

РОБАСТНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ ПРИ НАЛИЧИИ ВОЗМУЩЕНИЙ И ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПОМЕХ ИЗМЕРЕНИЯ¹

Фуртат И. Б.², Нехороших А. Н.³, Гушин П. А.⁴
(ФГБУН ИПМаш РАН, Санкт-Петербург)

Предложено решение задачи робастной стабилизации линейных динамических объектов с неизвестными параметрами, принадлежащими известному компактному множеству, с ограниченными внешними возмущениями и ограниченными высокочастотными помехами измерения. Синтез алгоритма управления разбивается на два этапа. На первом этапе синтезируется алгоритм фильтрации, позволяющий уменьшить влияние помех измерения на выходную переменную объекта. Если помеху измерения можно представить в виде суммы синусоидальных сигналов, то предложены конструктивные условия выбора параметров в алгоритме фильтрации. На втором этапе синтезируется алгоритм управления с подавлением влияния параметрической неопределенности и внешних возмущений. Данный алгоритм базируется на использовании конечных разностей в непрерывном времени, что позволяет избежать использования динамических наблюдателей, увеличивающих размерность замкнутой системы. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма по сравнению с некоторыми существующими аналогами. Сравнительный анализ с результатами Astolfi D., Marconi L., Isidori A. и др. показал, что используемый алгоритм управления, имея меньший динамический порядок, гарантирует выше точность регулирования по выходному сигналу и его производным. Причем, в отличие от результатов Astolfi D., Marconi L., Isidori A. и др., в предложенном алгоритме настройка параметров алгоритма проще за счет независимой настройки фильтра и закона управления, тогда как настройка параметров в регуляторе Astolfi D., Marconi L., Isidori A. и др. осуществляется одновременно для всего алгоритма.

Ключевые слова: линейный объект, высокочастотные помехи измерения, фильтр, возмущения, управление.

¹ Результаты раздела 3 получены при поддержке гранта Президента Российской Федерации (№ МД-1054.2020.8, Соглашение № 075-15-2020-184) в ИПМаш РАН. Результаты раздела 4 получены в ИПМаш РАН при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-79-10104).

² Игорь Борисович Фуртат, д.т.н., профессор (cainenash@mail.ru).

³ Артём Николаевич Нехороших, аспирант (becks94@mail.ru).

⁴ Павел Александрович Гушин, к.т.н. (guschin.p@mail.ru).

1. Введение

Одной из актуальных задач теории автоматического управления является синтез алгоритмов, которые обеспечивают выполнение поставленной цели в условиях неопределенности параметров математической модели объекта и наличии внешних возмущений. В настоящее время для решения данной задачи предложено много различных подходов, например, H_∞ -оптимальное управление, адаптивное управление, робастное управление, нелинейное управление и т.д. (см., например, [4, 5]).

Одним из распространенных способов для решения задачи управления в условиях неопределенностей является синтез регуляторов с использованием оценок производных регулируемой переменной на базе наблюдателя с большим коэффициентом усиления (high-gain observer). Впервые наблюдатель с большим коэффициентом усиления был предложен в [11, 13] для минимально-фазовых объектов. Позже было получено много различных модификаций наблюдателей с большим коэффициентом усиления для минимально-фазовых объектов, например, см. [1, 9, 10, 17, 20]. В [1, 9, 10, 14, 17, 20] показано, что для построения системы управления достаточно использовать наблюдатель, размерность которого не ниже $\gamma - 1$, где γ – относительная степень объекта управления.

Однако при наличии высокочастотных помех измерений применение наблюдателя с большим коэффициентом усиления может быть неудовлетворительным. Более подробные исследования были приведены в [13, 19, 21]. Проблема заключалась в том, что значение оценки производной регулируемой переменной могло существенно превышать ее истинного значения. При этом ошибка накапливается при последующей оценке производных. Данная проблема связана как с дифференцированием шума с большой частотой, так и наличием большого коэффициента усиления в системе управления.

Для частичного преодоления данной проблемы в [13, 18, 19] предлагалось адаптивно настраивать большой коэффициент усиления наблюдателя. Таким образом, в начальный момент

функционирования системы для увеличения сходимости процессов коэффициент наблюдателя принимал большие значения, тогда как в установившемся режиме он уменьшался.

В [12, 22] предложен новый наблюдатель, который является расширением наблюдателя с большим коэффициентом усиления [14] на случай высокочастотных помех измерения. При этом размерность нового наблюдателя равна $2\gamma - 2$. Увеличение размерности наблюдателя [12, 22] в 2 раза по сравнению с наблюдателем [14] связано с введением дополнительных дифференциальных уравнений, компенсирующих влияние высокочастотной помехи измерения. В [12, 22] приведен сравнительный численный анализ предложенного алгоритма и алгоритма [14], который показал эффективность применения алгоритма [12, 22] по сравнению с [14].

Однако для расчета параметров наблюдателя [12, 22] необходимо разрешить уравнение, порядок которого равен $2\gamma - 2$. Причем от решений данного уравнения одновременно зависит качество оценки производных и качество фильтрующих свойств. При этом качество фильтрующих свойств наблюдателей [11, 12, 18, 19, 22] существенно ограничено.

В представленной статье, в отличие от [12, 22], предлагается разделить фильтрующие и оценивающие свойства в виде двух независимых алгоритмов. В результате, по сравнению с [11, 12, 18, 19, 22], это позволит: 1) улучшить качество фильтрации высокочастотной помехи; 2) сделать независимым расчет параметров фильтра и параметров наблюдателя; 3) для оценки производных использовать любой из существующих наблюдателей.

В статье рассмотрена задача робастной стабилизации объекта с неизвестными параметрами, когда на него действуют ограниченные возмущения, а выход объекта измеряется с высокочастотными помехами. Для синтеза системы управления используется подход, позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки стабилизации выходной переменной. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма по сравнению с классическим наблюдателем с большим коэффи-

циентом усиления [14] и наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22].

2. Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, модель которого описывается уравнениями

$$(1) \quad Q(p)z(t) = R(p)u(t) + f(t), \quad y(t) = z(t) + w(t),$$

где $y(t) \in R$ – регулируемая переменная; $u(t) \in R$ – сигнал управления; $f(t) \in R$ – внешнее неконтролируемое ограниченное возмущение; $w(t) \in R$ – внешний высокочастотный ограниченный шум, $Q(p) = p^n + q_{n-1}p^{n-1} + \dots + q_0$, $R(p) = r_m p^m + r_{m-1}p^{m-1} + \dots + r_0$ – линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами q_{n-1}, \dots, q_0 и r_m, \dots, r_0 соответственно, $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

При решении задачи на объект управления наложены следующие предположения.

Предположение 1. Неизвестные коэффициенты $q_{n-1}, \dots, q_0, r_m, \dots, r_0$ принадлежат известному компактному множеству Ξ .

Предположение 2. Многочлен $R(\lambda)$ – гурвицев, где λ – комплексная переменная и $r_m > 0$.

Предположение 3. В объекте управления доступен измерению только сигнал $y(t)$.

Требуется спроектировать непрерывную систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$(2) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |z(t)| < \delta_1,$$

где $\delta_1 > 0$ – точность регулирования, здесь и далее $|\cdot|$ – евклидова норма соответствующего вектора.

3. Алгоритм фильтрации высокочастотной помехи измерения

Для выделения сигнала z из сигнала y рассмотрим алгоритм:

$$(3) \quad \mu \dot{\xi}(t) = G \xi(t) + B y(t), \quad \hat{y}(t) = L_r \xi(t), \quad \xi(0) = 0,$$

где

$$\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r]^T, \quad G = \begin{bmatrix} -\sigma_1^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sigma_2^{-1} & -\sigma_2^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_3^{-1} & -\sigma_3^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_r^{-1} & -\sigma_r^{-1} \end{bmatrix},$$

$\sigma_i > 0$, $B = [\sigma_1^{-1}, 0, \dots, 0]^T$, $\mu > 0$ – малый параметр. Здесь и далее матрица $L_l = [0, \dots, 0, 1]$ имеет размерность $1 \times l$. Так, в (3) размерность L_r равна $1 \times r$.

Утверждение 1. Пусть выполнены условия предположений, сигнал z – ограниченный и для w выполнено следующее соотношение

$$(4) \quad \mu^{-1} \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \left| \int_0^t e^{\mu^{-1}G(t-s)} B w(s) ds \right| < \delta_2,$$

где $\delta_2 > 0$ – достаточно малое число. Тогда существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено условие

$$(5) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}(t) - z(t)| < \delta_3.$$

Здесь $\delta_3 > 0$ – достаточно малое число.

Доказательство утверждения 1. Рассмотрим систему (3), на вход которой вместо сигнала u подается сигнал z :

$$(6) \quad \mu \ddot{\xi}(t) = G \dot{\xi}(t) + Bz(t), \quad \tilde{y}(t) = L_r \xi(t), \quad \xi(0) = 0.$$

Для анализа системы (6) воспользуемся леммой 1 [8, 15, 16].

Лемма 1. Рассмотрим систему

$$(7) \quad \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), h),$$

где $x \in R^s$, $f(x, u, h)$ – функция липшицева по x и u , u – ограниченная функция, $h > 0$ – малый параметр. Предположим, что система (7) асимптотически устойчива при $u = 0$. Рассмотрим множество $\Omega = \{x : f(x, u, h = 0) = 0\}$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует $h_0 > 0$ такое, что при $h < h_0$ выполнено условие

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x(t), \Omega) < \varepsilon.$$

Доказательство леммы приведено в [8, 15].

Проверим условия леммы 1 для системы (6). При $z = 0$ система (6) асимптотически устойчива. Подставив $\mu = 0$ в (6), получим $G\xi = -Bz$, или $\xi_1 = z$ и $\xi_i = \xi_{i+1}$, $i = 1, \dots, r-1$. То есть $\tilde{y} = z$. Тогда, согласно лемме 1, существует $\mu > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено условие

$$(8) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\tilde{y}(t) - z(t)| < \delta_4,$$

где $\delta_4 > 0$ – достаточно малое число.

Рассмотрим сигнал y , который состоит из сигнала z и помехи w . Найдем условие, при котором будет выполнено условие (5).

Принимая во внимание (3) и (6), составим ошибку рассогласования $\zeta = \xi - \tilde{\xi}$ в виде

$$(9) \quad \dot{\zeta}(t) = \frac{1}{\mu} G \zeta(t) + \frac{1}{\mu} B w(t), \quad \hat{y}(t) - \tilde{y}(t) = L_r \zeta(t).$$

Найдем решение первого уравнения (9) в форме

$$(10) \quad \begin{aligned} \zeta(t) &= e^{\mu^{-1} G t} \zeta(0) + \mu^{-1} \int_0^t e^{\mu^{-1} G(t-s)} B w(s) ds = \\ &= \mu^{-1} \int_0^t e^{\mu^{-1} G(t-s)} B w(s) ds. \end{aligned}$$

Если выполнено условие (4), то из (10) следует, что

$$(11) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\zeta(t)| < \delta_2.$$

Рассмотрим следующие соотношения:

$$(12) \quad \begin{aligned} |\hat{y}(t) - z(t)| &\leq |\hat{y}(t) - \tilde{y}(t)| + |\tilde{y}(t) - z(t)| \leq \\ &\leq |\zeta(t)| + |\tilde{y}(t) - z(t)|. \end{aligned}$$

Очевидно, что для (12) будет справедлив следующий предельный переход:

$$(13) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}(t) - z(t)| \leq \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\zeta(t)| + \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\tilde{y}(t) - z(t)|.$$

Пусть $\delta_2 + \delta_4 \leq \delta_3$. Принимая во внимание (8) и (11), получим оценку (5) из (13). Утверждение 1 доказано.

Пусть помеха w представлена мультигармоническим сигналом

$$(14) \quad w(t) = \sum_{i=1}^v A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i),$$

где A_i , ω_i и φ_i – амплитуда, частота и фаза i -й гармоники. Например, формула (14) может быть получена при разложении ограниченной помехи в ряд Фурье с последующим извлечением частичной суммы ряда. Данная техника, например, используется для решения ряда задач в электротехнике [3], информатике [6], теории управления [2] и т.д.

Утверждение 2. Пусть выполнены условия предположений, функция z – ограниченная и помеха w представлена соотношением (14). Тогда существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено соотношение

$$(15) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}(t) - z(t)| \leq \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \mu^2 \sigma_j^2}} \right) + \delta_4.$$

Доказательство утверждения 2. Из доказательства утверждения 1 следует, что для системы (6) существует $\mu > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ выполнено условие (8). Принимая во внимание (3) и (6), составим ошибку рассогласования $\zeta = \xi - \tilde{\xi}$ в виде (9). Перепишем систему (9) как

$$(16) \quad \begin{aligned} \dot{\zeta}_1(t) &= -\mu^{-1} \sigma_1^{-1} \zeta_1(t) + \mu^{-1} \sigma_1^{-1} \sum_{i=1}^v A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \\ \dot{\zeta}_j(t) &= -\mu^{-1} \sigma_j^{-1} \zeta_j(t) + \mu^{-1} \sigma_j^{-1} \zeta_{j-1}(t), \quad j = \overline{2, r}. \end{aligned}$$

Найдем решение первого уравнения системы (16) в виде

$$(17) \quad \begin{aligned} \zeta_1(t) &= e^{-\mu^{-1} \sigma_1^{-1} t} \zeta_1(0) + \mu^{-1} \sigma_1^{-1} \sum_{i=1}^v A_i \int_0^t e^{\mu^{-1} \sigma_1^{-1} (s-t)} \sin(\omega_i s + \varphi_i) ds = \\ &= \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \mu^2 \sigma_1^2}} \sin(\omega_i t + \varphi_i + \vartheta_{1,i}), \\ \vartheta_{1,i} &= \arccos \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \mu^2 \sigma_1^2}}. \end{aligned}$$

Подставляя (17) во второе уравнение (16), найдем решение второго уравнения (16) в виде

$$\begin{aligned} \zeta_2(t) &= e^{-\mu^{-1}\sigma_2^{-1}t} \zeta_2(0) + \\ &+ \mu^{-1}\sigma_2^{-1} \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_1^2}} \int_0^t e^{\mu^{-1}\sigma_2^{-1}(s-t)} \sin(\omega_i s + \varphi_i + \mathcal{G}_{1,i}) ds = \\ &= \sum_{i=1}^v A_i \frac{1}{\sqrt{(1+\omega_i^2\mu^2\sigma_1^2)(1+\omega_i^2\mu^2\sigma_2^2)}} \sin(\omega_i t + \varphi_i + \mathcal{G}_{1,i} + \mathcal{G}_{2,i}), \\ \mathcal{G}_{2,i} &= \arccos \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_2^2}}. \end{aligned}$$

Аналогично образом найдем решение последнего уравнения системы (16) в виде

$$(18) \quad \zeta_r(t) = \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_j^2}} \right) \sin(\omega_i t + \varphi_i + \sum_{j=1}^r \mathcal{G}_{j,i}),$$

$$\text{где } \mathcal{G}_{j,i} = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_j^2}}.$$

Оценим сверху (18) как

$$(19) \quad |\zeta_r(t)| \leq \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1+\omega_i^2\mu^2\sigma_j^2}} \right).$$

Принимая во внимание соотношения (8), (13) и (19), получим оценку (15). Из (19) следует, что чем больше значения ω_i , тем меньше значение правой части (15). Поэтому в постановке задачи рассматривается высокочастотная помеха. Утверждение 2 доказано.

Для выбора параметров в алгоритме (3) можно воспользоваться следующей рекомендацией:

1) для помех (14) с частотами $\omega_i \geq \omega_0$ параметры μ и σ_j задают частоту среза фильтра (3) так, что $\omega_0 \geq 1/(\mu\sigma_j)$. Заметим, что для расчета предпочтительно использовать $\omega_0 = 1/(\mu\sigma_j)$, так как

малая частота среза может привести к подавлению полезной части сигнала при формировании обратной связи;

2) порядок фильтра r задает наклон амплитудно-частотной характеристики фильтра (3): больший порядок фильтра обеспечивает более сильное гашение помех, лежащих за пределами частоты среза ω_0 . Действительно, из формулы (19) следует, что амплитуда помехи A_i уменьшается более чем в $2^{r/2}$ раз.

4. Синтез системы управления

Для дальнейшего синтеза системы управления воспользуемся алгоритмом [9]. Из постановки задачи производные $y(t)$ не доступны измерению (предположение 3). В силу того, что оператор $Q(p)$ нормированный, в законе управления необходимо оценить $\gamma - 1$ производную сигнала $\hat{y}(t)$. Значит, зададим закон управления в форме

$$(20) \quad u(t) = -\alpha \sum_{i=0}^{\gamma-1} d_i \bar{y}^{(i)}(t),$$

где $\alpha > 0$, коэффициенты $d_0, d_1, \dots, d_{\gamma-1}$ выбираются так, чтобы полином $D(\lambda) = d_{\gamma-1} \lambda^{\gamma-1} + d_{\gamma-2} \lambda^{\gamma-2} + \dots + d_1 \lambda + d_0$ был гурвицев, $\gamma = n - m$ – относительная степень объекта управления, $\bar{y}^{(i)}(t)$ – оценка i -й производной сигнала $\hat{y}(t)$, $i = 0, 1, \dots, \gamma - 1$.

Подставив (20) в (1), получим

$$(21) \quad F(p)z(t) = \alpha R(p)g(t) + \alpha R(p)D(p)\psi(t) + f(t),$$

где $F(p) = Q(p) + \alpha R(p)D(p)$, $g(t) = D(p)\hat{y}(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} d_i \bar{y}^{(i)}(t)$ – сигнал, характеризующий отклонение i -й производной «отфильтрованного» выхода объекта $\hat{y}(t)$ от соответствующей оценки $\bar{y}^{(i)}(t)$, $\psi(t) = z(t) - \hat{y}(t)$. Значение функции $g(t)$ зависит от качества оценивания производных сигнала $\hat{y}(t)$, значение функции $\psi(t)$ – от качества фильтрации алгоритма (3). Поскольку известно множество Ξ (предположение 1), то всегда существуют число α и полином $D(\lambda)$ такие, что полином $F(\lambda)$ будет

гурвицевым, см. [1, 4, 7]. Необходимо отметить, что выбор полинома $D(\lambda)$ осуществляется таким образом, чтобы рабочие частоты замкнутой системы управления (21) находилась в полосе пропускания фильтра (3). Такой выбор всегда осуществим, поскольку система (21) обладает свойством низкочастотного фильтра ($\gamma \geq 1$).

Для реализации закона управления (20) воспользуемся наблюдателем, заданным уравнениями

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \hat{y}(t), \\ (22) \quad \bar{y}^{(j)}(t) &= \frac{\bar{y}^{(j-1)}(t) - \bar{y}^{(j-1)}(t-h)}{h}, \quad j = \overline{1, \gamma-1}. \end{aligned}$$

Подставив (22) в (20), перепишем закон управления (20) в виде

$$(23) \quad u(t) = -\alpha \sum_{i=0}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j \hat{y}(t-jh) \right],$$

где $C_i^j = \frac{i!}{j!(i-j)!}$. Сформулируем утверждение, выполнение условий которого гарантирует выполнение целевого условия (2).

Утверждение 3. Пусть выполнены условия предположений 1-3; функция w ограничена, если $r \geq \gamma$, и ограничена вместе с ее $\gamma-r-1$ производными, если $r < \gamma$. Тогда существуют числа $\alpha > 0$ и $h > 0$ такие, что система управления, представленная алгоритмом (3) и законом управления (23), обеспечивает выполнение целевого условия (2) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Доказательство утверждения 3. Преобразуем систему (21) к виду

$$(24) \quad \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + \alpha B_1 g(t) + \alpha B_2 \psi(t) + B_3 f(t), \quad z(t) = J_n \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T$; $z^{(i)} = \varepsilon_{i+1}$, $i = 0, \dots, n-1$; матрицы A, B_1, B_2, B_3 получены при переходе от (21) к (24). Здесь и далее матрица $J_l = [1, 0, \dots, 0]$ имеет размерность $1 \times l$. Например, в (24) размерность J_n равна $1 \times n$.

Для удобства дальнейшего исследования устойчивости замкнутой системы с использованием аппарата функционалов

Ляпунова – Красовского перепишем систему (3) в канонической наблюдаемой форме, т.е.

$$(25) \quad \dot{\theta}(t) = M\theta(t) + Ny(t), \quad \hat{y}(t) = J_r\theta(t),$$

где $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_r]^T$; $\hat{y}^{(i)} = \theta_{i+1}$, $i = 0, \dots, r-1$; матрица $M = \mu^{-1}TGT^{-1}$ и вектор $N = \mu^{-1}TB$ получены при переходе от (3) к (25) с помощью матрицы преобразования $T = [C^T, (AC)^T, \dots, (A^{r-1}C)^T]^T$.

Рассмотрим два случая, которые зависят от размерности фильтра (3).

1. Пусть $r < \gamma$. Перепишем оператор $D(p)$ в виде

$$(26) \quad D(p) = \rho_1^T \begin{bmatrix} p^{\gamma-1} & p^{\gamma-2} & \dots & p^r \end{bmatrix} + \rho_2^T \begin{bmatrix} p^{r-1} & p^{r-2} & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

где ρ_1 и ρ_2 – векторы с соответствующими коэффициентами оператора $D(p)$. Принимая во внимание (26), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$(27) \quad g(t) = \sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \theta^{(j)} + \rho_2^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t-jh) \right],$$

где $\rho_{1,j} - j$ -я компонента вектора ρ_1 . Принимая во внимание (27), найдем j -ю производную ($1 \leq j \leq n$) от θ в виде

$$(28) \quad \begin{aligned} \theta^{(j)} &= M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N y^{(i)} = \\ &= M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N z^{(i)} + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)} = \\ &= M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} \varepsilon + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)}, \end{aligned}$$

где $K_j = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]$ – матрица размерности $1 \times n$ с нулевыми элементами за исключением j -го, который равен 1.

Подставив (27) в (28), получим

$$(29) \quad g = \sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \left(M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} \varepsilon + \right. \\ \left. + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)} \right) + \rho_2^T \theta(t) - \\ - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t - jh) \right].$$

Из (29) следует, что при $r < \gamma$ требуется ограниченность производных функции w до $\gamma - r - 1$ включительно. С учетом (23) и (29), преобразуем уравнение (24) к виду

$$(30) \quad \dot{\varepsilon}(t) = A \varepsilon(t) + \alpha B_1 \left(\sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \times \right. \\ \left. \times \left(M^j \theta + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} \varepsilon + \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N w^{(i)} \right) + \right. \\ \left. + \rho_2^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) \right) - \alpha B_1 \left[\sum_{i=1}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t - jh) \right] + \\ + \alpha B_2 J_n \varepsilon(t) - \alpha B_2 J_r \theta(t) + B_3 f(t).$$

Введем обозначения:

$$\varepsilon_p(t) = \left[\varepsilon^T(t), \theta^T(t) \right]^T,$$

$$A_{11} = A + \alpha B_1 \sum_{j=1}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r \sum_{i=0}^{j-1} M^{j-i-1} N K_{i+1} + \alpha B_2 J_n,$$

$$A_{12} = \alpha B_1 \left(\sum_{j=r}^{\gamma-r} \rho_{1,(j-1+r)} L_r M^j + \rho_2^T - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \right) - \alpha B_2 J_r,$$

$$A_p = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ N J_n & M \end{bmatrix}, \quad F_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & (-1)^{j+1} \alpha B_1 \frac{d_i}{h^i} C_i^j J_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$i = \overline{1, \gamma-1}, \quad j = \overline{1, i},$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} w + \sum_{j=1}^{\gamma-r} \sum_{i=0}^{j-1} \left[\alpha B_1 \rho_{1,(j-1+r)} L_r M^{j-i-1} N \right] w^{(i)} + \begin{bmatrix} B_3 \\ 0 \end{bmatrix} f.$$

Здесь \mathcal{G} – ограниченная функция. С учетом обозначений перепишем системы (28) и (30) в виде

$$(31) \quad \dot{\varepsilon}_p(t) = A_p \varepsilon_p(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t - jh) + \mathcal{G}(t),$$

Рассмотрим функционал Ляпунова – Красовского вида

$$(32) \quad V = \varepsilon_p^T(t) P \varepsilon_p(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \int_0^0 \varepsilon_p^T(t+s) N_{ij} \varepsilon_p(t+s) ds,$$

где $P = P^T > 0$ – решение уравнения $A_p^T P + P A_p = -Q$, $Q = Q^T > 0$, $N_{ij} = N_{ij}^T > 0$. Взяв от функционала (32) производную по времени вдоль траекторий системы (31), получим

$$(33) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\varepsilon_p^T(t) Q \varepsilon_p(t) + 2\varepsilon_p^T(t) P \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t - jh) + \\ & + 2\varepsilon_p^T(t) P \mathcal{G}(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \left(\varepsilon_p^T(t) N_{ij} \varepsilon_p(t) - \varepsilon_p^T(t - jh) N_{ij} \varepsilon_p(t - jh) \right). \end{aligned}$$

Оценим сверху слагаемые в (33):

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_p^T(t) P \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t - jh) & \leq 0,5\gamma(\gamma-1) \chi \varepsilon_p^T(t) P^2 \varepsilon_p(t) + \\ & + \chi^{-1} \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \varepsilon_p^T(t - jh) F_{ij}^T F_{ij} \varepsilon_p(t - jh), \end{aligned}$$

$$2\varepsilon_p^T(t) P \mathcal{G}(t) \leq \chi \varepsilon_p^T(t) P^2 \varepsilon_p(t) + \chi^{-1} |\mathcal{G}(t)|^2.$$

С учетом оценок перепишем (30) в виде

$$(34) \quad \dot{V} \leq -\varepsilon_p^T(t) W \varepsilon_p(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \varepsilon_p^T(t - jh) R_{ij} \varepsilon_p(t - jh) + \chi^{-1} \tau,$$

где

$$W = Q - 0,5\gamma(\gamma-1) \chi P^2 - \chi P^2 - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i N_{ij},$$

$$R_{ij} = N_{ij} - \chi^{-1} F_{ij}^T F_{ij}, \quad \tau = \sup_t |\mathcal{G}(t)|^2.$$

Очевидно, что существуют α и χ такие, что $W > 0$ и $R_{ij} > 0$. Оценим (34) в виде

$$(35) \dot{V} \leq -\lambda_{\min}(W)\varepsilon_p^T(t)\varepsilon_p(t) + \chi^{-1}\tau.$$

Здесь $\lambda_{\min}(W)$ – наименьшее собственное число матрицы W . Из

$$(35) \text{ следует, что } |z(t)| \leq |\varepsilon_p(t)| \leq \sqrt{\chi^{-1}\tau/\lambda_{\min}(W)}.$$

Следовательно, выбором α и χ такими, что $W > 0, R_{ij} > 0$, можно обеспечить выполнение условия $\delta_1 \leq \sqrt{\chi^{-1}\tau/\lambda_{\min}(W)}$. Стоит отметить, что

оценка для z достаточно грубая, так как при доказательстве используются грубые оценки и в (35) исключены слагаемые

$$\sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i \varepsilon_p^T(t-jh)R_{ij}\varepsilon_p(t-jh),$$

участвующие в компенсации величины $\chi^{-1}\tau$.

2. Пусть $r \geq \gamma$. Перепишем оператор $D(p)$ в виде

$$D(p) = \rho^T \begin{bmatrix} p^{\gamma-1} & p^{\gamma-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Принимая во внимание (23), перепишем функцию $g(t)$ в виде

$$(36) g(t) = \rho^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) - \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left[\frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t-jh) \right].$$

С учетом (36), преобразуем уравнение (24) к виду

$$(37) \begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & A\varepsilon(t) + \alpha k B_1 \left(\rho^T \theta(t) - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \theta(t) \right) - \\ & - \alpha k B_1 \left[\sum_{i=1}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} \sum_{j=1}^i (-1)^j C_i^j J_r \theta(t-jh) \right] + \\ & + \alpha k B_2 J_n \varepsilon(t) - \alpha k B_2 J_r \theta(t) + B_3 f(t). \end{aligned}$$

Перепишем системы (28) и (37) в виде

$$(38) \dot{\varepsilon}_p(t) = A_p \varepsilon_p(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} \sum_{j=1}^i F_{ij} \varepsilon_p(t-jh) + \mathcal{G}(t),$$

где $A_p = \begin{bmatrix} A + \alpha B_2 J_n & \alpha B_1 \left(\rho^T - \sum_{i=0}^{\gamma-1} \frac{d_i}{h^i} J_r \right) - \alpha B_2 J_r \\ N J_n & M \end{bmatrix}$, $\mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} B_3 \\ 0 \end{bmatrix} f$ –

ограниченная функция, структура матрицы F_{ij} соответствует структуре матрицы F_{ij} в (31).

Поскольку структура системы (38) подобна структуре системы (31), то дальнейшее доказательство второго случая аналогично доказательству первого случая. Утверждение 3 доказано.

5. Пример

Рассмотрим объект управления вида

$$(39) \quad \begin{aligned} (p^4 + q_3 p^3 + q_2 p^2 + q_1 p + q_0)z(t) &= u(t) + f(t), \\ y(t) &= z(t) + w(t). \end{aligned}$$

Множество Ξ возможных значений параметров в (39) задано неравенствами:

$$-1 \leq q_3 \leq 0,1; \quad -2 \leq q_2 \leq 2; \quad -3 \leq q_1 \leq 3; \quad -1 \leq q_0 \leq 1.$$

Дополнительно $|f(t)| \leq 1$.

Выберем в (3) $\sigma_i = 1$ и $\mu = 0,01$. Порядок r в алгоритме (3) будет определен в таблице 1.

Пусть $\alpha = 7$; $d_0 = 0,9$; $d_1 = 1,5$; $d_2 = 2$ и $d_3 = 0,5$. Тогда закон управления (23) можно переписать в виде

$$(40) \quad u(t) = -7(0,9\bar{y}(t) + 1,5\bar{y}^{(1)}(t) + 2\bar{y}^{(2)}(t) + 0,5\bar{y}^{(3)}(t)).$$

Для оценки производных в (40) воспользуемся наблюдателем (22). Пусть $h = 1/20$. Тогда наблюдатель (22) перепишем в виде

$$(41) \quad \begin{aligned} \bar{y}(t) &= \hat{y}(t), \\ \bar{y}^{(1)}(t) &= 20[\bar{y}(t) - \bar{y}(t-0,05)], \\ \bar{y}^{(2)}(t) &= 20[\bar{y}^{(1)}(t) - \bar{y}^{(1)}(t-0,05)], \\ \bar{y}^{(3)}(t) &= 20[\bar{y}^{(2)}(t) - \bar{y}^{(2)}(t-0,05)]. \end{aligned}$$

Продемонстрируем эффективность предложенной схемы (3), (40) и (41) по сравнению с наблюдателем с большим коэффициентом усиления [3] и наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [15, 16]. Для этого зададим снова закон управления в виде (40), только для оценки производных в (40) воспользуемся следующими наблюдателями:

1) наблюдатель с большим коэффициентом усиления [14]:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(t) + \\ (42) \quad & + \begin{bmatrix} 110 \\ 110^2 \cdot 0,35 \\ 110^3 \cdot 0,05 \\ 110^4 \cdot 0,0024 \end{bmatrix} (y(t) - [1 \ 0 \ 0 \ 0] \xi(t)), \\ \bar{y}(t) &= [1 \ 0 \ 0 \ 0] \xi(t), \quad \bar{y}^{(1)}(t) = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \xi(t), \\ \bar{y}^{(2)}(t) &= [0 \ 0 \ 1 \ 0] \xi(t), \quad \bar{y}^{(3)}(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \xi(t); \end{aligned}$$

2) наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22]:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \eta_2(t) + \\ & + \begin{bmatrix} 110 & 0 \\ 0 & 110^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,16 \end{bmatrix} (y(t) - [1 \ 0] \eta_1(t)), \\ \dot{\eta}_2(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_2(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \eta_3(t) + \\ & + \begin{bmatrix} 110 & 0 \\ 0 & 110^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,0525 \end{bmatrix} ([0 \ 1] \eta_1(t) - [1 \ 0] \eta_2(t)), \\ \dot{\eta}_3(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta_3(t) + \\ & + \begin{bmatrix} 110 & 0 \\ 0 & 110^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,0171 \end{bmatrix} ([0 \ 1] \eta_2(t) - [1 \ 0] \eta_3(t)), \\ \bar{y}(t) &= [1 \ 0] \eta_1(t), \quad \bar{y}^{(1)}(t) = [1 \ 0] \eta_2(t), \\ (43) \quad \bar{y}^{(2)}(t) &= [1 \ 0] \eta_3(t), \quad \bar{y}^{(3)}(t) = [0 \ 1] \eta_3(t). \end{aligned}$$

Пусть в (39) $q_3 = 0$, $q_2 = 1$, $q_1 = 1$, $q_0 = 0$, $f(t) = 0$, $w(t) = \sin(0,5 \cdot 10^3 t)$ и $z(0) = 1$, $\dot{z}(0) = \ddot{z}(0) = 0$, $\dddot{z}(0) = -1$. В таблице 1 приведены максимальные значения ошибок оценивания производных сигнала $z(t)$ в установившемся режиме при использовании системы управления (3), (40), (41), системы управления (40), (42) (на базе [14]) и системы управления (40), (43) (на базе [12, 22]).

Таблица 1. Максимальные значения ошибок оценивания производных сигнала $z(t)$ в установившемся режиме при использовании предложенной схемы, а также схем [14] и [12, 22]

Тип системы управления	Значение $\sup_t z(t) - \bar{y}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы	Значение $\sup_t \dot{z}(t) - \bar{y}^{(1)}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы	Значение $\sup_t \ddot{z}(t) - \bar{y}^{(2)}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы	Значение $\sup_t \dddot{z}(t) - \bar{y}^{(3)}(t) $ после 8 (с) с начала функционирования системы
Система управления (40), (43) (на базе наблюдатель с большим коэффициентом усиления [14])	0,22	8,41	132,3	698
Система управления (40), (42) (на базе наблюдателя с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22])	0,26	4,9	31,1	266,1
Система управления (3), (40), (41) при $r = 2$ в (3)	0,04	0,2	2	57
Система управления (3), (40), (41) при $r = 5$ в (3)	$3 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$

Из таблицы 1 видно, что предложенный алгоритм управления позволяет значительно уменьшить ошибки оценивания

производных сигнала z , а при $r=2$ динамический порядок предложенного алгоритма на единицу меньше, чем алгоритма [12, 22]. Причем из таблицы 1 следует, что увеличением параметра r можно улучшить качество оценивания производных.

Пусть $q_3 = 0,1$; $q_2 = 2$; $q_1 = 3$; $q_0 = 1$; $f(t) = \sin t$; $w(t) = \sin(0,5 \cdot 10^3 t) + \sin(10^3 t) + \sin(10^4 t)$; $z(0) = 1$; $\dot{z}(0) = \ddot{z}(0) = 0$, $\ddot{z}(0) = -1$ в (3). На рис. 1 приведены результаты моделирования по $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ и $\ddot{z}(t)$ при использовании системы управления (3), (40), (41), когда $r = 5$ в (3). Графики для $z(t)$ и $\ddot{z}(t)$ изображены непрерывными кривыми, для $\dot{z}(t)$ и $\ddot{z}(t)$ – пунктирными кривыми.

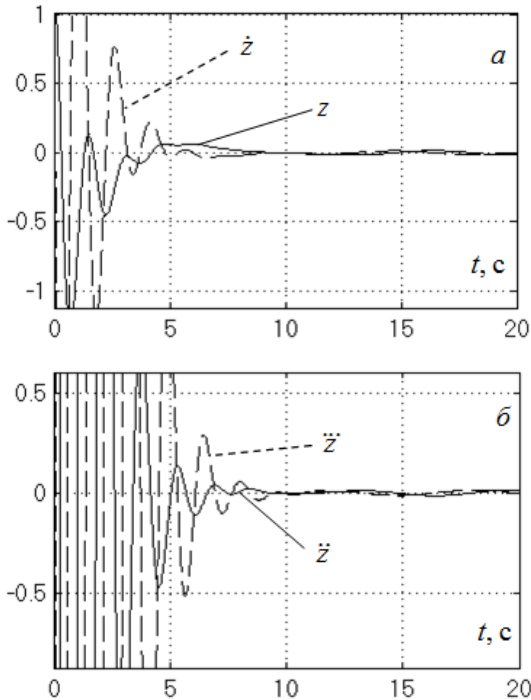


Рис. 1. Результаты моделирования: а) по $z(t)$, $\dot{z}(t)$; б) $\ddot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$

Результаты моделирования показали (рис. 1), что после 10 с абсолютные значения сигналов $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ и $\dddot{z}(t)$ не превышают 0,014, а абсолютные значения ошибок оценивания сигналов $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ и $\dddot{z}(t)$ не превышают $2 \cdot 10^{-3}$. Результаты моделирования по управлению приведены на рис. 2. Стоит отметить, что переходные процессы по $u(t)$ для каждой из схем [12, 14, 22] подобны. Однако при одном уровне и качестве сигнала управления достигаются разные показатели качества по выходному сигналу (см. таблицу 1), принимающие наименьшее значение при использовании предложенного алгоритма управления.

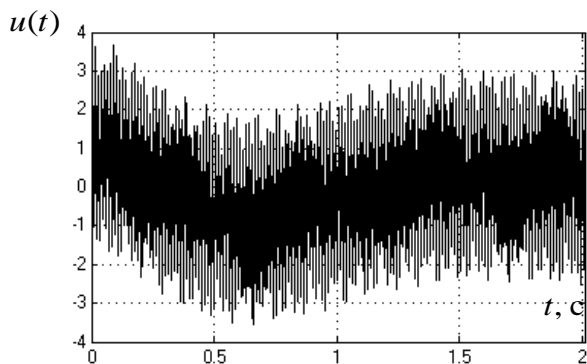


Рис. 2. Результаты моделирования по $u(t)$

6. Заключение

В статье синтезирован робастный алгоритм управления в условиях параметрической неопределенности, внешних ограниченных возмущений и высокочастотных помех в измерениях выходной переменной. Для синтеза системы управления используется подход, позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки стабилизации выходной переменной. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма по сравнению с классическим наблюдателем с большим коэффи-

циентом усиления [14] и наблюдателем с большим коэффициентом усиления в условиях помех измерения [12, 22].

Литература

1. БОБЦОВ А.А. *Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами* // Автоматика и телемеханика. – 2002. – №11. – С. 108–117.
2. ВОРОНОВ А.А. *Теория автоматического управления. Часть 2. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления*. – М: Высшая школа, 1986. – 504 с.
3. ЖЕЖЕЛЕНКО И.В. *Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий*. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 160 с.
4. МИРОШНИК И.В., НИКИФОРОВ В.О., ФРАДКОВ А.Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами*. – СПб.: Наука, 2000. – 549 с.
5. ПОЛЯК Б.Т., ЩЕРБАКОВ П.С. *Робастная устойчивость и управление*. – М.: Наука, 2002. – 273 с.
6. ФИНК Л.М. *Теория передачи дискретных сообщений*. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.
7. ФРАДКОВ А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. – 1974. – №12. – С. 96–103.
8. ФУРТАТ И.Б. *Робастное управление определенным классом неминимально-фазовых динамических сетей* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2014. – №1. – С. 35–48.
9. ФУРТАТ И.Б. *Робастный статический алгоритм управления линейными объектами* // Автоматика и телемеханика. – 2015. – №3. – С. 94–107.

10. ЦЫКУНОВ А.М. *Алгоритм робастного управления нестационарным линейным объектом с компенсацией возмущения* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – №4. – С. 33–40.
11. AHRENS J., KHALIL K. *High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach* // Automatica. – 2009. – Vol. 45. – P. 936–943.
12. ASTOLFID., MARCONI L. *A high-gain nonlinear observer with limited gain power* // IEEE Trans. Automatic Control. – 2015. – Vol. 60, No. 11. – P. 3059–3064.
13. BOIZOT N., BUSVELLE E., GAUTHIER J. *An adaptive high-gain observer for nonlinear systems* // Automatica. – 2010. – Vol. 46. – P.1483–1488.
14. ESFANDIARI F., KHALIL H.K. *Output feedback stabilization of fully linearizable systems* // Int. Journal of Control. – 1992. – Vol.56, No. 5. – P. 1007–1037.
15. FURTAT I., FRADKOV A., TSYKUNOV A. *Robust synchronization of linear dynamical networks with compensation of disturbances* // Int. Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2014. – Vol. 24, Iss. 17. – P. 2774–2784.
16. FURTAT I.B., FRADKOV A.L., LIBERZON D. *Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output* // Automatica. – 2015. – Vol. 60. – P. 239–244.
17. GAUTHIER J., HAMMOURI H., OTHMAN S. *A simple observer for nonlinear systems application to bioreactors* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1992. – Vol. 37, No. 6. – P. 875–880.
18. PRASOV A. KHALIL H. *A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2013. – Vol. 58, No. 3. – P. 569–580.
19. SANFELICE R., PRALY L. *On the preformance of highgain observers with gain adaptation under measure-*

- ment noise* // Automatica. – 2011. – Vol. 47. – P. 2165–2176.
20. TEEL A.R., PRALY L., *Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback* // SIAM Journal on Control and Optimization. – 1994. – Vol. 33, No. 5. – P. 1443–1488.
 21. VASILJEVIC L., KHALIL H. *Error bounds in differentiation of noisy signals b high-gain observers* // Syst. Contr. Lett. – 2008. – Vol. 57. – P. 856–862.
 22. WANG L., ASTOLFI D., HONGYE S., MARCONI L., ISIDORI A. *Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power* // Proc. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, MICNON 2015, Saint Petersburg, Russia. IFAC-PapersOnLine. – Vol. 48, No. 11. – P. 730–735.

ROBUST STABILIZATION OF LINEAR PLANTS IN PRESENCE OF DISTURBANCES AND HIGH- FREQUENCY MEASUREMENT NOISES

Igor Furtat, Institute for Problems in Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Dr.Sc., professor (cainenash@mail.ru).

Artem Nekhoroshikh, Institute for Problems in Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, aspirant (becks94@mail.ru).

Pavel Gushchin, Institute for Problems in Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Cand.Sc. (guschin.p@mail.ru).

Abstract: A solution is proposed for the robust stabilization of linear dynamic plants with unknown parameters belonging to a known compact set, bounded external disturbances, and bounded high-frequency measurement noises. The synthesis of the control algorithm is divided into two steps. At the first step a filtering algorithm is synthesized, which makes it possible to reduce the influence of measurement noises on the output variable of the plant. If the measurement noises can be represented as the sum of sinusoidal signals, then constructive conditions for choosing parameters in the filtering algorithm are proposed. At the second step, a control algorithm is synthesized with the attenuation of the influence of parametric

uncertainty and external disturbances. This algorithm is based on the use of finite differences in continuous time, which avoids the use of dynamic observers that increase the dimension of a closed-loop system. The simulation results illustrating the effectiveness of the proposed algorithm in comparison with some existing analogues are presented. Thus, a comparative analysis with the results of Astolfi D., Marconi L., Isidori A. etc. has been showed that the proposed control algorithm have less dynamic order, guarantees higher accuracy with respect to the output signal and its derivatives. Moreover, in contrast to the results of Astolfi D., Marconi L., Isidori A. etc., in the proposed algorithm, choosing the algorithm parameters is easier due to independent filter settings and the control law, while choosing parameters in the controller of Astolfi D., Marconi L., Isidori A. etc. performed simultaneously for the whole algorithm.

Keywords: linear plant, high-frequency measurement noises, filter, disturbances, control.

УДК 519.7

ББК Ж 50

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.2

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

Поступила в редакцию 24.04.2020.

Опубликована 31.07.2020.