КЛАССИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Белов М. В.[1]
(*Сколтех, Москва*)
Новиков Д. А.[2]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

В рамках системной модели деятельности предложена минимальная полная совокупность описывающих ее измеримых факторов: действие, результат деятельности (состояние предмета деятельности), внутреннее состояние субъекта деятельности, его опыт и используемые ресурсы. Введена система классификаций математических моделей деятельности, учитывающих различные комбинации данных факторов. Рассмотрена общая модель, описывающая взаимосвязь между ними. Показано, что частными случаями общей модели являются известные базовые для теории управления организационными системами модели принятия решений, модели освоения индивидуального и коллективного опыта, а также модели совместной динамики поведенческих и психических компонент деятельности.

Ключевые слова: деятельность, технология, опыт, модель деятельности.

1. Введение

Деятельность (activity) – активное взаимодействие человека с окружающей действительностью, в ходе которого человек выступает как *субъект*, целенаправленно воздействующий на *предмет* [14]. Деятельность – форма активности (*активность* – всеобщая характеристика живых существ, их собственная динамика как источник преобразования или поддержания ими жизненно важных связей с окружающим миром) человека, направленная на познание, преобразование окружающего мира, себя и условий своего существования.

Под *элементарной* понимают такую деятельность, цели, технологии и результат которой не имеют собственной внутренней структуры. В случае элементарной деятельности нет

[1] *Михаил Валентинович Белов, д.т.н.* (mbelov59@mail.ru).
[2] *Дмитрий Александрович Новиков, чл.-корр. РАН* (novikov@ipu.ru).

необходимости рассматривать субъект и предмет вместе с собственно деятельностью – они играют роль понятного контекста (в течение периода деятельности эволюционирует только предмет в соответствии с используемой субъектом технологией).

В противоположность этому деятельность, не являющуюся элементарной, в [3] было предложено называть комплексной. То есть *комплексная деятельность* (КД) – деятельность, обладающая нетривиальной внутренней структурой, с множественными и/или изменяющимися целями, субъектом, технологией, ролью предмета в его целевом контексте.

В монографии [3] в рамках разработки *методологии комплексной деятельности* (МКД) было введено понятие *структурного элемента деятельности* (СЭД) – см. рис. 1, включающего, помимо деятельности (2), ее субъект (1) и предмет (3).

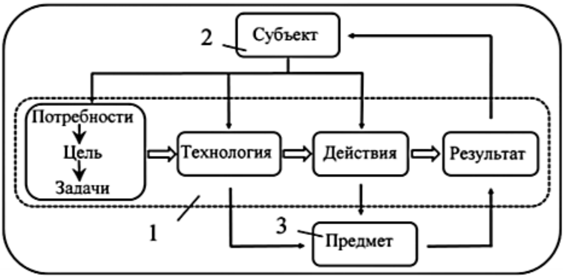

Рис. 1. Структурный элемент деятельности [3]

В [18] предложена *системная структура деятельности* (см. рис. 2), которая позволяет выделить следующие группы внутренних компонент деятельности: психические, процессуальные и поведенческие.

Процессуальные компоненты деятельности:

потребность → мотив → цель → задачи → технология →
→ действие → результат → рефлексия/оценка.

Поведенческие компоненты деятельности: действие, состояние предмета деятельности/результат.

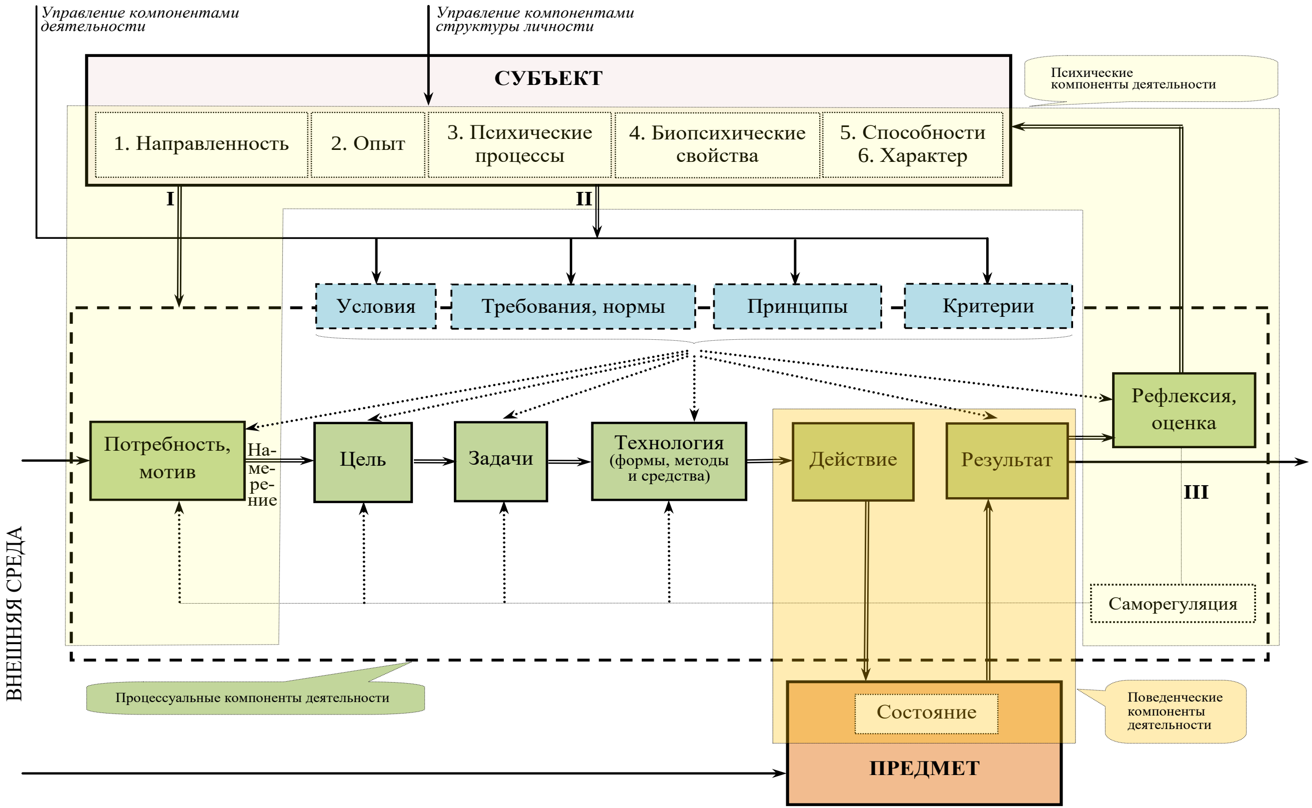

Рис. 2. Системная структура деятельности [18]

Внешние компоненты деятельности: критерии, нормы, принципы, требования, условия.

Ключевой компонент любой деятельности – *технологии* (в соответствии с [6, 14], технология – система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели), которые являются операциональным отражением проверенного массовой практикой и систематизированного опыта практической деятельности.

Под *опытом* понимают [19, 20]:

1) совокупность практически усвоенных знаний, навыков, умений и привычек (индивидуальный опыт);

2) отражение в человеческом сознании объективного мира, общественной практики, направленной на изменение мира (и общественно-исторический опыт, и индивидуальный опыт каждого отдельного человека).

В зависимости от способов и средств фиксации и трансляции опыта (или даже шире – в случае индивида – компонентов психики, если относить к широко трактуемому опыту представления, убеждения, отношения, мировоззрение личности и др.) можно различать [5]:

– *эксплицитно транслируемый опыт* (explicit experience; формой передачи которого, как правило, является текст; пример – знания, технологии);

– *имплицитно транслируемый опыт* (tacit experience, tacit knowledge; который передается, как правило, в невербализуемых и нетекстуальных формах; пример – убеждения, мировоззрение);

– *нетранслируемые компоненты*, которые, может быть, и транслируются «биологически» (пример – биопсихические свойства личности; специфика физиологии индивидов, обусловленная климатом, ландшафтом и образом жизни), но настолько медленно, что в рамках настоящего рассмотрения могут считаться неизменными.

Задача настоящей работы заключается в том, чтобы предложить минимальную «эмпирически полную» совокупность измеримых факторов, описывающих деятельность, ввести систему классификаций математических моделей деятельности, учитывающих различные комбинации этих факторов (раздел 2), а также разработать общую модель, описывающую взаимосвязь между ними (раздел 3). Раздел 4 содержит несколько примеров, иллюстрирующих общую модель.

2. Классификация математических моделей деятельности

Будем описывать деятельность в следующем *пространстве состояний*:

1) действие (y);
2) результат деятельности / состояние предмета деятельности (z);
3) внутреннее состояние субъекта деятельности (тип) (r);
4) опыт (v);
5) ресурсы (d);

Компонентами модели КД также являются:

– предпочтения субъекта;
– множества допустимых значений параметров модели;
– технологическая функция (отображение множеств допустимых действий субъекта, результатов деятельности его предшественников в технологической сети и значений факторов неопределенности во множество допустимых результатов его деятельности – см. ниже);
– факторы неопределенности (ФН) (ω) и информация о них.

Субъект деятельности, следуя традициям теории активных систем (ТАС) [8, 9, 24] и теории управления организационными системами (ТУОС) [17], далее будем называть *активным элементом* (АЭ), подчеркивая тем самым его ключевое свойство – активность. Системы, включающие хотя бы одного АЭ, будем называть *активными системами* (АС).

Соответствие между компонентами деятельности и элементами математических моделей КД АС устанавливается таблицей 1.

Перечисленные выше пять элементов пространства состояний позволяют рассмотреть $2^5 - 1 = 31$ класс нетривиальных моделей (см. таблицу 2): 5 элементарных (включающих какой-либо один элемент) моделей; 10 моделей, учитывающих пару элементов; 10 моделей, учитывающих одновременно три элемента; 5 моделей, учитывающих одновременно четыре элемента; и одну полную модель – учитывающую все пять элементов.

Таблица 1. Компоненты деятельности и элементы математических моделей

Компонент деятельности	**Элемент модели**
компоненты структуры личности	внутреннее состояние (тип), опыт
критерии, нормы, принципы, требования, условия	ресурсы, множества допустимых значений параметров модели, технологическая функция, факторы неопределенности, предпочтения субъекта
потребность	внутреннее состояние предпочтения
мотив	
цель	
задачи	предпочтения действие
технология	опыт
действие	действие
результат	результат
рефлексия/оценка	внутреннее состояние предпочтения

В силу семантики элементов модели, не все комбинации логически непротиворечивы. Так, например, действие является необходимым для достижения результата. Поэтому модели, в которых не учитываются действия, но учитывается результат деятельности, можно считать эквивалентными моделям с учитываемым действием, тождественно совпадающим с результатом, – соответствующие строки в таблице 2 помечены серым цветом. Символ «???» в таблице 2 условно обозначает, что данный класс моделей слабо исследован или вообще почти не изучен.

Между пятью факторами – элементами пространства состояний, описывающего деятельность, – возможны 10 попарных[1] связей (см. их номера на рис. 3). Рассмотрим их кратко.

1. «Действие – ресурсы». Возможность осуществления действия может требовать тех или иных ресурсов (например, имеющееся у АЭ количество ресурса может ограничивать его множество допустимых действий – см. М9). С другой стороны, действие может быть направлено на изменение состава и/или количества ресурсов.

2. «Действие – опыт». Опыт, во многом детерминирующий технологию деятельности, соответственно детерминирует и возможные/необходимые действия. С другой стороны, действие может заключаться в формировании и/или освоении нового опыта – см. [5] и М17.

3. «Действие – состояние (внутреннее)». Внутреннее состояние АЭ во многом определяет его предпочтения (например, функцию полезности или целевую функцию), в том числе на множестве допустимых действий. С другой стороны, выбор того или иного действия АЭ может приводить к изменениям его внутреннего состояния – см. примеры в [16].

4. «Действие – результат». Действие АЭ, при заданной технологической функции совместно с реализациями ФН и результатами деятельности других АЭ, определяет результат деятельности АЭ – см. [2, 7] и М6. С другой стороны, отличие наблюдаемого результата от ожидаемого может побуждать АЭ к новым действиям.

---

[1] *Несмотря на «причинно-следственную» природу, многие рассматриваемые связи двунаправленны (определяют пару отношений, реализуемых, быть может, в различные моменты времени). Кроме того, помимо попарного взаимодействия возможны и более сложные виды взаимовлияния факторов (см. таблицу 2 с перечислением 31 класса моделей)*.

Таблица 2. Классы математических моделей КД и смежные области знаний

№ модели	Учитываемые элементы	Области исследований
М1	Действие	Теория принятия решений, теория игр, ТАС [8, 9, 24], ТУОС [17], экспериментальная экономика.
М2	Результат	= М1, дифференциальные уравнения, в том числе описывающие процессы конкуренции, естественного отбора и др.
М3	Тип/внутреннее состояние	Модели динамики внутренних состояний субъектов (модели социальных сетей [26], модели конформного поведения [25] и др. – см. обзоры в [16, 22]; модели динамики представлений и отношений в математической психологии [27, 28, 32]).
М4	Опыт	Модели научения в математической психологии (см. обзоры в [6, 30]), теории человеческого капитала [23], ТУОС и МКД [5].
М5	Ресурсы	Модели распределения пассивных ресурсов в исследовании операций и математической экономике. Модели динамики количественных факторов в социологии, демографии, экологии и биологии.
М6	Действие + Результат	Теория контрактов [29, 31], ТУОС, календарно-сетевое планирование и управление (КСПУ) [1, 10], модели технологий, теория организация производства, теория автоматического управления [21, 22].
М7	Действие + Тип	ТАС (механизмы с сообщением информации и выбором действий [8, 24]), ТУОС (совместная динамика психических и поведенческих компонент деятельности [16]).
М8	Действие + Опыт	Модели совместного научения группы субъектов [5, 15], оптимизации научения [5, 6].
М9	Действие + Ресурсы	Исследование операций, теория игр, ТУОС [15].
М10	Результат + Тип	= М7
М11	Результат + Опыт	= М8
М12	Результат + Ресурсы	= М9
М13	Тип + Опыт	Модели совместного научения группы субъектов, оптимизации научения с учетом индивидуальных особенностей [5].

№ модели	Учитываемые элементы	Области исследований
M14	Тип + Ресурсы	= M5
M15	Опыт + Ресурсы	= M21
M16	Действие + Результат + Тип	Теория контрактов, ТУОС (модели с внешней и внутренней неопределенностью), ТУОС (совместная динамика психических и поведенческих компонент деятельности [16]).
M17	Действие + Результат + Опыт	Модели научения в процессе деятельности [5, 15].
M18	Действие + Результат + Ресурсы	Теория контрактов, ТУОС, экономика и организация производства.
M19	Действие + Тип + Опыт	???
M20	Действие + Тип + Ресурсы	Исследование операций, ТУОС, ???
M21	Действие + Опыт + Ресурсы	???
M22	Результат + Тип + Опыт	= M19
M23	Результат + Тип + Ресурсы	= M20
M24	Результат + Опыт + Ресурсы	= M21
M25	Тип + Опыт + Ресурсы	= M29 (за исключением моделей конкуренции в биологических системах – см. обзоры, например, в [12, 13]).
M26	Действие + Результат + Тип + + Опыт	???
M27	Действие + Результат + Тип + + Ресурсы	???
M28	Действие + Результат + Опыт + + Ресурсы	???
M29	Действие + Тип + Опыт + Ресурсы	???
M30	Результат + Тип + Опыт + Ресурсы	= M29
M31	Действие + Результат + Тип + Опыт + Ресурсы	См. раздел 3 ниже.

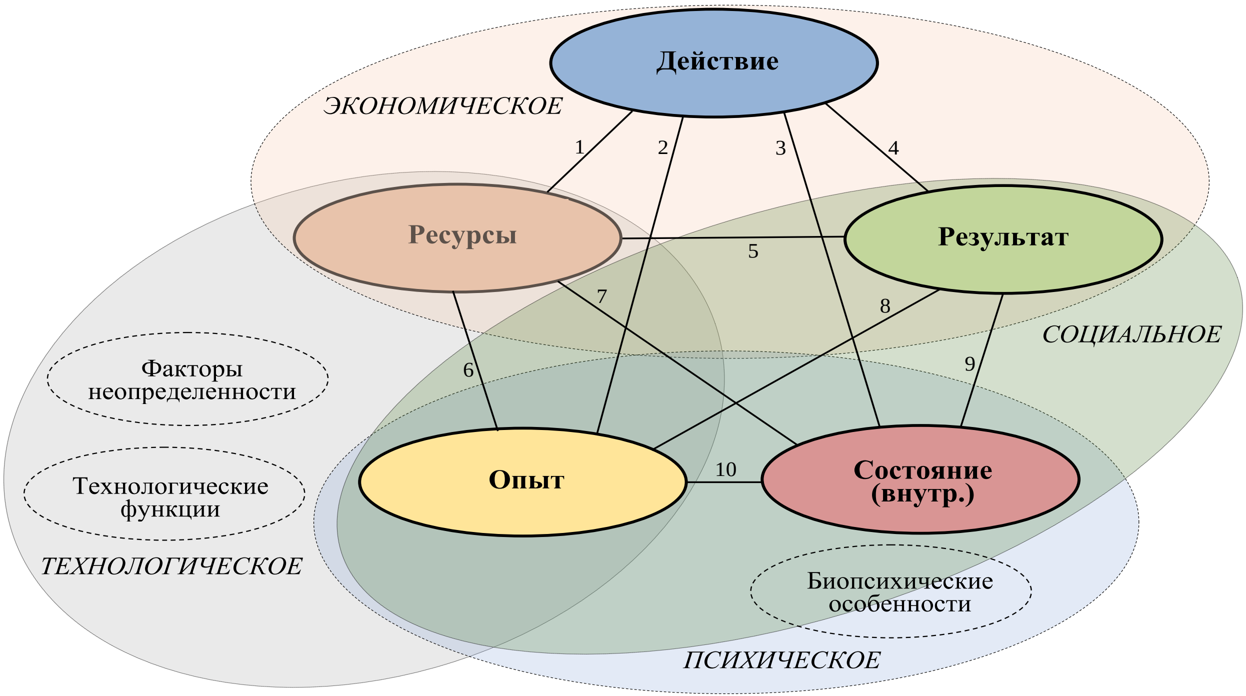

Рис. 3. Параметры моделей деятельности и связи между ними

5. «Ресурсы – результат». Как и по отношению к действию, возможность достижения требуемого (целевого) результата может требовать тех или иных ресурсов (например, имеющееся у АЭ количество ресурса может ограничивать его множество достижимых результатов – см. М9). Соотношение между достигнутыми результатами, целью деятельности и требуемыми ресурсами характеризует эффективность деятельности – см. [3]. С другой стороны, результат может заключаться в изменении состава и/или количества ресурсов.

6. «Ресурсы – опыт». Приобретение/освоение опыта может требовать соответствующих ресурсов. С другой стороны, наличие опыта позволяет более эффективно конкурировать за ресурсы (см. [5]) или расходовать их.

7. «Ресурсы – состояние (внутреннее)». Состояние определяет отношение АЭ к наличию или отсутствию ресурсов. Можно предположить, что имеющееся у АЭ количество ресурсов влияет на его внутреннее состояние. Подробных математических моделей, отражающих взаимосвязь между этими факторами, на сегодняшний день практически не известно.

8. «Результат – опыт». Как и по отношению к действию, опыт, во многом детерминирующий технологию деятельности, соответственно детерминирует и результаты деятельности. С другой стороны, результат деятельности может заключаться в формировании и/или освоении нового опыта – см. [5] и М17.

9. «Результат – состояние (внутреннее)». Внутреннее состояние АЭ во многом определяет его предпочтения (например, функцию полезности или целевую функцию), в том числе на множестве возможных результатов деятельности. С другой стороны, получение АЭ того или иного результата может приводить к изменениям его внутреннего состояния – см. примеры в [16].

10. «Опыт – состояние (внутреннее)». Фактически речь идет о взаимосвязи эксплицитно и имплицитно транслируемого опыта. Глубоких и содержательно интерпретируемых математических моделей, отражающих взаимосвязь между этими факторами, на сегодняшний день практически не известно (некоторые эффекты отражены в М13).

Перейдем к рассмотрению общей модели деятельности (М31).

3. Общая модель деятельности

Расширим модель многоэлементной динамической активной системы с неопределённостью, описанную в [2, 5, 7]: введём в нее, во-первых, понятие *опыта* как характеристики активного элемента, определяющей его возможность выполнять комплексную деятельность (КД); во-вторых, *пассивные элементы* (ПЭ), играющие роль ресурсов, состояния АЭ и/или предмета КД (состояние предмета КД характеризует ее результат). То есть, с одной стороны, от характеристик опыта АЭ и свойств ПЭ зависит результат комплексной деятельности АЭ, с другой – результат КД АЭ заключается, в том числе, в изменении его опыта и характеристик ПЭ.

3.1. СОСТАВ И ПОРЯДОК ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Рассмотрим функционирование *активной системы* (АС), состоящей из конечного числа n *активных элементов* (АЭ – элементов активной системы, которые могут быть индивидами, или также АС) и конечного числа *«пассивных» элементов* (ПЭ) – вещественных, информационных, финансовых и других объектов, не обладающих свойством активного выбора.

Предположим, что в процессе функционирования системы активные элементы реализуют активный выбор – выбирают свои *действия* (частный случай выбора – невыполнение действий), после чего под влиянием *факторов неопределённости* (ФН) реализуется *результат* деятельности АЭ. Будем считать, что множество возможных действий каждого из АЭ конечно[1], а результат деятельности АЭ зависит в общем случае от его действия, реализовавшихся значений ФН, характеристик *опыта* АЭ и свойств ПЭ, а также от действий и опыта других АЭ. Резуль-

---

[1] *Отказ от предположения о конечности множеств возможных действий АЭ приведет к замене в выражениях для общей модели АС сумм на интегрирование по соответствующей мере.*

татом деятельности АЭ являются, в том числе, изменения опыта и характеристик ПЭ.

Функционирование АС будем рассматривать в дискретном времени, обозначая номер периода t и начиная их отсчёт с периода $t = 1$.

Примем следующий *базовый порядок функционирования АС* в каждом периоде (рис. 4):

1. В начале каждого периода t каждый АЭ выбирает своё действие в текущем периоде независимо от других АЭ, не зная выбора других АЭ.
2. Факторы неопределённости принимают текущие значения и становятся известны АЭ.
3. Формируются результаты деятельности АЭ, что отражается в изменениях характеристик опыта и характеристик ПЭ (состояние АЭ, характеристики ресурсов и результат деятельности – состояние предмета этой деятельности) на конец периода. Полученные результаты зависят от характеристик опыта и характеристик ПЭ на начало периода, выбранных действий и значений ФН.
4. Осуществляется переход к следующему периоду $t + 1$.

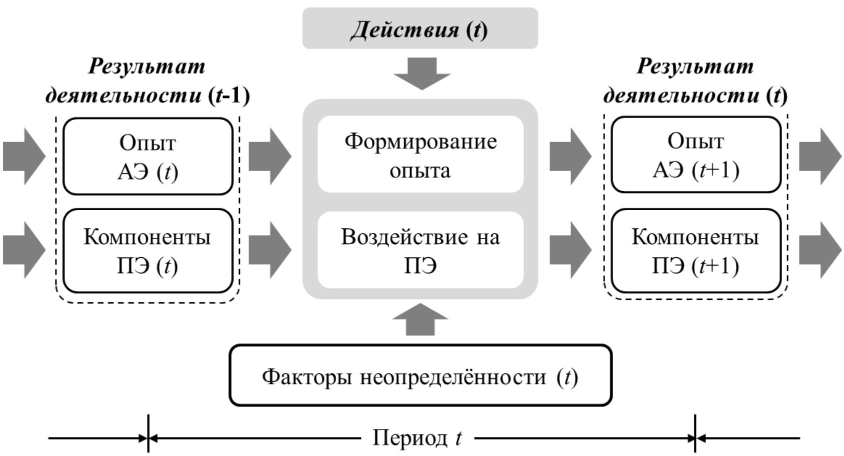

Рис. 4. Функционирование АС

Для каждого АЭ заданы: функция полезности в каждом периоде, зависящая в общем случае от: действий АЭ, характеристик опыта и ПЭ на начало периода, значений ФН; а также целевая функция на рассматриваемом временном горизонте, как композиция функций полезности соответствующих периодов. Принимая решение, активные элементы стремятся максимизировать свои целевые функции.

Конкретные предположения или ограничения относительно информированности АЭ на момент принятия ими решений будут рассмотрены в соответствующих частных задачах.

3.2. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

Будем считать, что в каждом периоде каждый из АЭ встречается с одним из конечного числа K возможных значений ФН. В общем случае состояния ФН, наблюдаемые разными АЭ, отличаются друг от друга. Введём понятие *комплексного состояния ФН,* которое будем характеризовать совокупностью всех состояний ФН, с которыми сталкиваются все АЭ в периоде t.

Комплексное состояние ФН предст*а*вим вектором $\omega^{\mathrm{T}}(t) = (\omega_1(t), \omega_2(t), \ldots, \omega_l(t), \ldots, \omega_{nK}(t))$ с бинарными элементами, значения которых формируются по следующему правилу. Пусть в текущем периоде t ФН для i-го АЭ приняли состояние $k(i)$, тогда единичные значения примут элементы $\omega_j(t)$, с номерами $K(i-1) + k(i)$, $i = 1, \ldots, n$, остальные элементы примут нулевые значения. То есть вектор $\omega(t)$ сформирован из *n блоков* по K элементов, и каждый блок отражает состояние ФН, с которым столкнулся конкретный АЭ: единичное значение принял элемент $\omega_j(t)$, порядковый номер которого в блоке, соответствующем данному АЭ, равен номеру состояния ФН, остальные элементы в блоке равны нулю. Очевидно, вектор $\omega(t)$ может принимать одно из K^n значений, а также обладает свойствами $\sum_{l=1}^{nK} \omega_l(t) = n$ и $\sum_{l=(i-1)K}^{iK} \omega_l(t) = 1$, $i = 1, \ldots, n$.

Через Ω будем обозначать множество возможных значений комплексных ФН (оно, очевидно, состоит из K^n элементов). Векторы – элементы множества Ω – будем обозначать через ω и считать, что текущее состояние $\omega(t)$ наступает независимо от предыдущих и все вероятности $\{p_\omega(t)\}$ наступления состояний ω являются общим знанием среди АЭ, очевидно $\sum_{\omega\in\Omega} p_\omega(t) = 1$

.

Частным является случай, когда состояния ФН, наблюдаемые каждым из АЭ, независимы друг от друга; обозначим $p_{ik}(t)$ вероятность наблюдения i-м АЭ k-го состояния ФН $\left(\sum_{k=1}^{K} p_{ik}(t) \equiv 1, i = 1,\ldots,n\right)$, тогда $p_\omega(t) = \prod_{i=1}^{n} p_{ik(i)}(t)$.

3.3. ОПЫТ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАССИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Пусть каждый АЭ в каждом периоде может выбрать и выполнить один из J элементов КД, для каждого из которых существует известная АЭ *технология* (система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели [3, 6, 14]).

Опыт i-го АЭ на момент окончания t-го периода будем характеризовать упорядоченным набором величин, элементами которого являются бинарные переменные $v_{ijk}(t)$, характеризующие создание и/или освоение i-м АЭ технологии j-го элемента КД при k-м состоянии ФН. Опыт всех АЭ будем описывать набором величин $v(t) = \{v_{ijk}(t);\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, J,\ k = 1, \ldots, K\}$, элементы которого будем помечать тройным индексом и считать, что $v_{ijk}(t)$ принимает значение 1, если к началу t-го периода i-й АЭ создал и/или освоил технологию j-го элемента КД при k-м состоянии ФН, в противном случае $v_{ijk}(t) = 0$. Будем обозначать V – множество возможных наборов $v(t)$ (очевидно, V состоит из 2^{nJK} элементов). Все возможные наборы из $n\,J\,K$ бинарных величин (все возможные 2^{nJK} сочетания из 0 и 1), составляющие множество V, будем обозначать как v, их элементы – как v_{ijk}, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, J$, $k = 1, \ldots, K$. Также обозначим $q_{ijk}(t) = \Pr(v_{ijk}(t) = 1) = E[v_{ijk}(t)]$ и $q(t) = \{q_{ijk}(t);\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, J,\ k = 1, \ldots, K\}$. Тогда апостериори *опыт всех АЭ* в целом будем характеризовать *опытом* каждого из них – набором $v(t)$, а оценку характеристик возможного будущего опыта – набором $q(t)$.

Аналогично, *характеристики всех ПЭ* будем описывать вектором $\rho^{\mathrm{T}}(t) = (\rho_1(t), \rho_2(t), \ldots, \rho_M(t))$ размерности M, на элементы которого не накладываем ограничений, а оценку будущих характеристик – распределением вероятностей состояний всех ПЭ к началу периода t будем описывать $q^*(s, t) = \Pr(\rho(t) \in s)$, где s – некоторое подмножество множества допустимых значений вектора $\rho(t)$.

3.4. АКТИВНЫЙ ВЫБОР

Будем считать, что перед началом каждого периода i-й АЭ реализует *активный выбор*: выбирает действие – номер элемента КД, который он будет выполнять, и, возможно, некоторые параметры заданной технологии в течение очередного периода. Выбор действия $y_i(t)$ осуществляется из множества допустимых действий

$$A_i(\{y(\cdot), \omega(\cdot) \mid 0; t-1\}, \{v(\cdot), \rho(\cdot) \mid 0; t\}, t) : y_i(t) \in A_i(\cdot),$$

зависящего от времени и предыдущих значений действий $y(\cdot)$, опыта $v(\cdot)$, характеристик ПЭ $\rho(\cdot)$ и ФН $\omega(\cdot)$. Здесь и ниже с помощью нотации $\{x(\cdot) \mid t_1; t_2\}$ будем обозначать упорядоченный набор значений одной или нескольких величин $x(\cdot)$, возможно, векторных, в течение промежутка периодов с номерами от t_1 до t_2, включая граничные периоды.

Пока не вводим никаких допущений относительно природы элементов множеств $A_i(\cdot)$.

Обозначим номер выбранного элемента КД как $j(y_i(t))$, вектор всех выбранных действий – через $y^{\mathrm{T}}(t) = (y_1(t), \ldots, y_n(t))$ и множество всех векторов – через $A(\{y(\cdot), \omega(\cdot) \mid 0; t-1\}, \{\rho(\cdot), r(\cdot) \mid 0; t\}, t)$, т.е. $y(t) \in A(\{y(\cdot), \omega(\cdot) \mid 0; t-1\}, \{v(\cdot), \rho(\cdot) \mid 0; t\}, t)$ и $A(\cdot) = A_1(\cdot) \times A_2(\cdot) \times \ldots \times A_n(\cdot)$.

Пусть АЭ с номером i обладает функцией полезности $\varphi_i(y(t), v(t), \rho(\cdot), \omega(t), t)$, принимающей неотрицательные значения, распределением дальновидностей $\delta_i(t)$ и целевой функцией

$$\Phi_i(\{y(\cdot), v(\cdot), \rho(\cdot), \omega(\cdot) \mid 0; t\}) = \sum_{\tau=1}^{t} \delta_i(\tau)\, \varphi_i\big(y(\tau), \rho(\tau), v(\tau), \omega(\tau), \tau\big) \cdot \quad (1)$$

Предполагаем, что, выбирая $y_i(t)$, АЭ стремится максимизировать значение $\Phi_i(\cdot)$ – своей целевой функции (1), учитывая при этом (в рамках своей информированности) свои текущие действия и опыт, текущее состояние ПЭ, информацию о свойствах ФН, о выборе действий и об опыте других АЭ.

Выбор $y_i(t)$ происходит в условиях неопределённости, которая должна быть устранена. В данной работе для устранения неопределённости при принятии решений используем метод вычисления ожидаемой полезности, однако полученные результаты могут быть основаны и на иных методах, например, гарантированного результата, с соответствующими корректировками формальных соотношений.

Как было отмечено выше, конкретные предположения или ограничения относительно информированности АЭ на момент принятия ими решений рассматриваются в соответствующих частных задачах.

Частным случаем решения любого из АЭ является отказ от участия в АС в данном периоде выбор действия $y_i(t) = y^0$, в этом случае $\varphi_i(y^0, v(t), \rho(t), \omega(t), t)$ соответствует *резервной полезности*, зависящей от времени и предыдущих значений действий $y(\cdot)$, опыта $v(\cdot)$, характеристик ПЭ $\rho(\cdot)$ и ФН $\omega(\cdot)$, аналогично множеству возможных действий.

При всех остальных решениях $y_i(t) \neq y^0$ АЭ выполняет $j(y_i(t))$-й элемент КД, следуя технологии.

3.5. ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ АЭ

После выбора действия в периоде t i-й АЭ сталкивается с k-м состоянием ФН, т.е. $\omega_l(t) = 1$, и между l и парой $\langle i; k \rangle$ существует взаимно однозначное соответствие $l = (i - 1)\,K + k$ (по определению вектора $\omega(t)$).

Предположим, что состояние ПЭ эволюционирует под воздействием выполнения КД каждым из АЭ в зависимости от состояния ПЭ $\rho(t)$, выбранных действий $y(t)$, опыта $v(t)$ и значений ФН $\omega(t)$, и эта зависимость описывается *агрегированной технологической функцией всей АС* $R(\cdot)$:

$$(2)\quad \rho(t+1) = R(\rho(t), y(t), v(t), \omega(t), t) = \\ = (R_1(\cdot), \ldots, R_m(\rho(t), y(t), v(t), \omega(t), t), \ldots, R_M(\cdot))^{\mathrm{T}},$$

где $R_m(\rho(t), y(t), v(t), \omega(t), t)$ – известные функции.

То есть $\rho(t + 1)$, образно говоря, является «результатом КД всех АЭ в течение периода t».

Обозначим множество возможных значений вектора $\rho(t)$ после каждого периода t через $\Xi(t)$.

Вектор-функция $R(\cdot)$ задаёт отображение $\Xi(t) \times A(\cdot) \times V \times \Omega \to \Xi(t + 1)$, тогда для каждого значения вектора $\rho(t + 1)$ существует его прообраз на $\Xi(t) \times A(\cdot) \times V \times \Omega$ – произведении множеств возможных значений аргументов вектор-функции $R(\cdot)$, будем обозначать прообраз как $R^{-1}(\cdot)$, т.е.

(3) $$R^{-1}(\rho, t+1) = \{s \in \Xi(t), y \in A(\cdot), v \in V, \omega \in \Omega \mid R(s, y, v, \omega, t) = \rho\}.$$

На основании введённых выше вероятностных моделей ФН и выполнения КД, а также модели динамики ПЭ (2)–(3), запишем рекуррентное соотношение для распределения вероятностей состояний ПЭ:

(4) $$q^*(s, t + 1) = \sum_{\{\rho;\, y(t);\, v;\, \omega\} \in R^{-1}(s;t+1)} p_\omega(t)\pi(v, q(t))q^*(\rho, t) =$$

$$= Q^*(y(t), q(t), q^*(\rho, t)),$$

где суммирование выполняется по прообразу s – всем наборам $\{\rho; y(t); v; \omega\} \in R^{-1}(s, t + 1)$, $\pi(v, q)$ – вероятность того, что бинарный набор примет значение v, когда вероятности освоения равны q, и

$$\pi(v, q) = \prod_{\substack{\alpha=1...n;\ \beta=1...J;\\ \gamma=1...K}} (v_{\alpha\beta\gamma} q_{\alpha\beta\gamma} + (1 - v_{\alpha\beta\gamma})(1 - q_{\alpha\beta\gamma})).$$

Фактически (4) определяет оператор $Q^*(\cdot)$, переводящий распределение $q^*(\rho, t)$ в $q^*(s, t + 1)$, параметрами которого являются выбор АЭ $y(t)$ и их опыт $q(t)$, т.е. $q^*(s, t + 1) = Q^*(y(t), q(t), q^*(\rho, t), t)$.

Задаваемая таким образом закономерность эволюции ПЭ содержательно отражает и расходование ресурсов, и их создание/накопление, и другие эффекты, в том числе их уничтожение, если моделируется конфликт АЭ.

3.6. ФОРМИРОВАНИЕ ОПЫТА – СОЗДАНИЕ И ОСВОЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ

Предположим, что одновременно и независимо (в вероятностном смысле) от успешности выполнения КД в течение периода t каждый i-й АЭ формирует опыт – создаёт/осваивает или утрачивает/забывает технологии, при различных значениях ФН.

Освоение и забывание технологий различных элементов КД происходит независимо (в вероятностном смысле) и друг от друга, и от успешности выполнения КД:

- для технологии любого j-го элемента КД, неосвоенного при k-м значении ФН ($v_{ijk}(t) = 0$) происходит освоение ($v_{ijk}(t + 1) = 1$) с вероятностью $0 \leq w_{ijk}(y(t), \rho(t), \{v(\cdot)| t - \tau; t\}, \omega(t)) \leq 1$, зависящей в общем случае от действий АЭ, состояния ПЭ, от времени и от текущего $v(t)$ и τ предыдущих состояний опыта АЭ, а с вероятностью $1 - w_{ijk}(\cdot)$ освоение не происходит ($v_{ijk}(t + 1) = 0$);
- для технологии любого j-го элемента КД, освоенного при k-м значении ФН ($v_{ijk}(t) = 1$), происходит забывание ($v_{ijk}(t + 1) = 0$) с вероятностью $0 \leq u_{ijk}(y(t), \rho(t), \{v(\cdot)| t - \tau; t\}, \omega(t)) \leq 1$, зависящей в общем случае от действий АЭ, состояния ПЭ, от времени и от текущего $v(t)$ и τ предыдущих состояний опыта АЭ, а с вероятностью $1 - u_{ijk}(\cdot)$ забывание не происходит ($v_{ijk}(t + 1) = 1$).

Семантика рассматриваемой модели отражает возможность освоения активным элементом технологии, передачи опыта от одних элементов другим, забывание и/или устаревание опыта, в том числе благодаря эволюции внешней среды и повторной адаптации АС к изменениям внешней среды.

При этом процесс освоения – забывания технологии для каждого состояния ФН каждым АЭ предполагается бинарным (состояния = <освоено | не освоено>) и случайным, что отражает неопределённость процесса освоения – забывания. Сами факты освоения – забывания для разных АЭ и разных состояний ФН происходят независимо друг от друга. Предполагается, что в течение одного периода не может происходить более одного события – освоения или забывания. Вместе с тем зависимости вероятностей освоения и забывания от текущих и предыдущих характеристик опыта всех АЭ в составе АС позволяют отражать достаточно сложные закономерности поведения АС. Например, наблюдая одно состояние ФН, АЭ может в общем случае освоить (за счет передачи ему опыта другими АЭ) технологию деятельности, соответствующую другому состоянию ФН.

Запишем уравнения эволюции $q_{ijk}(\cdot)$ вероятностей освоения и математических ожиданий уровней освоения опыта/технологии, используя формулу полной вероятности:

$$q_{ijk}(t+1) = \Pr(v_{ijk}(t+1) = 1 \mid v_{ijk}(t) = 0)\ \Pr(v_{ijk}(t) = 0) + \Pr(v_{ijk}(t+1) = \\ = 1 \mid v_{ijk}(t) = 1)\ \Pr(v_{ijk}(t) = 1) = \\ = W_{ijk}(y(t), q(t))\,(1 - q_{ijk}(t)) + (1 - U_{ijk}(y(t), q(t)))\,q_{ijk}(t) = \\ = W_{ijk}(y(t), q(t)) + [1 - W_{ijk}(y(t), q(t)) - U_{ijk}(y(t), q(t))]\,q_{ijk}(t),$$

где функции $W_{ijk}(\cdot)$ и $U_{ijk}(\cdot)$ имеют смысл вероятностей $w_{ijk}(\cdot)$ освоения и $u_{ijk}(\cdot)$ забывания, усреднённых по состояниям ФН с учётом их вероятностей $p_\omega(t)$ и вероятностей состояний АЭ и ПЭ в текущий и предыдущие периоды, т.е.

(5) $q_{ijk}(t+1) = W_{ijk}(y(t), q(t)) + [1 - W_{ijk}(y(t), q(t)) - U_{ijk}(y(t), q(t))]\,q_{ijk}(t)$,

или в разностной форме

$$\Delta q_{ijk}(t+1) = W_{ijk}(y(t), q(t)) - [W_{ijk}(y(t), q(t)) + U_{ijk}(y(t), q(t))]\,q_{ijk}(t),$$

где

(6) $W_{ijk}(y(t), q(t)) =$

$$= \sum_{\substack{z(t),\ldots z(t-\tau)\in X \\ z_{ijk}(t)=0}} \sum_{\omega\in\Omega} \sum_{\rho\in\Xi(t)} w_{ijk}\left(y(t), \rho, \{z(\cdot)\,|\,t-\tau;\ t\}, \omega\right) q^*(\rho, t)\ p_\omega(t)\ \pi\left(\{z(\cdot), q(\cdot)\,|\,t-\tau;\ t\}, <ijkt>^-\right),$$

(7) $U_{ijk}(y(t), q(t)) =$

$$= \sum_{\substack{z(t),\ldots z(t-\tau)\in X \\ z_{ijk}(t)=1}} \sum_{\omega\in\Omega} \sum_{\rho\in\Xi(t)} u_{ijk}\left(y(t), \rho, \{z(\cdot)\,|\,t-\tau;\ t\}, \omega\right) q^*(\rho, t)\ p_\omega(t)\ \pi\left(\{z(\cdot), q(\cdot)\,|\,t-\tau;\ t\}, <ijkt>^-\right),$$

где $\pi(\{z(\cdot), q(\cdot)|t-\tau;\ t)\}, <ijkt>^-)$ – условные вероятности того, что наборы бинарных элементов после периодов $\{t-\tau;\ t\}$ принимали значения $z(\cdot)$ а вероятности освоения были равны $q(\cdot)$ при условии, что элемент $z_{ijk}(t)$ после t-го периода принял конкретное известное значение. Вероятности $\pi(\cdot)$ вычисляются по формуле (8), где произведение берётся по всем кортежам $<\alpha;\ \beta;\ \gamma;\ s>$ кроме кортежа $<\alpha;\ \beta;\ \gamma;\ s> = <i;\ j;\ k;\ t>$.

(8) $\pi\left(\{z(\cdot), q(\cdot)\,|\,t-\tau;\ t\}, <ijkt>^-\right) =$

$$= \prod_{\substack{\alpha=1\ldots N(t);\ \beta=1\ldots I; \\ \gamma=1\ldots K;\ s=t-\tau\ldots t \\ <\alpha;\beta;\gamma;s>\neq<i;j;k;t>}} \left(z_{\alpha\beta\gamma}(s)\ q_{\alpha\beta\gamma}(s) + (1 - z_{\alpha\beta\gamma}(s))\,(1 - q_{\alpha\beta\gamma}(s))\right).$$

Таким образом, выражения (5)–(8) определяют оператор $Q(\cdot)$, переводящий характеристики опыта $q(t)$ в $q(t+1)$, параметрами которого являются выбранные действия АЭ $y(t)$ и распределение характеристик ПЭ $q(t)$, т.е. $q(t+1) = Q(y(t), q(t), q^*(\rho, t))$.

Объединяя (4) и (5)–(8), будем говорить, что $Q^*(\cdot)$ и $Q(\cdot)$ совместно задают оператор $\{Q^*(y(t), q(t), q^*(\rho, t), t), Q(y(t), q(t), q^*(\rho, t), t)\}$, характеризующий эволюцию АС в терминах опыта и действий активных элементов, а также характеристик пассивных элементов.

3.7. ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЗАДАЧА

Соотношения (4)–(8) описывают эволюцию распределений вероятностей характеристик опыта активных элементов и характеристик пассивных элементов в зависимости от принимаемых каждым активным элементом решений (выбираемых действий) $y(t)$. Целевые функции каждого АЭ на множестве возможных действий АЭ и характеристик ПЭ заданы (1). Это позволяет рекуррентно вычислять математические ожидания целевых функций (1) каждого из АЭ при заданных начальных значениях v_0 и ρ_0 процессов $v(t)$ и $\rho(t)$ (или их начальных распределениях вероятностей $q(0)$ и $q^*(r, 0)$):

(9) $\Phi^*_i(\{y(\cdot) \mid 1; t\}) = E\{\Phi_i(\{y(\cdot), v(\cdot), \rho(\cdot), \omega(\cdot) \mid 1; t\})] =$

$$\sum_{\tau=1}^{t} \delta_i(\tau) E\left[\varphi_i(y(\tau), v(\tau), \rho(\tau), \omega(\tau), \tau)\right],$$

где

$$E[\varphi_i(y(\tau), v(\tau), \rho(\tau), \omega(\tau), \tau)] =$$
$$= \sum_{v\in V;\, \rho\in\Xi(\tau);\, \omega\in\Omega} \varphi_i(y(\tau), v, \rho, \omega, \tau)\; p_\omega(\tau)\; q^*(\rho,\tau)\; \pi(v, q(\tau)),$$

а распределение $q^*(s, t)$ и вероятности освоения $q_j(t)$ описываются (4) и (5).

Соотношения (9) (вместе с (4)–(8)) позволяют формулировать и решать в различных постановках многошаговую задачу следующего вида:

(10) $\Phi^*_i(\{y(\cdot) \mid 1; t\}) =$

$$= \sum_{\tau=1}^{t} \delta_i(\tau) \sum_{v\in V;\, \rho\in\Xi(\tau);\, \omega\in\Omega} \varphi_i(y(\tau), v, \rho, \omega, \tau)\; p_\omega(\tau)\; q^*(\rho,\tau)\; \pi(v, q(\tau)) \to \max_{\{y(\cdot)|1;t\}}$$

при

$$q(t + 1) = Q(y(t), q(t), q^*(\rho, t));$$
$$q^*(s, t + 1) = Q^*(y(t), q(t), q^*(\rho, t)).$$

Задача (10) является многокритериальной ($i = 1, \ldots, n$), поэтому необходимо доопределить, что понимается под её решением. Возможны различные варианты – поиск Парето-оптимальной траектории действий АЭ, нахождение равновесия их игры того или иного типа и т.д. Некоторые из этих вариантов рассматриваются ниже.

Частным случаем общей модели является ситуация, когда в качестве вектора характеристик ПЭ ρ берется вектор (z, r, d), компонентами которого являются результат деятельности z, состояние АЭ r и характеристики ресурсов d. Опять же, частным случаем будут уравнения динамики этих факторов (ср. с выражением (2)):

(11) $z(t + 1) = R_z(y(t), v(t), z(t), r(t), d(t), \omega(t), t)$,

(12) $r(t + 1) = R_r(y(t), v(t), z(t), r(t), d(t), \omega(t), t)$,

(13) $d(t + 1) = R_d(y(t), v(t), z(t), r(t), d(t), \omega(t), t)$.

Рис. 4 при этом примет вид, приведенный на рис. 5.

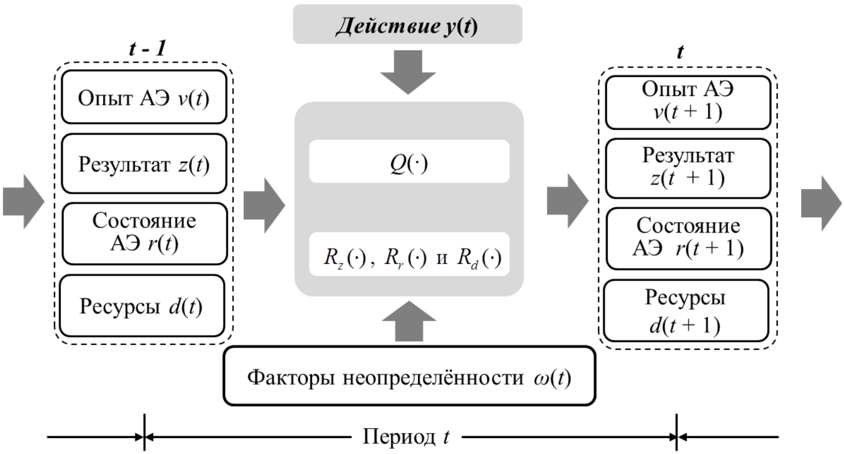

Рис. 5. Функционирование АС в терминах факторов рис. 3

Конкретные модели КД различаются: видом целевых функций и моделей опыта АЭ, а также конкретизацией компонентов $R_z(\cdot)$, $R_r(\cdot)$ и $R_d(\cdot)$ технологической функции, фигурирующих в выражениях (11)–(13).

Описанная в настоящем разделе модель является максимально общей (М31 в соответствии с таблицей 2), т.е. содержит минимум предположений минимум, но и не позволяет получить аналитических и/или конструктивных выводов. Но зато все остальные 30 моделей (см. таблицу 2) являются ее частными случаями. Многие из этих моделей рассматриваются в книге [4].

Рассмотрим несколько примеров, соответствующих, с одной стороны, модели М1, а с другой – многим распространённым в теории игр, теории принятия решений и ТУОС моделям.

4. Примеры

Пример 1 (СЭД с одним недальновидным субъектом). Используя введённый выше формализм, опишем реализацию жизненного цикла структурного элемента КД (СЭД), представленного в разделе 5.2 и таблице 10 работы [3].

Рассмотрим активную систему, состоящую из единственного АЭ ($n = 1$), играющего роль *субъекта КД* (в рамках данного примера индекс, указывающий номер АЭ, будем опускать, если это не приводит к неоднозначности).

АЭ может выбирать и выполнять один из J элементов КД, для каждого из которых существует известная АЭ *технология*. Будем считать, что АЭ *недальновиден*, т.е. его распределение дальновидностей имеет вид $\delta(1) = 1$ и $\delta(t) = 0 \ \forall \ t > 1$, соответственно его целевая функция равна

$$\Phi^*(y(t)) = E\{\Phi(y(t), v(t), \rho(t), \omega(t))] = E\{\varphi(y(t), v(t), \rho(t), \omega(t), t)].$$

Опишем выбор и реализацию КД в произвольном периоде t.

Пусть после предыдущего периода $t - 1$ характеристики ПЭ и опыт АЭ приняли значения $\rho_0 = \rho(t - 1)$ и $v_0 = v(t - 1)$ соответственно.

Предположим, что АЭ как субъект будущей КД зафиксировал спрос и осознал потребность (стадия I таблицы 10 [3]). Формализуем осознанную потребность и сформулированные *цели* как индикаторную функцию $\psi(\rho_0, y, v_0, \omega_0, t, \Psi)$, принимающую значение 1, если $R(\rho, y, v, \omega, t) \in \Psi$, и значение 0, если $R(\rho, y, v, \omega, t) \notin \Psi$, где Ψ – некоторое *целевое множество* Ψ значений характеристик ПЭ. В частном случае – если единственной целью АЭ является максимизация полезности – можно выбрать $\Psi = \Xi(t)$.

Тогда целеполагание и структурирование целей и задач, а также формирование технологии (стадии II и III таблицы 10 работы [3]) будут заключаться в выборе действия $y(t)$, которое наиболее выгодно АЭ – максимизирует его целевую функцию (совпадающую с функцией полезности в одношаговой задаче) на целевом множестве. Действие $y(t)$ является решением относительно y оптимизационной задачи

(14) $$y(t)=\arg\max_{y\in A}\{\sum_{\omega\in\Omega}\varphi(y,\, v_0,\, \rho_0,\, \omega,\, t)\,\psi(\rho_0,\, y,\, v_0,\, \omega,\, t,\, \Psi)p_\omega(t)\}.$$

Выбор действия (14) и реализация значения ФН приводит к результату $\rho(t)$, что соответствует стадии IV таблицы 10 [3].

Стадия V – Оценивание результата и рефлексия, таблицы 10 [3] – заключается в сопоставлении и анализе $y(t)$, $\rho(t)$ и Ψ.

В частном случае, когда неопределённость отсутствует и значение ω_0 ФН в следующем периоде известно, результат КД детерминирован действием, а цель сводится к максимизации функции полезности, получаем следующую простейшую модель рационального поведения:

(15) $$y(t) = \arg\max_{y\in A}\ \{\varphi(y,\, v_0,\, \rho_0,\, \omega_0,\, t,\, \Psi)\ \ \psi(\rho_0,\, y,\, v_0,\, \omega_0,\, t,\, \Psi)\}.\ \bullet$$

Пример 2 (игра в нормальной форме). Покажем, что игра в нормальной форме является частным случаем описанной выше общей модели функционирования активной системы.

Рассмотрим АС, состоящую из n АЭ, которые могут выбирать и выполнять один из J элементов КД, для каждого из которых существует известная АЭ технология. Предположим, что АЭ осуществляют выбор своих действий однократно, одновременно и независимо друг от друга.

Будем считать, что все АЭ недальновидны, тогда их целевые функции в периоде t равны

$$\Phi_i^*(y(t)) = E[\Phi_i(y(t),\, v(t),\, \rho(t),\, \omega(t))] =$$
$$= E[\varphi_i(y(t),\, v(t),\, \rho(t),\, \omega(t),\, t)],\ i \in N.$$

Пусть после очередного периода $t-1$ характеристики ПЭ и опыт АЭ приняли значения $\rho_0 = \rho(t-1)$ и $v_0 = v(t-1)$ соответственно, а значение ω_0 ФН в периоде t известно.

Предположим, что каждый из АЭ зафиксировал спрос и осознал потребность в результатах КД, отражённые, как и в предыдущем примере, индикаторными функциями предпочтения $\psi_i(\rho_0, y, v_0, \omega_0, t, \Psi_i)$, тогда целевые функции АЭ примут вид $\varphi_i(y, v_0, \rho_0, \omega_0, t)\ \psi_i(\rho_0, y, v_0, \omega_0, t, \Psi_i)$.

Таким образом, в периоде t имеем:

- множество *игроков* (активных элементов) $N = \{1, \ldots, n\}$;
- множества их допустимых действий $y_i \in A_i$, $i \in N$;
- целевые функции игроков

$\varphi_i(y, v_0, \rho_0, \omega_0, t)\ \psi_i(\rho_0, y, v_0, \omega_0, t, \Psi_i)$, $i \in N$.

Данная совокупность (совместно с предположением, что она является общим знанием среди игроков – АЭ) задаёт *игру в нормальной форме*, разыгрываемую недальновидными АЭ в периоде t. Дальше на основе этой игры в нормальной форме можно конструировать соответствующие повторяющиеся и динамические игры. •

Пример 3 (иерархическая игра Г$_1$). Трансформируем игру в нормальной форме в *иерархическую игру* типа Г$_1$ [11]: пусть в активная система из примера 2 состоит из двух АЭ. Активный элемент с номером 1 будем называть *центром*, с номером 2 – агентом, АС функционирует в течение двух последовательных периодов. Кроме того, множество возможных действий агента в первом периоде состоит из единственного элемента – действия, которое условно назовём «ожидание», обозначим такое множество $A^w = \{y^w\}$, а множество возможных действий центра во втором периоде также имеет вид A^w, центр и агент знают это условие. Распределение дальновидностей агента и центра одинаковы и равны $\delta(1) = 0$, $\delta(2) = 1$ и $\delta(t) = 0\ \forall\ t > 2$.

АС функционирует следующим образом:

- в первом периоде центр выбирает некоторое действие $y_1 \in A_1$ по своему усмотрению, действие агента безальтернативно и равно y^w, характеристики ПЭ изменяются как $\rho(t) = R(\rho_0, (y_1; y^w), v_0, \omega_0\ t)$;
- во втором периоде действие центра детерминировано y^w, а агент выбирает некоторое выгодное для себя действие $y_2 \in A_2$, что позволяет записать выражение для целевых функций агента и центра

$$\Phi^*_i(\{y(\cdot) \mid 1; 2\}) = \varphi_i((y^w; y_2), v_0, R(\rho_0, (y_1; y^w), v_0, \omega_0\ t), \omega_0, t).$$

Данная совокупность (совместно с предположением, что она является общим знанием среди игроков – АЭ) задаёт *иерархическую игру* типа Γ_1. •

Пример 4 (иерархическая игра Γ_2). Построим теперь *иерархическую игру* типа Γ_2, как гарантирующую управляющему органу максимальный выигрыш среди всех иерархических игр [11]. Пусть в АС из примера 3 игра развивается в течение трёх периодов, множества возможных действий агента в первом и третьем периодах, а центра во втором равны A^w, центр и агент знают это условие, их распределения дальновидностей одинаковы и равны $\delta(1) = 0$, $\delta(2) = 0$, $\delta(3) = 1$ и $\delta(t) = 0\ \forall\ t > 3$.

АС функционирует следующим образом:

- в первом периоде центр формирует стратегию – функцию $\sigma_1(y_2)$, $\sigma_1(\cdot)$: $A_2 \to A_1$, отображающую множество допустимых действий агента во множество допустимых действий центра, действие агента безальтернативно и равно y^w, выбор стратегии, как и действие y^w, никак не сказываются на характеристиках ПЭ, поэтому они не изменяются;
- во втором периоде действие центра детерминировано y^w, а агент выбирает некоторое выгодное для себя действие $y_2 \in A_2$, характеристики ПЭ изменяются согласно $\rho(t + 1) = = R(\rho_0, (y^w; y_2), v_0, \omega_0\ t)$;
- в третьем периоде действие центра задано функцией $\sigma_1(y_2)$, а действие агента – y^w, что позволяет записать выражение для целевых функций агента и центра $\Phi^*_i(\{y(\cdot) \mid 1; 3\}) = \varphi_i((\sigma_1(y_2); y^w), v_0, R(\rho_0, (y^w; y_2), v_0, \omega_0\ t), \omega_0, t)$.

Данная совокупность (совместно с предположением, что она является общим знанием среди игроков – АЭ) задаёт *иерархическую игру* типа Γ_2. •

Пример 5 (совокупность СЭДов с многими субъектами).

Комплексная деятельность, её субъект, технология и предмет, как правило, характеризуются иерархическими, фрактальными отношениями между элементами. Представленная выше общая модель АС в силу минимальности предположения о свойствах введённых функций, множеств их значений и множеств аргументов позволяет учесть фрактальность/иерархии КД.

Следуя идеям [2, 7] и опираясь на рассмотренные выше примеры иерархических игр, рассмотрим АС из примеров 2–4, на множестве АЭ которой задано несколько многоуровневых иерархий активных подсистем – АС, включающих АЭ и ПЭ. Предполагаем, каждая из иерархий

- является многоэлементной АС, с одним центром, с ограничениями на совместную КД в форме технологии КД, динамическая [2];
- выполняет КД и накапливает опыт и делает это статистически независимо от других;
- связана с другими иерархиями через единую совокупность ПЭ (см. рис. 6).

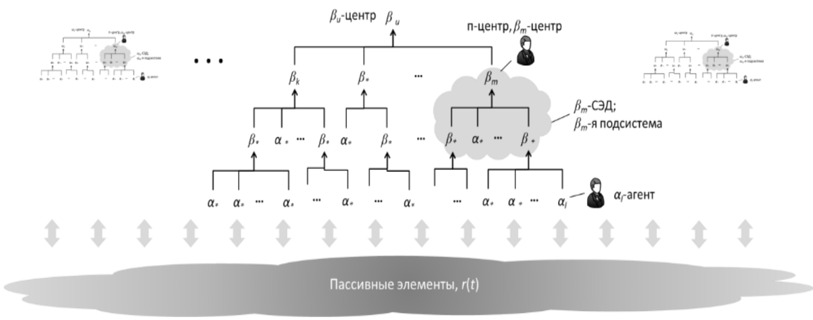

Рис. 6. Иерархии целей и активных элементов (агентов и промежуточных центров)

Иерархическая структура такой многоуровневой АС [2] задаётся иерархиями целей комплексной деятельности, осуществляемой АС (см. рис. 6). Некоторые из целей КД не допускают или не требуют дальнейшей декомпозиции, обозначим их множество как $A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_l\}$, $l \geq 2$. Такие цели α_i достигаются элементарными операциями, активные элементы (АЭ), реализующие элементарные операции, будем называть агентами (ссылаясь на конкретный экземпляр как на α_i-агент). Для достижения всех остальных целей (их множество будем обозначать $B = \{\beta_1, \ldots, \beta_m\}$, $m \geq 2$) формируются СЭДы, представляемые также в форме АС. Субъектов СЭДов, выступающих в роли центров таких АС (β_i-подсистем), будем называть, следуя [2], промежуточными центрами, п-центрами или β_i-центрами. Согласно МКД агенты выполняют собственно целевую комплексную деятельность, в то время как п-центры осуществляют управление (включая организацию) КД – формируют СЭДы и реализуют их жизненные циклы, следуя «универсальному алгоритму управления» – процессной модели (раздел 2.1 работы [3]).

Примеры 3 и 4 могут быть распространены на данную АС следующим образом.

Пусть D максимальная глубина всех иерархий в АС (максимальная по всем α_i-агентам длина пути от вершины, соответствующей α_i-агенту, до корневой вершины, в примере 2 $D = 0$, в примерах 3 и 4 $D = 1$). Реализации иерархической игры типа Γ_1, пример 3, отвечает следующее функционирование АС:

- в первых D периодах п-центры последовательно, начиная с вышестоящих, выбирают действия $y_{\beta_i} \in A_{\beta_i}$ в цикле по d от 0 до $D - 1$ поочерёдно, причём делают это те β_i-центры, длина пути от которых до корня иерархии равна d, действия агентов и остальных п-центров безальтернативны и равны y^w;
- в $(D + 1)$-м периоде действия всех п-центров детерминированы y^w, а агенты выбирают некоторые выгодные для себя действия $y_{\alpha_i} \in A_{\alpha_i}$, что позволяет записать выражение для целевых функций агентов и п-центров аналогично примеру 3.

Примеру 4 (иерархическая игра типа Γ_2) соответствует следующий механизм:

- в первых D периодах п-центры последовательно, начиная с вышестоящих, формируют стратегии в цикле по d от 0 до $D - 1$: поочерёдно формирует стратегии – функции, отображающие множество допустимых действий подчинённых им агентов и п-центров во множество допустимых действий β_i-центров, причём делают это только п-центры, длина пути от которых до корня иерархии равна d, действия агентов и остальных п-центров безальтернативны и равны y^w;

- в $(D + 1)$-м периоде действия всех п-центров детерминированы y^w, а агента выбирают некоторые выгодные для себя действия $y_2 \in A_2$;
- в периодах с $D + 2$ по $2D + 1$ в цикле по d, меняющегося от $D - 1$ до 0, действия п-центров, расстояние которых до корневых вершин иерархий равно d, задано выбранными ранее стратегиями, а действие агентов и остальных п-центров – y^w, что позволяет записать выражение для целевых функций агентов и п-центров аналогично примеру 4. •

Таким образом, общая модель деятельности включает как частные случаи базовые модели принятия решений и теории игр, правда, быть может, делая это несколько более громоздко, чем последние. Но зато она позволяет охватить и разнообразное множество других явлений и эффектов – см. основывающиеся на ней модели деятельности в [4].

5. Заключение

Общая модель деятельности, рассмотренная в третьем разделе, охватывает описание совместной деятельности нескольких АЭ. Параметрами этой модели являются:

– множество АЭ N;

– множества $\{A_i\}$ допустимых действий АЭ, $i \in N$;

– распределение $p_\omega(t)$ вероятностей комплексных факторов неопределенности;

– функции полезности АЭ $\{\varphi_i(y(t), v(t), \rho(t), \omega(t), t), i \in N\}$ и распределения $\{\delta_i(t),\ i \in N\}$ их дальновидностей;

– технологические функции $\{R_m(\rho(t), y(t), v(t), \omega(t), t), m = 1, \ldots, M\}$.

«Входами» базовой модели являются:

– начальный момент времени t^0 (выше он для простоты считался нулевым);

– продолжительность (число периодов) функционирования T;

– начальные значения характеристик опыта $v(t^0)$ активных элементов;

– начальные значения характеристик $r(t^0)$ пассивных элементов.

«Выходами» базовой модели являются уравнения динамики:

– характеристик пассивных элементов (2)–(4), (11)–(13);

– характеристик опыта (5)–(8) активных элементов;

– действий активных элементов (10).

Базовая модель охватывает как частные случаи:

– модель простейшего структурного элемента деятельности [3], состоящего из единственной элементарной операции;

– принятие индивидуальных решений в условиях вероятностной неопределенности (см. пример 1);

– теоретико-игровое некооперативное взаимодействие АЭ (см. пример 2);

– модели формирования и освоения опыта (см. статью [5]);

– модели совместной динамики внешних и внутренних компонент деятельности (см. статью [16]).

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется построение и систематическое исследование моделей М1–М30 (см. таблицу 2), часть из которых рассмотрена в [4].

Литература

1. БАРКАЛОВ С.А., ВОРОПАЕВ В.И., СЕКЛЕТОВА Г.И. и др. *Математические основы управления проектами* / Под ред. В.Н. Буркова. – М.: Высшая школа, 2005. – 423 с.
2. БЕЛОВ М.В. *Согласованное управление многоэлементными динамическими организационными системами* // Проблемы управления. – 2020. – Ч. 1.: №1. – С. 39–47; Ч. 2: №2. – С. 36–46.
3. БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Методология комплексной деятельности*. – М.: Ленанд, 2018. – 320 с.
4. БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Модели деятельности*. – М.: Ленанд, 2021.
5. БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Модели опыта* // Проблемы управления. – 2021. – №1. – С. 43–60.
6. БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Модели технологий*. – М.: Ленанд, 2018. – 157 с.
7. БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. *Управление жизненными циклами организационно-технических систем*. – М.: Ленанд, 2020. – 384 с.

8. БУРКОВ В.Н. *Основы математической теории активных систем*. – М.: Наука, 1977. – 255 с.
9. БУРКОВ В.Н., КОНДРАТЬЕВ В.В. *Механизмы функционирования организационных систем*. – М.: Наука,1981. – 384 с.
10. БУРКОВ В.Н., ГОРГИДЗЕ И.А., ЛОВЕЦКИЙ С.Е. *Прикладные задачи теории графов*. – Тбилиси: ВЦ АН ГССР, 1974. – 232 с.
11. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Игры с непротивоположными интересами*. – М.: Наука, 1976. – 327 с.
12. ГОРБАНЬ А.Н., ХЛЕБОПРОС Р.Г. *Демон Дарвина. Идея оптимальности и естественный отбор*. – М.: Физматлит, 1988. – 208 с.
13. ЕМЕЛЬЯНОВ В.В., КУРЕЙЧИК В.В., КУРЕЙЧИК В.М. *Теория и практика эволюционного моделирования*. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.
14. НОВИКОВ А.М., НОВИКОВ Д.А. *Методология*. – М.: СИНТЕГ, 2007. – 668 с.
15. НОВИКОВ Д.А. *Математические модели формирования и функционирования команд*. – М.: Физматлит, 2012. – 186 с.
16. НОВИКОВ Д.А. *Модели динамики психических и поведенческих компонент деятельности в коллективном принятии решений* // Управление большими системами. – 2020. – №85. – С. 206–237.
17. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. 3-е изд. – М.: Физматлит, 2012. – 604 с.
18. НОВИКОВ Д.А. *Управление, деятельность, личность*. – М.: ИПУ РАН, 2020. – 80 с.
19. ОЖЕГОВ С.И. *Словарь русского языка*. 23-е изд. – М.: Русский язык, 1991. – 917 с.
20. ПЛАТОНОВ К.К. *Краткий словарь системы психологических понятий*. – М.: Высшая школа, 1984. – 174 с.
21. ПОЛЯК Б.Т., РАПОПОРТ Л.Б., ХЛЕБНИКОВ М.В. *Математическая теория автоматического управления*. – М.: Ленанд, 2019. – 504 с.
22. *Теория управления (дополнительные главы)*. – М.: Ленанд, 2019. – 552 с.

23. BECKER G. *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*. 3rd ed. – Chicago and London: The University of Chicago Press, 1993. – 412 p.
24. BURKOV V. et al. *Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations*. – New York: Nova Science Publishers, 2013. – 163 p.
25. BREER V., NOVIKOV D., ROGATKIN A. *Mob Control: Models of Threshold Collective Behavior*. – Heidelberg: Springer, 2017. – 159 p.
26. CHKHARTISHVILI A., GUBANOV D., NOVIKOV D. *Social Networks: Models of Information Influence, Control and Confrontation*. – Heidelberg: Springer, 2019. – 194 p.
27. FEIST J., FEIST G. *Theories of Personality*. 9th ed. – N.Y.: McGraw-Hill Education, 2017. – 672 p.
28. HUNTER J., DANES J., COHEN S. *Mathematical Models of Attitude Change*. – Orlando: Academic Press, 1984. – 339 p.
29. LAFFONT G., MARTIMORT D. *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*. – Princeton: Princeton University Press, 2001. – 421 p.
30. NOVIKOV D. *Regularities of Iterative Learning*. – Moscow: ICS RAS, 2019. – 67 p.
31. SALANIE B. *The Economics of Contracts*. – Cambridge: MIT Press, 2005. – 224 p.
32. SCHULTZ D., SCHULTZ S. *Theories of Personality*. 11th ed. – Boston: Cengage Learning, 2016. – 512 p.

CLASSIFICATION OF MATHEMATICAL MODELS OF ACTIVITY

Mikhail Belov, SkolThech, Moscow, Doctor of Science (mbelov59@mail.ru).

Dmitry Novikov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (novikov@ipu.ru).

Abstract: Within the framework of the systemic model of activity, the minimum complete set of measurable factors describing it is proposed: action, result of activity (state of the subject of activity), internal state of the subject of activity, his experience and resources used. A system of classifications of mathematical models of activity, taking into account various combinations of these factors, has been intro-

duced. A general model describing the relationship between them is considered. It is shown that particular cases of the general model are the well-known decision-making models, models of mastering individual and collective experience, as well as models of joint dynamics of behavioral and mental components of activity, which are basic for the theory of management of organizational systems.

Keywords: activity, technology, experience, model of activity.

УДК 519.21;519.714.3;681.518
ББК 22.18
DOI: 10.25728/ubs.2021.91.1

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Г.А. Угольницким.

Поступила в редакцию 16.05.2021.
Опубликована 31.05.2021.