КОМБИНИРОВАНИЕ МЕТОДА ВСТРЕЧНЫХ ПЛАНОВ И МЕТОДА ОБРАТНЫХ ПРИОРИТЕТОВ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОНДА МОТИВАЦИИ НУЧНЫХ ЛАБОРАТОРИЙ

Давыдов В. А.[1]

(*Московский институт экономики и математики НИУ ВШЭ, Москва*)

Рассматривается модель стимулирования агента организационной системы (ОС), использующая комбинацию метода обратных приоритетов и модифицированного метода встречных планов. Полученная модель мотивирует агента на сообщение планового значения KPI, которое совпадает с прогнозом агента и одновременно стимулирует агента на подачу адекватной заявки на ресурс Модель позволяет центру ОС распределить выделенный ресурс для выполнения каждого KPI между агентами так, чтобы кроме сообщения адекватных планов агенты стремились к их выполнению. Вводятся ограничения на параметры модели, при которых выбор агента, равный его собственному прогнозу, является доминантной стратегией (ДС), при условии подачи агентом оптимальной по методу обратных приоритетов заявки на ресурс. Доказывается, что такой выбор для всех агентов ОС является равновесием в ДС. Описывается процедура определения плановых значений KPI для агентов ОС и распределения ресурса между агентами. Параметры модели, определяемые центром ОС с учетом введенных ограничений, позволяют выбирать требуемые приоритеты для мотивации агентов и распределять в соответствии с определенными центром приоритетами мотивационный фонд. Приводится пример применения модели для стимулирования научных лабораторий по выполнению KPI «число подготовленных студентов».

Ключевые слова: метод встречных планов, метод обратных приоритетов, стимулирование, KPI.

1. Введение

Для мотивации агентов организационной системы (ОС), а также для процедуры планирования показателей KPI агентов в статье [6] предложено использование метода встречных планов. Распределение ограниченного ресурса центра ОС в зависимости от заявленных агентами плановых показателей

[1] *Вячеслав Анатольевич Давыдов, Советник НИУ ВШЭ* (novdav2017@yandex.ru, v.davydov@hse.ru).

KPI может быть осуществлено методом обратных приоритетов [3]. В настоящей статье рассматривается комбинация данных двух методов, позволяющая использовать их преимущества для решения задач планирования показателей KPI и мотивации агентов (в виде распределения между ними ограниченного бюджета).

2. Обзор литературы

В работе [9] отмечается, что задача распределения ограниченных ресурсов является актуальной задачей теории управления организационными системами (ТУОС) [4], математической экономики [7], микроэкономической теории [16], теории игр и теории выбора [11]. Кратко эта проблема может быть сформулирована следующим образом. Для каждого агента существует наилучшее с его точки зрения количество ресурсов (точка пика), которое он хотел бы получить, и сумма точек пика превышает количество ресурсов, имеющегося в системе. Управляющему органу – центру – необходимо распределить ресурсы между агентами, обеспечив при этом эффективность их использования в соответствии с теми или иными критериями. Процедура принятия решений центром, ставящая в соответствие вектору заявок агентов количество ресурсов, выделяемое тому или иному агенту, называется механизмом распределения ресурсов. Если агенты сообщают непосредственно требуемое им количество ресурсов, то механизм называется прямым. В классификации ТУОС механизмы распределения ресурсов принадлежат классу механизмов планирования, для которых помимо эффективности, важным свойством является их манипулируемость/неманипулируемость. При фиксированном механизме распределения ресурсов агенты являются вовлеченными в игру. Количество ресурсов, получаемое каждым из агентов, зависит в общем случае от заявок всех агентов. При этом в равновесии этой игры не всем агентам может быть выгодно честно сообщать информацию о своих точках пика. Механизм называется неманипулируемым, если при его использовании в равновесии всем агентам выгодно сообщать достоверную информацию.

Важным свойством механизмов распределения ресурсов является анонимность. Механизм является анонимным, если он симметричен относительно перестановок агентов, – итоговое распределение ресурсов зависит только от заявок агентов. В [2] было доказано, что при заданном количестве ограниченных ресурсов все анонимные монотонные по заявкам агентов механизмы эквивалентны, и, как следствие, обладают одинаковой эффективностью

Упомянутые выше результаты исследования механизмов распределения ресурсов считаются «классическими» в ТУОС [4, 12]. Однако эти результаты, как правило, ограничиваются только классом анонимных механизмов. В зарубежной литературе, посвященной данной проблематике, основной акцент делался также на анонимные механизмы. Наиболее полный обзор полученных результатов можно найти в [15]. Особо следует выделить работу [17], в которой был получен общий вид аналитической записи анонимных неманипулируемых механизмов распределения ресурсов. Данный результат был распространен на неанонимные механизмы в [14], где был получен общий вид записи любого неманипулируемого и неанонимного механизма распределения ресурсов и было доказано, что все такие механизмы являются механизмами последовательного распределения ресурсов.

Традиционно в ТУОС рассматриваются механизмы планирования (распределения ресурсов), удовлетворяющие следующим требованиям [3, 4]:

P1. Процедура планирования непрерывна и монотонна по заявкам агентов.

P2. Если агент получил некоторое количество ресурсов, то, изменяя свою заявку, он может получить любое меньшее количество ресурсов.

P3. Если количество ресурсов, распределяемое между группой агентов, увеличилось, то каждый из агентов этой группы получит не меньшее количество ресурсов, чем раньше.

Достаточно широким и популярным классом механизмов распределения ресурсов, удовлетворяющим требованиям P1–P3, является класс приоритетных механизмов, в которых решение о том, как должен быть распределен ресурс между агентами, определяется на основании их функций приоритета, аргументом которых являются заявки агентов на ресурс. Выделяют три класса приоритетных механизмов: прямых приоритетов, в которых функция приоритета каждого агента является возрастающей функцией его заявки на ресурс; обратных приоритетов, в которых функция приоритета убывает с ростом заявки агента на ресурс; и абсолютных приоритетов, в которых функция приоритета каждого агента не зависит от его заявки. Приоритетный механизм является анонимным, если все агенты имеют одинаковые функции приоритета.

В [2] было доказано, что все анонимные механизмы распределения ресурсов эквивалентны. Это означает, что все анонимные механизмы обладают одинаковой эффективностью. Отказ от анонимности делает актуальной задачу поиска эффективного по заданному критерию (например, максимума суммарной полезности всех агентов) механизма из класса механизмов последовательного распределения ресурсов (эквивалентных неанонимным механизмам).

Механизм обратных приоритетов, как отмечается в [4], обладает рядом преимуществ по сравнению с механизмом прямых приоритетов. Данный механизм достаточно часто используется для решения задачи оптимального распределения ресурса [5, 8, 1, 10]. Однако для эффективного управления ресурсом ОС задачу распределения ресурса необходимо увязывать с мотивацией агентов системы на выбор наиболее напряженного плана при планировании и последующее достижение заявленного плана. Модификация метода обратных приоритетов, которая решает данную задачу для неанонимного случая, рассматривается в разделе 5 настоящей работы. В разделах 3 и 4 описываются соответственно задача формирования плановых значений KPI методом встречных планов и классическая задача распределения ресурса методом обратных приоритетов. В разделе 6 приводится пример использования предлагаемого модифицированного метода распределения ресурса для бюджетирования научно-исследовательских лабораторий.

3. Описание задачи формирования плановых значений KPI методом встречных планов

Опишем модель определения плановых значений одного KPI для нескольких подразделений образующих ОС, а также модель распределения ресурса для подразделений, входящих в ОС. Для этого будем использовать систему обозначений из [13]. В данной работе указанная задача называется «Задача стимулирования»

Пусть есть n подразделений – агентов с номерами $i \in N = \{1, 2, \ldots, n\}$, объединение которых с центром образуют двухуровневую ОС. Первый уровень ОС образуют указанные агенты. Второй уровень – центр, который делает в игре первый ход, определяя для агентов их мотивационные факторы.

Каждое подразделение-агент i знает собственный реальный прогноз KPI, который равен R_i и неизвестен другим подразделениям, а также неизвестен центру ОС. При этом у каждого агента i есть множество различных потенциальных вариантов прогноза A_i. В нашей постановке задачи, когда все агенты устанавливают прогноз по одному и тому же KPI, можно считать, что множества вариантов прогноза совпадают для различных агентов. Другими словами $A_i = A_j$, $1 \le i, j \le N$.

Рассмотрим ситуацию, когда у каждого агента есть единственный вариант прогноза. Будем полагать, что фактическое значение KPI, которое будет достигнуто агентом i, совпадает со значением прогноза R_i. Другими словами это означает, что каждый агент адекватно оценивает то значение KPI, которое может быть им достигнуто и может осуществить все действия для его достижения.

Обозначим $y_i \in A$ действие агента i по выбору прогноза KPI, или проще: y_i – значение прогноза KPI, которое заявляет центру агент i. Тогда

$$\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \prod_{j \in N} A = A^*$$

– вектор действий агентов. Будем называть

$$\boldsymbol{y}_{-i} = \left(y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}, y_{i+1}, \ldots, y_n \right) \in \prod_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} A = A_{-i}$$

обстановкой игры для агента *i*.

Сделаем два предположения относительно рассматриваемой ОС.

Во-первых, будем считать, что затраты агентов не зависят от того, какой прогноз они заявят и какой будет получен фактический результат, т.е. какое значение KPI получит агент в конце отчетного периода. Данное допущение в случае планирования KPI обосновано, в том случае, когда все агенты-подразделения, имеют повременную оплату труда, фиксированный график работы и даже в том случае, когда возникает необходимость в привлечении какого-либо внешнего ресурса для более активной работы по выполнению KPI, затраты на такое привлечение компенсируются центром ОС в полном объеме. Тогда, по сравнению с общим случаем, описанным в работе [13], можно считать, что целевая функция f_i $(\sigma_i, \boldsymbol{y})$ агента *i*, зависящая от механизма стимулирования агента σ_i и вектора действий агентов $\boldsymbol{y}$, фактически состоит только из стимулирования $\sigma_i(\boldsymbol{y})$. Или $f_i(\sigma_i, \boldsymbol{y}) = \sigma_i(\boldsymbol{y})$, $i \in N$.

Во-вторых, будем считать в рассматриваемой задаче, что единственная роль центра заключается в осуществлении управления. То есть у центра отсутствует собственный (не опосредованный агентом) результат деятельности. Такое предположение обосновано в том случае, когда результат центра равен суммарному результату всех агентов, и весь получаемый результат распределяется центром на стимулирование агента.

При стандартном механизме планирования «сверху-вниз» агенту выгодно получить от центра как можно менее напряженный план. Заведомо перевыполняя такой план, агент гарантирует себе дополнительное вознаграждение. Для получения менее напряженного плана агенту не выгодно раскрывать центру всю имеющуюся информацию относительно перспектив выполнения KPI. Более того, агент может заведомо искажать (в свою пользу) имеющуюся у него информацию относительно перспектив значения KPI, которые могут быть им достигнуты.

Задача центра ОС состоит в том, чтобы предложить такую конструкцию установки неманипулируемого механизма стимулирования целевых значений KPI для всех агентов $\sigma(\boldsymbol{y}) = (\sigma_1(\boldsymbol{y}), \ldots, \sigma_n(\boldsymbol{y}))$, чтобы в результате каждый агент при проведении планирования с подходом «снизу–вверх» установил себе значение $y_i^* = R_i$. В работе [6] для решения данной задачи предложена конструкция модификации традиционного метода встречных планов. Соответствующая лемма в [6] доказывает, что предложенная конструкция имеет равновесие в доминантных стратегиях агентов.

Лемма 1. Пусть для одноуровневой ОС с n агентами заданы параметры $\alpha \geq 1$, $\beta > \alpha > \gamma > 0$ и вектор значений реальных прогнозов $(R_1, R_2, \ldots, R_n)$. Тогда для целевой функции $\sigma(R_i, y_i, y_{-i}^0) = O_i K_i$ агента $1 \leqslant i \leqslant n$ где

$$O_i = \begin{cases} \gamma\left(\dfrac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1, & \dfrac{R_i}{y_i} \geq 1 \\ \beta\left(\dfrac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1, & \dfrac{R_i}{y_i} \leq 1 \end{cases}, K_i = \left(\frac{y_i}{y_{-i}^{\circ}}\right)^{\alpha},$$

$$y_{-i}^{\circ} = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j - y_i}{n-1},$$

существует равновесие в доминантных стратегиях (РДС), равное $y_i^* = R_i, 1 \leq i \leq n$.

Центр может модифицировать метод установления значения y_{-i}^0. Это необходимо в том случае, например, если агенты организационной системы могут договориться между собой и в результате совместно дать заниженные прогнозы. В таких случаях значение y_{-i}^0 определяется по формуле

$$y^{\circ}_{-i} = Max\left\{ \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j - y_i}{n-1}, y_{-i}^{min} \right\},$$

Где y_{-i}^{min} – некоторое минимальное значение KPI, устанавливаемое центром для агента i.

4. Описание задачи распределения ресурса методом обратных приоритетов

Помимо получения от агентов плановых значений $y_i^* = R_i$, центру необходимо мотивировать агентов на достижение данных заявленных значений. Будем считать, что у центра имеется некоторый ограниченный объем ресурса S, который центр может использовать для их мотивации.

В качестве примера рассмотрим S как совокупный объем премии за определенный отчетный период, например, за год. Данный объем премии центр распределяет между агентами в зависимости от того вклада в выполнение некоторого KPI, который внес каждый агент.

В [3] приводится механизм обратных приоритетов для распределения ресурса S. Согласно данному механизму, перед началом квартала каждый агент сообщает центру вместе с заявляемым плановым значением y_i также свою заявку на распределение ресурса s_i. Получаемый агентом i ресурс x_i вычисляется по формуле

$$x_i = \begin{cases} s_i,\ если \sum_{j=1}^{n} s_i \le S, \\ min\left(s_i; \varphi\mu_i\left(s_i\right)\right),\ если \sum_{j=1}^{n} s_i > S; \end{cases}$$

$$\mu_i\left(s_i\right) = \frac{y_i^2}{s_i}.$$

Здесь $\mu_i(s_i)$ – функция приоритета агента i в зависимости от его заявки на ресурс s_i и от заявленного планового значения y_i. Операция минимума отражает простое содержательное условие – агент получает ресурс в объеме не более запрашиваемой величины. Параметр φ выбирается из условия

$$\sum_{j=1}^{n} min\left[s_j; \varphi\mu_j\left(s_j\right)\right] = S.$$

При достаточно большом числе n влияние отдельного агента на величину φ мало. Гипотезой слабого влияния в [1] называется ситуация выбора оценки ожидаемого эффекта, когда агенты не учитывают собственного влияния на параметр φ и считают его просто константой. В [1] доказывается, что механизм обратных приоритетов с функцией приоритета $\mu_i(s_i)$ при гипотезе слабого влияния обеспечивает оптимальное распределение ресурса. Также в [3] доказывается, что для агента i гарантирующей является стратегия

$$s_i^* = \sqrt{\varphi^* y_i}, \text{ где } \varphi^* = \left(\frac{S}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i}}\right)^2.$$

5. Комбинирование метода встречных планов и метода обратных приоритетов

Рассмотрим функцию произведения $\eta(R_i, y_i, y_{-i}{}^0, s_i) = O_i K_i x_i$.. Данная функция объединяет свойства целевой функции агента i $\sigma(R_i, y_i, y_{-i}{}^0) = O_i K_i$, и свойства функции приоритета ресурса, получаемого агентом i. Назовем данную функцию модифицированным ресурсом, получаемым агентом i.

Рассмотрим два варианта выбора

$$x_i = \begin{cases} s_i, если \sum_{j=1}^{n} s_i \le S, \\ min\left(s_i; \varphi\mu_i\left(s_i\right)\right), если \sum_{j=1}^{n} s_i > S. \end{cases}$$

Вариант 1. $x_i = s_i$..

Для данного варианта функция модифицированного ресурса принимает вид $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i) = O_iK_is_i$. Отметим, что величина заявки на распределение ресурса s_i не зависит от величин R_i, y_i, y_{-i}^0 и может рассматриваться для данных параметров, как константа. Таким образом, РДС функции $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i) = O_iK_is_i$ для параметров R_i, y_i, y_{-i}^0 не зависит от s_i и определяется в соответствии с условиями леммы 1.

Данный факт означает, что агенту с номером i, которому известен реальный прогноз KPI R_i, выгодно заявлять значение плана по KPI $y_i^* = R_i$ при проведении планирования методом встречных планов по методу, описанному в лемме 1. При этом заявляемая агентом i заявка на ресурс $x_i = s_i$ не зависит от заявляемого значения y_i^*.

Вариант 2. $x_i = min(s_i; \varphi\mu_i(s_i))$.

Данный вариант состоит из двух случаев.

Для случая 1 $s_i < \varphi\mu_i(s_i)$ получаем $x_i = s_i$ и приходим к варианту 1.

Для случая 2 $s_i \geq \varphi\mu_i(s_i)$ получаем $x_i = \dfrac{y_i^2}{s_i}$,

и функция модифицированного ресурса принимает вид

$$\eta\left(R_i,\, y_i,\, y_{-i}^{\circ}, s_i\right) = O_i K_i \frac{y_i^2}{s_i}\ .$$

Определим условия для случая 2, при которых данная функция принимает максимум. Сначала докажем

Свойство 1. Если выполняются условия $\dfrac{R_i}{y_i} \geq 1$ и $\gamma \leq \alpha + 2$, то функция $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i)$ является монотонно возрастающей.

Доказательство. Пусть

$$O_i = \gamma\left(\frac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1,\ \frac{R_i}{y_i} \geq 1.$$

Тогда функция модифицированного ресурса принимает вид

$$\eta\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right) = \left(\gamma\left(\frac{R_i}{y_i}-1\right)+1\right)\left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}\frac{y_i^{\,2}}{s_i},$$

$$\overset{\circ}{y}_{-i} = Max\left\{\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} y_j - y_i}{n-1}, y_{-i}^{min}\right\},$$

Вычислим производную для данной функции

$$\frac{\partial\eta\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right)}{\partial y_i} =$$

$$= \frac{\left(1-\gamma\right) y_i \left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}}{s_i} + \frac{\left(\gamma R_i - \gamma y_i + y_i\right)\left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}}{s_i} +$$

$$+ \frac{\left(\gamma R_i - \gamma y_i + y_i\right)\left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}}{s_i}\alpha.$$

Данная производная обращается в ноль при условии

$$y_i = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \dfrac{\gamma R_i\left(1+\alpha\right)}{2\gamma - 2 + \gamma\alpha - \alpha} \end{array}\right..$$

Корнем уравнения

$$\frac{\gamma R_i\left(1+\alpha\right)}{2\gamma - 2 + \gamma\alpha - \alpha} = R_i$$

Является $\gamma = \alpha + 2$. •

Свойство 1 отражает стимулирование агента при перевыполнении заявляемого агентом плана y_i.

Теперь докажем

Свойство 2. Если выполняются условия $\frac{R_i}{y_i} \le 1$ и $\beta \ge \alpha + 2$, то функция $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^{0}, s_i)$ является монотонно убывающей.

Доказательство. Пусть

$$O_i = \beta\left(\frac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1,\ \frac{R_i}{y_i} \le 1\ .$$

Тогда функция модифицированного ресурса принимает вид

$$\eta\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right) = \left(\beta\left(\frac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1\right)\left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha} \frac{y_i^{\,2}}{s_i}.$$

Вычислим производную для данной функции.

$$\frac{\partial \eta\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right)}{\partial y_i} =$$

$$= \frac{\left(1-\beta\right) y_i \left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}}{s_i} + \frac{\left(\beta R_i - \beta y_i + y_i\right)\left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}}{s_i}$$

$$+ \frac{\left(\beta R_i - \beta y_i + y_i\right)\left(\frac{y_i}{\overset{\circ}{y}_{-i}}\right)^{\alpha}}{s_i}\alpha.$$

Данная производная обращается в ноль при условии

$$y_i = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \dfrac{\beta R_i\left(1+\alpha\right)}{2\gamma - 2 + \gamma\alpha - \alpha} \end{array}\right. .$$

Корнем уравнения

$$\frac{\beta R_i\left(1+\alpha\right)}{2\gamma - 2 + \gamma\alpha - \alpha} = R_i$$

является $\beta = \alpha + 2$. •

Свойство 2 отражает стимулирование агента при недовыполнении заявляемого агентом плана y_i. В [13] доказывается

Лемма 2. Если в игре n лиц $y_i \in [a_i, b_i]$, функции выигрыша непрерывны по совокупности стратегий для каждого игрока, частная производная $\dfrac{\partial \sigma\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}\right)}{\partial y_i}$ существует и знакопостоянна, то существует равновесие в доминантных стратегиях (РДС). При этом доминантной стратегией y_i^* игрока i будет стратегия

$$y_i^* = \begin{cases} a_i, \dfrac{\partial\sigma\left(R_i,\, y_i,\, y_{-i}^{\circ}\right)}{\partial y_i} < 0, \\ b_i, \dfrac{\partial\sigma\left(R_i,\, y_i,\, y_{-i}^{\circ}\right)}{\partial y_i} > 0; \end{cases} \quad 1 \le i \le n.$$

Сформулируем основное утверждение данного раздела.

Теорема. Пусть для одноуровневой ОС с n агентами заданы параметры $\gamma > 0$; $\beta \ge \alpha + 2$; $\alpha > \gamma$; $\alpha \ge 1$, у центра имеется некоторый ограниченный объем ресурса S. Обозначим вектор значений реальных прогнозов агентов $(R_1, R_2, \ldots, R_n)$ и вектор заявок агентов на ресурс $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$.

Тогда для целевой функции модифицированного ресурса агента $1 \le i \le n$, $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i) = O_i K_i\, x_i$ где

$$O_i = \begin{cases} \gamma\left(\dfrac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1, \ \dfrac{R_i}{y_i} \ge 1 \\ \beta\left(\dfrac{R_i}{y_i} - 1\right) + 1, \ \dfrac{R_i}{y_i} \le 1 \end{cases}, K_i = \left(\dfrac{y_i}{y_{-i}^{\circ}}\right)^{\alpha},$$

$$y_{-i}^{\circ} = Max\left\{\dfrac{\sum_{j=1}^{n} y_j - y_i}{n-1}, y_{-i}^{min}\right\},$$

где y_{-i}^{min} –некоторое минимальное значение KPI, устанавливаемое центром для агента $1 \le i \le n$, и

$$x_i = \begin{cases} s_i, если \sum_{j=1}^{n} s_i \le S, \\ min\left(s_i; \varphi\dfrac{y_i^{\,2}}{s_i}\right), если \sum_{j=1}^{n} s_i > S, \end{cases}$$

существует равновесие в доминантных стратегиях (РДС), равное

$$y_i^* = R_i, s_i^* = \sqrt{\varphi^* y_i}, \text{ где } \varphi^* = \left(\frac{S}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i}}\right)^2.$$

Доказательство. С учетом леммы 1, леммы 2 и доказанных свойства 1 и свойства 2, при которых функция $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i)$ по переменной y_i является монотонно убывающей на интервале $[R_i; +\infty[$ и монотонно возрастающей на интервале $]0; R_i]$, получаем утверждение теоремы. •

Отметим, что сумма

$$\sum_{i=1}^{n} \eta\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right) = P$$

может быть в общем случае как больше, так и меньше распределяемого ресурса S. Будем обозначать нормированным модифицированным ресурсом величину, рассчитываемую по формуле

$$\eta^*\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right) = \frac{O_i K_i x_i}{P}.$$

Из определения нормированного модифицированного ресурса следует, что

$$\sum_{i=1}^{n} \eta^*\left(R_i,\, y_i,\, \overset{\circ}{y}_{-i}, s_i\right) = S,$$

а также что РДС для $\eta^*(R_i, y_i, y^{o}_{-i}, s_i)$ совпадает с РДС для $\eta(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i)$.

Опишем процедуру использования функции нормированного модифицированного ресурса для процедуры планирования и распределения ресурса.

1. До начала процедуры планирования результата по каждому из KPI Центр устанавливает значения базовых параметров $\gamma > 0$; $\beta \geq \alpha + 2$; $\alpha > \gamma$; $\alpha \geq 1$ для данного KPI, а также объем ресурса S, который будет являться премией участников за достижение результатов данного KPI, и сообщает их агентам.

2. При планировании результата по KPI (в начале отчетного периода) каждый из агентов с номером $1 \leq i \leq n$ сообщает Центру свой план y_i, а также размер вознаграждения s_i, который

планирует получить в случае достижения запланированного результата.

3. Получив данные от агентов, Центр вычисляет коэффициенты напряженности K_i и значения распределения ресурса x_i для каждого агента и сообщает их агентам.

4. В конце отчетного периода каждый агент получает фактическое значение KPI R_i, которое сравнивается Центом с заявленным агентом планом y_i. В результате Центром вычисляется значение $\eta^*(R_i, y_i, y_{-i}^0, s_i)$, которое выплачивается агенту.

В случае, когда все агенты заявили одинаково напряженные планы и выполнили их на 100% получаем, что $K_i = O_i = 1$ и распределение ресурса совпадает с распределением методом обратных приоритетов. Если агенты заявляют планы разной напряженности и выполняют их по-разному, то это вносит соответствующие корректировки в распределение ресурса S между агентами.

6. Пример распределения фонда мотивации между научными лабораториями

При подведении на Совете итогов работы научных лабораторий, как правило, в качестве основных показателей работы обсуждаются публикационная активность, число защит, а также число обучаемых студентов. Со стороны руководителей лабораторий приводятся аргументы, что заявляемые ими планируемые значения – это «нижняя оценка», что «невозможно планировать научную деятельность», а также ссылки на сокращаемый по сравнению с предыдущим периодом бюджет лаборатории. Со стороны членов Совета высказываются предложения о взятии лабораторией обязательств по увеличению данных показателей хотя бы до уровня, достигнутого в отчетном периоде в обмен на увеличение финансирования.

Таким образом, имеет место задача теории активных систем по мотивации агентов (научных лабораторий) центром (Советом) на достижение максимально возможных для каждого агента результатов по трем показателям (публикации, защита аспирантов, работа со студентами), а также задача распределения центром ограниченного ресурса (бюджета). Решение данной задачи может быть осуществлено методом, описанным в разделе 5 настоящей статьи

Для решения данной задачи вначале необходимо установить показатели KPI для научных лабораторий, а также разделить общий бюджет центра на бюджеты по каждому KPI. Все показатели для лаборатории рассчитываются за один год. Такими KPI могут быть:

1) суммарный индекс публикаций сотрудников лаборатории;
2) число защитившихся аспирантов у руководителей – сотрудников лаборатории;
3) число студентов, работающих в лаборатории.

Нормативы по числу защитившихся аспирантов и числу работающих студентов на одного научного работника лаборатории должны зависеть от:

– ученой степени (кандидат, доктор)
– ученого звания (доцент, профессор, академик)

Норматив по публикационный активности на одного научного сотрудника лаборатории дополнительно должен зависеть от предметной области, в которой работает сотрудник (экономика, математика, физика, техника и пр.).

Итоговое нормативное значение KPI Лаборатории для каждого из трех показателей зависит от числа и состава сотрудников лаборатории и определяется как сумма нормативных значений для всех участников лаборатории. Нормативные значения на одного научного сотрудника по всем трем KPI устанавливаются центром и доводятся до всех лабораторий перед формированием планов лабораторий на следующий отчетный период.

Для определения нормативного значения по публикационной активности на одного научного сотрудника центр анализирует статистику всех публикаций отечественных авторов в разрезе предметных областей, а также ученой степени и звания автора публикации. Выборка определяется по публикациям в журналах Q1, Q2, Q3, Q4 за последние несколько лет. В качестве итогового нормативного значения центр может устанавливать, как полученное среднее значение, так и полученное значение, умноженное на поправочный коэффициент.

Для определения нормативного значения по числу защитившихся аспирантов на одного научного сотрудника центр анализирует статистику защит за последние несколько лет в разрезе ученой степени и ученого звания руководителя защитившегося аспиранта. Нормативное значение устанавливается центром как полученное среднее, умноженное на поправочный коэффициент.

Для определения нормативного значения по числу работающих студентов центр анализирует статистику лабораторий по данному показателю за последние несколько лет. Анализ определяет значение коэффициентов участия в привлечении работающих студентов для разных категорий научных сотрудников в линейном уравнении, показывающее влияние числа сотрудников каждой категории на число студентов, работающих в лаборатории. Значения коэффициентов выбираются путем нахождения решения задачи оптимизации, которое минимизирует среднеквадратичное отклонение числа работающих студентов, полученных по уравнению для каждой лаборатории, от фактических значений числа работающих студентов в этой лаборатории. Нормативное значение коэффициента участия для каждой категории научных сотрудников устанавливается центром как полученный в результате оптимизации результат, умноженный на поправочный коэффициент.

Дальнейшие действия центра и агентов осуществляются в соответствии с алгоритмом, определяемом принципом планирования методом встречных планов. Последовательность таких действий состоит из следующих четырех этапов.

Этап 1. Перед началом нового отчетного периода, определив нормативные значения величин по нормативному значению KPI для каждой лаборатории (исходя из численности, контингента научных сотрудников и тематики лаборатории), центр (Совет) доводит информацию о нормативных значениях до всех агентов (лабораторий). Также центр доводит до лабораторий размеры бюджета, выделяемые центром на каждое из трех направлений (публикации, аспирантов, студентов). Кроме этого центр сообщает лабораториям общие для всех лабораторий параметры функций мотивации $\gamma > 0$; $\beta \geq \alpha + 2$; $\alpha > \gamma$; $\alpha \geq 1$ по методу встречных планов.

Этап 2. Лаборатории, получив информацию от Совета, сообщают свои плановые цифры y_i по каждому их трех KPI, а также размер финансирования от центра по каждому из трех направлений s_i, который лаборатория хотела бы получить, если заявленные значения KPI будут достигнуты.

Этап 3. Совет обрабатывает полученные от лабораторий данные, производит расчет параметров коэффициента напряженности планов K_i и значения распределения ресурса x_i для каждого KPI каждого агента (лаборатории) и сообщает их агентам.

Этап 4. В конце отчетного периода Совет подводит итоги работы по каждой лаборатории. Минимальное вознаграждение (постоянная часть) выплачивается лабораториям ежемесячно в течение года. Выплата основной доли вознаграждения (переменная часть) лабораториям путем распределения бюджета по каждому из направлений за минусом уже выплаченной суммы, производится в соответствии с комбинированным методом обратных приоритетов и встречных планов.

Пример распределения ресурса для KPI «Число работающих студентов», а также графическое представление функций мотивации агентов, для набора из пяти условных лабораторий, приведены в Приложении. Содержательная постановка примера заключена в задаче распределения 100% ресурса между лабораториями, исходя из числа работающих студентов в лаборатории и числа сотрудников, имеющих звание профессора и доцента. Для решения этой задачи Центр устанавливает норматив по числу работающих студентов для одного профессора и доцента и доводит его значения до лабораторий.

В рассмотренном примере методом обратных приоритетов Лаборатория 1 могла максимально получить 23,77% от общего объема ресурса. Пример показывает, как при заявке Лаборатории 1 равной 20% от общего объема ресурса фактический объем получаемого Лабораторией 1 ресурса составляет 30,19%, что объясняется более напряженным планом

Лаборатории 1 (140% по отношению к нормативу, установленному для Лаборатории 1 центром).

7. Заключение

Предложенная система работы с KPI и общим ресурсом (бюджетом) научных лабораторий позволяет достичь следующих результатов:

1. Мотивирует лаборатории на сообщение в качестве плановых значений KPI тех значений, которые реально могут быть достигнуты, по мнению самих лабораторий.
2. Мотивирует лаборатории на достижение и перевыполнение заявленных плановых значений KPI.
3. Дает центру гибкий инструмент распределения приоритетов между тремя направлениями работы лабораторий и устанавливает индикативы для достижения по каждому направлению для каждой лаборатории.
4. Делает процесс планирования и распределения средств бюджета между лабораториями прозрачным, а принципы такого распределения - заранее известными всем участникам.

При построении системы использовались два предположения:

– у центра отсутствует собственный (не опосредованный лабораториями) результат деятельности;

– затраты лабораторий не зависят от того, какой прогноз они заявят и какой будет получен фактический результат.

В основе предложенной системы лежит доказанная автором Теорема, задающая ограничения на параметры целевых функции агента, позволяющие Центру получить решение, являющееся равновесием в доминантной стратегии (РДС).

Литература

1. БОНДАРИК В.Н., КОРГИН Н.А. *Механизмы распределения ресурсов на основе неманипулируемых симметричных анонимных процедур голосования с делегированием* // Проблемы управления. – 2012. – Вып. 5. – С. 26–32.
2. БУРКОВ В.Н., ГОРГИДЗЕ И.И., НОВИКОВ Д.А., ЮСУПОВ Б.С. *Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике*. – М.: ИПУ РАН, 1997. – 61 с.
3. БУРКОВ В.Н., ДАНЕВ Б., ЕНАЛЕЕВ А.К. и др., *Большие системы: моделирование организационных механизмов*. – М.: Наука, 1989. – 248 с.
4. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. *Введение в теорию управления организационными системами* / Под ред. чл.-корр. РАН Д.А. Новикова. – М.: Либроком, 2009. – 264 с.
5. БУРКОВА И.В., КРЮКОВ С.В., ЗУБАРЕВ В.В., ШУМАРИН В.В. *Механизм распределения корпоративных заказов* // Вестник Воронежского государственного технического университета, 2010.
6. ДАВЫДОВ В.А. *Методы встречных планов для определения целевого значения KPI в двухуровневой организационной системе* // Управление большими системами. – 2018. – Вып. 73. – С. 27–54.
7. ИНТРИЛЛИГАТОР М. *Математические методы оптимизации и экономическая теория*. – М.: Прогресс, 1975. – 606 с.
8. КИМ Е.Р., ШУКАЕВ Д.Н., ЛАМАШЕВА Ж.Б. *Моделирование распределения и размещения ресурсов оборудования в производственных системах* // Фундаментальные исследования. – 2016. – №10-1. –С. 48–52
9. КОРГИН Н.А. *Эквивалентность и неманипулируемость неанонимных приоритетных механизмов распределения ресурсов* // МТИП. – 2009. – №1:3. – С. 46–70.

10. ЛЕВЧЕНКО С.П., ЗИМИН В.В., КУЛАКОВ С.М. *Применение принципа обратных приоритетов для распределения ресурсов при управлении жизненным циклом ИТ-сервисов*. – Новокузнецк: ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет», 2007.
11. МУЛИН Э. *Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели*. – М.: Мир, 1991. – 464 с.
12. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами. 2-е изд.* – М.:Физматлит, 2007. – 584 с.
13. *Механизмы управления*: *Учебное пособие* / Под ред. Д.А. Новикова. – М.: УРСС, 2011.
14. BARBERA S., JACKSON M., NEME A. *Strategy-Proof Allotment Rules* // Games and Economic Behavior. – 1997. – Vol. 18, No.1. – P. 1–21.
15. BOSSERT W., WEYMARK J.A. *Social choice (new developments)* // In: The New Palgrave Dictionary of Economics, Second Edition / Eds.: S.N. Durlauf, L.E. Blume. – Palgrave Macmillan, 2008.
16. MAS-COLLEL A., WHINSTON M.D., GREEN J.R. *Microeconomic theory*. – N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.
17. SPRUMONT Y. *The division problem with single-peaked preferences: A characterization of the uniform rule* // Econometrica. – 1991. – No. 59. – P. 509–519.

COMBINING THE COUNTER-PLAN METHOD AND THE INVERTED PRIORITIES METHOD FOR DISTRIBUTION OF THE MOTIVATION FUND FOR SCIENTIFIC LABORATORIES

Viacheslav Davydov, Moscow Institute of Electronics and Mathematics HSE, Moscow (v.davydov@hse.ru).

Abstract: An incentive model for an organizational system (OS) agent is considered, using a combination of the method of inverted priorities and a modified counter-plan method. The resulting model motivates the agent to report the planned KPI value, which coincides with the agent's forecast and at the same time stimulates the agent to submit an adequate application for the resource. The model allows the OS center to allocate a dedicated resource to run each KPI between agents so that in addition to reporting adequate plans, agents are committed to their implementation. Restrictions are imposed on the model parameters, in which the choice of an agent equal to its own forecast is a dominant strategy (DS), provided that the agent submits the optimal (according to the method of inverted priorities) requests for the resource. It is proved that such a choice for all OS agents is an equilibrium in DS. The procedure for determining the planned KPI values for OS agents and resource allocation between agents is described. The model parameters determined by the OS center, taking into account the imposed restrictions, allow selecting the required priorities for agent motivation and distributing a motivational fund in accordance with the priorities identified by the center. An example of the application of the model for stimulating scientific laboratories for the preparation of students is given.

Keywords: method of counter plans, method of inverted priorities, incentive, KPI.

УДК 338.984
ББК 65.291

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Н.А. Коргиным.

Поступила в редакцию 18.12.2017.
Опубликована 30.09.2018.

Приложение.

Таблица 1.

Альфа (степень коэффициента напряженности прогноза плана)						**1,00**
Гамма (коэффициент премии за перевыполнение плана)						**0,20**
Бета (коэффициент штрафа за недовыполнение плана)						**3,00**
Плановое задание центра по числу работающих студентов на 1 профессора						**2,00**
Плановое задание центра по числу работающих студентов на 1 доцента						**1,00**
	Лаб. 1	**Лаб. 2**	**Лаб. 3**	**Лаб. 4**	**Лаб. 5**	**ИТОГО**
Численность профессоров	**2,00**	**5,00**	**1,00**	**10,00**	**4,00**	22,00
Численность доцентов	**11,00**	**5,00**	**3,00**	**20,00**	**2,00**	41,00
План Центра для Лаборатории по числу работающих студентов	15,00	15,00	5,00	40,00	10,00	85,00
Доля вознаграждения, заявляемая Лабораторией	**20,00%**	**18,70%**	**12,71%**	**28,41%**	**16,40%**	96,23%
Прогноз Лабораторией числа работающих студентов	**21**	**13**	**6**	**30**	**10**	80
Плана Лаборатории / План Центра	140%	87%	120%	75%	100%	94%
Оптимальное распределение 100% ресурса методом обратных приоритетов	**23,77%**	**18,70%**	**12,71%**	**28,41%**	**16,40%**	100,00%
Фактическое распределение ресурса методом обратных приоритетов	20,00%	18,70%	12,71%	28,41%	16,40%	96,23%
Распределение 100% ресурса с учетом К нап. и нормирования	30,19%	16,07%	16,37%	20,58%	16,78%	100,00%

Доля ресурса получаемого Лаб. 1 методом обратных приоритетов, значения (К нап. * К откл.), а также их произведение с учетом нормирования в зависимости от заявляемого Лаб. 1 плана
150%
140%
130%
120%
110%
100%
90%
80%
70%
60%
50%
40%
30%
20%
10%
0%
К нап.* К откл.
50,00%
40,00%
30,00%
20,00%
10,00%
0,00%
Ресурс и Ресурс* К нап. * К откл. нормированное
0% 20% 40% 60% 80% 100% 120% 140% 160% 180% 200%
заявляемый Лабораторией план в % от норматива, установленного центром
К нап. * К откл.
Ресурс * К нап.*К откл. нормированное
Ресурс

Рис. 1.

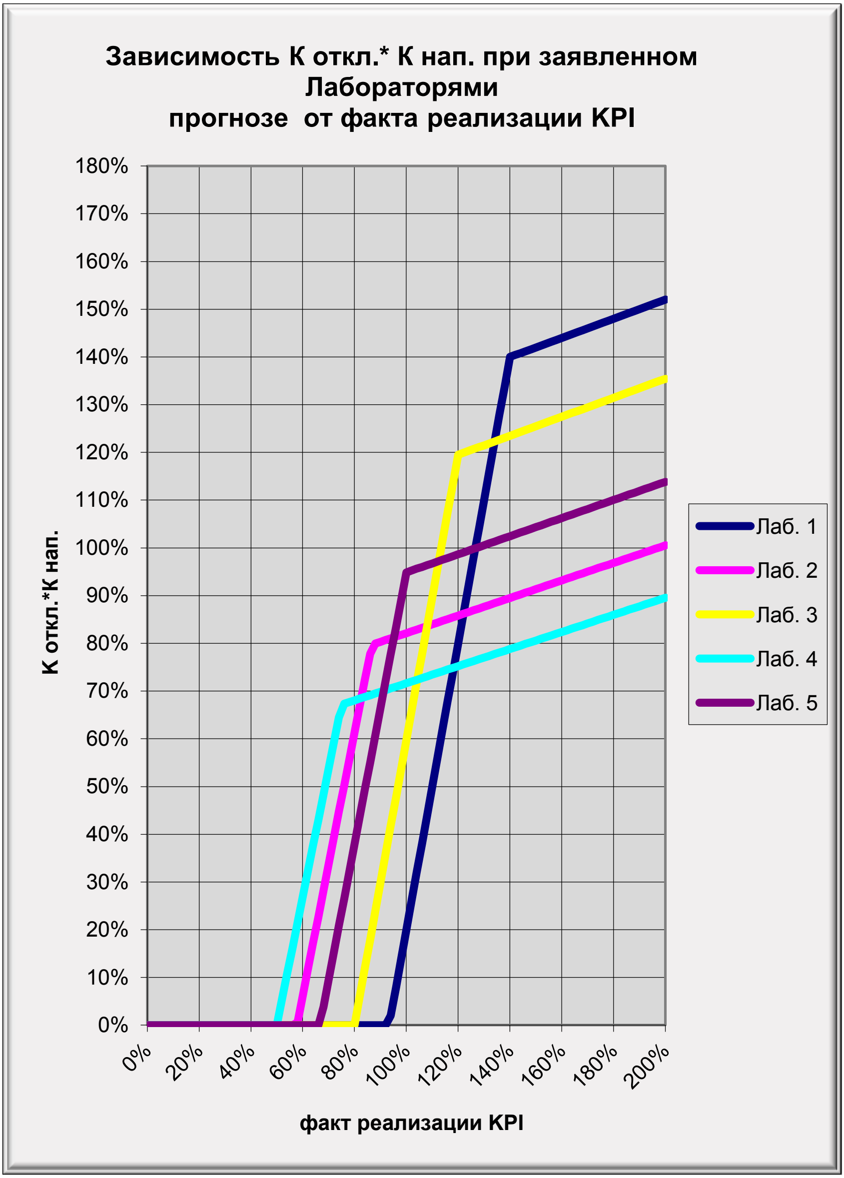
Зависимость К откл.* К нап. при заявленном Лабораторями прогнозе от факта реализации KPI
180%
170%
160%
150%
140%
130%
120%
110%
100%
90%
80%
70%
60%
50%
40%
30%
20%
10%
0%
К откл.*К нап.
0%
20%
40%
60%
80%
100%
120%
140%
160%
180%
200%
факт реализации KPI
Лаб. 1
Лаб. 2
Лаб. 3
Лаб. 4
Лаб. 5

Рис. 2.