

РОБАСТНОЕ СЕТЕВОЕ УПРАВЛЕНИЕ С ИТЕРАТИВНЫМ ОБУЧЕНИЕМ СИСТЕМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ КОНФИГУРАЦИИ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ¹

Копосов А. С.²

(Арзамасский политехнический институт (филиал)
Нижегородского государственного технического
университета им. Р.Е. Алексеева, Арзамас)

Рассматривается задача синтеза управления с итеративным обучением системой, состоящей из одинаковых подсистем (агентов), связанных информационной сетью переменной конфигурации. Агенты представляют собой дискретные линейные динамические объекты с аффинными моделями неопределенностей, работающие в повторяющемся режиме. Каждый объект находится под действием случайных возмущений, а выходные переменные объектов измеряются с шумами. Конфигурации информационной сети определяют группу функционирующих агентов и характер обмена информацией между ними. Смена конфигурации происходит в соответствии с определенными внешними правилами. Синтез управления основан на дивергентном методе векторной функции Ляпунова. Приводятся результаты моделирования полученного закона управления группой манипуляторов с гибким звеном.

Ключевые слова: сетевое управление, управление с итеративным обучением, неопределенные параметры, робастное управление, стохастические системы, системы с переключениями, векторная функция Ляпунова.

1. Введение

Управление с итеративным обучением (УИО) можно классифицировать как одно из направлений интеллектуального управления. Данный метод применяется к системам, функционирующим в повторяющемся режиме, и основан на идее о том, что при многократном выполнении системой одной и той же операции точность ее работы может быть повышена за счет информации,

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 19-08-00528 а.

² Антон Сергеевич Копосов, аспирант (koposov96@yandex.ru).

полученной на предыдущих повторениях. Такой подход позволяет достичь требуемой точности при наличии параметрических неопределенностей, внешних возмущений и шумов измерений, которые могут проявляться во время фактической работы системы. УИО находит применение во многих робототехнических системах, и их активное развитие обуславливает повышенный интерес исследователей к данному методу.

В частности, УИО может эффективно применяться к сетевым системам, состоящим из одинаковых подсистем (агентов), связанных информационной сетью. В [1] рассматривалась задача сетевого УИО при наличии внешних возмущений и шумов измерений. В данной работе, в отличие от [1], дополнительно учитываются неопределенности моделей агентов и возможность изменения структуры сети, т.е. подключение и отключение агентов. Для уменьшения ошибки при изменении структуры сети предложено специальное правило переключения алгоритма УИО.

2. Синтез сетевого управления с итеративным обучением

2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим систему из N линейных систем (агентов) с неопределенными параметрами, функционирующих в повторяющемся режиме и имеющих возможность подключаться к сети и отключаться от нее. Конфигурация m сетевой системы определяет группу из N_m агентов, функционирующих в данной конфигурации. Динамика агента i , подключенного к сети в конфигурации m на повторении k , описывается следующей дискретной моделью в пространстве состояний:

$$(1) \quad x_i(k, p + 1) = A(\delta_i(p))x_i(k, p) + B(\delta_i(p))u_i(k, p) + G\omega_i(k, p),$$

$$(2) \quad y_i(k, p) = Cx_i(k, p),$$

$$(3) \quad y_{v,i}(k, p) = y_i(k, p) + v_i(k, p),$$

$$i \in J_m, J_m = \{i_1, i_2, \dots, i_{N_m}\}, k \geq 0, 0 \leq p \leq T - 1,$$

где $x_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_x}$ – вектор состояния, $u_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_u}$ – вектор управления, $\omega_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_\omega}$ – вектор шумов объекта,

$y_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – вектор выходных переменных (профиль повторения), $y_{v,i}(k, p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – вектор измеренных выходных переменных, $v_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – вектор шумов измерений, \mathcal{J}_m – набор номеров агентов, доступных в конфигурации m , $T < \infty$ – продолжительность повторения. Граничные условия $x_i(k, 0)$ и $u_i(0, p)$ будем считать известными.

Модель неопределенностей задается в виде

$$(4) \quad A(\delta_i(p)) = A + A_a(\delta_i(p)) = A + \sum_{n=1}^l \delta_{i,n}(p)A_n,$$

$$(5) \quad B(\delta_i(p)) = B + B_a(\delta_i(p)) = B + \sum_{n=1}^l \delta_{i,n}(p)B_n,$$

где A и B – матрицы номинальной модели, A_n и B_n – постоянные матрицы соответствующих размеров. Множество неопределенных параметров $\delta_{i,n}(p)$ агента i определим как

$$\Delta_i = \{\delta_i = [\delta_{i,1} \quad \dots \quad \delta_{i,l}]^T: \delta_{i,n} \in [\underline{\delta}_{i,n}, \bar{\delta}_{i,n}], n = 1, 2, \dots, l\},$$

а также определим конечное множество вершин многогранника ограничений агента i

$$\Delta_{v,i} = \{\delta_i = [\delta_{i,1} \quad \dots \quad \delta_{i,l}]^T: \delta_{i,n} \in \{\underline{\delta}_{i,n}, \bar{\delta}_{i,n}\}, n = 1, 2, \dots, l\},$$

содержащее 2^l элементов.

Предполагается, что шумы объекта $\omega_i(k, p)$ и шумы измерений $v_i(k, p)$ представляют собой независимые гауссовские белые шумы с ковариационными матрицами

$$S_{\omega,i} = E[\omega_i(k, p)\omega_i^T(k, p)], S_{v,i} = E[v_i(k, p)v_i^T(k, p)],$$

где E – символ математического ожидания.

Связи между агентами в конфигурации m представим в виде направленного графа $\mathcal{G}_m = (\mathcal{J}_m, \mathcal{E}_m)$, где $\mathcal{E}_m \subseteq \mathcal{J}_m \times \mathcal{J}_m$ – ребра графа. Возможность доступа агента $j \in \mathcal{J}_m$ к выходным данным агента i задается ребром, направленным от вершины i к вершине j и обозначаемым упорядоченной парой $(i, j) \in \mathcal{E}_m$. Элементы матрицы смежности

$$D_m(\mathcal{G}_m) = \begin{bmatrix} d_{i_1 i_1} & d_{i_1 i_2} & \dots & d_{i_1 i_{N_m}} \\ d_{i_2 i_1} & d_{i_2 i_2} & \dots & d_{i_2 i_{N_m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{i_{N_m} i_1} & d_{i_{N_m} i_2} & \dots & d_{i_{N_m} i_{N_m}} \end{bmatrix}$$

задаются следующим образом: $d_{ij} > 0$, если $(j, i) \in \mathcal{E}_m$, $d_{ij} = 0$ в противном случае, $d_{ii} = 0$. В общем случае значения ненулевых

элементов отражают значимость тех или иных связей, в простейшем случае они равны единице.

Матрица Лапласа графа \mathcal{G}_m задается выражением

$$L_m(\mathcal{G}_m) = \begin{bmatrix} \sum_{j \in \mathcal{J}_m} d_{i_1 j} & -d_{i_1 i_2} & \cdots & -d_{i_1 i_{N_m}} \\ -d_{i_2 i_1} & \sum_{j \in \mathcal{J}_m} d_{i_2 j} & \cdots & -d_{i_2 i_{N_m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -d_{i_{N_m} i_1} & -d_{i_{N_m} i_2} & \cdots & \sum_{j \in \mathcal{J}_m} d_{i_{N_m} j} \end{bmatrix}.$$

Обозначим за $y_{ref}(p)$ желаемый выходной сигнал и введем ошибку обучения $e_i(k, p) = y_{ref}(p) - u_i(k, p)$. Агента, имеющего доступ к $y_{ref}(p)$, назовем лидером, а остальные – ведомыми системами. Возможность получения агентами информации о желаемом выходном сигнале задается матрицей $G_m = \text{diag}[g_{i_n}]_{n=1}^{N_m}$, где $g_i = 1$, если агенту i имеет доступ к $y_{ref}(p)$, и $g_i = 0$ в противном случае.

Задача заключается в поиске такого управления (протокола) $u_i(k, p)$, при котором среднее значение ошибки монотонно не возрастает с увеличением числа повторений:

$$(6) \quad E\|e_i(k+1, p)\| \leq E\|e_i(k, p)\|,$$

$$k \geq 0, 0 \leq p \leq T-1,$$

при этом $\lim_{k \rightarrow \infty} E\|u_i(k, p) - u_i(\infty, p)\| = 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} E[\|e_i(k, p)\|^2]$ и $\lim_{k \rightarrow \infty} E[\|u_i(k, p) - u_i(\infty, p)\|^2]$ ограничены, где $u_i(\infty, p)$ – ограниченная переменная, называемая обученным управлением.

Для оценки векторов состояния и выходного сигнала используем фильтра Калмана с номинальными параметрами

$$\hat{x}_i(k, p+1) = A\hat{x}_i(k, p) + Bu_i(k, p) + F_i[y_{v,i}(k, p) - C\hat{x}_i(k, p)],$$

$$\hat{y}_i(k, p) = C\hat{x}_i(k, p),$$

где $\hat{x}_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_x}$ – оценка вектора состояния, $\hat{y}_i(k, p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – оценка выходного сигнала, F_i – матрица усиления наблюдателя. Ошибку оценивания определим как $\tilde{x}_i(k, p) = x_i(k, p) - \hat{x}_i(k, p)$.

Закон УИО для агента i на повторении $k+1$ в случае, если он функционировал на повторении k , имеет вид

$$(7) \quad u_i(k+1, p) = u_i(k, p) + \Delta u_i(k+1, p),$$

$$i = i_1, i_2, \dots, i_{N_r},$$

где $\Delta u_i(k+1, p)$ – корректирующая добавка для агента i , которую будем формировать в виде

$$(8) \quad \Delta u_i(k+1, p) = K_{1,r}[\hat{x}_i(k+1, p) - \hat{x}_i(k, p)] + \\ + K_{2,r} \left[\sum_{j \in \mathcal{J}_{i,r}} d_{ij} \left(\hat{y}_j(k, p+1) - \hat{y}_i(k, p+1) \right) + \right. \\ \left. + g_i \left(y_{ref}(p+1) - \hat{y}_i(k, p+1) \right) \right],$$

где $K_{1,r}$ и $K_{2,r}$ – матрицы протокола в конфигурации r , $\mathcal{J}_{i,r} = \{j \in \mathcal{J}_r | (j, i) \in \mathcal{E}_r\}$ – множество агентов, информация о которых доступна агенту i в этой конфигурации.

Если агенты подключаются к сети на повторении k_s , то они получают управляющие сигналы от агентов, функционирующих на повторении $k_s - 1$, и продолжают свою работу на k_s , т.е.

$$(9) \quad u_i(k_s, p) = u_j(k_s - 1, p) + \Delta u_j(k_s, p),$$

$$i = i_{N_r+1}, i_{N_r+2}, \dots, i_{N_r+N_s}, j \in [i_1, i_{N_r}],$$

где N_s – количество подключаемых агентов на повторении k_s . Конфигурацию сетевой системы, при которой управление хотя бы одним агентом происходит согласно закону (9), будем называть переходной конфигурацией, в противном случае – стандартной конфигурацией. После переходной конфигурации происходит переключение к стандартной с учетом новых агентов.

2.2. ПОСТРОЕНИЕ 2D-МОДЕЛИ

Введем в рассмотрение векторы приращений по переменной k оценки вектора состояния и ошибки оценивания

$$\hat{\xi}_i(k+1, p+1) = \hat{x}_i(k+1, p) - \hat{x}_i(k, p),$$

$$\tilde{\xi}_i(k+1, p+1) = \tilde{x}_i(k+1, p) - \tilde{x}_i(k, p)$$

соответственно, а также ошибку обучения относительно оценки выходного сигнала $\hat{e}_i(k, p) = y_{ref}(p) - \hat{y}_i(k, p)$. Динамика исходной системы в момент подключения $k_s = k + 1$ относительно введенных векторов описывается уравнениями

$$(10) \quad \hat{\xi}_i(k+1, p+1) = A \hat{\xi}_i(k+1, p) + F_i C \tilde{\xi}_i(k+1, p) + \\ + B \Delta u_j(k+1, p-1) + F_i \Delta v_i(k+1, p-1),$$

$$(11) \quad \tilde{\xi}_i(k+1, p+1) = A_a(\delta_i) \tilde{\xi}_i(k+1, p) + \\ + (A(\delta_i) - F_i C) \tilde{\xi}_i(k+1, p) + B_a(\delta_i) \Delta u_j(k+1, p-1) + \\ + G \Delta \omega_i(k+1, p-1) - F_i \Delta v_i(k+1, p-1),$$

$$(12) \quad \hat{e}_i(k+1, p) = -C A \hat{\xi}_i(k+1, p) - C F_i C \tilde{\xi}_i(k+1, p) +$$

$$+\hat{e}_i(k, p) - CB\Delta u_j(k+1, p-1) - CF_i\Delta v_i(k+1, p-1),$$

$$i = i_{N_r+1}, i_{N_r+2}, \dots, i_{N_r+N_s}, j \in [i_1, i_{N_r}],$$

а на остальных повторениях k

$$(13) \hat{\xi}_i(k+1, p+1) = A\hat{\xi}_i(k+1, p) + F_iC\tilde{\xi}_i(k+1, p) + \\ + B\Delta u_i(k+1, p-1) + F_i\Delta v_i(k+1, p-1),$$

$$(14) \tilde{\xi}_i(k+1, p+1) = A_a(\delta_i)\tilde{\xi}_i(k+1, p) + \\ + (A(\delta_i) - F_iC)\tilde{\xi}_i(k+1, p) + B_a(\delta_i)\Delta u_i(k+1, p-1) + \\ + G\Delta\omega_i(k+1, p-1) - F_i\Delta v_i(k+1, p-1),$$

$$(15) \hat{e}_i(k+1, p) = -CA\hat{\xi}_i(k+1, p) - CF_iC\tilde{\xi}_i(k+1, p) + \\ + \hat{e}_i(k, p) - CB\Delta u_i(k+1, p-1) - CF_i\Delta v_i(k+1, p-1),$$

$$i = i_1, i_2, \dots, i_{N_r},$$

где $N_m = N_r$, если подключение новых агентов не происходит, $N_m = N_r + N_s$ в противном случае.

Обозначим

$$\eta_i(k+1, p) = [\hat{\xi}_i^T(k+1, p) \quad \tilde{\xi}_i^T(k+1, p)]^T,$$

$$\varepsilon_i(k+1, p) = \hat{e}_i(k+1, p),$$

$$v_i(k+1, p) = \Delta u_i(k+1, p-1),$$

$$\mu_i(k+1, p) = [\Delta\omega_i^T(k+1, p-1) \quad \Delta v_i^T(k+1, p-1)]^T,$$

тогда системы (10)–(12) и (13)–(15) относительно данных векторов примут вид

$$(16) \eta_i(k+1, p+1) = A_{11,i}(\delta_i)\eta_i(k+1, p) + A_{12}\varepsilon_i(k, p) + \\ + B_1(\delta_i)v_j(k+1, p) + F_{1,i}\mu_i(k+1, p),$$

$$(17) \varepsilon_i(k+1, p) = A_{21,i}\eta_i(k+1, p) + A_{22}\varepsilon_i(k, p) + \\ + B_2v_j(k+1, p) + F_{2,i}\mu_i(k+1, p),$$

$$i = i_{N_r+1}, i_{N_r+2}, \dots, i_{N_r+N_s}, j \in [i_1, i_{N_r}],$$

и

$$(18) \eta_i(k+1, p+1) = A_{11,i}(\delta_i)\eta_i(k+1, p) + A_{12}\varepsilon_i(k, p) + \\ + B_1(\delta_i)v_i(k+1, p) + F_{1,i}\mu_i(k+1, p),$$

$$(19) \varepsilon_i(k+1, p) = A_{21,i}\eta_i(k+1, p) + A_{22}\varepsilon_i(k, p) + \\ + B_2v_i(k+1, p) + F_{2,i}\mu_i(k+1, p),$$

$$i = i_1, i_2, \dots, i_{N_r},$$

соответственно, где

$$A_{11,i}(\delta_i) = \begin{bmatrix} A & F_iC \\ A_a(\delta_i) & A(\delta_i) - F_iC \end{bmatrix}, A_{12} = 0,$$

$$A_{21,i} = [-CA \quad -CF_iC], A_{22} = I_{n_y}, B_1(\delta_i) = [B^T \quad B_a^T(\delta_i)]^T, \\ B_2 = -CB, F_{1,i} = \begin{bmatrix} 0 & F_i \\ G & -F_i \end{bmatrix}, F_{2,i} = [0 \quad -CF_i].$$

Объединим системы (16)–(17) и (18)–(19) относительно векторов

$$\eta(p, k) = [\eta_{i_1}^T(p, k) \quad \dots \quad \eta_{i_{N_m}}^T(p, k)]^T, \\ \mu(p, k) = [\mu_{i_1}^T(p, k) \quad \dots \quad \mu_{i_{N_m}}^T(p, k)]^T, \\ \varepsilon(p, k) = [\varepsilon_{i_1}^T(p, k) \quad \dots \quad \varepsilon_{i_{N_m}}^T(p, k)]^T$$

с учетом (7)–(9) в следующую модель:

$$\eta(k+1, p+1) = (A_{11c,m}(\delta_{c,m}) + \\ + B_{1c,m}(\delta_{c,m})K_{1c,m}C_{0,m}H_{1c,m})\eta(k+1, p) + \\ + (A_{12c,m} + B_{1c,m}(\delta_{c,m})K_{2c,m}H_{2c,m})\varepsilon(k, p) + \\ + F_{1c,m}\mu(k+1, p), \\ \varepsilon(k+1, p) = (A_{21c,m} + B_{2c,m}K_{1c,m}C_{0,m}H_{1c,m})\eta(k+1, p) + \\ + (A_{22c,m} + B_{2c,m}K_{2c,m}H_{2c,m})\varepsilon(k, p) + F_{2c,m}\mu(k+1, p),$$

где

$$A_{11c,m}(\delta_{c,m}) = \text{diag}[A_{11,i_n}(\delta_{i_n})]_{n=1}^{N_m}, A_{12c,m} = I_{N_m} \otimes A_{12}, \\ A_{21c,m} = \text{diag}[A_{21,i_n}]_{n=1}^{N_m}, A_{22c,m} = I_{N_m} \otimes A_{22}, \\ B_{1c,m}(\delta_{c,m}) = \text{diag}[B_1(\delta_{i_n})]_{n=1}^{N_m}, B_{2c,m} = I_{N_m} \otimes B_2, \\ K_{1c,m} = I_{N_m} \otimes K_{1,m}, K_{2c,m} = I_{N_m} \otimes K_{2,m}, \\ C_{0,m} = I_{N_m} \otimes C_0, C_0 = [I_{n_x} \quad 0], \\ H_{1c,m} = H_m \otimes I_{2n_x}, H_{2c,m} = H_m(L_m + G_m) \otimes I_{n_y}, \\ F_{1c,m} = \text{diag}[F_{1,i_n}]_{n=1}^{N_m}, F_{2c,m} = \text{diag}[F_{2,i_n}]_{n=1}^{N_m}.$$

Здесь $\delta_{c,m} = [\delta_{i_1}^T \quad \dots \quad \delta_{i_{N_m}}^T]^T$ – расширенный вектор неопределенных параметров. При этом множество неопределенных параметров и конечное множество его 2^{LN_m} вершин определяются как $\Delta_{c,m} = \bigcup_{i \in \mathcal{J}_m} \Delta_i$ и $\Delta_{cv,m} = \bigcup_{i \in \mathcal{J}_m} \Delta_{v,i}$ соответственно.

Матрица H_m определяется следующим образом. Если новые агенты не подключаются к сети, содержащей N_r агентов, то $H_m = I_{N_r}$. В случае, когда N_s агентов подключается к сети, содержащей N_r агентов, то $h_{ii} = 1$, $i = 1, \dots, N_r$, и $h_{ij} = 1$,

$i = N_r + 1, \dots, N_r + N_s$ для некоторого $j \in [1, N_m]$, в остальных случаях элементы H_m равны нулю.

Полученная модель является стохастической 2D-моделью. В [2] показано, что экспоненциальная устойчивость детерминированной системы

$$(20) \eta(k+1, p+1) = (A_{11c,m}(\delta_{c,m}) + B_{1c,m}(\delta_{c,m})K_{1c,m}C_{0,m}H_{1c,m})\eta(k+1, p) + (A_{12c,m} + B_{1c,m}(\delta_{c,m})K_{2c,m}H_{2c,m})\varepsilon(k, p),$$

$$(21) \varepsilon(k+1, p) = (A_{21c,m} + B_{2c,m}K_{1c,m}C_{0,m}H_{1c,m})\eta(k+1, p) + (A_{22c,m} + B_{2c,m}K_{2c,m}H_{2c,m})\varepsilon(k, p)$$

гарантирует выполнение условий сходимости (6).

2.3. РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ДИВЕРГЕНТНОГО МЕТОДА ВЕКТОРНЫХ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА

По аналогии с [1] определим понятие экспоненциальной устойчивости следующим образом.

Определение 1. Расширенная система (20)–(21) является экспоненциально устойчивой, если существуют действительные числа $\kappa > 0$ и $0 < \lambda < 1$ такие, что

$$|\eta(k, p)|^2 + |\varepsilon(k, p)|^2 \leq \kappa \lambda^{k+p}.$$

Если система (20)–(21) экспоненциально устойчива, то условия сходимости (6) будут выполнены. Таким образом, при заданной структуре управления задача синтеза управления сводится к поиску матриц протокола $K_{1,m}$ и $K_{2,m}$ из условия экспоненциальной устойчивости. Для этого используем дивергентный метод векторной функции Ляпунова [4].

Определим векторную функцию Ляпунова как

$$(22) V_m(\eta(k+1, p), \varepsilon(k, p)) = \begin{bmatrix} V_{1,m}(\eta(k+1, p)) \\ V_{2,m}(\varepsilon(k, p)) \end{bmatrix},$$

где

$$V_{1,m}(\eta(k+1, p)) = \eta^T(k+1, p)P_{1c,m}\eta(k+1, p),$$

$$V_{2,m}(\varepsilon(k, p)) = \varepsilon^T(k, p)P_{2c,m}\varepsilon(k, p),$$

$$P_{1c,m} = I_{N_m} \otimes P_{1,m}, P_{2c,m} = I_{N_m} \otimes P_{2,m}.$$

Дискретный аналог дивергенции функции (22) определяется в виде

$$(23) \mathcal{D}V_m(\eta(k+1, p), \varepsilon(k, p)) = \Delta_p V_{1,m}(\eta(k+1, p)) + \Delta_k V_{2,m}(\varepsilon(k, p)),$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_p V_{1,m}(\eta(k+1, p)) &= V_{1,m}(\eta(k+1, p+1)) - V_{1,m}(\eta(k+1, p)), \\ \Delta_k V_{2,m}(\varepsilon(k, p)) &= V_{2,m}(\varepsilon(k+1, p)) - V_{2,m}(\varepsilon(k, p)). \end{aligned}$$

Подставляя компоненты функции (22) в (23) с учетом (20) и (21), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{D}V_m(\eta(k+1, p), \varepsilon(k, p)) &= \\ &= \begin{bmatrix} \eta(k+1, p) \\ \varepsilon(k, p) \end{bmatrix}^T (\Phi_m^T(\delta_{c,m}) P_{c,m} \Phi_m(\delta_{c,m}) - \\ &\quad - P_{c,m}) \begin{bmatrix} \eta(k+1, p) \\ \varepsilon(k, p) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} P_{c,m} &= \text{diag}[P_{1c,m} \quad P_{2c,m}], \\ \Phi_m(\delta_{c,m}) &= A_{c,m}(\delta_{c,m}) + B_{c,m}(\delta_{c,m}) K_{c,m} C_{c,m} H_{c,m}, \\ A_{c,m}(\delta_{c,m}) &= \begin{bmatrix} A_{11c,m}(\delta_{c,m}) & A_{12c,m} \\ A_{21c,m} & A_{22c,m} \end{bmatrix}, \\ B_{c,m}(\delta_{c,m}) &= [B_{1c,m}^T(\delta_{c,m}) \quad B_{2c,m}^T]^T, \quad K_{c,m} = [K_{1c,m} \quad K_{2c,m}], \\ C_{c,m} &= \text{diag}[C_{0,m} \quad I_{N_m} \otimes I_{n_y}], \quad H_{c,m} = \text{diag}[H_{1c,m} \quad H_{2c,m}]. \end{aligned}$$

Система (20)–(21) будет устойчива, если будут выполнены следующие линейные матричные неравенства:

$$(24) \Phi_m^T(\delta_{c,m}) P_{c,m} \Phi_m(\delta_{c,m}) - P_{c,m} + Q_m + (K_{c,m} C_{c,m} H_{c,m})^T R_m (K_{c,m} C_{c,m} H_{c,m}) \leq 0, \quad P_{c,m} > 0,$$

где $Q_m > 0$, $R_m > 0$ – весовые матрицы, которые имеют вид

$$\begin{aligned} Q_m &= \text{diag}[Q_{1,m} \quad Q_{2,m}], \quad Q_{1,m} = I_{N_m} \otimes Q_1, \\ Q_{2,m} &= I_{N_m} \otimes Q_2, \quad R_m = I_{N_m} \otimes R. \end{aligned}$$

Используя лемму Шура о дополнении, сведем неравенства (24) к следующей системе матричных уравнений и неравенств:

$$(25) \begin{bmatrix} X_{c,m} & \Phi_m^T(\delta_{c,m}) & X_{c,m} & (Y_{c,m} C_{c,m} H_{c,m})^T \\ \Phi_m(\delta_{c,m}) & X_{c,m} & 0 & 0 \\ X_{c,m} & 0 & Q_m^{-1} & 0 \\ Y_{c,m} C_{c,m} H_{c,m} & 0 & 0 & R_m^{-1} \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$(26) X_{c,m} > 0,$$

$$(27) C_{c,m}H_{c,m}X_{c,m} = Z_{c,m}C_{c,m}H_{c,m},$$

где

$$\Phi_{c,m}(\delta_{c,m}) = A_{c,m}(\delta_{c,m})X_{c,m} + B_{c,m}(\delta_{c,m})Y_{c,m}C_{c,m}H_{c,m},$$

$$X_{c,m} = \text{diag}[X_{1c,m} \quad X_{2c,m}] = P_{c,m}^{-1}, \quad X_{1c,m} = I_{N_m} \otimes X_{1,m},$$

$$X_{2c,m} = I_{N_m} \otimes X_{2,m}, \quad Y_{c,m} = [Y_{1c,m} \quad Y_{2c,m}] = K_{c,m}Z_{c,m},$$

$$Y_{1c,m} = I_{N_m} \otimes Y_{1,m}, \quad Y_{2c,m} = I_{N_m} \otimes Y_{2,m},$$

$$Z_{c,m} = \text{diag}[Z_{1c,m} \quad Z_{2c,m}], \quad Z_{1c,m} = I_{N_m} \otimes Z_{1,m},$$

$$Z_{2c,m} = I_{N_m} \otimes Z_{2,m}.$$

Поскольку неравенства (25)–(26) невыпуклые, их стоит проверять только для $\delta_{c,m} \in \Delta_{cv,m}$. Таким образом, полученный результат можно обобщить в виде следующей теоремы.

Теорема 1. Если система (25)–(27) разрешима относительно $X_{1,m}$, $X_{2,m}$, $Y_{1,m}$, $Y_{2,m}$, $Z_{1,m}$ и $Z_{2,m}$ для $\delta_{c,m} \in \Delta_{cv,m}$, то закон управления (7), (9) с корректирующей добавкой (8) и матрицами протокола $K_{1,m} = Y_{1,m}Z_{1,m}^{-1}$ и $K_{2,m} = Y_{2,m}Z_{2,m}^{-1}$ гарантирует экспоненциальную устойчивость системы (1)–(3) и обеспечивает сходимость выходного сигнала к желаемой траектории при любых значениях неопределенных параметров, удовлетворяющих (4)–(5), т.е. является робастным по отношению к заданным неопределенностям.

3. Пример

В качестве агентов будем рассматривать одинаковые манипуляторы с гибким звеном [3], момент инерции каждого манипулятора меняется в зависимости от массы перемещаемого груза и задан в виде аффинной модели. Динамика движения манипулятора в этом случае описывается следующей моделью в пространстве состояний:

$$\dot{x}_i(k, t) = A_c(\delta_i)x_i(k, t) + B_c u_i(k, t) + G_c \omega_i(k, t),$$

$$y_i(k, t) = C_c x_i(k, t),$$

$$y_{v,i}(k, t) = y_i(k, t) + v_i(k, t),$$

где $x = [\theta \quad \alpha \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]^T$, θ – угол поворота сервопривода, α – угол отклонения звена, $u = \tau$ – крутящий момент, приложенный к основанию гибкого звена,

$$A_c(\delta_i) = A_c + A_{c,a}(\delta_i) = A_c + \delta_{i,1}A_1,$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_s}{J_{eq}} & -\frac{B_{eq}}{J_{eq}} & 0 \\ 0 & -\frac{K_s(J_l+J_{eq})}{J_{eq}J_l} & \frac{B_{eq}}{J_{eq}} & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\delta_{i,1} \in \left[\frac{K_s(J_l+J_{eq})}{J_{eq}J_l} - \frac{K_s(\underline{J}_l+J_{eq})}{J_{eq}\underline{J}_l}, \frac{K_s(J_l+J_{eq})}{J_{eq}J_l} - \frac{K_s(\bar{J}_l+J_{eq})}{J_{eq}\bar{J}_l} \right],$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J_{eq}} & -\frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix}^T, G_c = I_{n_x}, C_c = [1 \ 0 \ 0 \ 0],$$

K_s – жесткость звена, J_{eq} – момент инерции сервопривода, B_{eq} – коэффициент вязкого трения сервопривода, J_l – момент инерции звена относительно центра масс, $\underline{J}_l = J_l + \Delta\underline{J}_l$, $\bar{J}_l = J_l + \Delta\bar{J}_l$.

Были приняты следующие значения параметров однозвенных гибких манипуляторов: $K_s = 1,3 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}$, $J_{eq} = 2,08 \times 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $B_{eq} = 0,004 \text{ Н}\cdot\text{м}/(\text{рад/с})$, $J_l = 0,0038 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $\Delta\underline{J}_l = -0,13J_l$, $\Delta\bar{J}_l = 0,13J_l$. Интенсивности шумов $Q_n = 10^{-3}I_{n_x}$ и $R_n = 10^{-4}$ для всех агентов, требуемая точность $e^* = 0,05 \text{ рад}$. Продолжительность цикла повторения составляет 3 с. При переходе к дискретной модели использовался метод Эйлера с шагом $T_s = 0,01 \text{ с}$. Желаемая траектория выходного сигнала

$$y_{ref}(p) = \frac{\pi(pT_s)^2}{6} - \frac{\pi(pT_s)^3}{27},$$

$$0 \leq p \leq T - 1, T = 300.$$

В данном примере $CB = 0$, однако разработанная теория предполагает, что $CB \neq 0$. Для обхода этого затруднения воспользуемся тем, что для данной системы $\dot{y}_i(k, t) = C_c \dot{x}_i(k, t) = C_{1,c} x_i(k, t)$ и $\dot{y}_{v,i}(k, t) = C_{1,c} x_i(k, t) + \dot{v}_i(k, t)$, где $C_{1,c} = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$. Тогда, применяя метод Эйлера, для решения задачи синтеза будем использовать следующую дискретную модель в пространстве состояний:

$$x_i(k, p + 1) = A(\delta_i)x_i(k, p) + B(\delta_i)u_i(k, p) + G\omega_i(k, p),$$

$$y_i(k, p + 1) = C_{1,c}x_i(k, p),$$

$$y_{v,i}(k, p + 1) = y_i(k, p + 1) + v_i(k, p + 1),$$

где $A(\delta_i) = T_s A_c(\delta_i) + I_{n_x}$, $B(\delta_i) = T_s B_c(\delta_i)$, $G = T_s G_c$, $C_1 = T_s C_{1,c} + C_c$.

В данном случае введем ошибку обучения как $\varepsilon_i(k, p) = y_{ref}(p + 1) - y_i(k, p + 1)$. Тогда динамика УИО на стандартной и переходной конфигурациях будет описываться уравнениями (16)–(17) и (18)–(19) соответственно с матрицами

$$\begin{aligned} A_{11,i}(\delta_i) &= \begin{bmatrix} A & F_i C_c \\ A_a(\delta_i) & A(\delta_i) - F_i C_c \end{bmatrix}, A_{12} = 0, \\ A_{21,i} &= [-C_1 A \quad -C_1 F_i C_c], A_{22} = I_{n_y}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = -C_1 B, F_{1,i} = \begin{bmatrix} 0 & F_i \\ G & -F_i \end{bmatrix}, F_{2,i} = [0 \quad -C_1 F_i]. \end{aligned}$$

Будем рассматривать сетевую систему из трех одинаковых агентов с одним лидером и двумя ведомыми системами, получающими от лидера информацию о желаемом выходном сигнале. Рассмотрим последовательное и одновременное подключение агентов. Такие сценарии соответствуют производственной системе с изменением объема производства. Когда объем производства увеличивается, происходит подключение новых агентов, при уменьшении – отключение лишних.

При последовательном подключении сценарий работы системы определяется следующими конфигурациями:

1. Работает только лидер.
2. Подключается первая ведомая система и получает управляющий сигнал от лидера.
3. Лидер и первая ведомая система работают самостоятельно, получая доступную им информацию о выходном сигнале.
4. Подключается вторая ведомая система и получает управляющий сигнал от лидера.
5. Все агенты работают самостоятельно, получая доступную им информацию о выходном сигнале.

Решая задачу максимизации $\text{tr} [X_{c,m}]$ при ограничениях (25)–(27), задавая весовые матрицы $Q_1 = 10^{-5} I_{2n_x}$, $Q_2 = 10^5$, $R = 10$, и учитывая 2^{1N_m} комбинаций параметров $\delta_{i,1}$, были получены следующие матрицы протокола:

$$\begin{aligned} K_{1,1} &= [-15,2673 \quad 0,054 \quad -0,3625 \quad -0,0175], \\ K_{2,1} &= 8,3708, \\ K_{1,2} &= [-0,109 \quad -0,0476 \quad -0,0105 \quad -0,0035], \\ K_{2,2} &= 0,0234, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{1,3} &= [-18,4099 \quad 0,0471 \quad -0,4042 \quad -0,0228], \\
 K_{2,3} &= 6,763, \\
 K_{1,4} &= [-0,1177 \quad -0,0565 \quad -0,0133 \quad -0,0047], \\
 K_{2,4} &= 0,0005, \\
 K_{1,5} &= [-20,1069 \quad 0,0192 \quad -0,4255 \quad -0,0264], \\
 K_{2,5} &= 6,1906.
 \end{aligned}$$

На рис. 1 представлен график изменения среднеквадратических ошибок выходных сигналов. Неопределенный параметр лидера задан номинальным значением, а первая и вторая ведомые системы находятся на нижней и верхней границе соответственно. Подключения первой и второй ведомых систем происходят на повторениях 15 и 30 соответственно. В данном случае выходной сигнал лидера достигает требуемой точности за 4 повторения, первой ведомой системы – за 2 повторения, а ошибка второй ведомой системы не превышает значения в 0,05 рад на всем интервале времени своего функционирования. В моменты подключения агентов наблюдается возрастание ошибок функционирующих систем, но их величина находится в рамках требуемой точности.

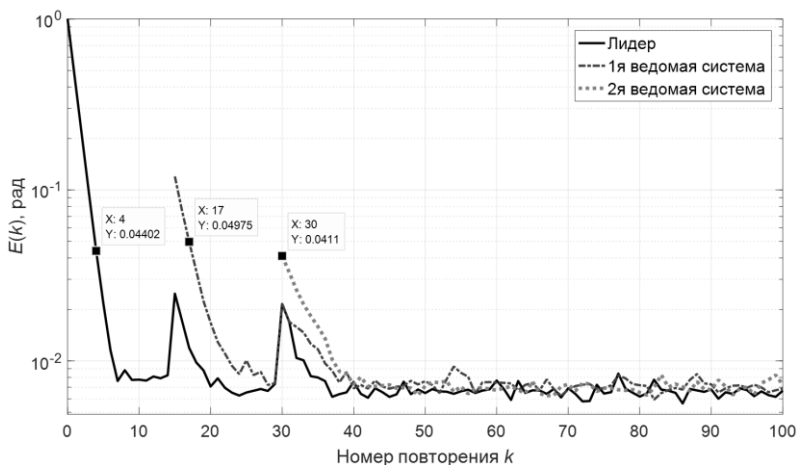


Рис. 1. Изменение среднеквадратических ошибок агентов при последовательном подключении (логарифмический масштаб)

Конфигурации при одновременном подключении:

1. Работает только лидер.
2. Подключаются ведомые системы и получают управляющий сигнал от лидера.
3. Все агенты работают самостоятельно, получая доступную им информацию о выходном сигнале.

Для данного сценария были получены следующие матрицы протокола:

$$K_{1,1} = [-15,2673 \quad 0,054 \quad -0,3625 \quad -0,0175],$$

$$K_{2,1} = 8,3708,$$

$$K_{1,2} = [-0,0384 \quad -0,0217 \quad -0,0046 \quad -0,0016],$$

$$K_{2,2} = 0,0003,$$

$$K_{1,3} = [-20,1069 \quad 0,0192 \quad -0,4255 \quad -0,0264],$$

$$K_{2,3} = 6,1906.$$

Моделирование данного сценария (см. рис. 2) было проведено с теми же значениями неопределенных параметров и с использованием тех же моделей шумов, что и в рассмотренном выше случае.

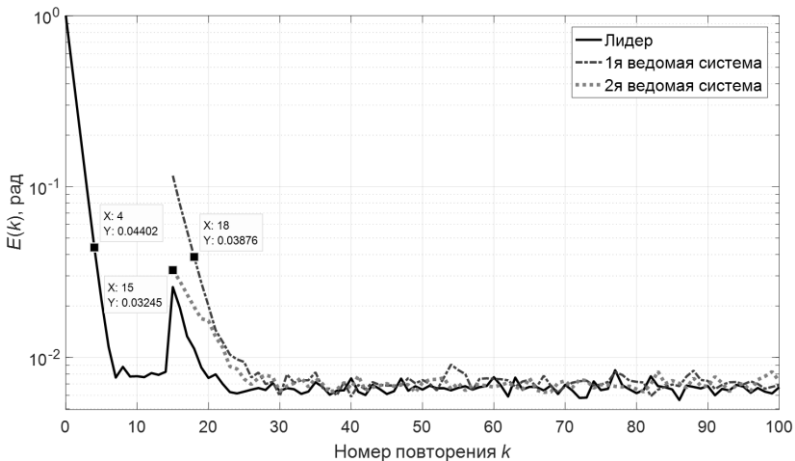


Рис. 2. Изменение среднеквадратических ошибок агентов при одновременном подключении (логарифмический масштаб)

Подключение ведомых систем происходило на повторении 15. Была достигнута аналогичная скорость сходимости агентов, за исключением первой ведомой системы, которая достигла требуемой точности за 3 повторения. В данном случае также наблюдается незначительное влияние переключения конфигурации на работу функционирующих систем. После 24 повторения среднеквадратические ошибки агентов не превышали значения в 0,01 рад.

4. Заключение

В данной работе с использованием дивергентного метода векторной функции Ляпунова получен закон УИО группой стохастических систем с неопределенными параметрами, связанных информационной сетью переменной конфигурации. Как и в [1], результаты моделирования показали эффективность полученного таким образом закона управления. Этот закон является робастным по отношению к заданным неопределенностям, обеспечивает высокую скорость сходимости выходного сигнала к желаемой траектории и позволяет снизить влияние изменения конфигурации сети на точность работы агентов. Однако причина возрастания ошибки в момент подключения агентов все еще вызывает интерес и требует дополнительных исследований.

Литература

1. ПАКШИН П.В., КОПОСОВ А.С., ЕМЕЛЬЯНОВА Ю.П. *Управление с итеративным обучением мультиагентной системой в условиях случайных возмущений* // Автоматика и телемеханика. – 2020. – №3. – С. 132–156. – DOI 10.31857/S0005231020030083.
2. ПАКШИН П.В., ЕМЕЛЬЯНОВА Ю.П., ЕМЕЛЬЯНОВ М.А., ГАЛКОВСКИЙ К., РОДЖЕРС Э. *Стохастическая устойчивость некоторых классов 2D-систем* // Автоматика и телемеханика. – 2018. – №1. – С. 113–129.
3. APKARIAN J., KARAM P., L'EVIS M. *Workbook on Flexible Link Experiment for Matlab/Simulink® Users: Instructor Workbook*. – Quanser Inc. – 2011.

4. PAKSHIN P., EMELIANOVA J., ROGERS E., GAŁKOWSKI K. *Repetitive process based stochastic iterative learning control design for linear dynamics // Systems & Control Letters.* – 2020. – Vol. 137. – P. 104625. – DOI 10.1016/j.sysconle.2020.104625.

ROBUST NETWORKED ITERATIVE LEARNING CONTROL OF A VARIABLE CONFIGURATION SYSTEM UNDER RANDOM DISTURBANCES

Anton Kopusov, Arzamas Polytechnic Institute of R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod State Technical University, Arzamas, postgraduate student (koposov96@yandex.ru).

Abstract: The paper considers the iterative learning control design problem of a system, consisting of identical subsystems (agents) under changing the information network configuration. The agents represent discrete linear dynamic plants with affine model of uncertainty operating in a repetitive mode. Each plant is under the influence of random disturbances, and the output variables of the plants are measured in the presence of noises. The configurations of the information network determine the group of functioning agents and the type of information exchange between agents. The configuration change takes place in accordance with certain external rules. The control design is based on the divergent method of the vector Lyapunov function. The results of modeling the obtained control law for a group of manipulators with flexible single-links are presented.

Keywords: networked control, iterative learning control, uncertain parameters, robust control, stochastic systems, systems with switches, vector Lyapunov function.

УДК 62-50

ББК 32.965.02

DOI: 10.25728/ubs.2021.94.3

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П.С. Щербаковым.

Поступила в редакцию 29.07.2021.

Опубликована 30.11.2021.