

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛИ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЗАГОТОВКИ, НАГРЕВАЕМОЙ В ПРОХОДНОЙ ПЕЧИ¹

Жуков П. И.²

*(Старооскольский технологический институт
им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ «МИСИС», Старый Оскол)*

Глуценко А. И.³

*(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

Фомин А. В.⁴

*(АО Оскольский электрометаллургический комбинат
им. А.А. Угарова, Старый Оскол)*

В рамках всего цикла переделов, применяемых в черной металлургии, присутствует множество энергоёмких технологических объектов, энергоэффективное управление которыми осложнено факторами нестационарности тех процессов, которые в них протекают. Одним из таких объектов является проходная пламенная печь, которую используют в режимах простого нагрева, гомогенизации, отжига и других. Если бы для нее была известна температура поверхности заготовок на выходе из печи в то время, пока они еще находятся в ней, то возможно было бы регулировать некоторые параметры нагрева, оставаясь в рамках технологических инструкций, чтобы минимизировать расход сжигаемого топлива. Поэтому в рамках данной работы авторы проводят сравнение двух моделей, способных прогнозировать температуру поверхности заготовки после режима простого нагрева в такой печи: модель на основе численного дифференцирования уравнения нестационарной теплопроводности и древовидную модель, полученную методом машинного обучения на основе технологических данных, снимаемых АСУ ТП с нижнего уровня автоматизации печи. Предполагается, что подобные модели могут стать основной для «цифрового двойника» объекта, который в дальнейшем может быть использован в системах Advanced Process Control (APC). В результате сравнения было установлено, что ошибка модели, обученной на технологических данных, в среднем на 7,4 градуса Цельсия ниже, чем у конечно-разностной модели.

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке фонда Президента РФ (проект МД-1787.2022.4).

² Пётр Игоревич Жуков, аспирант (Zhikov.petr86@yandex.ru).

³ Антон Игоревич Глуценко, д.т.н., доцент (aiglush@ipu.ru).

⁴ Андрей Вячеславович Фомин, к.т.н., доцент (verner444@yandex.ru).

Предполагается, что полученный результат является следствием преимущества естественной более глубокой адаптации к объекту у первой модели.

Ключевые слова: цифровой двойник, деревья решений, сеточная модель, нестационарная теплопроводность, машинное обучение.

1. Введение

Современные тенденции внедрения на промышленных предприятиях наукоемких технологий связаны с общей концепцией цифровизации производства. Цифровизация отдельных элементов производства подразумевает интегрирование информационных потоков, физических объектов и их внутренних и внешних взаимосвязей в некоторое подобие единой системы [13, 18].

Одними из таких концепций являются «цифровой двойник» или «цифровая тень», которые могут быть применены к технологическим объектам или процессам. Создание «цифровых двойников» целых технологических агрегатов является процессом поэтапным и начинается с моделирования элементарных подпроцессов, протекающих в том или ином технологическом объекте. Наиболее актуальной на сегодняшний день целью создания таких «цифровых» отражений являются попытки оптимизации потребления ресурсов, в том числе и энергоресурсов.

Проблема энергоэффективности отдельных технологических объектов актуальна для многих областей промышленности. В рамках постоянно растущих требований к качеству конечного продукта энергоэффективность процессов снижается. Данный факт актуален в том числе и для металлургии [7, 8], которая является одним из ключевых потребителей энергоресурсов.

В рамках металлургического производства различного рода печи являются одним из наиболее энергоемких технологических объектов, для которых актуален вопрос повышения энергоэффективности без снижения качества реализуемого технологического процесса. Предполагается, что подобного эффекта можно будет достичь, применив концепции цифровизации, включая «цифровых двойников».

Все вышеизложенное справедливо и для «Оскольского электрометаллургического комбината им. А.А. Угарова», в составе которого находится «Сортопрокатный цех №1», выпускающий

горячекатаную сталь. Данный цех представляет особый интерес ввиду того, что прокат является одним из основных этапов, наиболее сильно влияющих на качество конечного продукта. В цехе используют пламенные шестизонные печи для нагрева заготовок перед прокатом. Топливом для печей является смесь природного газа и воздуха.

Для решения задачи повышения энергоэффективности можно промоделировать сам процесс нагрева и попытаться спрогнозировать результат (т.е. температуру нагреваемого объекта на выходе печи). На основе полученных данных можно будет решить обратную задачу оптимизации и найти более оптимальные кривые расхода топлива. Таким образом, задача сводится к прогнозированию температуры заготовки после её нагрева (т.е. к моменту, когда она попадет в прокатный стан) еще до того, как она покинет печь. Ранее в [21] авторы уже рассматривали данную проблему и описывали несколько способов моделирования процесса нагрева, в том числе и способ на основе методов машинного обучения и анализа данных. Предложенный подход позиционировался как альтернативный по отношению к ставшим уже классическими математическим моделям на основании численного решения дифференциальных уравнений.

В данной работе предлагается сравнение двух моделей: 1) сеточной модели, решающей двумерную задачу нестационарной теплопроводности с граничными условиями III-го рода; 2) древовидной модели из работы [21], полученной на основе анализа данных из АСУ ТП печей нагрева. Целью обеих моделей является прогнозирование значения температуры заготовки на стане после её нагрева еще до того, как сам процесс нагрева завершится, при этом учитывается время, которое заготовка движется от печи до пирометра, установленного в первой клетки прокатного стана.

Предполагается, что сравнение позволит проиллюстрировать сильные и слабые стороны подходов и более точно определить границы их применимости. В дальнейшем модель с более высокими показателями будет использоваться как база для решения упомянутой выше обратной задачи.

2. Построение конечно-разностной модели нестационарного нагрева

Один из классических способов промоделировать процесс нагрева заготовки в печи – это решить прямую задачу нестационарной теплопроводности с заданными граничными условиями в пространстве определенной размерности. В данном случае решить задачу означает найти решение относительно дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности, которое для прямоугольного объекта в двумерном случае имеет вид

$$(1) \quad \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho * c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Здесь T – температура заготовки, К; λ – коэффициент теплопроводности заготовки, Вт/(м*К), ρ – плотность заготовки, кг/м³; c – коэффициент теплоемкости заготовки, Дж/(кг*К); x и y описывают двумерное пространство, в котором необходимо промоделировать температурное поле, например, прямоугольное сечение заготовки. Случай (1) хорошо подходит под технологический процесс сортопрокатного цеха №1, где нагреваются и затем прокатываются заготовки прямоугольного сечения $0,3 \times 0,36$ м.

При этом решение такого рода задачи возможно только с заранее определенными граничными условиями. В пламенных печах наблюдается конвективно-радиационный теплоперенос, где часть тепла заготовка получает за счет излучения нагретой футеровки, часть – посредством теплообмена с нагретой воздушной средой. В таких условиях актуальны следующие граничные условия:

$$(2) \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \kappa(T - T_{\text{среды}}) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_{\text{среды}}^4).$$

Здесь T и λ имеют тот же смысл, что и в уравнении (1), ε – коэффициент черноты поверхности заготовки; κ – коэффициент теплообмена с окружающей средой, Вт/м²*К; σ – постоянная Стеффана – Больцмана; $T_{\text{среды}}$ – температура нагревающей среды; n – это внешняя нормаль к поверхности, которая определяет

направления движения теплового потока. Для упрощения расчетов обычно предполагают, что тепловые потоки двигаются вдоль нормалей к поверхности нагреваемого объекта.

Таким образом, начальные и граничные условия, определяющие прямоугольное сечение заготовки, слева и справа на границах которой происходит индуктивно-конвективный теплоперенос, имеют вид

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 0: \quad T = T_0, 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H, \\ x = 0: \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa_1 (T_{\text{слева}} - T_{\text{Об}}) + \varepsilon \sigma (T_{\text{слева}}^4 - T_{\text{Об}}^4), \\ x = L: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, t > 0, \\ y = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, t > 0, \\ y = H: \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa_2 (T_{\text{справа}} - T_{\text{Об}}) + \varepsilon \sigma (T_{\text{справа}}^4 - T_{\text{Об}}^4). \end{array} \right.$$

Здесь L и H – это длина и ширина сечения заготовки, м; $T_{\text{Об}}$ – температура нагреваемого объекта, К; $T_{\text{слева}}$ – температура нагревающего поля слева, К; $T_{\text{справа}}$ – температура поля справа, К; κ_1 – коэффициент теплообмена с нагревающей средой слева; κ_2 – коэффициент теплообмена с нагревающей средой справа.

Вышеизложенная задача в постановке с граничными условиями третьего рода может оказаться аналитически неразрешимой. В таких случаях прибегают к численному дифференцированию, а точнее, к построению конечно-разностной схемы для решения конкретной задачи. Подобного рода схемы используют дискретизацию непрерывного температурного поля внутри заготовки на заранее определенной сетке. Замена непрерывных частных производных на их сеточные аналоги производится путем перехода к конечным разностям посредством определения предела производной в точке. Данные методы изложены в [15, 16]. Дискретизация в контексте двумерной задачи по пространству возможна при помощи метода покоординатного расщепления. Суть данного подхода заключается в том, что строятся две локально одномерные разностные схемы для каждой из координат. При расчете

схем тепловой дискретный поток вычисляется вдоль оси Ox на $(n + 0,5)$ -м временном слое, а вдоль Oy – на целом $(n + 1)$ -м временном слое.

В результате применения локально одномерных схем были получены следующие системы уравнений для осей Ox (4) и Oy (5):

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda} T_{\text{Слева}} = \left(1 + \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda}\right) T_0^n - T_1^n, \\ \frac{l_x^2}{k\tau} T_x^{n+0,5} = -T_{x-1}^n + \left(2 + \frac{l_x^2}{k\tau}\right) T_x^n - T_{x+1}^n, \\ \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda} T_{\text{Слева}} = -T_{N-1}^n + \left(1 + \frac{\kappa_1 l_x}{\lambda}\right) T_N^n; \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{\kappa_2 l_y}{\lambda} T_{\text{Справа}} = \left(1 + \frac{\kappa_2 l_y}{\lambda}\right) T_0^{n+0,5} - T_1^{n+0,5}, \\ \frac{l_y^2}{k\tau} T_y^{n+1} = -T_{y-1}^{n+0,5} + \left(2 + \frac{l_y^2}{k\tau}\right) T_y^{n+0,5} - T_{y+1}^{n+0,5}, \\ \frac{\kappa_2 l_x}{\lambda} T_{\text{Справа}} = -T_{N-1}^{n+0,5} + \left(1 + \frac{\kappa_2 l_x}{\lambda}\right) T_N^{n+0,5}. \end{cases}$$

Здесь l_x и l_y – это дискретные шаги по сетке в направлении оси Ox и Oy соответственно; T_y и T_x – температуры в соответствующих локально одномерных схемах. Результирующей температурой в точке является T^{n+1} . Общая температура модели может быть найдена путем арифметического среднего по всем точкам. Параметр k – это коэффициент теплопроводности, $\text{м}^2/\text{с}$.

$$(6) \quad a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}.$$

Полученные системы уравнений (4) и (5) являются трехточечными и решаются итеративным методом. Конечное решение имеет вид

$$(7) \quad \begin{cases} T_x^{n+0,5} = \alpha_x * T_{x+1}^{n+0,5} + \beta_x, \\ T_y^{n+1} = \alpha_y * T_{y+1}^{n+1} + \beta_y. \end{cases}$$

Итеративные коэффициенты α и β вычисляются для граничных условий по оси Ox (8) и Oy (9):

$$(8) \quad \begin{cases} \alpha_1^x = \frac{2 \cdot \tau \cdot \lambda}{2 \cdot \tau \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c \cdot l_x^2}, \\ \beta_1^x = \frac{\rho \cdot c \cdot l_x^2 \cdot T_1}{2 \cdot \tau \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c \cdot l_x^2}; \end{cases}$$

$$(9) \quad \begin{cases} \alpha_1^y = \frac{2 \cdot a \cdot \tau}{l_y^2 + 2 + a + \tau}, \\ \beta_1^y = \frac{l_y^2 \cdot T_{y=1}}{l_y^2 + 2 \cdot a \cdot \tau} + \frac{2 \cdot a \cdot \tau \cdot l_y \cdot q_1}{\lambda(l_y^2 + 2 \cdot \tau \cdot a)}. \end{cases}$$

В остальных точках сетки, кроме краевых, коэффициенты α и β вычисляются по уравнениям системы (10) для Ox и (11) – для Oy :

$$(10) \quad \begin{cases} \alpha^x = \frac{\lambda}{l_x^2} / \frac{2\lambda}{l_x^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_x^2} \cdot \alpha_{i-1}, \\ \beta^x = \frac{\frac{\lambda}{l_x^2} \cdot \beta_{i-1} - \left(\frac{\rho \cdot c \cdot T_x^{n-1}}{\tau} \right)}{\frac{2\lambda}{l_x^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_x^2} \cdot \alpha_{i-1}}; \end{cases}$$

$$(11) \quad \begin{cases} \alpha^y = \frac{\lambda}{l_y^2} / \frac{2\lambda}{l_y^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_y^2} \cdot \alpha_{j-1}, \\ \beta^y = \frac{\frac{\lambda}{l_y^2} \cdot \beta_{j-1} - \left(\frac{\rho^* c \cdot T_y^{n-1}}{\tau} \right)}{\frac{2\lambda}{l_y^2 + \rho \frac{c}{\tau}} - \frac{\lambda}{l_y^2} \cdot \alpha_{j-1}}. \end{cases}$$

Опираясь на вышеизложенное, возможно программно реализовать сеточную модель, однако без процедур адаптации она окажется крайне неточной и чрезмерно усредненной.

3. Адаптация модели нестационарной теплопроводности

Основная трудность построения модели нестационарного теплообмена с использованием дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности заключается в том, что некоторые параметры модели нужно рассматривать в динамике от температуры.

$$(12) \quad \begin{cases} \lambda = f_{\lambda}(T), \\ c = f_c(T), \\ \kappa = f_{\kappa}(T), \\ \rho = f_{\rho}(T). \end{cases}$$

Таким образом, основная сложность построения сеточной модели нестационарной теплопроводности заключается в определении конечного вида правых частей системы (12). Согласно контексту предметной области, в печи нагрева проходят термическую обработку стальные заготовки, которые обладают различными химико-физическими свойствами, называемыми общим термином «марка стали». Ключевая проблема поиска оптимальных правых частей системы (12) заключается в том, чтобы найденные функции наиболее точно описывали реальное поведение определенных параметров стали при нагреве в контексте заданной марки. На сегодняшний день не существует единых теоретических формул, которые можно было бы подставить в правые части системы (12) и получить готовое решение. Часть подходов основаны на аппроксимации данных натурального эксперимента, другая часть – на ранее установленных эмпирических зависимостях. Как например уравнение (13), подробно описанное в [6].

$$(13) \quad c(T) = c_0 + a_1 \left(\frac{T}{1000} \right)^n + a_2 e^{-a_3(T-T_0)}.$$

Оно справедливо только для углеродистых сталей, где c_0 , a_1 , a_2 , T_0 являются эмпирическими коэффициентами, зависящими от марки стали.

В результате анализа доступных подходов и методов, в частности, опираясь на идеи, изложенные в работе [19], правые части системы для λ , ρ и c было решено восстановить путем аппроксимации табличных дискретных наблюдений, содержащихся в инженерных справочниках [1, 5] при помощи регрессионных уравнений следующего вида:

$$(14) f(T) = \beta_0 + \left(\sum_{i=1}^n \beta_i T^i \right) + \varepsilon.$$

Исследовалась марка «Сталь 20», для которой была найдено регрессионное уравнение, описывающее зависимость теплоемкости от температуры в виде кусочно-заданной функции:

$$(15) \begin{cases} T < 700: & c(T) = 476.5 + 0,25T + 7,1 \cdot 10^{-5}T^2 + 6,5 \cdot 10^{-7}T^3, \\ T = 700: & c(T) = 1432, \\ T > 700: & c(T) = 13372 - 35,8T + 7,3 \cdot 10^{-2}T^2 - 1,01 \cdot 10^{-5}T^3. \end{cases}$$

Собственно, аппроксимация данной функцией исходных данных представлена на рис. 1. Отдельные регрессионные уравнения в составе кусочно-заданной функции имеют показатели качества $R^2 = 0,9991$ для $T < 700$ °C и $R^2 = 0,9024$ для $T > 700$ °C.

Аппроксимация теплоемкости 'Сталь 20'

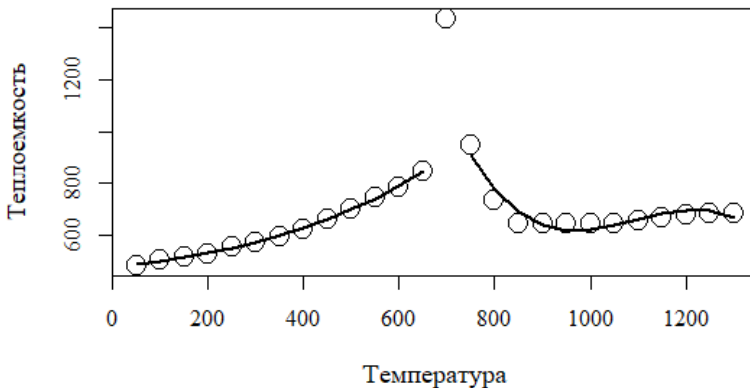


Рис. 1. Аппроксимация табличных значений теплоемкости найденной функцией (пустые круги – табличные значения; линия – аппроксимация регрессионным уравнением)

Также была получена функция, описывающая динамику изменения плотности «Сталь 20» от температуры:

$$(16) \rho(T) = 7862 - 0,25T - 3,2 \cdot 10^{-4} T^2 + 4,2 \cdot 10^{-7} T^3 - 1,6 \cdot 10^{-13} T^5.$$

Точность модели по критерию $R^2 = 0,9682$, аппроксимация табличных значений плотности найденным уравнением представлена на графике (рис. 2).

Аппроксимация плотности 'Сталь 20'

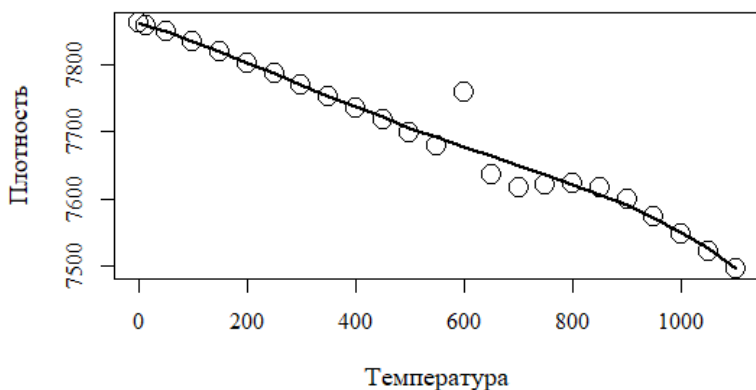


Рис. 2. Аппроксимация табличных значений плотности найденной функцией

Регрессионная функция для описания зависимости теплопроводности «Сталь 20» от температуры была получена в виде (17) с качеством модели $R^2 = 0,9962$:

$$(17) \lambda(T) = 90,1 - 0,14T + 8,3 \cdot 10^{-5} T^2 - 5,03 \cdot 10^{-9} T^3.$$

Для нахождения коэффициента теплообмена было предположено, что в дискретный момент времени t система стационарна, как и все её параметры. Тогда коэффициент теплообмена можно вычислить при помощи уравнения из работы [14] в виде

$$(18) \kappa(T) = \frac{Nu * \lambda^{air}(T)}{l}.$$

Здесь l – определяющий размер или высота вертикальной поверхности теплообмена, м; λ^{air} – это коэффициент теплопроводности воздушной нагревающей среды, Вт/(м*К). Наибольшую сложность в расчетах представляет критерий Нуссельта, который описывается критериальной функцией [17]:

$$(19) Nu = f(Re, Pr, Gr, \dots),$$

где Re – критерий Рейнольдса, Pr – критерий Прандтля, Gr – критерий Грасгофа. Каждый из критериев имеет свои известные формулы для расчета. В результате предполагаем, что в момент времени t в печи присутствует турбулентный поток воздуха, тогда (19) примет вид

$$(20) Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} * Pr^{0,43} * \left(\frac{Pr}{Pr_{sb}} \right)^{0,25}.$$

При расчете критерия Прандтля (Pr) используются функции от температуры для теплопроводности и плотности воздуха, которые хорошо известны. Pr_{sb} – это критерий Прандтля, посчитанный относительно параметров заготовки (на границе заготовки), а не воздуха.

Поскольку сравнение моделей предполагалось делать на выборке с реального технологического объекта для марки «Сталь 20», то правые части системы (12) было решено описывать уравнениями (15)–(18).

Для описания процесса нагрева в проходной печи, состоящей из шести зон, расположенных попарно (I-я и II-я, III-я и IV-я, V-я и VI-я зоны), потребовалось три связанные друг с другом сеточные модели, выполняющиеся последовательно. Поскольку модель, основанная на данных, прогнозирует температуру не сразу после выхода из печи, а на стане после того как заготовка какое-то время движется до пирометра, установленного в первой клетке стана, то для адекватности сравнения было решено прогнозировать именно температуру заготовки в момент ее прихода на стан. Для этого был промоделирован период остывания. Таким образом, потребовалось четыре выполняющиеся последовательно модели, где прогноз предыдущей модели выступает начальным условием преследующей.

В результате была получена сеточная модель, реализованная на языке программирования C# с использованием средств Visual Studio Community Edition.

4. Модель на основе технологических данных

В качестве альтернативны для сравнения рассматривается модель на основе данных, полученных из АСУ ТП печей нагрева. Ранее в работах [4] и [21] подробно разбиралась данная модель и пути её получения.

Для чистоты эксперимента было решено повторно обучить упомянутую модель на основе технологических данных. Для этого из системы слежения за металлом (части АСУ ТП управления печью) были получены данные по 21 018 заготовкам различных углеродистых марок стали приблизительно за 60 дней работы системы. Также были взяты данные из архивов сигналов нижнего уровня АСУ ТП печи нагрева за этот же временной промежуток. В результате был получен пространственный набор данных из 11 независимых переменных, которые в явном или неявном виде используются в конечно-разностной модели: 1) температуры левой части печи для каждой пары зон; 2) температуры правой части печи для каждой пары зон; 3) время нахождения заготовки в каждой паре зон; 4) время движения заготовки от печи до пирометра; 5) вес заготовки. В качестве целевой переменной выступала температура поверхности заготовки, снятая пирометром в стане.

В результате подготовительных работ был получен массив данных размерностью 21 018 на 12, из которого были удалены 15 заготовок марки Сталь 20, которые будут использоваться для сравнения моделей далее. Затем была произведена чистка строк, содержащих пустые значения, в результате которой осталось 20 954 заготовки. Исходные данные были разбиты на обучающее и тестовое подмножества (рис. 3).

Основным инструментом обучения модели выступила технология экстремального градиентного бустинга (она же XGBoost) [10], суть которой заключается в поэтапном итератив-

ном уменьшении ошибки выхода конкретной модели путем построения нисходящей решающей композиции из подобных (в качественной структуре) моделей.

**Диаграмма подвыборок
из 20954 строк данных по заготовка**

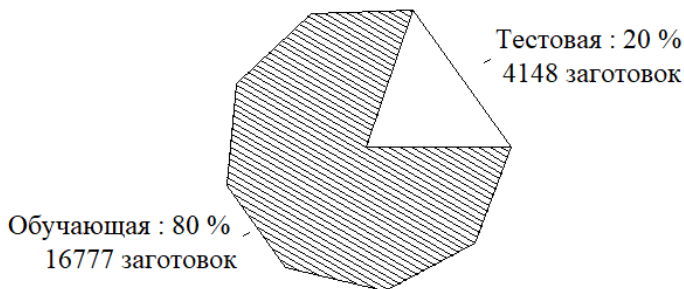


Рис 3. Диаграмма разбиения исходного набора данных на обучающую и тестовое подмножества

В данном случае модель представляет собой структуру вида «Случайный лес», где в основе структуры используются не классические мульти-аддитивные деревья (MART) [11], а аддитивные деревья с Dropout функцией (DART) [20], которые реализуют одноименную технологию. Логика работы Dropout, применительно к деревьям решений, схожа с подобной технологией, применяющейся при обучении нейронных сетей. За одним исключением: деревья выпадают из цикла градиентного бустинга насовсем с последующей компенсацией весов остальных деревьев.

В качестве программного инструмента реализации использовалась одноименная библиотека XGBoost для языка R.4.0.5. Параметризация модели (таблица 1), а также предварительная обработка данных выполнена в среде RStudio средствами языка программирования R.4.0.5.

Таблица 1. Параметризация DART-модели

Параметр	Значение
Максимальная глубина одного дерева в структуре типа «лес»	6
Метод создания деревьев	“Approx” [9]
Шаг обучения	0,3
Частота срабатывания метода Dropout (доля деревьев, которые будут отсеяны)	0,1
Коэффициент регуляризации L_2	1,0
Количество деревьев в одном «лесу»	50
Количество раундов обучения	50
Процент данных, которые доступны модели при обучении	100%

5. Сравнение моделей

Для сравнения точности отдельных моделей, из данных АСУ ТП печей нагрева были выбраны 15 заготовок марки «Сталь 20» (таблица 2).

Таблица 2. Данные по 11 входным параметрам для сравнения моделей

Температурно-временная карта							
t_1, c	$T_1, T_2, ^\circ C$	t_2, c	$T_3, T_4, ^\circ C$	t_3, c	$T_5, T_6, ^\circ C$	$m, кг$	t_4, c
18053	996	7200	975	6541	1186	4970	225
18053	996	7200	975	6727	1186	4980	159
18448	996	6949	975	6855	1185	4930	138
7387	992	4655	965	4002	1183	9760	140
7348	992	4709	966	4034	1182	9680	180
7377	992	4671	965	3886	1183	9680	161
7353	991	4916	966	3820	1181	9800	197
7405	991	4904	966	3905	1180	9780	153
7388	991	4904	966	3820	1181	9790	220
14533	990	7866	977	10635	1181	4990	148
14531	990	7866	977	10565	1181	5000	158
14135	989	8184	977	10295	1182	4990	156
14136	989	8184	977	10366	1182	4990	145
9554	991	5908	972	12702	1190	4970	133
9554	991	5908	972	12798	1190	4910	157

В таблице 2 параметры t_1 – t_3 отвечают за время, проведенное заготовкой в первой, второй и третьей паре зон; параметры T_1 , T_3 , T_5 отвечают за температуры с левой стороны печи в данных зонах, а T_2 , T_4 , T_6 – с правой стороны, что соответствует параметрам $T_{\text{слева}}$ и $T_{\text{справа}}$ из системы уравнений (3); параметр t_4 отвечает за время, которое заготовка проходит от печи до пирометра, а m – за массу заготовки.

Данные о времени, которое эти заготовки провели в пути от печи до пирометра, были рассчитаны на основании имеющихся временных меток в данных. Выбирались только те заготовки, которые добрались до пирометра в стане менее чем за 400 секунд, так как превышение этого значения означало бы отклонение от нормального технологического режима работы. Набор данных, представленный в таблице 2, не был задействован при обучении модели на данных или при её тестировании.

Чтобы сравнить между собой полученные модели, необходимо выбрать критерий качества. В данном случае сравниваются результаты, полученные на одном и том же наборе данных, поэтому можно воспользоваться критерием абсолютной средней ошибки (MAE):

$$(21) \text{MAE} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h |e_i|.$$

Здесь h – это дистанция прогнозирования, e_i – ошибка прогноза на i -м шаге. Или можно использовать абсолютную среднюю процентную ошибку (MAPE):

$$(22) \text{MAPE} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \frac{|e_i|}{y_i}.$$

Использование оценки на основании среднеквадратичных отклонений (MSE), например, корень из среднеквадратичных ошибок (RMSE), здесь менее информативен, так как из-за квадратичного преобразования не позволяет ответить на вопрос «насколько одна модель лучше, чем другая?» (в градусах Цельсия).

Воспользовавшись метриками (21) и (22), были получены выходы двух моделей при однообразии входных данных, взятых из таблицы 2.

Моделью машинного обучения для упрощения будем называть DART-модель по её главной составляющей. Выходы моделей, включая эталонные значения, на основании которых предполагается вести сравнение, приводятся к таблице 3.

Результаты самого сравнения приводятся в таблице 4. Как можно заметить из результатов на одних и тех же входах, модель, построенная на данных, в среднем ошибается на 7,4 градуса Цельсия меньше, чем конечно-разностная модель.

Чтобы судить об адекватности данного сравнения, необходимо доказать, что полученные прогнозы моделей являются значениями из одной генеральной совокупности, для чего необходимо доказать предположение об отсутствии статистически значимых различий между реальными данными и результатами прогноза моделью. Для этого необходимо сравнить дисперсии двух выборок, например, критерием Фишера.

Таблица 3. Выходы моделей в сравнении с эталоном

Эталонные значения, °С	Выход DART-модель, °С	Выход сеточной модели, °С
1012	1001	1008
1038	1016	1043
1018	1030	1055
1030	1038	1049
1038	1038	1026
1035	1035	1037
1024	1031	1017
1034	1035	1041
1029	1028	1005
1035	1021	1045
1011	1014	1039
1004	1014	1041
1041	1025	1047
1016	1033	1062
1037	1018	1048

Таблица 4. Результаты сравнения

	DART-модель	Сеточная модель
MAE, °С	9,57	16,9
MAPE, %	0,0093	0,0162

В данном случае размерность выборки мала для того, чтобы опираться на P -значение, однако можно предположить, что две дисперсии равны друг другу, если их отношение дает единицу и 95%-й доверительный интервал F -теста покрывает собой это значение. Формально данное заключение имеет вид

$$(23) l_{95} \leq \left\{ \frac{D(Y)}{D(\hat{Y})} = 1 \right\} \leq u_{95}.$$

Здесь Y – это эталонные значения температур, \hat{Y} – прогнозы модели, l_{95} и u_{95} – это верхнее и нижнее значение доверительного интервала. Для того чтобы применить критерий Фишера, необходимо обеспечить допущение о нормальности остатков. Был применен формальный тест Шапиро – Уилка [12] к остаткам моделей. Его результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5. Результаты формального теста Шапиро – Уилка

	$W(Y)$	P -value
Эталон	0,90095	0,1
Выход DART-модели	0,92747	0,25
Выход сеточной модели	0,90564	0,11

Для всех выборок рассчитанное P -значение превышает критический показатель 0,05, а значит, можно судить о нормальности распределения.

В результате анализа были получены следующие интервальные оценки (таблица 6), на основе которых можно заключить, что для обеих моделей происходит перекрытие отношения доверительными интервалами согласно (23).

Таблица 6. Результаты теста на равенство дисперсий

	l_{95}	u_{95}
DART-модель	0,3956223	3,5099546
Сеточная модель	0,1730184	1,5350168

Полученный выше результат можно интерпретировать в пользу адекватности сравнения моделей. Прогноз и эталонные

значения являются выборками из одной генеральной совокупности, а, следовательно, отклонения от эталона можно расценить как критерий качества моделей.

6. Заключение

В результате исследования и сравнения двух моделей было установлено, что модель на данных показывает лучшее качество прогноза, ошибаясь в абсолютных значениях на 7,4 градуса Цельсия меньше, чем модель конечных разностей.

Такой результат может быть объяснен за счет сильного влияния адаптации на конечную точность конечно-разностной модели. Сеточная модель требует более сильной привязки к объекту, тогда как модель, построенная на данных с конкретного объекта, по умолчанию является адаптированной по отношению к нему из-за сохранения контекста (данные получены с конкретного объекта конкретного предприятия).

Таким образом, можно выделить существенный недостаток классической математической модели, который заключается в потребности формализовывать контекст нагрева в конкретной печи, в частности выраженный нахождением оптимальных формул правой части системы (12). Авторы считают вышесказанное недостатком из-за того факта, что не всегда возможно получить с реального действующего производства все необходимые данные для проведения адаптации конечно-разностной модели. В то же время подобная процедура не требуется для модели, обученной на технологических данных.

При этом как у сеточной модели, так и у модели на данных имеется ряд недостатков, наиболее критичным из которых является потребность в самих данных. Модель машинного обучения не может быть применена в ситуациях, когда отсутствует достаточное количество информации с объекта или она слишком зашумлена и не может быть очищена без нарушения внутренней структуры данных.

По мнению авторов, вклад данной работы заключается в обоснованном подтверждении предположения о том, что применительно к решению выбранной задачи модель на основе данных является более перспективной, так как процесс адаптации

протекает непосредственно в процессе ее построения, не требуя ничего, кроме уже имеющихся данных. Идея моделирование физических процессов, протекающих в технологических объектах, в виде «черного ящика» не нова, однако данная работа показывает, что такой подход применительно к задаче описания процесса нестационарного нагрева оказывается как минимум не хуже «классического» подхода [2, 3], предлагаемого исследователями в этой области.

Литература

1. БАБИЧЕВ А.П. и др. *Физические величины: справочник* / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат. – 1991. – 1232 с.
2. БИРЮКОВ А.Б. и др. *Математическое моделирование процессов тепловой обработки металла в печах с учетом окислительнообразования* // *Сталь*. – 2016. – №8. – С. 85–90.
3. БИРЮКОВ А.Б., ВОЛОШИН А.И., ОЛЕШКЕВИЧ Т.Г. *Математическое моделирование процесса тепловой обработки металла в печах* // *Сталь*. – 2016. – №1. – С. 71–75.
4. ЖУКОВ П.И., ГЛУЩЕНКО А.И., ФОМИН А.В. *Модель для прогнозирования температуры заготовки по ретроспекции ее нагрева на основе бустинга структуры* // *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии*. – 2020. – Т. 18, №4. – С. 11–27.
5. КАЗАНЦЕВ Е.И. *Электрические промышленные печи: Справочное руководство для расчетов и проектирования: Учебное пособие*. – М.: Металлургия, 1975. – 370 с.
6. ПОПОВ Е.В., ДРУЖИНИН Г.М. *Влияние теплофизических свойств стали на нагрев заготовок в печах* // *Известия высших учебных заведений. Черная металлургия*. – 2015. – Т. 55, №1. – С. 52–55.
7. BAXODIROVNA A.N. *The features of methods of calculation of the cost at the industrial enterprises of ferrous metallurgy* // *Int. Journal of Research in Social Sciences*. – 2017. – Vol.7, No. 3. – P. 327–335.

8. BOGOVIZ A.V., LOBOVA S.V., RAGULINA Y.V., ALEKSEEV A.N. *Russia's energy efficiency policies in the industry sector: Critical perspectives* // Int. Journal of Energy Economics and Policy. – 2018. – Vol. 8, No. 6. – P. 48–58.
9. CHEN R.C., CARAKA R.E., ARNITA N.E.G. *An end to end of scalable tree boosting system* // Sylwan. – 2020. – Vol. 165, No. 1. – P. 1–11.
10. CHEN T., GUESTRIN C. *Xgboost: A scalable tree boosting system* // Proc of the 22nd ACM SIGKDD Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. – 2016. – P. 785–794.
11. FRIEDMAN J.H., MEULMAN J.J. *Multiple additive regression trees with application in epidemiology* // Statistics in medicine. – 2003. – Vol. 22, No. 9. – P. 1365–1381.
12. HANUSZ Z., TARASINSKA J., ZIELINSKI W. *Shapiro-Wilk test with known mean* // REVSTAT-Statistical Journal. – 2016. – Vol. 14, No. 1. – P. 89–100.
13. KOCH V., KUGE S., GEISSBAUER R., SCHRAUF S. *Industry 4.0: Opportunities and challenges of the industrial internet* // Strategy & PwC. – 2014. – P. 5–50.
14. LIENHARD I. V., JOHN H. *A heat transfer textbook*. – Phlogiston Press, Cambridge, 2008. – 739 p.
15. MICKENS R.E. *Nonstandard Finite Difference Models of Differential Equations*. – Singapore: World Scientific, 1994. – P. 264.
16. ÖZİŞİK M.N., ORLANDE H.R., COLACO M.J., COTTA R.M. *Finite Difference Methods in Heat Transfer*. – USA, CRC Press, 2017. – 600 p.
17. RAJENDRA K. *Heat and Mass Transfer*. – Springer Singapore, 2020. – P. 1147.
18. SANFELICE R.G. *Analysis and Design of Cyber-Physical Systems. A Hybrid Control Systems Approach* // Cyber-Physical Systems: From Theory to Practice, CRC Press: Boca Raton. – FL, USA, 2016 – P. 1–29.
19. STANKUS S.V., SAVCHENKO I.V.E., BAGINSKII A.V., VERBA O.I., PROKOP'EV A.M., KHAIRULIN R.A. *Thermal conductivity and thermal diffusivity coefficients of 12Kh18N10T stainless steel in a wide temperature range* // High Temperature. – 2008. – Vol. 46, No. 5 – P.731–733.

20. VINAYAK R.K., GILAD-BACHRACH R. *Dart: Dropouts meet multiple additive regression trees* // Artificial Intelligence and Statistics. – 2015. – P. 489–497.
21. ZHUKOV P., FOMIN A., GLUSHCHENKO A. *Development of Relationship Between Steel Billet Temperature and Data on Its Heating History for Continuous Furnace of Rolling-Mill Shop* // IEEE 2nd Int. Conf. on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA–2020). – 2020. – P. 483–488.

COMPARISON OF FINITE DIFFERENCE AND DATA-BASED MODELS APPLICATION TO SOLVE PROBLEM OF STEEL BILLETS TEMPERATURE PREDICTION

Petr Zhukov, STI NUST “MISIS”, Stary Oskol, postgraduate student (Zhukov.petr86@yandex.ru).

Anton Glushchenko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Sciences, docent (strondutt@mail.ru).

Andrey Fomin, Oskol Electrometallurgical Plant (OEMK) named after A.A. Ugarov, Candidate of Technical Sciences, lead software engineer (verner444@yandex.ru)

Abstract: Within the whole cycle of technological conversion processes, which are widespread in the ferrous metallurgy, there are many energy-intensive technological units, energy-efficient control of which is a complicated task due to the non-stationarity of technological processes within them. One of such units is a continuous flame furnace, which is used for simple heating, homogenization, annealing and other operations. If the surface temperature of the billets at the furnace outlet could be known in advance (while they are still inside the furnace), it would be possible to adjust certain heating parameters, while staying within the technological instructions, in order to minimize the consumption of the combustible fuel. Therefore, in this paper we compare two models to predict the temperature of the billet surface after a simple heating in such a furnace: a model based on numerical differentiation of transient heat conduction equation and a tree-like one, which is obtained by machine learning and based on the technological data from the lower level of the furnace automation. It is supposed that such models can become the basis for a "digital twin" of the unit, which can be further used in Advanced Process Control (APC) systems. As a result of comparison, it is obtained that the error of the data-based model is 7.4 degrees Celsius lower on average comparing to the finite-difference one. It is assumed that this result is a consequence of the advantage of the first model "natural adaptation" to the technological unit.

Keywords: digital twin, decision trees, grid model, transient heat conduction, machine learning.

УДК 536.3 + 519.6

ББК 22.193

DOI: 10.25728/ubs.2022.95.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

Поступила в редакцию 22.10.2021.

Опубликована 31.01.2022.