояния системы будет оставаться внутри \mathcal{E}_P , если он находится в этом эллипсоиде в начальный момент времени. Матрица P называется матрицей эллипсоида \mathcal{E}_P .

Отметим, что из условия управляемости системы следует существование хотя бы одного инвариантного эллипсоида — совпадающего со всем фазовым пространством. Вообще говоря, инвариантный эллипсоид может оказаться неограниченным (матрица $Q = P^{-1}$ вырождена) или иметь меньшую размерность (при отсутствии управляемости). Далее мы будем иметь дело с регулярным случаем, когда инвариантные эллипсоиды имеют полную размерность и ограничены.

Теорема 1 [4, 6]. Эллипсоид \mathcal{E}_P является инвариантным для динамической системы (6)–(7) тогда и только тогда, когда его матрица $P \succ 0$ удовлетворяет линейному матричному неравенству

$$AP + PA^\top + \alpha P + \frac{1}{\alpha} DD^\top \preceq 0$$

при некотором $\alpha > 0$.

Инвариантные эллипсоиды могут рассматриваться как средство оценивания возможных значений состояния динамической системы, находящейся под влиянием ограниченного постоянно действующего возмущения. Степень влияния ограниченных внешних возмущений $w(t)$ на состояние $x(t)$ системы будем характеризовать минимальным инвариантным эллипсоидом. Минимальность эллипсоидов можно понимать по-разному; в дальнейшем в качестве критерия примем критерий следа $\text{tr } P$, соответствующий сумме квадратов длин полуосей эллипсоида с матрицей P .

4. Основной результат

Вернемся к задаче минимизации рассогласования $e = x - f$ для системы (1). Будем искать минимальный инвариантный эллипсоид для системы (4), замкнутой регулятором (5); она принимает вид

$$(8) \quad \dot{e} = A_c e + D_c w,$$

где

$$A_c = A + BK_1, \quad D_c = D_0 + BK_2.$$

Сформулируем основной результат работы в виде следующей теоремы.

Теорема 2. Пусть P, Y, K_2 — решение задачи

$$(9) \quad \min \operatorname{tr} P$$

при ограничениях

$$(10) \quad \begin{pmatrix} AP + PA^\top + \alpha P + BY + Y^\top B^\top & \gamma(D_0 + BK_2) \\ \gamma(D_0 + BK_2)^\top & -\alpha I \end{pmatrix} \preceq 0, \quad P \succ 0,$$

где минимизация проводится по матричному переменному $P = P^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $K_2 \in \mathbb{R}^{p \times 2n}$ и скалярному параметру α .

Тогда регулятор (5) с матрицей

$$\begin{pmatrix} YP^{-1} & K_2 \end{pmatrix}$$

стабилизирует систему (4); при этом P является матрицей инвариантного эллипсоида для замкнутой системы с нулевым начальным условием.

Доказательство. Применяя Теорему 1 к замкнутой системе (8) и минимизируя размер инвариантного эллипсоида с матрицей P , получаем задачу

$$\min \operatorname{tr} P$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} (A + BK_1)P + P(A + BK_1)^\top + \alpha P + \\ + \frac{1}{\alpha} \gamma^2 (D_0 + BK_2)(D_0 + BK_2)^\top \preceq 0, \quad P \succ 0. \end{aligned}$$

Воспользовавшись леммой Шура [8], первому из ограниченных придадим вид

$$\begin{pmatrix} (A + BK_1)P + P(A + BK_1)^\top + \alpha P & \gamma(D_0 + BK_2) \\ \gamma(D_0 + BK_2)^\top & -\alpha I \end{pmatrix} \preceq 0.$$

Введем вспомогательную матричную переменную

$$Y = K_1 P,$$

исключая K_1 . В силу $P \succ 0$, матрица K_1 восстанавливается единственным образом:

$$K_1 = Y P^{-1}.$$

В результате приходим к утверждению теоремы. Теорема доказана.

Сделаем несколько замечаний и комментариев.

1. В ограничениях оптимизационной задачи, сформулированной в теореме, фигурируют как нестрогие, так и строгие матричные неравенства. Возникающая в связи с этим специфика подробно освещена в [4, гл. 2]; она является типичной для используемой техники.

2. Заметим, что минимизация состояния e системы (8) может осуществляться за счет сколь угодно больших значений управления, поэтому естественно потребовать введения ограничений на его величину, например, при помощи явного ограничения вида $\|u(t)\| \leq \mu$ (см. [7]). Однако в данном случае удобно ввести ограничение на первую компоненту управляющего воздействия (5):

$$(11) \quad \|K_1 e\| \leq \mu, \quad \mu > 0.$$

Дело в том, что в отличие от K_1 параметр K_2 входит в условия оптимизационной задачи явным образом и поэтому на него — при необходимости — ограничения могут быть заданы априори.

Как показано в [11], условие (11) гарантируется выполнением линейного матричного неравенства

$$\begin{pmatrix} P & Y^\top \\ Y & \mu^2 I \end{pmatrix} \succeq 0,$$

которое добавляется в качестве дополнительного условия к ограничениям задачи, сформулированной в теореме.

3. При фиксированном α минимизация (9) при ограничениях (10) представляет собой задачу полуопределенного программирования. При этом оказывается возможным указать границы интервала варьирования параметра α (подробнее см. [4]). А именно, рассмотрим задачу

$$\min \lambda$$

при ограничениях

$$\begin{pmatrix} AP + PA^\top + \alpha P + BY + Y^\top B^\top & \gamma(D_0 + BK_2) \\ \gamma(D_0 + BK_2)^\top & -\alpha I \end{pmatrix} \preceq 0,$$

$$\begin{pmatrix} P & Y^\top \\ Y & \lambda I \end{pmatrix} \succeq 0, \quad P \succ 0,$$

где минимизация проводится по матричным переменным $P = P^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $K_2 \in \mathbb{R}^{p \times 2n}$, скалярной переменной λ и скалярному параметру $\alpha > 0$.

Легко показать, что допустимым диапазоном варьирования параметра α является вся положительная полуось. При каждом фиксированном значении α полученная задача является задачей полуопределенного программирования; ее решение доставляет функцию $\mu_{\min}(\alpha) = \sqrt{\lambda_{\min}(\alpha)}$, на рис. 1 показан график функции $\mu_{\min}(\alpha)$ для некоторой системы.

Пусть задан некоторый уровень μ допустимых управлений. Тогда проекция сечения надграфика функции на уровне μ на горизонтальную ось дает соответствующий этому уровню интервал $[\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$ варьирования параметра α .

4. Устанавливаемые в теореме условия являются только достаточными и приводящими к субоптимальным решениям. Впрочем, это замечание относится к большинству результатов, получаемых в рамках применяемого подхода.

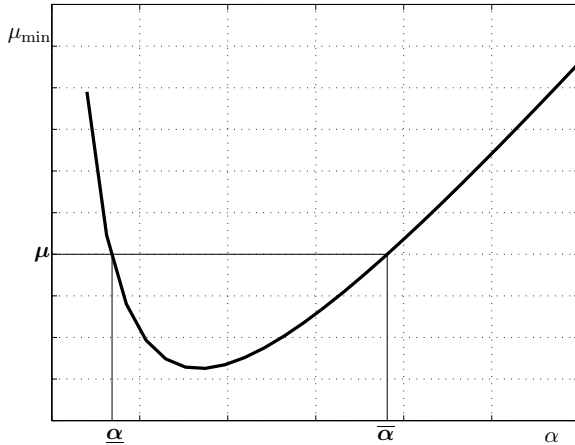


Рис. 1. График функции $\mu_{\min}(\alpha)$

5. Пример

Продемонстрируем предложенный подход на примере системы вида (1), в которой числовые значения матриц взяты из задачи AC11 из библиотеки COMPlеib [18]:

$$A = \begin{pmatrix} -1,341 & 0,9933 & 0 & -0,1689 & -0,2518 \\ 43,223 & -0,8693 & 0 & -17,251 & -1,5766 \\ 1,341 & 0,0067 & 0 & 0,1689 & 0,2518 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 47,76 & -0,268 & 0 & -4,56 & 4,45 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение оптимизационной задачи из Теоремы 2 для $\gamma = 1$ и $\mu = 5$ достигается при

$$\alpha = 6,6;$$

этому значению параметра соответствуют следующие величины:

$$P = \begin{pmatrix} 1,8083 & -2,1786 & -0,8381 & 5,0692 & 3,5415 \\ -2,1786 & 49,171 & -0,6509 & 40,1701 & -2,3267 \\ -0,8381 & -0,6509 & 0,6105 & -0,8683 & -4,2103 \\ 5,0692 & 40,1701 & -0,8683 & 120,707 & -35,5206 \\ 3,5415 & -2,3267 & -4,2103 & -35,5206 & 47,381 \end{pmatrix},$$

$$K_1^\top = \begin{pmatrix} 1245,1 & -1685,9 \\ 147 & -198,6 \\ 1935 & -2636,1 \\ -79,3 & 106,9 \\ 27,1 & -37,5 \end{pmatrix}, \quad K_2^\top = \begin{pmatrix} 7,7995 & -3,261 \\ 0,5486 & -0,3446 \\ 0,6452 & -0,362 \\ -0,1652 & -1,0632 \\ 0,2047 & 0,6886 \\ -0,6452 & 0,362 \\ -0,0851 & 0,0212 \\ -0,685 & 1,357 \\ 0,05 & 0 \\ 0 & 0,05 \end{pmatrix}.$$

На рис. 2 в качестве иллюстрации изображена проекция инвариантного эллипсоида для замкнутой системы (8) на плоскость (e_1, e_5) и соответствующая проекция траектории системы.

На рис. 3 показаны траектории компонент управления при задающем сигнале

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin(t/3) \\ 0 \\ \cos t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

График компоненты $u_1(t)$ показан синим, а компоненты $u_2(t)$ — красным цветом.

На рис. 4 показана динамика нормы $\|u(t)\|$ управляющего воздействия.

Численное моделирование проводилось при помощи пакетов SDPT3 и YALMIP в среде МАТЛАВ.

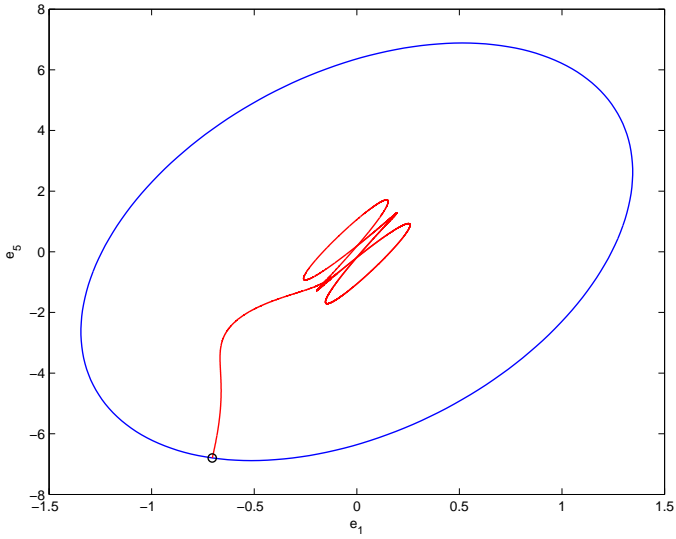


Рис. 2. Проекция инвариантного эллипсоида и траектории системы

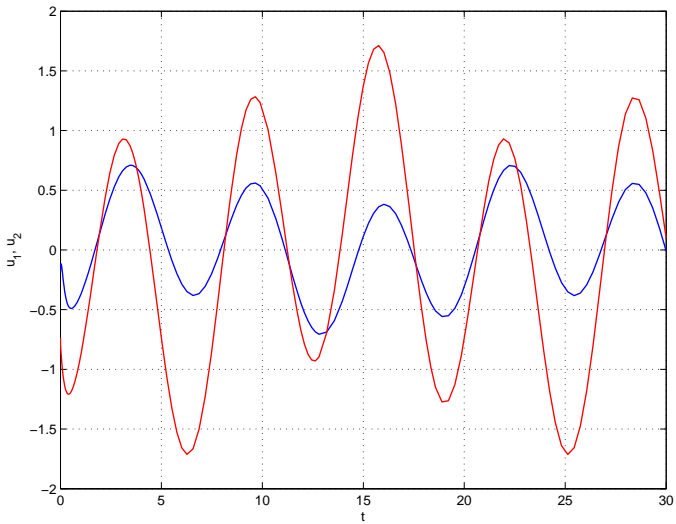


Рис. 3. Графики компонент управления

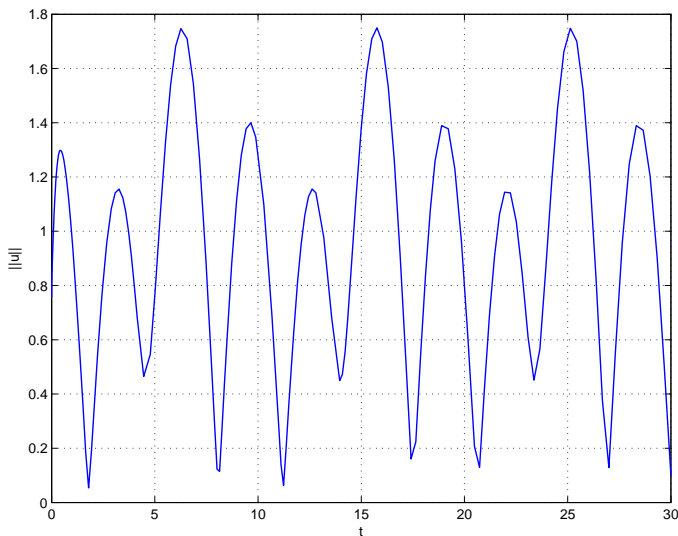


Рис. 4. Динамика $\|u(t)\|$

6. Заключение

В статье предложен простой и универсальный подход к одной из постановок задачи слежения для линейной динамической системы. Подход основан на методе инвариантных эллипсоидов и технике линейных матричных неравенств; при этом синтез регулятора в форме комбинированной обратной связи свелся к задачам полуопределенного программирования и одномерной минимизации, легко решаемым численно.

Численное моделирование демонстрирует эффективность предложенного подхода.

Авторы в дальнейшем предполагают распространить полученные результаты на динамические системы в дискретном времени, на робастные постановки задачи, когда в матрицах системы содержится структурированная матричная неопределенность, а также на системы, подверженные воздействию внешних возмущений.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность анонимным рецензентам за высказанные важные замечания и полезные предложения.

Литература

1. ЖЕЛЕЗНОВ К.О., ХЛЕБНИКОВ М.В. *Применение техники линейных инвариантных эллипсоидов к линейной задаче слежения* // Труды МФТИ. – 2013. – Т. 5, №4. – С. 115–121.
2. КУРЖАНСКИЙ А.Б. *Управление и наблюдение в условиях неопределенности*. – М.: Наука, 1977.
3. НАЗИН С.А., ПОЛЯК Б.Т., ТОПУНОВ М.В. *Подавление ограниченных возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов* // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №3. – С. 106–125.
4. ПОЛЯК Б.Т., ХЛЕБНИКОВ М.В., ЩЕРБАКОВ П.С. *Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств*. – М.: ЛЕНАНД, 2014.
5. СОКОЛОВ В.Ф. *Асимптотическое робастное качество дискретной системы слежения в метрике* // Автоматика и телемеханика. – 1999. – №1. – С. 101–112.
6. ХЛЕБНИКОВ М.В., ПОЛЯК Б.Т., КУНЦЕВИЧ В.М. *Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов)* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №11. – С. 9–59.
7. ХЛЕБНИКОВ М.В., ЩЕРБАКОВ П.С. *Синтез оптимальной обратной связи при ограниченном управлении* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №2. – С. 177–192.
8. ХОРН Р., ДЖОНСОН Ч. *Матричный анализ*. – М.: Мир, 1989.
9. ЧЕРНОУСЬКО Ф.Л. *Оценивание фазового состояния динамических систем*. – М.: Наука, 1988.

10. ATHANS M., FALB P.L. *Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications*. – New York: McGraw-Hill, 1966.
11. BOYD S., EL GHAOUI L., FERON E., BALAKRISHNAN V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. – Philadelphia: SIAM, 1994.
12. CIMEN T., BANKS S. *Nonlinear Optimal Tracking Control with Application to Super-Tankers for Autopilot Design* // Automatica. – 2004. – No. 40. – P. 1845–1863.
13. GRANT M., BOYD S. *CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.0 beta*. – 2013. – URL: <http://cvxr.com/cvx>.
14. GRANT M., BOYD S. *Graph Implementations for Nonsmooth Convex Programs, Recent Advances in Learning and Control (A Tribute to M. Vidyasagar)* // In: Lecture Notes in Control and Information Sciences / Eds.: V. Blondel, S. Boyd, and H. Kimura. – Springer, 2008. – P. 95–110. – URL: http://stanford.edu/~boyd/graph_dcp.html.
15. GRUJIĆ L.T., MOUNFIELD W.P. *Natural Tracking PID Process Control for Exponential Tracking* // AIChE Journal. – 1992. – Vol. 38, No. 4. – P. 555–562.
16. KALMAN R. *Contributions to the Theory of Optimal Control* // Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana. – 1960. – No. 1. – P. 102–119.
17. KHLEBNIKOV M.V. *Control of Linear Systems Subjected to Exogenous Disturbances: Combined Feedback* // Proc. of the 12th IFAC Int. Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP 2016), June 29 – July 1, 2016, Eindhoven, Netherlands. – 2016. – Paper WeBT2.3.
18. LEIBFRITZ F. *COMPlib: CONstraint Matrix-optimization Problem library – A Collection of Test Examples for Nonlinear Semidefinite Programs, Control System Design and Related Problems* // Tech. Report. – 2004. – URL: <http://www.complib.de/>.

19. LÖFBERG J. *YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB* // Proc. of the 13th IEEE Int. Symposium on Computer Aided Control System Design (CACSD 2004), September 2–4, 2004, Taipei, Taiwan. – 2004.
20. SCHWEPPE F.C. *Uncertain Dynamic Systems*. – NJ: Prentice Hall, 1973.
21. TOH K.C., TODD M.J., TÜTÜNCÜ R.H. *SDPT3 – A Matlab Software Package for Semidefinite Programming* // Optimizations Methods and Software. – 1999. – Vol. 11. – P. 545–581.
22. TÜTÜNCÜ R.H., TOH K.C., TODD M.J. *Solving Semidefinite-Quadratic-Linear Programs Using SDPT3* // Mathematical Programming Series. – 2003. – Vol. 95. – P. 189–217.

AN APPROACH TO TRACKING PROBLEM FOR LINEAR CONTROL SYSTEM VIA INVARIANT ELLIPSOIDS METHOD

Kirill Zheleznov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, post-graduate student (tosha594@mail.ru).

Yana Kvinto, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Senior Researcher, Ph.D (yanakvinto@mail.ru).

Mikhail Khlebnikov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Laboratory Head, Doctor of Science (khlebnik@ipu.ru).

Abstract: In the article we propose a simple yet universal approach to the tracking problem for the linear control system by means of linear static combined feedback. Our approach is based on the method of invariant ellipsoids, by which means the optimal control design reduces to finding the minimal invariant ellipsoid for the closed-loop system. With such an ideology, the original problem can be reformulated in terms of linear matrix inequalities, and the control design problem directly reduces to a semidefinite program and one-dimensional minimization. These problems are straightforward to implement numerically using any of the appropriate toolboxes that are presently available, e.g., MATLAB-based toolboxes SeDuMi and YALMIP. Another attractive property of the approach is that it is equally applicable to discrete-time systems (which are not considered in this article but it is a promising topic for further publications). The efficacy of the proposed technique is illustrated through application to the benchmark problem.

Keywords: tracking problem, linear control system, linear matrix inequalities, invariant ellipsoids.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Б.Т. Поляком.*

Поступила в редакцию 08.06.2017.

Дата опубликования 31.01.2018.

УДК 51.7
ББК 65.054

МЕХАНИЗМЫ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТАМИ РАЗВИТИЯ ТЕРРИТОРИЙ¹

Горбанева О. И.², Мурзин А. Д.³, Угольницкий Г. А.⁴
(Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону)

Рассматриваются административные и экономические механизмы согласования интересов двух соседних территориальных субъектов. Исследуется задача управления, которая заключается в распределении двумя соседними субъектами средств между развитием своей и общей (трансграничной) территории. Для координации деятельности вводится специальный орган управления (координатор, Центр). Экономический механизм исследуется в двух вариантах (управление долей участия в доходе от развития общей территории и распределение ресурса). Приводится детальный анализ указанных механизмов, а также организационно-экономическая интерпретация для конкретных задач территориального управления.

Ключевые слова: трансграничные территории, общие интересы, частные интересы, согласование интересов, административный механизм, экономический механизм.

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №18-010-00594.

² Ольга Ивановна Горбанева, кандидат физико-математических наук, доцент (gorbaneva@mail.ru).

³ Антон Дмитриевич Мурзин, кандидат экономических наук, доцент (admurzin@yandex.ru).

⁴ Геннадий Анатольевич Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор (ougoln@mail.ru).

1. Введение

Проблема согласования интересов играет центральную роль в исследованиях социально-экономических систем с использованием математического моделирования. В российской науке основное место здесь занимают два направления. Теория активных систем основана в 1970-х годах А.Я. Лернером и В.Н. Бурковым в Институте проблем управления РАН и продолжает активно развиваться там же в русле теории управления организационными системами под руководством Д.А. Новикова и В.Н. Буркова, а также в других академических учреждениях и университетах России и ближнего зарубежья под руководством их коллег и учеников [9, 11]. Другое ведущее направление в этой области – информационная теория иерархических систем, основанная в то же время в Вычислительном центре РАН и в МГУ Ю.Б. Гермейером и Н.Н. Моисеевым и развитая в области статических моделей В.А. Гореликом, а динамических – А.Ф. Кононенко и их учениками [6]. За рубежом соответствующие задачи изучаются в рамках теории контрактов, дизайна механизмов, иерархических дифференциальных игр. Несколько премий имени А. Нобеля по экономике присуждены за исследования в данной области (Ф. Кидланд, Э. Прескотт, Л. Гурвиц, Р. Майерсон, Э. Маскин, Ж. Тироль). Важное место здесь принадлежит понятию цены анархии, характеризующей степень согласованности интересов активных агентов [17].

Настоящая работа посвящена статическим теоретико-игровым моделям согласования общественных и частных интересов (СОЧИ-моделям) при распределении ресурсов в задачах территориального управления. В основополагающей статье Ю.Б. Гермейера и И.А. Вателя [2] были изучены модели, в которых функции выигрыша всех агентов состоят из двух частей – общественной (одинаковой для всех агентов) и частной составляющей. Было показано, что если эта функция имеет вид свертки по минимуму, то при естественных предположениях в игре существует Парето-оптимальное равновесие по Нэшу (т.е. цена анархии равна единице). Исследование игр с учетом частных и общественных интересов продолжено, например, в ста-

тье [8], однако серьезного развития в работах российских ученых не получило. На Западе мощный поток литературы в этой области посвящен экономике общественных благ, изучающей оптимальное распределение ресурсов активных агентов между производством общественного дохода и частной деятельностью ([12–14, 19]). Среди недавних работ этого направления можно отметить, например, статью [15], посвященную эффективности механизма пропорционального распределения делимых ресурсов, и статью [16], в которой выявлены условия оптимального распределения между досугом и производством общественного блага для индивидов с одинаковыми предпочтениями, но различными возможностями.

Важно подчеркнуть, что согласование общественных и частных интересов само по себе достигается крайне редко, и для его обеспечения требуются специальные механизмы управления. Здесь следует упомянуть пионерскую работу В.Н. Буркова и В.И. Опойцева [1], где высказана идея оптимального синтеза игры активных агентов, равновесие в которой выгодно системе в целом (эта же идея развивается в дизайне механизмов).

Анализу системной согласованности при распределении ресурсов и построению обеспечивающих ее механизмов управления посвящены работы авторов [3, 4]. Статья [5] описывает моделирование коррупции в иерархических системах управления, которая трактуется как дополнительная обратная связь по величине взятки и специфический способ согласования интересов.

В монографии [7] изложены подходы к решению задач территориального управления, в том числе с использованием теоретико-игровых моделей согласования интересов. К сожалению, описанные там задачи развития еврорегиона «Восточный Донбасс», включавшего Ростовскую и Воронежскую области РФ и Донецкую и Луганскую области Украины, по понятным причинам находятся в подвешенном на неопределенный срок состоянии, но сама проблема координации усилий субъектов территориального развития по-прежнему весьма актуальна.

Оставшаяся часть статьи организована следующим образом. В разделе 2 приводится постановка задачи управления,

которая заключается в распределении двумя соседними субъектами средств между развитием своей и общей (трансграничной) территории. Для координации деятельности вводится специальный орган управления (координатор, Центр). В разделе 3 дается описание модели и механизмов управления: административного и экономического в двух вариантах (управление долей участия в доходе от развития общей территории и распределение ресурса). Разделы 4–6 содержат детальный анализ указанных механизмов для различных видов модельных функций и разбор примеров. Всюду приводится организационно-экономическая интерпретация для конкретных задач территориального управления. В разделе 7 приведены заключительные замечания.

2. Постановка задачи

Имеются два равноправных субъекта A_1 и A_2 , каждый из которых располагает некоторым количеством ресурсов r_1 и r_2 соответственно. Эти средства в некоторых пропорциях используются на собственные (экономические) нужды и инвестируются в развитие трансграничной территории (совместные проекты). Целевая функция каждого субъекта включает две составляющие: доход в пределах своей территории (назовем ее функцией частных интересов) и доля дохода от развития трансграничной территории (назовем ее функцией общих интересов). Доход от совместной деятельности делится между субъектами без остатка в некоторой пропорции. Функция частной деятельности напрямую зависит от количества ресурсов, потраченных на собственное развитие. Функция же общей деятельности зависит от того, сколько ресурсов в сумме потрачено обоими субъектами на развитие совместно осваиваемой территории. Не исключено, что ресурсы r_1 и r_2 выделяются координатором (Центром) развития трансграничной территории, у которого изначально имеется определенное количество ресурсов R . Центр также может определять пропорции участия в доходе от общей деятельности или величины контроля над использованием ресурсов в общих целях.

Схематически эту систему можно представить следующим образом (рис.1):

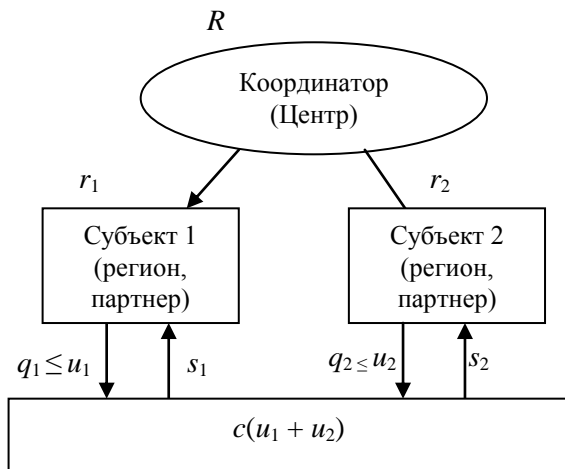


Рис. 1. Схема согласования интересов при управлении трансграничными территориями

где Координатор (Центр) – орган управления верхнего уровня (федеральный центр, координационный межрегиональный центр, координатор совместного проекта); A1, A2 – субъекты (регионы, партнеры); R – общее количество ресурсов, без ограничения общности принимаемое за 1; r_i – выделенные i -му субъекту (региону, партнеру) ресурсы, могут: а) считаться заданными (базовая модель); б) быть управляемыми переменными (более сложная модель, в том числе с учетом коррупции); u_i – часть ресурса, выделяемая i -м субъектом на реализацию совместных проектов (межрегиональная/трансграничная кооперация, развитие трансграничной территории); q_i – минимально допустимый объем ресурсов, выделяемый i -м субъектом (регионом, партнером) на реализацию совместного проекта; s_i – доля i -го субъекта (региона) в общем доходе.

Можно выделить несколько форм сотрудничества на трансграничных территориях:

1) локальные производственные и торговые контакты в приграничных зонах;

2) длительные взаимодействия на основе договоренностей о сотрудничестве среди отдельных организаций (в том числе образовательных) или административно-территориальных единиц (областей, государств) или их совокупностей (побратимские соглашения, межрегиональное сотрудничество и т.д.);

3) временные сетевые соглашения о сотрудничестве, формируемые в целях реализации определенных трансграничных проектов в отдельных сферах (экономики, экологии, культуры и т.д.);

4) формы интеграционного типа, представляющие собой структуры субнационального уровня, объединяющие территории нескольких государств, предполагающие активное приграничное межрегиональное сотрудничество и перманентный рост социально-экономической интеграции в виде еврорегионов, коридоров развития, трансграничных кластеров и т.д.

При создании еврорегиона на законодательном уровне смягчаются таможенные барьеры и препятствия к свободному перемещению трудовых ресурсов, что становится возможным вследствие децентрализации политического и экономического контроля, создания своеобразных экстерриториальных структур.

В настоящее время опыт трансграничного сотрудничества активно реализуется государствами Балтии и включает регионы Баренцева моря: г. Санкт-Петербург, Ленинградская область, Республика Карелия, Архангельская, Мурманская, Калининградская области и Приарктический регион. Среди важнейших объективных предпосылок приграничного сотрудничества выделяются общие проблемы глобального характера, включающие общие интересы Скандинавских и Балтийских стран.

По нашему мнению, концепция согласования интересов в целях развития трансграничных территорий может иметь место не только на межгосударственном уровне или в контексте взаимодействия соседних регионов, но и в рамках реализации совместных проектов государства и бизнеса в форме государственно-частного партнерства (ГЧП).

В контексте предложенной модели (рис. 1) считаем целесообразным следующую интерпретацию распределения ресурсов и согласования интересов участников проектов государственно-частного партнерства (ГЧП):

1) одним из субъектов отношений выступает публичная сторона – это может быть Правительство РФ, региональные власти, органы местного самоуправления, которые в качестве выделяемых ресурсов могут предоставлять налоговые льготы частным партнерам на период реализации проекта, выделять земельные участки под строительство, выполнять за свой счет проектные работы на подготовительной стадии, обеспечивать согласование и координацию всех усилий заинтересованных участников;

2) другой стороной отношений является частный партнер – юридическое лицо или группа самостоятельных хозяйствующих субъектов, которые, как правило, финансируют все стадии реализации проекта, выступают генеральным подрядчиком создания отдельных объектов и их реконструкции, а также зачастую выполняют функции эксплуатирующей организации на период реализации проекта;

3) в качестве Центра или стейкхолдера проектов следует понимать общество, ведь именно под его контролем и для удовлетворения его потребностей реализуются проекты; общество делегирует свои функции различным государственным структурам: распределение ресурсов производится путем выделения бюджетных средств посредством органов казначейства, необходимая нормативно-правовая база принимается законодательными органами власти, контроль целевого расходования средств и качества выполнения работ осуществляется прокуратурой.

В результате реализации проекта ГЧП формируется ряд выгод или благ, которые распределяются в соответствии с первоначальными интересами: предприниматель (A1) получает поток доходов от эксплуатации созданного инвестиционного объекта и/или возможные льготы по налогообложению (в части федеральных, региональных либо местных налогов); публичный партнер (A2) обеспечивает импульс экономического развития в виде создания пула рабочих мест, кластерного ядра промышленности, крупного инфраструктурного объекта, а общество

(Центр) получает возможность потреблять создаваемые блага в виде улучшения социально-экономической и экологической среды, использования производимой продукции, пользования объектами инфраструктуры (водоснабжения/водоочистки, дорожной инфраструктуры).

Следует учитывать, что формируемые выгоды всех субъектов отношений партнерства носят пролонгированный характер и не прекращаются с достижением целей проекта и его окончанием.

Залогом успешной реализации проектов ГЧП является именно партнерство, которое выражается в справедливом распределении рисков: частный инвестор (А1) отвечает за производственную эффективность и осуществление капитальных вложений, а публичный партнер (А2) надлежащим образом осуществляет экономическое регулирование его деятельности, осуществляет административную поддержку и принимает участие в капиталовложениях.

В качестве примера согласования общественных и частных интересов можно привести инфраструктурные проекты с участием АО «Евразийский»: группа компаний АО ПО «Ростовводоканал» (г. Ростов-на-Дону), ООО «Югводоканал» (г. Крымск), ООО «Сочиводоканал» (г. Сочи).

АО «Евразийский» – одна из первых российских компаний сектора ВКХ, использующая при реализации инвестиционных программ модель ГЧП. Компания реализует четыре крупных проекта на Юге России:

1. Комплексная программа развития и реконструкции системы водоснабжения и водоотведения г. Ростова-на-Дону и юго-запада Ростовской области.

2. Региональный инвестиционный проект «Чистый Дон».

3. Программа реабилитации, модернизации и оптимизации водоснабжения в рамках концессионного соглашения на объекты водопроводно-канализационного хозяйства ООО «Югводоканал» Краснодарского края.

4. Инвестиционная программа строительства и модернизации водоснабжения и водоотведения муниципального образования город-курорт Сочи.

В контексте комплексной программы развития и реконструкции системы водоснабжения и водоотведения г. Ростова-на-Дону и юго-запада Ростовской области в терминах предложенной модели описанные координационные функции (Центр) выполняет Правительство Ростовской области как государственный координатор, функции частного партнера (A1) – АО «Евразийский» как главный инвестор и исполнитель проекта, и функции общественного партнера (A2) – Администрация г. Ростова-на-Дону как государственный заказчик и ответственный исполнитель.

Основные выгоды для общества (стейкхолдера, Центра): повышение качества жизни в регионе; поэтапный контроль реализации крупных значимых проектов; интенсификация развития инфраструктурных объектов и ускоренное обновление основных производственных фондов; повышение качества строительства, эксплуатации и управления объектами инфраструктуры за счет стимулирования и внедрения инноваций, высокой компетенции частных партнеров; расширение доступа к рынку частного инвестиционного капитала; повышение качества производимой продукции и оказываемых услуг; снижение бюджетной нагрузки и высвобождение финансовых ресурсов.

Преимущества ГЧП для частного партнера (A1): возможность переноса определенного количества рисков на публичную сторону (государство); возможность финансирования долгосрочного проекта с постоянной доходностью под гарантии/обязательства публичного партнера; возможность увеличения доходов (прибыли/выручки) от проекта ГЧП за счет оказания платных услуг и/или применения уникальных решений, позволяющих снизить затраты за счет привлечения публичного партнера; надежность и защита инвестиций: в перспективе корпорация (частный партнер) может получить государственные активы и заказы на объектах соглашения; гарантированная рентабельность: частный партнер получает государственные гарантии возврата инвестиций по проекту; относительная самостоятельность (автономность) в принятии оперативных решений, частный партнер может увеличивать

общую прибыльность проекта за счет повышения производительности труда или снижения себестоимости.

Преимущества ГЧП для публичного (общественного) партнера (А2): возможность привлечения частного инвестора к финансированию с целью создания объекта, который позволит реализовать проекты, в том числе инфраструктурные при отсутствии бюджетных средств для их финансирования; возможность соединения в рамках проекта различных стадий жизненного цикла одновременно (проектирование, строительство и эксплуатация), что позволит повысить качество создаваемого объекта и приведет к снижению рисков завышения стоимости строительства и эксплуатации объекта; возможность приобретения не объекта, а впоследствии услуг, по которым будут осуществляться выплаты, привязанные к объему и качеству их оказания, что будет способствовать развитию конкуренции при производстве социально значимых услуг; сокращение издержек на создание и поддержание социальной или общественно значимой инфраструктуры в рамках взаимодействия с частным партнером; снижение бюджетных и прочих рисков за счет разделения ответственности с частным партнером; доступ к альтернативным источникам привлечения инвестиций, что позволит реализовать социально-значимые проекты, которые ранее были невозможны.

Исходя из разной направленности интересов участников ГЧП, на практике достижение полного совмещения интересов всех участников партнерства – государства, бизнеса и общества – весьма затруднительно, но может быть представлено в теоретических моделях. В этом случае имеется в виду стремление к достижению синергетического эффекта в рамках ГЧП-проектов. В рамках интеграционного взаимодействия можно говорить о модели частичного совпадения целей стейкхолдеров и достижения заданного синергетического эффекта на основе баланса интересов участников. Нахождение всех возможностей согласования интересов между участниками партнерства позволит расширить границы достигаемого синергетического эффекта.

Следовательно, можно сформулировать перечень организационных требований, которым должны соответствовать модели

согласования интересов власти и бизнеса для решения социально-экономических проблем:

- единство целей: государство – оказание качественных услуг, бизнес – выгодное инвестирование капитала, общество – высокое качество жизни;
- распределение обязанностей и ответственности участников проектов;
- минимизация ущерба и распределение рисков;
- обеспечение перехода прав собственности на создаваемые объекты;
- создание условий получения дохода (прибыли) и гарантии возврата инвестиций.

3. Модель и механизмы управления

Трансграничное сотрудничество как основа территориальной интеграции в различных регионах формирует особенные условия и механизмы взаимодействия, что обусловливается уникальными функциональными стремлениями агентов, мотивирующими их кооперацию [18].

С позиции иницилирующих субъектов сотрудничества можно выделить модели «мягкого» и «жесткого» регионализма, модели восходящей (bottom-up) и нисходящей (top-down) интеграции. В векторе функциональной направленности можно выделить следующие области трансграничного сотрудничества: экология, планирование пространства и устойчивое развитие, транспорт и коммуникации, экономика, занятость и туризм, образование и культура, миграция трудовых ресурсов приграничных территорий, научные исследования и инновации. При этом развитие происходит по следующему алгоритму: информирование, консультирование, сотрудничество, гармонизация отношений, интеграция.

По географическому фактору наличия сухопутной границы между сопредельными территориями можно выделить континентальную модель развития. Наличие морской границы является фактором как способствующим, так и препятствующим развитию, при этом сотрудничество не ограничивается сферами

водных и биологических морских ресурсов. Ярким примером подобной практики выступают модели интеграции региона Балтийского моря, а также инициативы трансграничного сотрудничества в Северных Скандинавских странах и Баренцевом Евро-Арктическом регионе.

Балтийская и Скандинавская модели, а также модель в Баренцевом Евро-Арктическом регионе дают примеры интеграции «сверху», так как их формированию предшествовало создание соответствующих региональных центров координации. Координирующие организации стимулируют разнообразные инициативы, способствующие укреплению сотрудничества на основе постоянных экономических, политических и культурных контактов сопредельных территорий. К таким структурам относятся Совет государств Балтийского моря, Совет Баренцева Евро-Арктического региона, Совет Министров Северных Стран, Арктический Совет, Северный совет.

Подобные структуры активно способствуют развитию на основе укрепления двустороннего и многостороннего сотрудничества в области экономики, торговли, науки и техники, окружающей среды, инфраструктуры, здравоохранения, образования и культурных обменов, туризма, а также реализации специальных проектов. Кроме того, Балтийская интеграция направлена на создание единого геополитического и геоэкономического комплекса, чему активно способствует укрепление межпарламентских связей, интенсификация финансовых потоков, разработка совместных проектов в области развития транспортной инфраструктуры, расширение кооперации, развитие туризма и ряда других отраслей промышленности и сельского хозяйства.

В математической постановке задачи управления целевая функция каждого субъекта интересов (региона, партнера) имеет вид:

$$g_i(r_i, s_i, u) = p_i(r_i - u_i) + s_i c(u_1 + u_2) \rightarrow \max, \quad i = 1, 2,$$

где $p_i(r_i - u_i)$ – доход i -го субъекта (региона, партнера) от реализации самостоятельных проектов (деятельности на своей территории); $c(u_1, u_2)$ – совокупный доход от реализации совместных

проектов (деятельности на трансграничной территории); s_i – доля i -го субъекта (региона, партнера) в совокупном доходе.

При объединении усилий двух субъектов (регионов, партнеров) для совместного развития трансграничной территории неизбежно образуется координатор (Центр), роль которого может выполнять некоторый специально уполномоченный орган. Основная цель координатора (Центра) заключается в согласовании пропорционального участия каждого субъекта и определении объемов требуемых ресурсов для обеспечения интересов и выгоды каждого участника посредством реализации общего проекта развития определенной территории. Центр создается ввиду того, что совместные проекты по развитию трансграничных территорий, как правило, не входят в область непосредственных интересов каждого отдельного субъекта (региона, партнера). Каждый из них предпочитает использовать доступные ресурсы для собственного развития. Учитывая подобные эгоистические цели, координатор (Центр) может задавать каждому субъекту минимум необходимых для развития трансграничной территории ресурсов q_i , меньше которого выделение ресурсов недопустимо, т.е. в задаче субъекта появляется ограничение $q_i \leq u_i \leq r_i$. В этом случае центр несет затраты на осуществление контроля уровня q_i . В общем виде задача координатора (Центра) выглядит следующим образом:

$$(1) \quad g_0(q, r, s, u) = g_1(r_1, s_1, u) + g_2(r_2, s_2, u) \rightarrow \max$$

с одним из ограничений:

$$(2) \quad 0 \leq q_i \leq r_i, \quad 0 \leq s_i \leq 1, \quad s_1 + s_2 = 1, \quad 0 \leq r_i \leq 1, \quad r_1 + r_2 = R,$$

$$(3) \quad q_i \leq u_i \leq r_i.$$

Таким образом, координатор может влиять на субъекты посредством следующих механизмов управления:

1) административного, назначая величину ресурсов q_i , меньше которых субъект не имеет права тратить ресурсов на общие цели;

2) экономического, назначая

а) долю участия s_i в доходе от развития трансграничных территорий;

б) количество ресурсов r_i .

Следовательно, получаем иерархическую игру, в которой на верхнем уровне находится центр, на нижнем – два субъекта взаимоотношений (без существенного ограничения общности их может быть и больше).

4. Модель и механизмы управления

Административные меры воздействия основываются на властных полномочиях и не связаны с мерами экономического стимулирования либо материальной заинтересованности со стороны органов управления. Подобные методы играют важную роль в охране окружающей среды, исторических и культурных ценностей, развитии социальной сферы, где государство (общество) не может рассчитывать на действие рыночных механизмов. В этих целях используются:

- проведение антимонопольной политики;
- регулирование внешнеэкономической деятельности;
- директивное определение цен на отдельные товары и услуги;
- определение объемов государственного заказа для естественных монополий;
- охрана прав собственности граждан и интересов потребителей товаров и услуг;
- санкции в отношении предприятий, наносящих вред здоровью человека;
- установления стандартов экологической безопасности;
- противодействие использованию опасных для жизнедеятельности технологий;
- запрет производства вредных для здоровья человека товаров и т.п.

Например, в рамках представленной модели (рис. 1) координатор может: в случае межрегионального трансграничного сотрудничества установить минимальный годовой объем инвестиций или эквивалентные величины требуемых ресурсов (в том числе трудовых, материальных) от каждого субъекта взаимоотношений; в случае реализации проектов ГЧП: для частного партнера – объем инвестиций, для публичного партнера – экви-

валентный объем льгот и гарантий на период проекта (проекты АО «Евразийский», холдинга «Аэропорты регионов», в том числе по строительству аэрохаба «Платов»).

При применении административного механизма исследуется модель, представленная в виде иерархической игры:

$$(4) \quad g_0(u) = g_1(u) + g_2(u) \rightarrow \max,$$

$$(5) \quad g_i(r_i, u) = p_i(r_i - u_i) + s_i c(u_1 + u_2) \rightarrow \max,$$

с ограничениями:

$$(6) \quad 0 \leq q_i \leq r_i, \quad q_i \leq u_i \leq r_i, \quad i = 1, 2.$$

Заметим, что функция координатора $g_0(u)$ не зависит от его стратегии $q = (q_1, q_2)$, но выбором q координатор сужает множества возможных стратегий поведения субъектов, благодаря чему может увеличиться значение собственной целевой функции. Предполагается, что производственные функции $p_i(x)$ и $c(x)$ удовлетворяют следующим свойствам (на примере $p_i(x)$):

- 1) $p_i(x) \geq 0$, причем $p_i(0) = 0$;

- 2) $p_i(x)$ непрерывная, монотонно возрастает, т.е. $p_i'(x) > 0$.

- 3) $p_i(x)$ вогнута, т.е. $p_i''(x) < 0$.

- 4) $p_i(\lambda x) = \lambda^\alpha p_i(x)$, где α – коэффициент отдачи от расширения масштаба производства, отражающий эластичность производственного процесса (считаем для простоты, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $0 < \alpha \leq 1$).

Выбор именно этих функций обусловлен их широкой применимостью в теоретических и эмпирических экономических исследованиях. Коэффициент отдачи от расширения масштаба производства берется одинаковым для обоих субъектов, так как считается, что соседние территории имеют схожие ресурсы и природные условия, а зачастую и совпадающие виды экономической деятельности (особенно вблизи общей трансграничной зоны). В случае функций одной переменной производственными функциями обычно выступают степенная с показателем, меньшим единицы, и линейная (показатель равен единице). Поэтому возможны следующие четыре варианта сочетания функций частных и общих интересов: 1) функции $p_i(x)$ и $c(x)$ линейны; 2) функции $p_i(x)$ линейны, а функция $c(x)$ степенная с показателем, меньшим единицы; 3) функции $p_i(x)$ степенная с показате-

лем, меньшим единицы, а функция $c(x)$ линейна; 4) функции $p_i(x)$ и $c(x)$ степенные с показателем, меньшим единицы.

Теорема. Пусть в модели (4)–(6) функции общей и частной деятельности либо линейные, либо одна из них линейная, а другая степенная с показателем, меньшим единицы, $p_i(0) = 0$, $c(0) = 0$. Тогда равновесная по Нэшу стратегия субъекта совпадает с Парето-оптимальной стратегией координатора, т.е. $u_i^{NE} = u_i^{max}$.

Доказательство. Введем следующие обозначения.

$$u_i^* = (s_i c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i))^{-1}(0),$$

$$u_i^{**} = (c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i))^{-1}(0).$$

Тогда

$$(7) \quad u_i^{NE} = \begin{cases} 0, & u_i^* < 0, \\ u_i^*, & 0 < u_i^* < r_i, \\ r_i, & u_i^* > r_i. \end{cases}$$

$$(8) \quad q_i = u_i^{max} = \begin{cases} 0, & u_i^{**} < 0, \\ u_i^{**}, & 0 < u_i^{**} < r_i, \\ r_i, & u_i^{**} > r_i. \end{cases}$$

Поскольку $s_i \leq 1$, то

$$s_i c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i) \leq c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i).$$

Пусть

$$f(u_i) = s_i c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i), \quad g(u_i) = c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i).$$

В силу убывания функций $f(u_i)$ и $g(u_i)$ обратные к ним функции тоже убывают, откуда ясно, что значение образа точки 0 в большей функции $g(u_i)$ не меньше значения образа точки 0 в меньшей функции $f(u_i)$, поэтому равновесная по Нэшу стратегия субъекта с учетом условия $q_i \leq u_i \leq r_i$ есть $u_i = q_i = u_i^{max}$. Теорема доказана.

Пример 1. Рассмотрим частный случай степенных производственных функций с показателем $\alpha < 1$, а именно:

Задача координатора

$$g_0(u_1, u_2) = p_1(r_1 - u_1)^\alpha + p_2(r_2 - u_2)^\alpha + c(u_1 + u_2)^\alpha \rightarrow \max_{q_1, q_2}$$

при ограничениях $0 \leq q_i \leq r_i$.

Задачи субъектов

$$g_1(u_1, u_2) = p_1(r_1 - u_1)^\alpha + sc(u_1 + u_2)^\alpha \rightarrow \max_{u_1},$$

$$g_2(u_1, u_2) = p_2(r_2 - u_2)^\alpha + (1-s)c(u_1 + u_2)^\alpha \rightarrow \max_{u_2}$$

при ограничениях $q_i \leq u_i \leq r_i, i = 1, 2$.

Здесь p_1, p_2, c, s, α – постоянные величины.

Рассмотрим игру субъектов. Это – игра в нормальной форме равноправных участников. Пусть для определенности $s \leq 0,5$ (в противном случае этого можно добиться перенумерацией игроков). Доминирующие стратегии игроков:

$$u_1^{NE} = \begin{cases} \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{scr_1 - u_2 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{sc}}, & \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{scr_1 - u_2 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{sc}} > q_1, \\ q_1, & \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{scr_1 - u_2 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{sc}} < q_1; \end{cases}$$

$$u_2^{NE} = \begin{cases} \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)cr_2 - u_1 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)c}}, & \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)cr_2 - u_1 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)c}} > q_2, \\ q_2, & \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)cr_2 - u_1 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)c}} < q_2. \end{cases}$$

В связи с этим, возможны четыре комбинированных случая равновесных по Нэшу стратегий:

1) (q_1, q_2) при выполнении условий

$$\frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{scr_1 - q_2 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_1} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{sc}} < q_1, \quad \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)cr_2 - q_1 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)c}} < q_2;$$

2) $\left(q_1, \frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)cr_2 - q_1 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)c}} \right)$ при выполнении условий

$$\frac{1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)cr_2 - q_1 1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2}}}{1-\alpha\sqrt[\alpha]{p_2} + 1-\alpha\sqrt[\alpha]{(1-s)c}} > q_2,$$

$$\begin{aligned}
 & {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_1 - {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 < \\
 & < q_1 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right); \\
 3) & \left(\frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{sc}r_1 - q_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{sc}}, q_2 \right) \text{ при выполнении условий} \\
 & \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cr_1} - q_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{sc}} > q_1, \\
 & {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_2 - {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 < \\
 & < q_2 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right); \\
 4) & \left(\frac{r_1 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s} \right) - r_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}}; \right. \\
 & \left. \frac{r_2 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} \right) - r_1 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}} \right) \text{ при выполнении усло-}
 \end{aligned}$$

вий

$$\begin{aligned}
 & {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_1 - {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 > \\
 & > q_1 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right), \\
 & {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_2 - {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 > \\
 & > q_2 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим каждый из этих случаев подробно:

1) (q_1, q_2) . Из условий первого порядка для функции координатора следует, что

$$q_1 = \begin{cases} \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{cr_1} - q_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{c}}, & q_2 < {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{c}{p_1}}r_1, \\ 0, & q_2 > {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{c}{p_1}}r_1. \end{cases}$$

$$q_2 = \begin{cases} \frac{1-\alpha\sqrt{c}r_2 - q_1 1-\alpha\sqrt{p_2}}{1-\alpha\sqrt{p_2} + 1-\alpha\sqrt{c}}, & q_1 < 1-\alpha\sqrt{\frac{c}{p_2}}r_2, \\ 0, & q_1 > 1-\alpha\sqrt{\frac{c}{p_2}}r_2. \end{cases}$$

В связи с этим здесь возникает 3 варианта:

а) $\left(0, \frac{1-\alpha\sqrt{c}r_2}{1-\alpha\sqrt{p_2} + 1-\alpha\sqrt{c}} \right)$ при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} > \frac{1-\alpha\sqrt{p_2} + 1-\alpha\sqrt{c}}{1-\alpha\sqrt{p_1}};$$

б) $\left(\frac{1-\alpha\sqrt{c}r_1}{1-\alpha\sqrt{p_1} + 1-\alpha\sqrt{c}}, 0 \right)$ при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} < \frac{1-\alpha\sqrt{p_2}}{1-\alpha\sqrt{p_1} + 1-\alpha\sqrt{c}};$$

в) $\left(\frac{r_1(1-\alpha\sqrt{c} + 1-\alpha\sqrt{p_2}) - r_2 1-\alpha\sqrt{p_1}}{1-\alpha\sqrt{p_1} + 1-\alpha\sqrt{c} + 1-\alpha\sqrt{p_2}}, \frac{r_2(1-\alpha\sqrt{c} + 1-\alpha\sqrt{p_1}) - r_1 1-\alpha\sqrt{p_2}}{1-\alpha\sqrt{p_1} + 1-\alpha\sqrt{c} + 1-\alpha\sqrt{p_2}} \right)$ при

выполнении условий $\frac{1-\alpha\sqrt{p_2}}{1-\alpha\sqrt{p_1} + 1-\alpha\sqrt{c}} < \frac{r_2}{r_1} < \frac{1-\alpha\sqrt{p_2} + 1-\alpha\sqrt{c}}{1-\alpha\sqrt{p_1}}$.

2) $\left(q_1, \frac{1-\alpha\sqrt{(1-s)c}r_2 - q_1 1-\alpha\sqrt{p_2}}{1-\alpha\sqrt{p_2} + 1-\alpha\sqrt{(1-s)c}} \right)$ при выполнении условий

$$\frac{1-\alpha\sqrt{(1-s)c}r_2 - q_1 1-\alpha\sqrt{p_2}}{1-\alpha\sqrt{p_2} + 1-\alpha\sqrt{(1-s)c}} > q_2,$$

$$1-\alpha\sqrt{scp_2}r_1 + 1-\alpha\sqrt{s(1-s)c^2}r_1 - 1-\alpha\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 < < q_1 \left(1-\alpha\sqrt{scp_2} + 1-\alpha\sqrt{p_1(1-s)c} + 1-\alpha\sqrt{s(1-s)c^2} \right).$$

Из условий первого порядка для функции координатора следует, что

$$q_1 = \max \left(\frac{r_1^{1-\alpha} \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2 - r_2^{1-\alpha} \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha}{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha + 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}, 0 \right),$$

$$q_2 < \frac{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c} r_2 - q_1^{1-\alpha} \sqrt[1-\alpha]{p_2}}{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_2} + 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c}}.$$

В связи с этим здесь возникает 2 варианта

а) $(0, q_2)$ при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} > 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{\frac{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha};$$

б) $\left(\frac{r_1^{1-\alpha} \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2 - r_2^{1-\alpha} \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha}{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha + 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}, q_2 \right)$

при выполнении условий $\frac{r_2}{r_1} < 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{\frac{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha}$.

Исход 2б) реализуется при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} > \frac{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_2(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}}{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2} + 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{c(1-s)(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}} \text{ и}$$

$$\frac{r_2}{r_1} < 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{\frac{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha}, \text{ которые совместны при}$$

$$1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2}^\alpha < < 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c + 1-\alpha} p_2} + 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{c(1-s)(1-\alpha) \sqrt[1-\alpha]{(1-s)^\alpha c + 1-\alpha} p_2}.$$

Исход 2а) принимает вид $\left(0, \frac{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c} r_2 - q_1^{1-\alpha} \sqrt[1-\alpha]{p_2}}{1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{p_2} + 1-\alpha \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c}} \right)$ и ре-

ализуется при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} > \max \left\{ \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{sp_2}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)p_1}}; {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2}}{p_1({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2})^\alpha}} \right\},$$

и при выгодности этого исхода нужно назначить

$$q_2 < \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cr_2}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c}}, \text{ что возможно в любом случае.}$$

$$3) \left(\frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{scr_1} - q_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{sc}}, q_2 \right) \text{ при выполнении условий}$$

$$\frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cr_1} - q_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{sc}} > q_1,$$

$${}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1r_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2r_2} - {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2r_1} <$$

$$< q_2 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right).$$

Этот случай симметричен предыдущему, поэтому имеются два исхода:

а) (q_1, q_2) при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} < {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha}{{}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}}.$$

$$б) \left(q_1; \frac{r_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{{}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}} - r_1 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha} + {}^{1-\alpha}\sqrt{{}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}} \right) \text{ при}$$

выполнении условий $\frac{r_2}{r_1} > {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha}{{}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}}.$

Исход 3б) реализуется при выполнении условий

$$\frac{r_2}{r_1} < \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})} + {}^{1-\alpha}\sqrt{c{}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + sc{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} {}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + p_1 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}},$$

$${}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}(1-2s) < {}^{1-\alpha}\sqrt{sc}s, \frac{r_2}{r_1} > {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha}{{}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}}.$$

Первое и третье условия совместны при

$${}^{1-\alpha}\sqrt{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha} < {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})} + {}^{1-\alpha}\sqrt{cs({}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})}.$$

Исход 3а) принимает вид $\left(\frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c}r_2 - q_1 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c}}; 0 \right)$ и реа-

лизуется при выполнении условия

$$\frac{r_2}{r_1} < {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{p_2({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1})^\alpha}{{}^{1-\alpha}\sqrt{s^\alpha c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}}.$$

$$4) \left(\frac{r_1({}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}) - r_2 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}}; \right. \\ \left. \frac{r_2({}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)}) - r_1 {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2s}} \right), \text{ при выполнении усло-}$$

вий

$${}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_1 - {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 > \\ > q_1 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right), \\ {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_2 - {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 > \\ > q_2 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2} \right).$$

Следовательно, в этом случае нужно назначать

$$q_1 < \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_1 - {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2}{{}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}}, \\ q_2 < \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)cp_1}r_2 + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}r_2 - {}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2}r_1}{{}^{1-\alpha}\sqrt{scp_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c^2}}.$$

Это возможно, если

$$\frac{r_2}{r_1} < \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt[1-\alpha]{sp_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt[1-\alpha]{s(1-s)c}}{{}^{1-\alpha}\sqrt[1-\alpha]{(1-s)p_1}}$$

$$\frac{r_2}{r_1} > \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt[1-\alpha]{sp_2}}{{}^{1-\alpha}\sqrt[1-\alpha]{(1-s)p_1} + {}^{1-\alpha}\sqrt[1-\alpha]{s(1-s)c}}.$$

Теперь координатору предстоит из всех исходов (1а, 1б, 1в, 2а, 2б, 3а, 3б, 4) выбрать те, которые удовлетворяют соответствующим условиям (такое множество исходов существует, в частности, один из исходов 1а, 1б, 1в), после чего из отобранных исходов определить тот, который доставляет ему максимум. Но исходы 2–4 не могут быть оптимальными для координатора, так как в противном случае бы именно они получились бы оптимальными (q_1, q_2). Следовательно, центр выберет соответствующие стратегии для выбора исхода 1.

5. Экономический подход: управление долей участия в общем доходе

Основная суть экономических методов заключается в том, что они косвенно воздействуют на воспроизводственный процесс. Данные методы воздействия, включающие механизмы налоговой, кредитной, льготной, субсидиарной политики и др., позволяют органам управления (координаторам) воздействовать на экономические интересы хозяйствующих субъектов. Можно сказать, что экономические методы воздействия органов управления на деятельность хозяйственных структур способствуют формированию экономической заинтересованности и хозяйственной ответственности. Одновременно данные методы повышают ответственность хозяйствующих субъектов, функционирующих на соответствующей территории, за социально-экономические последствия принимаемых ими управленческих решений и активизируют их роль в повышении экономических и социальных параметров территории, на которой они осуществляют свою деятельность

В рамках описанной модели (рис. 1) при применении экономического механизма управления координатор назначает

каждому субъекту долю участия в общем доходе s_i . Например, в случае межрегионального трансграничного сотрудничества координатор может установить пропорции распределения между субъектами произведенной на совместно осваиваемой территории продукции, а в случае проектов ГЧП – установить прямое распределение доходов в виде доли тарифов, что весьма распространено в сфере дорожных проектов ГЧП (Федеральная система «Платон», ООО «Парковочное пространство» г. Ростов-на-Дону). При этом весь общий доход делится между субъектами без остатка.

Исследуется модель, представленная в виде иерархической игры (1) с ограничениями

$$(9) \quad 0 \leq s_i \leq 1, s_1 + s_2 = 1,$$

$$(10) \quad 0 \leq u_i \leq q_i.$$

Обозначим для удобства $s_1 = s, s_2 = 1 - s$.

План исследования модели (1), (9)–(10) следующий. Модель можно исследовать аналитически, если хотя бы одна функция $p_i(x)$ или $c(x)$ линейная.

Лемма 1. Ищем все возможные равновесия по Нэшу в игре субъектов (1), (10). Так как для каждого субъекта возможны варианты равновесных по Нэшу стратегий $u_i^{NE} = 0$, $u_i^{NE} = r_i$, $u_i^{NE} \in (0, r_i)$, то при наличии двух субъектов получаем не более девяти возможных исходов равновесия по Нэшу. Эти исходы разделены между собой кривыми $(s_1 c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) = 0$ и $(s_1 c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) = r_1$. Каждому исходу соответствуют два условия, которые мы назовем условиями допустимости исхода:

$$1) \quad \text{одно из } (s_1 c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) < 0,$$

$$0 < (s_1 c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) < r_1 \quad \text{или}$$

$$(s_1 c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) > r_1.$$

$$2) \quad \text{одно из } (s_2 c'(u_1 + u_2) - p_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) < 0,$$

$$0 < (s_2 c'(u_1 + u_2) - p_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) < r_2 \quad \text{или}$$

$$(s_2 c'(u_1 + u_2) - p_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) > r_2.$$

Этап 2. Решаем оптимизационную задачу координатора (1), (9). Аналогично рассуждениям предыдущего пункта, так как для каждого субъекта возможны варианты Парето-оптимальных стратегий $u_i^{max} = 0$, $u_i^{max} = r_i$, $u_i^{max} \in (0, r_i)$, то при наличии двух субъектов получаем не более девяти возможных исходов Парето-оптимального равновесия.

Эти исходы разделены между собой кривыми $(c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i))^{-1}(0) = 0$ и $(c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i))^{-1}(0) = r_i$. Каждому исходу соответствуют два условия, которые мы назовем условиями оптимальности исхода:

$$1) \text{ одно из } (c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) < 0,$$

$$0 < (c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) < r_1 \text{ или}$$

$$(c'(u_1 + u_2) - p_1'(r_1 - u_1))^{-1}(0) > r_1.$$

$$2) \text{ одно из } (c'(u_1 + u_2) - p_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) < 0,$$

$$0 < (c'(u_1 + u_2) - p_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) < r_2 \text{ или}$$

$$(c'(u_1 + u_2) - p_2'(r_2 - u_2))^{-1}(0) > r_2.$$

С учетом того факта, что $u_i^{max} > u_i^{NE}$, получим всего не более 25 возможных сочетаний исходов (u_1^{NE}, u_2^{NE}) и (u_1^{max}, u_2^{max}) .

Этап 3а. В частном случае, если полученные условия допустимости исходов не зависят от управляющих действий координатора s , задача решается перебором из возможных 25 вариантов и выбором из них тех, в которых достигается максимум целевой функции координатора.

Этап 3б. Если полученные условия зависят от управлений координатора s , то выбираем исход игры, в котором достигается максимум целевой функции координатора, проверяем, выполняются ли условия, зависящие от управления координатора s . Если все условия выполняются, то данный исход выбираем в качестве оптимального. Если же какое-то из полученных условий не выполняется, то выбираем исход со следующим максимальным по величине значением целевой функции координатора и проверяем его условия на допустимость и т.д., пока не

найдется один из исходов, который удовлетворяет условиям допустимости.

Существует хотя бы один исход, удовлетворяющий заданным условиям, например, при назначении одному из субъектов доли общего дохода, равной единице, а другому игроку – нулю (т.е. передаче всех полученных доходов одному из субъектов).

Пример 2. Теперь рассмотрим степенную производственную функцию частных интересов с показателем $\alpha < 1$ и линейную функцию общих интересов. В этом случае задача координатора:

$$g_0(u_1, u_2) = p_1(r_1 - u_1)^\alpha + p_2(r_2 - u_2)^\alpha + c(u_1 + u_2) \rightarrow \max_s$$

при ограничениях $0 \leq s \leq 1$, задачи субъектов:

$$g_1(u_1, u_2) = p_1(r_1 - u_1)^\alpha + sc(u_1 + u_2) \rightarrow \max_{u_1},$$

$$g_2(u_1, u_2) = p_2(r_2 - u_2)^\alpha + (1-s)c(u_1 + u_2) \rightarrow \max_{u_2}$$

при ограничениях $0 \leq u_i \leq r_i, i = 1, 2$.

Рассмотрим игру субъектов. Это игра в нормальной форме равноправных участников. Множество равновесий Нэша содержит четыре исхода:

1) $(0; 0)$ при одновременном выполнении условий допустимости $p_1 > scr_1^{1-\alpha}/\alpha, p_2 > (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$.

2) $\left(r_1 - 1^{-\alpha} \sqrt[\alpha]{\frac{p_1 \alpha}{sc}}; r_2 - 1^{-\alpha} \sqrt[\alpha]{\frac{p_2 \alpha}{(1-s)c}} \right)$ при условиях допустимости

$p_1 < scr_1^{1-\alpha}/\alpha, p_2 < (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$.

3) $\left(r_1 - 1^{-\alpha} \sqrt[\alpha]{\frac{p_1 \alpha}{sc}}; 0 \right)$ при условиях допустимости $p_1 < scr_1^{1-\alpha}/\alpha,$

$p_2 > (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$.

4) $\left(0; r_2 - 1^{-\alpha} \sqrt[\alpha]{\frac{p_2 \alpha}{(1-s)c}} \right)$ при условиях допустимости

$p_1 > scr_1^{1-\alpha}/\alpha, p_2 < (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$.

Рассмотрим каждый из этих случаев детально.

1) $(0; 0)$. Здесь от конкретного выбора s значение целевой функции координатора не зависит. От s зависит лишь выполне-

ние условий допустимости выбора субъектом стратегии индивидуализма $p_1 > scr_1^{1-\alpha}/\alpha$, $p_2 > (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$, поэтому если координатору выгоден этот случай, то можно выбирать s любым на интервале $1 - ap_2/cr_2^{1-\alpha} < s < ap_1/cr_1^{1-\alpha}$. Это возможно сделать, если $ap_1/cr_1^{1-\alpha} + ap_2/cr_2^{1-\alpha} > 1$ (условие допустимости для координатора первого исхода).

$$2) \left(r_1 - 1 - \alpha \sqrt[3-2\alpha]{\frac{p_1\alpha}{sc}}; r_2 - 1 - \alpha \sqrt[3-2\alpha]{\frac{p_2\alpha}{(1-s)c}} \right) \text{ при условии } p_1 < scr_1^{1-\alpha}/\alpha,$$

$$p_2 < (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha.$$

Условие первого порядка дает оптимальную величину s в

$$\text{виде } s = \frac{3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1}}{3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} + 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2}}, \text{ при этом исходы принимают вид}$$

$$u_1 = r_1 - 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} - 1 - \alpha \sqrt[3-2\alpha]{\frac{\alpha(3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} + 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2})}{c}},$$

$$u_2 = r_2 - 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2} - 1 - \alpha \sqrt[3-2\alpha]{\frac{\alpha(3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} + 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2})}{c}}.$$

Для реализации данного исхода необходимо выполнение условий допустимости $p_1 < scr_1^{1-\alpha}/\alpha$, $p_2 < (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$, или, с учетом подстановки полученного s , условия выглядят как

$$p_1 \frac{2(1-\alpha)}{3-2\alpha} < \frac{cr_1^{1-\alpha}}{\alpha(3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} + 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2})}, p_2 \frac{2(1-\alpha)}{3-2\alpha} < \frac{cr_2^{1-\alpha}}{\alpha(3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} + 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2})}. \text{ Если}$$

указанные условия не выполняются, то невозможно воздействовать на субъект путем назначения $s = \frac{3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1}}{3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_1} + 3-2\alpha\sqrt[3-2\alpha]{p_2}}$ и данный

исход реализовать не удастся.

$$3) \left(r_1 - 1 - \alpha \sqrt[3-2\alpha]{\frac{p_1\alpha}{sc}}; 0 \right) \text{ при условии } p_1 < scr_1^{1-\alpha}/\alpha, p_2 > (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha.$$

Условие первого порядка дает $s = 1$. В этом случае весь доход от развития трансграничной территории направляется первому субъекту, что можно ожидать, так как второй субъект не выделяет средств на развитие трансграничной территории. При

этом должны выполняться условия допустимости $p_1 < scr_1^{1-\alpha}/\alpha$, $p_2 > 0$. Заметим, что таким образом второй субъект всегда исключается из участия в доходе. При этом исход принимает вид

$$\left(r_1 - 1 - \alpha \sqrt[\alpha]{\frac{p_1 \alpha}{c}}; 0 \right)$$

4) $\left(0; r_2 - 1 - \alpha \sqrt[\alpha]{\frac{p_2 \alpha}{(1-s)c}} \right)$ при выполнении условий $p_1 > scr_1^{1-\alpha}/\alpha$,

$p_2 < (1-s)r_2^{1-\alpha}/\alpha$. Этот случай симметричен предыдущему, значит, оптимальное $s = 0$. Таким образом, весь доход от развития общей зоны направляется второму субъекту, что можно ожидать, так как первый субъект не направляет средств на развитие трансграничной территории. При этом должны выполняться условия допустимости $p_2 < scr_2^{1-\alpha}/\alpha$, $p_1 > 0$. Заметим, что здесь первый субъект исключается из участия в доходе. При

этом исход принимает вид $\left(0; r_2 - 1 - \alpha \sqrt[\alpha]{\frac{p_2 \alpha}{c}} \right)$.

Для реализации выбора конкретного исхода координатор должен подставить те из четырех выписанных исходов, для которых выполняется условие достижимости (напомним, что третий и четвертый исход достижимы всегда), после чего выбрать тот, в котором достигается максимум.

6. Экономический подход: распределение ресурсов между субъектами

Основная суть экономических методов заключается в том, что они косвенно воздействуют на воспроизводственный процесс. Данные методы воздействия, включающие механизмы налоговой, кредитной, льготной, субсидиарной политики и др., позволяют органам управления (координаторам) воздействовать на экономические интересы хозяйствующих субъектов. Можно сказать, что по способу экономического воздействия на совместную хозяйственную деятельность субъектов трансгранич-

ных отношений действия координатора (Центра) можно условно разделить на прямые и косвенные.

К прямым экономическим действиям относятся: согласование объемов и масштабов производства, направлений структурной перестройки производства, осуществляемые путем нахождения и установления баланса экономических интересов между ними. К данным методам воздействия относятся: 1) бюджетное финансирование конкретных инвестиционных проектов; 2) предоставление объемов субсидий и льгот хозяйствующим субъектам; 3) прямое определение параметров производства на предприятиях в рамках размещения государственных заказов или государственных закупок.

К косвенным способам экономического воздействия на совместную хозяйственную деятельность субъектов трансграничных отношений действия координатора (Центра) относятся: финансово-кредитные механизмы, включающие регулирование денежного обращения, противодействие инфляции, а также налоговая политика и льготы системы налогообложения. К косвенным рычагам относятся и меры регулирования внешнеэкономической деятельности, осуществляемые путем использования системы экспортного субсидирования, таможенных тарифов и пошлин, предоставления льгот иностранным лицам для инвестирования и др.

В контексте предложенной модели (рис. 1) данный механизм может быть реализован посредством дотационного целевого финансирования федерального центра отдельных совместных проектов соседних субъектов по развитию совместно осваиваемой территории (например, проект игровой зоны «Азов-сити»).

Другим примером реализации данного экономического подхода может выступать форма реализации проектов ГЧП, новая для России, но убедительно доказавшая свою эффективность в зарубежных странах, а именно контракт жизненного цикла (КЖЦ). Данные контракты в отличие от традиционных реализуются с сохранением прямого бюджетного финансирования, что выгодно частному партнеру, и позволяют государству при вложении бюджетных средств быть уверенным в их эффек-

тивном расходовании и соответствии создаваемого объекта инфраструктуры установленным функциональным параметрам. В мировой практике КЖЦ распространяется на проекты в сфере здравоохранения, санаторно-курортного лечения, культуры, социального обслуживания, а также в области утилизации и переработки отходов (значимый опыт реализации подобных проектов в России по понятным причинам пока отсутствует).

При применении данного варианта экономического механизма управления координатор выделяет каждому субъекту определенное количество ресурсов r_i . Весь общий доход делится между субъектами.

Исследуется модель, представленная в виде иерархической игры (1), (10) с ограничениями:

$$(11) \quad 0 \leq r_i \leq 1, \quad r_1 + r_2 = 1.$$

Обозначим для удобства $r_1 = r$, $r_2 = 1 - r$.

План исследования модели (1), (10), (11) следующий. Модель можно исследовать аналитически, если хотя бы одна функция $p_i(x)$ или $c(x)$ линейная.

Этапы 1 и 2 совпадают с таковыми из предыдущего раздела.

Этап 3а. В частном случае, если полученные условия допустимости исходов не зависят от управлений координатора r , задача решается перебором не более 25 возможных вариантов и выбором из них тех, в котором достигается максимум целевой функции координатора при выполнении условий допустимости и оптимальности.

Этап 3б. Если полученные условия зависят от управлений координатора r , то выбираем исход игры, в котором достигается максимум целевой функции координатора, проверяем, выполняются ли условия, зависящие от управления координатора r . Если все условия выполняются, то данный исход выбираем в качестве оптимального. Если же какое-то из полученных условий не выполняется, то выбираем исход со следующим максимальным по величине значением целевой функции координатора и проверяем его условия на допустимость и т.д., пока не

найдется один из исходов, который удовлетворяет его условиям допустимости.

Если же ни для одного исхода игры не выполняются соответствующие ему условия допустимости и оптимальности, то оптимальное r ищем на границе области допустимости двух исходов (соответственно $(s_i c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i))^{-1}(0) = 0$ или $(s_i c'(u_1 + u_2) - p_i'(r_i - u_i))^{-1}(0) = r_i$), выбирая среди возможных значений то, которое доставляет координатору наибольшее значение его целевой функции.

Пример 3. Рассмотрим степенные производственные функции с показателем $\alpha < 1$. В этом случае задача координатора:

$$g_0(u_1, u_2) = p_1(r - u_1)^\alpha + p_2(1 - r - u_2)^\alpha + c(u_1 + u_2)^\alpha \rightarrow \max_r$$

при ограничениях $0 \leq r \leq 1$.

Задачи субъектов:

$$g_1(u_1, u_2) = p_1(r - u_1)^\alpha + s c(u_1 + u_2)^\alpha \rightarrow \max_{u_1},$$

$$g_2(u_1, u_2) = p_2(1 - r - u_2)^\alpha + (1 - s) c(u_1 + u_2)^\alpha \rightarrow \max_{u_2}$$

при ограничениях $0 \leq u_1 \leq r, 0 \leq u_2 \leq 1 - r, i = 1, 2$.

Рассмотрим игру субъектов. Это игра в нормальной форме равноправных участников. Доминирующие стратегии субъектов:

$$1. \text{ Если выполняется } p_1 < \frac{r^{1-\alpha} s \left(1 - \sqrt[1-\alpha]{(1-s)c} + 1 - \sqrt[1-\alpha]{p_2} \right)^{1-\alpha}}{(1-r)^{1-\alpha} (1-s)} \quad \text{и}$$

$$p_2 < \frac{(1-r)^{1-\alpha} (1-s) \left(1 - \sqrt[1-\alpha]{sc} + 1 - \sqrt[1-\alpha]{p_1} \right)^{1-\alpha}}{r^{1-\alpha} s}, \text{ то}$$

$$u_1 = r - \frac{1 - \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-s)}}{1 - \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-s)} + 1 - \sqrt[1-\alpha]{s(1-s)c} + 1 - \sqrt[1-\alpha]{p_2 s}},$$

$$u_2 = 1 - r - \frac{1 - \sqrt[1-\alpha]{p_2 s}}{1 - \sqrt[1-\alpha]{p_1(1-s)} + 1 - \sqrt[1-\alpha]{s(1-s)c} + 1 - \sqrt[1-\alpha]{p_2 s}}.$$

2. Если $p_1 > \frac{r^{1-\alpha} s \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} \right)^{1-\alpha}}{(1-r)^{1-\alpha} (1-s)}$, то $u_1 = 0$,

$$u_2 = \frac{(1-r)^{1-\alpha} \sqrt{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c}}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2}}.$$

3. Если же $p_2 > \frac{(1-r)^{1-\alpha} (1-s) \left({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} \right)^{1-\alpha}}{r^{1-\alpha} s}$, то

$$u_1 = \frac{r^{1-\alpha} \sqrt{{}^{1-\alpha}\sqrt{sc}}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1}}, \quad u_2 = 0.$$

В случае 1 найдем общий выигрыш при доминирующих стратегиях участников.

Выигрыш координатора не зависит от r , поэтому достаточно, чтобы выполнялись условия $p_1 < \frac{r^{1-\alpha} s \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} \right)^{1-\alpha}}{(1-r)^{1-\alpha} (1-s)}$,

$p_2 < \frac{(1-r)^{1-\alpha} (1-s) \left({}^{1-\alpha}\sqrt{sc} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} \right)^{1-\alpha}}{r^{1-\alpha} s}$, следовательно, r должно

удовлетворять условиям $r > \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} (1-s)}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} (1-s) + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}}$,

$$r < 1 - \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} (1-s) + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}}.$$

Это возможно, если $\frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} (1-s) + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1} (1-s) + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}} < 1$,

что выполняется в любом случае, следовательно, координатор всегда может реализовать этот случай, если ему выгодно.

В случае 2 условие первого порядка дает

$$r = \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} \right)^{\alpha}}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1 \left({}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} \right)^{\alpha}} + {}^{1-\alpha}\sqrt{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2} + {}^{1-\alpha}\sqrt{(1-s)c}^{\alpha}} c}.$$

Это возможно, если выполняется соотношение $p_1 > \frac{r^{1-\alpha} s \left(1 - \sqrt[\alpha]{(1-s)c} + \sqrt[\alpha]{p_2}\right)^{1-\alpha}}{(1-r)^{1-\alpha} (1-s)}$. В этом случае исход (назовем

его исходом 2а) приобретает вид $u_1 = 0$,

$$u_2 = \frac{\sqrt[\alpha]{\left(1 - \sqrt[\alpha]{p_2} + \sqrt[\alpha]{(1-s)c}\right)^{\alpha} (1-s)c}}{\sqrt[\alpha]{p_1 \left(1 - \sqrt[\alpha]{(1-s)c} + \sqrt[\alpha]{p_2}\right)^{\alpha}} + \sqrt[\alpha]{1 - \sqrt[\alpha]{p_2} + \sqrt[\alpha]{(1-s)c}}} \times \\ \times \frac{1}{\sqrt[\alpha]{(1-s)c} + \sqrt[\alpha]{p_2}}$$

Если же это условие не выполняется, то производная функции всегда отрицательна и

$$r = \frac{\sqrt[\alpha]{p_1(1-s)}}{\sqrt[\alpha]{p_1(1-s)} + \sqrt[\alpha]{s(1-s)c} + \sqrt[\alpha]{p_2 s}}$$

то получим исход 2б):

$$u_1 = 0, u_2 = \frac{\sqrt[\alpha]{s(1-s)c}}{\left(\sqrt[\alpha]{p_1(1-s)} + \sqrt[\alpha]{s(1-s)c} + \sqrt[\alpha]{p_2 s}\right)}$$

Случай 3 симметричен случаю 2 с точностью до перемены номеров участников, поэтому здесь оптимальное

$$r = 1 - \frac{\sqrt[\alpha]{p_2 \left(1 - \sqrt[\alpha]{sc} + \sqrt[\alpha]{p_1}\right)^{\alpha}}}{\sqrt[\alpha]{p_2 \left(1 - \sqrt[\alpha]{sc} + \sqrt[\alpha]{p_1}\right)^{\alpha}} + \sqrt[\alpha]{1 - \sqrt[\alpha]{p_1} + \sqrt[\alpha]{s^{\alpha}c}}}$$

Это возможно, если выполняется соотношение $p_2 > \frac{(1-r)^{1-\alpha} (1-s) \left(1 - \sqrt[\alpha]{sc} + \sqrt[\alpha]{p_1}\right)^{1-\alpha}}{r^{1-\alpha} s}$. В этом случае исход

(назовем его исходом 3а) приобретает вид $u_2 = 0$,

$$u_1 = \frac{\sqrt[\alpha]{\left(1 - \sqrt[\alpha]{p_1} + \sqrt[\alpha]{s^{\alpha}c}\right)^{\alpha} sc}}{\sqrt[\alpha]{p_2 \left(1 - \sqrt[\alpha]{sc} + \sqrt[\alpha]{p_1}\right)^{\alpha}} + \sqrt[\alpha]{1 - \sqrt[\alpha]{p_1} + \sqrt[\alpha]{s^{\alpha}c}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[\alpha]{sc} + \sqrt[\alpha]{p_1}}$$

Если же это условие не выполняется, то производная функции всегда отрицательна и

$$r = 1 - \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}} + \varepsilon,$$

тогда получим исход 3б:

$$u_2 = \frac{{}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c}}{{}^{1-\alpha}\sqrt{p_1(1-s)} + {}^{1-\alpha}\sqrt{s(1-s)c} + {}^{1-\alpha}\sqrt{p_2 s}} + \varepsilon, \quad u_2 = 0.$$

Для реализации выбора конкретного исхода координатор должен подставить пять выписанных исходов (1, 2а, 2б, 3а, 3б), после чего выбрать тот, в котором достигается максимум.

7. Заключение

В статье исследована задача развития двумя (на самом деле, без существенного ограничения общности несколькими) соседними субъектами трансграничных территорий, в которой созданный с этой целью межрегиональный координирующий орган (Центр) может выбирать один из методов управления: административный, при котором назначаются ограничения снизу на ресурсы, которые каждый субъект должен потратить на развитие трансграничной территории; экономический в двух вариантах: 1) назначается доля участия каждого субъекта в доходе от развития трансграничной территории; 2) распределяется полученный от совместного развития трансграничной территории доход между субъектами. При выборе административного метода воздействия задача в предложенной постановке полностью решается аналитически, при выборе же экономических методов управления в общем случае требуется применение имитационного моделирования. Приведено подробное исследование каждого из перечисленных методов в случаях, когда: а) функции развития субъекта и развития трансграничной территории вогнутые степенные; б) функция развития субъекта вогнутая степенная, а функция развития трансграничной территории линейная. Дана организационно-экономическая интерпретация полученных результатов применительно к функционированию «еврорегионов» и реализации проектов государственно-частного партнерства.

Литература

1. БУРКОВ В.Н., ОПОЙЦЕВ В.И. *Метаигровой подход к управлению иерархическими системами* // Автоматика и телемеханика. – 1974. – №1. – С. 101–114.
2. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б., ВАТЕЛЬ И.А. *Игры с иерархическим вектором интересов* // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1974. – №3. – С. 54–69.
3. ГОРБАНЕВА О.И., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Механизмы согласования интересов в модели распределения ресурсов* // Системы управления и информационные технологии. – 2014. – №3.2(57). – С. 225–231.
4. ГОРБАНЕВА О.И., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2015. – №7(1). – С. 50–73.
5. ГОРБАНЕВА О.И., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Модели коррупции в иерархических системах управления* // Проблемы управления. – 2015. – №1. – С. 2–10.
6. ГОРЕЛИК В.А., КОНОНЕНКО А.Ф. *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах*. – М.: Радио и связь, 1982. – 145 с.
7. ДРУЖИНИН А.Г., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Устойчивое развитие территориальных социально-экономических систем: теория и практика моделирования*. – М.: Вузовская книга, 2013. – 223 с.
8. КУКУШКИН Н.С. *О существовании устойчивых исходов в теоретико-игровой модели экономики с общественными благами* // Доклады АН СССР. – 1991. – №320(1) – С. 25–28.
9. *Механизмы управления* / Под ред. Д.А. Новикова. – М.: УРСС, 2011. – 192 с.
10. МУРЗИН А.Д. *Факторный анализ устойчивого развития урбанизированных территорий* // Социосфера. – 2013. – №1. – С. 160–172.
11. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: МПСИ, 2007. – 583 с.

12. BERGSTROM T., BLUME C., VARIAN H. *On the private provision of public goods* // Journal of Public Economics. – 1986. – No. 29. – P. 25–49.
13. BOADWAY R., PESTIAU P., WILDASIN D. *Non-cooperative behavior and efficient provision of public goods* // Public Finance. – 1989. – No. 44. – P. 1–7.
14. BOADWAY R., PESTIAU P., WILDASIN D. *Tax-transfer policies and the voluntary provision of public goods* // Journal of Public Economics. – 1989. – No. 39. – P. 157–176.
15. CHRISTODOULOU G., SGOURITZA A., TANG B. *On the Efficiency of the Proportional Allocation Mechanism for Divisible Resources* // M. Hofer (Ed.): SAGT LNCS 9347, 2015. – P. 165–177.
16. KAHANA N., KLUNOVER D. *Private provision of a public good with a time-allocation choice* // Social Choice and Welfare. – 2016. – No. 47. – P. 379–386.
17. PAPADIMITRIOU C.H. *Algorithms, games, and the Internet* // Proc.33th Symposium Theory of Computing. – 2001. – P. 749–753.
18. RICQ CH. *Handbook of Transfrontier Co-operation. Part III*. – University of Geneva, 2006. – 201 p.
19. WARR P. *The private provision of a public good is independent of the distribution of income* // Economics Letters. – 1983. – Vol. 13. – P. 207–211.

MECHANISMS OF INTERESTS COMBINING UNDER TERRITORY DEVELOPING PROJECT MANAGEMENT

Olga Gorbaneva, South Federal University, Rostov-on-Don, Cand.Sc., associate professor (gorbaneva@mail.ru).

Anton Murzin, South Federal University, Rostov-on-Don, Cand.Sc., associate professor (admurzin@yandex.ru).

Gennady Ougolnitsky, South Federal University, Rostov-on-Don, Doct.Sc., professor (ougoln@mail.ru).

Abstract: This article is devoted to the research of administrative and economical mechanisms of combining of two neighboring territorial subjects interests. The control problem of resource allocation among developing its own territory and common transboundary one by two neighboring subjects is investigated. A special control agency (Coordinator, Center) is introduced for coordination of region's activity. Administrative mechanism is that Center assigns the minimal resource quantity, less of which the subject cannot to spend on transboundary territory developing. Economical mechanisms are investigated in two variants (the control of a participant in income share and resource allocation). A detailed analysis of these mechanisms is given, as well as an organizational and economic interpretation for specific problems of territorial management. Two cases of functions of public and private interests are considered: a) when the functions of subject developing and transboundary territory developing are concave; б) when the function of subject developing is concave power, and the function of transboundary territory developing is linear.

Keywords: transboundary territory, public interests, private interests, interests combining, administrative mechanism, economical mechanism.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

*Поступила в редакцию 30.05.2017.
Опубликована 31.01.2018.*

УДК 007:159.955
ББК 30.17

**МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ПРОЦЕССОМ СВАРКИ РОБОТИЗИРОВАННЫМИ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ КОМПЛЕКСАМИ
ПО КРИТЕРИЮ КАЧЕСТВА
ПРОИЗВОДИМОЙ ПРОДУКЦИИ**

**Резчиков А. Ф.¹, Кушников В. А.²,
Иващенко В. А.³, Фоминых Д. С.⁴, Богомолов А. С.⁵,
Филимонюк Л. Ю.⁶**

*(ФГБУН Институт проблем точной механики
и управления РАН, Саратов)*

Разработаны модели и алгоритмы управления процессом сварки роботизированными технологическими комплексами по критерию качества производимой продукции. Решение задачи выполнено на основе использования модели системной динамики. Внедрение разработанного математического обеспечения позволит повысить качество дуговой сварки в роботизированных комплексах.

¹ Александр Федорович Резчиков, доктор технических наук, профессор, член-корр. РАН (iptmuran@san.ru).

² Вадим Алексеевич Кушников, доктор технических наук, профессор (iptmuran@san.ru).

³ Владимир Андреевич Иващенко, доктор технических наук, профессор, старший научный сотрудник (iptmuran@san.ru).

⁴ Дмитрий Сергеевич Фоминых, кандидат технических наук (dm_fominyh@mail.ru).

⁵ Алексей Сергеевич Богомолов, кандидат физико-математических наук, доцент (iptmuran@san.ru).

⁶ Леонид Юрьевич Филимонюк, кандидат технических наук (iptmuran@san.ru).

Ключевые слова: роботизированный технологический комплекс; технологический процесс; системная динамика; показатель качества; управление процессом сварки; математическая модель.

1. Введение

Процесс сварки металлоконструкций в роботизированных технологических комплексах (РТК) требует оценки качества производимой продукции на протяжении всего производственного цикла: постоянный контроль оператором качества сварки в ходе выполнения сварочного цикла, периодический контроль программистом сварочных параметров, полный контроль ОТК сваренного изделия и т.д. Отсутствие контроля качества на каком-либо этапе, например, из-за отсутствия оператора на рабочем месте, отклонения сварочных параметров или нехватки контролеров ОТК повышает риск возникновения бракованной продукции.

В настоящее время разработаны и прошли проверку на практике различные системы контроля качества сварки в РТК [1-4, 6, 7]. Основное внимание в них уделено обеспечению стабильности сварочных параметров и точности позиционирования сварочной горелки. При этом в этих системах недостаточно места уделено оптимизации оперативного управления процессом сварки в РТК по критерию качества выпускаемой продукции.

Указанные обстоятельства обуславливают актуальность разработки и внедрения новых математических моделей и алгоритмов, позволяющих осуществлять управление процессом сварки роботизированными технологическими комплексами по критерию качества производимой продукции.

2. Постановка задачи

Разработать математические модели и алгоритмы, позволяющие на временном интервале $[t_n, t_k]$ при любых допустимых значениях вектора состояний среды $\mathbf{v}(t) \in \{\mathbf{V}\}$ найти вектор

управляющих воздействий на РТК $\mathbf{p}(t) \in \{\mathbf{P}\}$ для минимизации целевой функции

$$(1) \quad Q(t, \mathbf{v}, \mathbf{p}) = \int_{t_H}^{t_K} \sum_{i=1}^n (X_i^3 - X_i(t, \mathbf{v}, \mathbf{p}))^2 \omega_i dt \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} F_k(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{p}, \mathbf{p}') \geq 0, & k = 1, \dots, n_1, \\ F_k(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{p}, \mathbf{p}') < 0, & k = n_1 + 1, \dots, n_2 \end{cases}$$

и граничных условиях

$$(2) \quad \begin{cases} F_k^{(t_H)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{p}, \mathbf{p}') = 0, & k = n_3, \dots, n_4, \\ F_k^{(t_K)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{p}, \mathbf{p}') = 0, & k = n_4 + 1, \dots, n_5, \end{cases}$$

где X_i^3 , $X_i(t, \mathbf{v}, \mathbf{p})$, $i = 1, 2, \dots, n$, – заданные и фактические показатели качества процесса сварки в РТК соответственно; ω_i – весовой коэффициент i -го показателя; t – время; n_1, \dots, n_5 – известные константы.

3. Математическая модель

Для описания взаимосвязи элементов технологического процесса сварки в РТК использована модель системной динамики, которая позволяет для основных фазовых переменных (системных уровней) построить дифференциальные уравнения следующего вида [9]:

$$(3) \quad dy(t)/dt = y^+(t) - y^-(t),$$

где $y^+(t)$ – положительный темп скорости переменной y , включающий в себя все факторы, вызывающие рост переменной $y(t)$; $y^-(t)$ – отрицательный темп скорости, включающий в себя все факторы, вызывающие убывание переменной $y(t)$.

Темпы расщепляются на произведение функций, зависящих только от «факторов» – комбинаций основных переменных, являющихся функциями системных уровней:

$$y(t)^\pm = g(y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)) = f(F_1, F_2, \dots, F_k) = f_1(F_1) f_2(F_2) \dots f_k(F_k),$$

где $F_j = g_j(y_{i1}, \dots, y_{im})$ – факторы, причем $m = m(j) < n$, $k = k(j) < n$ (n – число уровней) [5, 8-12].

При решении задачи (1)–(2) в качестве системных уровней использованы следующие показатели качества процесса сварки в РТК:

X_1 – количество забракованных балок на 100 единиц продукции; X_2 – численность операторов РТК; X_3 – среднее количество остановок РТК на один цикл; X_4 – средняя длина дефектных сварных швов на 1 единицу продукции; X_5 – выполненные работы по плановому обслуживанию РТК; X_6 – численность программистов; X_7 – численность наладчиков сварочного оборудования; X_8 – численность контролеров ОТК; X_9 – численность цеховых технологов; X_{10} – количество дней просрочки поставки материалов и запчастей для ремонта РТК; X_{11} – среднее отклонение напряжения сварочной дуги; X_{12} – среднее отклонение тока на двигателе подающего блока; X_{13} – среднее отклонение манипулятора от программной траектории; X_{14} – наличие на рабочих местах необходимой технологической документации; X_{15} – отклонение давления защитного газа; X_{16} – отклонение давления сжатого воздуха; X_{17} – план производства на заданный период в единицах продукции; X_{18} – количество балок, сданных ОТК с первого предъявления.

На рис.1 представлен граф причинно-следственных связей между показателями качества X_1, X_2, \dots, X_{18} .

На рис. 2 показан подграф системного уровня X_1 .

Для переменной X_1 дифференциальное уравнение (3) имеет вид

$$\frac{dX_1(t)}{dt} = (X_1^+(t) - X_1^-(t)) = \\ = K_1^N ((N_w f_1(X_3) f_2(X_{11}) f_3(X_{12}) f_4(X_{13})) - (N_s f_5(X_2) f_6(X_8) f_7(X_{17}))),$$

где N_s – количество балок, принятых ОТК и отправленных на сборку; $f_1(X_3)$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от количества остановок РТК; $f_2(X_{11})$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от отклонения напряжения сварочной дуги; $f_3(X_{12})$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от отклонения тока на двигателе подающего блока; $f_4(X_{13})$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от отклонения

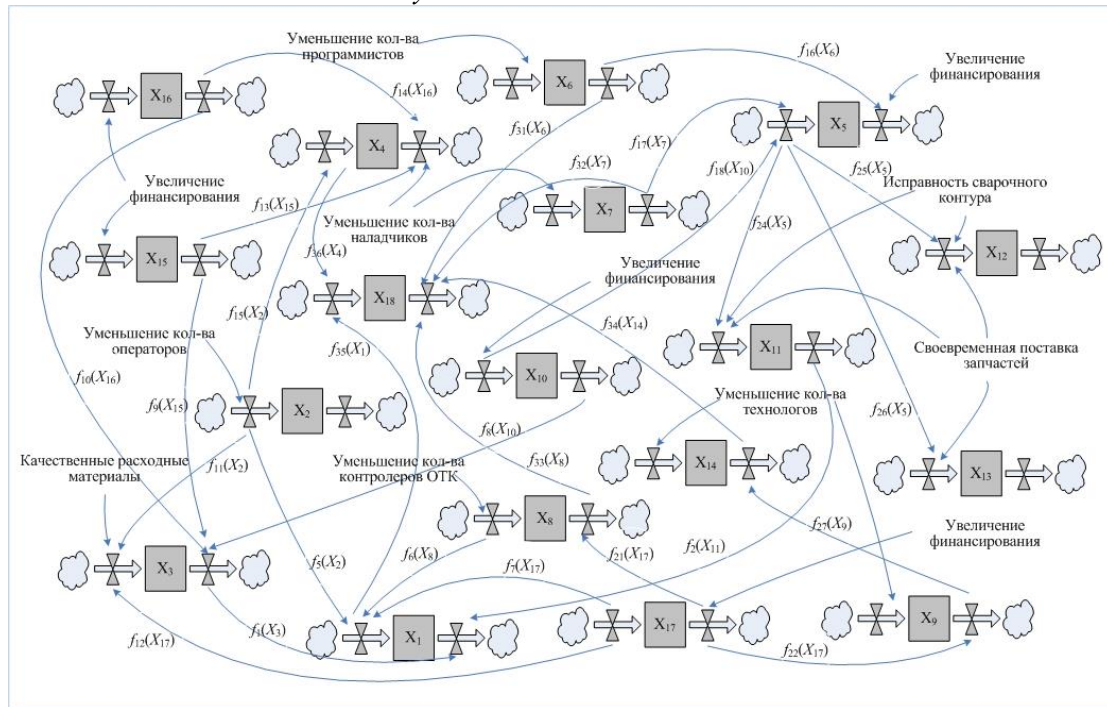


Рис. 1. Граф причинно-следственных связей между показателями качества дуговой сварки

манипулятора от траектории; $f_3(X_2)$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от численности операторов; $f_6(X_8)$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от численности контролеров ОТК; $f_7(X_{17})$ – функциональная зависимость количества забракованных балок от плана производства; K_i^N , $i = 1, 2, \dots, 18$, – коэффициент нормирования для показателя X_i :

$$K_i^N = (X_i(t) - X_i^{\min}) / ((X_i^{\max} - X_i^{\min}) X_i(t)),$$

где X_i^{\min} , X_i^{\max} – соответственно минимальные и максимальные значения показателя X_i . Приняв для всех показателей $X_i^{\min} = 0$, получим $K_i^N = 1/X_i^{\max}$.

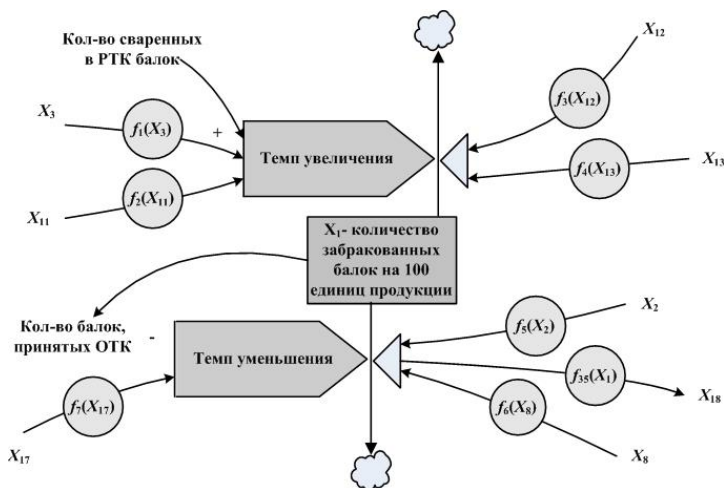


Рис. 2. Подграф системного уровня X_1

Таким образом, уравнение для X_1 примет вид

$$\frac{dX_1(t)}{dt} = \frac{1}{X_1^{\max}} \left((N_w f_1(X_3) f_2(X_{11}) f_3(X_{12}) f_4(X_{13})) - (N_s f_5(X_2) f_6(X_8) f_7(X_{17})) \right).$$

Аналогично составляются уравнения для других переменных. В результате математическая модель примет вид:

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dX_1(t)}{dt} = \frac{1}{X_1^{\max}} \left((N_w f_1(X_3) f_2(X_{11}) f_3(X_{12}) f_4(X_{13})) - \right. \\ \left. (N_s f_5(X_2) f_6(X_8) f_7(X_{17})) \right), \\ \frac{dX_2(t)}{dt} = \frac{1}{X_2^{\max}} \left((O_0 + O_{in}) f_{12}(X_{17}) - (Sm + R_w + O_{out}) \right), \\ \frac{dX_3(t)}{dt} = \frac{1}{X_3^{\max}} \left(\frac{N_{st}}{N_w} f_8(X_{10}) f_9(X_{15}) f_{10}(X_{16}) - S^* f_{11}(X_2) \right), \\ \frac{dX_4(t)}{dt} = \frac{1}{X_4^{\max}} \left(L d f_{13}(X_{15}) f_{14}(X_{16}) - L^* f_{15}(X_2) \right), \\ \frac{dX_5(t)}{dt} = \frac{1}{X_5^{\max}} \left(M_f f_{16}(X_6) f_{17}(X_7) - M_p f_{18}(X_{10}) \right), \\ \frac{dX_6(t)}{dt} = \frac{1}{X_6^{\max}} \left((P_0 + P_{in}) f_{19}(X_{17}) - (Sm + R_w + P_{out}) \right), \\ \frac{dX_7(t)}{dt} = \frac{1}{X_7^{\max}} \left((R_0 + R_{in}) f_{20}(X_{17}) - (Sm + R_w + R_{out}) \right), \\ \frac{dX_8(t)}{dt} = \frac{1}{X_8^{\max}} \left((C_0 + C_{in}) f_{21}(X_{17}) - (Sm + R_w + C_{out}) \right), \\ \frac{dX_9(t)}{dt} = \frac{1}{X_9^{\max}} \left((T_0 + T_{in}) f_{22}(X_{17}) - T_{out} \right), \\ \frac{dX_{10}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{10}^{\max}} \left((N_r + D_f) f_{23}(X_{17}) - D_p \right), \\ \frac{dX_{11}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{11}^{\max}} \left(\Delta_U - \Delta_U^* f_{24}(X_5) \right), \\ \frac{dX_{12}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{12}^{\max}} \left(\Delta_I - \Delta_I^* f_{25}(X_5) \right), \\ \frac{dX_{13}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{13}^{\max}} \left(\Delta_R - \Delta_R^* f_{26}(X_5) \right), \\ \frac{dX_{14}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{14}^{\max}} \left(T d_f f_{27}(X_9) - T d_p \right), \\ \frac{dX_{15}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{15}^{\max}} \left(\Delta_{PG} - \Delta_{PG}^* f_{28}(X_{17}) \right), \\ \frac{dX_{16}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{16}^{\max}} \left(\Delta_{PV} - \Delta_{PV}^* f_{29}(X_{17}) \right), \\ \frac{dX_{17}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{17}^{\max}} \left(N_{TP} f_{30}(X_9) - N_w \right), \\ \frac{dX_{18}(t)}{dt} = \frac{1}{X_{18}^{\max}} \left(N_d f_{31}(X_6) f_{32}(X_7) f_{33}(X_8) f_{34}(X_{14}) - \right. \\ \left. (Ab + Ld) f_{35}(X_1) f_{36}(X_4) \right). \end{array} \right.$$

В системе уравнений (4) приняты следующие обозначения: O_0 – численность операторов РТК на начало периода планирования; O_{in} – численность принятых операторов РТК за период планирования; O_{out} – численность уволенных операторов РТК за период планирования; Sm – сменность работы производства; Rw – количество РТК, задействованных в производственном процессе; N_{st} – количество остановок РТК за период планирования; S^* – допустимое количество остановок РТК за один сварочный цикл; Ld – общая длина дефектных швов за период планирования; L^* – расчетная длина дефектных швов за период планирования; M_f – количество выполненных мероприятий из графика ППР по обслуживанию РТК; M_p – количество запланированных мероприятий из графика ППР по обслуживанию РТК; P_0 – численность программистов на начало периода планирования; P_{in} – численность принятых программистов за период планирования; P_{out} – численность уволенных программистов за период планирования; R_0 – численность наладчиков сварочного оборудования на начало периода планирования; R_{in} – численность принятых наладчиков сварочного оборудования за период планирования; R_{out} – численность уволенных наладчиков сварочного оборудования за период планирования; C_0 – численность контролеров ОТК на начало периода планирования; C_{in} – численность принятых контролеров ОТК за период планирования; C_{out} – численность уволенных контролеров ОТК за период планирования; T_0 – численность технологов на начало периода планирования; T_{in} – численность принятых технологов за период планирования; T_{out} – численность уволенных технологов за период планирования; Nr – длительность ремонта РТК в днях; D_f – фактический срок поставки запчастей и материалов для ремонта РТК; D_p – запланированный срок поставки запчастей и материалов для ремонта РТК; Δ_U – среднее отклонение напряжения сварочной дуги от номинального значения; Δ_U^* – допустимое отклонение напряжения сварочной дуги от номинального значения; Δ_I – среднее отклонение тока на двигателе подающего механизма от номинального значения; Δ_I^* – допустимое отклонение тока на двигателе подающего механизма от номинального значения; Δ_T – среднее отклонение

манипулятора от запрограммированной траектории; Δ_T^* – допустимое отклонение манипулятора от запрограммированной траектории; Td_f – фактическое количество документов по технологическому процессу; Td_p – необходимое количество документов по технологическому процессу; Δ_{PG} – среднее отклонение давления защитного газа; Δ_{PG}^* – допустимое отклонение давления защитного газа; Δ_{PV} – среднее отклонение давления сжатого воздуха; Δ_{PV}^* – допустимое отклонение давления сжатого воздуха; N_{TP} – количество балок, собранных в соответствии с технологическим процессом; N_d – количество балок, сданных с 1-го предъявления; Ab – количество актов о несоответствующей продукции за период планирования; $f_8(X_{10})$ – функциональная зависимость среднего количества остановок РТК за один цикл от длительности просрочки поставки материалов для ремонта РТК; $f_9(X_{15})$ – функциональная зависимость среднего количества остановок РТК за один цикл от отклонения давления защитного газа; $f_{10}(X_{16})$ – функциональная зависимость среднего количества остановок РТК за один цикл от отклонения давления сжатого воздуха; $f_{11}(X_2)$ – функциональная зависимость среднего количества остановок РТК за один цикл от численности операторов; $f_{12}(X_{17})$ – функциональная зависимость численности операторов от плана производства; $f_{13}(X_{15})$ – функциональная зависимость средней длины дефектных швов от отклонения давления защитного газа; $f_{14}(X_{16})$ – функциональная зависимость средней длины дефектных швов от отклонения давления сжатого воздуха; $f_{15}(X_2)$ – функциональная зависимость средней длины дефектных швов от численности операторов; $f_{16}(X_6)$ – функциональная зависимость выполненных работ по плановому обслуживанию РТК от численности программистов; $f_{17}(X_7)$ – функциональная зависимость выполненных работ по плановому обслуживанию РТК от численности наладчиков; $f_{18}(X_{10})$ – функциональная зависимость выполненных работ по плановому обслуживанию РТК от количества дней просрочки поставки материалов для и запчастей для ремонта; $f_{19}(X_{17})$ – функциональная зависимость численности программистов от плана производства; $f_{20}(X_{17})$ – функциональная зависимость численности наладчиков от плана производства; $f_{21}(X_{17})$ – функциональная зависимость

численности контролеров ОТК от плана производства; $f_{22}(X_{17})$ – функциональная зависимость численности цеховых технологов от плана производства; $f_{23}(X_{17})$ – функциональная зависимость количества дней просрочки поставки материалов для ремонта РТК от плана производства; $f_{24}(X_5)$ – функциональная зависимость отклонения напряжения дуги от выполненных работ по плановому обслуживанию; $f_{25}(X_5)$ – функциональная зависимость отклонения тока на двигателе подающего блока от выполненных работ по плановому обслуживанию; $f_{26}(X_5)$ – функциональная зависимость отклонения манипулятора от выполненных работ по плановому обслуживанию; $f_{27}(X_9)$ – функциональная зависимость наличия необходимой документации от численности цеховых технологов; $f_{28}(X_{17})$ – функциональная зависимость отклонения давления защитного газа от плана производства; $f_{29}(X_{17})$ – функциональная зависимость отклонения давления сжатого воздуха от плана производства; $f_{30}(X_9)$ – функциональная зависимость плана производства от численности технологов; $f_{31}(X_6)$ – функциональная зависимость количества балок, сданных с первого предъявления, от численности программистов; $f_{32}(X_7)$ – функциональная зависимость количества балок, сданных с первого предъявления, от численности наладчиков; $f_{33}(X_8)$ – функциональная зависимость количества балок, сданных с первого предъявления, от численности контролеров ОТК; $f_{34}(X_{14})$ – функциональная зависимость количества балок, сданных с первого предъявления, от наличия необходимой технологической документации; $f_{35}(X_1)$ – функциональная зависимость количества балок, сданных с первого предъявления, от количества забракованных балок; $f_{36}(X_4)$ – функциональная зависимость количества балок, сданных с первого предъявления, от длины дефектных сварных швов.

4. Алгоритм решения задачи

Для решения задачи (1)–(2) необходимо определить функциональные зависимости f_1, f_2, \dots, f_{36} . Функциональные зависимости определяются путем аппроксимации статистических

данных. В качестве примера рассмотрим аппроксимацию полиномами третьей степени функциональных зависимостей средней длины дефектных швов (X_4):

– от среднего отклонения давления защитного газа (X_{15}):

$$f_{13}(X_{15}) = -1,77X_{15}^3(t) + 3,1X_{15}^2(t) - 1,41X_{15}(t) + 0,71;$$

– от среднего отклонения давления сжатого воздуха (X_{16})

$$f_{14}(X_{16}) = 16,92X_{16}^3(t) - 4,25X_{16}^2(t) + 7,43X_{16}(t) - 0,14;$$

– от численности операторов (X_2):

$$f_{15}(X_2) = -0,05X_2^3(t) + 0,76X_2^2(t) - 4,74X_2(t) + 3,85.$$

В качестве статистических данных для аппроксимации использованы многолетние наблюдения за РТК дуговой сварки на ОАО «Трансмаш» (г. Энгельс). Выбор степени аппроксимирующих полиномов осуществлялся стандартными средствами пакета прикладных программ Matlab v.7.9 (R2009b).

Графики зависимостей $f_{13}(X_{15})$, $f_{14}(X_{16})$ и $f_{15}(X_2)$ представлены на рис.3.

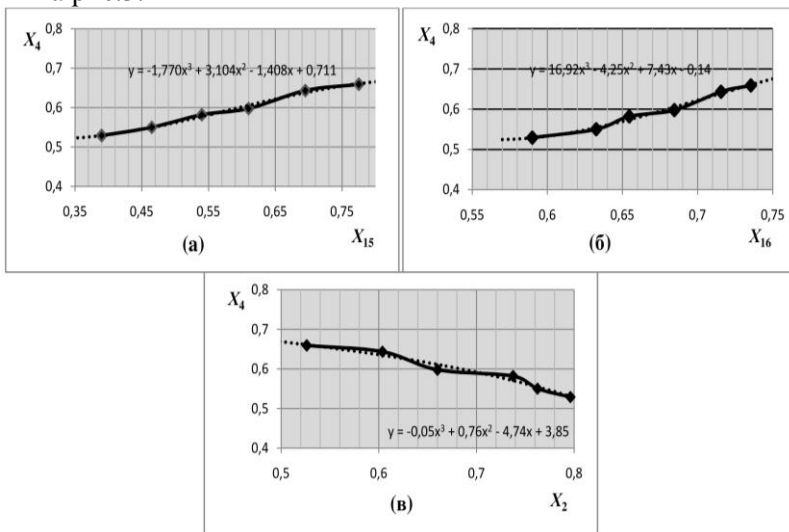


Рис. 3. Графики функциональных зависимостей средней длины дефектных сварных швов на единицу продукции (X_4):

(а) – от среднего отклонения давления защитного газа (X_{15});

(б) – от среднего отклонения давления сжатого воздуха (X_{16});

(в) – от численности операторов РТК (X_2)

Как видно из рис. 3, средняя длина дефектных швов на единицу продукции растет при увеличении отклонения давления защитного газа и сжатого воздуха и падает при увеличении численности операторов РТК.

Ввиду большой размерности системы уравнений (4) решить ее аналитически представляется затруднительным, поэтому эта система решена численно с помощью метода Рунге–Кутты 4 порядка. За начальные условия при этом приняты нормированные показатели качества сварки в РТК, взятые на ОАО «Трансмаш» (г. Энгельс) за 6 месяцев 2016 года (таблица 1).

Таблица 1. Нормированные показатели качества

X_i^{Φ}	Фактические нормированные значения показателей					
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
X_1	0,09	0,08	0,08	0,11	0,09	0,09
X_2	0,79	0,61	0,66	0,53	0,76	0,74
X_3	0,12	0,13	0,16	0,24	0,21	0,18
X_4	0,53	0,64	0,58	0,66	0,55	0,59
X_5	0,86	0,97	0,78	0,73	0,65	0,71
X_6	0,63	0,68	0,65	0,57	0,58	0,56
X_7	0,82	0,76	0,83	0,59	0,62	0,62
X_8	0,77	0,71	0,76	0,75	0,89	0,78
X_9	0,27	0,34	0,23	0,48	0,32	0,47
X_{10}	0,33	0,38	0,27	0,42	0,34	0,39
X_{11}	0,36	0,26	0,31	0,18	0,27	0,32
X_{12}	0,19	0,16	0,17	0,15	0,15	0,17
X_{13}	0,63	0,68	0,65	0,57	0,58	0,56
X_{14}	0,84	0,95	0,74	0,82	0,92	0,94
X_{15}	0,77	0,54	0,39	0,46	0,69	0,61
X_{16}	0,65	0,83	0,71	0,78	0,54	0,61
X_{17}	0,97	0,98	0,93	0,92	0,92	0,94
X_{18}	0,96	0,87	0,89	0,85	0,9	0,92

Значения показателей X_1, X_2, \dots, X_{18} определяются путем численного решения системы уравнений (4) с помощью пакета прикладных программ Matlab v.7.9 (R2009b).

Полученные результаты аппроксимированы следующими полиномами:

$$X_1(t) = -6,9655t^3 + 4,2630t^2 - 0,4759t + 0,0941;$$

$$X_2(t) = -0,0002t^3 + 0,0656t^2 + 0,2638t + 0,71;$$

$$X_3(t) = 0,0004t^3 + 0,0024t^2 - 0,0162t + 0,213;$$

$$X_4(t) = 0,0341t^3 + 0,115t^2 + 1,2643t + 0,601;$$

$$X_5(t) = 0,0885t^3 + 0,1767t^2 + 0,2721t + 0,92;$$

$$X_6(t) = -0,0005t^3 + 0,1386t^2 + 0,4654t + 0,702;$$

$$X_7(t) = -0,0005t^3 + 0,1573t^2 + 0,3216t + 0,8032;$$

$$X_8(t) = 0,0004t^3 - 0,1250t^2 + 0,5117t + 0,7091;$$

$$X_9(t) = 0,0003t^3 - 0,0769t^2 + 0,1717t + 0,3175;$$

$$X_{10}(t) = 0,015t^2 + 0,241t + 0,3043;$$

$$X_{11}(t) = -0,0038t^3 - 0,0057t^2 + 0,6534t + 0,303;$$

$$X_{12}(t) = -0,003t^3 - 0,0044t^2 + 0,631t + 0,11;$$

$$X_{13}(t) = -0,0124t^3 - 0,0183t^2 + 0,3387t + 0,17;$$

$$X_{14}(t) = -0,0081t^3 + 0,0273t^2 - 0,1437t + 0,807;$$

$$X_{15}(t) = 0,0007t^3 - 0,2121t^2 + 0,1947t + 0,6908;$$

$$X_{16}(t) = 0,0002t^3 - 0,0578t^2 + 0,3255t + 0,75;$$

$$X_{17}(t) = 0,0006t^3 - 0,0019t^2 + 0,2822t + 0,95;$$

$$X_{18}(t) = -0,0121t^3 + 0,1045t^2 + 0,502t + 0,9001.$$

Для вычисления целевой функции $Q(t)$ необходимо задать значения весовых коэффициентов ω_i . Эти коэффициенты выбраны путем проведения экспертной оценки на основе наблюдений за технологическим процессом:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0,137; \omega_2 = 0,072; \omega_3 = 0,018; \omega_4 = 0,053; \omega_5 = 0,03; \\ \omega_6 &= 0,038; \omega_7 = 0,023; \omega_8 = 0,06; \omega_9 = 0,024; \omega_{10} = 0,067; \\ \omega_{11} &= 0,029; \omega_{12} = 0,072; \omega_{13} = 0,043; \omega_{14} = 0,056; \omega_{15} = 0,057; \\ \omega_{16} &= 0,037; \omega_{17} = 0,08; \omega_{18} = 0,104. \end{aligned}$$

Заданные значения показателей качества процесса сварки определены исходя из опыта эксплуатации РТК Kawasaki с манипуляторами FA10L и контроллерами С40 и приведены ниже:

$$\begin{aligned} X_1^3 &= 0,07; X_2^3 = 0,5; X_3^3 = 0,1; X_4^3 = 0,5; X_5^3 = 0,98; X_6^3 = 0,55; \\ X_7^3 &= 0,85; X_8^3 = 0,9; X_9^3 = 0,3; X_{10}^3 = 0,25; X_{11}^3 = 0,2; X_{12}^3 = 0,3; \\ X_{13}^3 &= 0,6; X_{14}^3 = 0,97; X_{15}^3 = 0,3; X_{16}^3 = 0,6; X_{17}^3 = 1; X_{18}^3 = 1. \end{aligned}$$

Подставляя в (1) значения весовых коэффициентов $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{18}$, заданные показатели качества $X_1^3, X_2^3, \dots, X_{18}^3$ и полученные полиномы $X_1(t), X_2(t), \dots, X_{18}(t)$, вычислим значение функции $Q(t)$:

$$Q(t) = \int_{t_H}^{t_K} (6,64t^6 - 8,134t^5 + 3,416t^4 - 0,24t^3 - 0,024t^2 + 0,019t + 0,033) dt.$$

Как видно, полученное выражение возможно решить аналитически с помощью таблиц первообразных:

$$Q(t) = 0,949t^7 - 1,356t^6 + 0,683t^5 - 0,06t^4 - 0,008t^3 + 0,01t^2 + 0,033t \Big|_{t_H}^{t_K}.$$

Результат вычисления функции $Q(t)$ на разных временных отрезках приведен в таблице 2 (шаг измерения – 1 неделя).

Таблица 2. Значения целевой функции $Q(t)$

$t_H; t_K$	[0; 1]	[0; 2]	[0; 3]	[0; 4]	[0; 5]
$Q(t)$	0,0034	0,007	0,011	0,0157	0,0218
$t_H; t_K$	[0; 6]	[0; 7]	[0; 8]	[0; 9]	[0; 10]
$Q(t)$	0,0303	0,0443	0,0715	0,1292	0,251

Опыт эксплуатации РТК показывает, что оперативно-диспетчерский персонал использует сравнительно небольшое количество значений управляющих переменных, каждая из которых представляет собой план мероприятий по обеспечению требуемых значений показателей качества. Поэтому при решении задачи (1)–(2) определены значения $Q(t)$ для планов мероприятий $p_j \in \{P\}$, $j = 1, 2, \dots, N$, и с помощью перебора определяется тот план, реализация которого минимизирует $Q(t)$:

$$p_j : \{X_1(t), X_2(t), \dots, X_{18}(t)\} \rightarrow \{X_1(t) + \delta_1^{(j)}, X_2(t) + \delta_2^{(j)}, \dots, X_{18}(t) + \delta_{18}^{(j)}\},$$

где $X_i(t) < \delta_i^{(j)} < 1 - X_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 18$, $j = 1, 2, \dots, N$. Величины $\delta_1^{(j)}$, $\delta_2^{(j)}$, ..., $\delta_{18}^{(j)}$ определяются экспертами с учетом специфики технологического процесса сварки. Вычисляя значения целевой функции $Q(t)$ для каждого $p_j \in \{P\}$ на заданном временном отрезке, определим план мероприятий, который позволит осуществить оптимальное управление качеством сварки в РТК.

На рис. 4 представлено сравнение графиков целевой функции $Q(t)$ без осуществления УВ (сплошная линия) и в результате реализации различных планов мероприятий p_1, p_2, \dots, p_6 (пунктирные и штрих-пунктирные линии).

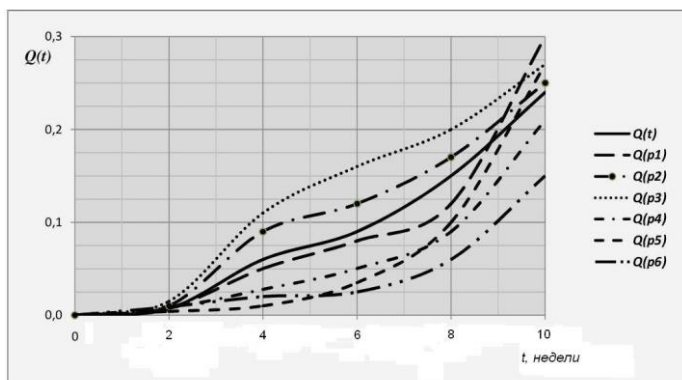


Рис. 4. Сравнение динамики целевой функции $Q(t)$ при отсутствии управляющих воздействий и при реализации планов мероприятий

Как следует из графиков, через 5 недель минимум функции $Q(t)$ достигается при реализации плана мероприятий p_5 , а на отрезке от 5 до 10 недель – при реализации плана p_6 . Мероприятия данных планов, а также значения показателей до и после их реализации (X_i^0 и X_i^* соответственно) показаны в таблицах 3 и 4.

Таблица 3. План мероприятий p_5

Мероприятия		X_i^0	δ_i	X_i^*
1. Технологам ежемесячно проверять наличие технологической документации на рабочих местах	X_1	0,095	-0,023	0,072
	X_2	0,790	0,061	0,851
	X_3	0,123	-0,046	0,077
	X_4	0,532	-0,141	0,391
2. Оператору проводить контроль состояния сопла горелки после очистки	X_5	0,864	0,032	0,896
	X_6	0,632	0	0,632
	X_7	0,827	0	0,827
	X_8	0,773	0	0,773
3. Программисту проводить мониторинг значений сварочного тока с помощью функции RTMON	X_9	0,276	0	0,276
	X_{10}	0,338	-0,075	0,263
	X_{11}	0,365	-0,153	0,212
4. Отделу кадров принять на работу дополнительно одного оператора	X_{12}	0,194	-0,063	0,131
	X_{13}	0,638	-0,114	0,524
	X_{14}	0,843	0,071	0,914
5. Оператору ежемесячно проводить точную настройку расхода защитного газа и отсекателя	X_{15}	0,776	-0,134	0,642
	X_{16}	0,652	-0,211	0,441
	X_{17}	0,970	0,021	0,991
6. Установить регуляторы давления защитного газа на входе РТК	X_{18}	0,961	0,012	0,973

Как видно из таблицы 4, реализация плана мероприятий p_6 позволяет снизить значение X_1 с 0,095 до 0,08, что означает уменьшение количества забракованных балок с 11 до 8 на 100 единиц продукции, а значение показателя X_4 снизить с 0,532 до 0,398, что эквивалентно уменьшению средней протяженности дефектных сварных швов с 0,75 м до 0,35 м на 1 единицу продукции.

Таблица 4. План мероприятий p_6

Мероприятия		X_i^0	δ_i	X_i^*
1. Оператору проводить промежуточный контроль качества сварного шва	X_1	0,095	-0,015	0,080
	X_2	0,790	0	0,790
	X_3	0,123	-0,078	0,201
2. Цеховому технологу осуществлять периодическую проверку актуальности документации	X_4	0,532	-0,134	0,398
	X_5	0,864	0,085	0,779
	X_6	0,632	0,233	0,865
3. Оператору проводить мониторинг значений сварочного тока по индикаторам источника питания	X_7	0,827	0	0,827
	X_8	0,773	0	0,773
	X_9	0,276	0	0,276
4. Наладчикам и программистам проводить планово-предупредительные работы согласно графику	X_{10}	0,338	0,015	0,353
	X_{11}	0,365	0,003	0,368
	X_{12}	0,194	-0,043	0,151
	X_{13}	0,638	-0,004	0,634
	X_{14}	0,843	0,031	0,874
5. Отделу кадров принять на работу дополнительно одного программиста	X_{15}	0,776	-0,015	0,761
	X_{16}	0,652	0,011	0,663
	X_{17}	0,970	-0,013	0,957
	X_{18}	0,961	0,023	0,984

5. Оперативное управление процессом сварки в РТК с использованием разработанной математической модели

Для реализации математической модели (4) разработан программный комплекс «Rob_QC» (рис. 5), позволяющий осуществить оперативное управление процессом сварки в РТК.

На рис. 6 приведена структура разработанного программного обеспечения использующего типовой комплекс технических средств управления РТК дуговой сварки для решения задачи (1)–(2), где:

Rob_QC – программный комплекс оперативного управления качеством сварки в РТК: МДУ – модуль решения системы дифференциальных уравнений для показателей качества; ММЦ – модуль вычисления и минимизации целевой функции;

МФМ – модуль выдачи мероприятий, рекомендованных для повышения качества, БД – база данных;

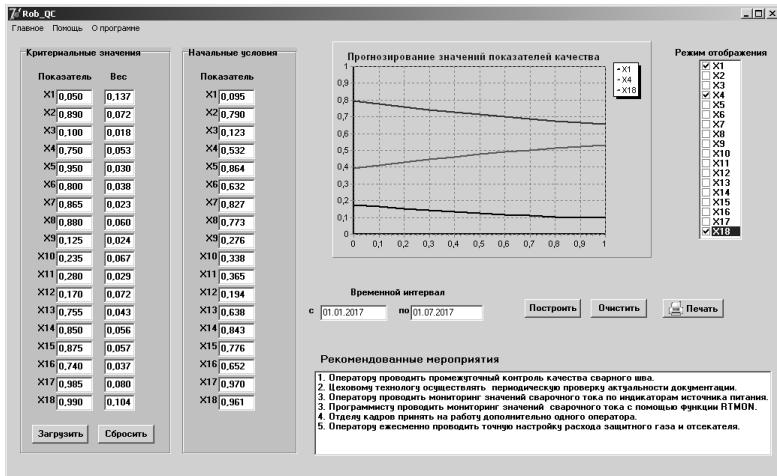


Рис. 5. Интерфейс программного комплекса «Rob_QC»

1 – автоматизированные рабочие места специалистов: АРМ-1 – генерального директора; АРМ-2 – технического директора; АРМ-3 – директора по качеству; АРМ-4 – главного механика; АРМ-5 – главного технолога; АРМ-6 – начальника цеха; АРМ-7 – начальника ОТК; АРМ-8 – оператора;

2 – двигатели управления осями манипулятора: Jt1, Jt2, ..., Jt7 – двигатели 1-й, 2-й, ..., 7-й осей соответственно;

3 – сварочный контур: TPS5000 – источник питания; TS – блок тактильного отслеживания детали; VR1500 – блок подачи сварочной проволоки; FK4000 – блок охлаждения сварочной горелки; AWS-M – датчик удара горелки;

4 – устройства безопасности: ADSR0, ADSR1 – реле управления фотоэлементными барьерами; VE3BL, JE3BL – эмиттеры; VR3BL, JR3BL – ресиверы; ZCK-E21 – концевые выключатели движения колонны манипулятора; ZCK-E65 – концевые выключатели начального положения сварочной горелки; ZCK-E08 – концевые выключатели аварийных дверей; ZCK-J1 – концевые выключатели сближения манипуляторов;

1GA – блок центрального процессора управления контроллером: RS232 I/F – последовательный интерфейс; LAN I/F – интерфейс для подключения к локальной сети; CPU – центральный процессор контроллера С-40;

1HP – блок управления сервоприводами: CPC – модуль управляющего питания двигателей; MPC – модули датчиков положения манипулятора;

1GB – блок управления двигателями осей манипулятора: CPU A – центральный процессор управления двигателями Jt1–Jt3; CPU B – центральный процессор управления двигателями Jt4–Jt6; CPU C – центральный процессор управления двигателем Jt7; FC40 – многофункциональный пульт оператора;

Rob4000 – интерфейс пользователей для связи со сварочным оборудованием.

Процедура оперативного управления процессом сварки в РТК по критерию (1) на основе модели (4) и с использованием программного комплекса «Rob_QC» приведена в виде информационно-логической схемы (рис. 7).

Здесь 1 – сбор данных по бракованным изделиям; 2 – сбор данных о численности персонала; 3 – запись информации в БД; 4 – сбор данных о реализованных мероприятиях за месяц; 5 – мероприятия выполняются?; 6 – поиск причин невыполнения мероприятий; 7 – устранение причин невыполнения, корректировка плана; 8 – поощрение персонала; 9 – анализ причинно-следственных связей; 10 – извлечение из БД заданных показателей качества; 11 – отклонение фактических показателей от заданных меньше заданного значения?; 12 – корректировка функциональных зависимостей; 13 – занесение в БД новых значений показателей; 14 – вычисление фактических показателей качества за год; 15 – достигнут требуемый уровень качества?; 16 – анализ причин отклонения; 17 – корректировка математической модели (4); 18 – внесение в БД изменений математической модели; 19 – поощрение персонала; 20 – вычисление значений показателей качества на следующий период планирования.

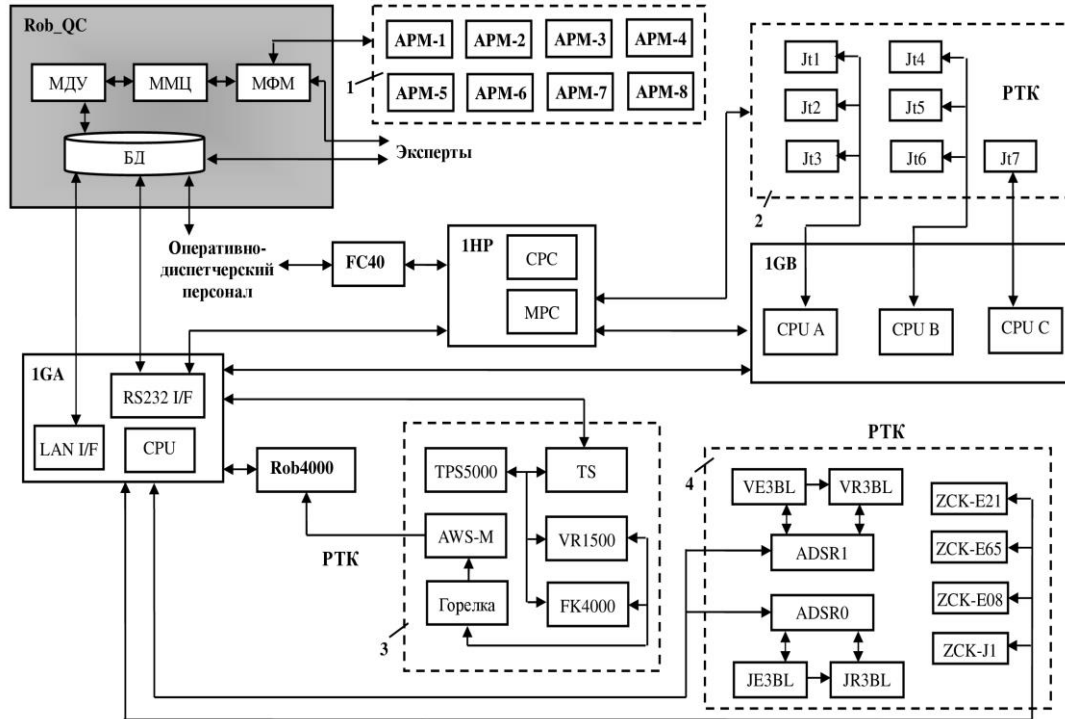


Рис. 6. Структура комплекса технических средств управления PTK дуговой сварки

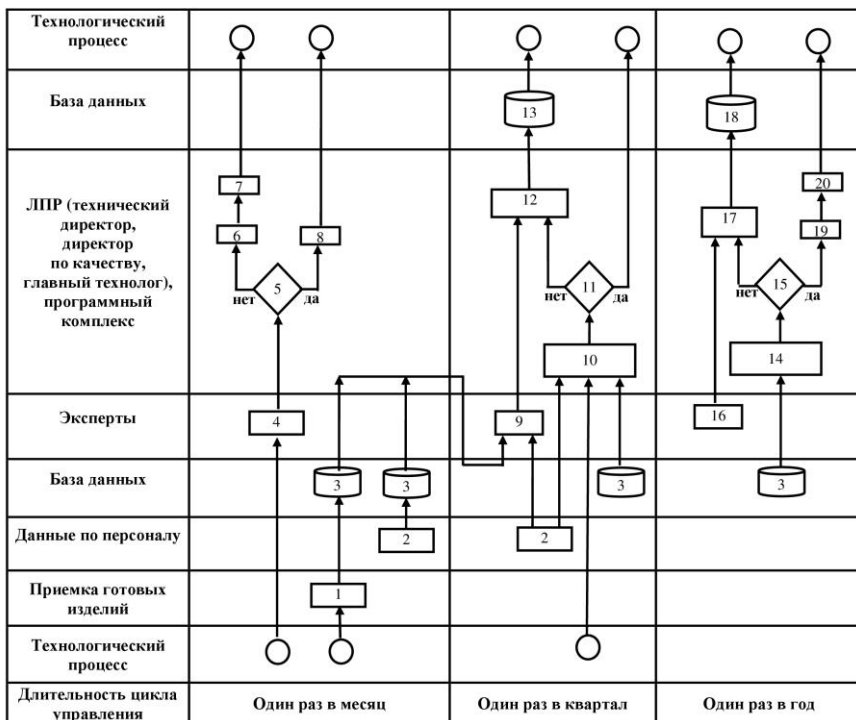


Рис. 7. Информационно-логическая схема решения задачи оперативного управления процессом сварки в РТК

На начальном этапе решается система дифференциальных уравнений (4) для определения расчетных значений показателей качества и вычисления целевой функция $Q(t)$. Далее определяется план мероприятий для минимизации целевой функции.

На отрезке времени «Один раз в месяц» проводится проверка выполнения разработанных мероприятий. В случае невыполнения проводится анализ и устранение причин, при необходимости план мероприятий корректируется и заносится в БД.

На отрезке времени «Один раз в квартал» проводится анализ неисправностей РТК за квартал, сбор данных о численности персонала и данных о бракованных изделиях. На основе этих данных вычисляются фактические показатели качества. В слу-

чае отклонения фактических показателей от заданных проводится анализ и корректировка функциональных зависимостей $f_1(X_i), \dots, f_{36}(X_i)$. Скорректированные зависимости заносятся в БД.

На отрезке времени «Один раз в год» проводится вычисление годовых фактических показателей качества, которые сравниваются с заданными. При достижении требуемого уровня качества осуществляется поощрение персонала и осуществляется расчет показателей качества на очередной период.

6. Заключение

Предложенные модели и алгоритмы управления процессом сварки роботизированными технологическими комплексами обеспечивают оптимизацию процесса дуговой сварки по критерию качества производимой продукции.

Разработанное математическое обеспечение, реализующее эти модели и алгоритмы, позволяет осуществлять оценку показателей качества на различных временных отрезках и осуществлять оперативное управление процессом дуговой сварки в РТК в соответствии с предложенным критерием.

В настоящее время разработанные модели и алгоритмы проходят апробацию в составе комплекса технических средств управления РТК для сварки на ОАО «Трансмаш» (г. Энгельс).

Литература

1. БАБКИН А.С. *Методы решения задач в технологических САПР сварочного производства: Обзор* // Сварочное производство. – 1996. – №4. – С. 20–23.
2. ВОРОБЬЁВ Е.И., ХАТУНЦЕВ Д.И. *Прямая и обратная задача кинематической точности промышленных роботов* // Автоматизация. Современные технологии. – 2014. – №9. – С. 7–9.

3. ИВАНОВ В.П., ЛИНЬКОВ В.С., ЧЕРНЕЦКИЙ Р.И. *Специализированная автоматика для роботизированных сварочных комплексов // Автоматизация в промышленности.* – 2015. – №5. – С. 116–121.
4. КЕРИМЖАНОВА М.Ф. *Анализ основных технических параметров промышленных роботов // Автоматизация. Современные технологии.* – 2007. – №7. – С. 13–15.
5. КУШНИКОВ В.А., ЩЕРБАКОВ М.А. *Задачи, модели и алгоритмы системы управления производством листового стекла // Управление большими системами: сборник трудов.* – 2014. – Вып. 48. – С. 198–224.
6. РЕЗЧИКОВ А.Ф., КУШНИКОВ В.А., ИВАЩЕНКО В.А., ФОМИНЫХ Д.С., БОГОМОЛОВ А.С., ФИЛИМОНЮК Л.Ю. *Минимизация ущерба от нарушения технологического процесса в сварочных роботизированных технологических комплексах // Мехатроника, автоматизация, управление.* – 2017. – №5. – С. 328–332.
7. РЕЗЧИКОВ А.Ф., КУШНИКОВ В.А., ИВАЩЕНКО В.А., ФОМИНЫХ Д.С., БОГОМОЛОВ А.С., ФИЛИМОНЮК Л.Ю. *Управление процессом сварки в роботизированных технологических комплексах по критерию качества продукции в условиях риска возникновения нестабильных состояний // Системы управления и информационные технологии.* – 2017. – №3(69). – С. 65–72.
8. РЕЗЧИКОВ А.Ф., КУШНИКОВ В.А., ИВАЩЕНКО В.А., ЦЕСАРСКИЙ Л.Г., БОГОМОЛОВ А.С., ФИЛИМОНЮК Л.Ю., АДАМОВИЧ К.Ю. *Анализ и прогнозирование характеристик безопасности авиационных транспортных систем на основе уравнений системной динамики// Управление большими системами: сборник трудов.* – 2016. – Вып. 64. – С. 27–48.
9. ФОРРЕСТЕР ДЖ. *Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика).* – М.: Изд-во «Прогресс», 1971. – 325 с.

10. *Человек. Машина. Среда* / РЕЗЧИКОВ А.Ф., ТВЕРДОХЛЕБОВ В.А., ИВАЩЕНКО В.А. и др. / Под. ред. А.Ф. Резчикова. – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука»», 2013. – 195 с.
11. ЯНДЫБАЕВА Н.В., КУШНИКОВ В.А. *Математическая модель для прогнозирования показателей аккредитации вуза* // Управление большими системами. – 2013. – Вып. 41. – С. 314–343.
12. ЯНДЫБАЕВА Н.В., КУШНИКОВ В.А. *Управление образовательным процессом вуза на основе модели Форрестера* // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2011. – №2(55). – С. 172–176.

CONTROL OF ARC WELDING PROCESS IN ROBOTIC TECHNOLOGICAL COMPLEXES BASED ON SYSTEM DYNAMICS MODEL

Alexander Rezchikov, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, Doctor of Science, professor, corresponding member of RAS (iptmuran@san.ru).

Vadim Kushnikov, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, Doctor of Science, professor, (iptmuran@san.ru).

Vladimir Ivaschenko, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, Doctor of Science, professor, (iptmuran@san.ru).

Dmitry Fominykh, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, Candidate of Science (dm_fominyh@mail.ru).

Alexei Bogomolov, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, Candidate of Science, assistant professor, (iptmuran@san.ru).

Leonid Filimonyuk, Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, Candidate of Science, (iptmuran@san.ru).

Abstract: The article solves the problem of controlling the welding process via robotic technological complexes according to the quality criterion of the production. A mathematical model and an algorithm for solving it have been developed. The solution of the problem is performed using the system dynamics model, which allows to proceed to a system of nonlinear differential equations for phase variables (system levels). As the system levels used the main indicators of production quality. Factors affecting the growth and decrease of indicators are described. The graph describing the cause-effect relations between the indicators is given. By approximating the statistical data, functional dependencies between these indicators are determined. The description of the software for the implementation of the developed algorithm as part of a complex of technical controls for a robotic technological complex is given. A procedure has been developed for the operational control of the welding process in robotic complexes according to the proposed criterion at various time intervals in the form of an information-logic scheme. The introduction of the developed mathematical software will allow to increase the quality of arc welding in robotic complexes.

Keywords: robotic technological complex, technological process, system dynamics, level of quality, control of weld process, mathematical model.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Н.Н. Бахтадзе.*

*Поступила в редакцию 28.02.2018.
Опубликована 31.01.2018.*