

УДК 519.63
ББК 34.327

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГРЕВА СЛЯБА В МЕТОДИЧЕСКИХ ПЕЧАХ ТОЛКАТЕЛЬНОГО ТИПА

Алтыева М. Ч.¹

*(Липецкий государственный технический университет,
Липецк)*

Рассматривается процесс нагрева слэбов в методических печах. Данный процесс описывается математической моделью, которая представляет собой уравнение в частных производных параболического типа, дополняемое граничными условиями 2-го и 3-го рода. Для решения задачи определения распределения температур в слэбе в процессе нагрева используется метод конечно-разностной аппроксимации.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, метод конечных разностей, метод Гаусса, методическая печь, сварочная зона.

1. Введение

В современном мире металлы и сплавы имеют широкий круг использования, а расширенное производство заготовок и изделий из металлических материалов с термической обработкой позволяет повысить качество конечного продукта.

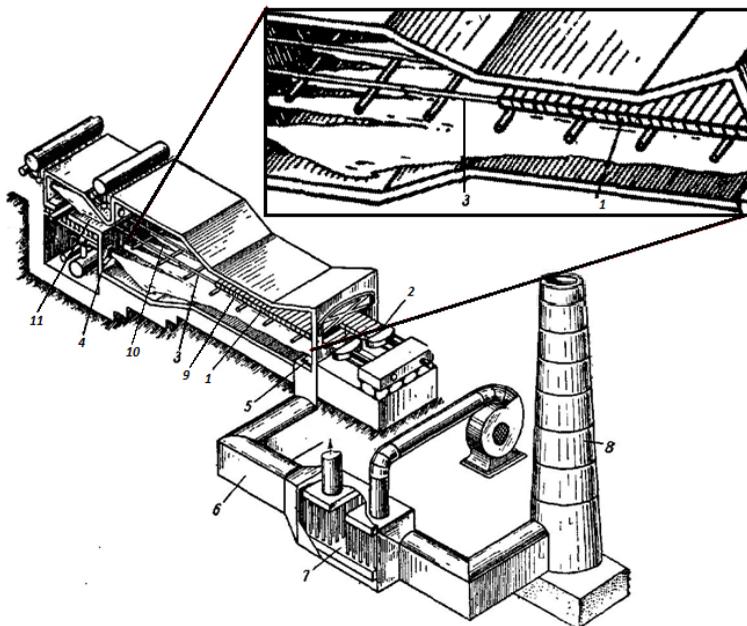
Построение математических моделей и моделирование технологических процессов играют большую роль в производстве какого-либо продукта, о чем свидетельствуют работы [1–2]. По словам авторов книги [8], в прокатном производстве широкое распространение для нагрева металла получили методические

¹ Марина Чарыевна Алтыева, магистрант ЛГТУ
(94marinka94@gmail.com).

печи. В данной работе рассматривается нагрев сляба в сварочной зоне методической печи толкательного типа.

2. Описание технологического процесса в методической печи

Из [8] возьмем описание методической печи (рис. 1). Топливо сжигается при помощи горелок, а продукты сгорания движутся вдоль рабочего пространства печи в направлении, противоположном движению металла. Металл, в свою очередь, толкателем перемещается по водоохлаждаемым (глиссажным) трубам и через окно выдачи нагретый металл попадает на рольганг и по нему к стану.



1 – металл, 2 – толкатель, 3 – водоохлаждаемая труба, 4 – горелка,
5 – дымовой канал, 6 – боров, 7 – рекуператор, 8 – дымовая труба,
9 – методическая зона, 10 – сварочная зона, 11 – томильная зона

Рис. 1. Описание методической печи

Методическая печь имеет три теплотехнические зоны, предназначенные для разделения стадий нагрева:

- **методическая зона** предназначена для утилизации тепла уходящих газов;
- **сварочная зона** предназначена для постепенного нагрева металла. Здесь металл имеет почти готовую температуру;
- **томильная зона** предназначена для выравнивания температуры по сечению металла [7].

В [3] изложена проблема методических печей, а именно то, что в сварочной зоне до высоких температур нагревается только поверхность металла; температура средних слоев меньше температуры поверхности, т.е. создается перепад температур по сечению металла, недопустимый по технологическим требованиям.

Так как длина сляба перпендикулярна глянцевым трубам (см. рис. 1), то распределение температуры в различных поперечных сечениях приблизительно одинаково, поэтому изменением температуры по ширине заготовки можно пренебречь.

Для того чтобы изготавливать качественную продукцию и выбирать оптимальные режимы достижения качества при минимальных затратах, необходимо смоделировать этот процесс.

3. Формализованная постановка задачи

3.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Системы дифференциальных уравнений в частных производных лежат в основе математического описания многих физических процессов. Опираясь на работу [4], опишем математическую модель распределения температур в слябе в процессе нагрева в сварочной зоне методической печи с учетом двух пространственных измерений (x, y). Таким образом, распределение температуры металла по длине и высоте можно определить, решая двумерное уравнение теплопроводности:

$$(1) \quad \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right).$$

Данное уравнение дополняется начальным условием:

$$(2) \quad T(x, y, t_0) = \phi(x, y)$$

и граничными условиями:

– для верхней поверхности сляба:

$$(3) \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \sigma \left[\left(\frac{T_s}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right];$$

– для боковых граней с расчетным участком:

$$(4) \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \sigma_2 \left(\frac{T_s}{100} - \frac{T_m}{100} \right);$$

– для нижней поверхности сляба:

$$(5) \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\alpha_1 (T_s - T_T)}{1 + \left(\frac{x}{R} \right)^2} - \alpha_2 (T_s - T_m).$$

Все параметры формул представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры формул

Параметр	Пояснение
λ	коэффициент теплопроводности
x, y	координаты в пространстве
ρ	массовая плотность
C_p	удельная теплоемкость
t	время
σ, σ_2	приведенный коэффициент теплообмена излучением
T_m	температура поверхности металла
T_s	температура греющей среды
α_1, α_2	коэффициент теплопередачи
T_T	температура глиссажной трубы
R	радиус глиссажной трубы

3.2. АППРОКСИМИРОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В [5–6] показано, что существует большое количество численных методов для решения уравнений. В данной работе используем метод сеток, который обладает довольно высокой эффективностью и имеет широкое практическое применение.

Чтобы построить расчетную схему, необходимо преобразовать уравнение (1) и граничные условия (3)–(5):

$$(6) \quad T_{j,k}^{i+1} \left(\frac{2\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} + \frac{2\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta y)^2} + 1 \right) - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} \cdot T_{j+1,k}^{i+1} - \\ - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} T_{j-1,k}^{i+1} - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta y)^2} T_{j,k+1}^{i+1} - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta y)^2} T_{j,k-1}^{i+1} = T_{j,k}^i;$$

$$(7) \quad T_{j,k}^{i+1} - T_{j,k-1}^{i+1} = \frac{\Delta y \sigma \left[\left(\frac{T_s}{100} \right)^2 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^2 \right]}{\lambda};$$

$$(8) \quad T_{j,k}^{i+1} - T_{j-1,k}^{i+1} = \frac{\Delta x \sigma_2 \left(\frac{T_s}{100} - \frac{T_m}{100} \right)}{\lambda};$$

$$(9) \quad T_{j,k+1}^{i+1} - T_{j,k}^{i+1} = \frac{\Delta y \alpha_1 (T_s - T_T)}{\lambda \left(1 + \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right)} - \frac{\Delta y \alpha_2 (T_s - T_m)}{\lambda}.$$

Таким образом, из уравнений (6)–(9) получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая решается методом Гаусса:

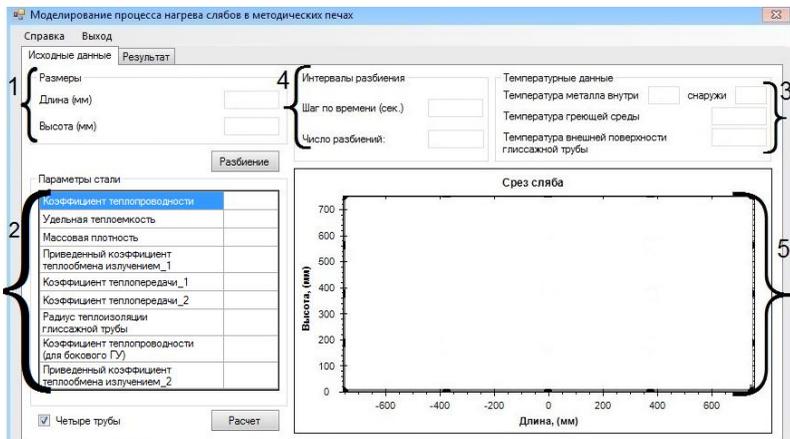
$$(10) \left\{ \begin{array}{l} T_{j,k}^{i+1} \left(\frac{2\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} + \frac{2\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta y)^2} + 1 \right) - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} \cdot T_{j+1,k}^{i+1} - \\ - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} T_{j-1,k}^{i+1} - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta y)^2} T_{j,k+1}^{i+1} - \frac{\tau\lambda}{\rho C_p (\Delta y)^2} T_{j,k-1}^{i+1} = T_{j,k}^i, \\ T_{j+1,k}^{i+1} - T_{j,k}^{i+1} = \frac{\Delta x \sigma_2 \left(\frac{T_s}{100} - \frac{T_m}{100} \right)}{\lambda}, \\ T_{j,k}^{i+1} - T_{j-1,k}^{i+1} = \frac{\Delta x \sigma_2 \left(\frac{T_s}{100} - \frac{T_m}{100} \right)}{\lambda}, \\ T_{j,k+1}^{i+1} - T_{j,k}^{i+1} = \frac{\Delta y \alpha_1 (T_s - T_T)}{\lambda \left(1 + \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right)} - \frac{\Delta y \alpha_2 (T_s - T_m)}{\lambda}, \\ T_{j,k}^{i+1} - T_{j,k-1}^{i+1} = \frac{\Delta x \sigma \left(\left(\frac{T_s}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right)}{\lambda}. \end{array} \right.$$

4. Исследование построенной модели нагрева сляба в методической печи

4.1. СВЕДЕНИЯ О ПРОГРАММЕ

Программа «Моделирование процесса нагрева слябов в методических печах» разработана в интегрированной среде Microsoft Visual Studio 2010 на языке программирования C#.

Данная программа предназначена для моделирования процесса нагрева слябов в методических печах толкательного типа и получения числовых и графических характеристик температурного поля среза сляба за весь период нагрева. На рис. 2 показан интерфейс программы.



1 – размерности сляба, 2 – входные параметры стали, 3 – температурные данные,
4 – данные о разбиении исходной области, 5 – дискретизованная область

Рис. 2. Интерфейс ПО

Перед началом работы заполняем области 1–4 и нажимаем кнопку «Расчет». Когда программа посчитает, то необходимо перейти во вкладку «Результат».

4.2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для расчета введем исходные данные, представленные в таблице 2.

На рисунке 3 представлен результат работы программы, здесь показано температурное поле сляба при выходе из сварочной зоны.

По результатам вычислений ПО разница температур между нижней и верхней поверхностью составила 49.6°C , что обеспечивает необходимые условия технологического процесса, при которых перепад температур после нагрева в сварочной зоне печи должен находиться в интервале $40\text{--}50^{\circ}\text{C}$. Также здесь явно видно влияние четырех глссажных труб на перепад температур заготовки по длине.

Таблица 2. Исходные данные

Название	Ед. измерения	Значение
Длина сляба	мм	4000
Высота сляба	мм	250
Шаг по времени	с	1
Число разбиений	шт	20
Температура металла внутри	°C	980
Температура металла снаружи	°C	1000
Температура греющей среды	°C	1340
Температура внешней поверхности глиссажной трубы	°C	1270
Коэффициент теплопроводности	Вт/(м·°C)	27
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·°C)	691
Массовая плотность	кг/м ³	7662
Приведенный коэффициент теплообмена излучением	Вт/(м ² ·K ⁴)	3,13
Коэффициент теплопередачи 1	Вт/(м ² ·K)	4,6
Коэффициент теплопередачи 2	Вт/(м ² ·K)	4,1
Радиус теплоизоляции глиссажной трубы	мм	150
Коэффициент теплопроводности (для бокового ГУ)	Вт/(м·°C)	21
Приведенный коэффициент теплообмена излучением 2	Вт/(м ² ·K ⁴)	2,73

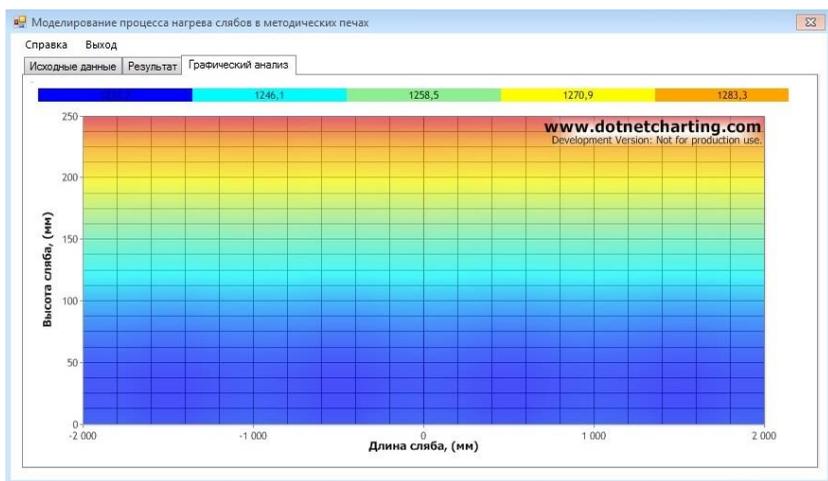


Рис. 3. Результат работы ПО

5. Выводы

На основе построенной математической модели, разработанного программного обеспечения и при известных параметрах стали имеется возможность моделировать процесс нагрева сляба в сварочной зоне методической печи.

Исходя из полученных результатов моделирования, существует возможность выбора режимов работы печи, обеспечивающих минимальный перепад температур по сечению металла.

Таким образом, с помощью предварительного расчета модель дает возможность подобрать оптимальное значение температур, позволяющее снизить термические напряжения в заготовке, тем самым повышая качество конечного продукта.

Литература

1. ГАЛКИН А.В., КУЗИНА Н.Е., ПИМЕНОВ В.А. *Математическое моделирование теплового режима процесса остывания и затвердевания слитка в УНРС* // Материалы XI Всерос. школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (УБС'2014), 9-12 сентября 2014 г., Арзамас / Ин-т проблем упр. Им. В.А. Трапезникова; Арзамас. политехн. ин-т Нижегородск. гос. техн. ун-та; под общ. ред. Д.А. Новикова, П.В. Пакшина. – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 961–972.
2. ГАЛКИН А.В., ФИЛИППОВ Д.А., ПИМЕНОВ В.А. *Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния сляба в УНРС* // Материалы XII Всерос. школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (УБС'2015), 7-11 сентября 2015 г., Волгоград / Ин-т проблем упр. Им. В.А. Трапезникова; Волгоград. гос. ун-т; под общ. ред. Д.А. Новикова, А.А. Воронина. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 600–611.
3. ГУБИНСКИЙ В.И. *Металлургические печи*. – Днепропетровск: НМетАУ, 2006. – 83 с.

4. ДРУЖИНИН Г.М., САМОЙЛОВИЧ Ю.А., ПОПОВ Е.В. *Способы снижения термической неоднородности массивных стальных слябов при нагреве в методических нагревательных печах* // Черная металлургия. – 2013. – №7. – С. 27–32.
5. МЕРКУЛОВА Н.Н., МИХАЙЛОВ М.Д. *Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений: Учеб. пособие.* – Томск: ИДО ТГУ, 2014. – 122 с.
6. САМАРСКИЙ А.А., ГУЛИН А.В. *Численные методы: Учеб. пособие для вузов.* – М: Наука, 1989. – 432 с
7. СЕВЕРИН Т.С. *Обоснование параметров автоматизированного управления нагревом слитков в методической трехзонной печи: Автореф. магистра.* – Донецк: ДонНТУ, 2008. – 20 с.
8. ТАЙЦ Н.Ю., РОЗЕНГАРТ Ю.И. *Методические нагревательные печи.* – М: Металлургиздат, 1964. – 410 с.

MATHEMATICAL MODELING THE PROCESS OF SLAB HEATING AS COMPONENT OF PRODUCTION CONTROL

Marina Altyeva, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, master student (94marinka94@gmail.com).

Abstract: This paper describes modeling the process of slab heating in continuous furnaces. The process is described using mathematical model consisting of parabolical type partial derivative equation with second and third type boundary conditions. The finite-difference approximation is used to solve the problem. Further, the system of linear algebraic equations is solved by the Gauss method. Because of the complexity of the solution, the software "Modeling of the process of slabs heating in methodical furnaces" was developed. Programming in the integrated environment of Microsoft Visual Studio 2010 in the programming language C#. She gives an opportunity to obtain a numerical and graphical result.

Thus, the paper presents a model for heating slabs in methodical seals, which yields an adequate result and can be applied by technologists in setting suitable operating conditions for the furnace.

Keywords: heat equation, finite-difference method, Gaussian elimination, continuous furnace, heating section.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной.*

Поступила в редакцию 11.05.2017.

Опубликована 31.05.2018.